

## Aula 03

*BNB (Analista Bancário) Passo  
Estratégico de Matemática Financeira -  
2023 (Pré-Edital)*

Autor:

**Allan Maux Santana**

22 de Setembro de 2023

## Índice

1) Equivalência de Capitais .....	3
2) Análise de Investimentos .....	28



# EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS

## Sumário

O que é mais cobrado dentro do assunto? .....	2
Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque .....	2
Equivalências de Capitais .....	2
Séries Uniformes / Sequências / Rendas Certas / Anuidades.....	4
Rendas Certas Perpétuas .....	7
Rendas Diferidas .....	8
Aposta Estratégica .....	8
Pegadinhas Estratégicas.....	8
Questões estratégicas.....	9
Questões CESGRANRIO.....	10
Questões FGV.....	16
Lista de Questões Estratégicas .....	21
Questões CESGRANRIO.....	21
Questões FGV.....	23
Gabarito .....	25



## O que é mais cobrado dentro do assunto?

Considerando os tópicos que compõem o nosso assunto, possuímos a seguinte distribuição percentual:

<b>EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS / RENDAS UNIFORMES E VARIÁVEIS</b>	<b>GRAU DE INCIDÊNCIA</b>
<b>EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS</b>	<b>88,00%</b>
<b>RENDAS UNIFORMES E VARIÁVEIS</b>	<b>12,00%</b>
<b>TOTAL</b>	<b>100,0%</b>

## ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

### *Equivalentes de Capitais*

Na compra de determinado produto, você prefere pagar por ele R\$ 500,00 ou R\$ 560,00?

De imediato, a sua resposta tende a ser o menor preço, correto?

Mas, se eu lhe dissesse que o de R\$ 560,00, seria pago em 560 prestações mensais de R\$ 1,00, você muito possivelmente iria mudar sua opinião...eu mudaria. Rsrssrs

Sabe por quê? Porque esses R\$ 560,00 à data de hoje equivaleria a um valor bem menor do que os R\$ 500,00.

Portanto, não dá, na Matemática Financeira, para compararmos valores, se eles estiverem com prazos diferentes. Certo. Precisamos transportar esses valores para uma mesma data. Esta data, comum a todos, é chamada de **DATA FOCAL**.



Não vamos entender esse assunto como se fosse um novo tópico da Matemática Financeira. A ideia aqui é a mesma de toda Matemática Financeira:

**Entender o comportamento do Capital em diversos Períodos de Tempo.**

Exemplo:

No Regime Composto, uma dívida será paga daqui a 2 meses, a uma taxa de juro de 10% a.m. por R\$ 250.000,00. Quanto essa dívida equivale à data de hoje?

Pensem comigo:

**Valor Atual da Dívida = A**

Podemos dizer que A sofreu dois aumentos sucessivos de 10% e seu valor foi para R\$ 250.000,00, ok? Logo:

$$A \cdot 1,1 \cdot 1,1 = 250.000,00$$

$$A = \frac{250.000,00}{1,1 \cdot 1,1} = \mathbf{R\$ 206.611,57}$$

Então, podemos concluir que os R\$ 250.000,00 equivalem, à data de hoje, R\$ 206.611,57.

Entenderam a ideia?



**Tomando datas diferentes, capitais são equivalentes, quando transportados para uma mesma data focal, a uma mesma taxa de juros, determinam valores iguais.**

Ou seja, no nosso exemplo seria indiferente pagar R\$ 250.000,00 ou R\$ 206.611,57, pois eles são capitais equivalentes. Ok?

Para os adoradores de fórmulas, temos o seguinte:

$$A = \frac{F}{(1 + i)^n}$$

**ou**

$$F = A (1 + i)^n$$



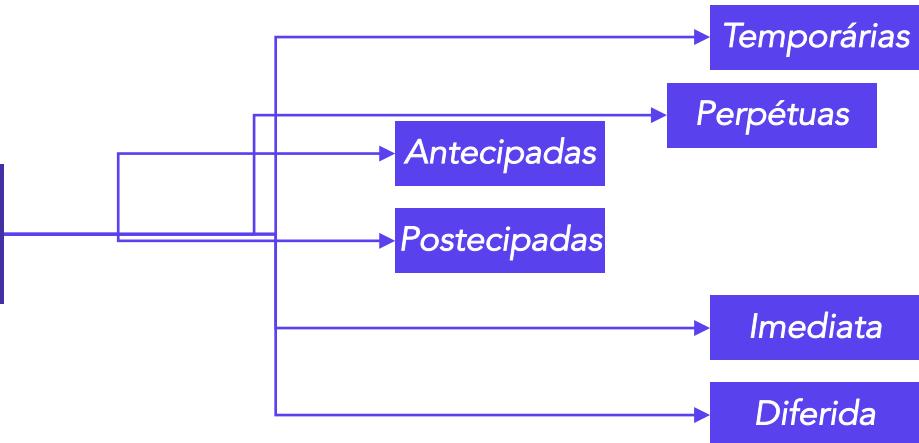
**A = Valor Atual;**

**F = Valor Futuro;**

## Séries Uniformes / Sequências / Rendas Certas / Anuidades

**Anuidade** ou **Renda** corresponde ao valor de cada pagamento efetuado em intervalos de tempos iguais.

### SÉRIES UNIFORMES



### VALOR FUTURO (F) OU MONTANTE DE UMA RENDA CERTA:

Imagine que você queira ter daqui a 12 meses em sua conta corrente um montante de R\$ 50.000,00. Para isso, você depositará todo início de mês um mesmo valor que será capitalizado a uma taxa mensal de 2% a.m.. Pergunto-lhes: de quanto deverá ser o depósito mensal?

Prazo (**n**) = 12 meses

Montante ou Valor Futuro (**F**) = R\$ 50.000,00

Taxa (**i**) = 2% a.m.

Valor das **Prestações (P)** = ?

Fórmulas p/ o cálculo do Valor Futuro (F) em função das Prestações (P), numa série de pagamentos:

$$F = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Vamos calcular separadamente:  $\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{(1+0,02)^{12} - 1}{0,02} = \frac{(1,02)^{12} - 1}{0,02} = 13,412$



Logo:

$$F = P \cdot 13,412$$

$$50.000,00 = P \cdot 13,412$$

$$P = R\$ 3.728,00$$

Muitos agora devem estar preocupados com o cálculo de  $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ . Mas, esses dados serão fornecidos nas questões, ok?

$$S_{n-i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 13,412$$

O valor  $S_{n-i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$  é denominado fator de valor futuro de séries uniformes ou fator de acumulação de capitais em uma série de pagamentos e será fornecido pelo enunciado da questão.

Vejam que a parte mais difícil de ser calculada, que é o fator de valor futuro, será fornecido pelo enunciado. O restante da fórmula fica até fácil de ser memorizada:



O Futuro ( $F$ ) depende das Prestações ( $P$ ) multiplicado pelo **Fator** de valor futuro.

O **Fator de Valor Futuro** pode assim ser representado:

$$s(n, i) = s_{n-i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Logo:

$$F = P \cdot s_{n-i}$$

### VALOR ATUAL (A) OU PRESENTE DE UMA RENDA CERTA:

Sabemos que:

$$A = \frac{F}{(1+i)^n}$$

$$A = F \cdot \frac{1}{(1+i)^n} =$$

Mas, sabemos muito bem que:  $F = P \cdot s_{n-i}$ , logo, fazendo a substituição em  $F$  na equação anterior, temos que:

$$A = P \cdot s_{n-i} \cdot \frac{1}{(1+i)^n} =$$

$$A = P \cdot \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \cdot \frac{1}{(1+i)^n} =$$

$$A = P \cdot \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

A Expressão  $\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n}$  é conhecida como **Fator de Valor Atual de Séries Uniformes**.

O **Fator de Valor Atual** pode assim ser representado:

$$a(n, i) = a_{n-i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n}$$

Logo:

$$A = P \cdot a_{n-i}$$

Rendas Certas	
Valor Futuro (montante)	Valor Atual
$F = P \cdot s_{n-i}$	$A = P \cdot a_{n-i}$
Fator Valor Futuro	Valor Fator Atual
$s(n, i) = s_{n-i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$a(n, i) = a_{n-i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n}$

Não podemos ir a uma prova de Matemática Financeira sem termos essa ideia concretizada em nossa cabeça.



## Rendas Certas Perpétuas

Perpetuidade significa que as prestações (P) serão infinitas. Dá para calcular o Valor Futuro (F) de algo que tende ao infinito? Claro que não, Allan.

De que forma você conseguiria retirar uma renda mensal de uma aplicação? Pensem aí.

Isso mesmo, retirando apenas o valor referente à renda da aplicação do capital. Vejam:

Eu apliquei uma quantia de R\$ 5.000,00 e, mensalmente, esse capital me dá um rendimento de 10%, ou seja, eu faço retiradas de R\$ 500,00 e deixo os R\$ 5.000,00 aplicados.

Valor Atual (A) = R\$ 5.000,00

Taxa (i) = 10% a.m.

Renda Perpétua (P) = R\$ 500,00

Portanto, podemos afirmar quê:

$$P = A \cdot i$$

Temos aqui uma renda perpétua de prestações constantes, não há aumento da renda. Ok?

