02

Analise dos algoritmos de ordenação.

Analisando o intercala

E os outros algoritmos de ordenação que nós já vimos? O quão rápido são eles e o que eles fazem exatamente? É o que iremos descobrir.

O primeiro algoritmo que conhecemos, tentava intercalar os elementos que tínhamos.

O que fazia a função `intercala` ? Vamos analisar o código:

```
private static void intercala(Nota[] notas, int inicial, int miolo, int termino) {
    Nota[] resultado = new Nota(termino - inicial);

    int atual = 0;
    int atual1 = inicial;
    int atual2 = miolo;
    while(atual1 < miolo &&
          atual2 < termino) {
        Nota nota1 = notas[atual1];
        Nota nota2 = notas[atual2];
        if(nota1.getValor() < nota2.getValor()) {
            resultado[atual] = nota1
            atual++;
        } else {
            resultado[atual] = nota2;
            atual2++;
        }
        atual++;
    }

    }
```

Se o *array* tivesse *n* elementos, o `intercala` passava por cada um dos itens. Isto significa que ele fará *n* operações. Talvez, ele não faça todas as operações no trecho do código acima, mas ele terminará no `while` que está logo abaixo desta parte.

```
while(atual1 < miolo &&
          atual2 < termino) {
        Nota nota1 = notas[atual1];
        Nota nota2 = notas[atual2];
        if(nota1.getValor() < nota2.getValor()) {
            resultado[atual] = nota1
            atual++;
        } else {
            resultado[atual] = nota2;
            atual2++;
        }
        atual++;
}
while(atual1 < miolo) {
    resultado[atual] = notas[atual1];
```

```
        atual1++;
        atual++;
    }

    while(atual2 < termino) {
        resultado[atual] = notas[atual2];
        atual2++;
        atual++;
    }
```

Para intercalarmos dois trechos de um *array*, ele precisará fazer *n* operações. Depois, com o `for` faremos mais *n* operações novamente.

```
    for(int contador = 0; contador < atual, contador++) {
        notas[inicial + contador] = resultado[contador];
    }
```

Porém, *2n* não fará diferença na nossa análise. Da maneira como estamos analisando, `2n` , `2n + 17` , `2n - 35` , todos se comportam igualmente a *n*. Por quê? Porque todos crescerão de forma linear no gráfico. Eles não crescerão exponencialmente ou quadraticamente... Ele crescerá linearmente. Para nós, é um fator interessante, considerando que buscamos algoritmos mais rápidos do que o linear.

Então, com o `intercala` teremos que fazer *n* operações. O algoritmo que intercala dois trechos de um *array* é linear.

E o desempenho de merge sort

Sabemos que para intercalar o trecho de um *array*, executaremos uma operação linear. Isto significa que precisaremos realizar *n* operações. A ordenação que fizemos anteriormente usava o `intercala` diversas vezes, ou seja, executava várias vezes a quantidade *n* de operações. Se *n* for um número fixo como três ou quatro vezes, tudo bem. O problema é que não trabalharemos com números fixos. Como funcionará o algoritmo de ordenar neste caso?

```
    private static void ordena(Nota[] notas, int inicial, int termino) {
        int quantidade = termino - inicial;
        if(quantidade > 1) {
            int meio = (inicial + termino) / 2;
            System.out.println(inicial + " " + termino + " " + meio);

        ordena(notas, inicial, meio);
        ordena(notas, meio, termino);
        intercala(notas, inicial, meio, termino);

        }
    }
```

Ele separava metade do *array*, ordenava um trecho e depois, intercalava todos os elementos. Ou seja, ele dividia por 2, depois, dividia por 2 novamente e seguia repetindo a divisão várias vezes. Em cada uma delas, ele intercalava. Quantas vezes ele executará a divisão por 2, até chegar a quantidade de um elemento?

Da mesma forma que na busca binária nós repetimos diversas vezes a divisão por 2, nós queremos descobrir qual a potência de 2 que resultará no número total de elementos. Nós já conhecemos este algoritmo! Assim como na busca binária, nós repetiremos o processo de divisão até restar um elemento. Quantas vezes precisaremos repetir a operação? A resposta é: ***log* do número, na *base 2***.

