Aula 16

BNB (Analista Bancário) Matemática - 2023 (Pré-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

05 de Julho de 2023

Índice

BINÔMIO DE NEWTON

Introdução

Fala, pessoal! Vamos começar agora uma aula bem bacana! Eu sei que o nome pode assustar um pouco, ora, "alguma coisa de Newton" não pode ser fácil! (rsrsrs). No entanto, garanto que é um assunto bem mais tranquilo do que você está imaginando. Farei de tudo para que saia dessa aula acertando todas as questões! Mas, antes de irmos para o assunto propriamente dito, quero fazer uma revisão com vocês sobre potências e radiciação! Primeiramente, dê uma olhada nas propriedades de cada uma dessas operações:

Potenciação

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a \cdot a}_{n\ vezes}$$

- Multiplicação de Potência de Mesma Base

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

- Divisão de Potência de Mesma Base

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

- Potência de Potência

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

- Potência de uma Multiplicação

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Radiciação

- Multiplicação de Raízes de mesmo Índice

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

- Divisão de Raízes de mesmo Índice

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

- Potência de Raízes

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

- “Raiz de uma Raiz”

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}$$

E aí? Relembrou um pouco?

Trabalharemos muito com as **propriedades da potenciação**! Se você ainda sente que tem muitas dúvidas sobre como operar com expoentes, sugiro dar uma olhada na nossa aula sobre o tema! Lá, eu ensino bem detalhado. Aqui, no entanto, serei bem objetivo mesmo, pois nosso foco será o **Binômio de Newton**, tudo bem?

Pessoal, mais uma coisa: algumas vezes pode ser que apareça uma raiz. Nessas situações, **faremos sua transformação em <u>potência</u>** e operaremos conforme as propriedades vistas acima. Para fazer essa mudança, procedemos assim:

Quem está por dentro, está por cima.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Quem está por fora, está por baixo.

Dito tudo isso, vamos fazer uma questão para começar a esquentar os neurônios!

EXEMPLIFICANDO

(PREF. RIO AZUL/2019) Assinale a alternativa que apresenta o resultado de $\frac{2^{12}.\ 8^8}{16^9}$?

A) 2^{10}
B) 16^{11}
C) 8^{12}
D) 1

Comentários:

O primeiro passo em questões assim é **deixar todo mundo na mesma base**. De preferência, vamos escolher a menor, ou seja, "2". Lembre-se que $2^3 = 8$ e $2^4 = 16$. Sendo assim, podemos reescrever a expressão.

$$\frac{2^{12}.\ 8^8}{16^9} = \frac{2^{12}.\ (2^3)^8}{(2^4)^9}$$

De início, vamos resolver as potências de potências. Para isso, apenas **multiplicamos os expoentes**.

$$\frac{2^{12}.\ (2^3)^8}{(2^4)^9} = \frac{2^{12}.\ 2^{24}}{2^{36}}$$

Agora, faremos a multiplicação do numerador. Note que são duas potências de mesma base, logo, **somamos os expoentes**.

$$\frac{2^{12}.\ 2^{24}}{2^{36}} = \frac{2^{12+24}}{2^{36}} = \frac{2^{36}}{2^{36}}$$

Pronto, ficamos com uma divisão de potências de mesma base. Nesse caso, mantemos a base e **subtraímos os expoentes**.

$$\frac{2^{36}}{2^{36}} = 2^{36-36} = 2^0$$

Opa, resultou em um número elevado a 0! *E agora?*

Pessoal, anote aí: **todo e qualquer número não-nulo quando elevado a zero é igual a 1**! Traduzindo:

$$a^0 = 1, \quad \text{para } a \neq 0$$

E se o "a" for zero, professor?! Nesses casos, teremos uma indeterminação! Assim,

$$2^0 = 1$$

Gabarito: LETRA D.

Pronto! Feita essa revisão inicial, podemos começar a introduzir o assunto da aula de hoje. Inicialmente, vamos entender o que é um "binômio".

$(a+b)$	$(x+y)^2$	$\left(2x+\sqrt{y}\right)^4$
$(x+1)$	$(20-x)$	$\left(5x^4-\dfrac{1}{x}\right)^5$

Observe as expressões acima. Todas elas são **exemplos de binômios**. Formalmente, o dicionário define:

Binômio é uma expressão algébrica que consiste em **dois** termos ligados por um sinal de mais ou de menos.

Pessoal, funciona assim: quando temos **um só termo**, chamamos de **monômio**. Se é **dois termos**, temos um **binômio**. *E se forem **três termos**?* Então teremos um **trinômio**; e se for mais do que isso, podemos chamar de polinômio!

Naquele conjunto de expressões que forneci mais acima, você deve ter percebido que **alguns binômios estão com expoentes**. Esses binômios são exemplos do que chamamos de **Binômios de Newton**. Vou destacá-los para você.

$(a+b)$	$(x+y)^2$	$(2x+\sqrt{y})^4$
$(x+1)$	$(20-x)$	$\left(5x^4-\frac{1}{x}\right)^5$

E por que eles são especiais?

Porque, na verdade, eles **são polinômios** que estão "disfarçados" sob a forma de binômios. Por exemplo,

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(2x+\sqrt{y})^4 = 16x^4 + 32x^3\sqrt{y} + 24x^2y + 8xy\sqrt{y} + y^2$$

$$\left(5x^4-\frac{1}{x}\right)^5 = 3125x^{20} - 3125x^{15} + 1250x^{10} - 250x^5 + 25 - \frac{1}{x^5}$$

Você deve estar se perguntando como fazemos para realizar essas "expansões" dos binômios. Existe duas formas: ou fazemos na mão mesmo, multiplicando cada um dos binômios quantas vezes forem necessárias, ou usamos o que aprenderemos nessa aula. É isso mesmo! O estudo do Binômio de Newton nos possibilitará conhecer cada um dos termos acima **sem ter que fazer uma conta absurda**. Você verá!

Vocabulário

Pessoal, agora que já introduzimos o assunto, é hora de entendermos alguns conceitos relacionados ao estudo do binômio que sempre estarão presentes nas questões. Observe o binômio abaixo.

$$(2x+\sqrt{y})^4 = 16x^4 + 32x^3\sqrt{y} + 24x^2y + 8xy\sqrt{y} + y^2$$

Vamos perceber algumas coisas nele. Note, por exemplo, que os expoentes de "x" estão diminuindo.

$$(2x+\sqrt{y})^4 = 16x^4 + 32x^3\sqrt{y} + 24x^2y + 8x^1y\sqrt{y} + x^0y^2$$

Quando isso acontece, dizemos que a expansão (ou desenvolvimento) do binômio está em potências decrescentes de "x". *E por que dizer isso seria importante?* Pois, quando estabelecemos isso, conseguimos dizer quem é o primeiro termo, quem é o segundo termo, quem é o terceiro termo e assim sucessivamente...

$$(2x+\sqrt{y})^4 = \underbrace{16x^4}_{1^{\text{º}}\text{ termo}} + \underbrace{32x^3\sqrt{y}}_{2^{\text{º}}\text{ termo}} + \underbrace{24x^2y}_{3^{\text{º}}\text{ termo}} + \underbrace{8x^1y\sqrt{y}}_{4^{\text{º}}\text{ termo}} + \underbrace{x^0y^2}_{5^{\text{º}}\text{ termo}}$$

Se eu não falar para você que o desenvolvimento está em potências decrescentes de "x", você poderia escrever o polinômio assim:

$$(2x+\sqrt{y})^4 = y^2 + 16x^4 + 8xy\sqrt{y} + 32x^3\sqrt{y} + 24x^2y$$

Nessa situação, note que o primeiro termo seria outro, o segundo termo também... Veja que, se ninguém falar nada**, cada um vai obter uma ordem de termos diferentes**, o que dificultará sobremaneira um diálogo, por exemplo, entre o examinador e o estudante. Logo, para padronizar nosso estudo, sempre que necessário, **desenvolveremos os binômios em potências decrescentes de "x"**. Ok?

Você deve ter percebido que, quando desenvolvi o binômio $(2x+\sqrt{y})^4$ em potências decrescentes de "x", coloquei no último termo o "x^0". **Lembre-se que qualquer número elevado a zero equivale a 1**. Logo, não mudei nada na expressão, foi apenas para você notar que o expoente de "x" zera.

Certo, professor, e aí? E aí que esse termo que não tem "x" é chamado de **termo independente de "x".**

O próprio nome é bem sugestivo do que significa.

$$(2x+\sqrt{y})^4 = 16x^4 + 32x^3\sqrt{y} + 24x^2y + 8x^1y\sqrt{y} + \underbrace{y^2}_{\text{Termo independente de "x"}}$$

Vamos fazer essa mesma análise para um binômio mais simples.

$$(x+1)^7 = \overrightarrow{x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x^1} + \underbrace{1}_{\text{Termo independente de x}}$$

Desenvolvimento em potências decrescentes de "x"

Sei que ainda não sabemos fazer esse desenvolvimento, mas é só para vocês começarem a ficar habituados com o vocabulário que normalmente usamos nesse estudo. Mas, chega de conversa, e vamos entender logo como encontrar esses termos!

Termo Geral

Meus caros alunos, a partir de agora teremos muitas informações novas, ok?! Peço um pouco de paciência, pois destrincharemos tudo aos poucos. Primeiramente, quero que vocês observem comigo o seguinte:

$$(a+b)^0 = 1$$

$$(a+b)^1 = 1a + 1b$$

$$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

Quando **o expoente é pequeno**, por volta da ordem de 3, conseguimos expandir no braço mesmo, fazendo a multiplicação dos binômios e aplicando a propriedade distributiva. Note os números que aparecem. Eles lembram vocês de algo? Se você pensou no **Triângulo de Pascal**, então está no caminho certo!

