Aula 06

Banco do Brasil - Matemática - 2023 (Pós-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

30 de Dezembro de 2022

Índice

Operações Fundamentais

Operações Básicas

Introdução

Galera, vou ser sincero aqui. Se você tem facilidade com as operações básicas, sugiro pular diretamente para os exercícios ou ir para a parte da teoria que julgar que tem mais dificuldade. A proposta dessa parte inicial da teoria é abordar conceitos elementares. No entanto, caso queira revisar, sinta-se à vontade! Vamos lá?!

Acredito que todos nós, em algum momento da vida, já tivemos que utilizar as operações básicas algumas (muitas) vezes. Nos dias atuais, em que precisamos trabalhar com dinheiro constantemente, atos como **somar, subtrair, multiplicar e dividir** estão sempre presentes.

Imagine que você tem R$ 100,00 na sua conta bancária e ganhou seu primeiro salário como **servidor**, no valor de **R$ 3.000,00**. É capaz de, sem nem perceber, você realizar uma soma e concluir que ficou com o saldo de R$ 3.100,00.

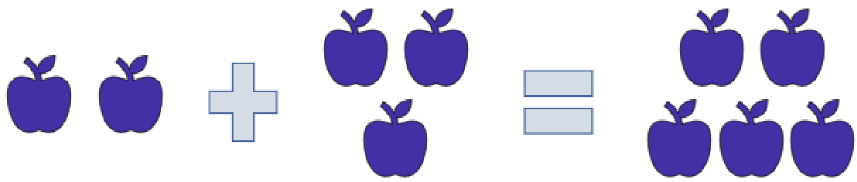
Com o seu primeiro salário, você vai no centro da cidade e decide comprar um novo celular. Entra em algumas lojas, acha aquele que tanto queria e consegue comprá-lo por R$ 1.500,00. Observe que se você tinha R$ 3.100,00 e gastou R$ 1.500,00, agora ficou com **R$ 1.600,00 de saldo**.

Quando chega em casa, seu pai lembra que você prometeu metade da quantia que sobrasse após a compra do celular, para ajudar nas despesas domésticas. Você pega e **divide R$ 1.600,00 por 2** e entrega R$ 800,00 para ele.

Observe que corriqueiramente estamos trabalhando com as operações básicas e nem nos damos conta. Acontece que nem sempre as "continhas" vão fluir assim. Por vezes, **elas podem se tornar complexas** e acabam exigindo o conhecimento de algumas regras. Vamos conhecer esse assunto um pouco melhor?

Soma

Em uma soma, nós pegamos dois ou mais números e os combinamos para formar um único número. **Essa combinação é feita adicionando (daí também o nome "adição") um número ao outro**. Particularmente, eu acho muito difícil entender a soma pensando apenas em números. Lembre-se que tudo se originou com **a necessidade de contar coisas**. Por exemplo, se você compra **duas maçãs** e ganha **mais três de brinde**. Com quantas maçãs você ficará?



Veja que você tinha duas maçãs (representamos a quantidade com o número "2") ganhou mais três ("3"), resultando em cinco ("5") maçãs. Portanto, $2 + 3 = 5$. O sinal que usamos para denotar a operação da soma é o **"mais" (+)**. Sempre que a intenção for somar dois números, usaremos ele. Tudo bem?

Uma vez entendida essa noção elementar de soma, vamos fazer alguns exemplos para explicar o método que usamos para somar quaisquer dois números ou mais.

Exemplo 1) $45 + 7$
O primeiro passo é **colocar um número abaixo do outro**, lembrando que o algarismo da unidade fica abaixo do algarismo da unidade, o da dezena abaixo do da dezena e assim sucessivamente.

III - Esse número "**1**" veio do "**1**2" que obtivemos na primeira soma. Vamos somá-lo com o 4, para obter o algarismo "5".

IV - O resultado ficará aqui. No caso, temos que $45 + 7 = 52$.

$$\begin{array}{ccc} & {}^{1}4 & 5 \\ + & & 7 \\ \hline & 5 & \mathbf{2} \end{array}$$

I - Começamos somando os algarismos das unidades. Note que $5 + 7 = \mathbf{12}$.

II - Abaixo da linha escrevemos o algarismo da unidade da soma de cima.

Caso não lembre bem quais são os algarismos das unidades, das dezenas, das centenas, etc. segue abaixo **uma tabela que resume bem os principais grupos** (vocês estudarão com mais detalhes esses grupos na próxima aula com o prof. Eduardo!).

Número	Unidade de milhão	Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
145257	-	1	4	5	2	5	7
3520	-	-	-	3	5	2	0
256	-	-	-	-	2	5	6

Exemplo 2) $2450 + 731$
Mesma coisa aqui, pessoal! Colocaremos um abaixo do outro e somaremos algarismo por algarismo!

$$\begin{array}{ccccc} & {}^{1}2 & 4 & 5 & 0 \\ + & & 7 & 3 & 1 \\ \hline & 3 & 1 & 8 & 1 \end{array}$$

Exemplo 3) $120 + 13{,}25$
E agora que temos vírgula? Prosseguiremos quase igual! Veja como ficaria:

$$\begin{array}{ccccccc} & 1 & 2 & 0 & , & 0 & 0 \\ + & & 1 & 3 & , & 2 & 5 \\ \hline & 1 & 3 & 3 & , & 2 & 5 \end{array}$$

Para efeitos dessa soma em particular, escrevemos $\mathbf{120 = 120{,}00}$. Dessa forma, conseguimos fazer o famoso "vírgula abaixo da vírgula"! Tudo bem? Vamos fazer uma questão!

HORA DE PRATICAR!

(PREF. LOUVEIRA/2020) Assinale a alternativa que apresenta corretamente o resultado para a seguinte operação com números decimais:

$$11{,}5\ +\ 10{,}9\ +\ 4{,}8$$

A) 25,6.
B) 26,2.
C) 26,8.
D) 27,0.
E) 27,2.

Comentários:
Opa! Aqui temos uma **soma de três números**. Vamos prosseguir conforme anteriormente. Lembre-se que, na hora de somar, vamos sempre escrever **vírgula abaixo da vírgula**.

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & ^{2}1 & , & 5 \\ + & 1 & 0 & , & 9 \\ & & 4 & , & 8 \\ \hline & \mathbf{2} & \mathbf{7} & , & \mathbf{2} \end{array}$$

Gabarito: LETRA E

Pessoal, a soma possui algumas propriedades. Elas não costumam cair muito em prova e muitas vezes usamos elas sem mesmo perceber. Vamos ver quais são!

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

1) Propriedade do Elemento Neutro

O elemento neutro da adição é o número tal que, somado a qualquer outro número, **não produzirá efeito prático algum** (terá uma ação neutra). Imagine que x representa um número qualquer.

$$x + 0 = x$$
$$0 + x = x$$

Veja que tínhamos um número x e somamos ele com o número zero. *Qual o resultado?* **O próprio x**. Isso ocorre pois **o zero é o elemento neutro da adição**. Tudo bem, galera?!

Usamos o "x" para indicar que pode ser qualquer número. Vamos exemplificar!

$$10 + \mathbf{0} = 10$$
$$\mathbf{0} + 10 = 10$$

Observe que quando somamos o "0", nada acontece com o "10"!

2) Propriedade da Comutatividade

Essa propriedade serve para nos dizer que, **NA SOMA**, **não importa a ordem dos fatores**, o resultado será o mesmo. Observe:

$$7 + 3 = 10$$
$$3 + 7 = 10$$

Não importa a ordem! Tanto faz: "sete mais três" ou "três mais sete", o resultado será sempre 10. Genericamente, representamos essa propriedade assim:

$$a + b = b + a$$

3) Propriedade da Associatividade

Por sua vez, a propriedade associativa fornece para nós uma **certa flexibilidade na hora de somarmos mais de dois termos**. Por exemplo, imagine que você quer fazer a seguinte soma:

$$7 + 3 + 10$$

Primeiro, você soma $7 + 3$ ou deve fazer $3 + 10$? A propriedade vai nos dizer que **tanto faz**. Em uma soma de mais de dois termos, **você pode escolher a ordem que for melhor para trabalhar**.

$$(7 + 3) + 10 = 10 + 10 = 20$$

$$7 + (3 + 10) = 7 + 13 = 20$$

De um modo geral, representamos essa propriedade assim:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

4) Propriedade do Fechamento

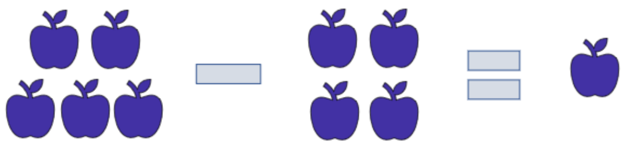
Já vimos essa propriedade na aula anterior. Lembra quando falamos **que a soma de dois números naturais é um número natural?** É exatamente a propriedade do fechamento. Ela é válida para o conjunto dos naturais, dos inteiros, dos racionais e dos reais. **O único conjunto numérico que fica de fora é o dos irracionais.**

RESUMINDO

Propriedade do Elemento Neutro	$a + 0 = a \;\;|\;\; 0 + a = a$
Propriedade da Comutatividade	$a + b = b + a$
Propriedade da Associatividade	$(a + b) + c = a + (b + c)$
Propriedade do Fechamento	$a, b \in \mathbb{N} \rightarrow a + b \in \mathbb{N}$ $a, b \in \mathbb{Z} \rightarrow a + b \in \mathbb{Z}$ $a, b \in \mathbb{Q} \rightarrow a + b \in \mathbb{Q}$ $a, b \in \mathbb{R} \rightarrow a + b \in \mathbb{R}$

Subtração

A subtração vai ser o oposto da soma. Se ao somar, nós adicionamos determinada quantidade em outra; **na subtração, nós vamos retirar essa quantidade**. Mais uma vez, imagine que você tinha aquelas 5 maçãs. Aconteceu que, seu cachorro conseguiu comer 4 delas sem você ver. Ele foi lá e, sorrateiramente, devorou quase todas as suas maçãs. *Com quantas maçãs você ficou?*



Veja, portanto, que $5 - 4 = 1$. Representamos a subtração com o sinal de $(-)$ **"menos"**. *Tem algum método para subtrair quaisquer dois números?* Tem e ele é muito parecido com o que já desenvolvemos na soma. Vamos continuar **escrevendo um algarismo abaixo do outro** (respeitando: unidade abaixo de unidade, dezena abaixo de dezena...) e sempre **começando a subtrair pelo algarismo mais à direita**.

Exemplo 4) $39 - 17$

II - Vamos fazendo a subtração "coluna por coluna" e o resultado colocamos abaixo da linha.

$$\begin{array}{cc} & \mathbf{3}\;\;\mathbf{9} \\ - & \mathbf{1}\;\;\mathbf{7} \\ \hline & \mathbf{2}\;\;\mathbf{2} \end{array}$$

I - Começamos subtraindo os algarismos mais a direta. No caso, $9 - 7 = 2$

Um detalhe da subtração é que os termos ganham nomes! **O primeiro termo é chamado de "minuendo"** (ou "diminuendo") e **o segundo termo de "subtraendo"**. Olhando para o nosso exemplo, o minuendo seria o 39, enquanto o subtraendo é o 17.

Exemplo 5) $152 - 35$

$$\begin{array}{cccc} & 1 & 5 & 2 \\ - & & 3 & 5 \\ \hline & & & \end{array}$$

Aqui iremos com mais calma. Quando olhamos para a coluna de algarismo mais à direita, temos que fazer a subtração $2 - 5$. Note que **2 <u>é menor</u> do que 5**, e, portanto, o resultado seria um número negativo. Nessa situação, devemos "pegar emprestado" do vizinho, **para que o número não fique negativo**.

$$\begin{array}{cccc} & 1 & 4\cancel{5} & 12 \\ - & & 3 & 5 \\ \hline & & & 7 \end{array}$$

Veja que quando pegamos esse número "emprestado", o número que antes era 2, vira 12 e agora é possível efetuar a subtração: $12 - 5 = 7$. **Como pegamos um número do vizinho, o "5" acaba virando o 4 para efeitos da subtração.** Daí, fazemos $4 - 3 = 1$.

$$\begin{array}{cccc} & 1 & 4\cancel{5} & 12 \\ - & & 3 & 5 \\ \hline & 1 & 1 & 7 \end{array}$$

Portanto, $152 - 35 = 117$. Esse negócio de "pegar do vizinho" **pode confundir** muita gente, por isso tenha bastante atenção. Para ver como cai em prova, vamos fazer uma questão.

(CEMNIL/2020) Calcule a operação decimal abaixo e assinale a alternativa correspondente

$$1935 - 1098 \ = ?$$

A) 575
B) 044
C) 837
D) 924

Comentários:
Vamos organizar naquele esquema. Sempre **cada algarismo abaixo do seu correspondente** (unidade abaixo de unidade, dezena abaixo de dezena e assim vai!)

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & 9 & 2\cancel{3} & 15 \\ - & 1 & 0 & 9 & 8 \\ \hline & & & & 7 \end{array}$$

Observe que quando avançamos para a "segunda coluna", o número "2" também é menor que o "9". **Devemos olhar para o número vizinho novamente**.

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & 8\cancel{9} & 12\cancel{3} & 15 \\ - & 1 & 0 & 9 & 8 \\ \hline & & & 3 & 7 \end{array}$$

Agora, temos que "12" é maior do que "9" e conseguimos subtrair: $12 - 9 = 3$. **Como os outros algarismos do diminuendo são maiores do que os do subtraendo**, conseguimos fazer a subtração sem mais pegar número de outros.

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & 8\cancel{9} & 12\cancel{3} & 15 \\ - & 1 & 0 & 9 & 8 \\ \hline & 0 & 8 & 3 & 7 \end{array}$$

Agora, vamos fazer alguns comentários sobre as propriedades. **Na subtração, não vamos ter propriedade associativa, comutativa ou do elemento neutro.** Para começar, observe que:

$$(7-2)-3=5-3=2$$
$$7-(2-3)=7-(-1)=7+1=8$$

Portanto, temos que $(7-2)-3 \neq 7-(2-3)$. Podemos concluir que **a propriedade associativa não se aplica aqui**. Além disso, veja que $7-3 \neq 3-7$, mostrando que **a comutatividade também não vale**. Você deve estar se perguntando sobre o elemento neutro, né?

De fato, quando temos $x-0=x$, o zero não vai ter efeito algum. No entanto, quando fazemos $0-x=-x$, o zero tem um pequeno efeito. É como se ele agisse **invertendo o sinal do subtraendo**. Tudo bem? Por isso, dizemos que **na subtração, não temos elemento neutro**.

Multiplicação

Na prática, **multiplicar é fazer a adição de um mesmo número repetidas vezes**. Por exemplo,

$$2 \times 5 = \underbrace{2+2+2+2+2}_{2\ aparece\ 5\ vezes} = 10$$

$$5 \times 7 = \underbrace{5+5+5+5+5+5+5}_{5\ aparece\ 7\ vezes} = 35$$

É bem mais "compacto" expressar várias somas de um mesmo número na forma de uma multiplicação. Ao invés de escrever $5+5+5+5+5+5+5=35$, simplesmente dizemos que $5 \times 7 = 35$.

Para conseguirmos ir bem nessa parte da matéria, é muito importante que você tenha facilidade com a tabuada. Vamos relembrá-la?