E se a situação fosse essa:

Para usufruir perpetuamente de R\$ 500,00 mensais, reajustados mensalmente a uma taxa de 8%, aplicados a uma taxa de juros de 10% a.m., precisaremos de um título cujo Valor Atual será de:

$$P = A \cdot (i - g)$$

$$P = 500,00$$

$$500,00 = A \cdot (0,1 - 0,08)$$

$$A = ?$$

$$500,00 = A \cdot (0,02)$$

$$i = 10\% \text{ a.m.}$$

$$A = R\$ 25.000,00$$

$$g = 8\%$$



Comparando as duas situações, vemos que o Valor Atual do segundo exemplo (R\$ 25.000,00) é maior, quando comparado ao do primeiro exemplo (R\$ 5.000,00), visto que o investidor está querendo um reajuste mensal de 8%, portanto o Valor Atual, necessariamente, deve ser maior.

## Rendas Diferidas

Quem já não ficou tentado a comprar um carro agora e só começar a pagar daqui a 6 meses?

Mas, acredito que vocês não achem que nessa carência de 6 meses não haverá incidência de juros.

Claro que pagaremos juros nesse prazo de carência.

Pessoal, não podemos encarar as Rendas Diferidas como um novo conteúdo a ser estudado. A ideia é sempre utilizarmos o tempo para podermos quantificar o capital em determinado instante.

## APOSTA ESTRATÉGICA

Sem dúvida, nossa aposta estratégica terá foco nas fórmulas de Renda Certas.

Rendas Certas	
<b>Valor Futuro (montante)</b>	<b>Valor Atual</b>
$F = P \cdot s_{n-i}$	$A = P \cdot a_{n-i}$
<b>Fator Valor Futuro</b>	<b>Valor Fator Atual</b>
$s(n, i) = s_{n-i} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$	$a(n, i) = a_{n-i} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i \cdot (1 + i)^n}$

## PEGADINHAS ESTRATÉGICAS

Querido aluno, cada assertiva abaixo contém uma "casca de banana" – será que você vai escorregar em alguma? (rs)

A ideia aqui é induzi-lo levemente a cometer erros, não com o intuito de desanimá-lo, mas para que você aumente a retenção do conteúdo estudado!

Vamos lá?



1. No cálculo de equivalência simples e composta alguns cuidados têm de ser tomados, como por exemplo, colocar a taxa e tempo na mesma unidade e utilizar como data focal sempre a data zero, assim como ocorre no valor presente líquido.

Pessoal, tanta na equivalência **simples** como na **composta**, se a questão não tiver especificado nada, a data focal pode ser livremente escolhida.

Já no valor **presente líquido**, realmente a data focal é **sempre zero** como afirma o item.

2. No cálculo das rendas certas as parcelas são iguais e o regime de juros é simples e não precisa necessariamente ter a mesma distância de tempo entre as parcelas.

As **rendas certas** são calculadas através da seguinte expressão:

$$F = P \cdot S_{n-i}$$

Onde,

F é o Montante;

n é número de parcelas;

$S_{n-i}$  é expresso da seguinte forma:

$$S_{n-i} = \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Nas **Rendas Certas** temos:

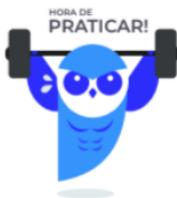
- Parcelas iguais;
- Mesma distância de tempo entre as parcelas;
- Sujeito a juros compostos.

## QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.





## Questões CESGRANRIO

### Q.01 (CESGRANRIO / Contador (PETROBRAS) / Júnior/2018)

A empresa X vai contratar a empresa Y para realizar um serviço no valor total de 10 milhões de reais. Tal valor será pago em três parcelas, cujos percentuais do valor total do serviço estão apresentados a seguir:

Parcela 1 – 17,5% no ato da contratação;

Parcela 2 – 22,0% para 12 meses após a assinatura do contrato;

Parcela 3 – 60,5% para 24 meses após a assinatura do contrato.

Qual é o valor atual desse contrato para a empresa X, considerando-se uma taxa mínima de atratividade de 10% a.a.?

- a) R\$ 8.570.000,00.
- b) R\$ 8.750.000,00.
- c) R\$ 9000.000,00.
- d) R\$ 9250.000,00.
- e) R\$ 9550.000,00.

#### Comentários:

Pessoal, esse é uma questão de valor atual de uma série de pagamentos.

A primeira coisa a ser feita é encontrar os valores das 3 parcelas. Sabendo que o valor total é de 10.000.000.

Parcela 1 – 17,5% no ato da contratação =  $17,5\% \cdot 10.000.000 = 1.750.000$

Parcela 2 – 22,0% para 12 meses após a assinatura do contrato =  $22\% \cdot 10.000.000 = 2.200.000$

Parcela 3 – 60,5% para 24 meses após a assinatura do contrato =  $60,5\% \cdot 10.000.000 = 6.050.000$

A expressão para trazer as parcelas para o valor atual será a seguinte:

$$VA = P1 + \frac{P2}{(1 + i)^n} + \frac{P3}{(1 + i)^n}$$

A P1 já estar no valor atual.



$i = 10\%$  ao ano.

$$VA = 1.750.000 + \frac{2.200.000}{(1 + 0,1)^1} + \frac{6.050.000}{(1 + 0,1)^2}$$

$$VA = 1.750.000 + \frac{2.200.000}{(1 + 0,1)^1} + \frac{6.050.000}{(1 + 0,1)^2}$$

$$VA = 1.750.000 + \frac{2.200.000}{1,1^1} + \frac{6.050.000}{1,1^2}$$

$$VA = 1.750.000 + \frac{2.200.000}{1,1} + \frac{6.050.000}{1,21}$$

$$VA = 1.750.000 + 2.000.000 + 5.000.000$$

$$VA = 8.750.000$$

**Gabarito: B**

**Q.02 (CESGRANRIO - Analista Júnior (TRANSPETRO) / Financeiro/2018)**

Uma máquina pode ser comprada por 50 mil reais à vista ou a prazo, sendo 30% de entrada no ato da compra, e o restante em 6 prestações mensais, iguais e sucessivas, com taxa de juro de 3% ao mês, vencendo a primeira prestação dois meses após a data da compra.

Dados	
$n$	$cf = \frac{0,03}{1 - (1,03)^{-n}}$
2	0,5226
4	0,2690
6	0,1846
8	0,1425

Considerando-se a equivalência de capitais entre as opções apresentadas e as aproximações fornecidas no Quadro abaixo, a quantia que mais se aproxima do valor de cada prestação, em reais, é igual a

- a) 6.450,00.
- b) 6.500,00.



- c) 6.550,00.
- d) 6.600,00.
- e) 6.650,00.

**Comentários:**

Nessa questão, fala de uma máquina que se comprada à vista custa 50 mil, mas pode ser comorada com 30% de entrada e mais 6 parcelas mensais, iguais e sucessivas, com uma taxa de 3% ao mês. Além disso, diz que a primeira vence 2 meses depois da data da compra.

A banca fornece uma tabela com o coeficiente de financiamento.

$$cf = \frac{0,03}{1 - (1,03)^n}$$

Como teremos 6 parcelas utilizaremos o “n” igual a 6.

$$cf = \frac{0,03}{1 - (1,03)^6} = 0,1846$$

Sabemos que no ato da compra foi pago 30% de 50 mil (15.000). Logo, será financiado 35.000. Aplicando nesse valor o coeficiente de financiamento, teremos uma parcela de:

$$\text{Parcela} = \text{Total financiado} \cdot cf$$

$$\text{Parcela} = 35.000 \cdot 0,1846 = 6.461$$

Sendo que essa parcela corresponde a uma parcela um mês após o financiamento e na questão diz que a primeira parcela só será paga daqui a 2 meses. Desta forma, teremos que levá-la para o futuro.

$$\text{Parcela} = \text{Parcela} \cdot (1 + i)^n$$

$$\text{Parcela} = 6.461 \cdot (1 + 0,03)^1$$

$$\text{Parcela} = 6.461 \cdot 1,03$$

$$\text{Parcela} = 6.654,83$$

Portanto, podemos dizer que cada parcela será de aproximadamente **6.650**.

**Gabarito: E**

**Q.03 (CESGRANRIO - Técnico (BR) / Administração/Controle Júnior/2015)**



**Uma pessoa pretende comprar um novo smartphone. Na loja, o smartphone é vendido em duas vezes sem entrada, isto é, o cliente não paga nada no ato da compra e paga duas prestações: uma ao final do primeiro mês, e outra ao final do segundo mês. As prestações são de R\$ 441,00, e a loja informa que cobra juros de 5% ao mês.**

- a) 800.
- b) 820.
- c) 840.
- d) 880.
- e) 882.

**Comentários:**

Pessoal, essa questão pede-se o valor à vista do smartphone. Para isso, é dado o valor da prestação e taxa de juros. A questão informa que foram duas prestações uma um mês após a compra e outros dois meses.

$$P = 441$$

$$i = 5\% \text{ ao mês}$$

Essa é uma questão de valor atual e iremos utilizar a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}VA &= \frac{P1}{(1+i)^n} + \frac{P2}{(1+i)^n} \\VA &= \frac{441}{(1+0,5)^1} + \frac{441}{(1+0,05)^2} \\VA &= \frac{441}{1,05^1} + \frac{441}{1,05^2} \\VA &= \frac{441}{1,05} + \frac{441}{1,1025} \\VA &= 420 + 400 \\VA &= 820\end{aligned}$$

**Gabarito: B**

**Q.04 (CESGRANRIO - Técnico Bancário Novo (CEF) / Administrativa/2008)**



Um investimento consiste na realização de 12 depósitos mensais de R\$ 100,00, sendo o primeiro deles feito um mês após o início da transação. O montante será resgatado um mês depois do último depósito. Se a taxa de remuneração do investimento é de 2% ao mês, no regime de juros compostos, o valor do resgate, em reais, será

**Dados:**  $1,02^{12} = 1,268242$

- a) 1.200,00.
- b) 1.224,00.
- c) 1.241,21.
- d) 1.368,03.
- e) 2.128,81.

