

MATEMÁTICA DO ZERO – AULA 6

POTENCIAÇÃO E SUAS PROPRIEDADES

Para muitos cálculos feitos na ciência precisamos utilizar a potenciação e suas propriedades. O que vocês precisam entender é que todas as propriedades são recíprocas e são utilizadas de forma conveniente. Dessa forma, a utilização de cada propriedade irá depender de como os cálculos são feitos. Mas, claro que precisamos saber quais são as propriedades que iremos utilizar.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

$$a^{\left(\frac{k}{p}\right)} = \sqrt[p]{a^k}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, \text{ com } n \text{ positivo}$$

Entenda dois itens muito importantes ao ver essas propriedades:

1. Todas as propriedades se referem a potências de mesma base;
2. Não aparecem somas e subtrações de potências nas propriedades ao lado, dessa forma entenda que SEMPRE QUE SOMAS E SUBTRAÇÕES APARECEREM VOCÊ PRECISA SER MAIS CAUTELOSO, POIS AS PROPRIEDADES AQUI VISTAS NÃO CABEM!

Os estudos da potenciação foram avançando dentro da matemática por vários motivos, mas um dos que mais chamam a atenção até hoje é o estudo de números muito grandes e muito pequenos. A representação desses números podem ser

como lhe convém, contudo, para uma padronização, ficou determinado que esses números teriam que ser escritos acompanhados de uma base 10 – para verificar o quão grande ou quão pequeno é esse número. Chamamos essa representação de **notação científica**.

$$a \cdot 10^b$$

a = número entre 1 e 10

b = expoente de 10 (número inteiro)

DICA: PARA FAZER OPERAÇÕES DE SOMA E SUBTRAÇÃO COM NOTAÇÃO CIENTÍFICA BASTA DEIXAR AS POTÊNCIAS DE 10 COM MESMO EXPOENTE E DEPOIS OPERAR NORMALMENTE, SEJA SOMANDO OU SUBTRAINDO.

MÉDIA

Média é uma medida de tendência central utilizada na estatística para a representação de um grupo de dados. O que precisamos entender sobre a média é sua fórmula? NÃO! Precisamos entender a sua definição. A média é um representante do conjunto de dados, ou seja, a média é um número que substituímos por todos os números do conjunto de dados e o conjunto não é alterado. Por exemplo, em uma escola que trabalha com trimestre, se um aluno obteve notas 7, 6 e 8, será que foi aprovado? Depende! Nesse caso, levamos em consideração a soma. Perceba que, nesse caso, $7+6+8 = 7+7+7 = 21$. Podemos dizer então que a média entre 7, 6 e 8 é igual a 7. Esse tipo de média chamamos de média aritmética.

Agora, ao imaginar dois descontos sucessivos de 10% podemos afirmar que é equivalente a um desconto único de 20%? NÃO! Imagine uma mercadoria que custa R\$ 100,00. O Processo é o seguinte:

$$\begin{aligned} 10\% \text{ de } 100,00 &= 10 \rightarrow 100 - 10 = 90,00 \\ 10\% \text{ de } 90,00 &= 9 \rightarrow 90 - 9 = 81,00 \end{aligned}$$

Após os dois descontos de 10% teremos o valor final de R\$ 81,00 e, portanto, o desconto total é de 19%. Nesse caso a operação soma não é a característica principal dos dados e, portanto, a média é calculada de modo diferente. As médias são:

1. Aritmética – principal característica é a soma;
2. Ponderada – principal característica é a soma, mas o conjunto de dados possui muitos elementos e com frequências diferentes;
3. Geométrica – tem como principal característica o produto do conjunto de dados;

Além dessas temos também a harmônica, que é bastante utilizada na física. É importante lembrar que nem sempre a característica da média é de tão fácil visualização e, portanto, não fique tentando adivinhar essa característica, mas entenda a justificativa das fórmulas de média serem tão distintas uma da outra.

