Aula 06

BNB - Raciocínio Lógico e Quantitativo - 2023 (Pré-Edital)

Autor:
Equipe Exatas Estratégia Concursos

14 de Abril de 2023

Índice

TEORIA DOS CONJUNTOS

Introdução à Teoria dos Conjuntos

Definição de Conjunto

Iniciaremos o nosso estudo da matemática pela **Teoria dos Conjuntos**. A escolha desse conteúdo é **cuidadosamente pensada** para que você possa formar **uma base sólida,** que lhe servirá de alicerce na construção de toda matemática necessária a sua prova.

A palavra "conjunto" significa exatamente o que você deve estar pensando: uma espécie de **grupo, lista** ou **uma coleção** de determinado objeto. Observe alguns exemplos de **como podemos representar** conjuntos na matemática:

- $A = \{a, b, c, d, e\}$
- $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$
- $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

O conjunto A é formado pelas **5 primeiras letras** no nosso alfabeto. O conjunto B é formado por **5 números pares**. O conjunto C é formado por **10 números ímpares**. Você pode estar se perguntando: *só podemos fazer conjuntos de números e letras?*

A resposta é não! Podemos criar conjuntos de basicamente qualquer coisa, desde um conjunto representando **os funcionários de determinada empresa** a **conjuntos formados por outros conjuntos!** Por exemplo, o conjunto E lista alguns professores de exatas do Estratégia Concursos.

- $E = \{Francisco, Eduardo, Vinicius, Luana, Djefferson\}$

Primeiramente, note que um conjunto muitas vezes aparecerá com seus elementos listados **dentro de um par de chaves**. Por isso, sempre que for escrever algum conjunto, não esqueça de colocar seus elementos aqui dentro: { }. É também usual as pessoas nomearem seus conjuntos com letras maiúsculas, mas **isso não é mandatório, nem necessário,** em algumas situações.

Relação de Pertinência

Quando um elemento faz parte de determinado conjunto, dizemos que **o elemento PERTENCE ao conjunto**. Essa relação de pertinência **entre um elemento e um conjunto** é representada pelo símbolo $\in$.

- $b \in A$: **Lemos**: b **pertence** a A;
- $4 \in B$: **Lemos**: 4 **pertence** a B;
- $15 \in C$: **Lemos**: 15 **pertence** a C.

Atente-se à simbologia! Podemos dizer que um elemento **não pertence** a um determinado conjunto. Para isso, utilizamos o símbolo "não pertence": $\notin$.

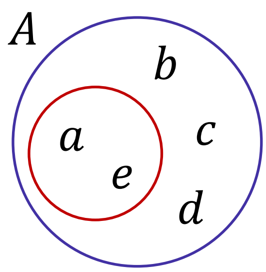
- $z \notin A$: z **não pertence** a A;
- $100 \notin B$: 100 **não pertence** a B;
- $Beltrano \notin E$: $Beltrano$ **não pertence** a E.

Relação de Inclusão

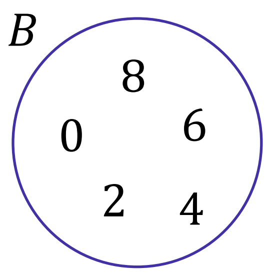
Existe mais um tipo de relação que devemos estudar: **a relação de inclusão**. Nesse tipo de relação, é estabelecido **um relacionamento entre dois conjuntos** e não mais entre um elemento e outro conjunto. Para isso, usamos uma simbologia específica que você deverá guardar: $\subset, \not\subset, \supset$ ***e*** $\not\supset$. Vamos ver com calma o que cada um deles diz! Considere: $\boldsymbol{A = \{a, b, c, d, e\}}$, $\boldsymbol{B = \{0, 2, 4, 6, 8\}}$ e $\boldsymbol{C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}}$.

- $\{a, e\} \subset A$: **Lemos**: $\{a, e\}$ **está contido** em A;
- $\{0, 2, 8\} \subset B$: **Lemos**: $\{0, 2, 8\}$ **está contido** em B;

Perceba que agora não estamos estabelecemos uma relação entre um elemento e um conjunto**. A relação de inclusão envolve <u>2 conjuntos</u>!** Diante disso, podemos introduzir um novo termo: **o subconjunto**. O subconjunto nada mais é do que **parte de um conjunto maior**. Quando dizemos, por exemplo, que $\boldsymbol{\{a, e\}}$ **está contido em $\boldsymbol{A}$**, estamos dizendo, com outras palavras, que $\{a, e\}$ é um subconjunto de $\boldsymbol{A}$.



O diagrama acima ajuda a compreender a relação de inclusão. Observe que **o conjunto $\boldsymbol{\{a, e\}}$ está inteiramente contido em $\boldsymbol{A}$**. Nessas condições, dizemos que $\{a, e\}$ está contido em A ou ainda que $\{a, e\}$ é um subconjunto de A. Algumas vezes, você poderá ver **o termo "parte" sendo usado como sinônimo de subconjunto**. Agora, imagine a seguinte situação:



Nesse caso, temos que $\{a, e\} \not\subset B$: **Lemos**: $\{a, e\}$ não está contido em B ou $\{a, e\}$ não é um subconjunto de B. Vamos ver mais alguns exemplos de quando **um conjunto não está contido em outro**:

- $\{a, e, f\} \not\subset A$
- $\{1, 3, 5\} \not\subset B$
- $\{0, 1\} \not\subset C$
- $\{Sicrano, Beltrano\} \not\subset E$

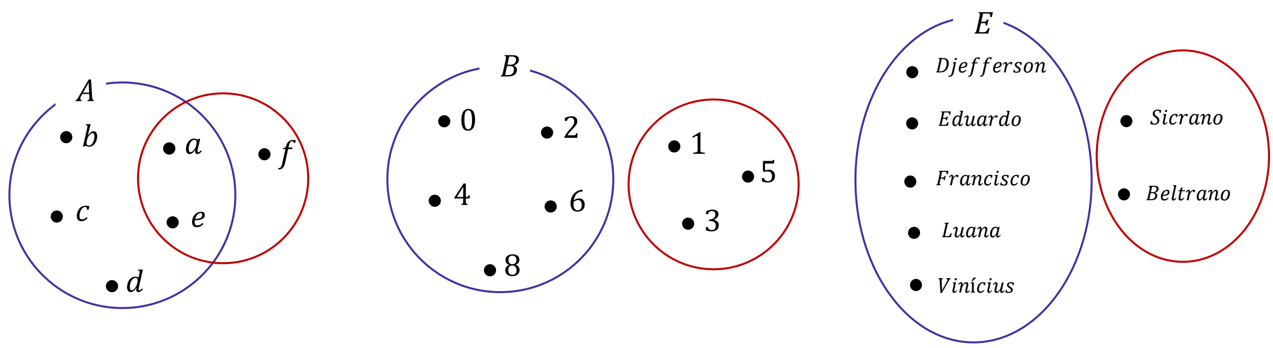
Perceba que **basta um elemento do conjunto não pertencer** ao conjunto maior que **não poderemos estabelecer uma relação de inclusão** entre os dois conjuntos e, portanto, dizemos que um não está contido no outro. Pessoal, **se $\{a, e\}$ está contido em A,** então também podemos dizer que **A contém $\{a, e\}$**. Quando queremos expressar essa ideia de que um conjunto maior contém determinado subconjunto, utilizamos o símbolo $\supset$.

- $A \supset \{a, e\}$: A **contém** $\{a, e\}$
- $B \supset \{0, 2, 8\}$: B **contém** $\{0, 2, 8\}$
- $C \supset \{1, 3, 5, 19\}$: C **contém** $\{1, 3, 5, 19\}$
- $E \supset \{Francisco, Eduardo\}$: E **contém** $\{Francisco, Eduardo\}$

Analogamente, podemos estender o raciocínio para quando queremos dizer que determinado conjunto **não contém outro**. Nessas situações, utilizamos $\not\supset$.

- $A \not\supset \{a, e, f\}$: A **não contém** $\{a, e, f\}$
- $C \not\supset \{0, 1\}$: C **não contém** $\{0, 1\}$
- $E \not\supset \{Sicrano, Beltrano\}$ -- E **não contém** $\{Sicrano, Beltrano\}$

ESQUEMATIZANDO



$A \not\supset \{a, e, f\}$ $B \not\supset \{1, 3, 5\}$ $E \not\supset \{Sicrano, Beltrano\}$

HORA DE PRATICAR!

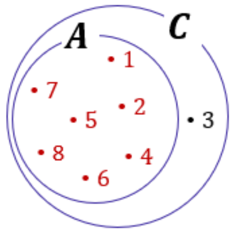
(PREF. DE PINHAIS/2019) Considerando os conjuntos $A = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $B = \{1, 3, 4, 5, 6, 9, 10\}$ e $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, assinale a alternativa CORRETA:

A) O conjunto A está contido no conjunto B.
B) O conjunto B está contido no conjunto A.
C) O conjunto C está contido no conjunto B.
D) O conjunto C está contido no conjunto A.
E) O conjunto A está contido no conjunto C.

Comentários:

$$\boldsymbol{C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}}$$

Observe que os elementos destacados em vermelho **são exatamente todos os elementos do conjunto A**. Perceba, portanto, que **A está contido em C**. Para facilitar a visualização, veja o diagrama a seguir.



Gabarito: Letra E.

Igualdade entre Conjuntos

Pessoal, dois conjuntos são considerados iguais (ou idênticos) se eles possuem **exatamente os mesmos elementos!** Todo elemento que estiver em um deve necessariamente estar no outro. Por exemplo, considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 2,1\}$. Nessa situação, podemos escrever que $A = B$.

Professor, mas a ordem está diferente!

Não importa! O importante é que todos elementos de A são os mesmos elementos de B.

HORA DE PRATICAR!

(MPE-GO/2022) Sejam x e y números tais que os conjuntos $\{0, 8, 2\}$ e $\{x, y, 2\}$ são iguais, podemos afirmar que:

A) $x = 0$ e $y = 8$

B) $x + y = 8$

C) $x < y$

D) $x + 2y = 8$

Comentários:

Para que os dois conjuntos sejam iguais, **seus elementos devem ser iguais**. Note que o "2" já aparece nos dois conjuntos, então não vamos nos preocupar com ele.

$$\{0, 8, 2\}$$

$$\{x, y, 2\}$$

Com isso, observe que **podemos ter duas situações**.

1ª situação) $x = 0$ e $y = 8$

2ª situação) $x = 8$ e $y = 0$

Sabendo disso, vamos analisar as alternativas.

A) $x = 0$ e $y = 8$

Errado. Essa é a nossa primeira situação, que não é necessariamente verdade. Também é uma possibilidade o caso em que $x = 8$ e $y = 0$.

B) $x + y = 8$

Correto. Esse é nosso gabarito, pessoal. Verifique que **independentemente da situação**, sempre vamos ter $x + y = 8$. Afinal, sempre um vai ser 0 (zero) e o outro será 8 (oito), de forma que a soma é sempre 8 (oito).

C) $x < y$

Errado. Essa afirmação é verdade apenas para a primeira situação. Como podemos ter o caso em que $x = 8$ e $y = 0$, tem-se também que x pode ser maior que y.

D) $x + 2y = 8$

Errado. Essa equação é válida apenas para a segunda situação. No caso em que $x = 0$ e $y = 8$, já é possível verificar que ela é inválida.

Gabarito: LETRA B.

Subconjuntos

Vamos aprofundar um pouco o nosso estudo sobre **os subconjuntos**. Para começar, tente dizer quais são os subconjuntos do conjunto $A = \{a, b\}$. *Pronto?* Observe como fica:

Conjunto	Subconjuntos
$A = \{a, b\}$	$\emptyset$
	$\{a\}$
	$\{b\}$
	$\{a, b\}$

A tabela acima lista todos os subconjuntos que podemos formar utilizando o conjunto A. Sabendo disso, podemos escrever as seguintes relações:

- $\emptyset \subset A$
- $\{a\} \subset A$
- $\{b\} \subset A$
- $\{a, b\} \subset A$

Devemos falar um pouco do **conjunto vazio e conjunto unitário**. O conjunto vazio, como o próprio nome sugere, **é um conjunto que não possui elementos**! É representado por meio do **símbolo** $\emptyset$ mas também pode aparecer como um simples par de chaves $\{\,\}$. Já **o conjunto unitário** é todo conjunto que **possui um único elemento**!

TOME NOTA!

O conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto.

Seja X um conjunto genérico, então:

$$\emptyset \subset X \qquad ou \qquad \{\,\} \subset X$$

Observe que $\{a, b\} \subset A$, indicando que **qualquer conjunto é também um subconjunto de si mesmo**! Seja $B = \{a, b, c\}$. Vamos listar os seus subconjuntos também?

Conjunto	Subconjuntos
$B = \{a, b, c\}$	$\emptyset$
	$\{a\}$
	$\{b\}$
	$\{c\}$
	$\{a, b\}$
	$\{a, c\}$
	$\{b, c\}$
	$\{a, b, c\}$

Quando um subconjunto de B é diferente do próprio B, chamamos ele de **subconjunto próprio de B**. Por exemplo, $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}$ são subconjuntos próprios de B. Já o subconjunto $\{a, b, c\}$ é denominado **impróprio** pois é igual ao próprio B! Com os conjuntos listados na tabela acima são subconjuntos de B, então podemos escrever:

- $\emptyset \subset B$
- $\{a\} \subset B$
- $\{b\} \subset B$
- $\{c\} \subset B$
- $\{a, b\} \subset B$
- $\{a, c\} \subset B$
- $\{b, c\} \subset B$
- $\{a, b, c\} \subset$

Pessoal, observe que **os subconjuntos de um conjunto são apenas diferentes combinações de seus elementos**. Portanto, se você precisar listar os subconjuntos, siga os seguintes passos:

Passo 1: O primeiro conjunto que você deve anotar como subconjunto é o **conjunto vazio**.

Passo 2: Depois, transforme em subconjunto cada elemento, um por um.

Passo 3: Em seguida, escreva os subconjuntos formado por pares de elementos.

Passo 4: Acabando os pares, pegue os trios e assim sucessivamente.

Seguindo essa receita, vamos listar os subconjuntos de $C = \{1, 2, 3\}$?

Passo 1: Você não deve esquecer que **o conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto**, portanto:

$$\emptyset$$

Passo 2: Transformando cada elemento em um subconjunto, **um por um**.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}$$

Passo 3: Escrever os subconjuntos formado por **pares** de elementos.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2,3\}$$

Passo 4: Ir para os trios.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2,3\}, \{1, 2, 3\}$$

Como o conjunto C só possui 3 elementos, encerramos por aqui! Listamos todos os subconjuntos dele. Observe que quando tínhamos um conjunto com **2 elementos, obtivemos 4 subconjuntos**. Ao aumentar um elemento no conjunto, **passamos a ter 8 subconjuntos**. Será que é possível estabelecer uma fórmula para calcular **o número de subconjuntos baseado na quantidade de elementos de um conjunto**?

É possível sim e **a fórmula é bem simples**. Seja $n(A)$ **o número de elementos de um conjunto A**. Então, **o número de subconjuntos de A, n_{S_A}**, é dado por:

$$\boxed{n_{S_A} = 2^{n(A)}}$$

Por exemplo, vamos voltar no conjunto $C = \{1, 2, 3\}$. Como ele tem **três elementos**, para encontrar o número de subconjuntos de C, fazemos assim:

$$n_{S_C} = 2^{n(C)} \quad \rightarrow \quad n_{S_C} = 2^3 \quad \rightarrow \quad n_{S_C} = 8$$

Logo, C tem **oito subconjuntos**.

HORA DE PRATICAR!

(Polícia Federal/2021) Considere os seguintes conjuntos:

P = {todos os policiais federais em efetivo exercício no país}
P_1 = {policiais federais em efetivo exercício no país e que têm até 1 ano de experiência no exercício do cargo}
P_2 = {policiais federais em efetivo exercício no país e que têm até 2 anos de experiência no exercício do cargo}
P_3 = {policiais federais em efetivo exercício no país e que têm até 3 anos de experiência no exercício do cargo}

e, assim, sucessivamente. Com base nessas informações, julgue o item que se seguem.

P_2 é subconjunto de P_1.

Comentários

Galera, para que P_2 seja um subconjunto de P_1, **P_2 precisa estar contido em P_1**. De acordo com o enunciado, P_2 representa os policiais federais em exercício no país com até 2 anos de experiência, enquanto P_1 são aqueles com até 1 ano de experiência.

Observe que um policial que possuísse **um ano e meio de experiência**, pertenceria a P_2, mas não a P_1. Logo, não podemos dizer que P_2 é um subconjunto de P_1, uma vez que podem existir elementos em P_2 que não estejam em P_1.

Gabarito: ERRADO.

(IDAF-AC/2020) Quantos subconjuntos possui o conjunto das vogais?

A) 10

B) 25

C) 32

D) 50

Comentários

Seja $\boldsymbol{V}$ o conjunto formado por **todas as vogais**, então temos que: $V = \{a, e, i, o, u\}$

O conjunto acima **possui 5 elementos**, sabemos que o número de subconjuntos de um conjunto depende da quantidade de elementos e é dado através de uma fórmula.

$$n_{S_V} = 2^{n(V)} \quad \rightarrow \quad n_{S_V} = 2^5 \quad \rightarrow \quad n_{S_V} = 32$$

Gabarito: Letra C.

Conjunto das Partes

Você sabia que **podemos juntar todos os subconjuntos de um conjunto para formar um novo conjunto**? Esse novo conjunto formado é denominado **conjunto das partes** e é representado pelo **símbolo** $\wp$. Por exemplo, os **conjuntos das partes** de $A = \{a, b\}$ e de $B = \{a, b, c\}$ são:

$$\wp(A) = \{\{\ \}, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

$$\wp(B) = \{\{\ \}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$$

Observe que $\wp(A)$ e $\wp(B)$ são **conjuntos formados por outros conjuntos**! Note ainda que **a sua quantidade de elementos é exatamente a quantidade de subconjuntos** calculada pela fórmula $\boldsymbol{nS_A = 2^{n(A)}}$. Um outro ponto que chamamos atenção é que, no conjunto das partes, listamos **o conjunto vazio** $\{\ \}$ explicitamente com um dos seus elementos.

(PREF. PETROLINA/2019) Dado um conjunto A, representa-se por $\wp(A)$ o conjunto formado por todos os subconjuntos de A – o chamado conjunto das partes que também costuma ser representado por 2^A. Se $A = \{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$, qual das alternativas seguintes NÃO é elemento de $\wp(A)$?

A) ϕ

B) $\{\phi, 1\}$

C) $\{1, \{\phi, 1\}\}$

D) $\{\phi, \{\phi\}\}$

E) $\{1, \{1\}\}$

Comentários:

O jeito mais imediato de resolver a questão **é listar todos os subconjuntos de A**. Perceba que teremos $2^4 =$ **16 subconjuntos**. Para nos auxiliar, vamos usar uma tabela. Vale também destacar que **ϕ representa o conjunto vazio** e você deve lembrar que **o conjunto vazio é sempre subconjunto** de qualquer conjunto.

Conjunto	Subconjuntos	
$\{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$	ϕ	$\{\{\phi\}, 1\}$
	$\{\phi\}$	$\{\{\phi\}, \{1\}\}$
	$\{\{\phi\}\}$	$\{1, \{1\}\}$
	$\{1\}$	$\{\phi, \{\phi\}, 1\}$
	$\{\{1\}\}$	$\{\phi, 1, \{1\}\}$
	$\{\phi, \{\phi\}\}$	$\{\phi, \{\phi\}, \{1\}\}$
	$\{\phi, 1\}$	$\{\{\phi\}, 1, \{1\}\}$
	$\{\phi, \{1\}\}$	$\{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$

Ao listar os subconjuntos do conjunto A, percebemos que apenas o conjunto $\{1, \{\phi, 1\}\}$ não é elemento de $\wp(A)$. Isso acontece, pois, o conjunto $\{\phi, 1\}$ **não é elemento de A**.

▪

Gabarito: Letra C.

INDO MAIS FUNDO!

Observe o conjunto F exemplificado abaixo.

$$F = \{1, 2, 3, \{a, b, c\}, \{d, e, f\}, \{W\}\}$$

Assim como o conjunto das partes, ***F* é um conjunto que possui como elemento outros conjuntos**. Note que o conjunto $\{a, b, c\}$ **é um elemento de F**. Nessas situações, e somente nelas, podemos escrever $\{a, b, c\} \in F$. Galera, muita atenção aqui! **$\{a, b, c\}$ não é um subconjunto de F, é um elemento!** Perceba que ele está listado juntamente com os demais elementos!

- $1 \in F$
- $2 \in F$
- $3 \in F$
- $\{a, b, c\} \in F$
- $\{d, e, f\} \in F$
- $\{W\} \in F$

E nesses casos, *quando usaremos a relação de inclusão?* Veja alguns exemplos de subconjuntos de F:

- $\{1\} \subset F$
- $\{1,2\} \subset F$
- $\{1,2,3\} \subset F$
- $\{\{a,b,c,\}\} \subset F$
- $\{\{W\}\} \subset F$
- $\{\{a,b,c,\},\{d,e,f\},\{W\}\} \subset F$

Observe que, para representar os subconjuntos que contém outros conjuntos, utilizamos, sem problema algum, dois pares de chaves. Tenha bastante cuidado em questões que tragam esse tipo de abordagem! Já vi muitas bancas se enrolarem ao cobrar questões com essa temática, pois desconhecem que conjuntos podem sim ser elementos de outros conjuntos e que podemos estabelecer uma relação de pertinência nessas situações.

HORA DE PRATICAR!

(PREF. JEQUIÉ/2018) Considerando o conjunto $A = \{\Omega, \Delta, \{\Delta\}\}$ qual das afirmações abaixo não está correta?

A) $\Omega \in \mathrm{A}$

B) $\Omega \subset \mathrm{A}$

C) $\{\Delta\} \subset A$

D) $\{\Delta\} \in A$

Comentários:

Os elementos de A são: Δ, $\{\Delta\}$ e Ω. Logo: $\begin{cases} \Delta \in \mathrm{A}; \\ \{\Delta\} \in A; \\ \Omega \in \mathrm{A}. \end{cases}$

Essa pequena análise permite concluir que **as alternativas A e D estão corretas** e, portanto, não podem ser nosso gabarito, já que **ele procura a alternativa incorreta**. Observe que como **$\boldsymbol{\Delta}$ é um elemento de $\boldsymbol{A}$**, então podemos dizer que **$\{\boldsymbol{\Delta}\}$ é um subconjunto de $\boldsymbol{A}$**.