Se utilizarmos o `ordena` , ele irá executar o `intercala` diversas vezes, o que será a quantidade de *n* operações. Então, nosso algoritmo será *n* multiplicado pelo número de vezes que a operação será executada (*log n*). Ou seja, ele será *n log n*. Em seguida, iremos compará-lo com os outros algoritmos de ordenação que conhecemos.

Como funciona o algoritmo *n log n*? Ele quebra o *array* e intercala as partes menores. Assim, temos um algoritmo que executa *n log n*.

Comparando o Merge Sort com outros sorts

Veremos a comparação do algoritmo do tipo *Selection sort* e *Insertion sort* que são quadráticos, ou seja, são **n^2** (*n* multiplicado por ele mesmo).

Elementos	n^2	log n
1	1	0
2	4	1
4	16	2
8	64	3
16	256	4
32	1024	5
64	4096	6
128	16384	7
256	65536	8
512	262144	9
1024	1048576	10
2048	4194304	11
4096	16777216	12
8192	67108864	13

Nós iremos comparar o número de operações de um **quadrático** com um algoritmo que é **n * log n**.

Elementos	n^2	n * log n
1	1	0
2	4	2
4	16	8
8	64	24
16	256	64
32	1024	160
64	4096	384
128	16384	896
256	65536	2048
512	262144	4608
1024	1048576	10240
2048	4194304	22528
4096	16777216	49152
8192	67108864	106496

O *sort* novo divide e mergeia (intercala). Se observarmos a tabela, com 64 elementos, a ordenação **quadrática** fará 4096 operações, enquanto, a ordenação **n * log n** fará 384.

Elementos	n^2	n * log n
1	1	0
2	4	2
4	16	8
8	64	24
16	256	64
32	1024	160
64	4096	384

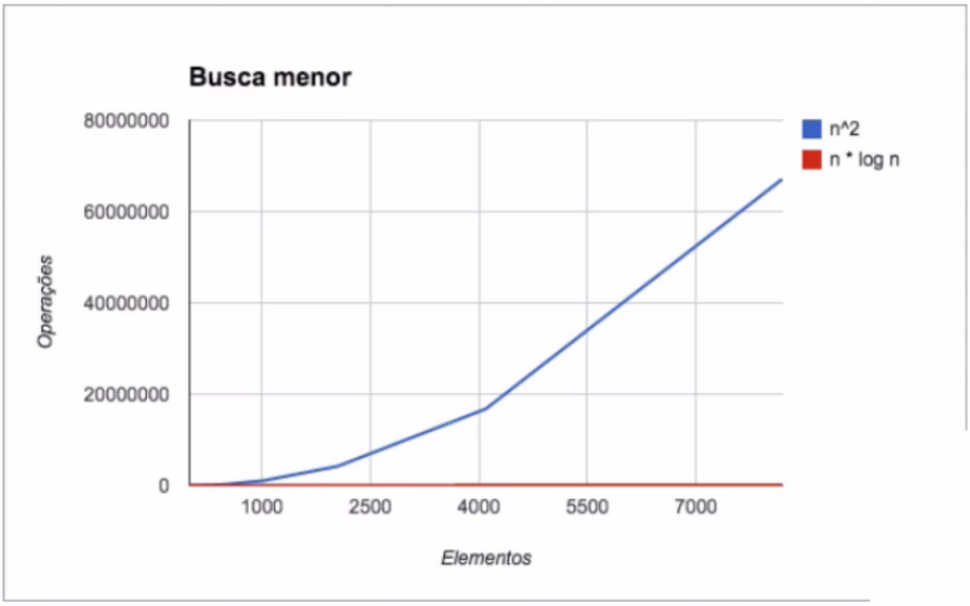
Talvez, uma operação dez vezes mais rápida não pareça o suficiente boa. Mas se compararmos os algoritmos utilizados em um *array* com 8.192 de elementos, o **quadrático** fará 67.108.864 operações para ordenar o *Selection Sort* e o *Insertion Sort*. Não parece um desempenho bom.