É isso mesmo, moçada! Os números que aparecem no desenvolvimento acima são os **coeficientes binomiais** que estudamos no Triângulo de Pascal. Observe:

$$(a+b)^0 = 1 = \binom{0}{0}$$

$$(a+b)^1 = 1a + 1b = \binom{1}{0}a + \binom{1}{1}b$$

$$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2 = \binom{2}{0}a^2 + \binom{2}{1}ab + \binom{2}{2}b^2$$

$$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3 = \binom{3}{0}a^3 + \binom{3}{1}a^2b + \binom{3}{2}ab^2 + \binom{3}{3}b^3$$

O que fazemos no estudo do binômio de Newton é justamente generalizar esse resultado. Será que seria possível escrever uma fórmula que nos permitisse expandir $(a+b)^n$ para qualquer n natural? A resposta é sim, de forma que todo binômio de Newton pode ser expandido:

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}\mathrm{a^n} + \binom{n}{1}\mathrm{a^{n-1}b} + \binom{n}{2}\mathrm{a^{n-2}b^2} + \cdots + \binom{n}{n-1}\mathrm{a^1b^{n-1}} + \binom{n}{n}\mathrm{b^n} = \sum_{p=0}^{n}\binom{n}{p}a^{n-p}b^p$$

Arra peste, professor! É essa a fórmula que você falou que tenho que saber??

Calma, aluno!! Não é essa fórmula não!! A expansão genérica para um expoente "n" natural pode assustar mesmo. No entanto, para resolvermos as questões, é suficiente guardar apenas a fórmula abaixo:

$$T_{p+1} = \binom{n}{p}a^{n-p}b^p$$

Pronto, é a fórmula acima que nos salvará nas questões, por isso, tenha certeza de que anotou ela aí!

Fórmula do Termo Geral do Binômio de Newton

$$\boldsymbol{T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^{p}}$$

Com ela resolveremos **praticamente todos** os exercícios de Binômio de Newton. Por exemplo!

Vamos voltar para o binômio:

$$(x+1)^7$$

*Como você faria para encontrar o **quarto termo** da expansão do binômio acima*? Para responder a pergunta, é preciso olhar para a fórmula do termo geral.

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^{p}$$

O subscrito "$p+1$" indica **a <u>ordem</u> do termo**. Portanto, como queremos o **quarto termo**:

$$p+1 = \mathbf{4} \quad \rightarrow \quad p = 3$$

Pronto, encontramos o valor de p para o nosso caso. *E quem é "n"?* O **"n" é o <u>expoente do binômio</u>**.

No caso em tela, o $(x+1)^7$ tem expoente igual a 7. Logo, $n = 7$.

Por fim, quando comparamos o binômio $(x+1)^7$ com $(a+b)^n$, percebemos que $a = x \; e \; b = 1$.

Quando colocamos todas essas informações na fórmula, ficaria assim:

$$T_{3+1} = \binom{7}{3} x^{7-3} (1)^3 \quad \rightarrow \quad T_4 = \binom{7}{3} x^4$$

Ora, quando desenvolvemos o **coeficiente binomial**, temos que:

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!\,3!} = 35$$

Sendo assim, o quarto termo do desenvolvimento de $(x+1)^7$ é:

$$T_4 = 35x^4$$

Agora, volte para o desenvolvimento que já havia mostrado para vocês anteriormente:

$$(x+1)^7 = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x^1 + 1$$

Note que é exatamente o quarto termo da expansão. É para isso que serve a fórmula. Encontrar cada um dos termos individualmente.

Pessoal, esse assunto é bastante direto, **não tem muito espaço para as bancas inventarem**. Você perceberá que **as questões se repetem muito** e se você pegar o jeito da coisa, você vai longe. A seguir, quero que leia atentamente as resoluções e **depois treine com** a nossa lista de questões ao final da aula.

EXEMPLIFICANDO

(PREF. JI-PARANÁ/2018) O termo independente de x no desenvolvimento do binômio de Newton $\left(\boldsymbol{x}+\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}}\right)^{\mathbf{9}}$ é:

A) 72.
B) 78.
C) 80.
D) 84.
E) 92.

Comentários:

Para encontrarmos o termo independente de "x", precisamos usar a fórmula do termo geral.

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$$

Do enunciado, temos:

$$\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^9$$

Assim, podemos **substituir** $\boldsymbol{a = x}$**,** $\boldsymbol{b = \frac{1}{x^2}}$ **e** $\boldsymbol{n = 9}$ na fórmula. Ainda não sabemos p.

$$T_{p+1} = \binom{9}{p} x^{9-p} \left(\frac{1}{x^2}\right)^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{9}{p} x^{9-p} x^{-2p} \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{9}{p} x^{9-3p}$$

Queremos o ***coeficiente do termo independente***. Para isso, devemos impor que o expoente de "x" seja igual a zero. Fazendo isso, ficamos com:

$$9 - 3p = 0 \quad \rightarrow \quad 3p = 9 \quad \rightarrow \quad p = 3$$

Com isso, o coeficiente procurado é:

$$T_{3+1} = \binom{9}{3} x^0 \quad \rightarrow \quad T_4 = \binom{9}{3} = \frac{9!}{6!\,3!} = \boxed{84}$$

Gabarito: LETRA D.

Você deve ter percebido que a tarefa é basicamente de substituição! Vamos sempre **comparar** o binômio da questão com o binômio "padrão", $(a+b)^n$. Quando fazemos isso, **já tiramos quem é a, b e n**. O "p" vai depender do que a questão quer. Tudo bem?

Ademais, um outro fato que gostaria de passar para vocês é a **soma dos coeficientes** do desenvolvimento de um binômio de Newton. Para fazer isso, **você não precisará desenvolver todo o binômio!** Vamos ver uma questão para você entender o passo a passo.

EXEMPLIFICANDO

(INÉDITA/2022) Qual a soma dos coeficientes do desenvolvimento de $(2x+1)^4$?
A) 81
B) 27
C) 10
D) 92
E) 105

Comentários:
Pessoal, a jogada para responder esse tipo de questão é bem direta. Vamos "fingir" que as letras não existem e fazer as operações que restam. Assim,

$$\text{Binômio:} \quad (2x+1)^4$$

$$\text{Soma dos Coeficientes:} \quad (2+1)^4$$

Assim,

$$\text{Soma dos Coeficientes:} \quad (2+1)^4 = 3^4 = 81$$

Gabarito: LETRA A.

(INÉDITA/2022) Qual a soma dos coeficientes do desenvolvimento de $(x-3)^{10}$?
A) 1
B) -2
C) 16
D) -1024
E) 1024

Comentários:
Mesma coisa aqui, galera!

$$\text{Binômio:} \quad (x-3)^{10}$$

$$\text{Soma dos Coeficientes:} \quad (1-3)^{10}$$

Assim,

$$\text{Soma dos Coeficientes:} \quad (1-3)^{10} = (-2)^{10} = 2^{10} = 1024$$

Gabarito: LETRA E.

Moçada, eu sei que vocês devem estar um pouco assustados com essas informações que surgem do nada! *Ora, por que para obter a soma dos coeficientes basta ignorarmos as letras e resolvermos a potência?* Essa demonstração possui um **custo-benefício baixíssimo** e sei que o seu tempo é precioso. Por isso, vou pedir que confiem em mim e que apliquem o procedimento acima sempre que uma questão pedir a soma dos coeficientes do desenvolvimento de algum Binômio de Newton, tudo bem?

É isso, a teoria é bem curta mesmo. Agora é fazer muita questão, pois as ideias se repetem bastante. Tenho certeza de que pegará o jeito. Para finalizar, vamos para uma última questão! Veja a resolução com atenção!

EXEMPLIFICANDO

(COPEL/2009) Com relação ao estudo de Binômio de Newton, considere as seguintes afirmativas:

▪

I. $(a+b)^3 = 1.a^3 + 3.b^2a + 3.b.a^2 + 1.b^3$

II. O coeficiente de x^3 no desenvolvimento de $(2x+3)^5$ é 720.

III. O coeficiente de x^5 no desenvolvimento de $(2x+3)^5$ é 32.

IV. A soma dos coeficientes de $(2x+3)^5$ é 3.125.

São VERDADEIRAS as afirmativas:
A) I e II, apenas.
B) I e III, apenas.
C) Todas as afirmativas.
D) II e IV, apenas.
E) I, II e IV, apenas.

Comentários:
Vamos analisar cada uma das afirmativas!

I. $(a+b)^3 = a^3 + 3b^2a + 3ba^2 + b^3$.
Correto! Lembre-se que, quando expandimos esse binômio, ficamos com:

$$(a+b)^3 = \binom{3}{0}a^3 + \binom{3}{1}b^2a + \binom{3}{2}ba^2 + \binom{3}{3}b^3$$

Com isso,

$$(a+b)^3 = a^3 + 3b^2a + 3ba^2 + b^3$$

II. O coeficiente de x^3 no desenvolvimento de $(2x+3)^5$ é 720.
Correto. Nessa aqui, precisaremos da fórmula do termo geral.