Dessa forma, é também correto escrever que $\{\Delta\} \subset \mathrm{A}$. *Opa, espere aí, professor! Então podemos dizer nessa situação que $\{\Delta\} \subset A$ e $\{\Delta\} \in A$?* Isso! **Essa conclusão somente é válida pois $\boldsymbol{\Delta}$ e $\{\boldsymbol{\Delta}\}$ são elementos de um mesmo conjunto**!

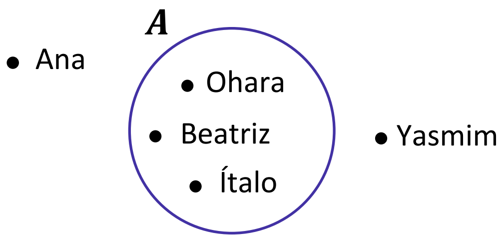
Ao escrever que $\{\boldsymbol{\Delta}\} \subset \mathbf{A}$ estamos nos referindo ao subconjunto $\{\boldsymbol{\Delta}\}$ que existe pois $\boldsymbol{\Delta}$ é um elemento de $\boldsymbol{A}$. **Quando escrevemos $\{\boldsymbol{\Delta}\} \in \boldsymbol{A}$, estamos nos referindo ao elemento $\{\boldsymbol{\Delta}\}$, que é explicitamente declarado**. O subconjunto associado ao elemento $\{\Delta\}$ é representado com mais um par de chaves: $\{\{\Delta\}\}$. Nessa situação, dizemos que $\{\{\Delta\}\} \subset A$.

Com isso, a única alternativa que pode estar errada é a **letra B**, pois **$\boldsymbol{\Omega}$ é um elemento de A e, portanto, o correto seria $\boldsymbol{\Omega} \in \mathbf{A}$**.

União, Intersecção, Complementar e Diferença

Representação por Diagramas

Você deve ter visto ao longo da aula que **apareceram alguns conjuntos na forma de diagramas**. Esse tipo de representação é extremamente útil na resolução de questões, pois **possibilita uma melhor compreensão do problema**. Por exemplo, seja $\boldsymbol{A}$ o conjunto de funcionários de uma determinada empresa.



Todos aqueles que estão dentro do conjunto $\boldsymbol{A}$ **representam funcionários da empresa. Quem está fora, não é funcionário da empresa**. Olhando simplesmente para o diagrama, podemos dizer que:

- $Ohara \in A$;
- $Beatriz \in A$;
- $Italo \in A$;
- $Yasmim \notin A$;
- $Ana \notin A$.

Esses diagramas são bastante conhecidos no meio matemático e possuem um nome especial: são os **Diagramas de Venn-Euler** ou, simplesmente, **Diagramas de Venn**. Esse tipo de representação é utilizado principalmente quando **precisamos representar vários conjuntos ao mesmo tempo**. Nos tópicos a seguir, usaremos bastante esses diagramas e você logo ficará habituado.

Existem diferentes maneiras de representarmos os conjuntos. A primeira dela é como estamos fazendo desde o começo da aula, como por exemplo, em $V = \{a, e, i, o, u\}$. Chamamos esse tipo de representação de "**representação por enumeração**".

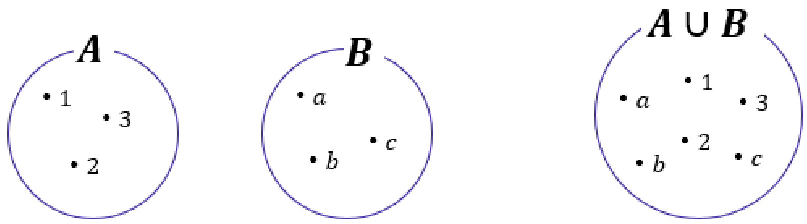
Ademais, temos a **representação por propriedade**. Para entender melhor, considere o mesmo conjunto V citado anteriormente. Ele também poderia ser escrito da seguinte forma: $\boldsymbol{V = \{\mathrm{x} \mid \mathrm{x}\ \text{é}\ \mathrm{vogal}\}}$.

Na prática, podemos ler tal conjunto da seguinte forma: **V é o conjunto dos elementos de x, tal que x é vogal**. Lemos essa barrinha vertical como **"tal que"**. **Não esqueça!**

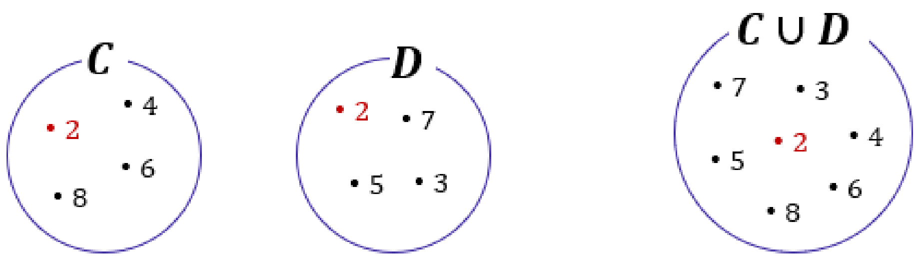
Por fim, temos a **representação por diagramas** que estudamos agora a pouco! Fechou?

União

Nessa parte da nossa aula, veremos que existem **várias operações** que os conjuntos podem se submeter. A mais conhecida talvez seja **a união (ou reunião) de conjuntos**. A união de conjuntos é representada pelo **símbolo** ∪ e, basicamente, **funde dois conjuntos em um só**.



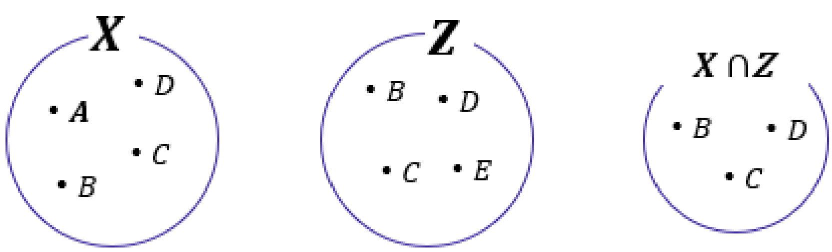
No diagrama acima, temos que $\boldsymbol{A} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}\}$ e $B = \{a, b, c\}$. Quando fazemos a união de A e B, criamos um conjunto que possui **todos os elementos dos dois conjuntos**, $\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$. Haverá casos em que os conjuntos possuirão um mesmo elemento e, quando for necessário fazer a união dos dois, **você não precisará escrever duas vezes o elemento repetido**. Observe um exemplo nos diagramas abaixo.



Note que **o 2 é um elemento comum aos dois conjuntos**: $C = \{2, 4, 8, 6\}$ e $D = \{2, 3, 5, 7\}$. Nessas situações, quando fazemos a união de conjuntos que possuem elementos em comum, **esse elemento não vai aparecer duas vezes no conjunto união**! Confira que $C \cup D = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, **o 2 aparece apenas uma vez**.

Intersecção

A operação que seleciona **os elementos comuns entre dois ou mais conjuntos é denominada intersecção e é representada por** ∩. Por exemplo, nos diagramas acima o número 2 é o único elemento comum entre C e D. Logo, o conjunto intersecção será formado apenas pelo elemento 2: $\boldsymbol{C} \cap \boldsymbol{D} = \{\mathbf{2}\}$. Veja mais um exemplo abaixo.



Temos que $X = \{A, B, C, D\}$ e $Z = \{B, C, D, E\}$. São dois conjuntos distintos, mas que **possuem alguns elementos em comum**. Os elementos B, C e D aparecem nos 2 conjuntos e formam o conjunto intersecção: $\boldsymbol{X \cap Z = \{B, C, D\}}$. Vamos treinar um pouco esses conceitos?

HORA DE PRATICAR!

(PREF. ÂNGULO/2020) Sejam os conjuntos $A = \{0,1,3,5,7\}$, $B = \{0,2,4,6,8\}$ e $C = \{0,14,15\}$, assinale a alternativa correta.

A) $A \cap B \cap C = \{0\}$
B) $A \cup C = \{1, 3, 5, 7, 14, 15\}$
C) $B \cap C = \{2, 4, 6, 8, 14, 15\}$
D) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 15\}$

Comentários:
Devemos verificar alternativa por alternativa.

A) $A \cap B \cap C = \{0\}$
Alternativa correta. Nessa alternativa, devemos buscar **a intersecção dos três conjuntos** dados no enunciado. A intersecção é formada pelos **elementos que são comuns aos três conjuntos**. Por exemplo, **observe que o número 0 pertence tanto ao conjunto A, B e C**. Logo, com certeza o 0 é elemento de $A \cap B \cap C$. Observe que **não há nenhum outro elemento que aparece nos três conjuntos**. Com isso, podemos dizer que, de fato, $A \cap B \cap C = \{0\}$.

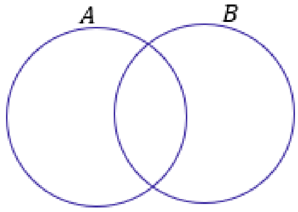
B) $A \cup C = \{1, 3, 5, 7, 14, 15\}$
Alternativa incorreta. Para obter a união de dois conjuntos, **juntamos todos os elementos dos dois conjuntos** e se houver elementos repetidos, basta escrevê-los apenas uma vez, eles não vão contar duas vezes. Veja, no entanto, que **o 0 é elemento de A e de C, mas não aparece no conjunto união dos dois**.

C) $B \cap C = \{2,4,6,8,14,15\}$
Alternativa incorreta. A intersecção representa apenas os elementos em comum entre dois ou mais conjuntos. *Quais são os elementos em comum entre B e C?* O **número 0 é o único elemento comum aos dois**. Logo, $B \cap C = \{0\}$.

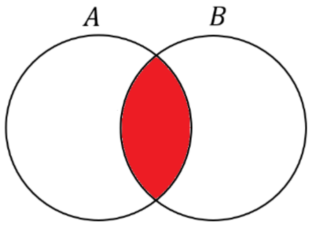
D) $A \cup B = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,15\}$
Alternativa incorreta. Note que o conjunto está quase correto, o único erro seria a presença desse elemento "15". **O "15" não faz parte de A nem B**, portanto, **não pode fazer parte do conjunto que é a união dos dois**. Esse é o erro da alternativa.

Gabarito: Letra A.

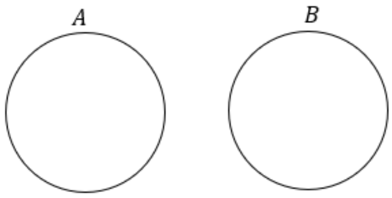
Quando dois conjuntos **possuem elementos em comum**, podemos representá-los assim:



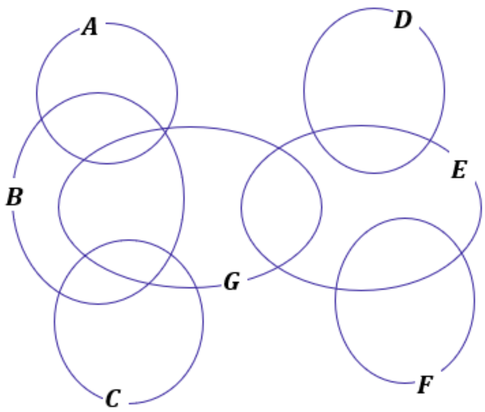
Essa região comum representa exatamente a sua intersecção. Os elementos que estão na região em **vermelho** abaixo **pertencem simultaneamente aos conjuntos A e B**.



Caso os conjuntos não possuam elementos em comum, isto é, **não haja intersecção entre os dois**, nós vamos chamá-los de **disjuntos** e os representaremos utilizando círculos afastados um do outro.



(CM MONTE ALTO/2019) Observe o diagrama de conjuntos e considere que há elementos em todas as suas regiões.



A partir dessa disposição, é correto afirmar que

A) há elemento de G que é também elemento de A e C.

B) qualquer elemento que esteja em dois desses conjuntos, certamente pode estar em qualquer um desses sete conjuntos.

C) qualquer elemento de G, que não esteja em E, certamente estará em A ou em B ou em C

D) qualquer elemento que esteja em três desses conjuntos, certamente está em C e em D.

E) há elemento de G que também é elemento de A, mas não é elemento de B.

Comentários:

Vamos verificar alternativa por alternativa

A) há elemento de G que é também elemento de A e C.

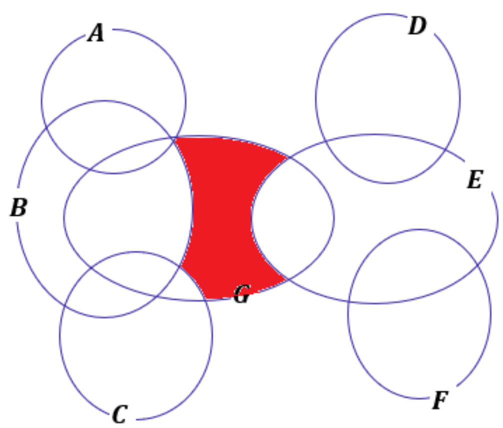
Alternativa incorreta. Observe que A e C **são conjuntos disjuntos**, isto é, **não possuem elementos em comum** e por isso **não há intersecção entre os dois**. Se A e C são conjuntos disjuntos, não pode existir um elemento em G que seja **ao mesmo tempo elemento de A e de C**, pois isso implicaria em um elemento comum aos três simultaneamente.

B) qualquer elemento que esteja em dois desses conjuntos, certamente pode estar em qualquer um desses sete conjuntos.

Alternativa correta. Todos os conjuntos fazem intersecção com pelo menos um outro conjunto! Dessa forma, **haverá sempre um elemento de qualquer conjunto que também pertencerá a outro**!

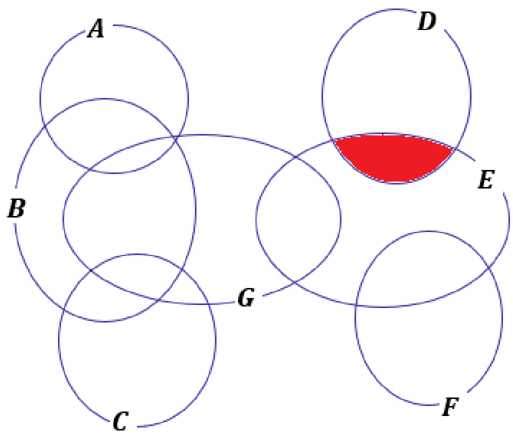
C) qualquer elemento de G, que não esteja em E, certamente estará em A ou em B ou em C

Alternativa incorreta. Mesmo não estando em E, **um elemento em G pode estar somente em G**.
Não podemos afirmar necessariamente que estará em A ou em B ou em C. Veja a região destacada abaixo.



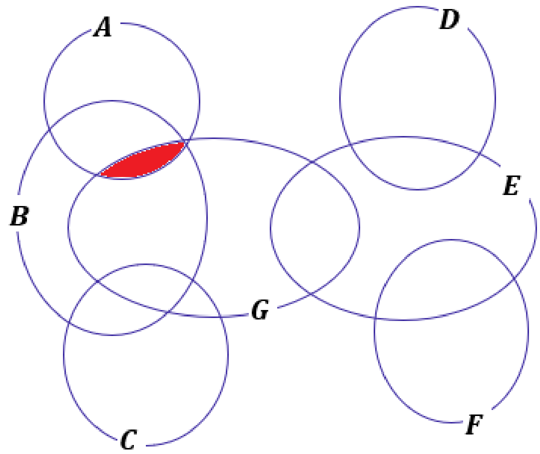
D) qualquer elemento que esteja em três desses conjuntos, certamente está em C e em D.

Alternativa incorreta. D **só faz** intersecção com E. Desse modo, um elemento de D só poder estar, **no máximo, em dois conjuntos**.



E) há elemento de G que também é elemento de A, mas não é elemento de B.

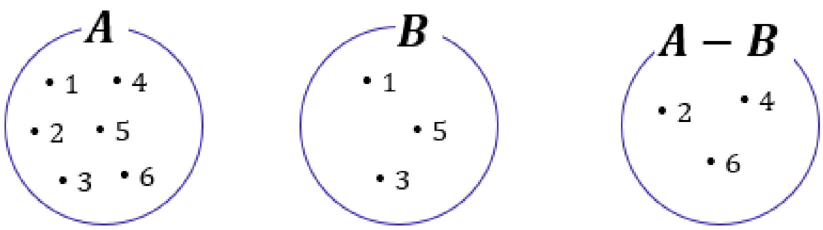
Alternativa incorreta. **Todo elemento de G que também é elemento de A também pertence a B**.



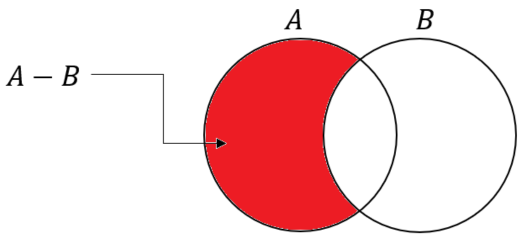
Gabarito: Letra B**.**

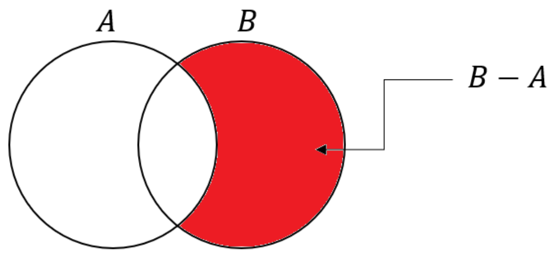
Diferença

Existe uma outra operação que é muito importante para a sua prova! Essa operação **é a diferença ou, como também é conhecida, a subtração de conjuntos**! O conjunto diferença é representado por $\boldsymbol{A - B}$ e é formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B**! Por exemplo, considere os conjuntos:

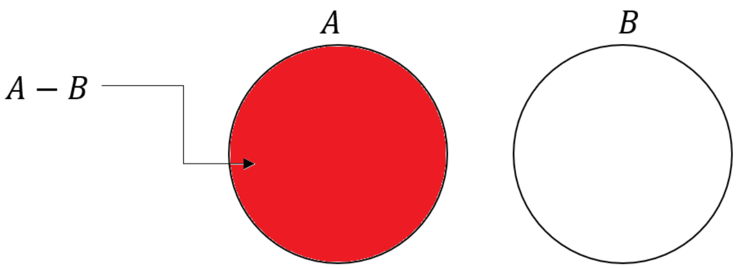


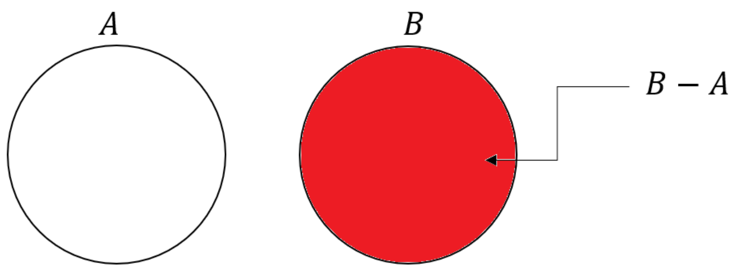
Observe que $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{1, 3, 5\}$. Para encontrar $A - B$, devemos selecionar **os elementos de A que não são elementos de B**! Ou seja, **aqueles elementos que são apenas elementos de A**! Observe que A e B possuem em comum os seguintes elementos: $A \cap B = \{1, 3, 5\}$. Logo, se $A = \{\mathbf{1}, 2, \mathbf{3}, 4, \mathbf{5}, 6\}$, então o $A - B = \{2, 4, 6\}$. Em diagramas, também é possível representar o conjunto diferença.





Um detalhe importante é que se A e B são **conjuntos disjuntos**, então $\boldsymbol{A - B = A}$ **e** $\boldsymbol{B - A = B}$. Veja como essa informação pode ser representada:





Vamos fazer alguns **exemplos numéricos** para visualizar ainda melhor essa última situação.

Considere os conjuntos $A = \{10, 20, 30\}$ e $B = \{40, 50\}$. Primeiramente, note que os conjuntos são disjuntos. *Mas qual é o motivo mesmo para eles serem disjuntos, professor?*

A e B são disjuntos pois não possuem elementos em comum! Nenhum sequer!! São totalmente diferentes um outro. *Tudo bem?!* Agora, lembre-se que $\boldsymbol{A - B}$ **é o conjunto de elementos formados por todos os elementos de A que não são elementos de B**.

Ora, nesse nosso exemplo, **<u>todos</u> os elementos de A não são elementos de B**!! Sendo assim, podemos escrever que:

$$A - B = \{10, 20, 30\} = A$$

HORA DE PRATICAR!

(PREF. LINHARES/2020) Dados os três conjuntos numéricos:

$A = \{1,2,3,4,5,6\}$,
$B = \{0,2,4,6\}$,
$C = \{1,3,5,7,9\}$.

O resultado de $(A - B) \cap C$ é igual a:
A) $\{1,3,5\}$
B) $\{1,3,5,7,9\}$
C) $\{0,1,3,5,7,9\}$
D) $\{2,4,6\}$
E) $\{0\}$

Comentários:
Primeiramente, devemos **fazer a diferença entre o conjunto A e B**. Lembre-se, quando tivermos a diferença entre dois conjuntos, por exemplo, $A - B$, estamos procurando **o conjunto dos elementos de A que não são elementos de B**. Na nossa questão, temos que:

$$A = \{1,2,3,4,5,6\}$$
$$B = \{0,2,4,6\}$$

Primeira pergunta: **quais elementos estão ao mesmo tempo em A e em B**? Observe que **2, 4 e 6** são os três **elementos comuns** aos dois conjuntos. ***Segunda pergunta:*** que conjunto é formado quando eu removo esses elementos em comum do conjunto A? **É exatamente o conjunto diferença**!

$$A = \{1, \mathbf{2}, 3, \mathbf{4}, 5, \mathbf{6}\}$$
$$A - B = \{1, 3, 5\}$$

A questão não termina aqui. Ainda devemos fazer a intersecção desse conjunto com o C. **Note que C possui todos os três elementos do nosso conjunto diferença**. Portanto, **coincidentemente**, vamos ter que:

$$(A - B) \cap C = \{1, 3, 5\}$$

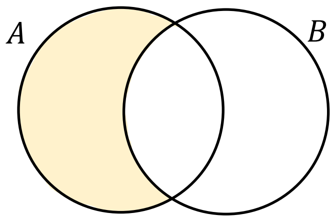
Gabarito: Letra A.