A	B	C
Elementos	n^2	n * log n
1	1	0
2	4	2
4	16	8
8	64	24
16	256	64
32	1024	160
64	4096	384
128	16384	896
256	65536	2048
512	262144	4608
1024	1048576	10240
2048	4194304	22528
4096	16777216	49152
8192	67108864	106496

Se tivéssemos um baralho com 8192 cartas e precisássemos ordená-las, o que faríamos? Dividiríamos o monte com outras pessoas, porque o número de operações que faríamos seria muito menor. Nós iríamos dividir e intercalar. Por exemplo, para a mesma quantidade de elementos, com o algoritmo novo faríamos 106.496 operação. Uma diferença grande na quantidade de operações.

Elementos	n^2	n * log n
1	1	0
2	4	2
4	16	8
8	64	24
16	256	64
32	1024	160
64	4096	384
128	16384	896
256	65536	2048
512	262144	4608
1024	1048576	10240
2048	4194304	22528
4096	16777216	49152
8192	67108864	106496

Podemos ver no gráfico, a diferença de crescimento dos algoritmos.

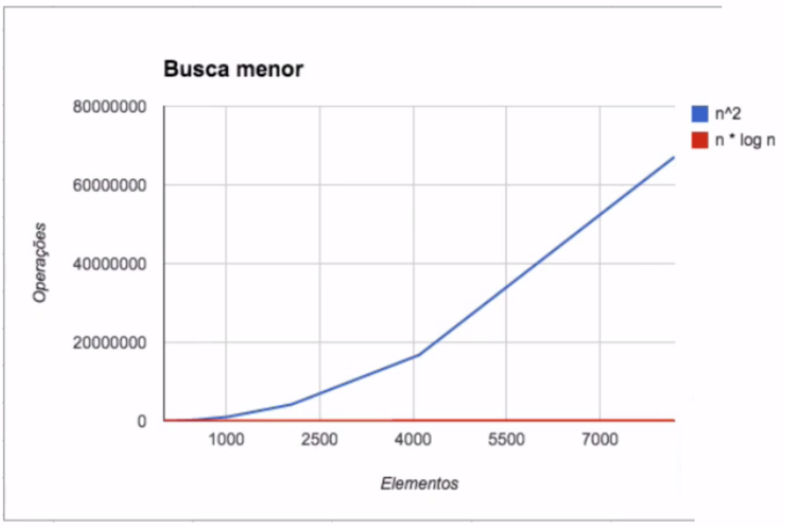


Desejo boa sorte para quem quiser ordenar um *array* com um algoritmo quadrático.

Analisando o *Particiona*

Nós vimos que o algoritmo novo de ordenação é **n * log n**, que primeiro divide e depois intercala. Como ele é baseado em **intercalar** os elementos, o nome do algoritmo será relacionado com fundir dois trechos intercalando: ***Merge Sort***.

Elementos	n^2	n * log n
1	1	0
2	4	2
4	16	8
8	64	24
16	256	64
32	1024	160
64	4096	384
128	16384	896
256	65536	2048
512	262144	4608
1024	1048576	10240
2048	4194304	22528
4096	16777216	49152
8192	67108864	106496



Trabalhar com *merge sort* é mais rápido do que com o *Selection Sort* ou *Insertion Sort*. Quando trabalhamos com uma quantidade pequena de elementos, não fará muita diferença para o computador.

Elementos	n^2	n * log n
1	1	0
2	4	2
4	16	8
8	64	24

De 64 para 24 operações, a diferença é irrelevante. Mesmo que um algoritmo seja dez vezes mais lento para 64 elementos, a diferença também é irrelevante.