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$$

Quando fazemos um paralelo com o binômio fornecido na afirmativa, $(2x+3)^5$, podemos retirar que:

$$a = 2x \qquad b = 3 \qquad n = 5$$

Substituindo na fórmula do termo geral,

$$T_{p+1} = \binom{5}{p} (2x)^{5-p} 3^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = 2^{5-p} 3^p \binom{5}{p} x^{5-p}$$

Como queremos o coeficiente de x^3, vamos **igualar o expoente de "x" a 3**.

$$5 - p = 3 \quad \rightarrow \quad p = 2$$

Com o valor de "p", conseguimos determinar o coeficiente desejado.

$$T_{2+1} = 2^{5-2} \cdot 3^2 \cdot \binom{5}{2} x^3 \quad \rightarrow \quad T_3 = 8 \cdot 9 \cdot \underbrace{\frac{5!}{3!\,2!}}_{10} \cdot x^3 \quad \rightarrow \quad \boxed{T_3 = 720x^3}$$

III. O coeficiente de x^5 no desenvolvimento de $(2x+3)^5$ é 32.
Correto. Aqui aproveitaremos a fórmula do termo geral que já encontramos no item anterior.

$$T_{p+1} = 2^{5-p} 3^p \binom{5}{p} x^{5-p}$$

Dessa vez, estamos interessados no coeficiente de x^5. Assim, igualamos o coeficiente de "x" a 5.

$$5 - p = 5 \quad \rightarrow \quad p = 0$$

Com o valor de p, determinamos o coeficiente procurado.

$$T_{0+1} = 2^{5-0} \cdot \underbrace{3^0}_{1} \cdot \underbrace{\binom{5}{0}}_{1} \cdot x^5 \quad \rightarrow \quad T_1 = 2^5 x^5 \quad \rightarrow \quad \boxed{T_1 = 32x^5}$$

IV. A soma dos coeficientes de $(2x+3)^5$ é 3.125.
Correto! Pessoal, falou de soma de coeficientes, temos que "esquecer" as letras e resolver a potência!

$$\text{Binômio:} \qquad (2x+3)^5$$

$$\text{Soma dos coeficientes:} \qquad (2+3)^5$$

Assim,

$$\text{Soma dos coeficientes} = 5^5 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\text{Soma dos coeficientes} = 3125}$$

Gabarito: LETRA A.

QUESTÕES COMENTADAS

Binômio de Newton

1. (IDECAN/IF-PB/2019) No desenvolvimento de $P(x) = (ax^2 - 2bx + c + 1)^2$, obtenha o valor do coeficiente de maior grau sendo $a = 2$, $b = -1$ e $c = 5$.

A) 2
B) 4
C) 8
D) 12
E) 16

Comentários:

Galera, temos um polinômio **elevado ao quadrado**. Vamos primeiro **substituir os valores de a, b e c**.

$$P(x) = (ax^2 - 2bx + c + 1)^2$$

$$P(x) = (2x^2 - 2 \cdot (-1) \cdot x + 5 + 1)^2$$

$$P(x) = (2x^2 + 2x + 6)^2$$

Conseguimos simplificar um pouco mais:

$$P(x) = 4(x^2 + x + 3)^2$$

Como temos apenas um quadrado, conseguimos resolvê-lo usando **produtos notáveis**. Vou separar assim:

$$P(x) = 4\left(x^2 + (x + 3)\right)^2$$

Logo,

$$P(x) = 4((x^2)^2 + 2x^2(x + 3) + (x + 3)^2)$$

$$P(x) = 4(x^4 + 2x^2(x + 3) + (x + 3)^2)$$

Note que **o coeficiente de maior grau será aquele que acompanhará o x^4**. *Que número será esse?* Ora, será o 4 que depois entrará multiplicando-o! De qualquer forma, vamos terminar as contas!

$$P(x) = 4(x^4 + 2x^2(x + 3) + (x + 3)^2)$$

$$P(x) = 4\left(x^4 + (2x^3 + 6x^2) + (x^2 + 6x + 9)\right)$$

$$P(x) = 4(x^4 + 2x^3 + 7x^2 + 6x + 9)$$

O "4" que colocamos em evidência pode entrar agora e **multiplicar todos os termos**:

$$P(x) = \mathbf{4x^4} + 8x^3 + 28x^2 + 24x + 36$$

Portanto, **o coeficiente de maior grau é o 4**.

Gabarito: LETRA B.

2. (CEV URCA/PREF. CRATO/2021) O coeficiente do termo independente de $x > 0$ em $\left(\frac{1+\sqrt[3]{x^4}}{x}\right)^{16}$ é:

A) $\binom{16}{3}$

B) $\binom{16}{7}$

C) $\binom{16}{8}$

D) $\binom{16}{9}$

E) $\binom{16}{12}$

Comentários:

Pessoal, sempre que estivermos lidando com essas questões que pedem o coeficiente de algum termo, temos que lembrar da fórmula do termo geral. **Para potências decrescentes de x**,

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$$

Mas, antes de usá-la, vamos dar uma reorganizada na expressão do enunciado para **deixá-la mais parecida com a forma $(a+b)^n$**.

$$\left(\frac{1+\sqrt[3]{x^4}}{x}\right)^{16} = \left(\frac{1}{x} + \frac{x^{\frac{4}{3}}}{x}\right)^{16} = \left(\frac{1}{x} + x^{\frac{4}{3}-1}\right)^{16} = \left(\frac{1}{x} + x^{\frac{1}{3}}\right)^{16}$$

Com essa última expressão, podemos jogar as informações na fórmula:

$$T_{p+1} = \binom{16}{p}\left(\frac{1}{x}\right)^{16-p}\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{16}{p} x^{p-16} x^{\frac{p}{3}} \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{16}{p} x^{\left(\frac{4p}{3}-16\right)}$$

Pronto, para nossa expressão, essa seria a fórmula do termo geral do binômio. Como estamos interessados no **termo independente**, **o expoente do "x" deve ser igual a zero**.

$$\frac{4p}{3} - 16 = 0 \quad \rightarrow \quad 4p = 16 \cdot 3 \quad \rightarrow \quad \boxed{p = 12}$$

Opa, $p = 12$. Assim, o coeficiente do termo será:

$$\binom{16}{12}$$

Gabarito: LETRA E.

3. (CESPE/PM-AL/2021) Com relação a tópicos de matemática, julgue o item que se segue.

O coeficiente do termo independente no desenvolvimento de $\left(\frac{x-2}{x}\right)^{10}$ é 4032.

Comentários:
Mais uma questão para encontrarmos **o coeficiente do termo independente**. Lembre-se que o termo geral é dado por:

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$$

Antes de usá-la, vamos deixar a expressão do enunciado em **uma forma mais próxima de $(a+b)^n$**.

$$\left(\frac{x-2}{x}\right)^{10} = \left(\frac{x}{x} - \frac{2}{x}\right)^{10} = \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{10}$$

Já melhorou um pouco né? Substituindo $n = 10$, $a = 1$ e $b = -\frac{2}{x}$:

$$T_{p+1} = \binom{10}{p} 1^{n-p} \left(-\frac{2}{x}\right)^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{10}{p} (-2)^p x^{-p}$$

Q**ueremos o termo independente de "x"**. Isso acontece quando **o expoente de "x" é igual a zero**. Assim,

$$-p = 0 \quad \rightarrow \quad p = 0$$

Ora, se $p = 2$, então o coeficiente fica:

$$T_{0+1} = \binom{10}{0} (-2)^0 x^{-0} \quad \rightarrow \quad T_1 = \binom{10}{0} \quad \rightarrow \quad T_1 = 1$$

Observe que **o coeficiente do termo independente será um** e não 4032. Com isso, o item está errado.

Gabarito: ERRADO.

4. (CESPE/SEDUC-AL/2021) Com base no Binômio de Newton, julgue o item a seguir.

O coeficiente de x^7 na expansão de $(x^2 + x + 1)^5$ é igual a 35.

Comentários:
Questão bem interessante, podemos resolvê-la utilizando a fórmula que vimos para a **expansão trinomial**.

$$(a+b+c)^n = \sum_{\substack{i,j,k \\ i+j+k=n}} \binom{n}{i,j,k} a^i b^j c^k$$

Substituindo $a = x^2$, $b = x$, $c = 1$ e $n = 5$, ficamos com:

$$(x^2 + x + 1)^5 = \sum_{\substack{i,j,k \\ i+j+k=5}} \binom{5}{i,j,k} (x^2)^i x^j 1^k$$

$$= \sum_{\substack{i,j,k \\ i+j+k=5}} \binom{5}{i,j,k} x^{2i+j}$$

Queremos **o coeficiente de x^7**. Assim, devemos impor que:

$$2i + j = 7$$

Para isso, temos algumas possibilidades. Lembre-se sempre que **i, j e k são números inteiros <u>não negativos</u>**.

1) $\boldsymbol{i = 2 \text{ e } j = 3}$. Nessa situação, como $i + j + k = 5$, ficamos com $k = 0$.

Com esses números, o coeficiente trinomial fica:

$$\binom{5}{2,3,0} = \frac{5!}{2!\,3!\,0!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2!\,3!} = 5 \cdot 2 = 10$$

Vamos guardar esse resultado pois temos mais uma possibilidade.

2) $\boldsymbol{i = 3 \text{ e } j = 1}$. Nessa situação, como $i + j + k = 5$, ficamos com $k = 1$.

Com esses números, o coeficiente trinomial fica:

$$\binom{5}{3,1,1} = \frac{5!}{3!\,1!\,1!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!} = 5 \cdot 4 = 20$$

Pronto, essas são as duas situações possíveis. Logo, o coeficiente de x^7 é a soma:

$$\binom{5}{2,3,0} + \binom{5}{3,1,1} = 10 + 20 = \boxed{30}$$

Gabarito: ERRADO.

5. (IAOCP/PREF. BETIM/2020) Considere que o número de termos do desenvolvimento de um binômio de Newton seja igual a $z + 7$. Então, é correto afirmar que o expoente desse binômio será igual a

A) $z + 2$

B) $z + 4$

C) $z+6$
D) $z+8$
E) 8.

