

OPERAÇÕES ENTRE POLINÔMIOS

* SOMA E SUBTRAÇÃO *

SOMAM-SE / SUBTRAEM-SE OS COEFICIENTES
DE TERMOS EQUIVALENTES

$$p(x) = 3x^4 + 2x^3 - 4x + 6$$

$$q(x) = 5x^4 - x^2 + 7x - 5$$

$$p(x) + q(x) = 7x^4 + 2x^3 - x^2 + 3x + 1$$

$$p(x) - q(x) = -2x^4 + 2x^3 + x^2 - 11x + 11$$



EXEMPLO

$$p(x) = 2x^2 + 3x + 1$$

$$q(x) = 5x^2 - 4x + 3$$

$$p(x) + q(x) = 7x^2 - x + 4$$

$$q(x) + p(x) = 7x^2 - x + 4$$

$$p(x) - q(x) = (-3x^2 + 7x - 2)$$

$$q(x) - p(x) = (3x^2 - 7x + 2)$$

→ $-(p(x) - q(x))$



EXEMPLO

$$a(x) = 2x^7 + 5x^4 - 3x^2 + 1$$

$$b(x) = x^6 + 3x^4 - 2x + 3$$

$$a(x) + b(x) = 2x^7 + x^6 + 8x^4 - 3x^2 - 2x + 4$$

$$a(x) - b(x) = 2x^7 - x^6 + 2x^4 - 3x^2 + 2x - 2$$



EXEMPLO

*

$$p(x) = x^3 + 2x + 1$$

$$q(x) = -x^3 + 3x - 2$$

* OBSERVE OS GRAUS
DOS POLINÔMIOS !

$$p(x) + q(x) = \underline{5x - 1}$$

$$\underbrace{x^3} + \underbrace{x^6}$$



* MULTIPLICAÇÃO *

APLICA-SE A PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA

$$p(x) = 2x + 1 \quad q(x) = x^2 + 3x + 1$$

$$p(x) \cdot q(x) = (2x + 1)(x^2 + 3x + 1)$$

$$p(x) \cdot q(x) = 2x^3 + 6x^2 + 2x + x^2 + 3x + 1$$

$$p(x) \cdot q(x) = 2x^3 + 7x^2 + 5x + 1$$



EXEMPLO

$$p(x) = x^3 + x + 1$$

$$q(x) = x + 1$$

$$p(x) \cdot q(x) = (x^3 + x + 1)(x + 1)$$

$$= x^4 + x^3 + x^2 + x + x + 1$$

$$= x^4 + x^3 + x^2 + 2x + 1$$



EXEMPLO

$$v(x) = x^3 + x^2 + x + 1$$

$$u(x) = x - 1$$

$$\begin{aligned} u(x) \cdot v(x) &= (x-1)(x^3 + x^2 + x + 1) \\ &= x^4 + \cancel{x^3} + \cancel{x^2} + \cancel{x} - \cancel{x^3} - \cancel{x^2} - \cancel{x} - 1 \\ &= \underline{x^4 - 1} \end{aligned}$$

$$1 + x + x^2 + \dots + x^n = 1 \cdot \frac{x^{n+1} - 1}{(x - 1)}$$

$$(1 + x + x^2 + \dots + x^n)(x - 1) = x^{n+1} - 1$$



GRAU DO POLINÔMIO NA MULTIPLICAÇÃO

$$p(x) = x^7 + 2x^5$$

$$q(x) = x^{12} - 1$$

$$\begin{aligned} p(x) \cdot q(x) &= (x^7 + 2x^5)(x^{12} - 1) \\ &= x^{19} - x^7 + 2x^{17} - 2x^5 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} \text{GRAU } m \qquad \qquad \qquad \text{GRAU } n \\ \underbrace{\hspace{10em}} \qquad \qquad \qquad \underbrace{\hspace{10em}} \\ (x^m + x^{m-1} + \dots) \cdot (x^n + x^{n-1} + \dots) = \\ \hspace{10em} \underbrace{\hspace{10em}} \hspace{1em} -1 \\ x^{m+n} + x^{m+n-1} + \dots \rightsquigarrow \text{GRAU } m+n \end{array}$$

$$\partial(p(x) \cdot q(x)) = \partial(p(x)) + \partial(q(x))$$



EXEMPLO

$$p(x) = x^7 + 2x^5 - 4x^3 \rightarrow \partial(p(x)) = 7$$

$$q(x) = -2x^3 + 2 \rightarrow \partial(q(x)) = 3$$

GRAU DE " $p(x) \cdot q(x)$ " ?