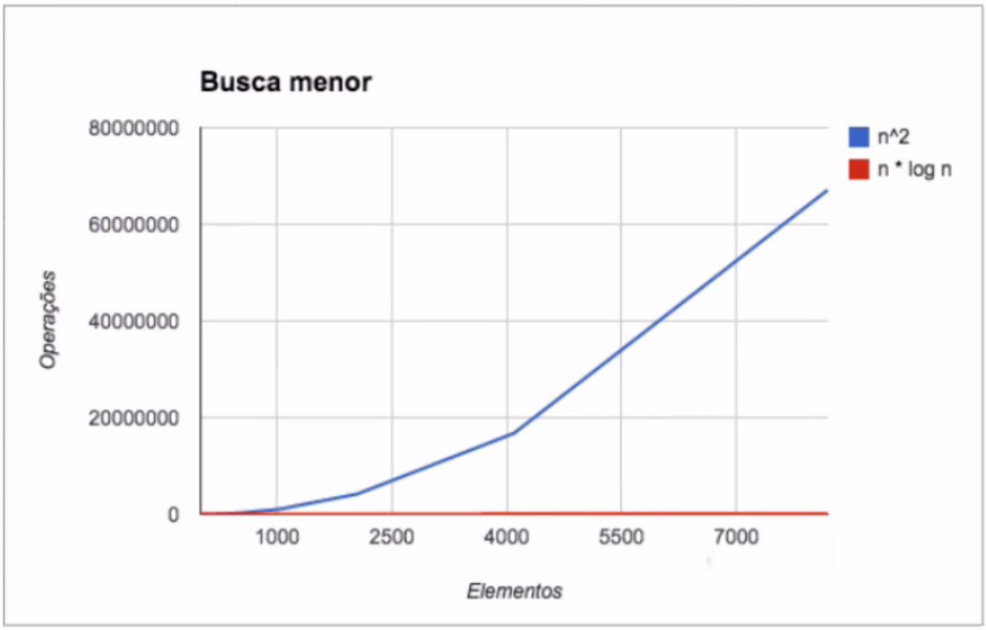
Elementos	n^2	n * log n
1	1	0
2	4	2
4	16	8
8	64	24
16	256	64
32	1024	160
64	4096	384

No cotidiano, se você tiver que fazer 4 mil ou 400 operações, o computador executará em um piscar de olhos. Porém, se aumentamos significantemente o número de elementos, você terá dificuldades em conseguir executar todas.

Se aumenta o número de usuários acessando a mesma máquina simultaneamente, compartilhando o mesmo processador, não iremos conseguir. Poderíamos usar uma ordenação quadrática para um número baixo de elementos. No entanto, com um número de elementos elevado, a diferença será grotesca.

Elementos	n^2	n * log n
1	1	0
2	4	2
4	16	8
8	64	24
16	256	64
32	1024	160
64	4096	384

Se aumentarmos o número de pessoas querendo acessar simultaneamente o processador, iremos sobrecarregá-lo. A ordem de grandeza de um algoritmo irá influenciar bastante na rapidez. Quanto maior for o número de elementos, maior será a distancia das linhas no gráfico.



A análise que fazemos considera o número de *sorts* no *Selection Sort* e no *Merge Sort*, verificando o crescimento a longo prazo. A linha azul cresce quadráticamente e ficará inviável. A linha vermelha do *Merge Sort* crescerá **n * log n**.

Da mesma maneira que analisamos o algoritmo do `Merge Sort`, vamos analisar também o outro algoritmo de ordenação que implementamos. Iremos analisar sem nos focarmos no "melhor" ou o "pior" caso, mas como o algoritmo cresce em geral.

Nós fizemos uma função da classe `TestaPivota`, que pivotava. Como ela funcionava?

```
private static int particiona(Nota[] notas, int inicial, int termino) {
    int menoresEncontrados = 0;

    Nota pivo = notas[termino - 1];
    for(int analisando = 0; analisando < termino - 1; analisando++) {
        Nota atual = notas[analisando];
        if(atual.getValor() <= pivo.getValor()) {
            troca(notas, analisando, menoresEncontrados);
            menoresEncontrados++;
        }
    }
    troca(notas, termino -1, menoresEncontrados);
    return menoresEncontrados;
}
```

Ele primeiro executava um `for` que passava por todos os elementos entre o `inicio` e o `termino`.

```
for(int analisando = 0; analisando < termino - 1; analisando++) {
        Nota atual = notas[analisando];
        if(atual.getValor() <= pivo.getValor()) {
            troca(notas, analisando, menoresEncontrados);
            menoresEncontrados++;
        }
    }
```

Isto significa que o nosso `for` realiza quantas operações? A resposta é ***n***. Poderia ser também *2n*, *5n*, *5n* - 3, porém, nós estamos interessados na grandeza, na maneira como o algoritmo cresce. Neste caso, ele irá crescer de forma **linear**.