Comentários:
Pessoal, vimos na teoria que **se o expoente de um binômio é "n", então teremos "$n+1$" termos**.

O que aconteceu nessa questão foi o contrário, **ele deu o número de termos "$z+7$"** e **quer o expoente**. Ora, como estamos "voltando", **o expoente será um a menos do número de termos**.

Logo, se temos "$z+7$" termos, teremos **"$z+6$" no expoente** do binômio.

Gabarito: LETRA C.

6. (DECEx/EsPCEx/2020) Qual o valor de n, no binômio $(x+3)^n$ para que o coeficiente do 5º termo nas potências decrescentes de x seja igual a 5670?
A) 5
B) 6
C) 7
D) 8
E) 9

Comentários:
No desenvolvimento do binômio, podemos utilizar a seguinte fórmula nas **potências decrescentes de x**:

$$T_{p+1}=\binom{n}{p}a^{n-p}b^{p}$$

Do binômio do enunciado, $(x+3)^n$, $a=x$ e $b=3$. Como estamos interessados no **quinto termo**, devemos ter $p=4$. Substituindo todas essas informações na fórmula acima, ficamos com:

$$T_{4+1}=\binom{n}{4}(x)^{n-4}3^{4}$$

Como $3^4=81$, podemos reorganizar:

$$T_5=81\binom{n}{4}x^{n-4}$$

Queremos que o coeficiente (destacado em vermelho) **seja igual a 5670**. Sendo assim,

$$81\binom{n}{4}=5670 \quad \rightarrow \quad \binom{n}{4}=70$$

Nesse ponto, eu recomendo **testar as alternativas**. Abrir esse coeficiente binomial vai gerar muita conta que não nos levará muito longe. Para efeitos de prova, **o resultado sairá muito mais rápido** se testarmos as alternativas.

A) 5

$$\binom{5}{4} = \frac{5!}{4!\,1!} = \frac{5 \cdot 4!}{4!} = 5$$

B) 6

$$\binom{6}{4} = \frac{6!}{4!\,2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!\,2!} = 15$$

C) 7

$$\binom{7}{4} = \frac{7!}{4!\,3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!\,3!} = 35$$

D) 8

$$\binom{8}{4} = \frac{8!}{4!\,4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!\,4!} = 70$$

E) 9

$$\binom{9}{4} = \frac{9!}{4!\,5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{4!\,5!} = 126$$

Note que **apenas quando $n = 8$ temos $\binom{n}{4} = 70$**. Logo, a **alternativa D** é o nosso gabarito.

Gabarito: LETRA D.

7. (IBADE/PREF. JI-PARANÁ/2018) O termo independente de x no desenvolvimento do binômio de Newton $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^9$ é:

A) 72.
B) 78.
C) 80.
D) 84.
E) 92.

Comentários:

Para encontrarmos o termo independente de "x", precisamos usar a **fórmula do termo geral**.

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^{p}$$

Do enunciado, temos:

$$\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^9$$

Assim, podemos substituir $\boldsymbol{a = x, b = \frac{1}{x^2}}$ **e** $\boldsymbol{n = 9}$ na fórmula.

$$T_{p+1} = \binom{9}{p} x^{9-p} \left(\frac{1}{x^2}\right)^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{9}{p} x^{9-p} x^{-2p} \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{9}{p} x^{9-3p}$$

Queremos o **coeficiente do termo independente**. Para isso, devemos **impor que o expoente de "x" seja igual a zero.** Fazendo isso, ficamos com:

$$9 - 3p = 0 \quad \rightarrow \quad 3p = 9 \quad \rightarrow \quad p = 3$$

Com isso, o coeficiente procurado é:

$$T_{3+1} = \binom{9}{3} x^0 \quad \rightarrow \quad T_4 = \binom{9}{3} = \frac{9!}{6!\,3!} = \boxed{84}$$

Gabarito: LETRA D.

8. (UNEB/CBM-BA/2019) A Herança Quantitativa é um caso de interação gênica em que os fenótipos são contínuos e que a variação genética se dá maior ou menor em relação ao número de genes atuantes. Os genes que fazem parte de tal herança são denominados poligenes, sendo que cada um desses contribui com uma parcela do fenótipo em questão. Neste tipo de herança (cor de pele humana, cor do olho humano, altura, peso, cor do cabelo, entre outras), existe um padrão de distribuição que segue ao binômio de Newton: $(p+q)^n$, sendo n o número de poligenes. (GARCIA, 2011). Considere o desenvolvimento binominal $(3x-2y)^n$, a soma dos coeficientes numéricos dos termos desse desenvolvimento é:

A) 2^n
B) 2
C) -1
D) 1
E) 3^n

Comentários:

Na teoria, vimos que quando temos uma expressão da forma $(cx+dy)^n$, podemos calcular a soma dos coeficientes dessa expressão **sem precisar desenvolvê-la** por meio de $(c+d)^n$.

O enunciado nos deu o binômio $\boldsymbol{(3x-2y)^n}$, logo, $c = 3$ e $d = -2$. Assim, **a soma dos coeficientes** é:

$$(3-2)^n = 1^n = 1$$

Portanto, independente do valor de "n", **a soma dos coeficientes desse binômio será sempre igual a 1**.

Gabarito: LETRA D.

9. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Com relação a sistemas lineares e análise combinatória, julgue o item.

Ao se expandir a expressão $\left(x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$, o termo independente de x será positivo e superior a 10.

Comentários:

Queremos o termo independente de "x". Para realizar essa tarefa, lembre-se que a **fórmula do termo geral do desenvolvimento de $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^{\boldsymbol{n}}$** é dada por:

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$$

Da expressão do enunciado, tiramos que $n = 6$, $a = x$ e $b = \left(-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$.

$$T_{p+1} = \binom{6}{p} x^{6-p} \left(-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{6}{p} x^{6-p} \left(-x^{-\frac{1}{2}}\right)^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{6}{p} (-1)^{-\frac{p}{2}} x^{6-p} x^{-\frac{p}{2}}$$

$$T_{p+1} = \binom{6}{p} (-1)^{-\frac{p}{2}} x^{6-\frac{3p}{2}}$$

Como queremos **o termo <u>independente</u> de "x"**, devemos **impor que o expoente de "x" seja <u>zero</u>**!

$$6 - \frac{3p}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad 3p = 6 \cdot 2 \quad \rightarrow \quad p = 4$$

Sendo assim, o termo procurado é dado por:

$$T_{4+1} = \binom{6}{4} (-1)^{-\frac{4}{2}} x^0 \quad \rightarrow \quad T_5 = \binom{6}{4} (-1)^{-2} \quad \rightarrow \quad T_5 = \binom{6}{4}$$

Resolvendo o **coeficiente binomial**:

$$T_5 = \binom{6}{4} = \frac{6!}{4!\,2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!\,2!} = 3 \cdot 5 = \boxed{15}$$

Note que encontramos um **coeficiente <u>positivo</u> e superior a 10**, conforme informa o item.

Gabarito: CERTO.

10. (DECEx/EsFCEx/2019) A expressão $(1 + x^2 + x^3)^9$ pode ser desenvolvida com base em conceitos oriundos do Binômio de Newton. O valor do coeficiente do termo x^8 é

A) 36
B) 84
C) 126
D) 252
E) 378

Comentários:
Pessoal, temos um **trinômio**. Nesse caso, podemos utilizar:

$$(a+b+c)^n = \sum_{\substack{i,j,k \\ i+j+k=n}} \binom{n}{i,j,k} a^i b^j c^k$$

Usando $\boldsymbol{n = 9, a = 1, b = x^2}$ **e** $\boldsymbol{c = x^3}$, temos:

$$T = \binom{9}{i,j,k} 1^i (x^2)^j (x^3)^k \quad \rightarrow \quad T = \binom{9}{i,j,k} x^{2j+3k}$$

Como estamos buscando **o coeficiente do termo** x^8, o coeficiente de "x" na expressão acima **deve ser 8**.

$$2j + 3k = 8$$

Note que, se j e k são inteiros, temos **duas possibilidades** para a expressão acima:

1) $j = 1$ e $k = 2$. Nesse caso, como $i + j + k = 9$, teríamos $i = 6$.

Com esses valores, o coeficiente trinomial fica:

$$\binom{9}{6,1,2} = \frac{9!}{6!\,1!\,2!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cancel{6!}}{\cancel{6!}\,1!\,2!} = 9 \cdot 4 \cdot 7 = 252$$

2) $j = 4$ e $k = 0$. Como $i + j + k = 9$, teríamos $i = 5$.

Já nessa nova situação, o **coeficiente trinomial** fica:

$$\binom{9}{5,4,0} = \frac{9!}{5!\,4!\,0!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cancel{5!}}{\cancel{5!}\,4!\,0!} = 9 \cdot 2 \cdot 7 = 126$$

Somando as **duas** possibilidades:

$$\binom{9}{6,1,2} + \binom{9}{5,4,0} = 252 + 126 = \boxed{378}$$

Esse é o valor do coeficiente de x^8.

Gabarito: LETRA E.

11. (MARINHA/EFOMM/2019) Assinale a alternativa que apresenta o termo independente de x na expansão binomial $\left(x^2 + \frac{1}{x^6}\right)^8$.

A) 1
B) 8

C) 28
D) 56
E) 70

Comentários:
Vamos encontrar **o termo <u>independente</u> de "x"**! Para isso, lembre-se da **fórmula do termo geral** para a expansão do binômio $(a+b)^n$.