**Comentários:**

Nessa questão, a banca fala de um investimento de 12 parcelas mensais de 100 reais cada, com a primeira feita um mês após o início da transação. E quer saber o montante a ser resgatado um mês após o último depósito.

A expressão a ser usada para achar o montante final será a seguinte.

$$VF = P \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

Onde,

$n$  = número de parcelas = 12

$i$  = taxa de juros = 2% ao mês

$VF$  = montante final

$P$  = parcela = 100

$$VF = 100 \cdot \frac{(1 + 0,02)^{12} - 1}{0,02} = 100 \cdot \frac{1,02^{12} - 1}{0,02} = 100 \cdot \frac{1,268242 - 1}{0,02} = 100 \cdot \frac{0,268242}{0,02}$$

$$VF = 100 \cdot 1,268242 = 1341,21$$

$$VF = 1341,21$$

Agora temos que pegar esse montante final e capitalizar por um mês, pois a banca quer o montante um mês após o último depósito.

$$Valor resgatado = VF \cdot (1 + i)^n$$



$$\text{Valor resgatado} = 1.341,21 \cdot (1 + 0,02)^1$$

$$\text{Valor resgatado} = 1.341,21 \cdot 1,02$$

$$\text{Valor resgatado} = 1.368,03$$

**Gabarito: D**

**Q.05 (CESGRANRIO - Profissional Júnior (BR) /Engenharia de Produção/2012)**

**Um jogador de futebol, cansado de entrar em campo por anos e de nunca ter conquistado um título, deseja, ao se aposentar, retirar uma vez por ano o equivalente a R\$ 10.000,00 mensais, por um período infinito. Com um amigo investidor, ele conseguiu um fundo em que pode aplicar suas economias e que lhe garante rendimento de 10% ao ano.**

**Para alcançar seu objetivo, o jogador terá de aplicar**

- a) R\$ 100.000,00.
- b) R\$ 109.090,90.
- c) R\$ 120.000,00.
- d) R\$ 1.000.000,00.
- e) R\$ 1.200.000,00.

**Comentários:**

Pessoal, essa é uma questão de rendas perpétuas. O jogador deseja receber por um ano o valor mensal de R\$ 10.000. Isto é,

$$\text{Parcela anual} = 12 \times 10.000 = 120.000$$

A fórmula é dada por:

$$A = \frac{\text{Parcela anual}}{i}$$

Onde,

$I$  = investimento que ele deve fazer para obter o valor de 10.000 mensal durante um ano.

$i$  = taxa de juros = 10% ao ano

$P$  = parcela anual.

$$A = \frac{120.000}{0,1} = 1.200.000$$



**Gabarito: E**

## Questões FGV

### Q.06 (FGV/Técnico Judiciário (TJ RO)/2021)

*Jonas pediu um empréstimo de R\$ 5.000,00 em uma corretora, com juros de 2% ao mês e pagamento em duas partes (não necessariamente iguais), em 30 e 60 dias do empréstimo.*

*Ao fim de 30 dias, Jonas pagou R\$ 2.800,00 e, 30 dias depois, pagou o restante, liquidando a dívida.*

*O valor da segunda parcela que Jonas pagou para liquidar o empréstimo foi:*

- a) R\$ 2300,00.
- b) R\$ 2346,00.
- c) R\$ 2400,00.
- d) R\$ 2402,00.
- e) R\$ 2600,00.

#### Comentários:

Na questão temos as seguintes informações:

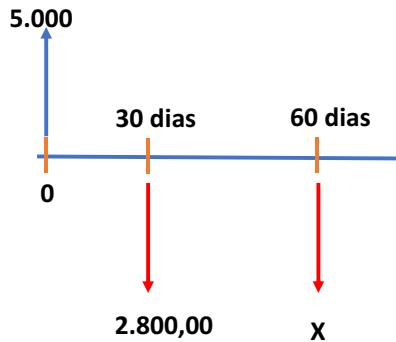
Empréstimo = 5.000,00

$i = 2\%$  ao mês

O empréstimo será pago em duas parcelas de 30 e 60 dias. Sendo a primeira no valor de 2.800,00. Deseja-se saber qual o valor da segunda parcela.

Na questão o valor do empréstimo será o valor presente (VP). O desenho da questão seria o seguinte:





Levando as parcelas para a data zero, podemos montar a equação da seguinte forma:

$$VP = \frac{1^a}{(1+i)^1} + \frac{2^a}{(1+i)^2}$$

$$VP = \frac{2.800}{(1+0,02)^1} + \frac{X}{(1+0,02)^2}$$

$$5.000 = \frac{2.800}{1,02} + \frac{X}{1,02^2}$$

$$\frac{5.000 \cdot 1,02^2}{1,02^2} = \frac{2.800 \cdot 1,02 + X}{1,02^2}$$

$$5.000 \cdot 1,0404 = 2.856 + X$$

$$5.202 = 2.856 + X$$

$$X = 2.346,00$$

**Gabarito: B**

**Q.07 (FGV/Analista Legislativo (ALERO) / Economia/2018)**

*Suponha que um consumidor entre em uma loja e verifique que o preço à vista de um ar condicionado é de R\$ 1.000,00. No entanto, ele opta pelo financiamento, que exige uma entrada de R\$ 200,00 e mais duas parcelas mensais iguais com taxa efetiva mensal de 1%, sob regime composto.*

*O valor de cada parcela será igual a*

*a) R\$ 808,00.*

*b) R\$ 406,01.*



c) R\$ 404,25.

d) R\$ 402,50.

e) R\$ 507,51.

**Comentários:**

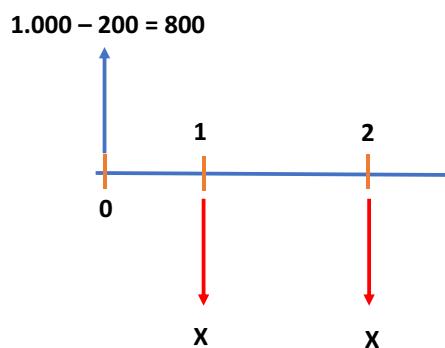
Na questão temos as seguintes informações:

Ar-condicionado à vista = 1.000,00

A prazo com 200,00 de entrada e mais duas parcelas mensais iguais com juros de 1% ao mês

Deseja-se saber qual o valor da parcela.

Na questão o valor do ar-condicionado será o valor presente (VP). O desenho da questão seria o seguinte:



Levando as parcelas para a data zero, podemos montar a equação da seguinte forma:

$$VP = \frac{X}{(1+i)^1} + \frac{X}{(1+i)^2}$$

$$800 = \frac{X}{(1+0,01)^1} + \frac{X}{(1+0,01)^2}$$

$$800 = \frac{X}{1,01} + \frac{X}{1,01^2}$$

$$\frac{800 \cdot 1,01^2}{1,01^2} = \frac{X \cdot 1,01 + X}{1,01^2}$$

$$800 \cdot 1,0201 = 1,01X + X$$



$$816,08 = 2,01X$$

$$X = 406,01$$

**Gabarito: B**

**Q.08 (FGV / Pref. Salvador / 2019)**

Tiago fez um empréstimo de R\$ 3000,00 para pagar em duas parcelas com vencimento em 30 e 60 dias, com juros de 10% ao mês no regime de juros compostos.

Se a primeira parcela foi de R\$ 1700,00, o valor da segunda parcela que liquidou a dívida foi de

- a) R\$ 1430,00.
- b) R\$ 1680,00.
- c) R\$ 1760,00.
- d) R\$ 1900,00.
- e) R\$ 1930,00.

**Comentários:**

Temos, conforme dito no enunciado, uma questão de **Equivalência Composta**. Vamos aos elementos que determinam à operação:

Valor Presente (A), Taxa (i): 10% a.m, Prazo (n) e Valor Futuro (F):

Para resolver a questão, exige-se o conhecimento da fórmula a seguir no regime composto:

$$A = F \cdot \frac{1}{(1+i)^n} \text{ ou ainda:}$$

$$F = A \cdot (1+i)^n$$

Vamos levar os valores para datas futuras, sabemos que, nesses casos, fica mais fácil multiplicar do que dividir, ok?

$$3000 \cdot (1+i)^2 = 1700 \cdot (1+i)^1 + P_2 \cdot (1+i)^0$$

$$3000 \cdot (1+0,1)^2 = 1700 \cdot (1+0,1)^1 + P_2 \cdot (1+0,1)^0$$

$$3000 \cdot (1,1)^2 = 1700 \cdot (1,1)^1 + P_2 \cdot (1,1)^0$$

$$P_2 = 3000 \cdot (1,1)^2 - 1700 \cdot (1,1)^1$$

$$P_2 = 1760,00$$

**Gabarito: C**



**Q.09 (FGV / Pref. Niterói / 2015)**

Um indivíduo precisa pagar três parcelas para quitar a compra de um terreno. São cobrados juros compostos de 30% ao semestre. As parcelas são de R\$ 120.000,00; R\$ 180.000,00 e R\$ 338.000,00 e vencem em seis meses, um ano e dois anos, respectivamente.