Para nós particionarmos o *array* com o pivô, a quantidade de operações realizadas crescerá de acordo com o número de elementos analisados. Se temos dez elementos, teremos que passar por cada um deles para encontrar a posição correta do pivô. O mesmo acontecerá se tivermos vinte elementos: igualmente teremos que passar por todos os itens, antes de descobrirmos a posição do pivô. Isto acontece, porque teremos que identificar todos os elementos menores do que o pivô. Então, passamos pelo *array* inteiro, do `início` ao `término` do trecho analisado... Logo, o `particiona` crescerá de acordo com o número de elementos. Ele é linear.

Desempenho do sort rápido

Depois de entender como cresce o particiona, veremos a ordenação baseada nesta função: o `TestaOrdenacaoRapida` .

O `TestaOrdenacaoRapida` chama o método `ordena` .

```
private static void ordena(Nota[] notas, int de, int ate) {
    int elementos = ate - de;
    if(elementos > 1) {
        int posicaoDoPivo = particiona(notas, de, ate);
        ordena(notas, de, posicaoDoPivo);
        ordena(notas, posicaoDoPivo + 1, ate);
```

O que ele fazia? Ele primeiro particionava o *array* inteiro, ou seja, é linear e realizava *n* operações. Logo, ele chamava o próprio algoritmo para uma das metades, depois, para outra. Cada vez que ele chamava o algoritmo, ele também executava o `particiona` . Ou seja, é o linear (*n*) multiplicado pelo número de vezes que chamamos o `ordena` . E quantas vezes chamamos o `ordena` ? Como calculamos o número de repetições do processo em que dividimos o *array* em dois trechos e selecionamos apenas uma parte? Nós já vimos um cálculo parecido anteriormente, duas vezes. O que podemos imaginar é que o número de operações da ordenação irá crescer de acordo que realizarmos *n* operações - devido ao `particiona` - multiplicado pela quantidade de vezes que chamamos o `ordena` (*log n*). Este algoritmo crescerá como um *Merge Sort*, também será **n * log(n)**, ou seja, $\Theta(n \log(n))$.

Comparando o sort rápido com o Merge Sort

Vamos comparar o nosso *Merge Sort* com a implementação de ordenação baseada no `particiona` , em posicionamos o pivô e particionamos. Um deles é o **n * log n** (o *Merge Sort*) .

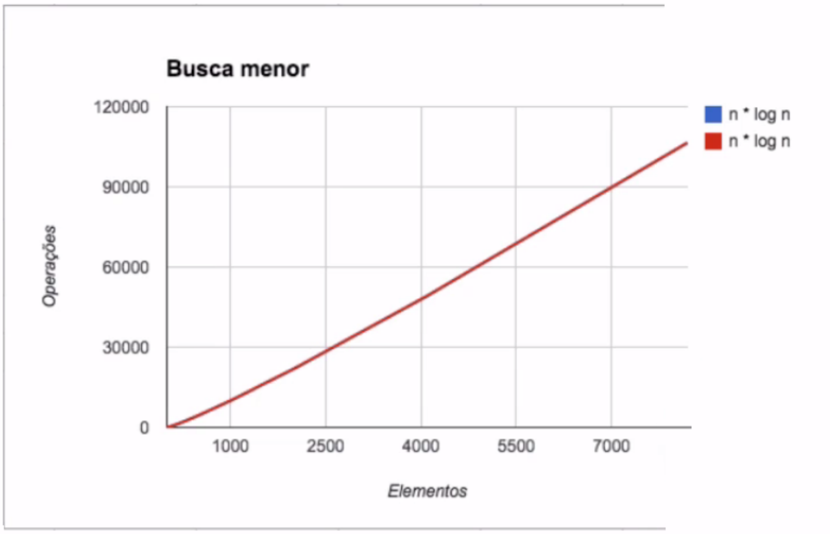
Elementos	n^2	n * log n
1	1	0
2	4	2
4	16	8
8	64	24
16	256	64
32	1024	160
64	4096	384
128	16384	896
256	65536	2048
512	262144	4608
1024	1048576	10240
2048	4194304	22528
4096	16777216	49152
8192	67108864	106496

O outro a algoritmo será **n * log n**, que será o nosso *sort* novo.