1	2	3	4	5
$1 \times 1 = 1$	$2 \times 1 = 2$	$3 \times 1 = 3$	$4 \times 1 = 4$	$5 \times 1 = 5$
$1 \times 2 = 2$	$2 \times 2 = 4$	$3 \times 2 = 6$	$4 \times 2 = 8$	$5 \times 2 = 10$
$1 \times 3 = 3$	$2 \times 3 = 6$	$3 \times 3 = 9$	$4 \times 3 = 12$	$5 \times 3 = 15$
$1 \times 4 = 4$	$2 \times 4 = 8$	$3 \times 4 = 12$	$4 \times 4 = 16$	$5 \times 4 = 20$
$1 \times 5 = 5$	$2 \times 5 = 10$	$3 \times 5 = 15$	$4 \times 5 = 20$	$5 \times 5 = 25$
$1 \times 6 = 6$	$2 \times 6 = 12$	$3 \times 6 = 18$	$4 \times 6 = 24$	$5 \times 6 = 30$
$1 \times 7 = 7$	$2 \times 7 = 14$	$3 \times 7 = 21$	$4 \times 7 = 28$	$5 \times 7 = 35$
$1 \times 8 = 8$	$2 \times 8 = 16$	$3 \times 8 = 24$	$4 \times 8 = 32$	$5 \times 8 = 40$
$1 \times 9 = 9$	$2 \times 9 = 18$	$3 \times 9 = 27$	$4 \times 9 = 36$	$5 \times 9 = 45$
$1 \times 10 = 10$	$2 \times 10 = 20$	$3 \times 10 = 30$	$4 \times 10 = 40$	$5 \times 10 = 50$

6	7	8	9	10
$6 \times 1 = 6$	$7 \times 1 = 7$	$8 \times 1 = 8$	$9 \times 1 = 9$	$10 \times 1 = 10$
$6 \times 2 = 12$	$7 \times 2 = 14$	$8 \times 2 = 16$	$9 \times 2 = 18$	$10 \times 2 = 20$
$6 \times 3 = 18$	$7 \times 3 = 21$	$8 \times 3 = 24$	$9 \times 3 = 27$	$10 \times 3 = 30$
$6 \times 4 = 24$	$7 \times 4 = 28$	$8 \times 4 = 32$	$9 \times 4 = 36$	$10 \times 4 = 40$
$6 \times 5 = 30$	$7 \times 5 = 35$	$8 \times 5 = 40$	$9 \times 5 = 45$	$10 \times 5 = 50$
$6 \times 6 = 36$	$7 \times 6 = 42$	$8 \times 6 = 48$	$9 \times 6 = 54$	$10 \times 6 = 60$
$6 \times 7 = 42$	$7 \times 7 = 49$	$8 \times 7 = 56$	$9 \times 7 = 63$	$10 \times 7 = 70$
$6 \times 8 = 48$	$7 \times 8 = 56$	$8 \times 8 = 64$	$9 \times 8 = 72$	$10 \times 8 = 80$
$6 \times 9 = 54$	$7 \times 9 = 63$	$8 \times 9 = 72$	$9 \times 9 = 81$	$10 \times 9 = 90$
$6 \times 10 = 60$	$7 \times 10 = 70$	$8 \times 10 = 80$	$9 \times 10 = 90$	$10 \times 10 = 100$

Assim como na soma e na subtração, também temos um método para calcular o produto de dois números. Quanto seria, por exemplo, 731×12? Note que **não é uma conta que normalmente temos na cabeça**. Como calculá-la, então?

$$\begin{array}{cccc} & 7 & 3 & 1 \\ \times & & 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

Fazemos o esquema acima, pois **multiplicaremos algarismo por algarismo**. Com isso, transformamos nosso problema de multiplicar números "estranhos" em multiplicações da tabuada. Observe.

$$\begin{array}{cccc} & 7 & 3 & \mathbf{1} \\ \times & & 1 & \mathbf{2} \\ \hline & & & \mathbf{2} \end{array}$$

Multiplicamos $2 \times 1 = 2$. Colocamos o resultado abaixo da linha. Depois, fazemos o seguinte:

$$\begin{array}{cccc} & 7 & \mathbf{3} & 1 \\ \times & & 1 & \mathbf{2} \\ \hline & & \mathbf{6} & 2 \end{array}$$

Diferentemente da soma e da subtração, aqui não vamos coluna por coluna. O "2" multiplicará o algarismo das dezenas do número de cima. Assim, $3 \times 2 = 6$.

$$\begin{array}{ccccc} & & \mathbf{7} & 3 & 1 \\ \times & & & 1 & \mathbf{2} \\ \hline & \mathbf{1} & \mathbf{4} & 6 & 2 \end{array}$$

Faremos a multiplicação do "2" pelo "7". O resultado é $2 \times 7 = 14$. Note que multiplicamos todos os algarismos de 731 por 2. Agora, vamos fazer a mesma coisa, mas multiplicando todos os algarismos de 731 por "1".

$$\begin{array}{ccccc} & & 7 & 3 & \mathbf{1} \\ \times & & & \mathbf{1} & 2 \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 2 \\ + & & & \mathbf{1} & \\ \hline \end{array}$$

Nesse momento, temos mais novidades. Como vamos fazer novas multiplicações, **iniciamos uma nova linha** e colocamos o resultado da primeira multiplicação **deslocado de uma coluna para esquerda**. Essas duas linhas de resultado **serão <u>somadas</u> ao final**.

$$\begin{array}{ccccc} & & 7 & \mathbf{3} & 1 \\ \times & & & \mathbf{1} & 2 \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 2 \\ + & & \mathbf{3} & 1 & \\ \hline \end{array}$$

Dessa vez, fizemos $1 \times 3 = 3$.

$$\begin{array}{ccccc} & & \mathbf{7} & 3 & 1 \\ \times & & & \mathbf{1} & 2 \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 2 \\ + & \mathbf{7} & 3 & 1 & \\ \hline \end{array}$$

Agora, vamos **somar as duas linhas de resultado**, coluna por coluna.

$$\begin{array}{ccccc} & & 7 & 3 & 1 \\ \times & & & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 2 \\ + & 7 & 3 & 1 & \\ \hline & \mathbf{8} & \mathbf{7} & \mathbf{7} & \mathbf{2} \end{array}$$

Portanto, $731 \times 12 = 8772$.

(AVAREPREV/2020) Júlia vai guardar R$ 25,00 por mês, para comprar um brinquedo. O total que ela juntará em 7 meses é:
A) R$ 32,00.
B) R$ 65,00.
C) R$ 120,00.
D) R$ 175,00.

Comentários:
Podemos fazer essa questão de dois jeitos: por soma ou por multiplicação. Temos 25 reais que são guardados por 7 meses. Assim,

$$V = (25 + 25) + (25 + 25) + (25 + 25) + 25$$

$$V = (50 + 50) + (50 + 25)$$

$$V = 100 + 75$$

$$V = 175$$

Ou, podemos fazer:

$$\begin{array}{rrr} & \overset{3}{2} & \mathbf{5} \\ \times & & \mathbf{7} \\ \hline & & 5 \end{array}$$

Veja que $7 \times 5 = 35$. O "5" ficou abaixo da linha, enquanto o "3" levamos para cima do "2". **Esse "3" será somado com resultado da próxima multiplicação**.

$$\begin{array}{rrr} & \overset{3}{\mathbf{2}} & 5 \\ \times & & \mathbf{7} \\ \hline \mathbf{1} & \mathbf{7} & 5 \end{array}$$

Temos que $\mathbf{7 \times 2 = 14}$. No entanto, devemos somar o resultado dessa multiplicação com o "3" que levamos para cima, resultado do produto anterior. Assim, $\mathbf{14 + 3 = 17}$. Esse é o resultado que levamos para abaixo da linha. Pronto, temos que $\mathbf{25 \times 7 = 175}$.

Gabarito: LETRA D

(PREF. LOUVEIRA/2020) Assinale a alternativa que apresenta corretamente o resultado para a seguinte operação com números decimais:

$$78{,}3 \times 10{,}2$$

A) 798,24.
B) 798,56.
C) 798,66.
D) 799,16.
E) 799,66.

Comentários:
Na multiplicação de número decimais, vamos fingir que não tem vírgula (rsrs)! Observe como ficaria:

$$\begin{array}{rrrr} & 7 & 8 & 3 \\ \times & 1 & 0 & 2 \\ \hline \end{array}$$

Mas, professoorr?!! Como assim?! Podemos fazer isso? Podemos sim, **mas ao final, <u>devemos colocar a vírgula de volta</u>! Não pode esquecer!** Quando terminarmos de multiplicar tudo, te ensinarei como colocá-la no lugar certo. Vamos lá?!

1) $3 \times 2 = 6$

$$\begin{array}{cccccc} & & & 7 & 8 & \color{red}{\mathbf{3}} \\ \times & & & 1 & 0 & \color{red}{\mathbf{2}} \\ \hline & & & & & \mathbf{6} \end{array}$$

2) $2 \times 8 = 16$

$$\begin{array}{cccccc} & & & 1 & & \\ & & & 7 & \color{red}{\mathbf{8}} & 3 \\ \times & & & 1 & 0 & \color{red}{\mathbf{2}} \\ \hline & & & & \mathbf{6} & 6 \end{array}$$

3) $2 \times 7 + 1 = 15$

$$\begin{array}{cccccc} & & & 1 & & \\ & & & \color{red}{\mathbf{7}} & 8 & 3 \\ \times & & & 1 & 0 & \color{red}{\mathbf{2}} \\ \hline & & \mathbf{1} & \mathbf{5} & 6 & 6 \end{array}$$

4) Quando multiplicamos 0 por qualquer um dos algarismos de cima, vamos ter sempre 0.

$$\begin{array}{cccccc} & & & \color{red}{\mathbf{7}} & \color{red}{\mathbf{8}} & \color{red}{\mathbf{3}} \\ \times & & & 1 & \color{red}{\mathbf{0}} & 2 \\ \hline & & 1 & 5 & 6 & 6 \\ & & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \end{array}$$

5) $1 \times 3 = 3$

$$\begin{array}{cccccc} & & & 7 & 8 & \color{red}{\mathbf{3}} \\ \times & & & \color{red}{\mathbf{1}} & 0 & 2 \\ \hline & & 1 & 5 & 6 & 6 \\ & & 0 & 0 & 0 & \\ & & & \mathbf{3} & & \\ \hline \end{array}$$

6) $1 \times 8 = 8$

$$\begin{array}{cccccc} & & & 7 & \color{red}{\mathbf{8}} & 3 \\ \times & & & \color{red}{\mathbf{1}} & 0 & 2 \\ \hline & & 1 & 5 & 6 & 6 \\ & & 0 & 0 & 0 & \\ & & \mathbf{8} & 3 & & \\ \hline \end{array}$$

7) $1 \times 7 = 7$

$$\begin{array}{cccccc} & & & \color{red}{\mathbf{7}} & 8 & 3 \\ \times & & & \color{red}{\mathbf{1}} & 0 & 2 \\ \hline & & 1 & 5 & 6 & 6 \\ & & 0 & 0 & 0 & \\ & \mathbf{7} & 8 & 3 & & \\ \hline \end{array}$$

8) Agora somamos as linhas que obtivemos, coluna por coluna.

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & 7 & 8 & 3 \\
 & \times & & 1 & 0 & 2 \\
\hline
 & & 1 & 5 & 6 & 6 \\
+ & & 0 & 0 & 0 & \\
 & 7 & 8 & 3 & & \\
\hline
 & \mathbf{7} & \mathbf{9} & \mathbf{8} & \mathbf{6} & \mathbf{6}
\end{array}$$

9) Pronto, terminamos a multiplicação! *Agora, onde colocamos a vírgula?* Olhando para as alternativas, já existe um bom indicativo onde ela está, no entanto, nem sempre teremos as alternativas para nos balizar.

Vamos olhar para os números $78{,}3$ e $10{,}2$. **Cada um tem uma casa decimal.** **O produto dos dois terá 2 casas decimais**. É como se ele tivesse pegado uma casa de cada um (rsrs). *Ahhh!! Quer dizer então que se fosse* $78{,}32$ e $10{,}21$*, o resultado teria quatro casas decimais*? Sim!!

Assim, sabendo que **o resultado deve ter duas casas decimais**, podemos devolver a vírgula que havíamos tirado!

$$78{,}3 \times 10{,}2 = 798{,}66$$

Gabarito: LETRA C.

Beleza, agora vamos ver algumas propriedades dessa operação tão importante! Na multiplicação, teremos aquelas quatro propriedades que vimos na adição e ainda duas a mais!

1) Propriedade do Elemento Neutro

Adianto para vocês que **o elemento neutro da multiplicação não é o zero**. Afinal, quando multiplicamos qualquer número por 0, o resultado será zero. O zero acaba tendo uma ação bem característica. Por sua vez, veja o que acontece quando multiplicamos um número x por 1.

$$x \cdot 1 = x$$
$$1 \cdot x = x$$

Veja que a multiplicação de um número x por 1, não acarreta mudanças. Terminamos com o número x. Logo, o **"1" é o nosso elemento neutro** da multiplicação.

2) Propriedade do Elemento Inverso

O elemento inverso é aquele que, ao multiplicarmos um número por ele, **resultará no 1**.

$$x \cdot \frac{1}{x} = 1 \quad \text{e} \quad \frac{1}{x} \cdot x = 1$$

Observe que **o inverso multiplicativo de qualquer número x será sempre a fração de "$1/x$".**

3) Propriedade Associativa
A propriedade da associatividade garante que **podemos fazer uma sequência de multiplicações na ordem mais conveniente para nós**. Por exemplo, em uma multiplicação $2 \times 3 \times 5$, nós multiplicamos primeiro o 2 com o 3? ou o 3 com o 5? A resposta é: você escolhe. Veja:

$$2 \times (3 \times 5) = 2 \times 15 = 30$$
$$(2 \times 3) \times 5 = 6 \times 5 = 30$$

De uma forma **genérica**, representamos essa propriedade assim:

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

4) Propriedade Comutativa
A comutatividade nos garante que **a ordem dos fatores não altera o produto**! Particularmente, lembro de ter ouvido bastante isso na escola (rsrs). De um modo geral, representamos esse fato assim:

$$a \times b = b \times a$$

5) Propriedade do Fechamento
Também falamos dessa propriedade na aula! Mas não demos esse nome explicitamente. Lembre-se que **a multiplicação de dois números racionais será sempre um racional** (o mesmo vale para os naturais e os inteiros). O único conjunto em que **a multiplicação não será "fechada" é o conjuntos dos irracionais**.

6) Propriedade Distributiva
É aqui que justificamos a famosa multiplicação "chuveirinho". Representamos assim:

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

Ela será muito útil quando estivermos estudando **expressões algébricas**, último tópico dessa aula! O inverso dela é o que chamamos de colocar em "evidência". Observe.

$$\boldsymbol{a} \times b + \boldsymbol{a} \times c = \boldsymbol{a} \times (b + c)$$

Podemos colocar um número "em evidência", quando tivermos uma soma e/ou subtração de produtos e houver um ou mais termos em comum. Explico melhor, observe a expressão abaixo.

$$2 + 2x$$

Perceba que o número "2" é comum as duas parcelas da soma.

$$\mathbf{2} \cdot 1 + \mathbf{2} \cdot x$$

Por mais que o número "2" não esteja expressamente em um produto, podemos considerá-lo como "$2 \cdot 1$".

É possível colocá-lo em evidência e escrevendo-o apenas uma vez.

$$\mathbf{2} \cdot (1 + x)$$

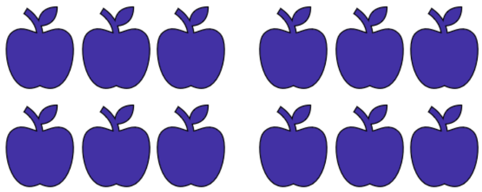
Observe que é justamente o inverso da multiplicação chuveirinho.

$$2 + 2x = 2 \cdot (1 + x)$$

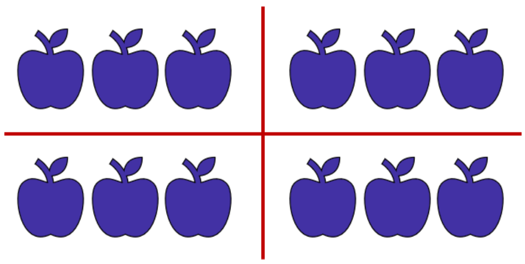
Não se preocupe! Voltaremos para aplicarmos essa propriedade em breve! No momento, vamos avançar um pouco mais no conteúdo!

Divisão

A grande maioria dos alunos tem algum problema com a divisão. Existem muitas regrinhas que podem dificultar a vida do concurseiro. Não se preocupe! Depois de hoje, garanto que não terá mais medo de enfrentar uma divisão. O primeiro passo nesse objetivo é ter uma **noção intuitiva do que significa dividir**. Imagine que você colheu 12 maçãs em sua fazenda.



Você resolve repartir, em quantidades iguais, as **12 maçãs para 4 amigos** que foram te visitar. *Quantas maçãs cada amigo levará pra casa?*



Observe que, para fornecer **a mesma quantidade para** os amigos, **cada um deverá ficar com 3 maçãs**. Assim, escrevemos $12 \div 4 = 3$. O **símbolo " $\div$ "** é o que usamos para representar a divisão. As frações são usadas com esse objetivo também, mas teremos uma aula especial só para elas. Portanto, não se preocupe agora.

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

Para resolver divisões, normalmente utilizamos um algoritmo específico. Podemos esquematizá-lo assim:

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \hline R & Q \end{array}$$

- D: dividendo (é o número que será dividido);
- d: divisor (é o número que dividirá o dividendo);
- Q: quociente (é o resultado da divisão);
- R: resto (às vezes, não conseguimos dividir o número em partes inteiras iguais, forma-se, então, o "resto").

Existe uma expressão que relaciona essas quatro quantidades. É a **"Relação Fundamental da Divisão".**

$$D = Q \times d + R$$

ou

$$\text{DIVIDENDO} = \text{DIVISOR} \times \text{QUOCIENTE} + \text{RESTO}$$

HORA DE PRATICAR!

(CM ORIZÂNIA - MG/2020) A imagem a seguir ilustra a representação correta de uma divisão.

$$\begin{array}{l|l} \text{ABC} & 13 \\ \hline 5 & 8 \end{array}$$

De acordo com a representação, A, B e C são os algarismos do dividendo. Assim, o resultado da soma de A + B + C é:
A) 5.
B) 10.
C) 15.
D) 20.
E) 25.

Comentários:

Questão para aplicarmos o que acabamos de ver. Vamos identificar cada um dos números.

$$\begin{array}{rcl|lcl} \text{Dividendo} & \leftarrow & \mathbf{ABC} & \mathbf{13} & \rightarrow & \text{Divisor} \\ \cline{4-4} \text{Resto} & \leftarrow & \mathbf{5} & \mathbf{8} & \rightarrow & \text{Quociente} \end{array}$$

Usando a Relação Fundamental da Divisão:

$$\text{DIVIDENDO} = \text{DIVISOR} \times \text{QUOCIENTE} + \text{RESTO}$$

$$ABC = 13 \times 8 + 5$$

$$ABC = 104 + 5$$

$$ABC = 109$$

Assim, somando os algarismos: $A + B + C = 1 + 0 + 9 = 10$.