$$\partial(p(x) \cdot q(x)) = 7 + 3 = 10$$

$$u(x) = -x^{20} \rightarrow \partial(u(x)) = 20$$

$$v(x) = 2x^{17} \rightarrow \partial(v(x)) = 17$$

GRAU DE " $u(x) \cdot v(x)$ " ?

$$\partial(u(x) \cdot v(x)) = 20 + 17 = 37$$



* DIVISÃO *

DIVISÃO EUCLIDIANA

LEMBRANDO ...

$$\begin{array}{r} N \\ R \end{array} \begin{array}{l} | d \\ q \end{array}$$



$$N = d \cdot q + R$$
$$R < d$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ - 3 \\ \hline 16 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} | 3 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\rightarrow \underline{46 = 3 \cdot 15 + 1}$$

"N" É DIVISÍVEL POR "d" : $R = 0$



DIVISÃO DE POLINÔMIOS

$$\begin{array}{l} P(x) \\ R(x) \end{array} \begin{array}{l} \overline{) d(x)} \\ q(x) \end{array} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P(x) = q(x) \cdot d(x) + R(x) \\ \partial(R(x)) < \partial(d(x)) \\ \partial(P(x)) = \partial(d(x)) + \partial(q(x)) \end{array} \right.$$

$P(x)$ é DIVISÍVEL POR $d(x)$: $R(x) = 0$



$$\begin{array}{r|l} x^3 + 3 & x^2 - x + 1 \\ \hline & x + 1 \end{array} \quad \checkmark$$

$$(x^2 - x + 1)(x + 1) + 2 = x^3 + \cancel{x^2} - \cancel{x} - \cancel{x} + \cancel{1} + 2 = x^3 + 3$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^6 + 5x^5 + 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2 & 2x^2 + 5x \\ \hline & x^4 + x - 1 \end{array} \quad \checkmark$$

$$(x^4 + x - 1)(2x^2 + 5x) + 3x + 2 =$$

$$2x^6 + 5x^5 + 2x^3 + 5x^2 - 2x^2 - 5x + 3x + 2 =$$

$$2x^6 + 5x^5 + 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2$$



EXEMPLO

VERIFIQUE SE A DIVISÃO ABAIXO ESTÁ CORRETA.

$$\begin{array}{r} 2x^4 - x^3 + 2x - x \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overline{) x^3 + x} \\ 2x - 1 \end{array} \quad \checkmark$$

VERIFICAÇÃO

$$(x^3 + x)(2x - 1) + 0 = \underline{2x^4 - x^3 + 2x^2 - x}$$



EXEMPLO

Qual o Grau Do Quociente E Do Resto Na Divisão Do Polinômio $p(x)$ Por $d(x)$?

$$p(x) = 5x^7 + 6x^6 - 3x^2 + 1$$

$$d(x) = 3x^4 - 5x^2 + 3$$

$$\partial(p) = \partial(q) + \partial(d)$$

$$\partial(q) = \partial(p) - \partial(d)$$

$$\partial(q) = 7 - 4$$

$$\partial(q) = 3$$

$$\partial(r) < \partial(d) \Rightarrow \partial(r) < 4$$



MÉTODOS PARA DIVIDIR POLINÔMIOS

➡ MÉTODO DA CHAVE

➡ MÉTODO DE DESCARTES

M. COEFICIENTES A DETERMINAR

➡ ALGORITMO DE BRIOT - RUFFINI



→ MÉTODO DA CHAVE

"MESMA LÓGICA DA DIVISÃO EUCLIDIANA"

$$\begin{array}{r} 193 \overline{) 7} \\ -14 \\ \hline 53 \\ -49 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 4x^2 + 5x - 4 \overline{) x^2 + 2x - 3} \\ -x^3 - 2x^2 + 3x \\ \hline 2x^2 + 8x - 4 \\ -2x^2 - 4x + 6 \\ \hline 4x + 2 \end{array}$$



EXEMPLO

$$\begin{array}{r} \cancel{3x^3} - 4x^2 + 6x - 1 \\ - \cancel{3x^3} + 6x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{2x^2} + 6x - 1 \\ - \cancel{2x^2} + 4x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{10x} - 1 \\ - \cancel{10x} + 20 \end{array}$$