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$$

Fazendo um <u>paralelo</u> com o binômio do enunciado, $\left(x^2 + \frac{1}{x^6}\right)^8$, tiramos que:

$$a = x^2 \qquad b = \frac{1}{x^6} \qquad n = 8$$

Substituindo na fórmula do termo geral,

$$T_{p+1} = \binom{8}{p} (x^2)^{8-p} \left(\frac{1}{x^6}\right)^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{8}{p} x^{16-2p} x^{-6p} \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{8}{p} x^{16-8p}$$

Estamos interessados no **termo independente**. Logo, precisamos impor que **o expoente de "x" é <u>zero</u>**.

$$16 - 8p = 0 \quad \rightarrow \quad p = \frac{16}{8} \quad \rightarrow \quad p = 2$$

Pronto! **Encontramos o valor de p**. Agora, vamos achar o valor do coeficiente binomial.

$$\binom{8}{p} = \binom{8}{2} = \frac{8!}{2!\,6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{2!\,6!} = \boxed{28}$$

Gabarito: LETRA C.

12. (CONSULPLAN/SEDUC-PA/2018) No desenvolvimento do binômio de *Newton* $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{10}$ o termo independente é:
A) 252
B) 456
C) 652
D) 752

Comentários:
Galera, perceba que as questões gostam muito de perguntar o termo independente! Vamos repetir mais uma vez o procedimento, acompanhe!

Lembre-se da **fórmula do termo geral** para a expansão do binômio $(a+b)^n$.

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$$

Fazendo um paralelo com o binômio do enunciado, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{10}$, tiramos que:

$$a = x \qquad b = \frac{1}{x} \qquad n = 10$$

Substituindo na fórmula do termo geral,

$$T_{p+1} = \binom{10}{p} x^{10-p} \left(\frac{1}{x}\right)^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{10}{p} x^{10-p} x^{-p} \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{10}{p} x^{10-2p}$$

Estamos interessados no **termo independente**. Logo, precisamos impor que **o expoente de "x" é zero**.

$$10 - 2p = 0 \quad \rightarrow \quad p = \frac{10}{2} \quad \rightarrow \quad p = 5$$

Pronto! **Encontramos o valor de p**. Agora, vamos achar o valor do coeficiente binomial.

$$\binom{10}{p} = \binom{10}{5} = \frac{10!}{5!\,5!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5!\,5!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{120} = 9 \cdot 4 \cdot 7 = \boxed{252}$$

Gabarito: LETRA A.

13. (IBADE/PREF. JI-PARANÁ/2018) O termo independente de x no desenvolvimento do binômio de Newton $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^9$ é:

A) 72.
B) 78.
C) 80.
D) 84.
E) 92.

Comentários:

Se continuarmos desse jeito, vamos virar uma máquina em encontrar o termo independente de "x"!! Vamos continuar seguindo a receita do bolo! Lembre-se da **fórmula do termo geral** para a expansão do binômio $(a+b)^n$.

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$$

Faça um paralelo com o binômio da questão, $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^9$, tiramos que:

$$a = x \qquad b = \frac{1}{x^2} \qquad n = 9$$

Substitua as informações obtidas na fórmula do termo geral,

$$T_{p+1} = \binom{9}{p} x^{9-p} \left(\frac{1}{x^2}\right)^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{9}{p} x^{9-p} x^{-2p} \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{9}{p} x^{9-3p}$$

Estamos interessados no **termo <u>independente</u>**. Logo, precisamos impor que **o expoente de "x" é <u>zero</u>**.

$$9 - 3p = 0 \quad \rightarrow \quad p = \frac{9}{3} \quad \rightarrow \quad p = 3$$

Pronto! **Encontramos o valor de p**. Com isso, o coeficiente binomial fica:

$$\binom{9}{p} = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3!\,6!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{3!\,6!} = 3 \cdot 4 \cdot 7 = \boxed{84}$$

Gabarito: LETRA D.

14. (IFSUL/IFSUL/2018) O desenvolvimento de

$$\left(\frac{y}{x^2} - \sqrt[3]{x}\right)^{14}$$

possui um termo independente de x e um termo independente de y. O valor do produto desses termos é

A) $91x^4y^2\sqrt[3]{x^2}$
B) $91x^2y\sqrt[3]{x}$
C) $-91x^4y^2\sqrt[3]{x^2}$
D) $-91x^2y\sqrt[3]{x}$

Comentários:

Questão um pouco diferente, exige um trabalho bem minucioso com os expoentes, por isso vou pedir bastante atenção. Para começar, vamos usar o raciocínio que já vínhamos fazendo:

Lembre-se da **fórmula do termo geral** para a expansão do binômio $(a+b)^n$.

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$$

Faça um <u>paralelo</u> com o binômio da questão, $\left(\frac{y}{x^2} - \sqrt[3]{x}\right)^{14}$, tiramos que:

$$a = \frac{y}{x^2} \qquad b = -\sqrt[3]{x} = -x^{\frac{1}{3}} \qquad n = 14$$

Substitua as informações obtidas na fórmula do termo geral,

$$T_{p+1} = \binom{14}{p} \left(\frac{y}{x^2}\right)^{14-p} \left(-x^{\frac{1}{3}}\right)^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{14}{p} \left(y^{14-p} x^{2p-28}\right)(-x)^{\frac{p}{3}} \quad \rightarrow$$

$$T_{p+1} = \binom{14}{p} (-1)^{\frac{p}{3}} y^{14-p} x^{\frac{7p}{3}-28}$$

Temos agora que considerar duas situações!

1ª situação: **termo independente de "y":**
Nessa situação, temos que **o expoente de "y" deve ser <u>zero</u>**. Assim,

$$14 - p = 0 \quad \rightarrow \quad p = 14$$

Para $p = 14$, temos o seguinte termo:

$$T_{14+1} = \underbrace{\binom{14}{14}}_{1} \underbrace{(-1)^{\frac{14}{3}}}_{1} \underbrace{y^{14-14}}_{1} x^{\frac{7\cdot 14}{3}-28}$$

$$T_{15} = x^{\frac{98}{3}-28} \quad \rightarrow \quad \boxed{T_{15} = x^{\frac{14}{3}}}$$

2ª situação: **termo independente de "x":**
Nessa situação, temos que **o expoente de "x" deve ser <u>zero</u>**. Logo,

$$\frac{7p}{3} - 28 = 0 \quad \rightarrow \quad 7p = 28 \cdot 3 \quad \rightarrow \quad p = 12$$

Para $p = 12$, temos o seguinte termo:

$$T_{12+1} = \underbrace{\binom{14}{12}}_{91} \underbrace{(-1)^{\frac{12}{3}}}_{1} \underbrace{y^{14-12}}_{y^2} x^0 \quad \rightarrow \quad \boxed{T_{13} = 91y^2}$$

O enunciado pede **o <u>produto</u> desses dois termos**.

$$P = T_{15} \cdot T_{13} \quad \rightarrow \quad P = \left(x^{\frac{14}{3}}\right) \cdot (91y^2) \quad \rightarrow \quad P = 91y^2\sqrt[3]{x^{14}}$$

$$\boxed{P = 91x^4y^2\sqrt[3]{x^2}}$$

Gabarito: LETRA A.

15. (CESPE/SEDF/2018) Acerca do binômio de Newton, julgue o item seguinte.

A soma dos coeficientes do polinômio $p(x) = (10x - 11)^{85}$ é um número positivo.

Comentários:
Pessoal, quando a questão falar em **<u>soma de coeficientes</u>**, vamos "esquecer" as letras dentro do binômio e operar apenas com os números. Observe.

$$\text{Binômio:} \qquad (10x - 11)^{85}$$

$$\text{Soma dos coeficientes:} \qquad (10 - 11)^{85}$$

Viu que "esquecemos" o "x"? Essa é a jogada. Assim,

$$\text{Soma dos coeficientes} = (-1)^{85}$$

$$\boxed{\text{Soma dos coeficientes} = -1}$$

Logo, a soma dos coeficientes é um número **negativo**.

Gabarito: ERRADO.

16. (IAOCP/PREF. ANGRA/2015) No desenvolvimento do binômio $(x + 1)^6$, a soma de todos os seus coeficientes é igual a

A) 6.
B) 12.
C) 36.
D) 64.
E) 128.

Comentários:
Mais uma questão para treinarmos essa história de soma dos coeficientes.

$$\text{Binômio:} \qquad (x + 1)^6$$

$$\text{Soma dos coeficientes:} \qquad (1 + 1)^6$$

Assim,

$$\text{Soma dos coeficientes} = 2^6$$

$$\boxed{\text{Soma dos coeficientes} = 64}$$

Gabarito: LETRA D.

17. (IFSUL/IFSUL/2014) A soma dos coeficientes numéricos, no desenvolvimento do binômio, $(2x - 3y^2)^8$ é

A) -8.
B) -1.
C) 1.
D) 8.

Comentários:
Vamos mais uma para fixar?? Lembre-se que, para determinar **a soma dos coeficientes**, "esquecemos" as letras e operamos apenas com os números.

$$\text{Binômio:} \qquad (2x - 3y^2)^8$$

$$\text{Soma dos coeficientes:} \qquad (2-3)^8$$

Assim,

$$\text{Soma dos coeficientes} = (-1)^8 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\text{Soma dos coeficientes} = 1}$$

Gabarito: LETRA C.

18. (FGV/CODEBA/2010) No desenvolvimento de $\left(x+\frac{1}{x}\right)^{12}$, segundo potências decrescentes de x, o termo independente ocupa a posição de ordem:
A) 7.
B) 8.
C) 5.
D) 4.
E) 6.

Comentários:
Mais uma questão para encontrarmos o termo independente!

Lembre-se da **fórmula do termo geral** para a expansão do binômio $(a+b)^n$.