Esses três pagamentos podem ser substituídos por um único pagamento, daqui a um ano, no valor, em reais, de:

- a) 458.461,54;
- b) 518.461,54;
- c) 536.000,00;
- d) 596.000,00;
- e) 638.000,00.

**Comentários:**

Semestre 1: 120.000,00

Semestre 2: 180.000,00

Semestre 3: 338.000,00

O valor dos três pagamentos para serem quitados em uma única parcela no Segundo Semestre, ou seja, daqui a um ano, será dado por:

$$= P_1 \cdot (1 + 0,3)^1 + P_2 \cdot (1 + 0,3)^0 + \frac{P_3}{(1 + 0,3)^2} =$$

- A Parcada 1 precisou avançar um semestre;
- A Parcada 2 já se encontra na data certa; e
- A Parcada 3 precisou retornar dois semestres.

Primeiro Semestre:  $120.000 \cdot 1,3 = \underline{\underline{156.000,00}}$

Segundo Semestre: 180.000,00

Terceiro Semestre:  $\frac{338.000,00}{(1+0,3)^2} = \underline{\underline{200.000,00}}$

**Valor Total para pagamento no Segundo Semestre**  
 $= 536.000,00 =$

**Gabarito: C**



A partir de 10/01/23 irei postar em meu Instagram resoluções de MATEMÁTICA FINANCEIRA, sigam:



Prof. Allan Maux

## LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

### Questões CESGRANRIO

#### Q.01 (CESGRANRIO - Contador (PETROBRAS) / Júnior/2018)

A empresa X vai contratar a empresa Y para realizar um serviço no valor total de 10 milhões de reais. Tal valor será pago em três parcelas, cujos percentuais do valor total do serviço estão apresentados a seguir:

Parcela 1 – 17,5% no ato da contratação;

Parcela 2 – 22,0% para 12 meses após a assinatura do contrato;

Parcela 3 – 60,5% para 24 meses após a assinatura do contrato.

Qual é o valor atual desse contrato para a empresa X, considerando-se uma taxa mínima de atratividade de 10% a.a.?

- a) R\$ 8.570.000,00.
- b) R\$ 8.750.000,00.
- c) R\$ 9000.000,00.
- d) R\$ 9250.000,00.
- e) R\$ 9550.000,00.

#### Q.02 (CESGRANRIO - Analista Júnior (TRANSPETRO) / Financeiro/2018)

Uma máquina pode ser comprada por 50 mil reais à vista ou a prazo, sendo 30% de entrada no ato da compra, e o restante em 6 prestações mensais, iguais e sucessivas, com taxa de juro de 3% ao mês, vencendo a primeira prestação dois meses após a data da compra.



Dados	
$n$	$cf = \frac{0,03}{1-(1,03)^{-n}}$
2	0,5226
4	0,2690
6	0,1846
8	0,1425

Considerando-se a equivalência de capitais entre as opções apresentadas e as aproximações fornecidas no Quadro abaixo, a quantia que mais se aproxima do valor de cada prestação, em reais, é igual a

- a) 6.450,00.
- b) 6.500,00.
- c) 6.550,00.
- d) 6.600,00.
- e) 6.650,00.

**Q.03 (CESGRANRIO - Técnico (BR) /Administração/Controle Júnior/2015)**

Uma pessoa pretende comprar um novo smartphone. Na loja, o smartphone é vendido em duas vezes sem entrada, isto é, o cliente não paga nada no ato da compra e paga duas prestações: uma ao final do primeiro mês, e outra ao final do segundo mês. As prestações são de R\$ 441,00, e a loja informa que cobra juros de 5% ao mês.

- a) 800.
- b) 820.
- c) 840.
- d) 880.
- e) 882.

**Q.04 (CESGRANRIO - Técnico Bancário Novo (CEF) / Administrativa/2008)**

Um investimento consiste na realização de 12 depósitos mensais de R\$ 100,00, sendo o primeiro deles feito um mês após o início da transação. O montante será resgatado um mês depois do último depósito. Se a taxa de remuneração do investimento é de 2% ao mês, no regime de juros compostos, o valor do resgate, em reais, será

**Dados:  $1,0212=1,268242$**

- a) 1.200,00.
- b) 1.224,00.



- c) 1.241,21.
- d) 1.368,03.
- e) 2.128,81.

**Q.05 (CESGRANRIO - Profissional Júnior (BR) /Engenharia de Produção/2012)**

*Um jogador de futebol, cansado de entrar em campo por anos e de nunca ter conquistado um título, deseja, ao se aposentar, retirar uma vez por ano o equivalente a R\$ 10.000,00 mensais, por um período infinito. Com um amigo investidor, ele conseguiu um fundo em que pode aplicar suas economias e que lhe garante rendimento de 10% ao ano.*

*Para alcançar seu objetivo, o jogador terá de aplicar*

- a) R\$ 100.000,00.
- b) R\$ 109.090,90.
- c) R\$ 120.000,00.
- d) R\$ 1.000.000,00.
- e) R\$ 1.200.000,00.

**Questões FGV**

**Q.06 (FGV/Técnico Judiciário (TJ RO) / 2021)**

*Jonas pediu um empréstimo de R\$ 5.000,00 em uma corretora, com juros de 2% ao mês e pagamento em duas partes (não necessariamente iguais), em 30 e 60 dias do empréstimo.*

*Ao fim de 30 dias, Jonas pagou R\$ 2.800,00 e, 30 dias depois, pagou o restante, liquidando a dívida.*

*O valor da segunda parcela que Jonas pagou para liquidar o empréstimo foi:*

- a) R\$ 2300,00.
- b) R\$ 2346,00.
- c) R\$ 2400,00.
- d) R\$ 2402,00.
- e) R\$ 2600,00.



**Q.06 (FGV/Analista Legislativo (ALERO) / Economia/2018)**

*Suponha que um consumidor entre em uma loja e verifique que o preço à vista de um ar condicionado é de R\$ 1.000,00. No entanto, ele opta pelo financiamento, que exige uma entrada de R\$ 200,00 e mais duas parcelas mensais iguais com taxa efetiva mensal de juros de 1%, sob regime composto.*

*O valor de cada parcela será igual a*

- a) R\$ 808,00.
- b) R\$ 406,01.
- c) R\$ 404,25.
- d) R\$ 402,50.
- e) R\$ 507,51.

**Q.08 (FGV / Pref. Salvador / 2019)**

*Tiago fez um empréstimo de R\$ 3000,00 para pagar em duas parcelas com vencimento em 30 e 60 dias, com juros de 10% ao mês no regime de juros compostos.*

*Se a primeira parcela foi de R\$ 1700,00, o valor da segunda parcela que liquidou a dívida foi de*

- a) R\$ 1430,00.
- b) R\$ 1680,00.
- c) R\$ 1760,00.
- d) R\$ 1900,00.
- e) R\$ 1930,00.

**Q.09 (FGV / Pref. Niterói / 2015)**

*Um indivíduo precisa pagar três parcelas para quitar a compra de um terreno. São cobrados juros compostos de 30% ao semestre. As parcelas são de R\$ 120.000,00; R\$ 180.000,00 e R\$ 338.000,00 e vencem em seis meses, um ano e dois anos, respectivamente.*

*Esses três pagamentos podem ser substituídos por um único pagamento, daqui a um ano, no valor, em reais, de:*

- a) 458.461,54;
- b) 518.461,54;
- c) 536.000,00;
- d) 596.000,00;
- e) 638.000,00.



## Gabarito

GABARITO



<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<b>B</b>	<b>E</b>	<b>B</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>B</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>C</b>	*



# ANÁLISE DE INVESTIMENTOS

## Sumário

O que é mais cobrado dentro do assunto? .....	2
Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque .....	2
Análise de Investimentos .....	2
Taxa Mínima de Atratividade.....	2
Valor Presente Líquido – VPL.....	3
Taxa Interna de Retorno - TIR.....	3
Índice de Lucratividade / Taxa de Rentabilidade .....	3
Payback.....	4
Aposta Estratégica .....	6
Questões Estratégicas.....	6
Lista de Questões estratégicas .....	18
Gabarito .....	22



## O que é mais cobrado dentro do assunto?

Considerando os tópicos que compõem o nosso assunto, possuímos a seguinte distribuição percentual:

ANÁLISE DE INVESTIMENTOS		Grau de incidência
	<b>VPL</b>	<b>67,0%</b>
	<b>TIR E TMA</b>	<b>33,0%</b>
	<b>TOTAL</b>	<b>100,0%</b>

## ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

### Análise de Investimentos

#### CRITÉRIOS BÁSICOS SOBRE ANÁLISE DE INVESTIMENTOS

**CRITÉRIO DO VALOR PRESENTE LÍQUIDO (VPL)**  
**VALOR ATUAL**

**CRITÉRIO DA TAXA INTERNA DE RETORNO (TIR)**

### Taxa Mínima de Atratividade

Ao utilizarmos os dois critérios, vamos levar em consideração a **Taxa Mínima de Atratividade** - TMA. E o que seria essa TMA?