Gabarito: LETRA B.

Agora, vamos resolver algumas divisões para pegar o jeito.

Exemplo 6) $635 \div 5$

$$\begin{array}{r|l} 635 & 5 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

Ao contrário do que vínhamos fazendo anteriormente, na divisão, **começaremos do algarismo mais à esquerda, ou seja, pelo "6"**. Vamos nos fazer a pergunta: *que número devemos multiplicar o 5 de modo que o resultado seja o mais próximo possível de 6 (sem ultrapassá-lo)?* **É o número 1**, pois $5 \times 1 = 5$.

$$\begin{array}{rl|l} & 635 & 5 \\ \cline{3-3} - & 5 & 1 \\ \cline{2-2} & 1 & \end{array}$$

Colocamos o "1" no quociente e o "5" abaixo do 6. Após esse passo, **devemos efetuar a subtração dos elementos que estão na coluna**. No caso $6 - 5 = 1$. Agora, descemos o próximo algarismo.

$$\begin{array}{rl|l} & 635 & 5 \\ \cline{3-3} - & 5 & 1 \\ \cline{2-2} & 13 & \end{array}$$

Como descemos um número, devemos nos perguntar novamente: *qual número devemos multiplicar o 5, de modo que o resultado seja o mais próximo possível de 13 (sem ultrapassá-lo)?* **Ora, é o 2!** Veja que $5 \times 2 = 10$. Assim, ficamos com:

$$\begin{array}{rl} 635 & \underline{|\ 5\quad} \\ -\underline{5} & \ 12 \\ 13 & \\ -\underline{10} & \\ 3 & \end{array}$$

Não podemos esquecer de fazer a subtração do resultado: $13 - 10 = 3$. Agora, vamos descer o "5".

$$\begin{array}{rl} 635 & \underline{|\ 5\quad} \\ -\underline{5} & \ 12 \\ 13 & \\ -\underline{10} & \\ 35 & \end{array}$$

Qual número que devemos multiplicar o 5, que vai resultar no número mais próximo de 35 (sem ultrapassá-lo? **Ora, é o 7**, pois $5 \times 7 = 35$. O número pode ser igual, só não pode ser maior!!

$$\begin{array}{rl} 635 & \underline{|\ 5\quad} \\ -\underline{5} & \ 127 \\ 13 & \\ -\underline{10} & \\ 35 & \\ -\underline{35} & \\ 0 & \end{array}$$

Pronto, finalizamos nossa divisão. Veja que **o resto deu 0**. Nessas situações, dizemos que **a divisão é exata**. Já quando obtemos um **resto diferente de zero, temos uma divisão não exata**. Para finalizar, vamos fazer um exemplo com alguns detalhes diferentes.

Exemplo 6) $14563 \div 18$

$$\begin{array}{rl} 14563 & \underline{|\ 18\quad} \end{array}$$

Observe que, quando olhamos para os dois algarismos mais à esquerda, temos apenas "14", que é menor do que "18". Nesses casos, podemos pegar mais um algarismo, ou seja, considerar "145". Vamos fazer a pergunta: *qual número devemos multiplicar 18, que resulta no número mais próximo possível de 145?* Ora, **é o número 8**, pois, $18 \times 8 = 144$. Assim,

$$\begin{array}{rl} 14563 & \underline{|\ 18\quad} \\ -\underline{144} & \ 8 \\ 1 & \end{array}$$

Uma vez que fizemos a subtração, podemos descer o "6".

$$\begin{array}{r|l} 14563 & 18 \\ \cline{2-2} -144 & 8 \\ \cline{1-1} 16 & \end{array}$$

Note que "16" é menor do que "18". **Temos que baixar o próximo número**. No entanto, para isso, **devemos que acrescentar um zero no quociente**.

$$\begin{array}{r|l} 14563 & 18 \\ \cline{2-2} -144 & 80 \\ \cline{1-1} 163 & \end{array}$$

Pronto. A pergunta da vez é: *que número multiplicamos o 18 que dará um resultado mais próximo de 163 (lembrando sempre que não pode ultrapassá-lo)?* **É o 9!** Veja que $18 \times 9 = 162$. Assim,

$$\begin{array}{r|l} 14563 & 18 \\ \cline{2-2} -144 & 809 \\ \cline{1-1} 163 & \\ -162 & \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Terminamos a divisão! Note que **o resto foi diferente de zero**. É o caso de uma divisão não exata. **O quociente foi de 809**. Observe que:

$$14563 = 18 \times 809 + 1$$

Pessoal, terminamos, por hoje, essa parte relativa à divisão. Dificilmente, uma questão vai pedir um cálculo "cru". Teremos que fazer divisões no meio de um problema. Temos uma lista bem grande ao final desse livro para você treinar. Agora, recomendo que você estique as pernas, tome uma água, coma algo. Faça um intervalo, pois vamos avançar no conteúdo.

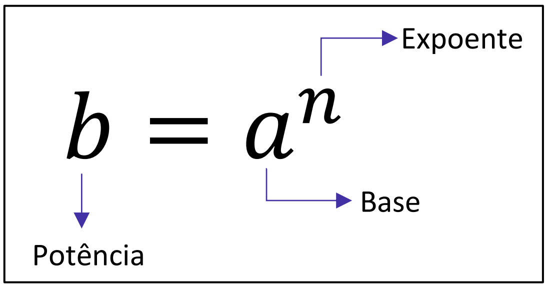
Potenciação e Radiciação

Você já deve ter ouvido falar da **potenciação e da radiciação**. Na potenciação, temos números que estão elevados a um outro número, como $2^3, 2^{10}, 10^5$ e 3^7. Mas você sabe o que significa isso? Esse tipo de operação nada mais é do que **uma multiplicação escrita de uma forma simplificada**. Imagine que, por algum motivo, você se depare com a multiplicação $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$. Note que é uma notação extensa e tem o número 2 repetido 7 vezes.

Para evitar isso, **você pode condensar toda essa expressão em um único número: 2^7**. É um jeito melhor de representar, não concorda? Observe mais alguns exemplos.

- $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
- $2^{10} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1024$
- $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$
- $5^2 = 5 \times 5 = 25$

Muitas vezes vocês irão encontrar o termo **exponenciação**, que pode ser utilizado no lugar de potenciação. Eles significam exatamente a mesma coisa! De modo geral, nós podemos representar uma potência da seguinte forma:



E a radiciação? Vocês lembram da famosa raiz quadrada? **Ela é um exemplo clássico dessa operação**. Mas o que significa tirar a raiz de um número? Nós sabemos, por exemplo, que $9^2 = 9 \times 9 = 81$. Quando queremos calcular $\sqrt{81}$, **estamos fazendo uma operação inversa da potenciação**. Você deve se perguntar: **qual número que multiplicado por ele mesmo dá 81? Ora, é o 9!** Logo, $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$.

Isso é válido se for uma raiz quadrada. No entanto, podemos ter raízes cúbicas, raízes quartas, etc. Acompanhe mais alguns exemplos.

- Para calcular $\sqrt[3]{\mathbf{8}}$, você deve se perguntar: qual número que multiplicado por ele mesmo três vezes dá 8? Ora, é o 2! Veja: $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$. Com isso, $\mathbf{\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2;}$

- Para calcular $\sqrt[4]{\mathbf{10000}}$, você deve se perguntar: qual número que multiplicado por ele mesmo quatro vezes vai fornecer 10000? Veja: $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$. Logo, $\mathbf{\sqrt[4]{10000} = \sqrt[4]{10^4} = 10}$.

Note que, nos nossos exemplos, os resultados foram números inteiros. Acontece que, nem sempre isso ocorrerá. Por exemplo, a raiz quadrada de 2: $\sqrt{2}$. **Qual número que multiplicado por ele mesmo fornece 2?** A resposta para essa pergunta é um número irracional: $1{,}4142135623730950488016887242096 9\ldots$ Isso significa que:

$$1{,}1421356237309504880168872 42\ldots \times 1{,}1421356237309504880168872 42\ldots = 2$$

O processo de determinar raízes não é trivial! O quadro a seguir traz as principais potências e raízes que **você deve ter na ponta da língua**. Galera, anotem esses valores em um papel e durmam com ele. Ter esses valores decorados vai fazer com que economizem muito tempo durante a prova. Além disso, tenha a certeza que eles aparecerão!

Resultados Importantes	
Potências	**Raízes**
$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$
$4^2 = 16$	$\sqrt{16} = 4$
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$
$6^2 = 36$	$\sqrt{36} = 6$
$7^2 = 49$	$\sqrt{49} = 7$
$8^2 = 64$	$\sqrt{64} = 8$
$9^2 = 81$	$\sqrt{81} = 9$
$10^2 = 100$	$\sqrt{100} = 10$
$11^2 = 121$	$\sqrt{121} = 11$
$12^2 = 144$	$\sqrt{144} = 12$
$13^2 = 169$	$\sqrt{169} = 13$
$14^2 = 196$	$\sqrt{196} = 14$
$15^2 = 225$	$\sqrt{225} = 15$

Potências de 2
$2^0 = 1$
$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$
$2^4 = 16$
$2^5 = 32$
$2^6 = 64$
$2^7 = 128$
$2^8 = 256$
$2^9 = 512$
$2^{10} = 1024$
$2^{11} = 2048$
$2^{12} = 4096$
$2^{13} = 8192$

HORA DE PRATICAR!

(PREF. SA SUDOESTE/2020) Assinale a alternativa que representa corretamente o resultado da raiz quadrada $\sqrt{81}$.

A) 4

B) 7

C) 8

D) 9

Comentários:

Pessoal, **alguns quadrados nós devemos guardar na memória!** Lembre-se que $\mathbf{9^2 = 81}$, logo:

$$\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$$

Gabarito: Letra D.

(PREF. STO AGOSTINHO/2019) Brincando com uma calculadora, Carlos digitou um número N qualquer e realizou, nesta ordem, as seguintes operações: elevou o número ao quadrado; multiplicou o resultado por 2; tirou a raiz quadrada do novo resultado; multiplicou o novo resultado por três; e, por fim, elevou este último valor ao cubo. Acerca do resultado final obtido por Carlos, assinale a alternativa correta.

A) $27\sqrt{2}\,N^2$

B) $54\sqrt{3}\,N^2$

C) $54\sqrt{2}\,N^3$

D) $81\sqrt{3}\,N^3$

Comentários:

Temos **o número $\boldsymbol{N}$** e vamos realizar as operações na ordem em que foram ditas no enunciado.

Elevou o número ao quadrado: $\boldsymbol{N^2}$

Multiplicou o resultado por 2: $\mathbf{2}\boldsymbol{N^2}$

Tirou a raiz quadrada do novo resultado: $\boldsymbol{\sqrt{2}\,N}$

Multiplicou o novo resultado por 3: $\boldsymbol{3\sqrt{2}\,N}$

Elevou esse último resultado ao cubo: $\boldsymbol{\left(3\sqrt{2}\,N\right)^3 = 27 \cdot 2\sqrt{2} \cdot N^3 = 54\sqrt{2}\,N^3}$

Gabarito: Letra C.

Propriedades da Potenciação

Agora que começamos a ter uma noção intuitiva do que é potenciação, é importante fazer algumas definições e mostrar algumas propriedades.

1) $\boldsymbol{a^0 = 1}$

2) $\boldsymbol{a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a \cdot a}_{n\ vezes}}$

Pessoal, lembre-se que qualquer número elevado a 0 é igual a 1! Isso é uma definição, não há demonstrações. *Quanto é* 2^0? É $\mathbf{1}$! *Quanto é* 1000^0? É $\mathbf{1}$! *Quanto é* 10000000000000^0? É $\mathbf{1}$! **Não importa quão grande o número seja, se ele está elevado a zero, então essa potência vale 1!** E as propriedades, quais são?

P1) Quando multiplicamos duas potências de mesma base, **mantemos a base e somamos os expoentes**.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

EXEMPLIFICANDO

$$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$$

$$3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9$$

$$5^1 \cdot 5^{10} = 5^{1+10} = 5^{11}$$

P2) Quando dividimos duas potências de mesma base, **mantemos a base e subtraímos os expoentes**.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

EXEMPLIFICANDO

$$\frac{2^2}{2^3} = 2^{2-3} = 2^{-1}$$

$$\frac{3^{10}}{3^5} = 3^{10-5} = 3^5$$

$$\frac{5^1}{5^{10}} = 5^{1-10} = 5^{-11}$$

P3) Quando calculamos uma potência de potência, **mantemos a base e multiplicamos os expoentes**.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

EXEMPLIFICANDO

$$(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6$$

$$(3^4)^5 = 3^{4 \cdot 5} = 3^{20}$$

$$(5^1)^{10} = 5^{1 \cdot 10} = 5^{10}$$

P4) Quando queremos elevar a determinado expoente uma multiplicação, **o expoente entra em cada um dos fatores**.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

EXEMPLIFICANDO

$$(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3$$

$$(5 \cdot 7)^5 = 5^5 \cdot 7^5$$

$$(4 \cdot 8)^{10} = 4^{10} \cdot 8^{10}$$

P5) Quando queremos elevar a determinado expoente uma divisão, **o expoente entra no denominador e no numerador normalmente**.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

EXEMPLIFICANDO

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{2^2}$$

$$\left(\frac{7}{5}\right)^5 = \frac{7^5}{5^5}$$

Existem **duas pequenas consequências** do que vimos até aqui que vocês devem ter em mente:

- Ao elevar o número 0 a qualquer expoente, **o resultado será sempre zero**!

$$0^n = \underbrace{0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot \ldots \cdot \cdot 0 \cdot 0}_{n\ vezes} = 0$$

- Ao elevar o número 1 a qualquer expoente, **o resultado será sempre um**!

$$1^n = \underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \ldots \cdot 1 \cdot 1}_{n\ vezes} = 1$$

HORA DE PRATICAR!

(PREF. GASPAR/2019) Assinale a propriedade INCORRETA sobre potenciação?

A) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

B) $a^0 = 0$

C) $(a \cdot b)^n = (a^n \cdot b^n)$

D) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Comentários:

Pessoal, lembrem-se que **qualquer número elevado a 0 é igual a 1!** Quando olhamos para a letra B percebemos de imediato o erro! **Não existe expoente que ao elevarmos uma base resulte no valor 0**. **Guarde isso**! Nas demais alternativas, temos algumas das propriedades que acabamos de ver.

Gabarito: Letra B.

(PREF. TREMEMBÉ/2019) Usando propriedades de potenciação, qual a solução da equação $\frac{(3^2)^3 \cdot 3^6}{3^7}$?

A) 243.

B) 2187.

C) 81.

D) Nenhuma das alternativas

Comentários:

Para resolver essa questão, devemos lembrar das seguintes propriedades de potenciação:

P1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

P2) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

P3) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$\boldsymbol{E = \frac{(3^2)^3 \cdot 3^6}{3^7} \overbrace{\Longrightarrow}^{P3} E = \frac{3^6 \cdot 3^6}{3^7} \overbrace{\Longrightarrow}^{P1}}$$

$$\boldsymbol{E = \frac{3^{12}}{3^7} \overbrace{\Longrightarrow}^{P2} E = 3^5}$$

$$\boldsymbol{E = 243}$$

Gabarito: Letra A.

Para finalizarmos essa primeira parte, é importante fazermos mais algumas considerações. Até agora vimos **apenas potências com expoentes naturais**. O que acontece **se o expoente for <u>um número inteiro negativo</u>**? Lembre-se que a propriedade $P2$ diz o seguinte:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Vamos fazer $m = 0$?

$$\frac{a^0}{a^n} = a^{0-n} \qquad \Longrightarrow \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Perceba, então, que **quando tivermos expoentes negativos, basta invertemos a potência!** Acompanhe.

- $2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$
- $10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$
- $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64}$
- $\left(\frac{1}{10}\right)^{-5} = \left(\frac{10}{1}\right)^5 = 10^5 = 100.000$

Todas as propriedades que vimos <u>continuam válidas</u>, independentemente se o expoente é um número positivo ou negativo.

HORA DE PRATICAR!

(PREF. QUARAÍ/2019) Todas as operações fundamentais possuem propriedades que facilitam o seu desenvolvimento e tornam o resultado mais confiável. Dentre todas as operações, a potenciação tem diversas propriedades que ajudam na resolução de suas operações. Sobre a resolução da operação $(2^3.2^2)^2$, assinale a alternativa correta.

A) Basta conservar a base e somar os expoentes.

B) Basta conservar os expoentes e somar as bases.

C) Deve-se conservar a base, multiplicar os expoentes de dentro dos parênteses e, então, somar com o de fora.

D) Deve-se conservar a base, somar os expoentes de dentro dos parênteses e, então, multiplicar o resultado pelo expoente de fora dos parênteses.

E) O resultado final, independentemente da forma de resolução, será 512.

Comentários:

Veja que temos que resolver a expressão $(2^3.2^2)^2$. Para isso, utilizaremos as seguintes propriedades:

$$\text{P1)} \quad a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$
$$\text{P3)} \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Iniciamos com **a multiplicação dentro dos parênteses**. Sabemos que, na multiplicação de potências de mesma base, **mantemos a base e somamos os expoentes** (P1). Logo,

$$(2^3.2^2)^2 = (2^{3+2})^2 = (2^5)^2$$

Agora temos **uma potência de potência**. Nesse caso, devemos multiplicar os expoentes (P3).