(PREF. SÃO GONÇALO/2022) Sejam A e B conjuntos definidos da seguinte maneira:

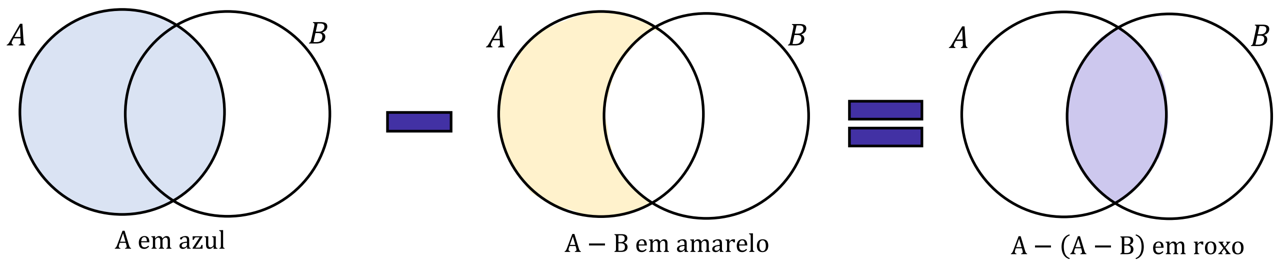
A = {pessoas que moram em São Gonçalo}
B= {pessoas que trabalham em Niterói}

O conjunto A – (A – B) representa o conjunto cujos elementos são pessoas que:
A) moram em São Gonçalo e trabalham em Niterói
B) moram em Niterói e trabalham em São Gonçalo
C) moram em São Gonçalo e não trabalham em Niterói
D) moram em Niterói e não trabalham em São Gonçalo

Comentários:
Você lembra que $A - B$ é o conjunto formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B**. Por meio de diagramas, podemos representar esse conjunto como a seguinte região:



A questão pede o conjunto $A - (A - B)$. Vamos encontrá-lo por meio de diagramas.

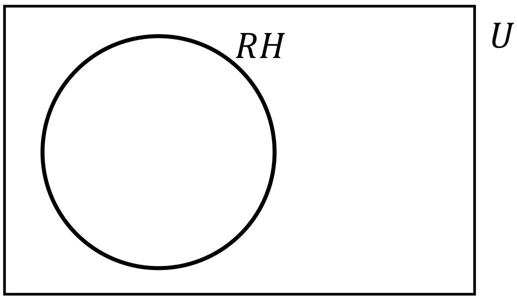


Com isso, observe que o conjunto $\boldsymbol{A - (A - B)}$ **corresponde <u>exatamente</u> à intersecção dos dois conjuntos**. Se A é composto pelas pessoas que **moram em São Gonçalo** e B é composto pelas pessoas que **trabalham em Niterói**, então $A - (A - B)$ é o conjunto formado pelas pessoas que moram em São Gonçalo <u>e</u> trabalham em Niterói.

Gabarito: LETRA A.

Complementar

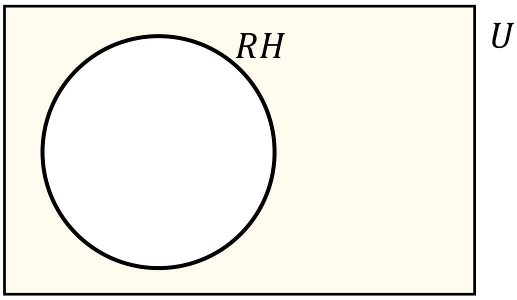
Quando falamos de um determinado conjunto, normalmente **estamos destacando determinado grupo dentro de um universo maior**. Por exemplo, podemos formar um conjunto dos funcionários especializados em RH de uma empresa. Esse grupo de funcionários foi retirado de um conjunto maior: **o conjunto formado por todos os funcionários da empresa**. Acompanhe o diagrama abaixo.



Observe que o conjunto formado por aqueles especializados em RH está contido dentro de um conjunto U. **Esse conjunto maior é frequentemente chamado de conjunto universo** e, nesse exemplo, poderia representar **o conjunto de todos os funcionários da empresa**.

Quer um outro exemplo? Imagine um conjunto formado por todas as vogais: $V = \{a, e, i, o, u\}$. Em um problema que estamos trabalhando com esse conjunto, qual seria o conjunto universo? O conjunto universo nessa situação seria o conjunto formado por todas as letras do alfabeto: $U = \{a, b, c, d, e, f, \dots, x, y, z\}$.

Quando estamos falando de conjunto universo, um novo conceito surge: **o conjunto complementar**. Lembre-se do conjunto que inventamos com os funcionários de uma empresa especializados em RH. *Qual o complementar desse conjunto?* Seria o conjunto formado por **todos os outros funcionários da empresa que não são especializados em RH!** Vamos mostrar no diagrama.



O complementar do conjunto RH é representado pela **parte pintada em amarelo**. *E no nosso exemplo das letras?* Qual o complementar do conjunto formado apenas pelas vogais? Ora, é **o conjunto formado por todas as outras letras que não são vogais, isto é, o conjunto das consoantes**! Para determinar o complementar de qualquer conjunto, **é de fundamental importância conseguir identificar qual é o conjunto universo**.

A notação utilizada para representar o complementar de um conjunto X é $\boldsymbol{X^C}$ **ou** $\boldsymbol{\overline{X}}$. Representamos o conjunto complementar com esse "expoente" C ou uma barra em cima. Ademais, podemos definir o conjunto complementar utilizando o que acabamos de ver **sobre conjunto diferença**.

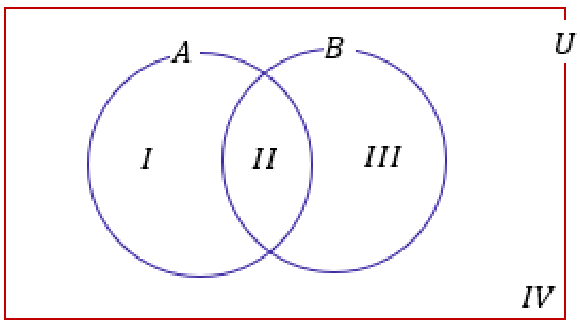
TOME NOTA!

$$\boxed{\overline{X} = X^C = U - X}$$

Veja que utilizando a definição acima, temos que o conjunto complementar X^C é formado por **tudo que está no conjunto universo, mas não está em X**. Vamos fazer algumas questões para aplicar o que acabamos de ver?

HORA DE PRATICAR!

(PREF. NOVO HAMBURGO/2020) A é o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma espanhol e B é o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma inglês, conforme representado no diagrama:



Com base nessas informações, é correto afirmar que
A) a região I representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma inglês, mas não dominam o idioma espanhol.
B) a região II representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.
C) a região III representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma espanhol, mas não dominam o idioma inglês.
D) a região IV representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.
E) U representa o conjunto de todas as pessoas que não dominam nenhum desses dois idiomas.

Comentários:
Vamos analisar cada uma das alternativas tendo em mente que:

• A é o conjunto das pessoas que **dominam ESPANHOL**;

• B é o conjunto das pessoas que **dominam INGLÊS**.

A) a região I representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma inglês, mas não dominam o idioma espanhol.
Alternativa incorreta. A região I representa o conjunto de todas as pessoas que **dominam o idioma ESPANHOL**, mas **não dominam o idioma INGLÊS**.

B) a região II representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.
Alternativa correta. A região comum aos 2 conjuntos representa **as pessoas que dominam os dois idiomas**.

C) a região III representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma espanhol, mas não dominam o idioma inglês.
Alternativa incorreta. A região III representa o conjunto de todas as pessoas que **dominam o idioma INGLÊS**, mas **não dominam o idioma ESPANHOL**.

D) a região IV representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.
Alternativa incorreta. A região IV é **toda área fora dos dois conjuntos**. Isso significa que ela representa aqueles **não dominam nenhum dos dois idiomas**.

E) U representa o conjunto de todas as pessoas que não dominam nenhum desses dois idiomas.
Alternativa incorreta. U é o **conjunto universo** e representa todos aqueles que **dominam ou não os idiomas**.

Gabarito: Letra B.

Princípio da Inclusão-Exclusão

Pessoal, muitas vezes vamos precisar **determinar o número de elementos de um conjunto**. Essa tarefa de contar **pode ficar um pouco complicada quando temos elementos que pertencem a mais de um conjunto**, pois, nesses casos, **devemos eliminar as repetições** para não contar o mesmo elemento duas vezes.

Nesse sentido, surge o Princípio da Inclusão-Exclusão (PIE). Esse princípio possibilita uma contagem exata da quantidade de elementos **de um conjunto formado pela união de vários outros, mesmo que contenham intersecções**.

➢ 2 Conjuntos

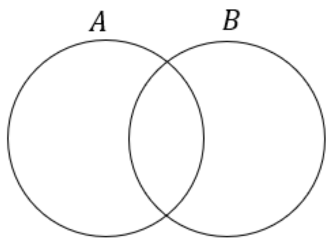
Imagine **dois conjuntos A e B com elementos em comum**. Se $n(A)$ é o número de elementos de A e $n(B)$ é o número de elementos de B, quanto vale $n(A \cup B)$?

TOME NOTA!

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}}$$

Vamos tentar entender o caminho das pedras para chegar na relação acima. Considere os conjuntos:

- $A = \{1, 2, 3\} \quad \Longrightarrow \quad n(A) = 3$
- $B = \{3, 4, 5\} \quad \Longrightarrow \quad n(B) = 3$
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \Longrightarrow \quad n(A \cup B) = 5$
- $A \cap B = \{3\} \quad \Longrightarrow \quad n(A \cap B) = 1$



Observe que **apesar da união entre A e B ser uma espécie de fusão entre os dois conjuntos**, o número de elementos na união, na maioria dos casos, **não é a soma direta do número de elementos de A com o número de elementos de B**.

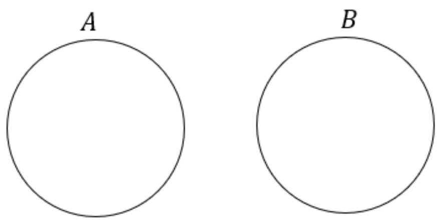
Perceba que **o elemento 3 aparece tanto em A como em B** e ao somar o número de elementos dos dois conjuntos **devemos considerar que estamos somando o mesmo elemento duas vezes!** É por isso esse motivo que devemos subtrair a quantidade de elementos que estão na intersecção. Já para **conjuntos disjuntos** temos que:

TOME NOTA!

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B)}}$$

pois:

$$\boldsymbol{n(A \cap B) = 0.}$$



HORA DE PRATICAR!

(PREF. SÃO GONÇALO/2022) Em uma empresa na qual trabalham 116 pessoas, sabe-se que:

- 72 têm ensino médio completo;
- 64 sabem usar o EXCEL;
- 35 têm ensino médio completo e sabem usar o EXCEL.

O número de funcionários dessa empresa que não têm ensino médio completo e não sabem usar o EXCEL é:
A) 13
B) 14
C) 15
D) 16

Comentários:

Vamos usar o **Princípio da Inclusão-Exclusão** para resolver esse problema. Inicialmente, considere "**M**" como o conjunto formado por todos aqueles que têm o ensino médio. Além disso, considere "**X**" como o conjunto formado por todos aqueles que sabem usar o EXCEL. Com as informações do enunciado, temos que:

$$n(M) = 72 \qquad n(X) = 64 \qquad n(M \cap X) = 35$$

Do princípio da inclusão-exclusão, sabemos que:

$$n(M \cup X) = n(M) + n(X) - n(M \cap X)$$

Substituindo as informações que temos,

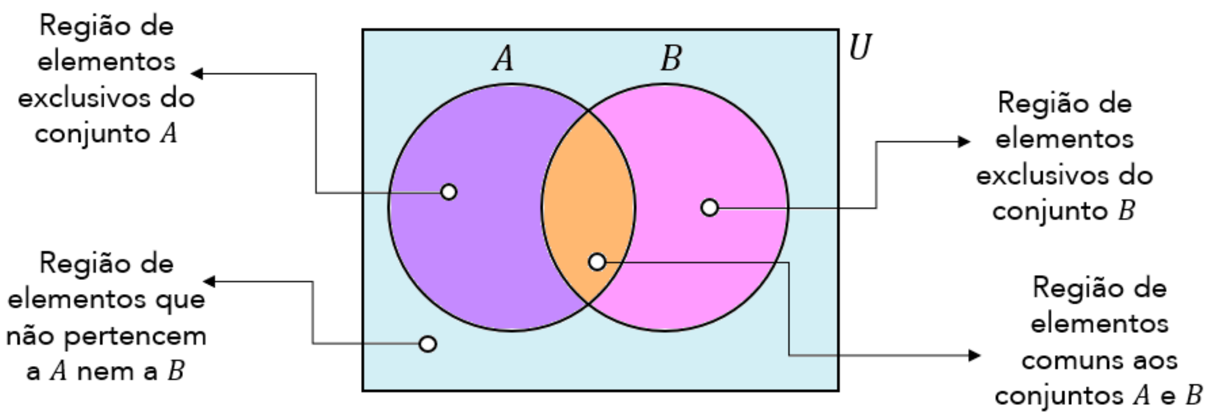
$$n(M \cup X) = 72 + 64 - 35 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{n(M \cup X) = 101}}$$

Note que a união desses dois conjuntos tem 101 pessoas. Por sua vez, o enunciado disse que **o número total de funcionários dessa empresa é 116.** Com isso, a quantidade de funcionários que não possuem ensino médio e não sabem usar o EXCEL é exatamente **a diferença entre o total de funcionário e $\boldsymbol{n(M \cup X)}$**. Assim,

$$116 - 101 = 15$$

Gabarito: LETRA C.

A verdade é que **não precisamos decorar fórmulas** para responder questões que envolva esse princípio. Utilizando **um pouco de lógica e diagramas de Venn**, podemos encontrar a quantidade de elemento de cada conjunto envolvido em um problema típico de Princípio da Inclusão-Exclusão. Antes disso, quero deixar claro para vocês **o significado de cada uma das regiões** no seguinte diagrama:



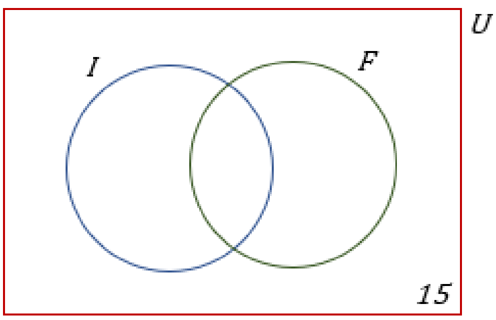
HORA DE PRATICAR!

(CLDF/2018) Em uma escola com 150 alunos, são oferecidos cursos de Inglês e Francês. Conforme um levantamento, 15 alunos desta escola não estão frequentando estes cursos e 90 frequentam o curso de Inglês. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então o número de alunos que frequenta um e somente um dos cursos é igual a

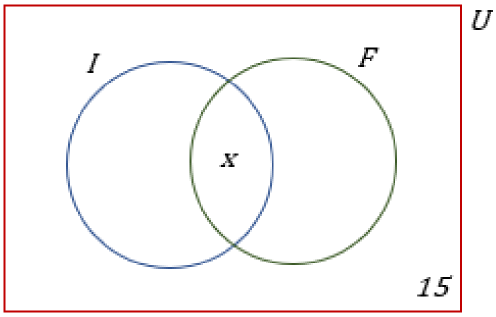
A) 144.
B) 138.
C) 132.
D) 108.
E) 126.

Comentários:

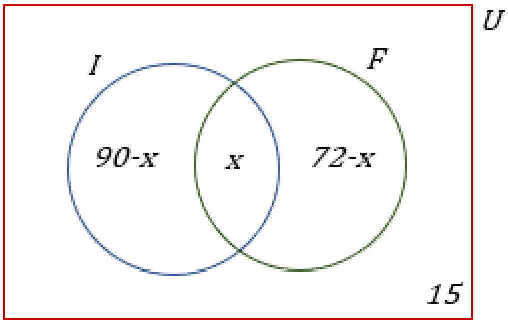
O **conjunto universo** da nossa questão é formado pelos **150 alunos da escola**. Esses 150 alunos **podem fazer 2 cursos ou não fazer nenhum**. A primeira informação que temos é que **15 alunos não frequentam nenhum dos cursos**. Em diagramas, podemos representar essa informação da seguinte maneira:



Observe que a **questão não informou** **a quantidade de alunos que fazem os dois cursos simultaneamente**. Portanto, vamos chamá-la de x e colocá-la no diagrama.



Se 90 frequentam o curso de inglês, então $90 - x$ frequentam **APENAS o curso de inglês**. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então $72 - x$ frequentam **APENAS o curso de Francês**.



Nosso diagrama **está completamente preenchido**. Você concorda que **ao somar individualmente as quantidades acima**, deveremos obter o total de alunos dessa escola, isto é, 150?

$$(90 - x) + (72 - x) + x + 15 = 150 \quad \rightarrow \quad 177 - x = 150 \quad \rightarrow \quad x = 27$$

A questão não quer saber quantos alunos fazem os dois cursos simultaneamente**. Ela pede a quantidade de alunos que fazem APENAS um único curso**. Logo,

$$(90 - x) + (72 - x) = 63 + 45 = 108$$

Gabarito: Letra D.

E usando a fórmula? Como ficaria? **Seja I o conjunto daqueles que fazem o curso de inglês e F o conjunto formado por aqueles que fazem o curso de francês**. Se a escola tem 150 alunos e foi dito que **15 alunos não fazem nenhum dos cursos**, então:

$$n(I \cup F) = 150 - 15 = 135$$

São 135 alunos que fazem **pelo menos um dos cursos**. A questão diz ainda que: $\boldsymbol{n(I) = 90}$ **e** $\boldsymbol{n(F) = 72}$.

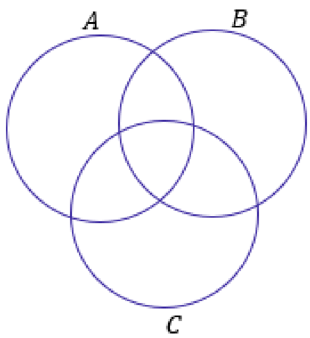
$$n(I \cup F) = n(I) + n(F) - n(I \cap F) \quad \rightarrow \quad 135 = 90 + 72 - n(I \cap F) \quad \rightarrow \quad n(I \cap F) = 27$$

Com isso, descobrimos que **27 pessoas fazem simultaneamente o curso de inglês e de francês**. A questão pede a quantidade de alunos que fazem **apenas um dos cursos**. Se 27 dos que fazem inglês também fazem francês, então $\boldsymbol{90 - 27 = 63}$ **fazem apenas inglês**. Analogamente, $\boldsymbol{72 - 27 = 45}$ **fazem apenas francês**.

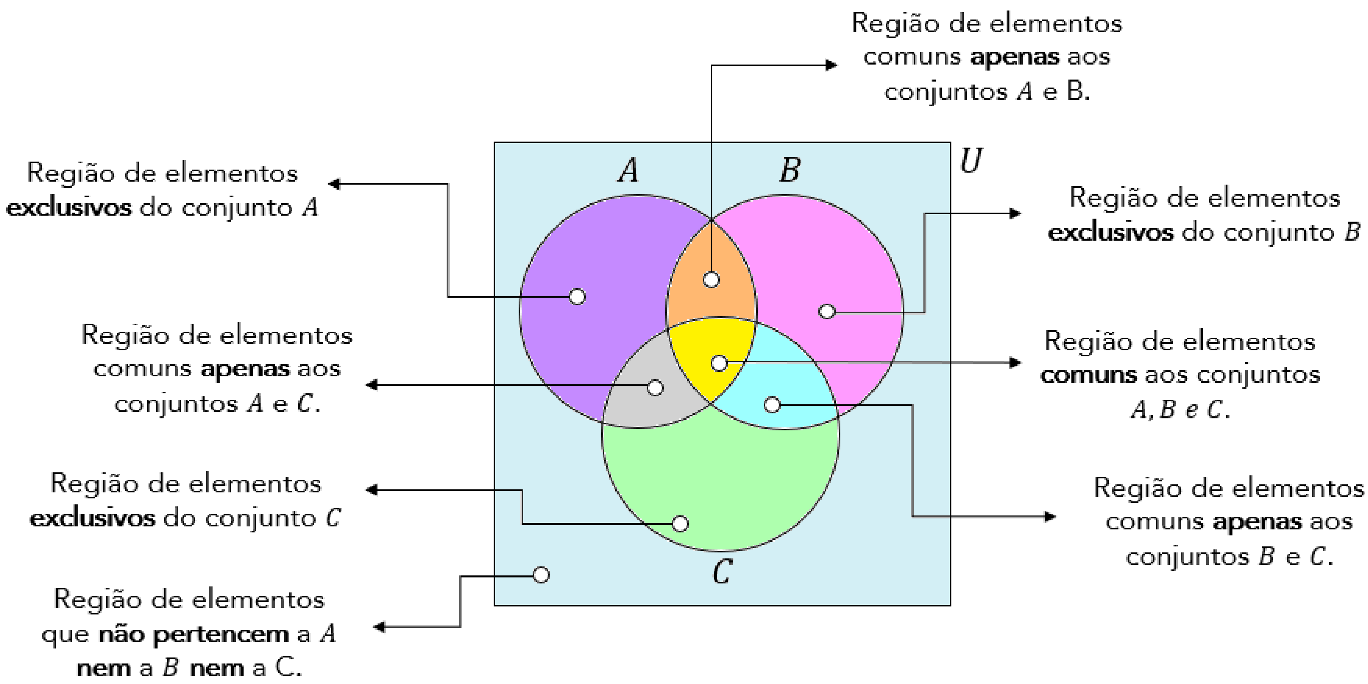
$$63 + 45 = 108\ alunos$$

3 Conjuntos

Imagine que você tem 3 conjuntos, **cada conjunto possui elementos em comum com os outros dois**. A situação **mais completa** que podemos imaginar está representada pelo diagrama abaixo.



Vamos fazer **uma leitura** de cada uma das regiões da figura acima?



Observe que **o número de regiões com três conjuntos aumenta bastante** em relação à análise anteriormente feita com dois. Agora, considere que **você conhece a quantidade** de elementos de cada um dos conjuntos cima, isto é, $\boldsymbol{n(A)}$**,** $\boldsymbol{n(B)}$ **e** $\boldsymbol{n(C)}$**.**

Como você faria para encontrar $\boldsymbol{n(A \cup B \cup C)}$ *? Será que é só somar as três quantidades?* **A resposta para essa pergunta é não!** Precisamos ter atenção aos **elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**.