EXERCÍCIOS

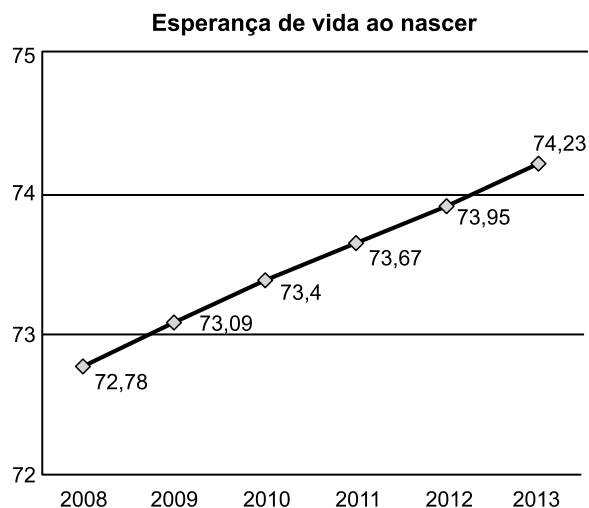
1. (Uece 2023) Uma criança e um adulto perderam, cada um, 5% de seu peso. Se a média aritmética das perdas de peso é 2,4 kg e se, inicialmente, o adulto pesava 80 kg, então o peso inicial da criança era
a) 18 kg. b) 12 kg. c) 16 kg. d) 14 kg.
2. (Ufrgs 2022) A tabela a seguir mostra o tempo de uso diário de um dispositivo eletrônico por um aluno, durante cinco dias da semana com aulas a distância, em sua escola, no ano de 2021.

Dia da semana	Tempo (em minutos)
Segunda-feira	240
Terça-feira	180
Quarta-feira	180
Quinta-feira	240
Sexta-feira	120

Nessas condições, o tempo médio diário de uso do dispositivo eletrônico por esse aluno é

- a) superior a três horas. b) superior a quatro horas.
c) superior a cinco horas. d) inferior a duas horas.
e) inferior a três horas.

3. (Enem 2022) A esperança de vida ao nascer é o número médio de anos que um indivíduo tende a viver a partir de seu nascimento, considerando dados da população. No Brasil, esse número vem aumentando consideravelmente, como mostra o gráfico.



Disponível em: <http://cod.ibge.gov.br>. Acesso em: 6 mar. 2014 (adaptado).

Pode-se observar que a esperança de vida ao nascer em 2012 foi exatamente a média das registradas nos anos de 2011 e 2013. Suponha que esse fato também ocorreu com a esperança de vida ao nascer em 2013, em relação às esperanças de vida de 2012 e de 2014.

Caso a suposição feita tenha sido confirmada, a esperança de vida ao nascer no Brasil no ano de 2014 terá sido, em ano, igual a

- a) 74,23. b) 74,51. c) 75,07. d) 75,23. e) 78,49.

4. (Unicamp 2022) Dados os números reais positivos a_1, a_2, \dots, a_n , a média geométrica M destes termos é calculada por:

$$M = \sqrt[n]{a_1 \dots a_n}.$$

A média geométrica de $1, 10, 100, \dots, 10^{22}$ é:

- a) 10^{11} . b) 10^{12} . c) 10^{13} . d) 10^{14} .

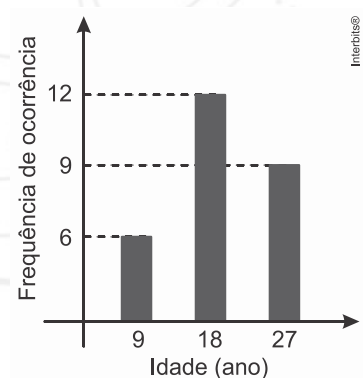
5. (Eear 2022) Em uma classe da 1ª série do Curso de Formação de Sargentos - EEAR, as idades dos alunos se distribuíam conforme a tabela. Desta forma, a idade média ponderada desses alunos era de _____ anos.

Idade (anos)	18	19	20	21	22
f. (%)	40	30	17	10	3

- a) 18,81 b) 18,98 c) 19,06 d) 19,23



6. (Enem 2021) Uma pessoa realizou uma pesquisa com alguns alunos de uma escola, coletando suas idades, e organizou esses dados no gráfico.