19

$$\begin{array}{r} x - 2 \end{array}$$

$$3x^2 + 2x + 10$$



EXEMPLO

$$\begin{array}{r} \\ \cancel{x^5} - 4x^3 + x + 2 \\ \underline{-\cancel{x^5} - x^4} \\ -x^4 - 4x^3 + x + 2 \\ \underline{x^4 + x^3} \\ -3x^3 + x + 2 \\ \underline{3x^3 + 3x^2} \\ 3x^2 + x + 2 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} x^3 + x^2 \\ \hline x^2 - x - 3 \end{array}$$



EXEMPLO

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \quad | \quad x + 1 \\ \underline{-x^3 - x^2} \\ 2x + 3x + 1 \\ \underline{-2x - 2} \\ x + 1 \\ \underline{-x - 1} \\ 0 \end{array}$$

OBS: $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ é DIVISÍVEL POR $x+1$

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x+1)(x^2 + 2x + 1)$$



→ Método De Descartes

DETERMINAR OS COEFICIENTES DOS POLINÔMIOS
CONHECENDO SEUS RESPECTIVOS GRAUS.

$$\begin{array}{cc} x^3 + 2x^2 + 5x - 3 & | x^2 - x + 1 \\ R(x) & q(x) \end{array}$$

$$\partial(q(x)) = 3 - 2 = 1 \rightarrow q(x) = ax + b$$

$$\partial(R(x)) < 2 \rightarrow R(x) = \overset{m=0}{\checkmark} mx + n$$



$$\begin{array}{r|l} x^3 + 2x^2 + 5x - 3 & x^2 - x + 1 \\ mx + n & ax + b \end{array}$$

$$d(x) \cdot q(x) + R(x) =$$

$$(x^2 - x + 1)(ax + b) + mx + n =$$

$$ax^3 + bx^2 - ax^2 - bx + ax + b + mx + n =$$

$$ax^3 + (b - a)x^2 + (-b + a + m)x + b + n =$$

$$x^3 + 2x^2 + 5x - 3$$

$$a = 1$$

$$b - a = 2 \rightarrow b = 2 + a \rightarrow b = 3$$

$$-b + a + m = 5 \rightarrow m = 5 + b - a \rightarrow m = 7$$

$$b + n = -3 \rightarrow n = -3 - 3 \rightarrow n = -6$$

$$q(x) = x + 3$$

$$R(x) = 7x - 6$$



EXEMPLO

Divida $p(x) = x^2 + 5x - 1$ Por $d(x) = x + 1$

$$\partial(q(x)) = 2 - 1 = 1 \rightarrow q(x) = ax + b$$

$$\partial(R(x)) = 0 \rightarrow R(x) = c$$

$$(ax + b)(x + 1) + c = ax^2 + ax + bx + b + c$$

$$= ax^2 + (a + b)x + (b + c) = x^2 + 5x - 1$$

$$a = 1$$

$$a + b = 5 \rightarrow b = 4$$

$$b + c = -1 \rightarrow c = -5$$

$$q(x) = x + 4$$

$$R(x) = -5$$



EXEMPLO

Divida $p(x) = 3x^3 + 5x^2 - 1$ Por $d(x) = -x + 4$

$$\partial(q(x)) = 3 - 1 = 2 \rightarrow \underline{q(x) = ax^2 + bx + c}$$

$$\partial(R(x)) < 1 \rightarrow \partial(R(x)) = 0 \rightarrow \underline{R(x) = d}$$

$$(ax^2 + bx + c)(-x + 4) + d =$$

$$-ax^3 + 4ax^2 - bx^2 + 4bx - cx + 4c + d =$$

$$-ax^3 + (-b + 4a)x^2 + (4b - c)x + 4c + d =$$

$$3x^3 + 5x^2 - 1$$



$$-a = 3 \rightarrow \boxed{a = -3}$$

$$-b + 4a = 5 \rightarrow -b + 12 = 5 \rightarrow \boxed{b = -17}$$

$$4b - c = 0 \rightarrow 4(-17) - c = 0 \rightarrow \boxed{c = -68}$$

$$4c + d = -1 \rightarrow 4(-68) + d = -1$$

$$-272 + d = -1 \quad \boxed{d = 271}$$



➔ ALGORITMO DE BRIOT - RUFFINI

UTILIZANDO PARA DIVIDIR UM POLINÔMIO $p(x)$ QUALQUER POR UM POLINÔMIO $d(x)$ DO TIPO

$$d(x) = x - a$$

$$\begin{array}{l} P(x) \quad \Big| \quad d(x) \quad \xrightarrow{\text{①}} \quad x - a = 0 \\ \hline R(x) \quad \quad \quad q(x) \end{array}$$