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$$

Faça um <u>paralelo</u> com o binômio da questão, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^{12}$, tiramos que:

$$a = x \qquad b = \frac{1}{x} \qquad n = 12$$

Substitua as informações obtidas na fórmula do termo geral,

$$T_{p+1} = \binom{12}{p} x^{12-p} \left(\frac{1}{x}\right)^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{12}{p} x^{12-p} x^{-p} \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{12}{p} x^{12-2p}$$

Estamos interessados no **termo <u>independente</u>**. Logo, precisamos impor que **o expoente de "x" é <u>zero</u>**.

$$12 - 2p = 0 \quad \rightarrow \quad p = \frac{12}{2} \quad \rightarrow \quad p = 6$$

Pronto! **Encontramos o valor de p**. A ordem do termo, como vimos na teoria, é dado por $p+1$. Logo,

$$\text{Ordem} = p + 1 = 6 + 1 = \boxed{7}$$

Gabarito: LETRA A.

19. (CRS/PM-MG/2010) Qual é o termo em x^7 no desenvolvimento de $\left(\frac{x}{2}-1\right)^{11}$?

A) $165x^7/64$
B) $555x^7/32$
C) $255x^7/128$
D) $165x^7/256$

Comentários:

Opa, nessa não queremos o termo independente, **queremos o termo em x^7**. Assim, você já deve levar que em algum momento você vai impor que o expoente de "x" vale 7.

Lembre-se da **fórmula do termo geral** para a expansão do binômio $(a+b)^n$.

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$$

Faça um <u>paralelo</u> com o binômio da questão, $\left(\frac{x}{2}-1\right)^{11}$, tiramos que:

$$a = \frac{x}{2} \qquad b = -1 \qquad n = 11$$

Substitua as informações obtidas na **fórmula do termo geral**,

$$T_{p+1} = \binom{11}{p}\left(\frac{x}{2}\right)^{11-p}(-1)^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{11}{p} x^{11-p}\cdot 2^{p-11}\cdot(-1)^p$$

$$\rightarrow \quad T_{p+1} = (-1)^p \cdot 2^{p-11}\cdot \binom{11}{p} x^{11-p}$$

Agora, como estamos interessados no termo de x^7, **vamos impor que o expoente de "x" é 7**.

$$11 - p = 7 \quad \rightarrow \quad p = 4$$

Assim,

$$T_{4+1} = \underbrace{(-1)^4}_{1} \cdot \underbrace{2^{4-11}}_{2^{-7}} \cdot \underbrace{\binom{11}{4}}_{330} x^7$$

$$T_5 = \frac{330}{2^7}x^7 \quad \rightarrow \quad T_5 = \frac{330}{128}x^7 \quad \rightarrow \quad \boxed{T_5 = \frac{165}{64}x^7}$$

Gabarito: LETRA A.

20. (DECEx/EsFCEx/2010) Para que valores de n o desenvolvimento de $\left(2x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^n$ possui um termo independente de x?

A) n é múltiplo de 3.
B) n é múltiplo de 4.
C) n é múltiplo de 5.
D) n é múltiplo de 6.
E) n é múltiplo de 7.

Comentários:
Pessoal, nessa questão vamos prosseguir normalmente como se soubéssemos o valor de "n".

Lembre-se da **fórmula do termo geral** para a expansão do binômio $(a+b)^n$.

$$T_{p+1}=\binom{n}{p}a^{n-p}b^p$$

Faça um <u>paralelo</u> com o binômio da questão, $\left(2x^2-\frac{1}{x^3}\right)^n$. Com isso, tiramos que:

$$a=2x^2 \qquad b=-\frac{1}{x^3}=-x^{-3}$$

Assim, na fórmula do termo geral:

$$T_{p+1}=\binom{n}{p}(2x^2)^{n-p}(-x^{-3})^p$$

$$T_{p+1}=\binom{n}{p}(2^{n-p})\cdot x^{2n-2p}\cdot(-1)^p\cdot(x^{-3p})$$

$$T_{p+1}=\binom{n}{p}\cdot(-1)^p\cdot(2^{n-p})\cdot x^{2n-5p}$$

Para o termo independente de "x", devemos **impor que o expoente de "x" é igual a 0**.

$$2n-5p=0$$

$$\boxed{p=\frac{2n}{5}}$$

Note que, como p **é um <u>número inteiro</u>**, **"n" deve ser um múltiplo de 5** para que a divisão $\frac{2n}{5}$ seja exata.

Gabarito: LETRA C.

21. (BIO-RIO/PREF. BARRA MANSA/2010) O coeficiente do termo relativo a x^3y^{12} da expansão em Binômio de Newton de $(x+y)^{15}$ é:
A) 185
B) 220
C) 250

D) 325
E) 455

Comentários:
Opa! A fórmula do termo geral vai nos salvar em praticamente todas as questões. É superimportante que você a tenha na "**ponta dos dedos**"!

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$$

De acordo com o enunciado, temos o seguinte binômio:

$$(x + y)^{15}$$

Com isso, **a fórmula do termo geral** fica:

$$T_{p+1} = \binom{15}{p} x^{15-p} y^p$$

Estamos interessados no coeficiente do termo x^3y^{12}. Logo, **o expoente de "x" deve ser 3**, ao mesmo tempo que o expoente de "y" **é 12**. Note que essa situação ocorre justamente quando $p = 12$. Sendo assim,

$$T_{12+1} = \binom{15}{12} x^{15-12} y^{12}$$

$$T_{13} = \binom{15}{12} x^3 y^{12} \quad \rightarrow \quad T_{13} = \frac{15!}{12!\,3!} x^3 y^{12} \quad \rightarrow \quad \boxed{T_{13} = 455x^3y^{12}}$$

Gabarito: LETRA E.

22. (FUNCERN/IF-RN/2017) No desenvolvimento do binômio $\left(\frac{1}{b^2} + ab\right)^7$, o valor de a, para que o coeficiente de b^4 seja 28, é
A) $\sqrt[5]{3}$
B) $\sqrt[3]{2}$
C) $\sqrt[6]{2}$
D) $\sqrt[4]{3}$

Comentários:
Mais uma vez, vamos utilizar a fórmula do termo geral, dessa vez, **escrita em termos de "x" e "y"**, para não misturar com o "a" e "b" da questão!

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} x^{n-p} y^p$$

Quando fazemos um paralelo com a questão, podemos escrever que:

$$x = \frac{1}{b^2} \qquad y = ab \qquad n = 7$$

Agora, vamos usar essas informações na fórmula do termo geral.

$$T_{p+1} = \binom{7}{p}\left(\frac{1}{b^2}\right)^{7-p}(ab)^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{7}{p}(b^{-2})^{7-p}(ab)^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{7}{p} b^{-14+2p+p}a^p$$

$$T_{p+1} = \binom{7}{p} b^{-14+3p}a^p$$

Estamos interessados no valor do **coeficiente de b^4**. Assim, vamos **impor que o expoente de "b" é 4**.

$$-14 + 3p = 4 \quad \rightarrow \quad 3p = 18 \quad \rightarrow \quad p = 6$$

Logo, o termo fica:

$$T_{6+1} = \binom{7}{6} b^4 a^6 \quad \rightarrow \quad T_7 = \mathbf{7a^6} b^4$$

A questão quer o valor de "a" para que o coeficiente seja **28**:

$$7a^6 = 28 \quad \rightarrow \quad a^6 = 4 \quad \rightarrow \quad a = \sqrt[6]{4} \quad \rightarrow \quad a = \sqrt[3]{2}$$

Gabarito: LETRA B.

23. (IBEG/IPREV/2017) No desenvolvimento de $(x + 2)^n x^3$, o coeficiente de x^{n+1} é igual a:
A) $n^3 + 1$
B) $n + 2$
C) $2n(n - 1)$
D) $n^2(n + 1)$
E) $n^2 - 3n + 2$

Comentários:
Pessoal, esse "x^3" fora do binômio vai multiplicar todos os termos da expansão. Quando isso acontece, **todos os expoentes de "x" aumentam 3 unidades**. Guarde essa informação!

De acordo com a fórmula do termo geral, podemos escrever:

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$$

Para o binômio $(x + 2)^n$, temos:

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} x^{n-p} 2^p$$

Por causa do x^3 fora do binômio, temos que reescrever esse termo da seguinte forma:

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} x^{n-p+3} 2^p$$

Pronto, essa é a mudança provocada pelo x^3 multiplicando o binômio, *ok?* Como estamos interessados no coeficiente de x^{n+1}, **vamos igualar o expoente de "x" a "$n+1$"**.

$$n - p + 3 = n + 1 \quad \rightarrow \quad p = 2$$

Com o valor de "p", podemos voltar à fórmula do termo.

$$T_{2+1} = \binom{n}{2} x^{n+1} 2^2 \quad \rightarrow \quad T_3 = 4\binom{n}{2} x^{n+1}$$

Nós estamos interessados apenas no **coeficiente de x^{n+1}**, que é justamente a parte que destaquei acima.

$$4\binom{n}{2} = \frac{4n!}{2!\,(n-2)!} = \frac{2n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = \boxed{2n(n-1)}$$

Gabarito: LETRA C.

24. (CONSULPLAN/PREF. CONGONHAS/2010) Qual é o valor de k no desenvolvimento de $\left(x^3 + \frac{k}{2x^2}\right)^8$ para que o coeficiente numérico do termo em x^9 seja 56?
A) 2
B) 1/2
C) 4
D) 6
E) 1/3

Comentários:
Vamos recorrer mais uma vez a fórmula do termo geral para a **expansão do binômio** da forma $(a+b)^n$.