Qual é a média das idades, em ano, desses alunos?

- a) 9 b) 12 c) 18 d) 19 e) 27

7. (Integrado - Medicina 2022) Quantos algarismos resultam da expressão numérica $N = 5^{23} \cdot 2^{30}$?

- a) 23 b) 24 c) 25 d) 26 e) 27

8. (Ufgd 2021) Quando algo varia com o expoente, usa-se o logaritmo para expressar tal variação. Sabe-se, por exemplo, que a força física envolvida em certos sons (para ser mais preciso, a energia) é uma potência cuja base é 10^1 . Assim, enquanto o leve rumorejar das folhas é da ordem de 10^1 , uma conversa em voz alta é algo em torno de $10^{6,5}$ e um martelo sobre uma lâmina de aço chega a 10^{11} .

Superinteressante, Atualizado em 31 out 2016, Publicado em 31 jul. 1997. Disponível em: <https://super.abril.com.br/comportamento/a-matematica-dosom/>. Acesso em: 01 ago. 2020.

Tomando como referência os dados do texto, é correto afirmar que o som de um martelo sobre uma lâmina de aço, em comparação ao som do rumorejar das folhas, é

- a) 10 vezes maior. b) 10^{10} vezes maior. c) 10^{11} vezes maior.
d) 10^{12} vezes maior. e) $10^{6,5}$ vezes maior.

9. (Eam 2021) Para qualquer α real, a expressão: $4^\alpha + 4^{\alpha+1} + (4^\alpha \cdot 16) + 4^{\alpha+3} + 4^\alpha \cdot 256 + 4^{\alpha+5}$ é equivalente a:

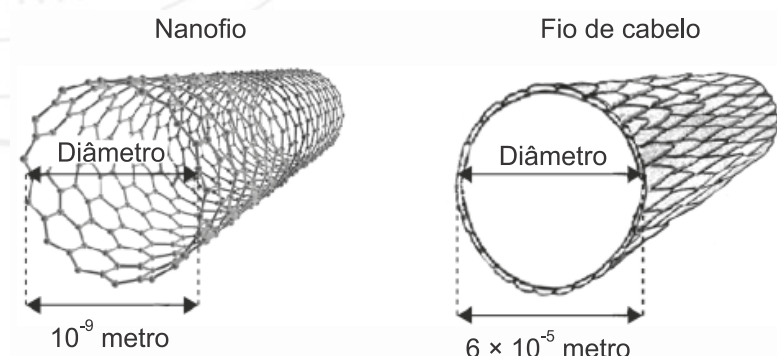
- a) $4^{6\alpha} + 15$ b) $4^\alpha + 15$ c) 1365^α d) $1365 \cdot 4^\alpha$ e) $1365^{2\alpha}$

10. (G1 - ifsc 2020) Sabendo que $x = 20^{100}$ e $y = 400^{50}$ pode-se afirmar que:

Assinale a alternativa **CORRETA**.

- a) x é igual a y. b) x é a metade de y. c) x é o dobro de y.
d) x é igual ao quadrado de y. e) x é igual ao quádruplo de y.

11. (Enem PPL 2020) O nanofio é um feixe de metais semicondutores usualmente utilizado na fabricação de fibra óptica. A imagem ilustra, sem escala, as representações das medidas dos diâmetros de um nanofio e de um fio de cabelo, possibilitando comparar suas espessuras e constatar o avanço das novas tecnologias.



O número que expressa a razão existente entre o comprimento do diâmetro de um fio de cabelo e o de um nanofio é

- a) 6×10^{-14} b) $6 \times 10^{-\frac{5}{9}}$ c) $6 \times 10^{\frac{5}{9}}$ d) 6×10^4 e) 6×10^{45}

12. (Fmc 2020) O valor de $\frac{\sqrt{(-\pi)^2 - (-\pi)^2} + \sqrt[5]{\pi^{10}}}{2\pi}$ é igual a:

- a) π b) $-\pi$ c) $\frac{1}{2}\pi$ d) $-\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{2}$

13. (G1 - ifsp 2017) Leia o trecho adaptado abaixo para responder à questão.