**TMA**, também, conhecida por **Custo de Oportunidade do Capital**, representa a Taxa Mínima que o investidor **aceita ganhar**, quando ele faz um investimento, sendo um valor bastante **subjetivo**.



Quem vai entrar de cabeça num certo negócio é quem vai dizer qual a TMA que irá aceitar, pode ser 10% ao ano, 15% e até 1000%, é uma escolha bastante pessoal.

## Valor Presente Líquido – VPL

VPL é o valor presente (**data 0**) do fluxo de caixa, portanto, para determinação desse valor, iremos transportar todos os valores para a data presente (data zero), que serão obtidos pela divisão por  $(1 + i)^n$ , em seguida, faremos as devidas operações matemática. A **TMA** será utilizada para efetuarmos o **transporte dos valores**, ok?



O maior VPL, dentre outros possíveis, determinará o melhor investimento.

P/ PROJETO ÚNICO		
$VPL > 0$	$VPL = 0$	$VPL < 0$
Projeto Viável	Projeto Indiferente	Projeto Inviável

Vamos fazer algumas questões sobre o tema.

## Taxa Interna de Retorno - TIR

A **Taxa Interna de Retorno**, que indica quanto o capital rendeu no projeto, – TIR corresponde à **Taxa de Juros** que anula o VPL do fluxo de caixa do investimento.

$TIR \geq TMA$	$TIR < TMA$
Projeto Viável	Projeto Inviável

## Índice de Lucratividade / Taxa de Rentabilidade

$$\text{Índice de Lucratividade} = \frac{\text{VPL dos Recebimentos}}{\text{Investimento do Projeto}}$$

As receitas serão transportadas para a Data 0, porém o valor inicial do projeto não poderá ser subtraído.



## Payback

**Payback** nada mais é do que o **Prazo** necessário para o investidor ter o retorno do investimento.

O **Payback Simples** desconsidera a taxa de juros e o valor do dinheiro no tempo.

O **Payback Desconto** considera o **VPL** de cada um dos recebimentos na **data 0**.

Vamos, adiante, ver duas questões da Banca FGV, e, em seguida, de diversas bancas, assim o candidato terá consciência de que o perfil das questões que é resolvida é sempre muito próximo um do outro.

Assim, estamos nos preparando, com esse curso, para qualquer prova de Matemática Financeira que venha pela frente.

Vamos analisar uma questão elaborada pela **FGV**, em **2021**, para o **IMBEL**.

**(FGV / Engenheiro – IMBEL / Edificações / 2021)**

Um empreiteiro irá investir R\$ 100 mil em um pequeno empreendimento, cuja vida útil é de 3 anos e que dará o seguinte retorno ao final de cada ano, contado a partir do instante de realização do investimento:

Final do 1º ano: R\$ 44.000,00

Final do 2º ano: R\$ 60.500,00

Final do 3º ano: R\$ 26.620,00

Considerando uma taxa de desconto de 10% ao ano, na qual já estão computados os juros e a correção monetária, é correto afirmar que o valor presente líquido (VPL) desse investimento é de

- a) R\$ 5.000,00
- b) R\$ 8.000,00
- c) R\$ 10.000,00
- d) R\$ 12.000,00
- e) R\$ 15.000,00

**Comentários:**



Vamos trazer todos os investimentos para data zero, para isso dividiremos cada fluxo de caixa por  $(1 + i)^n$ , ok?

$i = 10\% \text{ a.m.}$

$(1 + 0,1)^n$

**Ano 1:**  $44.000,00 / 1,1 = R\$ 40.000,00$

**Ano 2:**  $60.500,00 / 1,1^2 = R\$ 50.000,00$

**Ano 3:**  $26.620,00 / 1,1^3 = R\$ 20.000,00$

VPL:

$$= -100.000,00 + 40.000,00 + 50.000,00 + 20.000,00 =$$

$$= R\$ 10.000,00 =$$

**Gabarito: C**

Vamos a mais uma questão, agora teórica, da FGV:

**(FGV / Analista Econômico / Banestes / 2018)**

O uso do resultado apresentado pela técnica do Valor Presente Líquido - VPL para tomada de decisão poderá conduzir o analista a uma escolha incorreta quando ele se deparar com uma situação em que lhe são entregues para análise dois projetos mutuamente excludentes e que apresentem:

- a) investimentos iguais;
- b) investimentos diferentes;
- c) fluxos de caixa convencionais;
- d) vidas úteis iguais;
- e) vidas úteis diferentes.

Comentários:

A técnica do VPL apresenta problemas para projetos com **vidas úteis diferentes**.

O que você, meu caro, prefere investir durante 3 anos e obter um VPL de R\$ 10.000,00 ou durante 10 anos e obter um VPL de R\$ 15.000,00?



A simples comparação entre os VPLs nos diria que o segundo projeto é o mais viável financeiramente, quinze mil reais são maiores que dez mil reais. Mas, perceba que o prazo para um VPL de R\$ 15000,00 é bem superior ao de R\$ 10.000,00.

Para muitos, o tempo de retorno é primordial para a análise do investimento.

**Gabarito: E**

## APOSTA ESTRATÉGICA

Com certeza, nossa Aposta Estratégica não poderia deixar de ser o tópico a seguir:

VPL é o valor presente (**data 0**) do fluxo de caixa, portanto, para determinação desse valor, iremos transportar todos os valores para a data presente (data zero), que serão obtidos pela divisão por  $(1 + i)^n$ , em seguida, faremos as devidas operações matemática. A **TMA** será utilizada para efetuarmos o **transporte dos valores**, ok?



**O maior VPL, dentre outros possíveis, determinará o melhor investimento.**

### P/ PROJETO ÚNICO

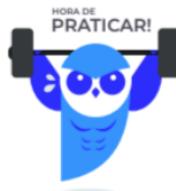
<b>VPL &gt; 0</b>	<b>VPL = 0</b>	<b>VPL &lt; 0</b>
<b>Projeto Viável</b>	<b>Projeto Indiferente</b>	<b>Projeto Inviável</b>

## QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.



A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.



### Q.01 (CESGRANRIO / Analista Júnior (TRANSPETRO) / Financeiro / 2018)

Considere as informações dos projetos apresentadas no Quadro a seguir.

Projeto	Ano 0 (inicial)	Ano 1	Ano 2	Ano 3
X	-10.000,00	5.000,00	3.000,00	3.000,00
Y	-5.000,00	3.000,00	2.000,00	1.000,00
Z	-2.500,00	500,00	1.000,00	1.500,00
W	-1.500,00	500,00	500,00	500,00
K	-1.000,00	400,00	400,00	300,00

Tendo em vista uma taxa de desconto de 10% ao ano, após apurar os respectivos Valores Presentes Líquidos (VPL) de cada projeto, o que apresenta o melhor investimento é o

- a) X.
- b) Y.
- c) Z.
- d) W.
- e) K.

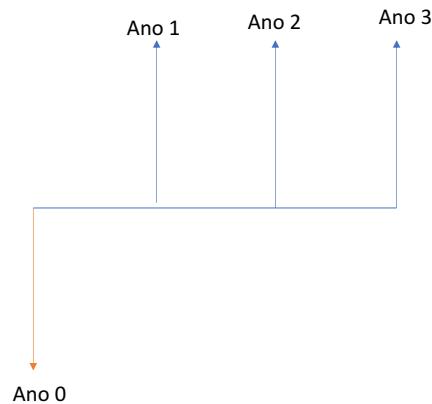
#### Comentários:

Pessoal, a banca quer saber qual o melhor investimento após apurar os Valores Presentes Líquidos (VPL). Vejam que para cada investimento, temos uma aplicação inicial (o valor negativo) e os rendimentos durante 3 anos. Como queremos o VPL de cada um, podemos utilizar a seguinte expressão:

$$VPL = Ano\ 0 + Ano\ 1 + Ano\ 2 + Ano\ 3$$

Para leva cada um dos rendimentos a valor presente (Data zero) no fluxo de caixa:





Nesse fluxo de caixa podemos perceber que não precisamos trazer a valor presente o Ano 0. Além disso, ele irá entrar subtraindo, pois representa o investimento inicial. A taxa de desconto é de 10% ao ano. A expressão para cada investimento ficará da seguinte forma:

$$VPL = Ano\ 0 + \frac{Ano\ 1}{(1+i)^n} + \frac{Ano\ 2}{(1+i)^n} + \frac{Ano\ 3}{(1+i)^n}$$

Fazendo as substituições dos valores da tabela teremos o seguinte:

$$VPLX = -10.000 + \frac{5.000}{(1+0,1)^1} + \frac{3.000}{(1+0,1)^2} + \frac{3.000}{(1+0,1)^3}$$

$$VPLX = -10.000 + \frac{5.000}{1,1^1} + \frac{3.000}{1,1^2} + \frac{3.000}{1,1^3}$$

$$VPLX = -10.000 + \frac{5.000}{1,1} + \frac{3.000}{1,21} + \frac{3.000}{1,331}$$

$$VPLX = -10.000 + 4.545,45 + 2.479,34 + 2.253,94 \cong 721$$

Para os demais investimentos iremos colocar de forma mais resumida.

