Aula 11

Banco do Brasil - Matemática - 2023 (Pós-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

04 de Janeiro de 2023

Índice

CONCEITO

O termo "porcento" é derivado do latim *per centum*, que significa "por cem" ou "às centenas". Porcentagem, então, representa uma razão em que o denominador é igual a cem (100).

TOME NOTA!

Porcentagem representa **uma razão** em que o denominador é **igual a $\mathbf{100}$**

Então, k% será igual a:

$$k\% = \frac{k}{100}$$

Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1:

$$15\% = \frac{15}{100} = 0{,}15$$

Exemplo 2:

$$36{,}3\% = \frac{36{,}3}{100} = 0{,}363$$

Exemplo 3:

$$100\% = \frac{100}{100} = 1$$

Exemplo 4:

$$235\% = \frac{235}{100} = 2{,}35$$

Veja que **nada impede que uma porcentagem tenha um resultado numérico maior que 1**.

Observe, nos exemplos acima, que podemos representar a Porcentagem em 3 tipologias diferentes. Veremos abaixo cada uma delas.

FORMAS DE REPRESENTAÇÃO

Iremos tomar como base o primeiro exemplo (15%) e analisar as formas em que podemos representá-lo.

Forma Percentual

É apresentada com o **símbolo** representativo da operação ($\%$).

$$15\%$$

Forma Fracionária

Nesta forma, iremos aprensentar a porcentagem através de uma **fração com denonimador 100**.

$$\frac{15}{100}$$

Forma Unitária

Representada por **números decimais**.

$$0{,}15$$

Perceba que a forma unitária nada mais é que **o resultado matemático da divisão da forma fracionária**. 15 divididos por 100, na forma unitária, é igual a 0,15.

Então, para passar da forma fracionária para a forma unitária, dividimos por 100, ou, em uma linguagem decimal, "andamos" duas casas para a esquerda.

Cálculo da Porcentagem de um Número

Para calcular a **Porcentagem de um valor**, multiplicamos a razão centesimal correspondente à Porcentagem por este valor. Vejamos alguns exemplos:

EXEMPLIFICANDO

Exemplo 1: 15% de 600.

$$\frac{15}{100} \times 600 = \frac{9.000}{100} = 90$$

Uma palavra muito importante que deve ser observada quando se resolve problemas envolvendo Porcentagem é a preposição "**de**". Isso porque, via de regra, esse termo nos indica uma **multiplicação**.

FIQUE ATENTO!

"de" → multiplicação

Então, 15% de 600, como vimos acima, é igual a fração $15/100$ vezes 600.

Poderíamos resolver também, multiplicando diretamente a Porcentagem na forma unitária vezes o número.

$$0{,}15 \times 600 = 90$$

TOME NOTA!

Esta forma de resolução é mais utilizada na **Matemática Financeira**, pois nesta, a Taxa de Juros é inserida nas fórmulas na forma unitária. Todavia, em nada muda o resultado, uma vez que, como vimos, a forma unitária nada mais é que o resultado matemático da divisão da forma fracionária. 15 divididos por 100, na forma unitária, é igual a 0,15.

Exemplo 2: 18,5% de 300

$$\frac{18{,}5}{1\cancel{00}} \times 3\cancel{00} = 55{,}5$$

Observe que simplificamos a fração e aceleramos os cálculos, assim como você fará na sua prova.

Exemplo 3: 252% de 75

$$\frac{252}{\cancelto{4}{100}} \times \cancelto{3}{75} = \frac{252 \times 3}{4} = \frac{756}{4} = 189$$

Vejamos algumas **questões de concursos** para praticarmos o cálculo da Porcentagem de um número.

Antes de iniciarmos as questões, esclareceremos um ponto.

Dificilmente, uma questão será direta perguntando o valor de uma porcentagem. A maioria das questões vai trazer o conceito de porcentagem dentro da solução dos problemas.

Vamos, nas questões abaixo, resolver algumas questões que trazem **não só o uso da porcentagem, mas também uma ideia por trás da resolução**. As questões irão aumentar de nível uma a uma e vamos comentar o passo a passo de cada para que você possa entender perfeitamente a mecânica de resolução.

(Pref. Novo Hamburgo - 2020 - Adaptada) É correto afirmar que:

a) 0,89% de 400 é igual a 356.
b) 1.700% de 18 é igual a 30.600.
c) 0,018 é igual a 12% de 0,15.
d) 95 é igual a 17% de 500.