“A perereca-macaco-de-cera, encontrada na América do Sul e Central, é capaz de aguentar mais tempo no sol forte do que outras espécies de anfíbios, devido à secreção de cera que reduz a perda de água por evaporação, protegendo sua pele.”

Fonte: <http://biologiavida-oficial.blogspot.com.br/2014/04/phyllomedusasauvagii.html>.



A área territorial da América Central é de, aproximadamente, 523.000 km^2 . Assinale a alternativa que apresenta a área em potência de base 10.

- a) 523×10^2 b) $52,3 \times 10^4$ c) $5,23 \times 10^2$ d) 523×10^4 e) $5,23 \times 10^3$.

14. (Puccamp 2023) **Telescópio espacial James Webb**

Considerado o maior e mais potente observatório espacial já desenvolvido pela NASA, o Telescópio Espacial James Webb (TEJW) conta com quatro instrumentos sensíveis a diferentes comprimentos de onda da luz visível e infravermelha e orbitará o Sol a 1,5 milhão de quilômetros da Terra.

O novo telescópio espacial ficará em um ponto que permite orbitar o Sol "vendo" a estrela e a Terra na mesma direção – o chamado Ponto de Lagrange L2, um lugar em que a gravidade de dois corpos massivos mantém um terceiro em posição fixa em relação a eles.

Os dados coletados pelo TEJW são enviados à Terra por meio de ondas eletromagnéticas, que se propagam no vácuo com velocidade de 300.000 km/s. O intervalo de tempo entre a emissão de um dado pelo TEJW e a chegada desse dado à Terra é de

- a) 0,05 s. b) 0,45 s c) 45 s. d) 5,0 s. e) 50 s.

15. (Enem PPL 2021) No dia 14 de julho de 2015, a sonda espacial norte-americana *New Horizons* atingiu o ponto mais próximo que qualquer artefato humano esteve do planeta-anão Plutão. Neste instante a distância da sonda à Terra era de aproximadamente 5 bilhões de quilômetros. As primeiras imagens de Plutão não chegaram à Terra instantaneamente quando enviadas através de um sinal de rádio, pois a velocidade da luz é de 3×10^8 m/s.

No momento da máxima aproximação de Plutão, o valor mais próximo do tempo decorrido entre o envio de uma imagem pela antena transmissora da sonda e sua recepção por uma antena receptora na Terra é

- a) $4,6 \times 10^3$ s. b) $9,3 \times 10^3$ s. c) $1,6 \times 10^1$ s. d) $1,7 \times 10^4$ s. e) $3,4 \times 10^4$ s.

16. (Upf 2021) A galáxia de Andrômeda é considerada atualmente a mais próxima da via Láctea estando a aproximadamente 2,54 milhões de anos-luz de distância da Terra. Isso significa que a distância de Andrômeda até a Terra, em metros, é da ordem de grandeza de:

(Considere a velocidade da luz como sendo 3×10^8 m/s)

- a) 10^{17} b) 10^{22} c) 10^{21} d) 10^{23} e) 10^{15}

17. (Enem PPL 2020) Nas estradas brasileiras existem vários aparelhos com a finalidade de medir a velocidade dos veículos. Em uma rodovia, cuja velocidade máxima permitida é de $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, um carro percorre a distância de 50 cm entre os dois sensores no tempo de 20 ms. De acordo com a Resolução n. 396, do Conselho Nacional de Trânsito, para vias com velocidade de até $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, a velocidade medida pelo aparelho tem a tolerância de $+7 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ além da velocidade máxima permitida na via. Considere que a velocidade final registrada do carro é o valor medido descontado o valor da tolerância do aparelho.

Nesse caso, qual foi a velocidade final registrada pelo aparelho?

- a) $38 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ b) $65 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ c) $83 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ d) $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ e) $97 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