$$VPLY = -5.000 + \frac{3.000}{1,1} + \frac{2.000}{1,21} + \frac{1.000}{1,331} \cong 131$$

$$VPLZ = -2.500 + \frac{500}{1,1} + \frac{1.000}{1,21} + \frac{1.500}{1,331} \cong -92$$

$$VPLW = -1.000 + \frac{400}{1,1} + \frac{400}{1,21} + \frac{300}{1,331} \cong -80$$



$$VPLW = -1.500 + \frac{500}{1,1} + \frac{500}{1,21} + \frac{500}{1,331} \cong -256$$

A análise do melhor investimento com base no VPL é feita da seguinte forma:

VPL > 0 → o investimento é viável;

VPL = 0 → o investimento vai resultar exatamente na Taxa Interna de Retorno;

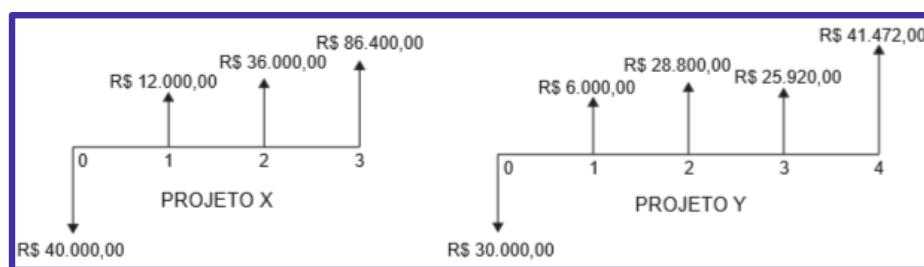
VPL < 0 → o investimento é inviável.

Fazendo essa análise podemos observar que o investimento Y será o melhor.

### Gabarito: B

#### Q.02 (CESGRANRIO - Engenheiro (PETROBRAS)/Produção Júnior/2018)

Uma empresa dispõe de R\$ 50 mil para investir em um novo projeto. As Figuras apresentam os fluxos de caixa de dois projetos. As setas para cima significam receitas a serem recebidas até o final do período indicado, e a seta para baixo representa o investimento inicial.



Tendo em vista o critério do Valor Presente Líquido (VPL) e uma taxa de juros de 20%, verifique que

- a) nenhum projeto é viável.
- b) deve-se investir no projeto Y.
- c) deve-se investir no projeto X.
- d) o Projeto X gera um retorno de R\$ 94.400,00.
- e) o Projeto Y gera um retorno de R\$ 22.192,00.

### Comentários:

Pessoal, nessa questão temos que calcular o VPL de cada investimento e depois fazer uma análise do resultado. Lembrando que no fluxo de caixa as setas para baixo representam valores negativos. Sendo a taxa de juros de 20% ao ano.

### Projeto X:

$$VPLX = -40.000 + \frac{12.000}{(1 + 0,2)^1} + \frac{36.000}{(1 + 0,2)^2} + \frac{86.400}{(1 + 0,2)^3}$$



$$\begin{aligned}
 VPLX &= -40.000 + \frac{12.000}{1,2^1} + \frac{36.000}{1,2^2} + \frac{86.400}{1,2^3} \\
 VPLX &= -40.000 + \frac{12.000}{1,2} + \frac{36.000}{1,44} + \frac{86.400}{1,728} \\
 VPLX &= -40.000 + 10.000 + 25.000 + 50.000 = \mathbf{45.000}
 \end{aligned}$$

**Projeto Y:**

$$\begin{aligned}
 VPLY &= -30.000 + \frac{6.000}{(1+0,2)^1} + \frac{28.800}{(1+0,2)^2} + \frac{25.920}{(1+0,2)^3} + \frac{41.472}{(1+0,2)^4} \\
 VPLY &= -30.000 + \frac{6.000}{1,2^1} + \frac{28.800}{1,2^2} + \frac{25.920}{1,2^3} + \frac{41.472}{1,2^4} \\
 VPLY &= -30.000 + \frac{6.000}{1,2} + \frac{28.800}{1,44} + \frac{25.920}{1,728} + \frac{41.472}{2,0736} \\
 VPLY &= -30.000 + 5.000 + 20.000 + 15.000 + 20.000 = \mathbf{30.000}
 \end{aligned}$$

Observem que o projeto X é o melhor, pois o valor do VPL foi maior.

**Gabarito: C****Q.03 (CESGRANRIO / Economista Júnior (TRANSPETRO)/2018)**

**Ao decidir entre dois projetos de investimento mutuamente exclusivos, X e Y, um investidor escolheu X, o qual apresentou o maior valor presente líquido (VPL). Deduz-se que X tem**

- a) taxa interna de retorno maior do que Y.**
- b) período de payback menor do que Y.**
- c) "duration" menor do que Y.**
- d) investimento inicial menor do que Y.**
- e) maior VPL do que Y, calculado à taxa mínima de atratividade.**

**Comentários:**

Pessoal, esse é uma questão para avaliar qual o projeto mais viável a partir do VPL. Antes de resolver a questão iremos apresentar um resumo teórico.

O VPL é valor do fluxo de caixa no momento zero, isto é, no momento inicial do investimento. No cálculo do VPL todas as entradas e saídas são transportadas para a data focal zero. Além disso, todas as parcelas são submetidas a mesma taxa de juros, denominada Taxa Mínima de Atratividade (TMA). Os resultados obtidos no cálculo do VPL são os seguintes:

- $VPL > 0 \rightarrow$  o investimento é viável;
- $VPL = 0 \rightarrow$  o investimento vai resultar exatamente na Taxa Interna de Retorno;
- $VPL < 0 \rightarrow$  o investimento é inviável.

A TMA é a rentabilidade mínima que o investidor está interessado. Logo, essa taxa é um aspecto subjetivo do investidor e tem que ser um valor tangível e factível. Essa TMA pode ser chamada de custo de oportunidade ou custo de capital. Algumas variáveis devem ser levadas em conta no momento de definir essa taxa, como por exemplo:



- A liquidez do fluxo de caixa;
- O risco do negócio;
- O custo de oportunidade.

Já em relação a Taxa Interna de Retorno (TIR), temos o seguinte: A TIR é uma modalidade de investimento que leva em consideração o percentual de retorno financeiro de um projeto. Essa taxa quando trazida a valor presente se iguala ao investimento inicial, isto é, a TIR é a taxa que iguala a zero o VPL.

A TIR é utilizada para no cálculo do VPL para determinar a aceitação do projeto. Desta forma, existe uma relação entre a TIR e a TMA. Essa relação traz três resultados:

- $TIR > TMA \rightarrow$  o investimento é viável;
- $TIR = TMA \rightarrow$  o investimento invariável;
- $TIR < TMA \rightarrow$  o investimento é inviável.

A partir das considerações feitas, podemos fazer uma análise das alternativas.

As alternativas B, C e D já podemos eliminar. Nas alternativas B e C falam de duração e não temos informações suficiente para fazer essa análise. Já a alternativa D não é um parâmetro válido para se determinar a viabilidade de um investimento. Ficamos com as alternativas A e E.

A alternativa A está errada, pois teríamos que fazer uma comparação da TIR com a TMA e essa informação não foi fornecida. Desta forma, ficamos com a letra E. Nela podemos observar que para investidos escolher o projeto X ao invés de Y, teremos que ter um VPL de X maior do que Y, calculado à taxa mínima de atratividade.

### Gabarito: E

#### Q.04 (CESGRANRIO / Profissional (LIQUIGÁS) / Vendas / Júnior / 2018)

Um gerente da Liquigás analisou quatro investimentos com características semelhantes e chegou às seguintes Taxas Internas de Retorno (TIR) de cada investimento:

Investimento	X	Y	Z	W
TIR	10% a.a.	15% a.a.	20% a.a.	25% a.a.

Levando em consideração a Taxa Interna de Retorno de cada investimento e o custo do capital da empresa de 18% a.a., os projetos viáveis são

- X e Y.
- X e W.
- X e Z.
- Y e Z.
- Z e W.



### Comentários:

Nessa questão, sabendo a relação entre a TIR e a Taxa Mínima de Atratividade (TMA) consegue-se resolver rapidamente. A banca forneceu a TIR de quatro investimento e disse que a TMA era de 18% ao ano.

A relação entre a TIR e a TMA é dada por:

- $TIR > TMA \rightarrow$  o investimento é viável;
- $TIR = TMA \rightarrow$  o investimento invariável;
- $TIR < TMA \rightarrow$  o investimento é inviável.

Vejam que, os investimentos Z (20% ao ano) e W (25% ao ano) são os mais viáveis, pois possuem TIR maior do que TMA.

### Gabarito: E

#### Q.05 (CESGRANRIO / Economista (PETROBRAS)/Júnior/2018)

*Ao calcular o payback simples ou nominal de um projeto de investimento, um analista tem um*

*a) resultado que leva em conta o valor do dinheiro no tempo.*

*b) resultado maior que o encontrado pelo payback descontado.*

*c) resultado que considera todos os fluxos de caixa do projeto.*

*d) dado coerente com a matemática financeira.*

*e) dado superestimado em termos de velocidade de retorno.*

### Comentários:

Pessoal, o Payback é o tempo de retorno de um investimento, isto é, o prazo que as entradas de caixa (receitas) se igualam ao desembolso inicial. Temos dois tipos, o Simples e o Descontado.

#### Payback Simples:

- Não se considera o valor do dinheiro no tempo;
- Despreza-se os fluxos futuros após o capital ter sido recuperado;
- Não mede a rentabilidade, apenas o tempo de retorno.