Segundo o Princípio da Inclusão- Exclusão, a fórmula geral que permite calcular a quantidade de elementos de um **conjunto formado pela união de outros três** é dada por:

TOME NOTA!

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)}}$$

Vamos tentar entender com ela surge? Note que para achar a quantidade de elementos do conjunto união, primeiro **somamos individualmente as quantidades de cada um dos conjuntos**.

$$\boldsymbol{n(A) + n(B) + n(C)}$$

No entanto, nós vimos que, ao fazer isso, **não estamos considerando os elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**. Essa soma dará, certamente, uma quantidade de elementos maior do que a quantidade real. *Mas, então, o que fazer?* **É preciso subtrair as quantidades dos elementos que estão nas intersecções, evitando assim a dupla contagem**.

$$\boldsymbol{n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)}$$

Perceba que a fórmula ainda não está completa. Imagine um elemento que é **comum a todos os 3 conjuntos**, isto é, pertence a $A \cap B \cap C$. Esse elemento pertence tanto a A, quanto a B e a C. Quando fizemos a soma $n(A) + n(B) + n(C)$, **contamos ele três vezes**!

Quando fizemos a subtração $-n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)$ estamos **tirando ele três vezes**! **Resultado: não estamos contando os elementos de** $\boldsymbol{A \cap B \cap C}$. Por esse motivo, **adicionamos** $\boldsymbol{n(A \cap B \cap C)}$**.** Logo,

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)}}$$

Eu sei que a fórmula **pode parecer um pouco complicada**, mas garanto que com **um pouco de paciência e resolução de exercícios**, ela se tornará **mais amigável e bastante intuitiva**! Além disso, também ensinarei um jeito que vocês poderão utilizar **caso não lembrem da fórmula**. Algumas vezes, no entanto, **a questão pode exigir a aplicação direta dela**. Confira o exercício abaixo.

HORA DE PRATICAR!

(IFF/2018) Para um conjunto qualquer X, $n(X)$ representa a quantidade de elementos de X. Nesse sentido, considere que os conjuntos A, B e C tenham as seguintes propriedades:

$$n(A) = n(B) = n(C) = 50;$$
$$n(A \cap B) = n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10;$$
$$n(A \cap B \cap C) = 0.$$

Nessa situação, $n(A \cup B \cup C)$ é igual a
A) 100.
B) 110.
C) 120.
D) 130.
E) 140.

Comentários:
Percebam que essa questão exige apenas **a aplicação direta da fórmula** que acabamos de ver.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$n(A \cup B \cup C) = 50 + 50 + 50 - 10 - 10 - 10 + 0$$

$$n(A \cup B \cup C) = 120$$

Gabarito: Letra C.

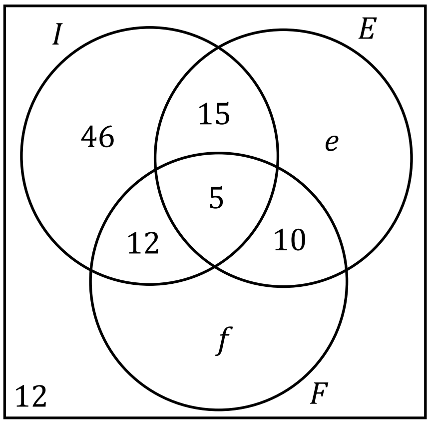
(ISS-BH/2022) Uma empresa do ramo de turismo abriu processo para a seleção de agentes de viagens. Dos 180 candidatos inscritos, 12 foram eliminados logo no início do processo por não falarem um segundo idioma, o que era pré-requisito na seleção. Dos que ficaram, sabe-se que 78 falam inglês, 20 falam inglês e espanhol, 17 falam inglês e francês, 15 falam francês e espanhol e 5 falam os três idiomas. Sendo assim, assinale a alternativa correta.
A) A quantidade de candidatos que falam espanhol é igual a quantidade de candidatos que falam francês.
B) 50 candidatos falam somente inglês.

C) 46 candidatos falam pelo menos dois idiomas.
D) 49 candidatos falam francês.
E) 126 candidatos falam somente um dos idiomas.

Comentários:
Primeiramente, vamos convencionar algumas coisas. Chamemos de "I" o conjunto formado por aqueles que falam inglês, de "F" o conjunto formado por aqueles que falam francês e de "E" o conjunto formado por aqueles que falam espanhol. Dito isso, vamos extrair algumas informações do enunciado.

- **78 falam inglês:** $n(I) = 78$
- **20 falam inglês e espanhol:** $n(I \cap E) = 20$
- **17 falam inglês e francês:** $n(I \cap F) = 17$
- **15 falam francês e espanhol**: $n(F \cap E) = 15$
- **5 falam os três idiomas**: $n(F \cap E \cap I) = 5$
- **12 não falam um segundo idioma.**

Agora, vamos passar essas informações para um diagrama.



Observe que existem **algumas quantidades que não conseguimos determinar** pois o enunciado não nos forneceu essas informações de forma direta. "e" representa quantas pessoas falam **apenas espanhol** (como segundo idioma) e "f", quantas falam **apenas francês** (como segundo idioma). Ademais, sabemos que quando somamos todas essas regiões, devemos ter o total de candidatos (180).

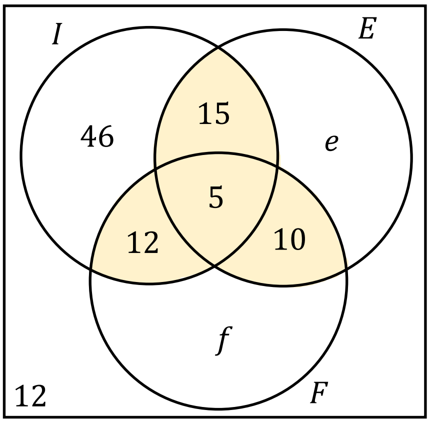
$$46 + 5 + 15 + 12 + 10 + e + f + 12 = 180 \quad \rightarrow \quad e + f = 80$$

Com essas informações, vamos analisar as alternativas.
A) A quantidade de candidatos que falam espanhol é igual a quantidade de candidatos que falam francês.
Errado. Não temos informações suficientes que nos permitam concluir isso.

B) 50 candidatos falam somente inglês.

Errado. Pelo diagrama que desenhamos, vemos que 46 candidatos falam apenas inglês.

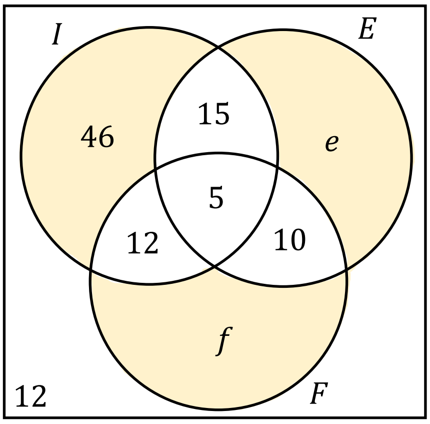
C) 46 candidatos falam pelo menos dois idiomas.
Errado. Vamos destacar no diagrama as regiões de interesse.



Assim, a quantidade de candidatos que falam pelo menos dois idiomas é: 5+15+12+10=42.

D) 49 candidatos falam francês.
Errado. Pessoal, não temos informações suficientes para "cravar" quantos candidatos falam francês.

E) 126 candidatos falam somente um dos idiomas.
Certo. Essa aqui é nossa resposta, pessoal. Vamos destacar no diagrama as regiões que retratam a quantidade de candidatos que falam apenas um idioma.



Ora, sendo assim, a quantidade de candidatos que falam apenas um idioma é dada pela soma: $46 + e + f$.

Note que, apesar de não termos os valores de "e" e "f" individualmente, sabemos o valor da soma "$e + f$", pois já a calculamos anteriormente. Assim, $46 + 80 = 126$. Logo, são **126 candidatos que falam apenas 1 idioma**.

Gabarito: LETRA E.

Em algumas questões **não precisaremos aplicar diretamente a fórmula acima**. Será necessário um trabalho mais braçal da nossa parte, para chegar à resposta. Muitas vezes a questão pede valores específicos que vão surgir de uma maneira mais fácil **se a gente for completando o diagrama de Venn** com as quantidades.

Por favor, **dê mais olhada naquele "mapa" que mostrei logo no início desse tópico**, destacando as regiões e o seu significado.

SE LIGA!

Para contar elementos em um diagrama de Venn, o primeiro passo é sempre inserir a quantidade de elementos que possui a intersecção dos três conjuntos! Depois, partimos para as intersecções duplas e, por fim, analisamos a quantidade de elementos exclusivos de cada conjunto. Vamos ver na prática como fazemos isso?

HORA DE PRATICAR!

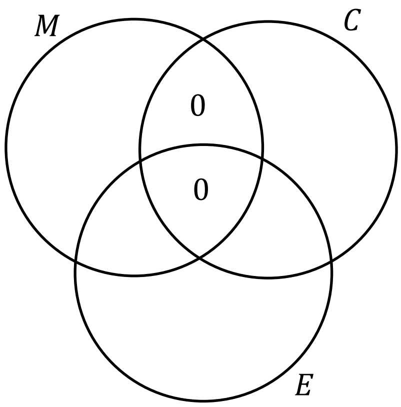
(TRF-3/2019) O número de matriculados nas disciplinas de Cálculo, Estatística e Microeconomia é 150. Sabe-se que 12 deles cursam simultaneamente Microeconomia e Estatística, e que 80 deles cursam somente Cálculo. Os alunos matriculados em Microeconomia não cursam Cálculo. Se a turma de Cálculo tem 96 alunos e a de Estatística, 35, o número de alunos na turma de Microeconomia é

A) 12.
B) 47.
C) 7.
D) 28.
E) 23.

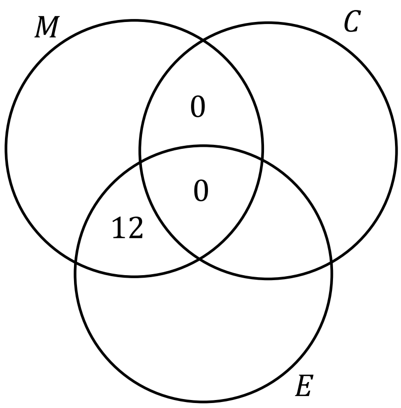
Comentários:

Nosso **conjunto universo é formado por 150 alunos** que estão matriculados em três disciplinas: Cálculo (C), Estatística (E) e Microeconomia (M). Lembre-se de que nesse tipo de questão, nossa abordagem sempre **é começar pela intersecção dos três conjuntos**, depois, partimos para **as intersecções dois a dois** e por fim, para as regiões isoladas. Comece se perguntando: *qual a quantidade de alunos que cursam as 3 disciplinas?*

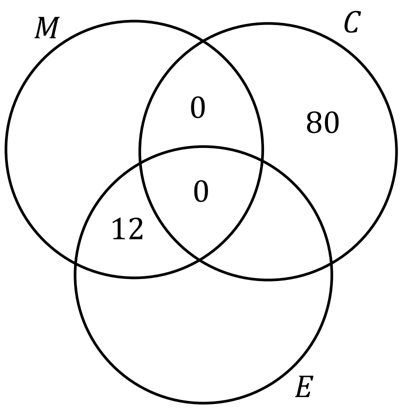
A resposta será zero! Veja que, de acordo com o enunciado, **não existem alunos que são matriculados em Microeconomia e Cálculo ao mesmo tempo**. Sendo assim, se não existe aluno matriculado nas duas, **não pode ter aluno matriculado nas 3**.



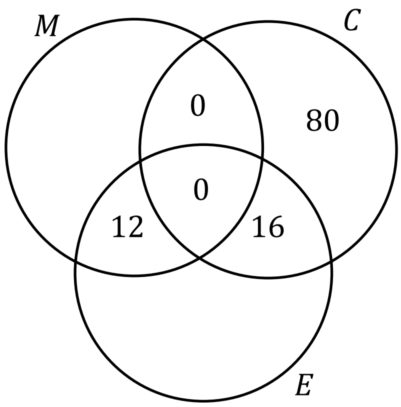
Sabemos ainda que **12 deles cursam simultaneamente Microeconomia e Estatística**.



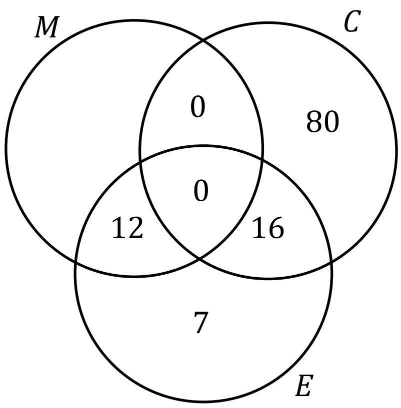
80 deles cursam SOMENTE cálculo.



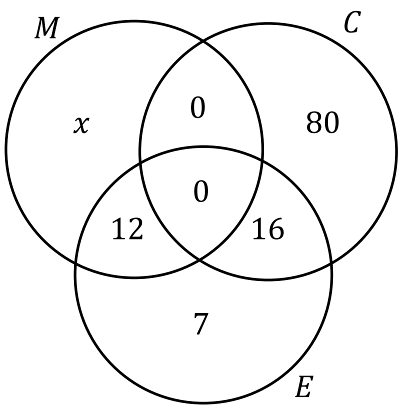
Como temos 80 alunos que fazem somente Cálculo, então **devemos ter 16 alunos que fazem Cálculo e Estatística para poder completar os 96 alunos da turma.**



São **35 alunos de Estatística** e no diagrama temos $12 + 16 = 28$. Logo, **7 alunos cursam somente Estatística**.



Seja x a quantidade de alunos que fazem **apenas Microeconomia**.



A quantidade de alunos elencadas nos diagramas acima deve **totalizar os 150 alunos dos 3 cursos**.

$$x + 12 + 0 + 0 + 7 + 16 + 80 = 150$$
$$x + 115 = 150$$
$$x = 35$$

Cuidado aqui! **35 é a quantidade de alunos que fazem APENAS Microeconomia**. Para descobrir o total de alunos de Microeconomia devemos somar com aqueles que também fazem Estatística (12). Logo,

$$\boldsymbol{n(M) = 35 + 12 \quad \rightarrow \quad n(M) = 47}$$

Gabarito: Letra B.

Questões Comentadas - Cebraspe

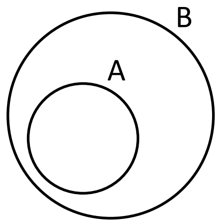
União, Intersecção, Complementar e Diferença

1. (CESPE/PETROBRAS/2023) Acerca da teoria dos conjuntos, julgue o próximo item.

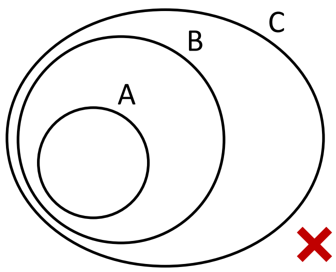
Para três conjuntos, A, B e C, não vazios, se A está contido em B e se C não contém B, então C também não contém A.

Comentários:
Vamos desenhar as situações!

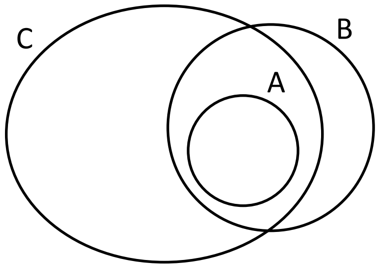
Inicialmente, se **A está contido em B**, temos:



Ainda, temos que C não contém B. Isso significa que **não** podemos ter a seguinte situação:



No entanto, **várias outras continuam permitidas**, como, por exemplo:

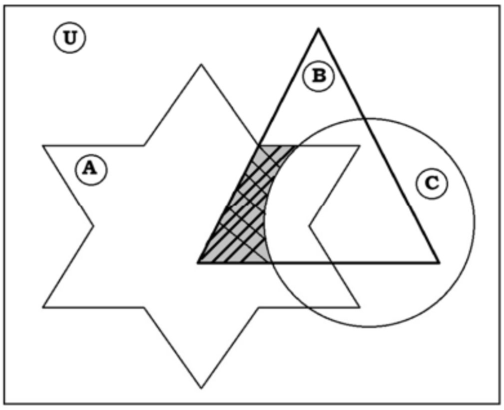


Nessa última situação, observe que, mesmo sem conter B, **C pode conter A**.

Logo, **item errado**!

Gabarito: ERRADO.

2. (CESPE/PM-SC/2023)



A figura precedente apresenta os conjuntos A, B, C e U. Considerando que $C_Y(X)$ representa o complementar de X em Y, assinale a opção que representa corretamente o subconjunto do conjunto B em destaque na referida figura.

A) $C_U(C \cap B)$
B) $A \cap B \cap C$
C) $C_B(C) \cap A$
D) $C_U(A) \cap C$
E) $A \cup (B \cap C)$

Comentários:

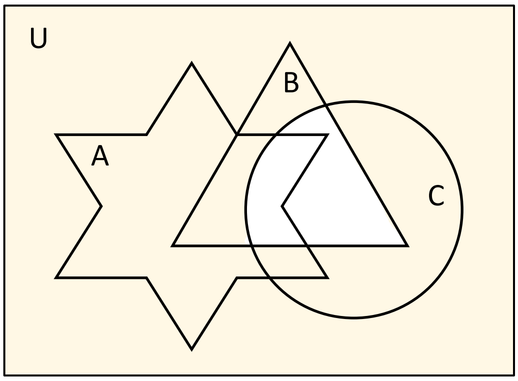
Pessoal, lembrem-se que o complementar de X em Y representa aquele conjunto formado pelos **elementos de Y que não são elementos de X**, ou seja:

$$C_Y(X) = Y - X$$

Uma boa saída para essa questão é avaliar cada uma das regiões das alternativas.

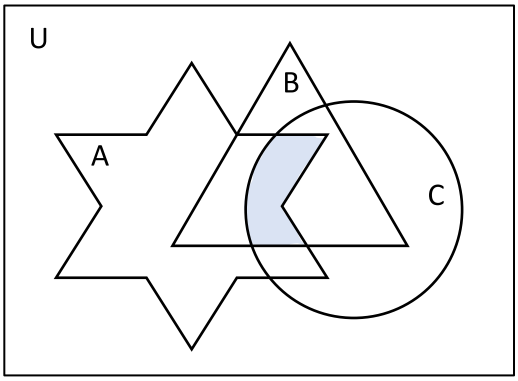
A) $C_U(C \cap B)$

Errado. Observe que se trata do complementar de $C \cap B$ em U. Em outras palavras, é tudo que pertence a U mas não pertence a $C \cap B$. Vamos mostrar no desenho.



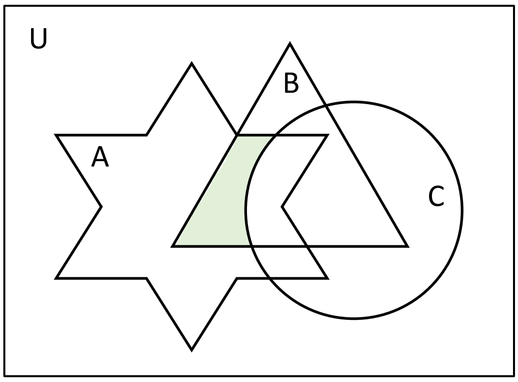
B) A⋂B⋂C

Errado. Nessa alternativa, temos apenas a intersecção dos três conjuntos.



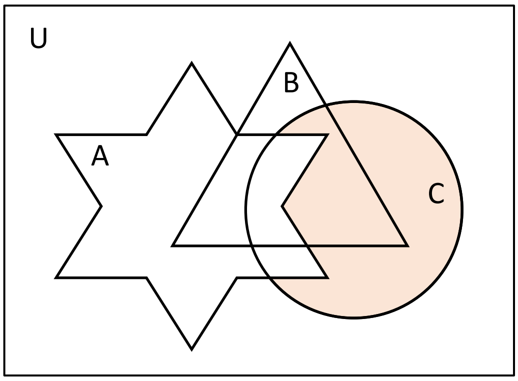
C) $C_B(C) \cap A$

Opa, essa parece promissora! Observe que se trata da intersecção do complementar de C em B com A. Ora, primeiro identificamos tudo que pertence a B e não está em C e, depois, fazemos a intersecção com A. O resultado é exatamente a figura do enunciado! **É o nosso gabarito.**



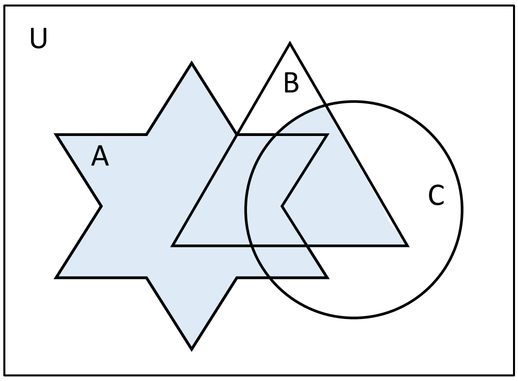
D) $C_U(A) \cap C$

Errado. Nessa alternativa, tem-se a intersecção de todos os elementos de U que não pertencem a A com o conjunto C. Observe que o resultado disso será os elementos de C que não pertencem a A.



E) A∪(B∩C)

Errado. Aqui, temos que fazer a união de A com a intersecção de B com C.



Gabarito: LETRA C.