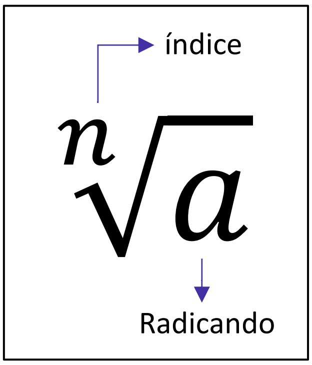
$$(2^5)^2 = 2^{10}$$

Esse raciocínio que seguimos é o que está descrito exatamente na alternativa D.

Gabarito: Letra D.

Propriedades da Radiciação

Antes de entrarmos nas propriedades da radiciação, é fundamental definirmos alguns elementos das raízes.



Note que **cada raiz possui dois elementos principais**: **o índice**, que vai dizer se estamos lidando com uma raiz quadrada, uma raiz cúbica, etc. e **o radicando** que é o número que está envolvido na operação em si. A raiz acima é lida da seguinte forma: **raiz enésima de a**.

$P5)$ **Toda raiz pode ser escrita na forma de uma potência**, em que **o expoente é uma fração**.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Pessoal, essa é **a propriedade mais importante** em se tratando de raízes. Uma vez que a transformamos em uma potência, **todas as propriedades que vimos anteriormente também valem para ela**. Isso facilita muito a compreensão das próximas propriedades que veremos. Confira alguns exemplos.

- $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$
- $\sqrt[3]{3^4} = 3^{\frac{4}{3}}$
- $\sqrt[5]{7^3} = 7^{\frac{3}{5}}$
- $\sqrt[10]{13^3} = 13^{\frac{3}{10}}$

Existe uma frase que ajuda a **lembrar quem vira numerador e quem vira denominador** na conversão de uma raiz para a forma de uma potência.

Quem está por dentro, está por cima. Quem está por fora, está por baixo.

Quem está por dentro, está por cima.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Quem está por fora, está por baixo.

(PREF. QUARAÍ/2019) A linguagem matemática permite que se represente de várias maneiras o mesmo número. Assinale a alternativa que representa outra forma de escrever $\sqrt{3}$.

A) $\frac{1}{3}$

B) 3^{-1}

C) $3^{\frac{1}{2}}$

D) 3×1

E) 3

Comentários:

As raízes podem ser representadas na forma de **potências de expoentes fracionários**. Sua forma geral é:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Assim, podemos escrever que $\sqrt{\mathbf{3}} = \sqrt[2]{\mathbf{3^1}} = \mathbf{3^{\frac{1}{2}}}$.

Gabarito: Letra C.

$P6$) Na multiplicação de raízes com índices iguais, **conservamos o índice e multiplicamos os radicandos**.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

- $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2 \cdot 4} = \sqrt[3]{8} = 2$
- $\sqrt[2]{100} \cdot \sqrt[2]{10} = \sqrt[2]{100 \cdot 10} = \sqrt[2]{1000}$

$P7)$ Na divisão de raízes com índices iguais, **conservamos o índice e dividimos os radicandos**.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

- $\frac{\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{12}{3}} = \sqrt[3]{4}$
- $\frac{\sqrt[4]{100}}{\sqrt[4]{50}} = \sqrt[4]{\frac{100}{50}} = \sqrt[4]{2}$
- $\frac{\sqrt[26]{4096}}{\sqrt[26]{512}} = \sqrt[26]{\frac{4096}{512}} = \sqrt[26]{8}$

$P8)$ Na potência de raízes, **o expoente pode ser levado para o radicando**

.

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

- $\left(\sqrt{3}\right)^5 = \sqrt{3^5} = \sqrt{243}$
- $\left(\sqrt[3]{5}\right)^3 = \sqrt[3]{5^3} = \sqrt[3]{125} = 5$
- $\left(\sqrt[5]{10}\right)^6 = \sqrt[5]{10^6} = \sqrt[5]{1000000}$

$P9)$ Quando precisamos tirar uma raiz de uma raiz, **mantemos o radical e multiplicamos os índices**.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

- $\sqrt[3]{\sqrt[2]{2}} = \sqrt[3 \cdot 2]{2} = \sqrt[6]{2}$
- $\sqrt[2]{\sqrt[5]{5}} = \sqrt[2 \cdot 5]{5} = \sqrt[10]{5}$
- $\sqrt[7]{\sqrt[6]{9}} = \sqrt[7 \cdot 6]{9} = \sqrt[42]{9}$

(Colégio Pedro II/2017) Uma pessoa, com uma calculadora, extraiu a raiz quarta de x e encontrou y. Em seguida, calculou a raiz quadrada de y e encontrou 10. O valor de x é

A) um milhão

B) dez milhões

C) cem milhões

D) um bilhão

Comentários:

Vamos realizar o passo a passo do enunciado.

1) Uma pessoa, com uma calculadora, **extraiu a raiz quarta de x e encontrou y**.

$$y = \sqrt[4]{x}$$

2) Calculou **a raiz quadrada de y e encontrou 10**.

$$\sqrt{y} = \sqrt{\sqrt[4]{x}} = \sqrt[2\cdot 4]{x} = \sqrt[8]{x} = 10$$

Com isso, queremos o número que, **quando tiramos a raiz oitava dele, obtemos 10**. Ora, só pode ser 10^8.

$$\sqrt[8]{10^8} = 10$$

Se $x = 10^8$, então $x = 100.000.000$. Esse valor equivale a **cem milhões.**

Gabarito: Letra C.

Detalhes Importantes

Vamos fazer algumas observações sobre aspectos da matéria que os alunos confundem bastante. Observe.

- $(2+3)^2 = 5^2 = 25$
- $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

Note que $(2+3)^2 \neq 2^2 + 3^2$. O expoente não entra **em cada membro da soma individualmente**. Primeiro **resolva o que está dentro do parênteses e, em seguida, resolva a potenciação**. O mesmo raciocínio vale para a subtração. Já quando estamos lidando com raízes, um **erro comum** entre os alunos é esse:

- $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{2+3} = \sqrt{5}$

Galera, **isso está muito errado**. Observe que:

$$\sqrt{2} = 1{,}4142\ldots \qquad \sqrt{3} = 1{,}7320\ldots \qquad \sqrt{5} = 2{,}2360\ldots$$

Com isso, veja que $\sqrt{2} + \sqrt{3} = 1{,}4142\ldots + 1{,}7320\ldots = 3{,}1462\ldots \neq 2{,}2360\ldots$

Não podemos cometer esse tipo de erro. **Quando somamos duas raízes que possuem índices iguais mais radicandos diferentes, não temos o que fazer**. Devemos deixar do jeito que está. Então, da próxima vez, por exemplo, que você chegar ao resultado $\mathbf{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$**,** esse será o resultado. Não há mais o que fazer, **você representará sua resposta como uma soma de duas raízes e estará correto!**

Agora, você poderá somar duas raízes que são iguais.

- $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
- $\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5} = 3\sqrt[3]{5}$
- $\sqrt[7]{10} + \sqrt[7]{10} + \sqrt[7]{10} + \sqrt[7]{10} = 4\sqrt[7]{10}$

Apesar de **entrarmos mais a fundo em frações somente na próxima aula**, vamos adiantar um conteúdo aqui para vocês: **a racionalização de denominadores**. Esse assunto pode gerar um pouco de ansiedade nos alunos, apesar de ser simples. Galera, *o que seria racionalizar um denominador?* É apenas **tirar a raiz da parte de baixo de uma fração**. Mas não é tirar de qualquer jeito! Devemos obter uma fração equivalente.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Observe que multiplicamos a fração $\frac{1}{\sqrt{2}}$ por $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$, mas note que $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$. Então, no fim, você multiplicou sua fração por 1! **Quando multiplicamos por 1, não alteramos o resultado**. Logo,

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Essa é a chamada **racionalização de denominadores** no seu caso mais simples. Acompanhe mais alguns racionalizações.

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \qquad \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7} \qquad \frac{81}{\sqrt{27}} = \frac{81}{\sqrt{27}} \cdot \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{27}} = \frac{81\sqrt{27}}{27} = 3\sqrt{27}$$

A racionalização que fizemos acima é para quando o denominador for uma raiz quadrada. E quando não for?

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3 \cdot 3^2}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{3}$$

Continue notando que $\boldsymbol{\sqrt[3]{3^2}/\sqrt[3]{3^2} = 1}$. Ou seja, **continuamos multiplicando a nossa fração pelo número 1**. Veja que o radicando das raízes do numerador e denominador da fração equivalente a 1 possui o expoente 2. Isso acontece, pois, **precisamos obter o expoente 3 para cortar com o índice do radical e eliminar assim a raiz**! Acompanhe mais alguns exemplos para melhor entendimento.

$$\frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \cdot \frac{\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2^3}} = \frac{\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{\sqrt[4]{8}}{2}$$

$$\frac{7}{\sqrt[10]{2}} = \frac{7}{\sqrt[10]{2}} \cdot \frac{\sqrt[10]{2^9}}{\sqrt[10]{2^9}} = \frac{7\sqrt[10]{2^9}}{\sqrt[10]{2^{10}}} = \frac{7\sqrt[10]{512}}{2}$$

$$\frac{3}{\sqrt[5]{5}} = \frac{3}{\sqrt[5]{5}} \cdot \frac{\sqrt[5]{5^4}}{\sqrt[5]{5^4}} = \frac{3\sqrt[5]{5^4}}{\sqrt[5]{5^5}} = \frac{3\sqrt[5]{625}}{5}$$

$$\frac{10}{\sqrt[40]{7}} = \frac{10}{\sqrt[40]{7}} \cdot \frac{\sqrt[40]{7^{39}}}{\sqrt[40]{7^{39}}} = \frac{10\sqrt[40]{7^{39}}}{\sqrt[40]{7^{40}}} = \frac{10\sqrt[40]{7^{39}}}{7}$$

(PREF. PADRE BERNADO/2015) Aplicando-se as propriedades de racionalização para frações, temos o seguinte resultado para a fração abaixo:

$$\frac{7}{a^{\frac{2}{5}}}$$

A) $\frac{7a^{\frac{2}{5}}}{a}$ B) $\frac{7a^{\frac{3}{5}}}{a}$ C) $\frac{7a}{a^{\frac{2}{5}}}$ D) $\frac{7a}{a^{\frac{3}{5}}}$

Comentários:

Temos que lembrar duas coisas sobre as raízes: i) **potências na forma de frações podem ser escrito como raízes e vice-versa**; ii) **podemos racionalizar denominadores**. Veja que $\boldsymbol{a^{\frac{2}{5}}}$ **equivale a** $\boldsymbol{\sqrt[5]{a^2}}$. *Quem está por cima, está por dentro. Quem está por fora, está por baixo!* Sendo assim:

$$\frac{7}{a^{\frac{2}{5}}} = \frac{7}{\sqrt[5]{a^2}}$$

Podemos **racionalizar essa raiz no denominador**.

$$\frac{7}{\sqrt[5]{a^2}} = \frac{7}{\sqrt[5]{a^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[5]{a^3}} = \frac{7\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[5]{a^5}} = \frac{7\sqrt[5]{a^3}}{a} = \frac{7a^{\frac{3}{5}}}{a}$$

Gabarito: Letra B.

Situações-Problemas

Essa parte do nosso livro cobrirá **os principais tipos de problemas que envolvem os conteúdos vistos nessa aula**. Quero ressaltar que **a cobrança "mais crua" do conteúdo**, assim como está na teoria, não acontece com muita frequência. Normalmente, toda **essa matéria é requisitada de uma forma mais contextualizada**. No entanto, é de fundamental importância dominar essa parte mais técnica, pois só assim saberemos **interpretar corretamente os problemas** e **não erraremos as manipulações algébricas**.

HORA DE PRATICAR!

(SSP-AM/2022) Um encontro de família foi organizado por 5 casais. Cada um desses casais teve 4 filhos, todos casados e com 3 filhos cada um. Todas as pessoas citadas compareceram ao encontro. O número de pessoas nesse encontro de família é
A) 70.
B) 80.
C) 90.
D) 100.
E) 110.

Comentários:
Vamos por partes. O encontro foi organizado por 5 casais. Logo, temos aí **10 pessoas**.

Cada um desses 5 casais, teve 4 filhos. Com isso, temos **20 filhos ao todo**.

Cada um desses filhos, é casado. Assim, podemos contar mais **20 cônjuges**.

Por fim, cada um desses 20, tem 3 filhos. Portanto, são **60 filhos** (netos dos primeiros casais).

Agora, basta somarmos essas quantidades.

$$10 + 20 + 20 + 60 = \mathbf{110\ pessoas}$$

Gabarito: LETRA E.

(PC-AM/2022) Em um grupo de 64 policiais civis e militares, 24 são civis. Metade dos policiais militares é casada e há um total de 36 policiais solteiros. Nesse grupo, o número de policiais civis casados é igual a
A) 8.
B) 10.
C) 12.
D) 13.
E) 16.

Comentários:
Galera, temos 64 policiais. Se 24 deles são civis, então temos **40 militares**.

$$64 - 24 = 40$$

Se metade dos policiais militares é casado, então temos **20 militares casados** no grupo.

Como o total de solteiros desse grupo é 36, podemos concluir que, no total, temos **28 casados**.

$$64 - 36 = 28$$

Ora, já descobrimos que 20 militares são casados. Sendo assim**, a diferença de 8** é justamente a quantidade de **policiais civis** que são casados.

$$28 - 20 = 8$$

Gabarito: LETRA A.

Expressões Numéricas

De modo bem simplificado, **as expressões numéricas são contas prontas para serem resolvidas**. Observe um exemplo de questão com esse assunto.

EXEMPLIFICANDO

(SABESP) O resultado da expressão numérica $(2-3)\cdot(3-4)\cdot(4-5)\cdot(5-6)^2$ é igual a
A) 4
B) -3
C) -1
D) 3
E) 1

Antes de resolvermos a questão acima, é importante ter algumas ideias em mente. Existem **determinadas sequências** que devemos seguir quando estamos lidando com expressões numéricas. A primeira sequência surge a partir da pergunta: *o que resolver primeiro?*

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

- **Primeiro**, resolvemos o que está dentro **de parênteses** ( );
- **Depois**, resolvemos o que está dentro **de colchetes** [ ];
- **Por fim**, resolvemos para o que está dentro **de chaves** { }.

Então, a ordem é a seguinte: ( ) –> [ ] –> { }.

Pode ser que dentro do parênteses, do colchetes ou de chaves, **você se depare com mais de uma operação para resolver**. Logo, é preciso uma sequência para a resolução das operações também.

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

- **Primeiro**, resolvemos as **potências ou raízes**;
- **Depois**, resolvemos as **multiplicações ou divisões**;
- **Por fim**, resolvemos as **adições ou subtrações**.

Vamos resolver a questão que mostramos a pouco.

Comentários:

O primeiro passo é sempre olhar para o que está **dentro do parênteses** e efetuar as operações do que está dentro dele. No nosso caso, temos **apenas subtrações, então é ela que faremos**. Além disso, vamos chamar toda nossa **expressão de E**.

$$\boldsymbol{E = (2-3)\cdot(3-4)\cdot(4-5)\cdot(5-6)^2}$$

$$\boldsymbol{E = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)^2}$$

Agora que resolvemos as operações dentro do parênteses e não há colchetes nem chaves, **vamos considerar toda a expressão**. Agora, primeiro resolvemos **as potências ou raízes**. Note que $\boldsymbol{(-1)^2 = (-1)\cdot(-1) = 1.}$ Nesse ponto da matéria **é importante aprendermos o "jogo de sinais".** Quando temos uma multiplicação ou divisão de dois números, devemos nos atentar aos sinais dos mesmos.

1) **Se os dois números forem positivos**, o resultado da multiplicação/divisão **também será positivo**.
2) **Se os dois números forem negativos**, o resultado da multiplicação/divisão **será positivo**.
3) **Se os números possuírem sinais trocados**, o resultado da multiplicação/divisão **será negativo**.

Podemos reunir essas informações em uma **tabela ilustrativa**.

	+	-
+	+	-
-	-	+

É por isso que $\boldsymbol{(-1)^2 = (-1)\cdot(-1) = 1.}$ É aquela famosa frase em ação: ***"menos com menos dá mais!"***. Então guarde: **A multiplicação/divisão de dois números negativos é um número positivo!!.**

$$\boldsymbol{E = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)^2}$$

$$\boldsymbol{E = (-1)\cdot\underbrace{(-1)\cdot(-1)}_{1}\cdot 1}$$

$$\boldsymbol{E = (-1)\cdot 1}$$

$$\boldsymbol{E = -1}$$

Gabarito: Letra C

Pessoal, é muito importante que vocês executem as operações na ordem correta! Essas contas estão aparecendo com uma certa frequência nas últimas provas! Por isso, recomendo que resolva muitas questões sobre esse tema para que os cálculos fiquem cada vez mais naturais.

(SEMSA-MANAUS/2022) O resultado da operação $17 - 3 \times 4 + 1$ é
A) 2.
B) 6.
C) 17.
D) 57.
E) 70.

Comentários:
Nesse tipo de questão, devemos resolver as operações **na ordem devida**!

• Primeiro, resolvemos as potências ou raízes;
• Depois, resolvemos as multiplicações ou divisões;
• Por fim, resolvemos as adições ou subtrações.