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$$

Quando fazemos um **paralelo** com o binômio fornecido pelo enunciado, $\left(x^3 + \frac{k}{2x^2}\right)^8$, podemos retirar que:

$$a = x^3 \qquad b = \frac{k}{2x^2} \qquad n = 8$$

Substituindo na fórmula do termo geral,

$$T_{p+1} = \binom{8}{p} (x^3)^{8-p} \left(\frac{k}{2x^2}\right)^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{8}{p} \cdot x^{24-3p} \cdot \left(\frac{k}{2}\right)^p \cdot x^{-2p}$$

$$T_{p+1} = \binom{8}{p} \cdot \left(\frac{k}{2}\right)^p \cdot x^{24-5p}$$

Estamos interessados no coeficiente numérico do termo em x^9. Para isso, **igualamos o expoente de "x" a 9**.

$$24 - 5p = 9 \quad \rightarrow \quad 5p = 15 \quad \rightarrow \quad p = 3$$

Com **o valor de p**, podemos voltar na **fórmula do termo geral** e descobrir o coeficiente numérico desejado.

$$T_4 = \binom{8}{3} \cdot \left(\frac{k}{2}\right)^3 \cdot x^9$$

O coeficiente numérico é justamente a parte que destaquei acima. O enunciado diz que **ele vale 56**. Assim,

$$\binom{8}{3} \cdot \left(\frac{k}{2}\right)^3 = 56 \quad \rightarrow \quad \frac{8!}{5!\,3!} \cdot \frac{k^3}{2^3} = 56 \quad \rightarrow \quad \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5!\,3!} \cdot \frac{k^3}{2^3} = 56 \quad \rightarrow \quad 7k^3 = 56$$

$$k^3 = \frac{56}{7} \quad \rightarrow \quad k^3 = 8 \quad \rightarrow \quad k^3 = 2^3 \quad \rightarrow \quad \boxed{k = 2}$$

Gabarito: LETRA A.

25. (BIO-RIO/PREF. BARRA MANSA/2010 - ADAPTADA) O termo do desenvolvimento em binômio de Newton de $(0,25x^2 - 2y)^{12}$ em x^6 é:

A) $240x^6y^8$;
B) $-1760x^6y^9$;
C) -3520x^6y^9;
D) $1760x^6y^9$;
E) $660x^6y^6$.

Comentários:

A fórmula do termo geral para a **expansão do <u>binômio</u>** da forma $(a+b)^n$ é:

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$$

Vamos fazer uma **<u>comparação</u>** com o binômio da questão, $(0,25x^2 - 2y)^{12}$ **.** Assim,

$$a = 0{,}25x^2 = \frac{x^2}{4} \qquad b = -2y \qquad n = 12$$

Substituindo na fórmula do termo geral,

$$T_{p+1} = \binom{12}{p} \left(\frac{x^2}{4}\right)^{12-p} (-2y)^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = \binom{12}{p} \cdot \frac{x^{24-2p}}{4^{12-p}} \cdot (-2)^p \cdot y^p$$

$$T_{p+1} = (-1)^p \cdot 2^p \cdot 2^{2p-24} \binom{12}{p} \cdot x^{24-2p} y^p$$

$$T_{p+1} = (-1)^p \cdot 2^{3p-24} \binom{12}{p} \cdot x^{24-2p} y^p$$

Pronto!

Estamos interessados no coeficiente do termo em x^6. Para encontrá-lo, **igualamos o expoente de "x" a 6**.

$$24 - 2p = 6 \quad \rightarrow \quad 2p = 18 \quad \rightarrow \quad p = 9$$

Com **o valor de p**, podemos voltar na **fórmula do termo geral** e descobrir o coeficiente desejado.

$$T_{9+1} = (-1)^9 \cdot 2^{3 \cdot 9-24} \binom{12}{9} \cdot x^6 y^9$$

$$T_{10} = \underbrace{(-1)^9}_{-1} \cdot \underbrace{2^3}_{8} \binom{12}{9} \cdot x^6 y^9$$

$$T_{10} = -8 \cdot \underbrace{\frac{12!}{3!\,9!}}_{220} \cdot x^6 y^9$$

$$\boxed{T_{10} = -1760 x^6 y^9}$$

Gabarito: LETRA B.

26. (PUC-PR/URBS/2009) No desenvolvimento do binômio $(2x + y^2)^4$, o terceiro termo será dado por:
A) $24x^2y^4$
B) $12x^2y^6$
C) $24x^2y^2$
D) $24x^2y^6$
E) $12x^2y^4$

Comentários:
Vamos lá! Primeiramente, temos a fórmula do termo geral:

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$$

Do binômio do enunciado, podemos escrever:

$$T_{p+1} = \binom{4}{p} (2x)^{4-p} y^{2p}$$

Estamos interessados no **terceiro termo**, logo, $p = 2$. Lembre-se **que a ordem do termo é sempre um a mais** do que o valor de "p".

$$T_{2+1} = \binom{4}{2}(2x)^{4-2}y^{2\cdot 2} \quad \rightarrow \quad T_3 = \binom{4}{2}(2x)^2y^4 \quad \rightarrow \quad T_3 = \frac{4!}{2!\,2!}2^2x^2y^4$$

$$T_3 = 6 \cdot 4 \cdot x^2y^4 \quad \rightarrow \quad \boxed{T_3 = 24x^2y^4}$$

Gabarito: LETRA A.

27. (PUC-PR/COPEL/2009) Com relação ao estudo de Binômio de Newton, considere as seguintes afirmativas:

I. $(a+b)^3 = 1.a^3 + 3.b^2a + 3.b.a^2 + 1.b^3$

II. O coeficiente de x^3 no desenvolvimento de $(2x+3)^5$ é 720.

III. O coeficiente de x^5 no desenvolvimento de $(2x+3)^5$ é 32.

IV. A soma dos coeficientes de $(2x+3)^5$ é 3.125.

São VERDADEIRAS as afirmativas:
A) I e II, apenas.
B) I e III, apenas.
C) Todas as afirmativas.
D) II e IV, apenas.
E) I, II e IV, apenas.

Comentários:
Vamos analisar cada uma das afirmativas!

I. $(a+b)^3 = a^3 + 3b^2a + 3ba^2 + b^3$**.**
Correto! Lembre-se que, quando expandimos esse binômio, ficamos com:

$$(a+b)^3 = \binom{3}{0}a^3 + \binom{3}{1}b^2a + \binom{3}{2}ba^2 + \binom{3}{3}b^3$$

Com isso,

$$(a+b)^3 = a^3 + 3b^2a + 3ba^2 + b^3$$

II. O coeficiente de x^3 no desenvolvimento de $(2x+3)^5$ é 720.
Correto. Nessa aqui, precisaremos da fórmula do termo geral.

$$T_{p+1} = \binom{n}{p}a^{n-p}b^p$$

Quando fazemos um **paralelo** com o binômio fornecido na afirmativa, $(2x+3)^5$, podemos retirar que:

$$a = 2x \qquad b = 3 \qquad n = 5$$

Substituindo na fórmula do termo geral,

$$T_{p+1} = \binom{5}{p}(2x)^{5-p}3^p \quad \rightarrow \quad T_{p+1} = 2^{5-p}3^p\binom{5}{p}x^{5-p}$$

Como queremos o coeficiente de x^3, vamos **igualar o expoente de "x" a 3**.

$$5 - p = 3 \quad \rightarrow \quad p = 2$$

Com o valor de "p", conseguimos determinar o coeficiente desejado.

$$T_{2+1} = 2^{5-2} \cdot 3^2 \cdot \binom{5}{2}x^3 \quad \rightarrow \quad T_3 = 8 \cdot 9 \cdot \underbrace{\frac{5!}{3!\,2!}}_{10} \cdot x^3 \quad \rightarrow \quad \boxed{T_3 = 720x^3}$$

III. O coeficiente de x^5 no desenvolvimento de $(2x+3)^5$ é 32.
Correto. Aqui aproveitaremos a fórmula do termo geral que já encontramos no item anterior.

$$T_{p+1} = 2^{5-p}3^p\binom{5}{p}x^{5-p}$$

Dessa vez, estamos interessados no coeficiente de x^5. Assim, **igualamos o coeficiente de "x" a 5**.

$$5 - p = 5 \quad \rightarrow \quad p = 0$$

Com o valor de p, determinamos o coeficiente procurado.

$$T_{0+1} = 2^{5-0} \cdot \underbrace{3^0}_{1} \cdot \underbrace{\binom{5}{0}}_{1} \cdot x^5 \quad \rightarrow \quad T_1 = 2^5x^5 \quad \rightarrow \quad \boxed{T_1 = 32x^5}$$

IV. A soma dos coeficientes de $(2x+3)^5$ é 3.125.
Correto! Pessoal, falou de soma de coeficientes, temos que "esquecer" as letras e resolver a potência!

$$\text{Binômio:} \qquad (2x+3)^5$$

$$\text{Soma dos coeficientes:} \qquad (2+3)^5$$

Assim,

$$\text{Soma dos coeficientes} = 5^5 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Soma dos coeficientes} = 3125}$$

Gabarito: LETRA A.

28. (CONSULPLAN/CREFITO 4/2007) O desenvolvimento de $(a+b)^{2n+8}$ tem 21 termos. Qual é o valor de N?
A) 5

B) 4
C) 3
D) 6
E) 7

Comentários:
Nessas situações, sempre o número de termos vai ser **uma unidade a mais** que o expoente.

Por exemplo, o binômio $(x+1)^2$ tem **três** termos quando expandido.

Já o binômio $(x+1)^3$ tem **quatro** termos.

Professor, e o binômio $(x+1)^{100}$? Quantos termos tem? **101 termos**, moçada! Sempre um a mais.