3. (CESPE/PC-PB/2022) Considere que, no conjunto D_0 de todos os detentos em dado momento, D_1 seja o conjunto de todos os detentos condenados pelo cometimento de, pelo menos, um crime, D_2 seja o conjunto dos condenados por, pelo menos, dois crimes, e assim por diante. Nessa situação, o conjunto dos detentos condenados pelo cometimento de exatamente 4 crimes é

A) $D_1 \cap D_2 \cap D_3 \cap D_4$

B) $D_1 \cup D_2 \cup D_3 \cup D_4$

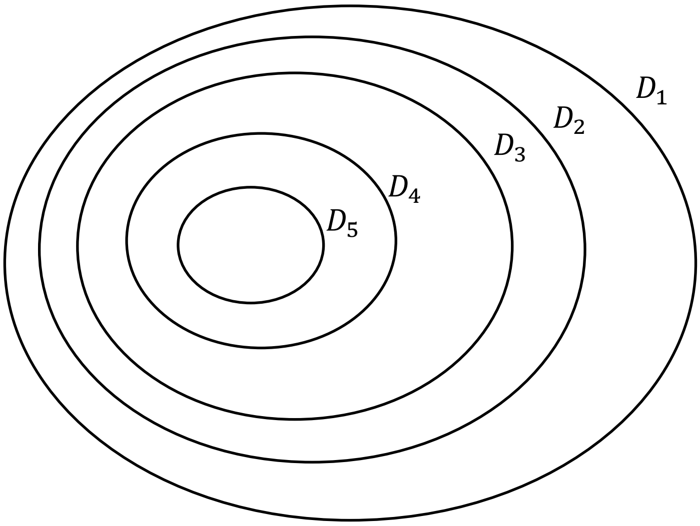
C) D_4

D) $D_4 - D_5$

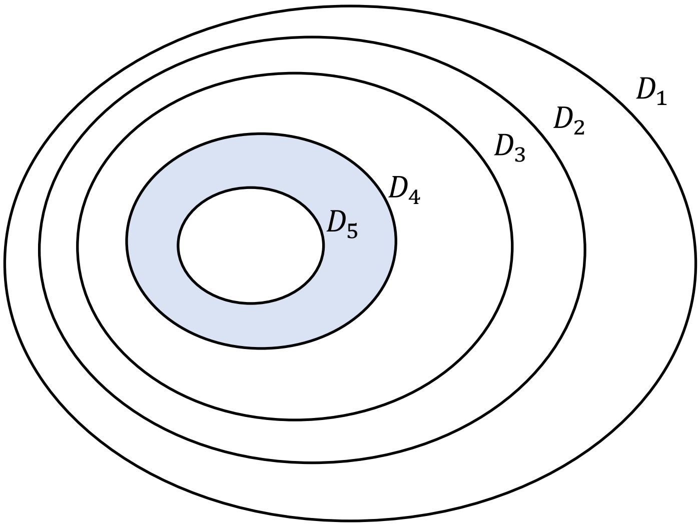
E) $D_5 - D_4$

Comentários:

Inicialmente, é importante observar que D_5 está contido em D_4, que D_4 está contido em D_3... Afinal, quem cometeu **pelo menos quatro crimes**, pode ter cometido 5 ou mais. Por esse motivo D_5 está contido em D_4. O mesmo raciocínio se aplica para os demais conjuntos. No fim, ficamos com uma situação representada pelo desenho abaixo.



Queremos o conjunto de detentos condenados pelo cometimento de **exatos quatro crimes**. Vamos destacar na figura o conjunto desejado.



Observe que são **todos os elementos de D_4 que não são elementos de D_5**. Logo, o conjunto procurado é:

$$\boxed{D_4 - D_5}$$

Gabarito: LETRA D.

4. (CESPE/MPjTCE-SC/2023) Dada uma equipe de dez servidores, entre eles Alberto e Bruna, W é o conjunto de todas as listas que podem ser formadas com exatamente três servidores.

A partir das informações anteriores, e sabendo que, nessa hipótese, A é o conjunto de todas as listas em que consta o nome de Alberto e B, o conjunto daquelas em que consta o nome de Bruna, julgue o item que se segue.

O conjunto de listas que não apresentam os nomes de Alberto nem de Bruna pode ser corretamente representado por $W - A \cap B$.

Comentários:
Questão para testar nosso conhecimento sobre o **conjunto diferença**.

Pessoal, $A \cap B$ representa o conjunto das listas em que os nomes de Alberto e Bruna aparecem juntos! Ou seja, são todas as listas que aparecem **Alberto, Bruna e mais um servidor X**.

Sendo assim, $W - A \cap B$ é apenas o conjunto das listas em que os nomes de Alberto e Bruna não aparecem juntos! Dessa forma, os nomes de Alberto e Bruna até podem constar na lista desse conjunto, **desde que não apareçam na mesma lista**. Exemplos de listas nesse conjunto:

Lista 1: Alberto, servidor X, servidor Y;
Lista 2: Bruna, servidor X, servidor Z;
Lista 3: servidor X, servidor Y, servidor Z;
...

Para escolher aquelas listas que não apresentam os nomes de Alberto nem de Bruna em nenhuma hipótese, deveríamos usar o conjunto **união** e não o conjunto intersecção. Portanto, o conjunto correto seria:

$$\boxed{W - A \cup B}$$

Gabarito: ERRADO.

5. (CESPE/MPjTCE-SC/2023) Dada uma equipe de dez servidores, entre eles Alberto e Bruna, W é o conjunto de todas as listas que podem ser formadas com exatamente três servidores.

A partir das informações anteriores, e sabendo que, nessa hipótese, A é o conjunto de todas as listas em que consta o nome de Alberto e B, o conjunto daquelas em que consta o nome de Bruna, julgue o item que se segue.

O conjunto de listas que apresentam apenas um dos nomes Alberto ou Bruna pode ser corretamente representado por $(A - B) \cup (B - A)$.

Comentários:

É isso mesmo, pessoal!

$A - B$ representa o conjunto de todas as listas que **apresentam o nome de Alberto mas não apresentam o nome de Bruna**. Por sua vez, $B - A$ é formado por todas as listas que **apresentam o nome de Bruna mas não o nome de Alberto**. Quando fazemos a união desses dois conjuntos, temos todas as listas que apresentam apenas um dos nomes.

Gabarito: CERTO.

6. (CESPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal cearatransparente.ce.gov.br, em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada $j = 0, 1, 2, ...,$ M_j for o conjunto dos municípios cearenses que celebraram, pelo menos, j convênios com o governo estadual, então o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio com o governo do estado será representado pelo conjunto

A) M_0
B) $M_1 - M_0$
C) $M_1 \cap M_0$
D) $M_0 - M_1$
E) $M_0 \cup M_1$

Comentários:
Se M_j representa o conjunto dos municípios que celebram, pelo menos, j convênios, **M_0 é o conjunto dos municípios que celebram, pelo menos, "zero convênios"**. Em outras palavras, basicamente todos os municípios estão inseridos nesse conjunto, pois **incluem aqueles que não fazem nenhum convênio e aqueles que fazem qualquer número**.

Para obter o conjunto dos munícipios que não celebraram nenhum convênio, **devemos retirar do conjunto M_0 todos os munícipios que celebram 1 ou mais convênios**. Isso é representado por $M_0 - M_1$.

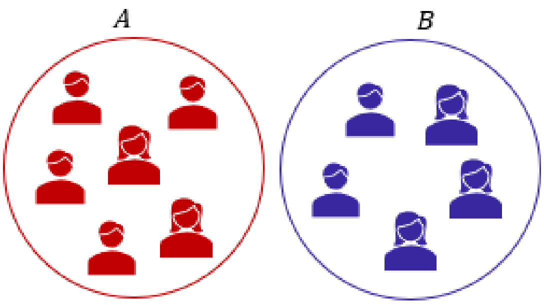
Gabarito: LETRA D.

7. (CESPE/TRF-1/2017) Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: “Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada.” Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue o próximo item.

Se A for o conjunto dos presentes que votaram a favor e B for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença A\B terá exatamente um elemento.

Comentários:

É possível representar os conjuntos A e B conforme o diagrama abaixo.



Observe que **não há intersecção entre A e B**, pois, **uma mesma pessoa não pode pertencer aos dois conjuntos**. Isso ocorre devido a **impossibilidade de se votar a favor e contra simultaneamente**. Portanto, sabemos que quando **A e B são disjuntos, então temos que $A \backslash B = A$**. Como A tem seis elementos, então A\B terá também seis elementos e **não apenas um**, como indica o item.

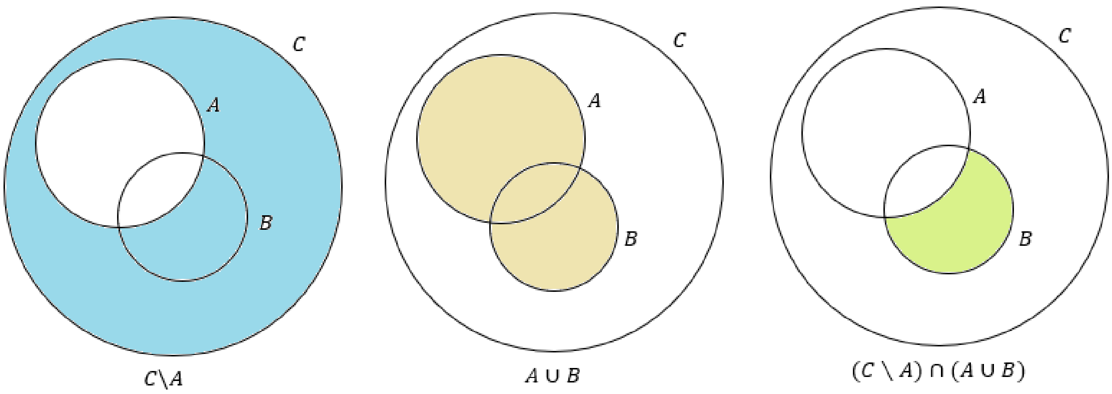
Gabarito: ERRADO.

8. (CESPE/INSS/2015) Julgue o item a seguir, relativos a raciocínio lógico e operações com conjuntos.

Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que $A, B \subset C$, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

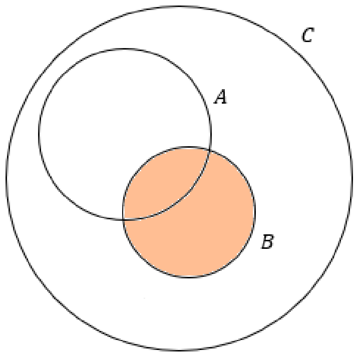
Comentários:

Na minha opinião, a melhor forma de resolver esse tipo de exercício é por meio de desenhos. No entanto, antes de trazer qualquer imagem, gostaria de lembrar que **$C \backslash A$ é a mesma coisa que $C - A$**. Logo, **são os elementos de C que não são elementos de A**.



Olhem a figura acima. Veja que **A e B estão dentro de C pois o enunciado informa que $A, B \subset C$**. Como o enunciado não fala se A e B são disjuntos, podemos considerar que eles possuem uma intersecção entre si, conforme a imagem. **A região pintada corresponde exatamente ao resultado da operação**.

Por exemplo, **$C\backslash A$ está representada por toda região de azul**. $A \cup B$ por toda a região marrom. Por fim, quando tiramos a intersecção desses dois conjuntos, ficamos com a área verde. Esse é o lado esquerdo da equação do enunciado. Para que a equação seja verdadeira, **o lado direito deve representar exatamente a mesma região**. No entanto, note que:



$C \cap B$

Veja que **as regiões são diferentes** e, portanto, **a equação não bate**. Logo, o item está incorreto.

Obs.: Para a equação ser verdadeira **A e B devem ser disjuntos**. Como exercício, mostre esse fato! Basta observar as áreas, considerando que A e B não possuem intersecção.

Gabarito: ERRADO.

(SUFRAMA/2014) Texto para as próximas questões
Para o conjunto $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, se A for um subconjunto de Ω, indique por $S(A)$ a soma dos elementos de A e considere e $S(\emptyset) = 0$. Nesse sentido, julgue o item a seguir.

9. (CESPE/SUFRAMA/2014) Se A e B forem subconjuntos de Ω, tais que $A \subset B$, então $0 \leq S(A) \leq S(B) \leq 55$.

Comentários:
$S(A)$ representa **a soma dos elementos de A**. Por exemplo, se $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, então:

$$S(\Omega) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

Você concorda que qualquer subconjunto de Ω vai apresentar uma soma menor ou igual a 55? Por exemplo, considere que $B = \{1,3,5,7,9\}$. Note que B é um subconjunto de Ω. Assim,

$$S(B) = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

Não tem como escolher um subconjunto de Ω e a soma dos elementos dele **fornecer um resultado maior** que a soma dos elementos de Ω. Concorda? Da mesma forma, se pegarmos um subconjunto de B, digamos A, **a soma dos elementos de A vai ser menor ou igual a soma dos elementos de B**. Por exemplo, se $A = \{1, 3\}$, então:

$$S(A) = 1 + 3 = 4$$

Veja que é bem menor que 25. Com esse raciocínio, é possível ver que o enunciado trouxe um desigualdade verdadeira. Note que **se houvessem números negativos em Ω**, não poderíamos ter feito as conclusões que fizemos aqui. Logo, item correto.

Gabarito: CERTO.

10. (CESPE/SUFRAMA/2014) Se $A \subset \Omega$, e se $\Omega \backslash A$ é o complementar de A em Ω, então $S(\Omega \backslash A) = S(\Omega) - S(A)$.

Comentários:

Gostaria de chamar atenção ao fato de que **A é um subconjunto de Ω**. Se $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, então o conjunto A poderá ser $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$. Assim, **o complementar de A em Ω será os elementos de Ω que não estão em A**, isto é:

- $$\Omega \backslash A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

Se **S(A) é a soma dos elementos de A**, ficamos com

$$S(\Omega) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

$$S(A) = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$$

$$S(\Omega \backslash A) = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

Logo, veja que:

$$S(\Omega \backslash A) = S(\Omega) - S(A)$$

Conforme o item trouxe.

Gabarito: CERTO.

11. (CESPE/SUFRAMA/2014) É possível encontrar conjuntos A e B, subconjuntos de Ω, disjuntos, tais que $A \cup B = \Omega$ e $S(A) = S(B)$.

Comentários:

Nada disso, pessoal. O primeiro passo é perceber que a **$S(\Omega) = 55$ é um número ímpar**. Dessa forma, como queremos quebrar Ω em dois subconjuntos A e B, tais que **$A \cup B = \Omega$ e $S(A) = S(B)$.** Então, teríamos que ter:

$$S(A) + S(B) = S(\Omega) = 55$$

$$S(A) + S(A) = 55$$

$$2 \cdot S(A) = 55 \quad \rightarrow \quad S(A) = 27{,}5$$

Veja que a soma dos elementos de A, **teria que dar um número "quebrado"**. O problema é que A é um subconjunto de Ω e **Ω é formado só por números naturais**!! Não tem como somar números naturais e obter um número quebrado, concorda? Logo, **não é possível**.

Gabarito: ERRADO.

(PF/2014) Texto para as próximas questões

Considere que, em um conjunto S de 100 servidores públicos admitidos por concurso público, para cada $x = 1, 2, 3, \ldots,$ S_x seja o subconjunto de S formado pelos servidores que prestaram exatamente x concursos até que no concurso de número x foram aprovados pela primeira vez; considere, ainda, que N_x seja a quantidade de elementos de S_x. A respeito desses conjuntos, julgue os itens a seguir.

12. (CESPE/PF/2014) O conjunto $S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup ..$ contém todos os servidores do conjunto S.

Comentários:

Pessoal, eu sei que o enunciado pode ser um pouco confuso mesmo. Mas, vamos esclarecê-lo, dando nomes aos bois. **S é um conjunto de 100 servidores**. S_x é um subconjunto de S que contém aqueles que prestaram exatamente **x concursos até serem aprovados**. Por exemplo,

- Ana passou no seu **primeiro concurso**. Logo, $Ana \in S_1$
- Beatriz passou depois de ter feito **dois concursos**. Logo, $Beatriz \in S_2$.
- Clara passou em seu **terceiro concurso**. Logo, $Clara \in S_3$.
- E assim, sucessivamente...

Veja que **cada servidor está necessariamente em um desses conjuntos**. Cada um possui sua história e sabe quantos concursos teve que fazer para ser aprovado. Assim, concorda que **quando fizermos a união de todos esses conjuntos vamos ter a totalidade de servidores**?

Alguns servidores passaram no primeiro concurso, outros no segundo, outros terceiro... Quando juntamos todo mundo devemos ter a totalidade dos servidores. Dessa forma, **o item encontra-se correto**.

Gabarito: CERTO.

13. (CESPE/PF/2014) Existem dois números inteiros, a e b, distintos e positivos, tais que $S_a \cap S_b$ é não vazio.

Comentários:

Galera, S_x é um subconjunto de S que contém aqueles que prestaram **exatamente** x concursos até serem aprovados. A palavra "exatamente" desempenha um papel muito importante. Pois, se Ana passou no primeiro concurso que fez, **ela pertencerá a S_1 e somente S_1**.

Ana não pode pertencer a S_2, uma vez que esse conjunto contém apenas aqueles que passaram depois de terem feito **exatamente 2 concursos**. Ana não é um desses casos. Portanto, perceba que **nunca teremos um servidor que estará em dois ou mais subconjuntos S_x**. Sendo assim, **a intersecção deles será sempre vazia**, contrariando as informações do enunciado.

Gabarito: ERRADO.

QUESTÕES COMENTADAS - CEBRASPE

Princípio da Inclusão-Exclusão

1. (CESPE/TRT-8/2023) Ao classificar 80 processos a fim de distribuí-los às áreas competentes para tratamento, um técnico judiciário verificou que, devido aos diversos critérios de classificação, 45 dos processos poderiam ser distribuídos ao setor A, 55 ao setor B e 15 a nenhum desses dois setores. Na situação hipotética precedente, a quantidade de processos que poderiam ser distribuídos a qualquer um dos setores A ou B é igual a

A) 10.
B) 30.
C) 35.
D) 40.
E) 65.

Comentários:

Vamos nomear os conjuntos!

"A" é o conjunto dos processos que podem ser distribuídos ao setor A;
"B" é o conjunto dos processos que podem ser distribuídos ao setor B;

Com isso:

"A∪B" é o conjunto de **todos** os processos que podem ser distribuídos a um dos setores A ou B;
"A∩B" é o conjunto dos processos que **se inserem nos dois critérios de classificação**! Na prática, tanto faz distribuí-los a A ou a B. É o número de processos aqui que a questão quer!

É verdade que essa questão **contém uma pegadinha**, moçada! Esse "ou" que a questão usou nos remete ao conjunto união. No entanto, devemos nos atentar ao **significado** do que foi pedido.

Dito isso, vamos analisar os números repassados. Como temos 80 processos e **15 deles não são distribuídos** a nenhum dos setores, podemos escrever que:

$$n(A \cup B) = 80 - 15 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{n(A \cup B) = 65}$$

Temos ainda que 45 podem ser distribuídos ao setor A:

$$n(A) = 45$$

E 55 ao setor B:

$$n(B) = 55$$

Com todas essas informações, podemos usar o **Princípio da Inclusão-Exclusão**:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$65 = 45 + 55 - n(A \cap B)$$

$$65 = 100 - n(A \cap B)$$

$$\boxed{n(A \cap B) = 35}$$

Gabarito: LETRA C.

2. (CESPE/CBM-TO/2023) Em certa unidade do corpo de bombeiros, 60 militares praticam, como esporte, futebol e(ou) voleibol. O conjunto A compreende os militares que praticam futebol e o conjunto B, os que praticam voleibol. Nessa situação hipotética, se A – B contém 18 integrantes e B – A contém 25 integrantes, então o número de militares que praticam futebol e voleibol é igual a

A) 17.
B) 35.
C) 43.
D) 42.

Comentários:

Inicialmente, observe que temos 60 militares. Com isso, já podemos escrever:

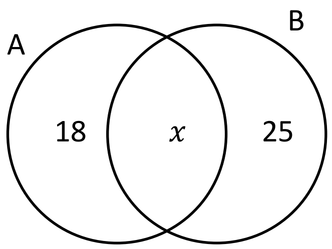
$$n(A \cup B) = 60$$

Agora, lembre-se que o conjunto diferença $A - B$ indica o conjunto formado pelos elementos de A que não são elementos de B. O enunciado nos forneceu o seguinte:

$$n(A - B) = 18$$

$$n(B - A) = 25$$

Com essas informações, vamos esquematizar os diagramas.



Sabemos que a soma dessas três regiões deve resultar no total de militares envolvidos.

$$18 + x + 25 = 60$$

$$43 + x = 60$$

$$\boxed{x = 17}$$

"x" é exatamente a quantidade de militares que praticam as duas modalidades de esportes. Logo, podemos marcar a alternativa A.

Gabarito: LETRA A.

3. (CESPE/TJ-ES/2023) O item a seguir apresenta uma situação hipotética seguida de uma assertiva a ser julgada com base em análise combinatória, probabilidade, operações com conjuntos e problemas geométricos.

Considere que 44 servidores falem uma ou mais línguas estrangeiras e que, entre eles, 12 servidores falem apenas inglês; 10 falem apenas espanhol; 11 falem apenas francês; 1 fale inglês e francês; 2 falem espanhol e francês; e 17 falem francês. Nessa situação, 7 servidores falam inglês e espanhol, mas não falam francês.

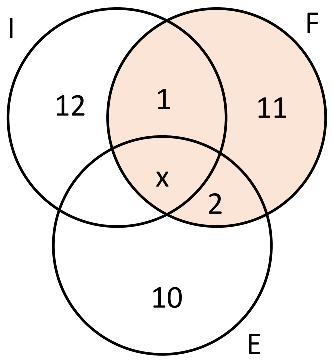
Comentários:
Vamos nomear os conjuntos.

- "I" é o conjunto formado por todos aqueles que falam inglês;
- "F" é o conjunto formado por todos aqueles que falam francês;
- "E" é o conjunto formado por todos aqueles que falam espanhol;

Como **44 servidores falam uma ou mais línguas**, podemos escrever:

$$n(I \cup F \cup E) = 44$$

Seja **"x" o número de servidores que falam os 3 idiomas**. Agora, colocamos as informações do enunciado no diagrama para avaliarmos melhor o problema.



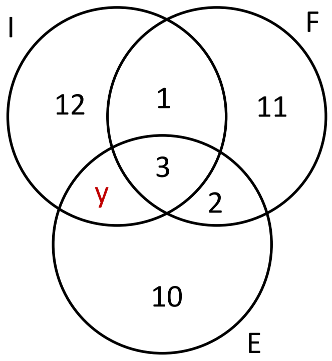
Observe que destaquei o conjunto "F" pois o enunciado fala que temos **17 servidores que falam francês**. Sendo assim, podemos **pegar todas as regiões e somá-las**. O resultado dessa soma deverá ser 17.

$$11 + 1 + x + 2 = 17$$

$$14 + x = 17$$

$$x = 3$$

Pronto! Sabemos quantos servidores falam os três idiomas. No diagrama, ficamos com:



Dessa vez, note que destaquei mais uma informação que não sabemos. **Trata-se da quantidade de pessoas que falam apenas inglês e espanhol**. Para encontrarmos "y", devemos usar a informação que **44 servidores falam pelo menos um idioma**. Sendo assim, **a soma** de todas as regiões do diagrama deve totalizar esses 44 servidores.

$$12 + 1 + 3 + 11 + 2 + 10 + y = 44$$

$$39 + y = 44$$

$$\boxed{y = 5}$$

Opa! **5 pessoas falam apenas inglês e espanhol**. Como o item afirmou que são 7, está errado.