Como não temos potências ou raízes, resolvemos **primeiro a multiplicação**!

$$E = 17 - 12 + 1$$

Agora, temos só adições e subtrações! Podemos resolvê-las em qualquer ordem.

$$E = 5 + 1 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\boldsymbol{E = 6}}$$

Gabarito: LETRA B.

(IBGE/2022) O valor da expressão a seguir é

$$\frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14}$$

A) 1.
B) 1/7.
C) 11520.
D) 12800.
E) 25616.

Comentários:
O jeito mais direto de resolver o exercício é fazendo as contas mesmo! No entanto, podemos simplificar a expressão! Para isso, vamos primeiro **resolver a soma do denominador**.

$$E = \frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14} \qquad \rightarrow \qquad E = \frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}{56}$$

Vamos escrever o "56" como "$14 \cdot 4$".

$$E = \frac{2 \times \cancel{4} \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times \cancel{14}}{\cancel{14} \cdot \cancel{4}}$$

Veja que simplificamos um pouco nossa vida.

$$E = 2 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{E = 11520}$$

Gabarito: LETRA C.

(ELETROBRÁS/2016) A expressão numérica $(0{,}2)^2 + 3 \cdot (7-4) + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - 101^3$ supera a expressão numérica $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + 3 \cdot (4-11) - 101^3 + (0{,}2)^2$ em um número igual a

A) 30
B) 3/4
C) 16/9
D) 12

Comentários:

Temos o seguinte:

$$E_1 = (0{,}2)^2 + 3 \cdot (7-4) + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - 101^3$$

$$E_2 = \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + 3 \cdot (4-11) - 101^3 + (0{,}2)^2$$

Queremos saber **quanto E_1 é maior que E_2**. Para isso, devemos **calcular a diferença entre as duas**.

$$\Delta E = E_1 - E_2$$

$$\Delta E = (0{,}2)^2 + 3 \cdot (7-4) + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - 101^3 - \left(\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + 3 \cdot (4-11) - 101^3 + (0{,}2)^2\right)$$

$$\Delta E = \cancel{(0{,}2)^2} + 3 \cdot (7-4) + \cancel{\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}} - \cancel{101^3} - \cancel{\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}} - 3 \cdot (4-11) + \cancel{101^3} - \cancel{(0{,}2)^2}$$

$$\Delta E = 3 \cdot (7-4) - 3 \cdot (4-11)$$

$$\Delta E = 3 \cdot 3 - 3 \cdot (-7)$$

$$\Delta E = 9 - (-21)$$

$$\Delta E = 9 + 21$$

$$\Delta E = 30$$

Gabarito: Letra A

Expressões Algébricas

Pessoal, enquanto nas expressões numéricas tínhamos apenas números, nas expressões algébricas teremos **números e letras**! Para visualizar melhor, confira alguns exemplos de expressões algébricas:

$$E_1 = 10mn^2p \qquad\qquad E_2 = ac^2 + b \qquad\qquad E_3 = bc + \frac{a}{2} + 3ad^2$$

Cada parcela de uma expressão algébrica é chamada de "**termo algébrico**". Em todo termo algébrico, temos uma **parte literal** e uma **parte numérica (coeficiente)**. Por exemplo:

$$\underbrace{10}_{\text{Coeficiente}}\underbrace{mn^2p}_{\text{Parte Literal}}$$

Ademais, quando uma expressão algébrica possui um único termo algébrico, ela é chamada de monômio. Já quando possui dois termos, ela é chamada de binômio; se tem três termos, é um trinômio e, por fim, quando possui mais de três termos, vira um polinômio. Vamos resumir!

RESUMINDO

	Exemplos
Monômios	$x^2,\quad ab,\quad 10mn^2p,\quad xy^2wz$
Binômios	$x^2 + y^2,\quad ab + c,\quad dx + 10$
Trinômios	$x + y + z,\quad x^2 - x + 1,\quad y + zx + d^2$
Polinômios	$x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 1,\quad a + b - c + d - 1$

Professor, tô entendendo. Mas como esse assunto cai em prova?

Vamos lá! Quero trabalhar com vocês de forma bem objetiva, abordando os tipos de problema sobre o tema que mais caem em prova. Inicialmente, saiba que uma **cobrança bem comum** é o enunciado fornecer uma expressão algébrica e pedir para substituirmos as letras por números! *Vamos dar uma conferida?*

EXEMPLIFICANDO

(PREF. ARAPONGAS/2020) Dada a expressão algébrica:

$$2^x + 9x + \sqrt{169} + 2^{2x} + \sqrt[3]{27}$$

Qual será o valor dessa expressão algébrica para $x = 4$?
A) 1000
B) 500
C) 324
D) 100.
E) 75

Comentários:
Pessoal, nessas situações, basta realmente **fazer a substituição** e **resolver os cálculos**.

$$E = 2^4 + 9 \cdot 4 + \sqrt{169} + 2^{2 \cdot 4} + \sqrt[3]{27}$$

$$E = 16 + 36 + 13 + 256 + 3$$

$$\boldsymbol{E = 324}$$

Veja que começamos com uma expressão algébrica e caímos em uma expressão numérica!

Gabarito: LETRA C.

Beleza, professor, entendi! E o que mais?

Nesse contexto de cálculo algébrico, é importante que você saiba que quando temos binômios, trinômios ou polinômios, isto é, **expressões algébricas com mais de dois termos**, vamos conseguir somar ou subtrair apenas aqueles termos que são semelhantes.

TOME NOTA!

Termos algébricos semelhantes são aqueles termos que possuem a mesma parte literal.

São exemplos de termos semelhantes:

- "$5x$" e "$3x$"
- "abc" e "$-10abc$"
- "x^2y" e "$4x^2y$"
- "x^3y^2" e "$-50x^3y^2$"

Não são termos semelhantes:

- "ab" e "cb"
- "x^2y" e "xy"
- "x^3" e "y^3"
- "x^3" e "x^2"

Por exemplo, considere a seguinte expressão algébrica:

$$E = ab + 3xy + ab + 4xy + 5abc$$

Nós conseguimos simplificá-la, ao **identificar os termos semelhantes**. Por exemplo, veja que temos dois termos "ab" que são semelhantes, logo, conseguimos somá-los.

$$E = ab + 3xy + ab + 4xy + 5abc$$

$$E = \mathbf{2ab} + 3xy + 4xy + 5abc$$

Além disso, temos que "3xy" é semelhante com "4xy". Também podemos somá-los.

$$E = 2ab + 3xy + 4xy + 5abc$$

$$E = 2ab + \mathbf{7xy} + 5abc$$

Pronto pessoal, conseguimos dar uma simplificada na nossa expressão! Para isso, usamos **apenas operações com termos semelhantes!** No entanto, conseguimos dar ainda mais uma "arrumada" na expressão, colocando o termo "ab" em evidência. Observe!

$$E = 2ab + 7xy + 5abc$$

$$E = 2ab + 5abc + 7xy$$

Note que "2ab" e "5abc" não são termos semelhantes, pois **não possuem a mesma parte literal**! Assim, não podemos somá-los. No entanto, são termos bem parecidos, pois "ab" está presente nos dois.

$$E = 2ab + 5abc + 7xy$$

Colocar em evidência significa fazer o caminho inverso da propriedade distributiva.

$$E = ab \cdot (2 + 5c) + 7xy$$

Observe que quando fazemos o "**chuveirinho**", vamos obter exatamente a expressão que tínhamos antes de colocar o "ab" em evidência.

$$E = ab \cdot (2 + 5c) + 7xy \quad \rightarrow \quad E = 2ab + 5abc + 7xy$$

Explicado isso, gostaria que vocês fizessem a questão abaixo!

HORA DE PRATICAR!

(PREF. ESTÂNCIA VELHA/2020 - adaptada) Assinale a alternativa que apresenta a forma agrupada e reduzida da seguinte expressão algébrica:

$$3ax + 5bx - 12ax - 15bx + 4x$$

A) $ab(-9x - 10x + 4x)$
B) $x(-9a - 10b + 4)$
C) $b(-9a - 10x + 4x)$
D) $ax(-9 - 10b + 4)$

Comentários:
O primeiro passo é identificar os termos semelhantes!

- "3ax" é semelhante com "-12ax"

$$E = 3ax + 5bx - 12ax - 15bx + 4x$$

$$E = \mathbf{-9ax} + 5bx - 15bx + 4x$$

- Agora, note que "5bx" e "-15bx" são semelhantes também.

$$E = -9ax + 5bx - 15bx + 4x$$

$$E = -9ax \mathbf{- 10bx} + 4x$$

- Por fim, note que "x" **está presente** em todos os termos algébricos. Logo, podemos colocá-lo **em evidência**.

$$E = x \cdot (-9a - 10b + 4)$$

Gabarito: LETRA B.

Produtos Notáveis

Agora, quero mostrar para vocês mais um recurso que usamos para simplificar expressões algébricas! São os famosos "Produtos Notáveis"! Pessoal, esse tópico é muito importante. Conhecer bem os produtos notáveis vai te ajudar em muitos outros tópicos que estudamos aqui na matemática! Por isso, não dá para estudar esse tópico de qualquer jeito! Se estiver cansado, dê uma descansada! Estique as pernas, beba uma água e/ou um café e vamos nessa!

Para começar, já vou apresentar os principais produtos notáveis e depois detalharemos um por um!

Produtos Notáveis	
Quadrado da Soma	$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
Quadrado da Diferença	$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
Produto da Soma pela Diferença	$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$
Cubo da Soma	$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
Cubo da Diferença	$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

Para chegarmos nesses resultados, devemos usar a propriedade distributiva da multiplicação. É claro que sempre podemos fazer na hora da prova, mas, esses resultados aparecem tanto, que saber de antemão vai nos poupar muito tempo!

- Quadrado da Soma

$$(x+y)^2 = (x+y)(x+y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

- Quadrado da Diferença

$$(x-y)^2 = (x-y)(x-y) = x^2 - xy - yx + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

- Produto da Soma pela Diferença

$$(x-y)(x+y) = x^2 + xy - yx - y^2 = x^2 - y^2$$

- Cubo da Soma

$$(x+y)^3 \quad = \quad (x+y)(x+y)^2 \quad = \quad (x+y)(x^2+2xy+y^2)$$

$$= \quad x^3 + 2x^2y + xy^2 + yx^2 + 2xy^2 + y^3 \quad = \quad x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

- Cubo da Diferença

$$(x-y)^3 \quad = \quad (x-y)(x-y)^2 \quad = \quad (x-y)(x^2-2xy+y^2)$$

$$= \quad x^3 - 2x^2y + xy^2 - yx^2 + 2xy^2 - y^3 \quad = \quad x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

Vamos resolver uma questão para entender como isso pode cair na nossa prova!

HORA DE PRATICAR!

(PREF. ITAJÁI/2021) Desenvolvendo o produto notável $(x^3+x)^2$ temos:
A) $x^6 + x^2$
B) $x^6 + 2x^4 + x^2$
C) $x^6 + 2x^2 + 1$
D) $x^6 + x^2 + 1$

Comentários:
Opa! Aqui temos o quadrado da soma! Na nossa teoria, vimos que:

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Para nos adaptarmos a questão, é só substituirmos, pessoal!

Onde tiver "x" na equação acima, vamos colocar "x^3" e, onde tiver "y", colocamos o "x".

$$(x^3 + x)^2 = (x^3)^2 + 2(x^3)(x) + x^2$$

$$(x^3 + x)^2 = x^6 + 2x^4 + x^2$$

Gabarito: LETRA B.

No contexto do Cálculo Algébrico, muitas vezes vamos ter que fazer também a "volta".

Como assim professor?

Explico melhor! Quando a questão traz $(a+b)^2$, você identifica o **produto notável** e lembra que o resultado é $a^2+2ab+b^2$. Agora, saber/fazer a "volta" é perceber que $a^2+2ab+b^2$ é igual a $(a+b)^2$ **e usar esse resultado para simplificar as expressões**! Nada melhor que uma questão para exemplificarmos.

EXEMPLIFICANDO

(IPREV-SANTOS/2022) Simplificando a expressão

$$\frac{3ax+6ay+bx+2by}{b^2+6ab+9a^2}$$

com $b^2+6ab+9a^2 \neq 0$, obtém-se

A) $\frac{x+2y}{b+3a}$

B) $\frac{2x+y}{3b+a}$

C) $\frac{3x+y}{2b+a}$

D) $\frac{x+3y}{b+2a}$

Comentários:

Observe que, em um primeiro momento, **não é trivial** identificarmos o produto notável. Mas, se olharmos atentamente para o denominador, vamos encontrá-lo!

$$b^2+6ab+9a^2 \quad = \quad b^2+2\cdot b\cdot(3a)+(3a)^2 \quad = \quad (b+3a)^2$$

Observe que conseguimos escrever o denominador como um **quadrado da soma**!

Agora, vamos dar uma olhada no numerador.

$$3ac+6ay+bc+2by$$

Note que temos "3a" presente em dois termos e "b" presente em mais dois termos. Vamos colocá-los em evidência.

$$3a(c+2y)+b(c+2y)$$

Opa! (c+2y) é comum aos dois termos. Podemos colocá-lo em evidência também.

$$(c+2y)(b+3a)$$

Isso que acabamos de fazer é chamado de **fatoração**!

Nós transformamos a expressão $3ac + 6ay + bc + 2by$ em um **produto de fatores**: $(c + 2y)(b + 3a)$.

A fatoração é uma outra forma que temos para **simplificar expressões algébricas**.

Vamos usar os resultados que obtivemos para reescrever a expressão do enunciado.

$$E = \frac{3ax + 6ay + bx + 2by}{b^2 + 6ab + 9a^2}$$

$$E = \frac{(c + 2y)(b + 3a)}{(b + 3a)^2}$$

Temos $(b + 3a)$ no numerador e no denominador, podemos **cortá-los**!

$$E = \frac{c + 2y}{b + 3a}$$

Como no denominador **o expoente era "2"**, quando fizemos o corte, ainda sobra "1"! *Tudo certo?*

Gabarito: LETRA A.

Pessoal, para finalizar essa parte, vamos dar uma olhada em mais alguns produtos notáveis.

Produtos Notáveis II	
Quadrado da Soma de Três Termos	$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2 \cdot (xy + yz + xz)$
Produto de Warring I	$(x + y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + y^3$
Produto de Warring II	$(x - y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3$

Professor, e isso cai??

Cai sim! A seguir, faremos exemplos com cada um dos produtos acima e você verá! Minha recomendação é que você faça seu próprio resumo, reunindo todos os produtos notáveis que vimos nessa aula. Volte sempre nele e, claro, faça muitos exercícios!

EXEMPLIFICANDO

(SAD-PE) A expressão $\frac{(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)}{2}$ é igual a:

A) 0.
B)1.
C) abc.
D) $ab+bc+ac$
E) $a^2b+b^2c+c^2a$

Comentários:

Temos a seguinte expressão algébrica:

$$E=\frac{(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)}{2}$$

Lembre-se que na teoria vimos que:

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2\cdot(ab+bc+ca)$$

Podemos usar esse resultado diretamente em "E":

$$E=\frac{(a^2+b^2+c^2)+2\cdot(ab+bc+ca)-(a^2+b^2+c^2)}{2}$$

Assim, ficamos com:

$$E=\frac{2\cdot(ab+bc+ca)}{2}\qquad\rightarrow\qquad\boxed{E=ab+bc+ca}$$

Gabarito: LETRA D.

(PREF. FORTALEZA/2017) Sabendo que $a\neq b$, uma expressão que simplifica $\frac{a^3-b^3}{a-b}$ é:

A) a^2+ab+b^2
B) a^2-ab+b^2
C) a^2+b^2
D) a^2-b^2

Comentários:

De cara, quando você visualizar o a^3-b^3 você pode associar ao Produto de Warring II. Com isso,

$$E=\frac{a^3-b^3}{a-b}\qquad\rightarrow\qquad E=\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a-b)}$$

Note que, ao escrever a^3-b^3 na forma de **um produto de dois fatores**, conseguimos **cortar** o $(a-b)$ que está presente tanto no numerador quanto no denominador. Com isso, ficamos assim:

$$E = \frac{\cancel{(a-b)}(a^2+ab+b^2)}{\cancel{(a-b)}}$$

$$E = a^2 + ab + b^2$$

Gabarito: LETRA A.

QUESTÕES COMENTADAS - CESGRANRIO

Operações Fundamentais

1. (Cesgranrio/BB/2015) Observe a adição:

$$\begin{array}{r} U \\ U \\ +\,EU \\ \hline UE \end{array}$$

Sendo E e U dois algarismos não nulos e distintos, a soma E + U é igual a
a) 13
b) 14
c) 15
d) 16
e) 17

Comentários:
Pessoal, esse é um tipo de questão **que a Cesgranrio parece gostar muito**! Peço especial atenção! Primeiro, note que o enunciado disse que E e U são dois algarismos não nulos! Ou seja, são diferentes de zero!

$$E \neq 0 \; e \; U \neq 0$$

Ademais, o enunciado fala que são **E e U são distintos**.

$$E \neq U$$

É bom ficar atento a essas considerações, para chegarmos a um resultado coerente com elas.