$x = a$

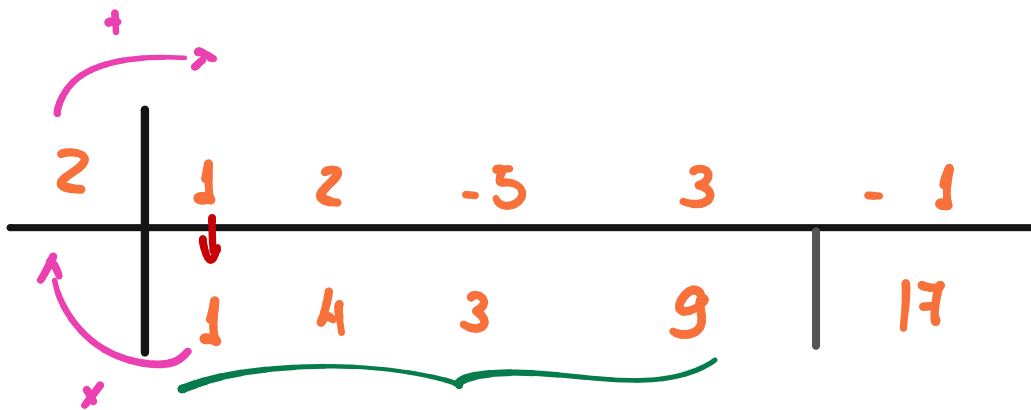
$\downarrow$
 r

RAIZ DE $d(x)$	COEFICIENTES DE $P(x)$	
	COEFICIENTES DE $q(x)$	RESTO r



$$p(x) = x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 3x - 1$$

$$d(x) = x - 2 \rightarrow x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$



$$q(x) = 1x^3 + 4x^2 + 3x + 9$$

$$r = 17$$



EXEMPLO

$$p(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 2$$

$$d(x) = x - 3 \rightarrow x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$$

3		2	5	- 3	2
		2	11	30	92
					

$$\underline{q(x) = 2x^2 + 11x + 30}$$

$$\underline{r = 92}$$



EXEMPLO

$$p(x) = x^5 - 5x^3 + x^2 - 1$$

$$d(x) = x + 1 \quad \xrightarrow{x - (-1)} \quad \Rightarrow \quad x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = -1}$$

-1		1	0	-5	1	0	-1
		1	-1	-4	5	-5	4

$$\boxed{q(x) = x^4 - x^3 - 4x^2 + 5x - 5}$$

$$\boxed{r = 4}$$



BRUT RUFFINI - OBSERVAÇÃO



SE O POLINÔMIO DIVISOR $d(x)$ É DO TIPO

$$d(x) = ax + b$$



DIVIDIR O QUOCIENTE $q(x)$ POR "a".



$$p(x) = 3x^3 - 8x^2 - x - 4$$

$$d(x) = 2x - 6 \rightarrow 2x - 6 = 0$$

$$x = 3$$

3	3	-8	-1	-4
3	1	2	2	

$q(x) = \frac{3x^2 + x + 2}{2}$

$\rightarrow r = 2$

$$q(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1$$



EXEMPLO

$$p(x) = 2x^3 - x^2 + 4$$

$$d(x) = 3x + 3 \rightarrow 3x + 3 = 0$$

$$x = -1$$

-1	2	-1	0	4
	2	-3	3	1

$$q(x) = \frac{2x^2 - 3x + 3}{3}$$

$$r = 1$$

$$q(x) = \frac{2}{3}x^2 - x + 1$$



EXEMPLO

$$p(x) = x^4 - 2x^3 + x - 2$$

$$d(x) = 2x - 6 \rightarrow 2x - 6 = 0$$

$$x = 3$$

3		1	-2	0	1	-2
		1	1	3	10	28

$$q(x) = \frac{x^3 + x^2 + 3x + 10}{2}$$

$$r = 28$$

$$q(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 5$$



* TEOREMA DO RESTO *

"O RESTO DA DIVISÃO DE UM POLINÔMIO $p(x)$ POR UM POLINÔMIO $d(x) = ax + b$ É IGUAL A $p\left(-\frac{b}{a}\right)$. OU SEJA, É O VALOR NUMÉRICO DE $p(x)$ QUANDO x É A RAIZ DE $d(x)$ "