Gabarito: ERRADO.

4. (CESPE/TJ-CE/2023) Considere-se que um grupo de 50 servidores de um tribunal tenha sido selecionado para realizar cursos de aperfeiçoamento e que cada pessoa desse grupo faça pelo menos um dos seguintes dois cursos: gestão de projetos e ciência de dados. Nessa situação hipotética, se 29 pessoas fizerem ambos os cursos e 37 pessoas fizerem pelo menos o curso de gestão de projetos, o número exato de pessoas que farão apenas o curso de ciência de dados é igual a

A) 8.
B) 13.
C) 42.
D) 21.
E) 33.

Comentários:

Seja "G" o conjunto de pessoas que farão o curso de gestão de projetos e "C", o de ciência de dados.

Como temos 50 servidores envolvidos nesse curso, podemos escrever:

$$n(G \cup C) = 50$$

Como 29 farão os dois cursos:

$$n(G \cap C) = 29$$

Como 37 farão o curso de gestão de projetos:

$$n(G) = 37$$

Quando usamos o **Princípio da Inclusão-Exclusão**, obtemos:

$$n(G \cup C) = n(G) + n(C) - n(G \cap C)$$

$$50 = 37 + n(C) - 29$$

$$50 = 8 + n(C)$$

$$n(C) = 42$$

Ora, **42 servidores farão o curso de ciência de dados**!

Cuidado! O enunciado pede a quantidade de servidores que farão **APENAS** o curso de ciência de dados. Para tanto, precisamos subtrair o número de pessoas que farão os dois.

$$n(C - G) = n(C) - n(G \cap C)$$

$$n(C - G) = 42 - 29$$

$$\boxed{n(C - G) = 13}$$

Gabarito: LETRA B.

5. (CESPE/PM-SC/2023) Uma pesquisa com participantes de uma festa tradicional de Santa Catarina revelou que 320 tinham experimentado a cerveja artesanal X, 200 não experimentaram a cerveja artesanal Y, e 220 tinham experimentado as cervejas artesanais X e Y. Com base na situação hipotética apresentada, o número de participantes dessa pesquisa que não experimentaram nenhuma dessas duas cervejas artesanais

A) é inferior ou igual a 50.
B) é superior a 50 e inferior ou igual a 70.
C) é superior a 70 e inferior ou igual a 90.
D) é superior a 90 e inferior ou igual a 110.
E) é superior a 110.

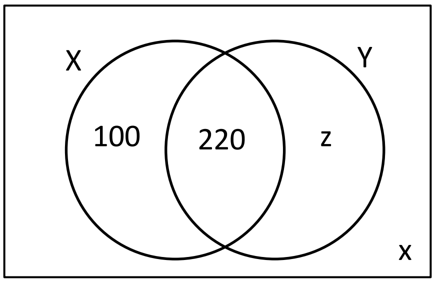
Comentários:

Seja "x" o número de participantes que não experimentaram nenhuma dessas duas cervejas.

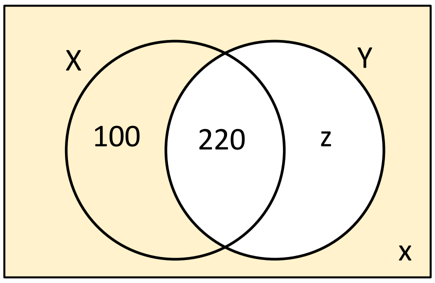
Inicialmente, observe duas informações importantes:

- 320 experimentaram a cerveja X;
- 220 experimentaram as cervejas X e Y.

Logo, podemos concluir que **100 experimentaram apenas a cerveja X**. É exatamente a diferença entre as duas quantidades! Dito isso, podemos desenhar o diagrama com essas informações.



Agora, vamos iniciar nossa busca por "x". Uma informação crucial nessa busca é que **200 pessoas não experimentaram a cerveja Y**. No diagrama, essas pessoas são representadas pelas regiões em destaque:



Ou seja:

$$100 + x = 200$$

$$\boxed{x = 100}$$

Opa!! Nosso "x" é igual a 100. Logo, podemos concluir que **100 pessoas não experimentaram nenhuma das cervejas**. Essa é uma quantidade **superior a 90 e inferior a 110**, conforme aponta a alternativa D.

Gabarito: LETRA D.

6. (CESPE/FUNPRESP-EXE/2022) A seguir, são apresentadas informações obtidas a partir de uma pesquisa realizada com 1.000 pessoas.

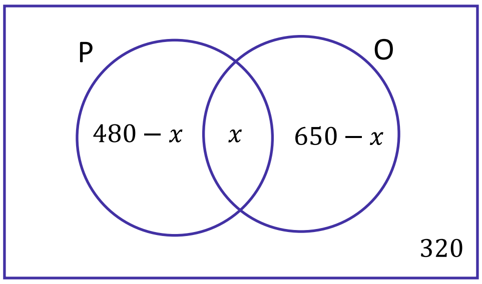
- 480 possuem plano de previdência privada;
- 650 possuem aplicações em outros tipos de produtos financeiros;
- 320 não possuem aplicação em nenhum produto financeiro.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Há mais pessoas que não possuem aplicações em nenhum produto financeiro que pessoas que possuem simultaneamente plano de previdência privada e aplicações em outros produtos financeiros.

Comentários:

Vamos desenhar os diagramas, moçada!



Para a compreensão do diagrama, considere "P" o conjunto formado por aquelas pessoas que possuem plano de **previdência privado**. Por sua vez, "O" é o conjunto formado por aquelas pessoas que possuem aplicação em **outros** tipos de produtos financeiros. Além disso, observe que:

1) "x" representa a quantidade de pessoas que possuem **tanto a previdência privada quanto outros tipos de produto financeiro**.

2) Se **480** é o total de elementos do conjunto "P", então podemos concluir que "$480 - x$" é o número de pessoas que possuem **apenas a previdência privada**.

3) Da mesma forma, se 650 é o total de elementos do conjunto "O", então podemos concluir que "$650 - x$" é o número de pessoas que possuem **apenas outros tipos de produtos financeiros**.

4) Por fim, temos 320 "fora" dos dois conjuntos, indicando quantas pessoas **não possuem nenhuma das aplicações financeiras**.

A pesquisa foi realizada com **1.000 pessoas**. Sendo assim, quando somamos cada uma das regiões do diagrama que desenhamos, devemos obter **exatamente** esse número. Logo,

$$(480 - x) + x + (650 - x) + 320 = 1000$$

$$1450 - x = 1000$$

$$\boxed{x = 450}$$

Pronto, 450 é o número de pessoas que aplicam **tanto na previdência privada quanto em outros produtos financeiros**.

O item diz que a quantidade de pessoas que **não** possuem aplicações em **nenhum** produto (320) **é maior** que a quantidade de pessoas que possuem **simultaneamente** os dois produtos (450). Com isso, podemos concluir que **tal afirmação está equivocada**, uma vez que se tem 450 pessoas que possuem os dois produtos, enquanto apenas 320 **não usam nenhum dos dois**.

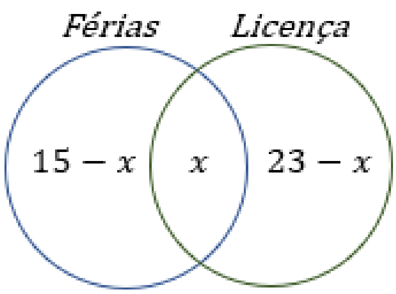
Gabarito: ERRADO.

7. (CESPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

A quantidade de processos analisados nesse dia que eram referentes apenas a pedido de férias é igual a 8.

Comentários:

É uma questão típica de Diagrama de Venn. Nesses casos, a primeira informação que devemos procurar é **a quantidade de elementos na intersecção dos conjuntos**, nesse caso, quantas pessoas pediram **férias e licença, simultaneamente**. Como a questão não informou esse valor, suponha que seja x. O diagrama, portanto, é o seguinte:



$15 - x$ representa a quantidade de pessoas que pediram **APENAS férias**. $23 - x$ representa a quantidade de pessoas que pediram **APENAS licença**. A questão informou que **o total de processos analisados foram $\mathbf{30}$**. Logo, a soma dos valores discriminados acima deve ser 30.

$$(15 - x) + x + (23 - x) = 30 \quad \rightarrow \quad 38 - x = 30 \quad \rightarrow \quad x = 8$$

Note que **8 é o número de pessoas que tiraram férias e pediram licença**. Para descobrir o número de processos analisados referentes **<u>apenas a pedido de férias</u>**, devemos pegar **o total de pedidos de férias e subtrair o valor de processos que pediram férias e licença**, simultaneamente.

$$SÓ\ FERIAS = 15 - x = 15 - 8 = 7$$

7 pessoas fizeram APENAS o pedido de férias.

Gabarito: ERRADO.

8. (CESPE/PREF. B dos COQUEIROS/2020) Em uma pesquisa feita com um grupo de 100 turistas que visitavam Aracaju, verificou-se que todos eles tinham visitado pelo menos duas das seguintes praias: Atalaia, Aruana e da Costa. A tabela a seguir mostra quantos desses turistas visitaram as referidas praias.

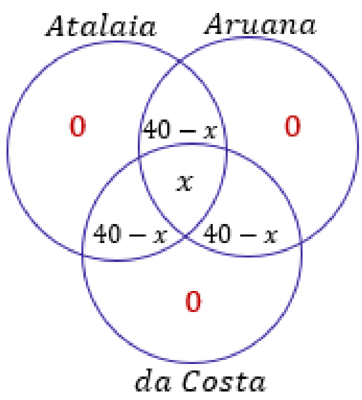
Praias Visitadas	Número de Turistas
Atalaia e Aruana	**40**
Atalaia e da Costa	**40**
Aruana e da Costa	**40**

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

Assinale a opção correta.
A) Apenas o item II está certo.
B) Apenas o item III está certo.
C) Apenas os itens I e II estão certos.
D) Apenas os itens I e III estão certos.
E) Todos os itens estão certos.

Comentários:
Não esqueça que, nesse tipo de questão, **a primeira coisa** que você deve se perguntar é: *qual a quantidade de elementos na* ***intersecção dos três conjuntos em questão****?* Se **não** for fornecido esse valor, você deve chamá-lo de x. Observe como fica o diagrama para essa questão.



Observe que também preenchemos $40 - x$ nas intersecções dois a dois. Quando o enunciado diz que 40 pessoas visitaram a praia A e a praia B, ele **não está dizendo que 40 visitaram apenas a praia A e a praia B. Dentro dessas 40 pessoas pode ter tido 10 que também foram para a praia C**.

Se estamos nos perguntando a quantidade de pessoas que visitaram **APENAS as praias A e B**, devemos **subtrai**r a quantidade de pessoas que **além das praias A e B, também visitou a C**. Ficou claro, pessoal?!

Uma informação muito importante dada no enunciado é que: **todos os turistas tinham visitado pelo menos duas das praias**. Com isso, foi possível colocar o 0, indicando que **não houve quem visitou uma única praia**. Com o nosso diagrama montado e sabendo que **100 turistas visitaram as praias**, sabemos que ao somar os elementos discriminados acima, devemos obter exatamente o valor total de turistas.

$$(40-x)+(40-x)+(40-x)+x=100$$

$$120-2x=100 \quad \rightarrow \quad 2x=20 \quad \rightarrow \quad x=10$$

Esse valor encontrado indica que **10 pessoas visitaram as três praias**! Com isso, **30 pessoas visitaram APENAS Atalaia e Aruana**, **30 pessoas visitaram APENAS Aruana e da Costa** e **30 pessoas visitaram APENAS Atalaia e da Costa**. Podemos agora analisar os itens.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
ERRADO. Vimos que 30 pessoas visitaram Atalaia e Aruana, outras 30 visitaram Atalaia e da Costa e 10 pessoas visitaram as 3 praias. Com isso, $30+30+10=$ **70 pessoas visitaram a praia de Atalaia**.

II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
CORRETO. Essa informação está no próprio enunciado, quando ele diz que **os turistas visitaram pelo menos duas das praias.**

III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.
ERRADO. De acordo com o que desenvolvemos, **10 pessoas visitaram as três praias**.

Gabarito: LETRA A.

9. (CESPE/TJ-PR/2019) Em determinado tribunal, os conselheiros atuam nos conselhos I, II e III, podendo atuar em apenas um, em dois ou em todos os conselhos, como mostra a tabela seguinte.

Quantidade de Conselheiros	Conselho de Atuação
35	I
25	II
24	III
10	I e II
12	I e III
8	II e III
4	I, II e III

Nesse caso, a quantidade de conselheiros que atuam em, no máximo, um dos conselhos é igual a

A) 26.

B) 36.

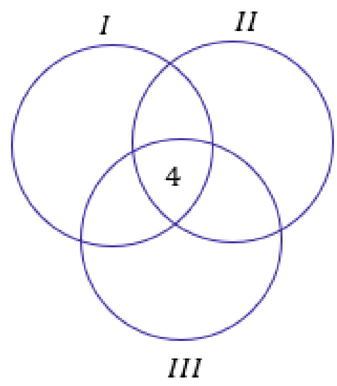
C) 50.

D) 58.

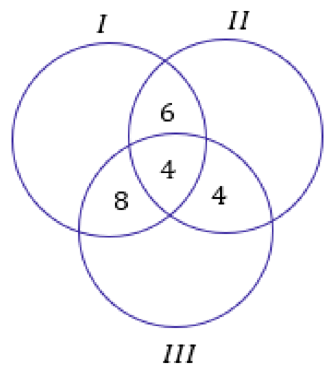
E) 84.

Comentários:

Temos **três conselhos de atuação**, sendo que os conselheiros podem atuar em **apenas um, em dois ou em todos os conselhos**. É uma questão clássica de diagrama de Venn e PIE. Nesse tipo de questão, devemos sempre começar com a quantidade de elementos na intersecção dos três conjuntos. De acordo com a tabela, temos **4 conselheiros que atuam nos três conselhos**.

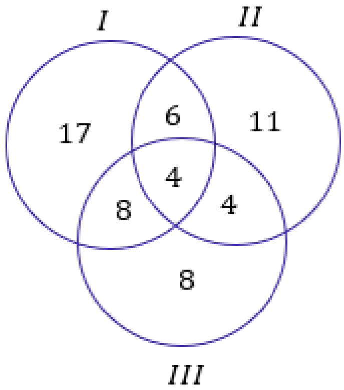


Uma vez com a quantidade de elementos da intersecção dos três conjuntos, **partimos para a análise dos elementos das intersecções de dois conjuntos**. Por exemplo, da tabela é possível ver que 10 conselheiros atuam nos conselhos I e II. Como já contamos 4 deles na intersecção, temos que $10 - 4 = 6$ conselheiros atuam **APENAS nos conselhos I e II**. Podemos usar esse raciocínio para as demais intersecções.



Agora que achamos as quantidades das intersecções, devemos partir para a análise das quantidades de conselheiros que atuam **APENAS um único conselho**. A tabela diz que 35 conselheiros atuam no conselho I, nosso diagrama mostra que $6+4+8=18$ estão conselheiros estão atuando no conselho I **mas também em outros conselhos**.

Portanto, devemos fazer $35-18=17$ para obter a quantidade de conselheiros que estão atuando apenas no conselho I. Analogamente, se o conselho II possui 25 conselheiros e contabilizamos $6+4+4=14$, então sobra que **11 conselheiros que atuam somente no conselho II**. Por fim, dos 24 conselheiros de III, já temos contabilizados $8+4+4=16$ no diagrama. Logo, **8 atuam apenas em III**.



Com o nosso diagrama completo, podemos analisar o que a questão pede. O examinador quer **o número de conselheiros que atuam em apenas um dos conselhos**.

$$N=17+11+8 \quad \rightarrow \quad N=36$$

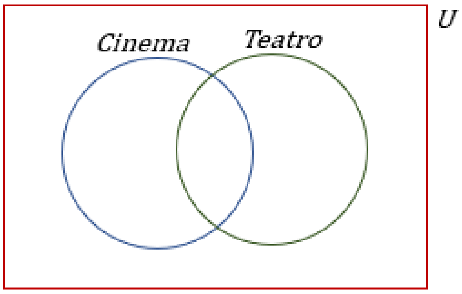
Gabarito: LETRA B.

10. (CESPE/IFF/2018) Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a

A) 50.
B) 130.
C) 180.
D) 240.
E) 370.

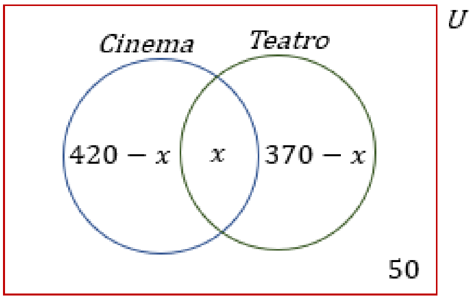
Comentários:

O **conjunto universo é representado pelos 600 estudantes dessa escola.** O diagrama que é interessante desenhar para a resolução do exercício é o seguinte:



Devemos inserir no desenho acima as informações que foram passadas pelo enunciado. O primeiro ponto a ser levado em consideração é **a quantidade de elementos na intersecção dos conjuntos**. No nosso caso, é exatamente **a quantidade de estudantes que gostam tanto de teatro e de cinema**.

No entanto, esse valor é exatamente o que é pedido no enunciado e **ainda não sabemos quanto vale**. Vamos chamá-lo de x. Como 370 alunos gostam de teatro, então $370 - x$ **gostam APENAS de teatro**. Além disso, se 420 gostam de cinema, $420 - x$ **gostam APENAS de cinema**. Note **que 50 não gosta de nenhum dos dois**.



Veja que foi possível completarmos nosso diagrama com as informações analisadas. Como nosso conjunto universo é formado por 600 estudantes, a soma das quantidades de cada uma das partes do diagrama deve totalizar esse mesmo número.

$$(420 - x) + x + (370 - x) + 50 = 600$$

$$840 - x = 600$$

$$x = 240$$

Gabarito: LETRA D.

11. (CESPE/IFF/2018) Para um conjunto qualquer X, $n(X)$ representa a quantidade de elementos de X. Nesse sentido, considere que os conjuntos A, B e C tenham as seguintes propriedades:

$$\boldsymbol{n(A) = n(B) = n(C) = 50;}$$

$$\boldsymbol{n(A \cap B) = n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10;}$$

$$\boldsymbol{n(A \cap B \cap C) = 0.}$$

Nessa situação, $n(A \cup B \cup C)$ é igual a:

A) 100.

B) 110.

C) 120.

D) 130.

D) 140.

Comentários:

Essa questão é uma **aplicação direta do Princípio da Inclusão-Exclusão**.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Aplicando os valores do enunciado, ficamos com:

$$n(A \cup B \cup C) = 50 + 50 + 50 - 10 - 10 - 10 + 0 \quad \rightarrow \quad n(A \cup B \cup C) = 120$$

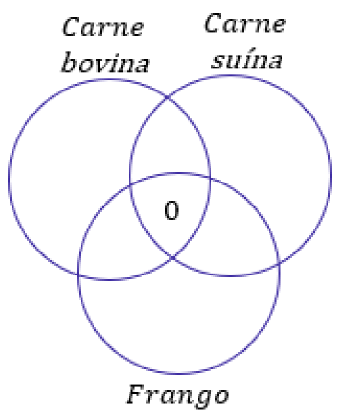
Gabarito: LETRA C.

Texto para as próximas questões

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

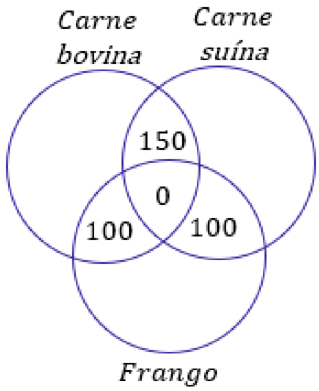
Comentários Iniciais:

Antes de julgar as questões, vamos fazer alguns comentários iniciais. É preciso desenvolver o diagrama de Venn. Observe que temos **800 contêineres** que vamos distribuir frango, carne suína e carne bovina. A primeira coisa que devemos procurar é **quantos contêineres abrigarão os 3 tipos de carne**, o enunciado fornece essa informação quando diz que **nenhum contêiner foi carregado com os três produtos**.



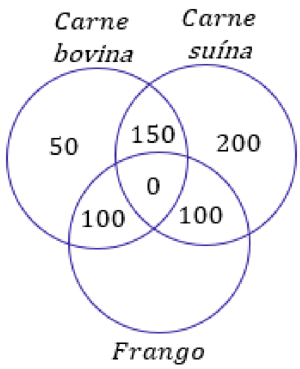
Agora, vamos olhar **as intersecções de dois conjuntos**. O enunciado disse **que 100 foram carregados com frango e carne bovina**, **150 com carne suína e carne bovina** e **100 com frango e carne suína**.

Como não houve nenhum contêiner com os três tipos de carnes, **não há nada para ser descontado** e podemos levar esses valores diretos para o diagrama.



Por fim, sabemos que **300 contêineres** foram carregados com carne bovina, mas nosso diagrama já está contabilizando $150 + 100 = 250$ contêineres de carne bovina. Assim, **os 50 contêineres que faltam para fechar os 300 estão APENAS com carne bovina**.

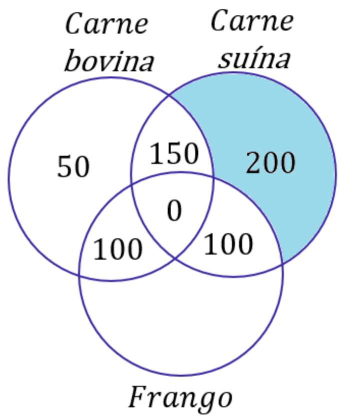
Ademais, é fornecido que **450 contêineres estão com carne suína**. Nosso diagrama também já está contabilizando $150 + 100 = 250$ contêineres com carne suína. Isso significa que temos **200 contêineres APENAS com carne suína**.



12. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, 250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

Comentários:

O item trouxe **250 contêineres** carregados com **apenas carne suína**. No entanto, quando olhamos o diagrama desenvolvido nos comentários iniciais, vemos que **foram apenas 200.**

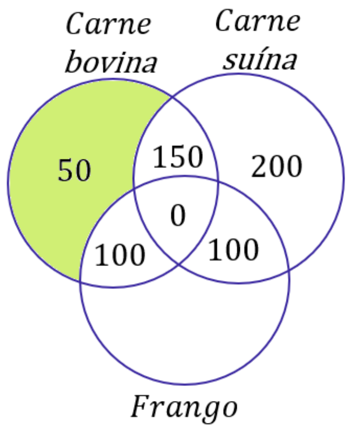


Gabarito: ERRADO.

13. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação, 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

Comentários:

Observando o diagrama que desenvolvemos nos comentários iniciais, veja que realmente **temos 50 contêineres carregados apenas com carne bovina**.

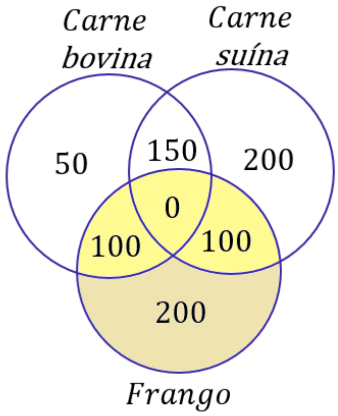


Gabarito: CERTO.

14. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, a carga de 400 contêineres continha frango congelado.

Comentários:

Veja que o nosso diagrama já contabilizou $50 + 150 + 100 + 100 + 200 =$ **600 contêineres**. O enunciado informou que são, ao total, **800 contêineres**. Logo, essa diferença (200) certamente é o número que está faltando: **a quantidade de contêineres com APENAS frango**.



Quando somamos os valores dos contêineres com frango, encontramos $100 + 100 + 200 = 400$. Logo, **o item encontra-se correto** ao afirmar que existem 400 contêineres com frango congelado.

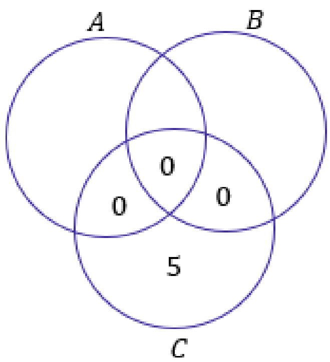
Gabarito: CERTO.

(PF/2018) Texto para as próximas questões
Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B. Com referência a essa situação hipotética, julgue os itens a seguir.

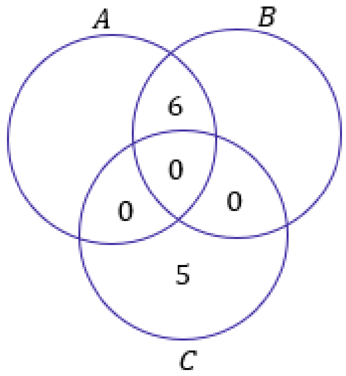
15. (CESPE/PF/2018) Se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.

Comentários:
Nosso **conjunto universo é composto pelos 30 passageiros** que foram selecionados para fazer os exames. Para nos auxiliar no desenvolvimento da questão, é necessário desenhar o diagrama de Venn. Vamos primeiro utilizar as informações do enunciado para concluir algumas coisas importantes.

Note que **se 25 dos 30 passageiros estiveram em A ou em B, então 5 passageiros estiveram SOMENTE em C**. Além disso, como nenhum desses 25 passageiros que esteve em A ou em B esteve em C, então **o número de elementos na intersecção dos três conjuntos é nulo**, bem como qualquer intersecção com C.

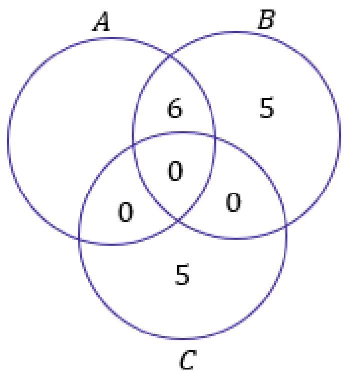


O enunciado ainda fala que **6 dos 25 passageiros estiveram em A e em B**.

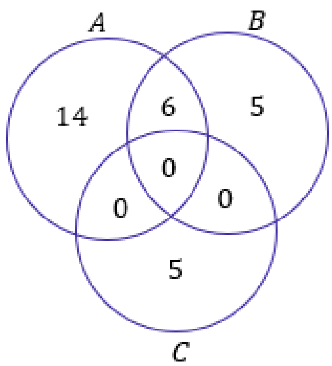


Pronto, nesse momento utilizamos todas as informações do enunciado que poderíamos usar para compor o diagrama. Agora, vamos analisar o item propriamente dito. O examinador diz que **se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.**

Note, do nosso último diagrama, que já marcamos 6 pessoas que visitaram B. Se o examinador diz que foi 11, então sobra **5 pessoas que visitaram APENAS o país B**.



Sabemos que 25 pessoas visitaram A ou B e que **já contabilizamos 11 delas** no diagrama. As **14 pessoas que estão faltando para completar essas 25 pessoas são aquelas que estiveram APENAS no país A**.



Por fim, podemos ver que $14 + 6 = 20$ **pessoas estiverem em A** e, portanto, o item está correto.

Gabarito: CERTO.

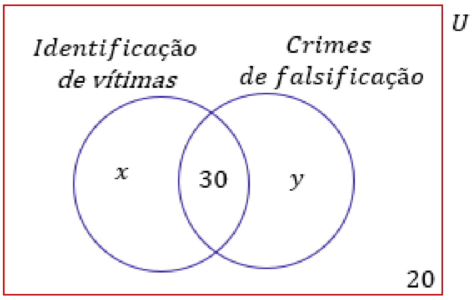
Texto para as próximas questões
O resultado de uma pesquisa acerca da satisfação de 200 papiloscopistas, no que diz respeito às tarefas por eles executadas de identificação de vítimas e de descobertas de crimes de falsificação, foi o seguinte:

I. 30 papiloscopistas sentem-se igualmente satisfeitos ao executar qualquer uma dessas tarefas;
II. 180 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma dessas tarefas.

Considerando que todos os 200 papiloscopistas responderam à pesquisa, julgue o item seguinte.

16. (CESPE/PF/2018) A quantidade de papiloscopistas que se sentem satisfeitos ao executar exatamente uma das referidas tarefas é superior a 100.

Comentários:
Vamos dividir o grupo de **200 papiloscopistas** (que será o conjunto universo) em dois outros conjuntos: **um daqueles que se sentem satisfeitos com a identificação de vítimas** e outro **daqueles que se sentem satisfeitos com a descoberta de crimes de falsificação**.



Note que **30 pessoas se sentem satisfeitas trabalhando em qualquer uma das tarefas**. Além disso, o enunciado mostra que **180 dos 200 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma delas**.
Com isso, sobra **20 papiloscopistas que não se sentem satisfeitos identificando vítimas ou descobrindo crimes de falsificação.** A quantidade de papiloscopistas que se sentem satisfeito apenas com uma tarefa é dada por $x + y$. Sabemos, no entanto, que $x + y + 30 = 180$. Logo,

$$x + y = 150$$

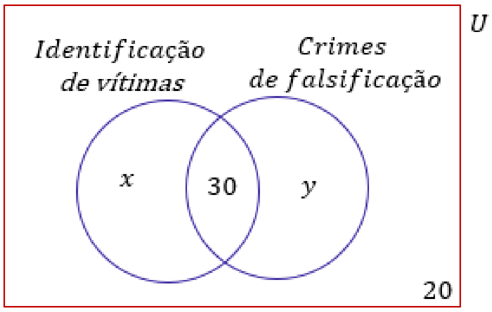
Como **essa quantidade é superior a 100**, o gabarito está correto.

Gabarito: CERTO.

17. (CESPE/PF/2018) Nessa situação, as informações dadas permitem inferir que exatamente 75 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executarem a tarefa de identificação de vítimas.

Comentários:

Vamos dividir o grupo de **200 papiloscopistas** (que será o conjunto universo) em dois outros conjuntos: **um daqueles que se sentem satisfeitos com a identificação de vítimas** e outro **daqueles que se sentem satisfeitos com a descoberta de crimes de falsificação**.



Note que **30 pessoas se sentem satisfeitas trabalhando em qualquer uma das tarefas**. Além disso, o enunciado mostra que **180 dos 200 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma delas**.

Com isso, sobra **20 papiloscopistas que não se sentem satisfeitos identificando vítimas ou descobrindo crimes de falsificação.** **Não há mais informações** que possibilitem concluir exatamente o número de papiloscopistas que se sentem satisfeitos com a tarefa de identificação de vítimas.

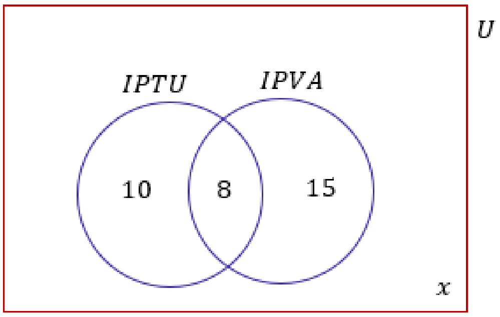
Gabarito: ERRADO.

18. (CESPE/SEFAZ-RS/2018) Em determinado dia, os órgãos responsáveis atenderam 50 contribuintes para resolver pendências relativas ao IPTU, ao IPVA e a outros tributos. Sabe-se que foram atendidos:

I. 18 contribuintes com pendências de IPTU;
II. 23 contribuintes com pendências de IPVA;
III. 8 contribuintes com pendências de IPTU e IPVA.
Nesse caso, a quantidade de contribuintes atendidos cujas pendências não se referiam a IPTU nem a IPVA foi igual a

A) 15.
B) 17.
C) 25.
D) 9.
E) 10.

Comentários:
O conjunto universo dessa questão é constituído dos **50 contribuintes**.



O primeiro fato que devemos levar em consideração é que **8 contribuintes tinham pendências de IPTU e IPVA**. Sendo assim, se **18 contribuintes tiveram pendência de IPTU, podemos descontar esses 8 para obter aquele que tiverem pendências APENAS com IPTU**. Analogamente, descontando **8 dos 23 que tiverem pendência de IPVA, obtemos aqueles que tiverem pendências APENAS com IPVA**.

Queremos, no entanto, descobrir **quanto desses 50 não tiveram problema com nenhum desses dois impostos**. Vamos chamar essa quantidade de x. Se somarmos todos os valores que estão presentes no digrama que desenhamos, **essa soma deve totalizar os 50 contribuintes do nosso conjunto universo**.

$$10 + 8 + 15 + x = 50$$

$$33 + x = 50$$

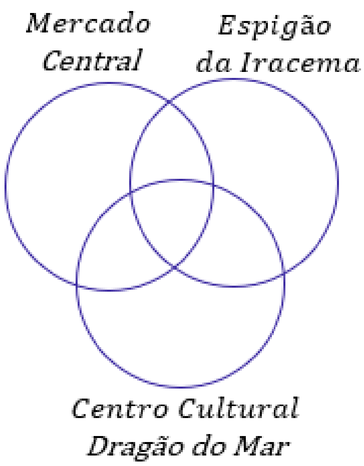
$$x = 17$$

Gabarito: LETRA B.

Texto para as próximas questões
Um banco comercial realizou um evento de negócios na cidade de Fortaleza – CE. Após as reuniões, os participantes do evento visitaram pontos turísticos da cidade: 95 dos participantes visitaram o Mercado Central, 80 visitaram o Espigão de Iracema e 90 visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar. Do total de participantes, 30 visitaram somente o Mercado Central, 50 visitaram o Espigão de Iracema e o Centro Cultural Dragão do Mar, 35 visitaram o Mercado Central e o Espigão de Iracema, e 20 visitaram esses três pontos turísticos. Considerando que todos os participantes tenham visitado, pelo menos, um desses três pontos turísticos, julgue os itens a seguir.

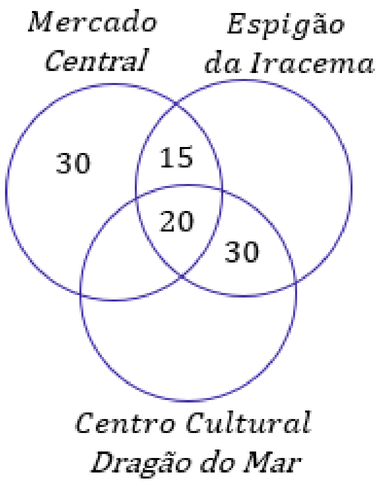
Comentários Iniciais:
Para **evitarmos repetir a solução** nos itens seguintes, vamos primeiro fazer uma resolução inicial, que **será aproveitada para julgar** todos os exercícios que envolvam o texto anterior. Tudo bem? Essa questão envolve um diagrama de Venn **com três conjuntos**: um representando aqueles que visitaram o Mercado Central,

outro representando aqueles que visitaram o Espigão de Iracema e mais um representando aqueles que visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar.

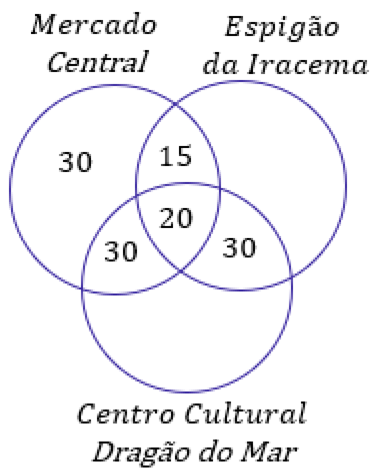


A primeira informação que devemos buscar no enunciado é **quantos visitaram os três pontos turísticos**. Ao procurar, encontramos que **foram 20 pessoas**. O enunciado diz ainda que **35 visitaram o Mercado Central e o Espigão de Iracema**. Como sabemos que 20 visitaram os três, concluímos que **15 visitaram APENAS esses dois pontos turísticos**.

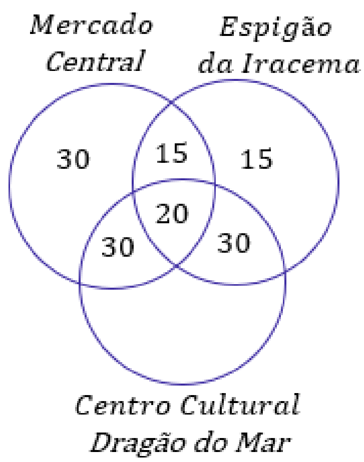
Analogamente, **50 visitaram o Espigão e o Dragão do Mar**, já contabilizamos 20 deles quando consideremos aqueles que visitaram os 3 pontos. Logo, **30 pessoas visitaram APENAS esses dois outros pontos**. Foi dito, ainda, que **30 visitaram apenas** o Mercado Central.



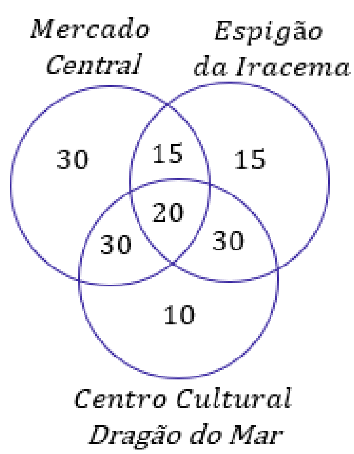
Observe que disseram que **95 visitaram o Mercado Central** e contabilizamos $30 + 15 + 20 = 65$. A diferença de 30 é o número de pessoas que visitaram **APENAS o Mercado Central e o Dragão do Mar**.



Sabemos ainda que **80 participantes visitaram o Espigão de Iracema**. No diagrama, temos contabilizados $15 + 20 + 30 = 65$. Então, **15 é quantidade de pessoas que visitaram APENAS o Espigão de Iracema**.



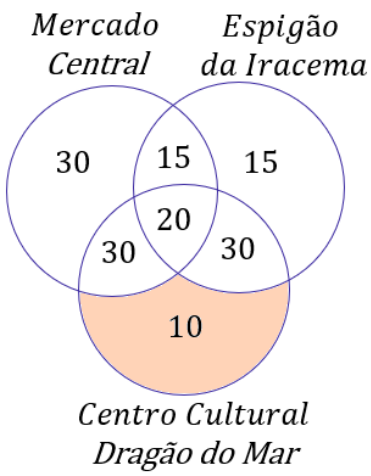
Por último, **90 visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar**. No diagrama, temos contabilizados $30 + 20 + 30 = 80$. Logo, faltam **10 pessoas para totalizar os 90**. Esses 10 participantes restantes **são aqueles que visitaram APENAS o Dragão do Mar**.



19. (CESPE/BNB/2018) Mais de 15 dos participantes do evento visitaram somente o Centro Cultural Dragão do Mar.

Comentários:

Com o diagrama que desenvolvemos nos comentários iniciais acima, vemos que a quantidade de pessoas que visitaram **apenas o Dragão do Mar é 10** e não 15.

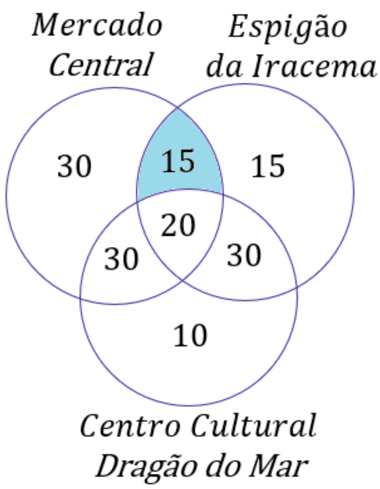


Gabarito: ERRADO.

20. (CESPE/BNB/2018) Menos de 12 dos participantes do evento visitaram somente o Espigão de Iracema e o Mercado Central.

Comentários:

Com a análise do diagrama que chegamos nos comentários iniciais da questão, é possível ver que **15 pessoas visitaram somente o Mercado Central e o Espigão de Iracema**. Logo, item errado.

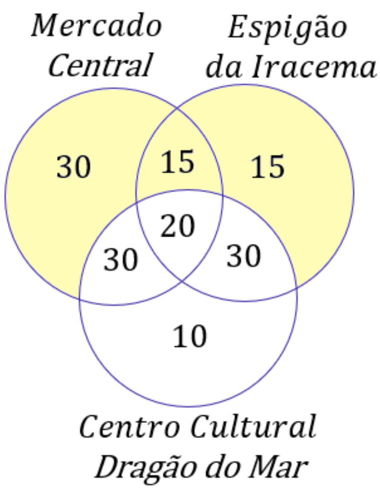


Gabarito: ERRADO.

21. (CESPE/BNB/2018) Mais de 50 dos participantes do evento não visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar.

Comentários:

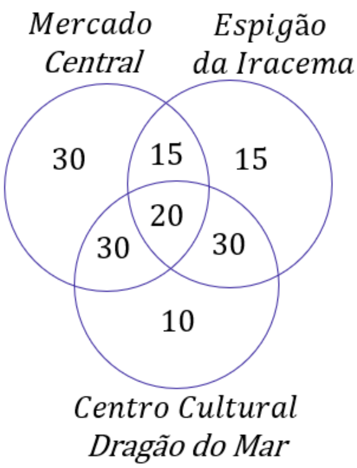
Com o diagrama completo, podemos olhar para **os números fora do conjunto do Centro Cultural Dragão do Mar**. O número de pessoas que não visitaram esse ponto turístico é dado por $30 + 15 + 15 = 60$. O item afirma que **mais de 50 pessoas não visitaram o Dragão do Mar**, portanto, está correto.



Gabarito: CERTO.

22. (CESPE/BNB/2018) Menos de 180 pessoas participaram do evento.

Comentários:



Para obter o total de pessoas que compareceram ao evento, **basta somarmos as quantidades** discriminadas em nosso diagrama completamente preenchido.

$$TOTAL\ DE\ PESSOAS = 30 + 30 + 15 + 20 + 15 + 30 + 10 \quad \rightarrow \quad TOTAL\ DE\ PESSOAS = 150$$

O item afirma que **menos de 150 pessoas participaram do evento**, logo, encontra-se correto.

Gabarito: CERTO.

Texto para as próximas questões

Uma pesquisa revelou características da população de uma pequena comunidade composta apenas por casais e seus filhos. Todos os casais dessa comunidade são elementos do conjunto $A \cup B \cup C$ em que:

A = {casais com pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade};

B = {casais com pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade};

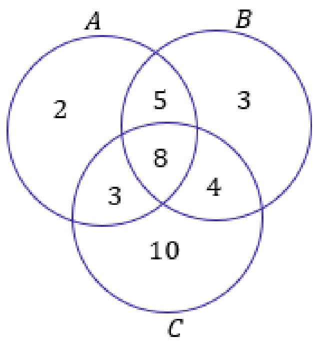
C = {casais com pelo menos 4 filhos}.

Considerando que $n(P)$ indique a quantidade de elementos de um conjunto P, suponha que:

$$n(A) = 18;\ n(B) = 20;\ n(C) = 25;$$

$$n(A \cap B) = 13; n(A \cap C) = 11; n(B \cap C) = 12\ e\ n(A \cap B \cap C) = 8.$$

O diagrama a seguir mostra essas quantidades de elementos.



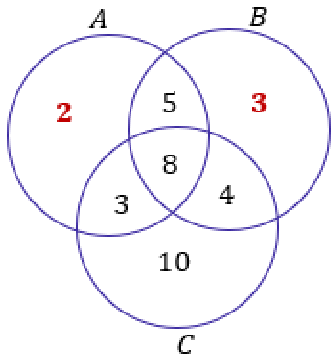
Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue os itens a seguir.

23. (CESPE/EBSERH/2018) A referida comunidade é formada por menos de 180 pessoas.

Comentários:

Observe que o conjunto C representa casais com **pelo menos 4 filhos**. O enunciado diz que **o conjunto C tem 25 casais**, pois, $n(C) = 25$. Ora, **cada casal é formado por 2 pessoas** e se **cada um tem pelo menos 4 filhos**, então **cada família dessa contém, no mínimo, 6 pessoas**.

Logo, o conjunto C soma $6 \times 25 =$ **150 indivíduos.** Confira abaixo o diagrama obtido com os valores do enunciado. Lembrando sempre que devemos começar a preencher pela intersecção dos três conjuntos.



Fora do conjunto C, devemos olhar para a quantidade de casais que **somente fazem parte de A (são 2)** ou **somente fazem parte de B (são 3)**. Esses 5 casais **possuem pelo menos um filho**. Logo, podemos contar $3 \times 5 = \mathbf{15}$ **pessoas nesse grupo**.

Os outros **5 casais que estão tanto no conjunto A e no conjunto B**, possuem, **no mínimo**, **2 filhos**. A explicação é a seguinte: **como estão no grupo A, elas possuem pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade**.