#### Payback Descontado:

- Mitiga a limitação do Payback Simples (os valores absolutos);
- Estima o tempo de retorno de um investimento descontando o fluxo de caixa presente;

$$VP = \frac{\text{Parcela}}{(1 + i)^n}$$

- Ser valor é sempre maior que o Payback Simples.



Fazendo a análise da questão temos o seguinte:

**Letra A** – Errada. Pois, o payback simples não leva em consideração o valor do dinheiro no tempo.

**Letra B** – Errada. O valor do payback simples é sempre menor do que do descontado.

**Letra C** – Errada. Nos payback simples despreza-se os fluxos futuros após o capital ter sido recuperado.

**Letra D** – Errada. Pois, não é coerente com a matemática financeira.

**Letra E** – **Correta**. O dado superestimado em termos de velocidade de retorno, pois é considerado o retorno em um tempo menor.

**Gabarito: E**

**Q.06 (AOCP / UFPB / 2019)**

**Considerando as técnicas de orçamentação de capital para a escolha de alternativas de investimento, a partir das seguintes informações, assinale a alternativa correta.**

Projetos	Alfa	Beta	Teta	Zeta
Taxa Mínima de Atratividade (TMA)	14%	14%	14%	14%
VPL	-\$ 3.850	\$ 6.450	\$ 8.150	-\$ 3.350
TIR	13%	44%	37%	13%

- a) O Projeto Zeta é o mais rentável.
- b) O Projeto Alfa é o menos rentável.
- c) O Projeto Teta é o menos rentável.
- d) O Projeto Beta não é aceitável economicamente.
- e) Os projetos Beta e Teta são aceitáveis economicamente.

**Comentários:**

Projetos economicamente viáveis possuem **VPL > 0**.

**Gabarito: E**

**Q.07 (QUADRIX / CREA - TO / 2019)**

**A respeito de demonstrações financeiras e temas correlatos, julgue o item**

**A taxa interna de retorno é uma taxa que iguala o valor presente dos fluxos de caixa futuros ao investimento inicial.**

**CC – Certo**

**EE – Errado**

**Comentários:**

A **Taxa Interna de Retorno**, que indica quanto o capital rendeu no projeto, – TIR corresponde à **Taxa de Juros** que anula o VPL do fluxo de caixa do investimento.



$TIR \geq TMA$	$TIR < TMA$
Projeto Viável	Projeto Inviável

Ou seja: A TIR é uma taxa de desconto que, quando aplicada a um fluxo de caixa, iguala os valores do fluxo de caixa com investimento.

**Gabarito: Certo**

**Q.08 (QUADRIX / Conselho Regional de Farmácia - ES / 2019)**

*No que se refere aos mecanismos de demonstração da situação patrimonial, julgue o item O valor presente líquido caracteriza-se pela transferência para o momento atual de todos os valores do investimento, sejam receitas ou despesas.*

**CC – Certo**

**EE – Errado**

**Comentários:**

Pessoal, não importa se é Receita ou Despesa, ok?

VPL é exatamente o que diz o enunciado.

**Gabarito: Certo**

**Q.09 (NEC-UFMA / UFMA / 2019)**

*Sobre a análise de fluxo de caixa de um projeto, podemos afirmar que, considerando o Valor Presente Líquido (VPL), PayBack (PB) e Taxa Interna de Retorno (TIR), o melhor fluxo de caixa será aquele que tiver:*

- a) Maior VPL, maior PB e menor TIR
- b) Menor VPL, menor PB e maior TIR
- c) Maior VPL, maior PB e maior TIR
- d) Menor VPL, maior PB e maior TIR
- e) Maior VPL, menor PB e maior TIR

**Comentários:**

Sem comentários....rsrs

**Gabarito: E**

**Q.10 (FUNDATEC / Autarquia Municipal de Turismo / 2019)**

*Considerando que você, sendo um analista de projeto, ao calcular o VPL de um projeto de investimento, obteve como resultado um valor negativo. Em relação ao projeto analisado, o que você deveria recomendar?*



- a) Rejeitar o projeto.
- b) Diminuir a taxa de desconto.
- c) Determinar a taxa interna de retorno.
- d) Calcular o custo indireto do projeto.
- e) Implantar o projeto.

**Comentários:**

$VPL < 0$  implica em projeto inviável, logo, o caminho será rejeitar o projeto.

**Gabarito: A**

**Q.11 (FGV / Engenheiro (IMBEL) / Edificações/2021)**

Um empreiteiro irá investir R\$ 100 mil em um pequeno empreendimento, cuja vida útil é de 3 anos e que dará o seguinte retorno ao final de cada ano, contado a partir do instante de realização do investimento:

Final do 1º ano: R\$ 44.000,00

Final do 2º ano: R\$ 60.500,00

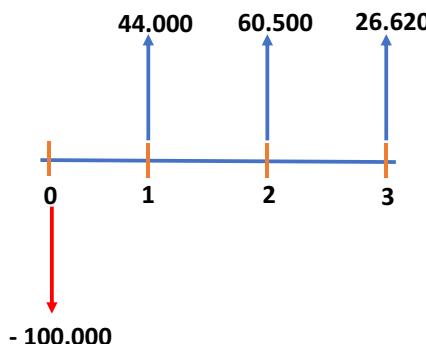
Final do 3º ano: R\$ 26.620,00

Considerando uma taxa de desconto de 10% ao ano, na qual já estão computados os juros e a correção monetária, é correto afirmar que o valor presente líquido (VPL) desse investimento é de

- a) R\$ 5.000,00.
- b) R\$ 8.000,00.
- c) R\$ 10.000,00.
- d) R\$ 12.000,00.
- e) R\$ 15.000,00.

**Comentários:**

Pessoal, nessa questão temos que encontrar o Valor Presente Líquido (VPL). Vamos direto para o desenho da questão.



Para calcular o VPL temos que trazer todos os valores para a data zero. Para tanto, temos que dividir o valor do retorno de cada ano por  $(1 + i)^n$ , onde o "n" é o número de períodos de antecipação e "i" é a taxa de juros de 10% ao ano.

O valor do investimento já está na data zero e entra com o valor negativo.

$$VPL = -100.000 + \frac{44.000}{(1 + 0,1)^1} + \frac{60.500}{(1 + 0,1)^2} + \frac{26.620}{(1 + 0,1)^3}$$

$$VPL = -100.000 + \frac{44.000}{1,1} + \frac{60.500}{1,1^2} + \frac{26.620}{1,1^3}$$

$$VPL = -100.000 + \frac{44.000}{1,1} + \frac{60.500}{1,21} + \frac{26.620}{1,331}$$

$$VPL = -100.000 + 40.000 + 50.000 + 20.000$$

$$VPL = \mathbf{10.000,00}$$

**Gabarito: C**

**Q.12 (FGV/Analista Judiciário (TJ RO) / Economista/2021)**

**Considere o fluxo de caixa a seguir.**

Ano	Valor (em R\$)
0	-1000
1	0
2	1210

O VPL será:

- a) nulo, se a taxa de desconto for 0% a.a.
- b) positivo, se a taxa de desconto for igual a 11% a.a.
- c) igual à taxa interna de retorno, no ano 2.
- d) negativo, se a taxa de desconto for igual a 9,99% a.a.
- e) nulo, se a taxa de desconto for igual a 10% a.a.

**Comentários:**

Pessoal, nessa questão temos que testar cada alternativa. Foi dada a seguinte tabela.

Ano	Valor (em R\$)
0	-1000
1	0
2	1210



Para encontrar o VLP temos que trazer todos os valores para a data zero. Para tanto, temos que dividir o valor do retorno de cada ano por  $(1 + i)^n$ , onde o "n" é o número de períodos de antecipação e "i" é a taxa de juros.

Vamos as alternativas:

**Letra A)** nulo, se a taxa de desconto for 0% a.a.

Vamos ver se o VLP será nulo se "i" for 0% ao ano.

$$VPL = -1.000 + \frac{0}{(1 + 0)^1} + \frac{1.210}{(1 + 0)^2}$$

$$VPL = -1.000 + \frac{0}{1} + \frac{1.210}{1^2}$$

$$VPL = -1.000 + 1.210$$

$$VPL = \mathbf{210,00}$$

Portanto, errada.

**Letra B)** positivo, se a taxa de desconto for igual a 11% a.a.

Vamos ver se o VLP será positivo se "i" for 11% ao ano.

$$VPL = -1.000 + \frac{0}{(1 + 0,11)^1} + \frac{1.210}{(1 + 0,11)^2}$$

$$VPL = -1.000 + \frac{0}{1,11} + \frac{1.210}{1,2321}$$

$$VPL = -1.000 + 0 + 982,06$$

$$VPL = \mathbf{-17,94}$$

Portanto, errada.

**Letra C)** igual à taxa interna de retorno, no ano 2.

A TIR é uma modalidade de investimento que leva em consideração o percentual de retorno financeiro de um projeto. Essa taxa quando trazida a valor presente se iguala ao investimento inicial, isto é, a TIR é a taxa que iguala a zero o VPL.

Portanto, errada.