A primeira coisa que você deve lembrar quando olhar para questões assim é que nossos números são escritos na base decimal. Na pratica, **significa que podemos decompor qualquer número em uma soma de potências de 10**. Vou dar alguns exemplos para vocês.

$$56 = 5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 = 50 + 6$$

$$1320 = 1 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0 = 1000 + 300 + 20 + 0$$

$$451789 = 4 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$$

Portanto, se você tem um número formado por algarismos desconhecidos, digamos $abcd$, você pode escrevê-lo assim:

$$abcd = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10^1 + d \cdot 10^0 = a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$$

Lembrando dessa explicação, podemos voltar para o problema.

$$\begin{array}{r} U \\ U \\ +\,EU \\ \hline UE \end{array}$$

Veja, portanto, que podemos escrever que:

$$EU = E \cdot 10^1 + U \cdot 10^0 = 10E + U$$

$$UE = U \cdot 10^1 + E \cdot 10^0 = 10U + E$$

Assim, a soma do enunciado pode ser representada como:

$$U + U + (10E + U) = 10U + E$$

$$10E + 3U = 10U + E$$

$$9E = 7U$$

$$\boldsymbol{E = 7 \cdot \left(\frac{U}{9}\right)}$$

Sabemos que E e U são dois algarismos, e, portanto, podem assumir os seguintes valores: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9**. Para que **E seja inteiro**, **U deve ser divisível por 9**. Qual o único número entre 1 e 9 que é divisível por 9? Oras, é o próprio 9! Assim, $U = 9$ e, como consequência, $E = 7$.

O enunciado pede a soma $E + U$. Logo,

$$E + U = 7 + 9 = 16$$

Gabarito: LETRA D.

2. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2014) Na operação a seguir, A, B, C, D e E são algarismos distintos. Nos numerais ABE, ACE e ADE, o algarismo A ocupa a ordem das centenas, e o algarismo E, a ordem das unidades.

$$\begin{array}{r} A\,B\,E \\ A\,C\,E \\ +\;A\,D\,E \\ \hline 2\,0\,1\,4 \end{array}$$

A soma A + B + C + D + E vale
a) 33
b) 32

c) 31
d) 30
e) 29

Comentários:
Essa questão envolve uma **abordagem parecida com a anterior**, no entanto, tem detalhes a mais! Vamos lá! Primeiro, lembre-se que podemos representar um número assim:

$$(abc) = a \cdot 10^2 + b \cdot 10^1 + c \cdot 10^0$$

Vamos aplicar isso para escrever os números da soma do enunciado.

$$\begin{array}{rcccc} & & A & B & E \\ & & A & C & E \\ + & & A & D & E \\ \hline & 2 & 0 & 1 & 4 \end{array}$$

$$(ABE) = A \cdot 10^2 + B \cdot 10^1 + E \cdot 10^0 = 100A + 10B + E$$
$$(ACE) = A \cdot 10^2 + C \cdot 10^1 + E \cdot 10^0 = 100A + 10C + E$$
$$(ADE) = A \cdot 10^2 + D \cdot 10^1 + E \cdot 10^0 = 100A + 10D + E$$

Quando somamos tudo, temos:

$$(ABE) + (ACE) + (ADE) = 2014$$
$$(100A + 10B + E) + (100A + 10C + E) + (100A + 10D + E) = 2014$$
$$\mathbf{300A + 10B + 10C + 10D + 3E = 2014}$$

Segure um pouco a resolução e volte a atenção para a soma. Olhe bem para a coluna das unidades.

$$\begin{array}{rccc|c|} & & A & B & E \\ & & A & C & E \\ + & & A & D & E \\ \hline & 2 & 0 & 1 & 4 \end{array}$$

Estamos **somando 3 E's e o resultando logo abaixo é 4**. Vamos visualizar cada uma das situações possíveis.

- $0 + 0 + 0 = 0$
- $1 + 1 + 1 = 3$
- $2 + 2 + 2 = 6$
- $3 + 3 + 3 = 9$
- $4 + 4 + 4 = 12$
- $5 + 5 + 5 = 15$
- $6 + 6 + 6 = 18$
- $7 + 7 + 7 = 21$
- $\mathbf{8 + 8 + 8 = 2\underline{4}}$

- $9+9+9=27$

Perceba que apenas quando $E=8$ é que vai aparecer o "4". Portanto, já encontramos um dos algarismos. Devemos substituir esse valor na expressão que achamos anteriormente.

$$300A+10B+10C+10D+3E=2014$$
$$300A+10B+10C+10D+3\cdot 8=2014$$
$$300A+10B+10C+10D+24=2014$$
$$300A+10B+10C+10D=1990$$

Podemos dividir os dois lados por 10.

$$30A+B+C+D=199$$

Minha sugestão agora é tentar decompor o 199 em algo parecido com o lado esquerdo. Note que:

$$199=180+19 \qquad \rightarrow \qquad \boldsymbol{30A}+(\boldsymbol{B+C+D})=180+19=\boldsymbol{30\cdot 6}+\boldsymbol{19}$$

180 é um múltiplo de 30 (30×6). Logo, conseguimos concluir que $\boldsymbol{A=6}$ e $\boldsymbol{B+C+D=19}$.

Podemos, portanto, calcular a soma dos algarismos proposta no enunciado.

$$\boldsymbol{A+(B+C+D)+E=6+19+8=33}$$

É importante observar que **não precisamos encontrar os valores de B, C e D individualmente**. No meio do caminho, acabamos encontrando a "soma pronta".

Você deve ter percebido que esse tipo de questão não é trivial. Não é simplesmente aplicar uma receitinha de bolo**. É preciso fazer algumas ponderações e pensar em possibilidades**. É natural sentir dificuldade, mas nada que mais questões não ajude você a conseguir superá-las! Minha sugestão é que você **guarde essas questões para uma revisão próxima da prova**. Tudo bem?!

Gabarito: LETRA A.

3. (Cesgranrio/IBGE/2013) Ariovaldo escolheu um número natural de 5 algarismos e retirou dele um de seus algarismos, obtendo assim um número de 4 algarismos (por exemplo, se o número escolhido é 56.787 e o algarismo retirado é o 8, então o número obtido é 5.677). A soma do número inicial de 5 algarismos, escolhido por Ariovaldo, com o de 4 algarismos, obtido retirando-se um dos algarismos do número escolhido, é 81.937. O algarismo retirado do número inicial de 5 algarismos foi o algarismo das

a) dezenas de milhares
b) unidades de milhares
c) centenas
d) dezenas
e) unidades

Comentários:

Pessoal, para resolver esse exercício, precisaríamos ter lembrado do seguinte:

- $PAR \pm PAR = PAR$
- $ÍMPAR \pm ÍMPAR = PAR$
- $PAR \pm ÍMPAR = ÍMPAR$

Observe que **o número é 81.937 é um número ímpar.** Logo, como **ele é resultado de uma soma**, um dos números que deu origem a ele foi um número par e o outro, um ímpar.

Imagine que o número do enunciado é ABCDE, com E sendo um algarismo ímpar. Se o algarismo retirado for A ou B ou C ou D, o número resultante continuará sendo ímpar, pois continuará terminando com E. Quando somarmos os dois números, **obteríamos um número par**. Afinal, $ÍMPAR \pm ÍMPAR = PAR$.

Pensamento análogo vale quando temos ABCDE e E é um algarismo par. Se o algarismo retirado for A ou B ou C ou D, **o número resultante continuará sendo par**, pois continuará terminando com E (que é par). Assim, quando somarmos os dois números, a soma resultará em um número par também. Afinal, $PAR \pm PAR = PAR$.

Logo, para que seja possível o resultado da soma ser um número ímpar, **o algarismo que deve ser retirado é o próprio E (que é o algarismo das unidades)**. Caso contrário, o número que fosse par permaneceria par (ou o ímpar permaneceria ímpar) e o resultado da soma seria um número par.

Gabarito: LETRA E.

4. (Cesgranrio/BNDES/2013) Multiplicando-se o maior número inteiro menor do que 8 pelo menor número inteiro maior do que -8, o resultado encontrado será

a) -72
b) -63
c) -56
d) -49
e) -42

Comentários:

Vamos lá, questão que tenta confundir o candidato! Observe o esquema abaixo.

-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8

Menor número inteiro maior do que -8.

Maior número inteiro menor do que 8.

O enunciado pede **a multiplicação desses dois números**!

$$(-7) \times 7 = \mathbf{-49}$$

Gabarito: LETRA D.

5. (Cesgranrio/BR/2010) O triplo da metade de um número real positivo corresponde
a) a menos da metade desse número.
b) à metade desse número.
c) ao próprio número.
d) ao próprio número mais a sua metade.
e) ao dobro desse número.

Comentários:
Seja n esse número real positivo. A metade de n é:

$$\frac{n}{2}$$

Portanto, o triplo da metade fica:

$$\frac{3n}{2}$$

Agora, vamos analisar as alternativas.
a) a menos da metade desse número.
Errada. Galera, o triplo da metade do número não pode ser menor que a metade. **É 3x maior**!!

b) à metade desse número.
Errada. O triplo da metade de um número não pode corresponder a metade do número. A única situação em que isso seria verdade era se o número fosse o zero. No entanto, o enunciado deixa claro que **o número é positivo, portanto, maior que zero**.

c) ao próprio número.
Errada. O triplo da metade de um número não corresponde ao próprio número. Na prática, **é um número 50% maior**. Afinal, $\frac{3n}{2}$ é $1{,}5n$.

d) ao próprio número mais a sua metade.
Certo. É isso mesmo, moçada! Veja que $\frac{3n}{2}$ é igual a $1{,}5n$. Podemos ainda escrever da seguinte forma

$$1{,}5n = n + 0{,}5n$$

É exatamente o que diz a alternativa. **O número é igual ao próprio número somado com a sua metade**.

e) ao dobro desse número.
Errado. O triplo da metade de um número é diferente do dobro do número. Observe que:

$$\frac{3n}{2} = \mathbf{1,5n \neq 2n}$$

Gabarito: LETRA D.

6. (Cesgranrio/IBGE/2009) Seja n um número inteiro e par. É correto afirmar que, qualquer que seja n, a(o)

a) metade do seu sucessor pode ser representada por $\frac{n}{2}+1$.

b) sucessor do seu triplo pode ser representado por $3 \cdot (n + 1)$.

c) quadrado do seu dobro pode ser representado por $2n^2$.

d) quadrado da sua metade pode ser representado por $\frac{n^2}{2}$.

e) antecessor do seu quadrado pode ser representado por $n^2 - 1$.

Comentários:

Devemos analisar alternativa por alternativa.

a) metade do seu sucessor pode ser representada por $\frac{n}{2}+1$.

Errado. O sucesso de n é $n+1$. Logo, a metade do sucessor será $\frac{(n+1)}{2}$

b) sucessor do seu triplo pode ser representado por $3 \cdot (n + 1)$.

Errado. O triplo de n é $3n$. Logo, o sucessor do seu triplo é $3n+1$.

c) quadrado do seu dobro pode ser representado por $2n^2$.

Errado. O dobro de n é $2n$. Assim, o quadrado do dobro é $(2n)^2 = 4n^2$.

d) quadrado da sua metade pode ser representado por $\frac{n^2}{2}$.

Errado. A metade de n é d $\frac{n}{2}$. Portanto, o quadrado da metade é $\left(\frac{n}{2}\right)^2 = \frac{n^2}{4}$.

e) antecessor do seu quadrado pode ser representado por $n^2 - 1$.

Certo. O quadrado de n é n^2. Logo, o antecessor do quadrado de n é $n^2 - 1$.

Gabarito: LETRA E.

QUESTÕES COMENTADAS - CESGRANRIO

Potenciação e Radiciação

1. (Cesgranrio/BB/2015) O número natural ($2^{103} + 2^{102} + 2^{101} - 2^{100}$) é divisível por
a) 6
b) 10
c) 14
d) 22
e) 26

Comentários:
O primeiro passo é perceber que **conseguimos colocar 2^{100} em evidência**, uma vez que é comum a todos os termos da expressão. Assim,

$$E = 2^{103} + 2^{102} + 2^{101} - 2^{100}$$

$$E = 2^{100} \cdot (2^3 + 2^2 + 2^1 - 2^0)$$

$$E = 2^{100} \cdot (8 + 4 + 2 - 1)$$

$$E = 2^{100} \cdot 13$$

Observe que fizemos aparecer um 13, mas na questão não tem 13. No entanto, olhe para a letra E. Tem 26, que é 13×2. Podemos "ajeitar" a expressão.

$$E = 2^{99} \cdot 2^1 \cdot 13 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{E = 2^{99} \cdot 26}$$

Portanto, a expressão em estudo é divisível por 26.

Gabarito: LETRA E.

2. (Cesgranrio/BB/2013) Uma empresa gera números que são chamados de protocolos de atendimento a clientes. Cada protocolo é formado por uma sequência de sete algarismos, sendo o último, que aparece separado dos seis primeiros por um hífen, chamado de dígito controlador. Se a sequência dos seis primeiros algarismos forma o número n, então o dígito controlador é o algarismo das unidades de $n^3 - n^2$. Assim, no protocolo 897687-d, o valor do dígito controlador d é o algarismo das unidades do número natural que é resultado da expressão $897687^3 - 897687^2$, ou seja, d é igual a
a) 0
b) 1
c) 4
d) 3
e) 2

Comentários:

Questão com o enunciado cheio de informação e que pode dificultar a vida do aluno. O enunciado nos diz, em muitas palavras, que o digito controlador **"d" é o algarismo das unidades** do resultado da expressão $897687^3 - 897687^2$. Ou seja, precisamos calculá-la para encontrar o valor de d.

$$E = 897687^3 - 897687^2$$

Precisamos notar que $\mathbf{897687^2}$ é comum aos dois termos da expressão e podemos colocá-lo em evidência.

$$E = 897687^2 \cdot (897687 - 1)$$

$$\boldsymbol{E = 897687^2 \cdot 897686}$$

Professor, vou precisar elevar 897687 *ao quadrado e depois multiplicar por* 897686*?*

Não vamos precisar fazer toda essa conta, galera! **Atente-se que ele quer apenas <u>o algarismo da unidade</u>**. É a primeira multiplicação que fazemos, veja!

$$\begin{array}{cccccccc} & 8 & 9 & 7 & 6 & {}^{4}8 & 7 \\ \times & 8 & 9 & 7 & 6 & 8 & 7 \\ \hline & x & x & x & x & x & \mathbf{9} \end{array}$$

Precisamos apenas **focar no produto $\mathbf{7 \times 7 = 49}$**, uma vez que, com isso, já obtemos o algarismo das unidades do resultado. Da mesma forma, quando pegamos esse resultado e multiplicamos por 897686, precisamos apenas olhar para o primeiro passo da multiplicação.

$$\begin{array}{cccccccc} & x & x & x & x & {}^{5}x & 9 \\ \times & 8 & 9 & 7 & 6 & 8 & 6 \\ \hline & x & x & x & x & x & \mathbf{4} \end{array}$$

Portanto, **o digito controlador é "4"**, correspondendo ao algarismo das unidades da expressão calculada.

Gabarito: LETRA C.

QUESTÕES COMENTADAS - CESGRANRIO

Problemas

1. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) A capacidade máxima de carga de um caminhão é de 2,670 toneladas (t). Duas cargas de grãos estão destinadas a esse caminhão: a primeira, de 2,500 t e, a segunda, de 0,720 t. A soma das massas das duas cargas destinadas ao caminhão excede a sua capacidade máxima em

a) 0,100 t
b) 0,550 t
c) 0,593 t
d) 1,450 t
e) 1,648 t

Comentários:

O primeiro passo é **somar as duas cargas** destinadas a esse caminhão.

$$\begin{array}{r} {}^{+1}2,\ 5\ 0\ 0 \\ +\ \ 0,\ 7\ 2\ 0 \\ \hline 3,\ 2\ 2\ 0 \end{array}$$

Logo, a soma das duas cargas **resulta em 3,220 toneladas**. O próximo passo é subtrair essa soma da capacidade máxima do caminhão.

$$\begin{array}{r} 3,\ 2\ 2\ 0 \\ -\ \ 2,\ 6\ 7\ 0 \\ \hline 0,\ 5\ 5\ 0 \end{array}$$

Assim, a soma das duas massas destinadas ao caminhão excede a sua capacidade máxima **em 0,550 t**.

Gabarito: LETRA B.

2. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) Pouca gente sabe, mas uma volta completa no planeta Terra, no perímetro do Equador, corresponde a cerca de 40.000 km. Observe, na imagem, a quilometragem indicada no hodômetro de um veículo.

Considerando-se os dados do texto e a imagem acima, quantos quilômetros esse veículo ainda terá que percorrer para completar o equivalente a três voltas no perímetro do Equador da Terra?
a) 51.308
b) 38.602
c) 31.308
d) 28.692
e) 28.620

Comentários:
Pessoal, se uma volta no perímetro do Equador da Terra é **40.000 km**, então para achar a distância que o veículo deverá percorrer para realizar três voltas, **devemos multiplicar esse perímetro por três**.

$$\begin{array}{r} 40000 \\ \times \quad 3 \\ \hline 120000 \end{array}$$

Note que **três voltas ao redor da Terra equivalem a 120.000 km**. Para descobrir quanto o veículo ainda deverá percorrer, precisamos subtrair essa quantidade do total apontado pelo hodômetro (91.308 km).

$$\begin{array}{r} 120000 \\ - \quad 91308 \\ \hline 28692 \end{array}$$

Assim, o veículo ainda deve percorrer **28.692 km** para completar as 3 voltas.