Mas, **como também estão no grupo B, eles possuem pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade.** Logo, a quantidade mínima de filhos desses casais é dois. Sendo assim, com **cada casal representando uma família de 4 membros**, vamos ter $5 \times 4 = \mathbf{20}$ **pessoas** nesse grupo. Para obter o total de pessoas nessa população, devemos somar tudo que obtivemos.

$$POPULAÇÃO = 150 + 15 + 20 \quad \rightarrow \quad POPULAÇÃO = 185$$

O item afirma que a população **possui menos de 180 pessoas** e, portanto, está errado.

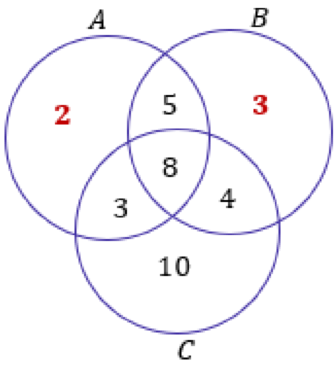
Gabarito: ERRADO.

24. (CESPE/EBSERH/2018) Pelo menos 30 casais dessa comunidade têm 2 ou mais filhos.

Comentários:

Observe que o conjunto C representa casais com **pelo menos 4 filhos**. O enunciado diz que **o conjunto C tem 25 casais**, pois, $n(C) = 25$. Ora, **cada casal é formado por 2 pessoas** e se **cada um tem pelo menos 4 filhos**, então **cada família dessa contém, no mínimo, 6 pessoas**.

Logo, o conjunto C soma $6 \times 25 = \mathbf{150}$ **indivíduos.** Confira abaixo o diagrama obtido com os valores do enunciado. Lembrando sempre que devemos começar a preencher pela intersecção dos três conjuntos.



Fora do conjunto C, devemos olhar para a quantidade de casais que **somente fazem parte de A (são 2)** ou **somente fazem parte de B (são 3)**. Esses 5 casais **possuem pelo menos um filho**. Logo, podemos contar $3 \times 5 =$ **15 pessoas nesse grupo**.

Os outros **5 casais que estão tanto no conjunto A e no conjunto B**, possuem, **no mínimo**, **2 filhos**. A explicação é a seguinte: **como estão no grupo A, elas possuem pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade**.

Mas, **como também estão no grupo B, eles possuem pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade.** Logo, a quantidade mínima de filhos desses casais é dois. Logo, somando os 25 casais do conjunto C com os 5 casais da intersecção de A com B, então **são 30 casais dessa comunidade com pelo menos 2 filhos**.

Gabarito: CERTO.

25. (CESPE/ANVISA/2016) Situação hipotética: A ANVISA realizará inspeções em estabelecimentos comerciais que são classificados como Bar ou Restaurante e naqueles que são considerados ao mesmo tempo Bar e Restaurante. Sabe-se que, ao todo, são 96 estabelecimentos a serem visitados, dos quais 49 são classificados como Bar e 60 são classificados como Restaurante. Nessa situação, há mais de 15 estabelecimentos que são classificados como Bar e como Restaurante ao mesmo tempo.

Comentários:

Pessoal, podemos resolver essa questão por diagrama de Venn mas também pelo Princípio da Inclusão-Exclusão. Dessa vez, optaremos por utilizar a fórmula que estudamos. Seja $\boldsymbol{A}$ **o conjunto formado pelos bares que serão visitados** e $\boldsymbol{B}$ **o conjunto formado pelos restaurantes**. O Princípio da Inclusão-Exclusão possibilita escrever que:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

É possível retirar as seguintes informações do enunciado:

- $n(A \cup B) = 96$

- $n(A) = 49$
- $n(B) = 60$

Podemos descobrir **quantos elementos há na intersecção dos dois conjuntos**. Essa informação nos dirá quantos estabelecimentos são classificados como bar e restaurante ao mesmo tempo. Esse valor, **possibilitará avaliar o item**. Vamos substituir os valores passados pelo enunciado na fórmula.

$$96 = 49 + 60 - n(A \cap B)$$

$$96 = 109 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 13$$

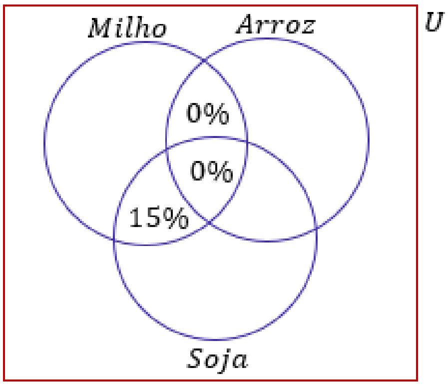
Concluímos que **há apenas 13 estabelecimentos que podem ser classificados como bar e restaurante**. Como o item afirma que existem mais de 15, então ele está errado.

Gabarito: ERRADO.

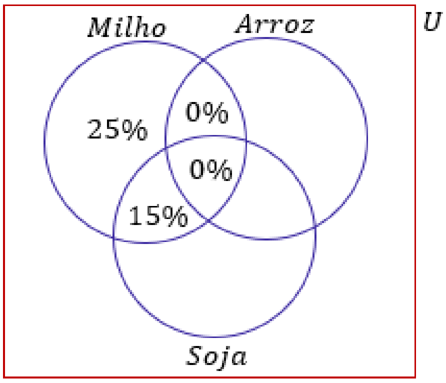
26. (CESPE/DPU/2015) Na zona rural de um município, 50% dos agricultores cultivam soja; 30%, arroz; 40%, milho; e 10% não cultivam nenhum desses grãos. Os agricultores que produzem milho não cultivam arroz e 15% deles cultivam milho e soja. Considerando essa situação, julgue o item que segue: em exatamente 30% das propriedades, cultiva-se apenas milho.

Comentários:

O primeiro ponto a ser percebido é que **os agricultores que produzem milho não cultivam arroz**. Isso significa que **o número de elementos da intersecção desses dois conjunto é zero**. É possível concluir mais ainda: **se não há nenhum agricultor que produz milho e arroz, então não tem agricultor que produza milho, arroz e soja.** Levando também em consideração que **15% cultivam milho e soja**, então:



Se **40% cultivam milho** e contabilizamos que 15% dos agricultores cultivam milho e soja, então temos que **25% dos agricultores cultivam apenas milho**.



Observe que não precisamos completar todo o diagrama para julgar o item. **Apenas 25% dos agricultores cultivam milho e não 30%.**

Gabarito: ERRADO.

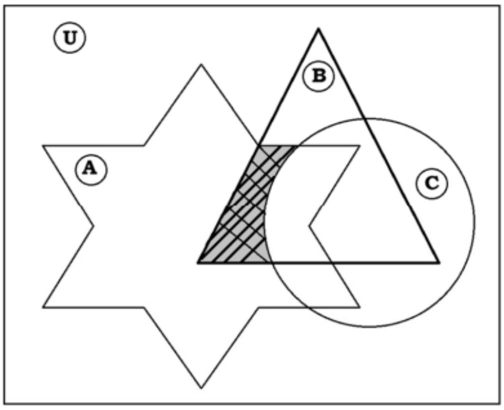
LISTA DE QUESTÕES - CEBRASPE

União, Intersecção, Complementar e Diferença

1. (CESPE/PETROBRAS/2023) Acerca da teoria dos conjuntos, julgue o próximo item.

Para três conjuntos, A, B e C, não vazios, se A está contido em B e se C não contém B, então C também não contém A.

2. (CESPE/PM-SC/2023)



A figura precedente apresenta os conjuntos A, B, C e U. Considerando que $C_Y(X)$ representa o complementar de X em Y, assinale a opção que representa corretamente o subconjunto do conjunto B em destaque na referida figura.

A) $C_U(C \cap B)$

B) $A \cap B \cap C$

C) $C_B(C) \cap A$

D) $C_U(A) \cap C$

E) $A \cup (B \cap C)$

3. (CESPE/PC-PB/2022) Considere que, no conjunto D_0 de todos os detentos em dado momento, D_1 seja o conjunto de todos os detentos condenados pelo cometimento de, pelo menos, um crime, D_2 seja o conjunto dos condenados por, pelo menos, dois crimes, e assim por diante. Nessa situação, o conjunto dos detentos condenados pelo cometimento de exatamente 4 crimes é

A) $D_1 \cap D_2 \cap D_3 \cap D_4$

B) $D_1 \cup D_2 \cup D_3 \cup D_4$

C) D_4

D) $D_4 - D_5$

E) $D_5 - D_4$

4. (CESPE/MPjTCE-SC/2023) Dada uma equipe de dez servidores, entre eles Alberto e Bruna, W é o conjunto de todas as listas que podem ser formadas com exatamente três servidores.

A partir das informações anteriores, e sabendo que, nessa hipótese, A é o conjunto de todas as listas em que consta o nome de Alberto e B, o conjunto daquelas em que consta o nome de Bruna, julgue o item que se segue.

O conjunto de listas que não apresentam os nomes de Alberto nem de Bruna pode ser corretamente representado por $W - A \cap B$.

5. (CESPE/MPjTCE-SC/2023) Dada uma equipe de dez servidores, entre eles Alberto e Bruna, W é o conjunto de todas as listas que podem ser formadas com exatamente três servidores.

A partir das informações anteriores, e sabendo que, nessa hipótese, A é o conjunto de todas as listas em que consta o nome de Alberto e B, o conjunto daquelas em que consta o nome de Bruna, julgue o item que se segue.

O conjunto de listas que apresentam apenas um dos nomes Alberto ou Bruna pode ser corretamente representado por $(A - B) \cup (B - A)$.

6. (CESPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal cearatransparente.ce.gov.br, em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada $j = 0, 1, 2, \ldots,$ M_j for o conjunto dos municípios cearenses que celebraram, pelo menos, j convênios com o governo estadual, então o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio com o governo do estado será representado pelo conjunto

A) M_0
B) $M_1 - M_0$
C) $M_1 \cap M_0$
D) $M_0 - M_1$
E) $M_0 \cup M_1$

7. (CESPE/TRF-1/2017) Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: "Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada." Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue o próximo item.

Se A for o conjunto dos presentes que votaram a favor e B for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença A\B terá exatamente um elemento.

8. (CESPE/INSS/2015) Julgue o item a seguir, relativos a raciocínio lógico e operações com conjuntos.

Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que $A, B \subset C$, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

(SUFRAMA/2014) Texto para as próximas questões

Para o conjunto $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, se A for um subconjunto de Ω, indique por $S(A)$ a soma dos elementos de A e considere e $S(\emptyset) = 0$. Nesse sentido, julgue o item a seguir.

9. (CESPE/SUFRAMA/2014) Se A e B forem subconjuntos de Ω, tais que $A \subset B$, então $0 \leq S(A) \leq S(B) \leq 55$.

10. (CESPE/SUFRAMA/2014) Se $A \subset \Omega$, e se $\Omega \backslash A$ é o complementar de A em Ω, então $S(\Omega \backslash A) = S(\Omega) - S(A)$.

11. (CESPE/SUFRAMA/2014) É possível encontrar conjuntos A e B, subconjuntos de Ω, disjuntos, tais que $A \cup B = \Omega$ e $S(A) = S(B)$.

(PF/2014) Texto para as próximas questões

Considere que, em um conjunto S de 100 servidores públicos admitidos por concurso público, para cada $x = 1, 2, 3, \ldots,$ S_x seja o subconjunto de S formado pelos servidores que prestaram exatamente x concursos até que no concurso de número x foram aprovados pela primeira vez; considere, ainda, que N_x seja a quantidade de elementos de S_x. A respeito desses conjuntos, julgue os itens a seguir.

12. (CESPE/PF/2014) O conjunto $S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup \ldots$ contém todos os servidores do conjunto S.

13. (CESPE/PF/2014) Existem dois números inteiros, a e b, distintos e positivos, tais que $S_a \cap S_b$ é não vazio.

GABARITO

1. ERRADO
2. LETRA C
3. LETRA D
4. ERRADO
5. CERTO
6. LETRA D
7. ERRADO
8. ERRADO
9. CERTO
10. CERTO
11. ERRADO
12. CERTO
13. ERRADO

LISTA DE QUESTÕES - CEBRASPE

Princípio da Inclusão-Exclusão

1. (CESPE/TRT-8/2023) Ao classificar 80 processos a fim de distribuí-los às áreas competentes para tratamento, um técnico judiciário verificou que, devido aos diversos critérios de classificação, 45 dos processos poderiam ser distribuídos ao setor A, 55 ao setor B e 15 a nenhum desses dois setores. Na situação hipotética precedente, a quantidade de processos que poderiam ser distribuídos a qualquer um dos setores A ou B é igual a

A) 10.
B) 30.
C) 35.
D) 40.
E) 65.

2. (CESPE/CBM-TO/2023) Em certa unidade do corpo de bombeiros, 60 militares praticam, como esporte, futebol e(ou) voleibol. O conjunto A compreende os militares que praticam futebol e o conjunto B, os que praticam voleibol. Nessa situação hipotética, se A – B contém 18 integrantes e B – A contém 25 integrantes, então o número de militares que praticam futebol e voleibol é igual a

A) 17.
B) 35.
C) 43.
D) 42.

3. (CESPE/TJ-ES/2023) O item a seguir apresenta uma situação hipotética seguida de uma assertiva a ser julgada com base em análise combinatória, probabilidade, operações com conjuntos e problemas geométricos.

Considere que 44 servidores falem uma ou mais línguas estrangeiras e que, entre eles, 12 servidores falem apenas inglês; 10 falem apenas espanhol; 11 falem apenas francês; 1 fale inglês e francês; 2 falem espanhol e francês; e 17 falem francês. Nessa situação, 7 servidores falam inglês e espanhol, mas não falam francês.

4. (CESPE/TJ-CE/2023) Considere-se que um grupo de 50 servidores de um tribunal tenha sido selecionado para realizar cursos de aperfeiçoamento e que cada pessoa desse grupo faça pelo menos um dos seguintes dois cursos: gestão de projetos e ciência de dados. Nessa situação hipotética, se 29 pessoas fizerem ambos os cursos e 37 pessoas fizerem pelo menos o curso de gestão de projetos, o número exato de pessoas que farão apenas o curso de ciência de dados é igual a

A) 8.
B) 13.

C) 42.
D) 21.
E) 33.

5. (CESPE/PM-SC/2023) Uma pesquisa com participantes de uma festa tradicional de Santa Catarina revelou que 320 tinham experimentado a cerveja artesanal X, 200 não experimentaram a cerveja artesanal Y, e 220 tinham experimentado as cervejas artesanais X e Y. Com base na situação hipotética apresentada, o número de participantes dessa pesquisa que não experimentaram nenhuma dessas duas cervejas artesanais

A) é inferior ou igual a 50.
B) é superior a 50 e inferior ou igual a 70.
C) é superior a 70 e inferior ou igual a 90.
D) é superior a 90 e inferior ou igual a 110.
E) é superior a 110.

6. (CESPE/FUNPRESP-EXE/2022) A seguir, são apresentadas informações obtidas a partir de uma pesquisa realizada com 1.000 pessoas.

- 480 possuem plano de previdência privada;
- 650 possuem aplicações em outros tipos de produtos financeiros;
- 320 não possuem aplicação em nenhum produto financeiro.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Há mais pessoas que não possuem aplicações em nenhum produto financeiro que pessoas que possuem simultaneamente plano de previdência privada e aplicações em outros produtos financeiros.

7. (CESPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

A quantidade de processos analisados nesse dia que eram referentes apenas a pedido de férias é igual a 8.

8. (CESPE/PREF. B dos COQUEIROS/2020) Em uma pesquisa feita com um grupo de 100 turistas que visitavam Aracaju, verificou-se que todos eles tinham visitado pelo menos duas das seguintes praias: Atalaia, Aruana e da Costa. A tabela a seguir mostra quantos desses turistas visitaram as referidas praias.

Praias Visitadas	Número de Turistas
Atalaia e Aruana	**40**
Atalaia e da Costa	**40**
Aruana e da Costa	**40**

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

Assinale a opção correta.
A) Apenas o item II está certo.
B) Apenas o item III está certo.
C) Apenas os itens I e II estão certos.
D) Apenas os itens I e III estão certos.
E) Todos os itens estão certos.

9. (CESPE/TJ-PR/2019) Em determinado tribunal, os conselheiros atuam nos conselhos I, II e III, podendo atuar em apenas um, em dois ou em todos os conselhos, como mostra a tabela seguinte.

Quantidade de Conselheiros	Conselho de Atuação
35	I
25	II
24	III
10	I e II
12	I e III
8	II e III
4	I, II e III

Nesse caso, a quantidade de conselheiros que atuam em, no máximo, um dos conselhos é igual a
A) 26.
B) 36.
C) 50.
D) 58.
E) 84.

10. (CESPE/IFF/2018) Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a

A) 50.
B) 130.
C) 180.
D) 240.
E) 370.

11. (CESPE/IFF/2018) Para um conjunto qualquer X, $n(X)$ representa a quantidade de elementos de X. Nesse sentido, considere que os conjuntos A, B e C tenham as seguintes propriedades:

$$n(A) = n(B) = n(C) = 50;$$

$$n(A \cap B) = n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10;$$

$$n(A \cap B \cap C) = 0.$$

Nessa situação, $n(A \cup B \cup C)$ é igual a:

A) 100.
B) 110.
C) 120.
D) 130.
D) 140.

Texto para as próximas questões

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

12. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, 250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

13. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação, 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

14. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, a carga de 400 contêineres continha frango congelado.

(PF/2018) Texto para as próximas questões

Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B. Com referência a essa situação hipotética, julgue os itens a seguir.

15. (CESPE/PF/2018) Se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.

Texto para as próximas questões

O resultado de uma pesquisa acerca da satisfação de 200 papiloscopistas, no que diz respeito às tarefas por eles executadas de identificação de vítimas e de descobertas de crimes de falsificação, foi o seguinte:

I. 30 papiloscopistas sentem-se igualmente satisfeitos ao executar qualquer uma dessas tarefas;
II. 180 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma dessas tarefas.

Considerando que todos os 200 papiloscopistas responderam à pesquisa, julgue o item seguinte.

16. (CESPE/PF/2018) A quantidade de papiloscopistas que se sentem satisfeitos ao executar exatamente uma das referidas tarefas é superior a 100.

17. (CESPE/PF/2018) Nessa situação, as informações dadas permitem inferir que exatamente 75 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executarem a tarefa de identificação de vítimas.

18. (CESPE/SEFAZ-RS/2018) Em determinado dia, os órgãos responsáveis atenderam 50 contribuintes para resolver pendências relativas ao IPTU, ao IPVA e a outros tributos. Sabe-se que foram atendidos:

I. 18 contribuintes com pendências de IPTU;
II. 23 contribuintes com pendências de IPVA;
III. 8 contribuintes com pendências de IPTU e IPVA.

Nesse caso, a quantidade de contribuintes atendidos cujas pendências não se referiam a IPTU nem a IPVA foi igual a

A) 15.
B) 17.
C) 25.
D) 9.
E) 10.

Texto para as próximas questões

Um banco comercial realizou um evento de negócios na cidade de Fortaleza – CE. Após as reuniões, os participantes do evento visitaram pontos turísticos da cidade: 95 dos participantes visitaram o Mercado Central, 80 visitaram o Espigão de Iracema e 90 visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar. Do total de participantes, 30 visitaram somente o Mercado Central, 50 visitaram o Espigão de Iracema e o Centro Cultural Dragão do Mar, 35 visitaram o Mercado Central e o Espigão de Iracema, e 20 visitaram esses três pontos turísticos. Considerando que todos os participantes tenham visitado, pelo menos, um desses três pontos turísticos, julgue os itens a seguir.

19. (CESPE/BNB/2018) Mais de 15 dos participantes do evento visitaram somente o Centro Cultural Dragão do Mar.

20. (CESPE/BNB/2018) Menos de 12 dos participantes do evento visitaram somente o Espigão de Iracema e o Mercado Central.

21. (CESPE/BNB/2018) Mais de 50 dos participantes do evento não visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar.

22. (CESPE/BNB/2018) Menos de 180 pessoas participaram do evento.

Texto para as próximas questões

Uma pesquisa revelou características da população de uma pequena comunidade composta apenas por casais e seus filhos. Todos os casais dessa comunidade são elementos do conjunto $A \cup B \cup C$ em que:

A = {casais com pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade};

B = {casais com pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade};

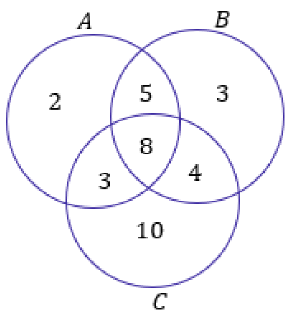
C = {casais com pelo menos 4 filhos}.

Considerando que $n(P)$ indique a quantidade de elementos de um conjunto P, suponha que:

$$n(A) = 18;\ n(B) = 20;\ n(C) = 25;$$

$$n(A \cap B) = 13; n(A \cap C) = 11; n(B \cap C) = 12\ e\ n(A \cap B \cap C) = 8.$$

O diagrama a seguir mostra essas quantidades de elementos.



Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue os itens a seguir.

23. (CESPE/EBSERH/2018) A referida comunidade é formada por menos de 180 pessoas.

24. (CESPE/EBSERH/2018) Pelo menos 30 casais dessa comunidade têm 2 ou mais filhos.

25. (CESPE/ANVISA/2016) Situação hipotética: A ANVISA realizará inspeções em estabelecimentos comerciais que são classificados como Bar ou Restaurante e naqueles que são considerados ao mesmo tempo Bar e Restaurante. Sabe-se que, ao todo, são 96 estabelecimentos a serem visitados, dos quais 49 são classificados como Bar e 60 são classificados como Restaurante. Nessa situação, há mais de 15 estabelecimentos que são classificados como Bar e como Restaurante ao mesmo tempo.

26. (CESPE/DPU/2015) Na zona rural de um município, 50% dos agricultores cultivam soja; 30%, arroz; 40%, milho; e 10% não cultivam nenhum desses grãos. Os agricultores que produzem milho não cultivam arroz e 15% deles cultivam milho e soja. Considerando essa situação, julgue o item que segue:

Em exatamente 30% das propriedades, cultiva-se apenas milho.

GABARITO

1. LETRA C
2. LETRA A
3. ERRADO
4. LETRA B
5. LETRA D
6. ERRADO
7. ERRADO
8. LETRA A
9. LETRA B
10. LETRA D
11. LETRA C
12. ERRADO
13. CERTO
14. CERTO
15. CERTO
16. CERTO
17. ERRADO
18. LETRA B
19. ERRADO
20. ERRADO
21. CERTO
22. CERTO
23. ERRADO
24. CERTO
25. ERRADO
26. ERRADO

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.