O binômio do enunciado foi $(a+b)^{2n+8}$.

Logo, esse binômio tem $(2n+8)+1=\mathbf{2n+9}$ **termos.**

O enunciado fala que **essa quantidade de termos é igual a 21**. Assim,

$$2n+9=21 \quad \rightarrow \quad 2n=12 \quad \rightarrow \quad n=\frac{12}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{n=6}$$

Gabarito: LETRA D.

LISTA DE QUESTÕES

Binômio de Newton

1. (IDECAN/IF-PB/2019) No desenvolvimento de $P(x) = (ax^2 - 2bx + c + 1)^2$, obtenha o valor do coeficiente de maior grau sendo $a = 2$, $b = -1$ e $c = 5$.

A) 2
B) 4
C) 8
D) 12
E) 16

2. (CEV URCA/PREF. CRATO/2021) O coeficiente do termo independente de $x > 0$ em $\left(\frac{1+\sqrt[3]{x^4}}{x}\right)^{16}$ é:

A) $\binom{16}{3}$
B) $\binom{16}{7}$
C) $\binom{16}{8}$
D) $\binom{16}{9}$
E) $\binom{16}{12}$

3. (CESPE/PM-AL/2021) Com relação a tópicos de matemática, julgue o item que se segue.

O coeficiente do termo independente no desenvolvimento de $\left(\frac{x-2}{x}\right)^{10}$ é 4032.

4. (CESPE/SEDUC-AL/2021) Com base no Binômio de Newton, julgue o item a seguir.

O coeficiente de x^7 na expansão de $(x^2 + x + 1)^5$ é igual a 35.

5. (IAOCP/PREF. BETIM/2020) Considere que o número de termos do desenvolvimento de um binômio de Newton seja igual a $z + 7$. Então, é correto afirmar que o expoente desse binômio será igual a

A) $z + 2$
B) $z + 4$
C) $z + 6$
D) $z + 8$
E) 8.

6. (DECEx/EsPCEx/2020) Qual o valor de n, no binômio $(x + 3)^n$ para que o coeficiente do 5º termo nas potências decrescentes de x seja igual a 5670?

A) 5
B) 6
C) 7

D) 8
E) 9

7. (IBADE/PREF. JI-PARANÁ/2018) O termo independente de x no desenvolvimento do binômio de Newton $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^9$ é:
A) 72.
B) 78.
C) 80.
D) 84.
E) 92.

8. (UNEB/CBM-BA/2019) A Herança Quantitativa é um caso de interação gênica em que os fenótipos são contínuos e que a variação genética se dá maior ou menor em relação ao número de genes atuantes. Os genes que fazem parte de tal herança são denominados poligenes, sendo que cada um desses contribui com uma parcela do fenótipo em questão. Neste tipo de herança (cor de pele humana, cor do olho humano, altura, peso, cor do cabelo, entre outras), existe um padrão de distribuição que segue ao binômio de Newton: $(p + q)^n$, sendo n o número de poligenes. (GARCIA, 2011). Considere o desenvolvimento binomial $(3x - 2y)^n$, a soma dos coeficientes numéricos dos termos desse desenvolvimento é:
A) 2^n
B) 2
C) -1
D) 1
E) 3^n

9. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Com relação a sistemas lineares e análise combinatória, julgue o item.

Ao se expandir a expressão $\left(x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$, o termo independente de x será positivo e superior a 10.

10. (DECEx/EsFCEx/2019) A expressão $(1 + x^2 + x^3)^9$ pode ser desenvolvida com base em conceitos oriundos do Binômio de Newton. O valor do coeficiente do termo x^8 é
A) 36
B) 84
C) 126
D) 252
E) 378

11. (MARINHA/EFOMM/2019) Assinale a alternativa que apresenta o termo independente de x na expansão binomial $\left(x^2 + \frac{1}{x^6}\right)^8$.
A) 1
B) 8
C) 28
D) 56
E) 70

12. (CONSULPLAN/SEDUC-PA/2018) No desenvolvimento do binômio de *Newton* $\left(x+\frac{1}{x}\right)^{10}$ o termo independente é:

A) 252
B) 456
C) 652
D) 752

13. (IBADE/PREF. JI-PARANÁ/2018) O termo independente de x no desenvolvimento do binômio de Newton $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^9$ é:

A) 72.
B) 78.
C) 80.
D) 84.
E) 92.

14. (IFSUL/IFSUL/2018) O desenvolvimento de

$$\left(\frac{y}{x^2}-\sqrt[3]{x}\right)^{14}$$

possui um termo independente de x e um termo independente de y. O valor do produto desses termos é

A) $91x^4y^2\sqrt[3]{x^2}$
B) $91x^2y\sqrt[3]{x}$
C) $-91x^4y^2\sqrt[3]{x^2}$
D) $-91x^2y\sqrt[3]{x}$

15. (CESPE/SEDF/20) Acerca do binômio de Newton, julgue o item seguinte.

A soma dos coeficientes do polinômio $p(x) = (10x - 11)^{85}$ é um número positivo.

16. (IAOCP/PREF. ANGRA/2015) No desenvolvimento do binômio $(x + 1)^6$, a soma de todos os seus coeficientes é igual a

A) 6.
B) 12.
C) 36.
D) 64.
E) 128.

17. (IFSUL/IFSUL/2014) A soma dos coeficientes numéricos, no desenvolvimento do binômio, $(2x - 3y^2)^8$ é

A) -8.
B) -1.
C) 1.
D) 8.

18. (FGV/CODEBA/2010) No desenvolvimento de $\left(x+\frac{1}{x}\right)^{12}$, segundo potências decrescentes de x, o termo independente ocupa a posição de ordem:

A) 7.
B) 8.
C) 5.
D) 4.
E) 6.

19. (CRS/PM-MG/2010) Qual é o termo em x^7 no desenvolvimento de $\left(\frac{x}{2}-1\right)^{11}$?

A) $165x^7/64$
B) $555x^7/32$
C) $255x^7/128$
D) $165x^7/256$

20. (DECEx/EsFCEx/2010) Para que valores de n o desenvolvimento de $\left(2x^2-\frac{1}{x^3}\right)^n$ possui um termo independente de x?

A) n é múltiplo de 3.
B) n é múltiplo de 4.
C) n é múltiplo de 5.
D) n é múltiplo de 6.
E) n é múltiplo de 7.

21. (BIO-RIO/PREF. BARRA MANSA/2010) O coeficiente do termo relativo a x^3y^{12} da expansão em Binômio de Newton de $(x + y)^{15}$ é:

A) 185
B) 220
C) 250
D) 325
E) 455

22. (FUNCERN/IF-RN/2017) No desenvolvimento do binômio $\left(\frac{1}{b^2}+ab\right)^7$, o valor de a, para que o coeficiente de b^4 seja 28, é

A) $\sqrt[5]{3}$
B) $\sqrt[3]{2}$
C) $\sqrt[6]{2}$
D) $\sqrt[4]{3}$

23. (IBEG/IPREV/2017) No desenvolvimento de $(x + 2)^n x^3$, o coeficiente de x^{n+1} é igual a:

A) n^3+1
B) $n+2$
C) $2n(n-1)$
D) $n^2(n+1)$
E) n^2-3n+2

24. (CONSULPLAN/PREF. CONGONHAS/2010) Qual é o valor de k no desenvolvimento de $\left(x^3+\frac{k}{2x^2}\right)^8$ para que o coeficiente numérico do termo em x^9 seja 56?

A) 2
B) $1/2$
C) 4
D) 6
E) $1/3$

25. (BIO-RIO/PREF. BARRA MANSA/2010 - ADAPTADA) O termo do desenvolvimento em binômio de Newton de $(0,25x^2-2y)^{12}$ em x^6 é:

A) $240x^6y^8$;
B) $-1760x^6y^9$;
C) $-3520x^6y^9$;
D) $1760x^6y^9$;
E) $660x^6y^6$.

26. (PUC-PR/URBS/2009) No desenvolvimento do binômio $(2x+y^2)^4$, o terceiro termo será dado por:

A) $24x^2y^4$
B) $12x^2y^6$
C) $24x^2y^2$
D) $24x^2y^6$
E) $12x^2y^4$

27. (PUC-PR/COPEL/2009) Com relação ao estudo de Binômio de Newton, considere as seguintes afirmativas:

I. $(a+b)^3 = 1.a^3+3.b^2a+3.b.a^2+1.b^3$
II. O coeficiente de x^3 no desenvolvimento de $(2x+3)^5$ é 720.
III. O coeficiente de x^5 no desenvolvimento de $(2x+3)^5$ é 32.
IV. A soma dos coeficientes de $(2x+3)^5$ é 3.125.

São VERDADEIRAS as afirmativas:

A) I e II, apenas.
B) I e III, apenas.
C) Todas as afirmativas.
D) II e IV, apenas.
E) I, II e IV, apenas.

28. (CONSULPLAN/CREFITO 4/2007) O desenvolvimento de $(a+b)^{2n+8}$ tem 21 termos. Qual é o valor de N?

A) 5
B) 4
C) 3
D) 6
E) 7

Gabarito

1. LETRA B
2. LETRA E
3. ERRADO
4. ERRADO
5. LETRA C
6. LETRA D
7. LETRA D
8. LETRA D
9. CERTO
10. LETRA E
11. LETRA C
12. LETRA A
13. LETRA D
14. LETRA A
15. ERRADO
16. LETRA D
17. LETRA C
18. LETRA A
19. LETRA A
20. LETRA C
21. LETRA E
22. LETRA B
23. LETRA C
24. LETRA A
25. LETRA B
26. LETRA A
27. LETRA A
28. LETRA D

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.