$$\begin{array}{l} p(x) \\ R(x) \end{array} \bigg| \begin{array}{l} ax + b \\ q(x) \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} ax + b = 0 \\ ax = -b \end{array}$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

$$r = p\left(-\frac{b}{a}\right)$$



$$p(x) = x^5 + 2x^4 - 5x^2 - 1$$

$$d(x) = 3x - 6 \longrightarrow 3x - 6 = 0$$
$$\underline{x = 2}$$

$$x^5 + 2x^4 - 5x^2 - 1 \quad | \quad 3x - 6$$

$$r = p(2)$$

$$= 2^5 + 2 \cdot 2^4 - 5 \cdot 2^2 - 1$$

$$= 32 + 32 - 20 - 1$$

$$r = 43$$



TEOREMA DO RESTO - DEMONSTRAÇÃO

$$\begin{array}{l} p(x) \quad | \quad ax+b \\ r \quad \quad q(x) \end{array}$$

$$p(x) = (ax + b) \cdot q(x) + r$$

$$\downarrow x = -\frac{b}{a}$$

$$p\left(-\frac{b}{a}\right) = \underbrace{\left(a \cdot \underbrace{-\frac{b}{a}}_0 + b\right)}_0 \cdot q\left(-\frac{b}{a}\right) + r$$

$$p\left(-\frac{b}{a}\right) = r$$



EXEMPLO

CALCULE O RESTO DA DIVISÃO ABAIXO:

$$p(x) = x^7 - x^6$$

$$d(x) = 3x - 6$$

$$\hookrightarrow 3x - 6 = 0$$

$$x = 2$$

$$r = p(2)$$

$$r = 2^7 - 2^6$$

$$r = 128 - 64$$

$$r = 64$$



EXEMPLO

CALCULE O RESTO DA DIVISÃO ABAIXO:

$$p(x) = x^5 + 4x^3 - 7x^2 + 5x - 2$$

$$d(x) = 2x - 2$$

$$\hookrightarrow 2x - 2 = 0$$

$$x = 1$$

$$r = p(1)$$

$$r = 1^5 + 4 \cdot 1^3 - 7 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 2$$

$$r = 1 + 4 - 7 + 5 - 2$$

$$r = 1$$



EXEMPLO

Um Polinômio $p(x)$ Quando Dividido Por $x+3$ Dá Resto 3 e Por $x-2$ Dá Resto 6. Calcule o Resto da Divisão de $p(x)$ Por $(x+3)(x-2)$.

$$x+3=0 \rightarrow x=-3$$

$$r_1 = p(-3) \rightarrow \boxed{3 = p(-3)}$$

$$x-2=0 \rightarrow x=2$$

$$r_2 = p(2) \rightarrow \boxed{6 = p(2)}$$

$$\begin{array}{l} p(x) \overline{) (x+3)(x-2)} \\ ax+b \end{array} \quad q(x) \rightarrow \boxed{p(x) = q(x) \cdot (x+3)(x-2) + ax+b}$$