Elementos	n * log n	n * log n
1	0	0
2	2	2
4	8	8
8	24	24
16	64	64
32	160	160
64	384	384
128	896	896
256	2048	2048
512	4608	4608
1024	10240	10240
2048	22528	22528
4096	49152	49152
8192	106496	106496

Então, um algoritmo crescerá **n * log n** e o outro crescerá **n * log n**.

Elementos	n * log n	n * log n
1	0	0
2	2	2
4	8	8
8	24	24
16	64	64
32	160	160
64	384	384
128	896	896
256	2048	2048
512	4608	4608
1024	10240	10240
2048	22528	22528
4096	49152	49152
8192	106496	106496

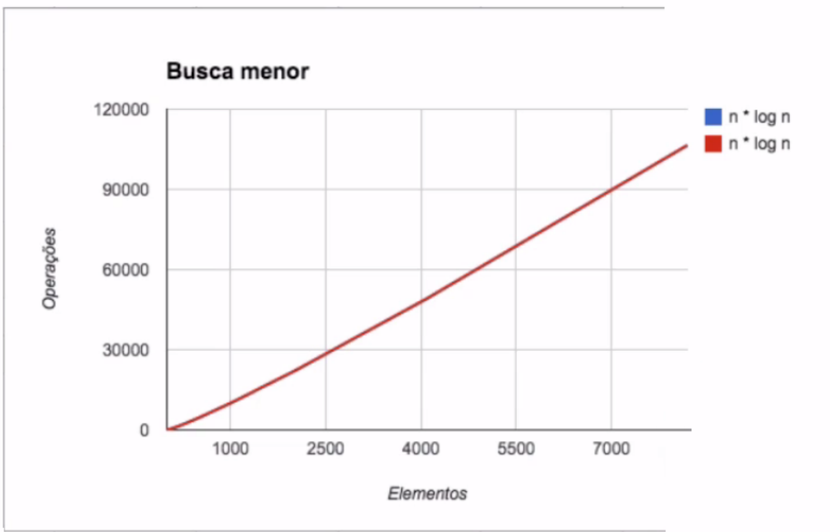


Vamos comparar os dois algoritmos no gráfico. As linhas de ambos estão emparelhadas. Os dois crescem da mesma maneira! Como poderemos comparar o *Merge Sort* e o novo algoritmo, se eles crescem da mesma maneira?

Quicksort

Temos dois algoritmos de ordenação novos: o *Merge Sort* e o novo *Sort*. Os dois crescem de maneira *n log(n)*. Queremos descobrir qual é o melhor para ser usado...

Elementos	n * log n	n * log n
1	0	0
2	2	2
4	8	8
8	24	24
16	64	64
32	160	160
64	384	384
128	896	896
256	2048	2048
512	4608	4608
1024	10240	10240
2048	22528	22528
4096	49152	49152
8192	106496	106496