Gabarito: LETRA D.

3. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) Marcela colocou 62 livros em três prateleiras. Na primeira prateleira, ela colocou 19 livros. Na segunda prateleira, ela colocou 25. Quantos livros Marcela colocou na terceira prateleira?
a) 12
b) 18
c) 22
d) 26
e) 28

Comentários:
Temos **62 livros distribuídos em 3 prateleiras**. Na primeira tem 19 livros, na segunda tem 25, e na terceira tem x. Quando somarmos as quantidades em cada prateleira, **devemos obter o total de livros**. Assim,

$$19 + 25 + x = 62 \quad \rightarrow \quad 44 + x = 62 \quad \rightarrow \quad x = 62 - 44 \quad \rightarrow \quad x = 18$$

Portanto, **a terceira prateleira tem 18 livros**.

Gabarito: LETRA B.

4. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) Seis amigos ganharam um prêmio de R$ 36.480,00 na loteria. O prêmio foi dividido igualmente entre os seis. Quanto cada um recebeu?
a) R$ 7.200,00
b) R$ 6.800,00
c) R$ 6.080,00
d) R$ 5.200,00
e) R$ 4.600,00

Comentários:
Devemos **dividir o prêmio de R$ 36.480,00 pra os seis amigos**.

$$\begin{array}{rl|l} & 36.480 & \ 6 \\ \cline{3-3} - & \underline{36} & 6080 \\ & 0\,48 & \\ - & \underline{48} & \\ & 0 & \end{array}$$

Veja que quando fazemos a divisão, descobrimos que **cada amigo fica com R$ 6.080,00**.

Gabarito: LETRA C.

5. (Cesgranrio/IBGE/2016) Considere cinco punhados idênticos de feijões, ou seja, com a mesma quantidade de feijão. Tais punhados estão enfileirados e numerados do primeiro ao quinto. Uma pessoa retira de cada punhado, exceto do terceiro, três feijões e os coloca no terceiro punhado. Em seguida, essa pessoa retira do terceiro punhado tantos feijões quantos restaram no segundo e os coloca no primeiro punhado. Após os procedimentos realizados por essa pessoa, quantos feijões sobraram no terceiro punhado?
a) 7
b) 15
c) 9
d) 12
e) 10

Comentários:
Vamos considerar que **cada punhado de feijão tenha 5 feijões**. Você pode considerar qualquer quantidade, pois o resultado final da questão independe dela. Como **são cinco punhados**, imagine algo do tipo:

A primeira informação que temos é que **uma pessoa retira <u>três</u> feijões de cada punhado, <u>exceto do terceiro</u>**, e coloca toda essa quantidade no terceiro.

Quando colocamos esses feijões no 3º punhado, ficamos assim:

Depois, a pessoa retira do terceiro punhado **tantos feijões quanto sobraram no segundo**. Oras, veja que no segundo punhado **<u>restaram 2 feijões</u>**. Assim, **ela retirará 2 feijões do 3º punhado e colocará no primeiro**.

Quando contamos quantos feijões sobraram no terceiro punhado, **obtemos exatamente 15**.

Gabarito: LETRA B.

6. (Cesgranrio/BB/2013) Durante 185 dias úteis, 5 funcionários de uma agência bancária participaram de um rodízio. Nesse rodízio, a cada dia, exatamente 4 dos 5 funcionários foram designados para trabalhar no setor X, e cada um dos 5 funcionários trabalhou no setor X o mesmo número N de dias úteis. O resto de N na divisão por 5 é

a) 4
b) 3
c) 0
d) 1
e) 2

Comentários:

Pessoal, **185 dias úteis são 37 semanas, contando 5 dias úteis em cada uma delas**. Vamos chamar os cinco funcionários de "A", "B", "C", "D" e "E". Quando distribuímos eles ao longo da semana, ficamos com:

1º dia útil	2º dia útil	3º dia útil	4º dia útil	5º dia útil
A	A	A	A	B
B	B	B	C	C
C	C	D	D	D
D	E	E	E	E

Note que 4 funcionários trabalham por dia útil. Dessa forma, **cada funcionário trabalha 4 dias na semana no setor X**. Assim, como são 37 semanas, o total de dias trabalhados será:

$$N = 37 \times 4 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{N = 148}$$

Agora, **vamos dividir N por 5**.

$$\begin{array}{r|l} 148 & 5 \\ \underline{-10} & 29 \\ 48 & \\ \underline{-45} & \\ 3 & \end{array}$$

Logo, o resto da divisão de N por 5 é **3**.

Gabarito: LETRA B.

7. (Cesgranrio/BB/2013) Apenas três equipes participaram de uma olimpíada estudantil: as equipes X, Y e Z. A Tabela a seguir apresenta o número de medalhas de ouro, de prata e de bronze obtidas por essas equipes.

	Ouro	Prata	Bronze	Total
Equipe X	3	4	2	9
Equipe Y	1	6	8	15
Equipe Z	0	9	5	14

De acordo com os critérios adotados nessa competição, cada medalha dá a equipe uma pontuação diferente: 4 pontos por cada medalha de ouro, 3 pontos por cada medalha de prata e 1 ponto por cada medalha de bronze. A classificação final das equipes é dada pela ordem decrescente da soma dos pontos de cada equipe, e a equipe que somar mais pontos ocupa o primeiro lugar. Qual foi a diferença entre as pontuações obtidas pelas equipes que ficaram em segundo e em terceiro lugares?

a) 6
b) 5
c) 1
d) 2
e) 4

Comentários:

Beleza, vamos organizar a pontuação de cada medalha em uma tabela.

Medalha	Pontos
Ouro	4
Prata	3
Bronze	1

Agora, **vamos calcular a pontuação de cada equipe**. Para isso, multiplicamos os pontos que cada medalha fornece pelo número de medalhas obtidas de cada tipo e somamos tudo.

- $Equipe\ X = 4 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 2 = 12 + 12 + 2 = 26$
- $Equipe\ Y = 4 \cdot 1 + 3 \cdot 6 + 1 \cdot 8 = 4 + 18 + 8 = 30$
- $Equipe\ Z = 4 \cdot 0 + 3 \cdot 9 + 1 \cdot 5 = 0 + 27 + 5 = 32$

Temos a pontuação de cada equipe, podemos organizá-la em ordem decrescente.

Classificação	Equipe	Pontuação
1º	Equipe Z	32
2º	Equipe Y	30
3º	Equipe X	26

Assim, a diferença de pontuação entre o 2º e 3º colocado é $\mathbf{30 - 26 = 4}$ **pontos**.

Gabarito: LETRA E.

8. (Cesgranrio/PETROBRÁS/2012) Uma empresa conta com 300 clientes em carteira atualmente e identifica ainda que haja 60 clientes potenciais. A frequência média ideal de visitação é de 2 visitas por mês, cada visita durando, em média, 2 horas. Com base no método do tempo de duração de uma visita, o administrador considera que o tempo real de vendas de um vendedor, em horas, uma vez que a empresa conta com 24 vendedores, é de

a) 48
b) 60
c) 90
d) 120

e) 180

Comentários:
Questão com redação um pouco chatinha. S**ão 300 clientes em carteira e 60 clientes potenciais**. Você acha que a empresa deve investir tempo para tornar esses clientes potenciais em clientes efetivos? Com certeza, né?! Logo, **os clientes em potenciais também são visitados pelos vendedores!** Tudo bem?

Com isso, são **360 clientes para serem visitados**. Se a frequência de visitação é 2 visitas por mês, então, ao todo, teremos $360 \times 2 =$ **720 visitas por mês**. O enunciado também informou que **cada visita dura, em média, 2 horas**. *Quantas horas serão gastas, por mês, com essas visitas?* Basta fazermos $720 \times 2 = 1440$ horas.

Pronto! Temos o total de horas gasto com visitas por mês! Se **são 24 vendedores**, então o tempo real de vendas de cada vendedor é dado por:

$$\frac{1.440}{24} = \boldsymbol{60\ horas}$$

Gabarito: LETRA B.

9. (Cesgranrio/BR/2012) O gerente de uma distribuidora de combustíveis deseja determinar o número de vendedores com base no tempo de duração de uma visita. O número atual de clientes da distribuidora é de 300, e os clientes potenciais somam 50. Se a frequência mensal ideal de visitação é de 3 visitas, o tempo médio de cada visita é de 2 horas e a avaliação do tempo real de vendas de um vendedor é de 50 horas, o número ideal de vendedores para o corpo de vendas dessa distribuidora é
a) 14
b) 42
c) 50
d) 110
e) 350

Comentários:
Questão muito parecida com o anterior, só que agora **ela pede o número de vendedores**. Observe que são 300 clientes na carteira e 50 clientes em potencial. Logo, **a empresa terá 350 clientes para visitar**. Como cada empresa recebe 3 visitas por mês, então o total de visitas mensal será:

$$350 \times 3 = 1050\ visitas$$

Cada visita dura 2 horas, assim, o total de tempo despendido pelos vendedores será de:

$$1050 \times 2 = \boldsymbol{2100\ horas}$$

O tempo real de vendas de **um vendedor** é de 50 horas, para cobrir as 2100 horas, a empresa precisará de:

$$\frac{2100}{50} = 42\ vendedores$$

Gabarito: LETRA B.

10. (Cesgranrio/BB/2015) Em certo concurso, a pontuação de cada candidato é obtida da seguinte forma: por cada acerto o candidato recebe 3 pontos e, por cada erro, perde 1 ponto. Os candidatos A e B fizeram a mesma prova, porém A acertou 5 questões a mais do que B. Qual foi a diferença entre as pontuações obtidas pelos dois candidatos?
a) 15
b) 25
c) 5
d) 10
e) 20

Comentários:
Vamos organizar as informações do enunciado em duas tabelas para melhor visualização.

Acerto	+3 pontos
Erro	-1 ponto

	Qtd. de Acertos	Qtd. de Erros
Candidato A	$X + 5$	$Y - 5$
Candidato B	X	Y

Para cada certo o candidato ganha 3 pontos. Para cada erro o candidato perde 1. Ademais, veja que o enunciado disse que **o candidato A acertou 5 questões a mais que o candidato B**. Assim, se o candidato B tiver acertado X questões, o candidato A acertou $X + 5$.

Da mesma forma, **se o candidato B tiver errado Y questões, o candidato A terá errado $Y - 5$** (afinal, o candidato A terá errado menos, já que acertou 5 questões a mais). Sabendo disso, podemos calcular as pontuações de cada candidato.

$$\text{CANDIDATO A} = (\text{X} + 5) \cdot 3 - 1 \cdot (Y - 5) \quad \rightarrow \quad \text{CANDIDATO A} = 3X - Y + 20$$

$$\text{CANDIDATO B} = \text{X} \cdot 3 - 1 \cdot Y \quad \rightarrow \quad \text{CANDIDATO B} = 3X - Y$$

O enunciado pede **a diferença entre as duas pontuações**.

$$\begin{aligned} CANDIDATO\ A - CANDIDATO\ B &= (3X - Y + 10) - (3X - Y) \\ &= (3X - Y + 10) - 3X + Y \\ &= \mathbf{20} \end{aligned}$$

Portanto, a diferença de pontos entre os dois candidatos **é de 20 pontos**.

Gabarito: LETRA D.

11. (Cesgranrio/BB/2013) Em uma caixa há cartões. Em cada um dos cartões está escrito um múltiplo de 4 compreendido entre 22 e 82. Não há dois cartões com o mesmo número escrito, e a quantidade de cartões é a maior possível. Se forem retirados dessa caixa todos os cartões nos quais está escrito um múltiplo de 6 menor que 60, quantos cartões restarão na caixa?
a) 12
b) 11
c) 3

d) 5
e) 10

Comentários:
Pessoal, **uma boa saída é simplesmente fazer a listagem dos múltiplos**. Primeiro, o enunciado diz que temos cartões em que estão escritos os **múltiplos de 4 compreendidos entre 22 e 82**. Quais são?

$$M(4) = \{\mathbf{24}, 28, 32, \mathbf{36}, 40, 44, \mathbf{48}, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80\}$$

Veja que ao total temos 15 múltiplos e, portanto, **15 cartões**. O enunciado diz que são retirados todos os cartões nos quais está escrito um **múltiplo de 6 menor que 60**. Quais são esses múltiplos?

$$M(6) = \{0, 6, 12, 18, \mathbf{24}, 30, \mathbf{36}, 42, \mathbf{48}, 54\}$$

Ora, então os cartões de número 24, 36 e 48 foram retirados da caixa. Se tínhamos 15 e retiramos 3 cartões **restaram na caixa 12 cartões**.

Gabarito: LETRA A.

12. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) Em uma rede de distribuição de gás verificou-se haver três vazamentos. As medidas estimadas do volumes de gás perdidos em cada vazamento, até os reparos, foram 1,398 dam³, 1,45 dam³ e 1,6 dam³. Em decâmetros cúbicos (dam³), a medida do maior vazamento excede a medida do menor vazamento em
a) 0,520
b) 0,392
c) 0,390
d) 0,444
e) 0,202

Comentários:
Devemos organizar os vazamentos. **Não se preocupe, nesse momento, com a unidade decâmetros cúbicos (dam³)**. Estudaremos todas elas em um momento oportuno da aula de sistema de medidas. Para essa questão, precisamos apenas olhar para os valores.

- **1º vazamento**: 1,398 dam³
- **2º vazamento**: 1,45 dam³
- **3º vazamento**: 1,6 dam³

Ordem crescente!

Logo, observe que **o maior vazamento foi de 1,6 dam³** e **o menor vazamento foi de 1,389 dam³**. A questão quer saber quanto o primeiro excede o segundo. Devemos fazer uma subtração.

$$\begin{array}{rcccc} & 1, & 6 & 0 & 0 \\ - & 1, & 3 & 9 & 8 \\ \hline & 0, & 2 & 0 & 2 \end{array}$$

Assim, o vazamento de 1,6 dam³ excedeu o vazamento de 1,398 dam³ em **0,202 dam³.**

Gabarito: LETRA E.

13. (Cesgranrio/BB/2015) Cada vez que o caixa de um banco precisa de moedas para troco, pede ao gerente um saco de moedas. Em cada saco, o número de moedas de R$ 0,10 é o triplo do número de moedas de R$ 0,25; o número de moedas de R$ 0,50 é a metade do número de moedas de R$ 0,10. Para cada R$ 75,00 em moedas de R$ 0,50 no saco de moedas, quantos reais haverá em moedas de R$ 0,25?

a) 20
b) 25
c) 30
d) 10
e) 15

Comentários:

Seja:
- D: número de moedas de 10 centavos;
- V: número de moedas de 25 centavos;
- C: número de moedas de 50 centavos.

Se um saco tem **75 reais em moedas de R$ 0,50**, então ele terá:

$$C = \frac{75}{0{,}50} = 150 \text{ moedas de R\$ } 0{,}50.$$

▪

Assim, para que no saco haja 75 reais em moedas de 50 centavos, é preciso que lá tenha 150 moedas. Além disso, se **o número de moedas de R$ 0,50 é metade do número de moedas de R$ 0,10**, então:

$$150 = \frac{D}{2} \quad \rightarrow \quad D = 300 \text{ moedas de R\$ } 0{,}10.$$

Também sabemos que **o número de moedas de R$ 0,10 é o triplo do número de moedas de R$ 0,25**. Logo,

$$D = 3 \cdot V \quad \rightarrow \quad V = \frac{300}{3} \quad \rightarrow \quad V = 100 \text{ moedas de R\$ } 0{,}25.$$

Assim, como **no saco há 100 moedas de 25 centavos**, então, haverá em moedas de R$ 0,25:

$$100 \times 0{,}25 = 25 \text{ reais}$$

Gabarito: LETRA B.

14. (Cesgranrio/BNDES/2013) Gilberto levava no bolso três moedas de R$ 0,50, cinco de R$ 0,10 e quatro de R$ 0,25. Gilberto retirou do bolso oito dessas moedas, dando quatro para cada filho. A diferença entre as quantias recebidas pelos dois filhos de Gilberto é de, no máximo,

a) R$ 0,45
b) R$ 0,90

c) R$ 1,10
d) R$ 1,15
e) R$ 1,35

Comentários:
Essa é uma questão interessante. Precisávamos perceber que, **para a diferença entre os filhos ser máxima, um deles teria que receber a maior quantia possível e o outro, a menor possível**. Dessa forma, maximizamos a diferença entre os dois. Concorda?! Vamos organizar um quadro com as moedas que Gilberto possui.

Moeda	Quantidade
R$ 0,50	3
R$ 0,25	4
R$ 0,10	5

Ele deu **4 moedas para cada filho**. Um dos filhos terá que receber a menor quantia possível. Para isso, ele deve ficar com 4 das 5 moedas de R$ 0,10. Logo, **ele receberá $\mathbf{4 \times 0,10 = R\$\ 0,40}$.**

Por sua vez, o outro filho receberá a maior quantia. Para isso, o pai deve dar a ele as 3 moedas de R$ 0,50, além de uma moeda de R$ 0,25. Assim, **ele receberá $\mathbf{3 \times 0,50 + 1 \times 0,25 = R\$\ 1,75}$**. A maior diferença possível é:

$$R\$\ 1{,}75 - R\$\ 0{,}40 = \boldsymbol{R\$\ 1,35}$$

Gabarito: LETRA E.