$$x=-3 \rightarrow p(-3) = a \cdot (-3) + b \rightarrow -3a + b = 3$$

$$x=2 \rightarrow p(2) = a \cdot 2 + b \rightarrow 2a + b = 6$$

$$5a = 3$$

$$\boxed{a = \frac{3}{5}}$$

$$2 \cdot \frac{3}{5} + b = 6$$

$$b = 6 - \frac{6}{5} = \frac{24}{5}$$

UNIVERSO NARRADO

$$\boxed{R(x) = \frac{3}{5}x + \frac{24}{5}}$$

EXEMPLO

DETERMINE m PARA QUE O POLINÔMIO

$$p(x) = 2x^3 + 5x^2 - mx + 2$$

SEJA DIVISÍVEL POR $x - 2$. $\rightarrow x - 2 = 0$
 $x = 2$

T. RESTO $\rightarrow r = p(\text{Raiz})$

$$0 = p(2)$$

$$0 = 2 \cdot 2^3 + 5 \cdot 2^2 - m \cdot 2 + 2$$

$$0 = 16 + 20 - 2m + 2$$

$$2m = 38$$

$$m = 19$$

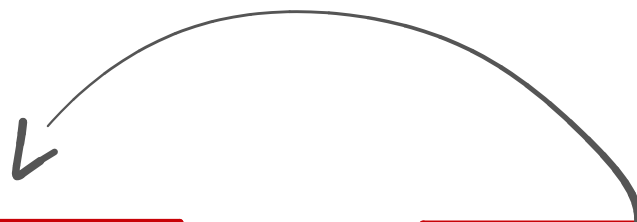


* TEOREMA DE D'ALEMBERT *

Um Polinômio $P(x)$ é divisível por um

Polinômio $d(x) = ax + b$

se, e somente se, $P\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$



$P(x)$ é divisível
por $ax + b$



$$P\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$$



$x^3 + x^2 + x + 1$ É DIVISÍVEL POR $x+1$?
 $p(x)$

$x = -1$

$$p(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1$$

$$= -1 + 1 - 1 + 1 = 0 \quad \text{Sim!}$$

$$(x^3 + x^2 + x + 1) = (x+1)(\underline{\quad ? \quad})$$

$p(3) = 0$: O Que Podemos Concluir ?

$p(x)$ é DIVISÍVEL POR $x - 3$



DEM.:

$$p(x) \mid \frac{ax+b}{q(x)}$$

$$p(x) = (ax+b) \cdot q(x) + r$$

* Se $p\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$

$$\underbrace{p\left(-\frac{b}{a}\right)}_0 = \underbrace{\left(a \cdot \left(-\frac{b}{a}\right) + b\right)}_0 q\left(-\frac{b}{a}\right) + r$$

$$\boxed{r = 0} \rightarrow p(x) \text{ é Div. Por } ax+b$$

* $p(x)$ é Divisível Por $ax+b$ ($r=0$)

$$p(x) = (ax+b) \cdot q(x) + 0$$

$$p\left(-\frac{b}{a}\right) = \underbrace{\left(a \cdot \left(-\frac{b}{a}\right) + b\right)}_0 q\left(-\frac{b}{a}\right)$$

$$\boxed{p\left(-\frac{b}{a}\right) = 0}$$



EXEMPLO

Mostre que o Polinômio $p(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
é Divisível Por $d(x) = x - 1$

$$\downarrow$$
$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

$$p(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 - 1$$
$$= 1 - 3 + 3 - 1$$

$$p(1) = 0$$

Sim !

$p(x)$ é Divisível Por $x - 1$



PROBLEMAS GERAIS

EXEMPLO

Qual o resto da divisão de $p(x) = x^{110} - x$

Por $d(x) = x^2 + x$



EXEMPLO

Qual o resto da divisão de $p(x) = x^{110} - x$

Por $d(x) = x^2 + x$?

$$\begin{array}{l} p(x) \\ R(x) \end{array} \begin{array}{l} | \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} d(x) \\ q(x) \end{array} \rightarrow p(x) = q(x) \underbrace{(x^2 + x)} + ax + b$$

$ax + b$

$$x^2 + x = 0 \rightarrow x(x+1) = 0$$

$$x = 0$$

$$x = -1$$

$$p(0) = a \cdot 0 + b \rightarrow 0^{110} - 0 = b \rightarrow b = 0$$

$$p(-1) = a(-1) + \cancel{b}^0 \rightarrow (-1)^{110} - (-1) = -a$$

$$1 + 1 = -a$$

$$a = 2$$

$$R(x) = 2x$$



EXEMPLO

$P(x)$ É DIVISÍVEL POR $x - 1$ E, QUANDO DIVIDIDO POR $x^2 - 2$ FORNECE QUOCIENTE $x^2 + 1$ E RESTO $R(x)$. CALCULE $P(x)$ E $R(x)$ SE $R(-1) = 3$.

$$p(x) = (x^2 - 2)(x^2 + 1) + ax + b$$

$$p(1) = 0 \rightarrow 0 = (1^2 - 2)(1^2 + 1) + a \cdot 1 + b$$

$$0 = (-1)(2) + a + b$$

$$a + b = 2$$

$$R(-1) = 3 \rightarrow a \cdot (-1) + b = 3$$

$$-a + b = 3$$

$$\begin{cases} a + b = 2 \\ -a + b = 3 \end{cases}$$

$$2b = 5$$

$$b = \frac{5}{2}$$

$$2a = -1$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$R(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$p(x) = x^4 + x^2 - 2x^2 - 2 - \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$p(x) = x^4 - x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