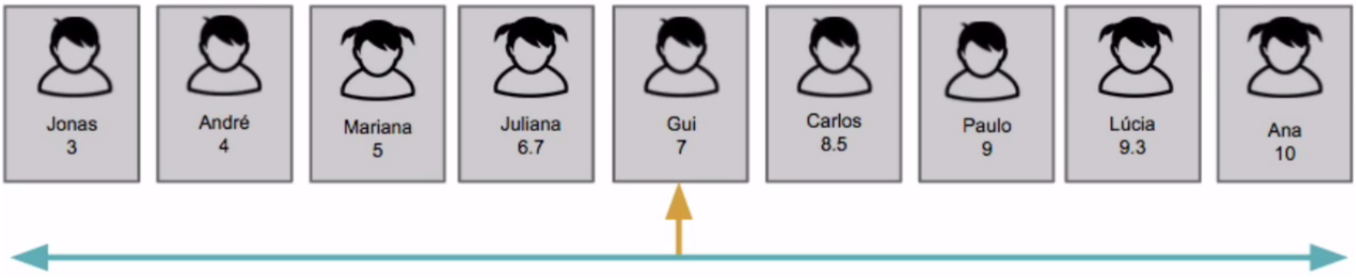


Na prática, costumamos comparara quantas operações os algoritmos fazem em média. Porém, como eles crescem da mesma maneira, teremos que analisar outros detalhes, por exemplo, quantas trocas eles fazem? Então, ele é *2(n log(n)* ou *3(n log(n)*? Ele é 2(n log(n) + 5) ou 2(n log(n) + 17)? Em média, trabalhando com dados reais, o que acontecerá com o *Merge Sort* e o novo *sort*? Quais dos dois irá terá um melhor comportamento? Este é o tipo de análise feita nesta situação, pelos cientistas da computação.

A resposta dos especialistas é que, em média, o novo algoritmo é mais rápido do que o algoritmo de intercalação, o *Merge Sort*. O novo algoritmo mais rápido de ordenação nós chamamos de ***Quicksort***. Ele usa o pivô para particionar e ordenar. Na prática, ele executa um número menor de operações do que o *Merge Sort* - ainda que ambos cresçam de forma parecida.

Parabéns

Conhecemos diversos algoritmos em que trabalhávamos com uma quantidade de elementos dentro do *array*, depois a dividíamos em partes menores, e depois atacá-las separadamente.



Por exemplo, com o ***Merge Sort***, nós chamamos o algoritmo para um trecho, e depois, par ao outro. No ***Quicksort*** igualmente, chamávamos o algoritmo para um trecho e em seguida, para o outro. No **busca binária** o que fazíamos? Chamávamos o algoritmo para uma parte, depois, para a outra. Mas a base do que estamos fazendo é: nós dividimos um problema e depois, juntamos as partes e assim teremos um resultado final. No fim do *Quicksort*, como resultado nós tínhamos o *array* ordenado. No *Merge Sort*, nós intercalávamos os dois trechos separados. No *busca binária*, separávamos o resultado do lado em que continuávamos buscando. Ou seja, nós sempre dividimos o nosso problema e depois, juntávamos o resultado das divisões. Assim, chegávamos a um resultado final. Este tipo de solução ou técnica é chamada de **divisão e conquista**. Se não conseguimos conquistar diretamente o problema, porque tornará a conquista demorada (como o *Selection Sort* e o *Insertion Sort*). Então, o que fazemos é dividir o problema em partes. A estratégia pode ser melhor como foi nos três casos, em que dividimos e conquistamos. Com isto, nós criamos algoritmos que são **logarítmicos** - *n log(n)* ou *log n* - que se saíram melhor do que os anteriores.

No mundo real, sempre iremos questionar qual algoritmo vale a pena implementar, quando ele ainda não foi implementado. Mas a base do nosso curso é compreender que existem diversos algoritmos para resolver os mesmo tipos de problemas, em cada situação cada um será o mais apropriado para ser usado. Alguns funcionarão melhor em determinadas situações e outros funcionarão em qualquer situação. Uns podem ser mais lentos, outros mais rápidos, alguns consumirão mais ou menos memória. Todos estes algoritmos são usados para resolver problemas computacionais, como por exemplo:

> Quero ordenar.
>
> Quem é o menor? Quem é o maior?
>
> Quero saber se um elemento está dentro da lista.
>
> Em qual posição um determinado elemento ficou?

Problemas como estes, podemos resolver usando diversos tipos de algoritmos. Nestes primeiros cursos , nós analisamos e entendemos para que servem os algoritmos e como podemos compará-los. A partir de agora, quando conhecermos novos algoritmos, sempre poderemos observar se eles são lentos ou rápidos, se são apropriados para uma situação ou se são complicados de serem aplicados em outra.