15. (Cesgranrio/PETROBRÁS/2012) Ao decidir formar uma torcida organizada, um grupo de pessoas encomendou camisetas com logotipo. A confecção que realizará o serviço cobrou R$ 12,00 por peça e mais R$ 40,00 pela impressão dos logotipos. Se o preço final de cada camiseta é R$ 13,60, quantas peças foram encomendadas?
a) 16
b) 18
c) 20
d) 23
e) 25

Comentários:
Vamos considerar que tenham sido encomendadas **N camisetas**. O enunciado falou que **cada peça custará R$ 12,00**. Além disso, a impressão dos logotipos **custará R$ 40,00**. Portanto, o preço total do pedido (P) pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$P = 12N + 40$$

Para saber quanto camiseta irá custar, **basta dividir o preço total pelo número de peças encomendadas**.

$$\frac{12N+40}{N} = 13{,}60 \quad \rightarrow \quad 12N + 50 = 13{,}60N \quad \rightarrow \quad 1{,}60N = 40 \quad \rightarrow \quad N = \frac{40}{1{,}60} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{N = 25}$$

Gabarito: LETRA E.

16. (Cesgranrio/BB/2010) Segundo dados do Sinduscon-Rio, em fevereiro de 2010 o custo médio da construção civil no Rio de Janeiro era R$ 875,18 por metro quadrado. De acordo com essa informação, qual era, em reais, o custo médio de construção de um apartamento de 75m² no Rio de Janeiro no referido mês?
a) R$ 65.638,50
b) R$ 65.688,00
c) R$ 66.048,50
d) R$ 66.128,50
e) R$ 66.634,00

Comentários:
Se **cada metro quadrado custa R$ 875,18**, então para achar o custo médio de um apartamento de **75 m²,** devemos **multiplicar as duas quantidades**.

$$\begin{array}{rccccccc} & & & 8 & 7 & 5, & 1 & 8 \\ & & \times & & & & 7 & 5 \\ \hline & & 4 & 3 & 7 & 5 & 9 & 0 \\ + & 6 & 1 & 2 & 6 & 2 & 6 & \\ \hline & 6 & 5 & 6 & 3 & 8, & 5 & 0 \end{array}$$

Assim, o custo médio de um apartamento de 75 m^2 será de $\mathbf{R\$\ 65.638,50}$.

Gabarito: LETRA A.

17. (Cesgranrio/PETROBRÁS/2011)

1	**Adição ou subtração**
2	**Exponenciação**
3	**Multiplicação ou divisão**
4	**Operações entre parênteses**

Um algoritmo constitui-se em uma sequência de instruções a serem executadas para a obtenção da solução de certo problema. Considerando-se que há uma hierarquia associada às operações aritméticas, indique a ordem correta das operações apresentadas, consultando a sequência acima.
a) 1 – 2 – 3 – 4
b) 2 – 4 – 1 – 3
c) 2 – 3 – 4 – 1
d) 4 – 3 – 2 – 1
e) 4 – 2 – 3 – 1

Comentários:
Pessoal, assim como vimos na teoria, há uma certa ordem que devemos obedecer quando estamos resolvendo expressões numéricas. **Não podemos simplesmente ir fazendo as operações em qualquer**

ordem. O primeiro passo é resolver tudo que estiver entre parênteses. Isso se não houver colchetes ou chaves, pois elas possuem prioridade sobre os parênteses.

Depois de resolvido os parênteses, olhamos para as **exponenciações e/ou radiciações**. Uma vez resolvidas, vamos para as **multiplicações e/ou divisões**. Por fim, fazemos as **adições e/ou subtrações**. A alternativa que mais se aproxima do que discutimos é a alternativa E.

Gabarito: LETRA E.

18. (Cesgranrio/IBGE/2006) Considere x e y números tais que $4x + 3y = 3x + 5y$. É correto afirmar que:

a) $y = x/2$
b) $y = x$
c) $y = 2x$
d) $2y = 3x$
e) $3y = 2x$

Comentários:

Vamos colocar todo mundo que tem **y do lado esquerdo** e todo mundo que tem **x do lado direito**.

$$4x + 3y = 3x + 5y$$

$$3y - 5y = 3x - 4x$$

$$-2y = -x$$

Veja que ficamos com **o sinal negativo dos dois lados da equação**. Podemos multiplicar tudo por (-1).

$$2y = x$$

$$y = \frac{x}{2}$$

Gabarito: LETRA A.

LISTA DE QUESTÕES - CESGRANRIO

Operações Fundamentais

1. (Cesgranrio/BB/2015) Observe a adição:

$$\begin{array}{r} U \\ U \\ +\,EU \\ \hline UE \end{array}$$

Sendo E e U dois algarismos não nulos e distintos, a soma E + U é igual a

a) 13
b) 14
c) 15
d) 16
e) 17

2. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2014) Na operação a seguir, A, B, C, D e E são algarismos distintos. Nos numerais ABE, ACE e ADE, o algarismo A ocupa a ordem das centenas, e o algarismo E, a ordem das unidades.

$$\begin{array}{r} ABE \\ ACE \\ +\ ADE \\ \hline 2014 \end{array}$$

A soma A + B + C + D + E vale

a) 33
b) 32
c) 31
d) 30
e) 29

3. (Cesgranrio/IBGE/2013) Ariovaldo escolheu um número natural de 5 algarismos e retirou dele um de seus algarismos, obtendo assim um número de 4 algarismos (por exemplo, se o número escolhido é 56.787 e o algarismo retirado é o 8, então o número obtido é 5.677). A soma do número inicial de 5 algarismos, escolhido por Ariovaldo, com o de 4 algarismos, obtido retirando-se um dos algarismos do número escolhido, é 81.937. O algarismo retirado do número inicial de 5 algarismos foi o algarismo das

a) dezenas de milhares
b) unidades de milhares
c) centenas
d) dezenas
e) unidades

4. (Cesgranrio/BNDES/2013) Multiplicando-se o maior número inteiro menor do que 8 pelo menor número inteiro maior do que -8, o resultado encontrado será

a) -72
b) -63
c) -56
d) -49
e) -42

5. (Cesgranrio/BR/2010) O triplo da metade de um número real positivo corresponde

a) a menos da metade desse número.
b) à metade desse número.
c) ao próprio número.
d) ao próprio número mais a sua metade.
e) ao dobro desse número.

6. (Cesgranrio/IBGE/2009) Seja n um número inteiro e par. É correto afirmar que, qualquer que seja n, a(o)

a) metade do seu sucessor pode ser representada por $\frac{n}{2}+1$.
b) sucessor do seu triplo pode ser representado por $3 \cdot (n + 1)$.
c) quadrado do seu dobro pode ser representado por $2n^2$.
d) quadrado da sua metade pode ser representado por $\frac{n^2}{2}$.
e) antecessor do seu quadrado pode ser representado por $n^2 - 1$.

GABARITO

1. LETRA D
2. LETRA A
3. LETRA E
4. LETRA D
5. LETRA D
6. LETRA E

Lista de Questões - Cesgranrio

Potenciação e Radiciação

1. (Cesgranrio/BB/2015) O número natural ($2^{103} + 2^{102} + 2^{101} - 2^{100}$) é divisível por

a) 6
b) 10
c) 14
d) 22
e) 26

2. (Cesgranrio/BB/2013) Uma empresa gera números que são chamados de protocolos de atendimento a clientes. Cada protocolo é formado por uma sequência de sete algarismos, sendo o último, que aparece separado dos seis primeiros por um hífen, chamado de dígito controlador. Se a sequência dos seis primeiros algarismos forma o número n, então o dígito controlador é o algarismo das unidades de $n^3 - n^2$. Assim, no protocolo 897687-d, o valor do dígito controlador d é o algarismo das unidades do número natural que é resultado da expressão $897687^3 - 897687^2$, ou seja, d é igual a

a) 0
b) 1
c) 4
d) 3
e) 2

GABARITO

1. LETRA E
2. LETRA C

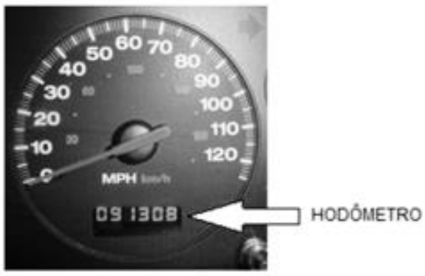
Lista de Questões - Cesgranrio

Problemas

1. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) A capacidade máxima de carga de um caminhão é de 2,670 toneladas (t). Duas cargas de grãos estão destinadas a esse caminhão: a primeira, de 2,500 t e, a segunda, de 0,720 t. A soma das massas das duas cargas destinadas ao caminhão excede a sua capacidade máxima em

a) 0,100 t
b) 0,550 t
c) 0,593 t
d) 1,450 t
e) 1,648 t

2. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) Pouca gente sabe, mas uma volta completa no planeta Terra, no perímetro do Equador, corresponde a cerca de 40.000 km. Observe, na imagem, a quilometragem indicada no hodômetro de um veículo.



Considerando-se os dados do texto e a imagem acima, quantos quilômetros esse veículo ainda terá que percorrer para completar o equivalente a três voltas no perímetro do Equador da Terra?

a) 51.308
b) 38.602
c) 31.308
d) 28.692
e) 28.620

3. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) Marcela colocou 62 livros em três prateleiras. Na primeira prateleira, ela colocou 19 livros. Na segunda prateleira, ela colocou 25. Quantos livros Marcela colocou na terceira prateleira?

a) 12
b) 18
c) 22
d) 26
e) 28

4. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) Seis amigos ganharam um prêmio de R$ 36.480,00 na loteria. O prêmio foi dividido igualmente entre os seis. Quanto cada um recebeu?

a) R$ 7.200,00
b) R$ 6.800,00
c) R$ 6.080,00
d) R$ 5.200,00
e) R$ 4.600,00

5. (Cesgranrio/IBGE/2016) Considere cinco punhados idênticos de feijões, ou seja, com a mesma quantidade de feijão. Tais punhados estão enfileirados e numerados do primeiro ao quinto. Uma pessoa retira de cada punhado, exceto do terceiro, três feijões e os coloca no terceiro punhado. Em seguida, essa pessoa retira do terceiro punhado tantos feijões quantos restaram no segundo e os coloca no primeiro punhado. Após os procedimentos realizados por essa pessoa, quantos feijões sobraram no terceiro punhado?
a) 7
b) 15
c) 9
d) 12
e) 10

6. (Cesgranrio/BB/2013) Durante 185 dias úteis, 5 funcionários de uma agência bancária participaram de um rodízio. Nesse rodízio, a cada dia, exatamente 4 dos 5 funcionários foram designados para trabalhar no setor X, e cada um dos 5 funcionários trabalhou no setor X o mesmo número N de dias úteis. O resto de N na divisão por 5 é
a) 4
b) 3
c) 0
d) 1
e) 2

7. (Cesgranrio/BB/2013) Apenas três equipes participaram de uma olimpíada estudantil: as equipes X, Y e Z. A Tabela a seguir apresenta o número de medalhas de ouro, de prata e de bronze obtidas por essas equipes.

	Ouro	Prata	Bronze	Total
Equipe X	3	4	2	9
Equipe Y	1	6	8	15
Equipe Z	0	9	5	14

De acordo com os critérios adotados nessa competição, cada medalha dá a equipe uma pontuação diferente: 4 pontos por cada medalha de ouro, 3 pontos por cada medalha de prata e 1 ponto por cada medalha de bronze. A classificação final das equipes é dada pela ordem decrescente da soma dos pontos de cada equipe, e a equipe que somar mais pontos ocupa o primeiro lugar. Qual foi a diferença entre as pontuações obtidas pelas equipes que ficaram em segundo e em terceiro lugares?
a) 6
b) 5
c) 1
d) 2

e) 4

8. (Cesgranrio/PETROBRÁS/2012) Uma empresa conta com 300 clientes em carteira atualmente e identifica ainda que haja 60 clientes potenciais. A frequência média ideal de visitação é de 2 visitas por mês, cada visita durando, em média, 2 horas. Com base no método do tempo de duração de uma visita, o administrador considera que o tempo real de vendas de um vendedor, em horas, uma vez que a empresa conta com 24 vendedores, é de

a) 48
b) 60
c) 90
d) 120
e) 180

9. (Cesgranrio/BR/2012) O gerente de uma distribuidora de combustíveis deseja determinar o número de vendedores com base no tempo de duração de uma visita. O número atual de clientes da distribuidora é de 300, e os clientes potenciais somam 50. Se a frequência mensal ideal de visitação é de 3 visitas, o tempo médio de cada visita é de 2 horas e a avaliação do tempo real de vendas de um vendedor é de 50 horas, o número ideal de vendedores para o corpo de vendas dessa distribuidora é

a) 14
b) 42
c) 50
d) 110
e) 350

10. (Cesgranrio/BB/2015) Em certo concurso, a pontuação de cada candidato é obtida da seguinte forma: por cada acerto o candidato recebe 3 pontos e, por cada erro, perde 1 ponto. Os candidatos A e B fizeram a mesma prova, porém A acertou 5 questões a mais do que B. Qual foi a diferença entre as pontuações obtidas pelos dois candidatos?

a) 15
b) 25
c) 5
d) 10
e) 20

11. (Cesgranrio/BB/2013) Em uma caixa há cartões. Em cada um dos cartões está escrito um múltiplo de 4 compreendido entre 22 e 82. Não há dois cartões com o mesmo número escrito, e a quantidade de cartões é a maior possível. Se forem retirados dessa caixa todos os cartões nos quais está escrito um múltiplo de 6 menor que 60, quantos cartões restarão na caixa?

a) 12
b) 11
c) 3
d) 5
e) 10

12. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) Em uma rede de distribuição de gás verificou-se haver três vazamentos. As medidas estimadas do volumes de gás perdidos em cada vazamento, até os reparos, foram 1,398 dam³,

1,45 dam³ e 1,6 dam³. Em decâmetros cúbicos (dam³), a medida do maior vazamento excede a medida do menor vazamento em

a) 0,520
b) 0,392
c) 0,390
d) 0,444
e) 0,202

13. (Cesgranrio/BB/2015) Cada vez que o caixa de um banco precisa de moedas para troco, pede ao gerente um saco de moedas. Em cada saco, o número de moedas de R$ 0,10 é o triplo do número de moedas de R$ 0,25; o número de moedas de R$ 0,50 é a metade do número de moedas de R$ 0,10. Para cada R$ 75,00 em moedas de R$ 0,50 no saco de moedas, quantos reais haverá em moedas de R$ 0,25?

a) 20
b) 25
c) 30
d) 10
e) 15

14. (Cesgranrio/BNDES/2013) Gilberto levava no bolso três moedas de R$ 0,50, cinco de R$ 0,10 e quatro de R$ 0,25. Gilberto retirou do bolso oito dessas moedas, dando quatro para cada filho. A diferença entre as quantias recebidas pelos dois filhos de Gilberto é de, no máximo,

a) R$ 0,45
b) R$ 0,90
c) R$ 1,10
d) R$ 1,15
e) R$ 1,35

15. (Cesgranrio/PETROBRÁS/2012) Ao decidir formar uma torcida organizada, um grupo de pessoas encomendou camisetas com logotipo. A confecção que realizará o serviço cobrou R$ 12,00 por peça e mais R$ 40,00 pela impressão dos logotipos. Se o preço final de cada camiseta é R$ 13,60, quantas peças foram encomendadas?

a) 16
b) 18
c) 20
d) 23
e) 25

16. (Cesgranrio/BB/2010) Segundo dados do Sinduscon-Rio, em fevereiro de 2010 o custo médio da construção civil no Rio de Janeiro era R$ 875,18 por metro quadrado. De acordo com essa informação, qual era, em reais, o custo médio de construção de um apartamento de 75m² no Rio de Janeiro no referido mês?

a) R$ 65.638,50
b) R$ 65.688,00
c) R$ 66.048,50
d) R$ 66.128,50
e) R$ 66.634,00

17. (Cesgranrio/PETROBRÁS/2011)

1	**Adição ou subtração**
2	**Exponenciação**
3	**Multiplicação ou divisão**
4	**Operações entre parênteses**

Um algoritmo constitui-se em uma sequência de instruções a serem executadas para a obtenção da solução de certo problema. Considerando-se que há uma hierarquia associada às operações aritméticas, indique a ordem correta das operações apresentadas, consultando a sequência acima.

a) 1 – 2 – 3 – 4
b) 2 – 4 – 1 – 3
c) 2 – 3 – 4 – 1
d) 4 – 3 – 2 – 1
e) 4 – 2 – 3 – 1

18. (Cesgranrio/IBGE/2006) Considere x e y números tais que $4x + 3y = 3x + 5y$. É correto afirmar que:

a) $y = x/2$
b) $y = x$
c) $y = 2x$
d) $2y = 3x$
e) $3y = 2x$

GABARITO

1. LETRA B
2. LETRA D
3. LETRA B
4. LETRA C
5. LETRA B
6. LETRA B
7. LETRA E
8. LETRA B
9. LETRA B
10. LETRA D
11. LETRA A
12. LETRA E
13. LETRA B
14. LETRA E
15. LETRA E
16. LETRA A
17. LETRA E
18. LETRA A

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.