**Letra D)** negativo, se a taxa de desconto for igual a 9,99% a.a.

Vamos ver se o VLP será positivo se "i" for 9,99% ao ano.

$$VPL = -1.000 + \frac{0}{(1 + 0,0999)^1} + \frac{1.210}{(1 + 0,099)^2}$$

$$VPL = -1.000 + \frac{0}{1,0999} + \frac{1.210}{1,0999^2}$$

Pessoal, a divisão  $\frac{1.210}{1,0999^2}$  dará maior que 1.000,00. Logo, errada a alternativa.



**Letra E)** nulo, se a taxa de desconto for igual a 10% a.a.

Vamos ver se o VLP será positivo se "i" for 10% ao ano.

$$VPL = -1.000 + \frac{0}{(1 + 0,1)^1} + \frac{1.210}{(1 + 0,1)^2}$$

$$VPL = -1.000 + \frac{0}{1,1} + \frac{1.210}{1,1^2}$$

$$VPL = -1.000 + 0 + \frac{1.210}{1,21}$$

$$VLP = -1.000 + 1.000$$

$$VPL = 0$$

Portanto, Correta.

**Gabarito: E**

## LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

**Q.01 (CESGRANRIO / Analista Júnior (TRANSPETRO) / Financeiro / 2018)**

*Considere as informações dos projetos apresentadas no Quadro a seguir.*

Projeto	Ano 0 (inicial)	Ano 1	Ano 2	Ano 3
X	-10.000,00	5.000,00	3.000,00	3.000,00
Y	-5.000,00	3.000,00	2.000,00	1.000,00
Z	-2.500,00	500,00	1.000,00	1.500,00
W	-1.500,00	500,00	500,00	500,00
K	-1.000,00	400,00	400,00	300,00

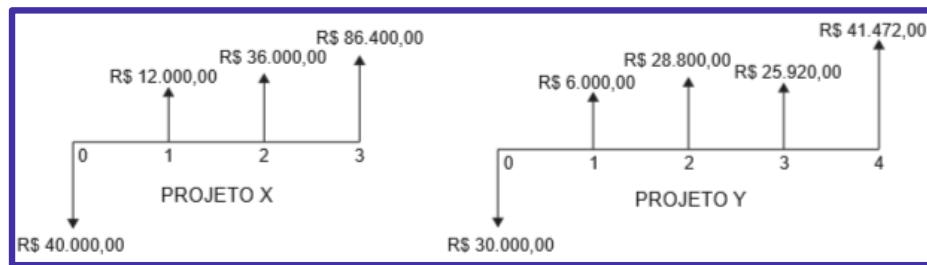
*Tendo em vista uma taxa de desconto de 10% ao ano, após apurar os respectivos Valores Presentes Líquidos (VPL) de cada projeto, o que apresenta o melhor investimento é o*

- a) X.
- b) Y.
- c) Z.
- d) W.
- e) K.

**Q.02 (CESGRANRIO - Engenheiro (PETROBRAS)/Produção Júnior/2018)**

*Uma empresa dispõe de R\$ 50 mil para investir em um novo projeto. As Figuras apresentam os fluxos de caixa de dois projetos. As setas para cima significam receitas a serem recebidas até o final do período indicado, e a seta para baixo representa o investimento inicial.*





Tendo em vista o critério do Valor Presente Líquido (VPL) e uma taxa de juros de 20%, verifica-se que

- a) nenhum projeto é viável.
- b) deve-se investir no projeto Y.
- c) deve-se investir no projeto X.
- d) o Projeto X gera um retorno de R\$ 94.400,00.
- e) o Projeto Y gera um retorno de R\$ 22.192,00.

**Q.03 (CESGRANRIO / Economista Júnior (TRANSPETRO)/2018)**

Ao decidir entre dois projetos de investimento mutuamente exclusivos, X e Y, um investidor escolheu X, o qual apresentou o maior valor presente líquido (VPL). Deduz-se que X tem

- a) taxa interna de retorno maior do que Y.
- b) período de payback menor do que Y.
- c) "duration" menor do que Y.
- d) investimento inicial menor do que Y.
- e) maior VPL do que Y, calculado à taxa mínima de atratividade.

**Q.04 (CESGRANRIO / Profissional (LIQUIGÁS) / Vendas / Júnior / 2018)**

Um gerente da Liquigás analisou quatro investimentos com características semelhantes e chegou às seguintes Taxas Internas de Retorno (TIR) de cada investimento:

Investimento	X	Y	Z	W
TIR	10% a.a.	15% a.a.	20% a.a.	25% a.a.

Levando em consideração a Taxa Interna de Retorno de cada investimento e o custo do capital da empresa de 18% a.a., os projetos viáveis são

- a) X e Y.
- b) X e W.
- c) X e Z.
- d) Y e Z.



e) Z e W.

**Q.05 (CESGRANRIO / Economista (PETROBRAS)/Júnior/2018)**

*Ao calcular o payback simples ou nominal de um projeto de investimento, um analista tem um*

*a) resultado que leva em conta o valor do dinheiro no tempo.*

*b) resultado maior que o encontrado pelo payback descontado.*

*c) resultado que considera todos os fluxos de caixa do projeto.*

*d) dado coerente com a matemática financeira.*

*e) dado superestimado em termos de velocidade de retorno.*

**Q.06 (AOCP / UFPB / 2019)**

*Considerando as técnicas de orçamentação de capital para a escolha de alternativas de investimento, a partir das seguintes informações, assinale a alternativa correta.*

Projetos	Alfa	Beta	Teta	Zeta
Taxa Mínima de Atratividade (TMA)	14%	14%	14%	14%
VPL	-\$ 3.850	\$ 6.450	\$ 8.150	-\$ 3.350
TIR	13%	44%	37%	13%

- a) O Projeto Zeta é o mais rentável.  
b) O Projeto Alfa é o menos rentável.  
c) O Projeto Teta é o menos rentável.  
d) O Projeto Beta não é aceitável economicamente.  
e) Os projetos Beta e Teta são aceitáveis economicamente.

**Q.07 (AOCP / CREA - TO / 2019)**

*A respeito de demonstrações financeiras e temas correlatos, julgue o item*

*A taxa interna de retorno é uma taxa que iguala o valor presente dos fluxos de caixa futuros ao investimento inicial.*

*CC – Certo*

*EE – Errado*

**Q.08 (QUADRIX / Conselho Regional de Farmácia - Es / 2019)**

*No que se refere aos mecanismos de demonstração da situação patrimonial, julgue o item*

*O valor presente líquido caracteriza-se pela*

*transferência para o momento atual de todos os valores do investimento, sejam receitas ou despesas.*

*CC – Certo*

*EE – Errado*

**Q.09 (NEC-UFMA / UFMA / 2019)**



**Sobre a análise de fluxo de caixa de um projeto, podemos afirmar que, considerando o Valor Presente Líquido (VPL), PayBack (PB) e Taxa Interna de Retorno (TIR), o melhor fluxo de caixa será aquele que tiver:**

- a) Maior VPL, maior PB e menor TIR
- b) Menor VPL, menor PB e maior TIR
- c) Maior VPL, maior PB e maior TIR
- d) Menor VPL, maior PB e maior TIR
- e) Maior VPL, menor PB e maior TIR

**Q.10 (FUNDATEC / Autarquia Municipal de Turismo / 2019)**

**Considerando que você, sendo um analista de projeto, ao calcular o VPL de um projeto de investimento, obteve como resultado um valor negativo. Em relação ao projeto analisado, o que você deveria recomendar?**

- a) Rejeitar o projeto.
- b) Diminuir a taxa de desconto.
- c) Determinar a taxa interna de retorno.
- d) Calcular o custo indireto do projeto.
- e) Implantar o projeto.

**Q.11 (FGV/ Engenheiro (IMBEL) / Edificações/2021)**

**Um empreiteiro irá investir R\$ 100 mil em um pequeno empreendimento, cuja vida útil é de 3 anos e que dará o seguinte retorno ao final de cada ano, contado a partir do instante de realização do investimento:**

**Final do 1º ano: R\$ 44.000,00**

**Final do 2º ano: R\$ 60.500,00**

**Final do 3º ano: R\$ 26.620,00**

**Considerando uma taxa de desconto de 10% ao ano, na qual já estão computados os juros e a correção monetária, é correto afirmar que o valor presente líquido (VPL) desse investimento é de**

- a) R\$ 5.000,00.
- b) R\$ 8.000,00.
- c) R\$ 10.000,00.
- d) R\$ 12.000,00.
- e) R\$ 15.000,00.

**Q.12 (FGV/Analista Judiciário (TJ RO) / Economista/2021)**

**Considere o fluxo de caixa a seguir.**

Ano	Valor (em R\$)
-----	----------------



0	-1000
1	0
2	1210

O VPL será:

- a) nulo, se a taxa de desconto for 0% a.a.
- b) positivo, se a taxa de desconto for igual a 11% a.a.
- c) igual à taxa interna de retorno, no ano 2.
- d) negativo, se a taxa de desconto for igual a 9,99% a.a.
- e) nulo, se a taxa de desconto for igual a 10% a.a.

## Gabarito



<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
B	C	E	E	E	E	CC	CC	E	A
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
C	E								

CC – Certo

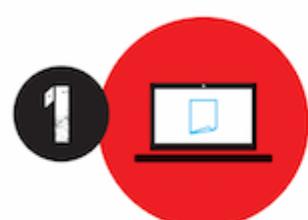
EE – Errado

Prof. Allan Maux



# ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1

Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2

Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3

Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4

Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5

Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6

Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7

Concursado(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8

O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.