Comentários:

Vamos resolver item a item. Questão bem interessante para gente treinar bem o conceito de porcentagem.

a) *0,89% de 400 é igual a 356.*

Observe que, apesar de estar com vírgulas (casas decimais), o valor nos é fornecido na forma percentual.

Então, o valor da letra a será igual a:

$$a = 0{,}89\% \times 400$$

$$a = \frac{0{,}89}{1\cancel{00}} \times 4\cancel{00}$$

$$a = 0{,}89 \times 4 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{a = 3{,}56}}$$

Nesse ponto que deve residir nossa atenção. Vejamos o resultado que ocorreria caso inseríssemos na fórmula a representação percentual.

$$a = 0{,}89 \times 400 \quad \rightarrow \quad \xcancel{a = 356}$$

E assim, marcaríamos a letra a como gabarito, pois o resultado teria batido. Mas isto está **ERRADO**.

Friso, mais uma vez, que quando trabalhamos com porcentagem e/ou taxa, inserimos estes valores na forma fracionária (ou na forma unitária).

ITEM ERRADO

b) *1.700% de 18 é igual a 30.600.*

$$b = 1.700\% \times 18$$

$$b = 17 \times 18 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{b = 306}}$$

Observe que esta passagem (da linha 1 para a linha 2) é feita automaticamente pela sua cabeça. Na hora da prova, você não vai nem escrever a primeira linha. Sua cabeça vai pensar no modo automático que 1.700% é igual a 17 e vai inserir diretamente este valor na fórmula. Foi muito rápido? Vejamos o passo a passo.

$$b = 1.700\% \times 18$$

$$b = \frac{1.7\cancel{00}}{1\cancel{00}} \times 18$$

$$b = 17 \times 18 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{b = 306}}$$

ITEM ERRADO

c) *0,018 é igual a 12% de 0,15.*

$$c = 12\% \times 0{,}15$$

$$c = \frac{12}{100} \times \frac{15}{100}$$

$$c = \frac{18\cancel{0}}{10.00\cancel{0}} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{c = 0,018}$$

ITEM CERTO

d) *95 é igual a 17% de 500.*

$$d = \frac{17}{1\cancel{00}} \times 5\cancel{00} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{d = 85}}$$

ITEM ERRADO

Gabarito: Alternativa **C**

(Pref. de Porto de Moz / 2019) O Banco Popular paga uma taxa de juros de 0,38% ao mês para depósitos nas suas cadernetas de poupança. Marcelo tem uma caderneta de poupança no Banco Popular com um saldo R$ 1.000,00 reais. Qual o valor de juros que foi creditado na sua conta de poupança no final de um mês?

a) R$ 38,00
b) R$ 380,00
c) R$ 0,38
d) R$ 3,80
e) R$ 4,20

Comentários:

Ao final de um mês será creditado 0,38% de 1.000 reais.

Perceba que, apesar de estar com vírgulas (casas decimais), o valor nos é fornecido na forma percentual. A banca forneceu uma porcentagem com casas decimais justamente para tentar confundir o candidato.

Então, será creditado o valor igual a:

$$creditado = \frac{0{,}38}{1\cancel{00}} \times 1.0\cancel{00}$$

$$creditado = 0{,}38 \times 10 \quad \rightarrow \boldsymbol{creditado = 3{,}8}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(Pref. Curuá / 2020) A mensalidade de um curso de idiomas custa R$ 250,00. Contudo, caso haja atraso no pagamento, é cobrada uma multa de 2% sobre o valor da mensalidade, acrescida de juros no valor de 0,5% do valor da mensalidade, por dia de atraso. Se uma pessoa fizer o pagamento com dez dias de atraso, deverá pagar o valor de

a) R$ 251,00
b) R$ 255,00
c) R$ 262,50
d) R$ 267,50

Comentários:

Se uma pessoa fizer o pagamento com dez dias de atraso, ela pagará a mensalidade mais a multa mais os Juros.

$$pgto = mensalidade + multa + juros$$

- **Multa**

É cobrada uma multa de **2% sobre o valor da mensalidade** de R$ 250.

$$multa = \frac{2}{10\cancel{0}} \times 25\cancel{0}$$

$$multa = \frac{5\cancel{0}}{1\cancel{0}} \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{multa = 5}}$$

- **Juros**

Juros no valor de **0,5% do valor da mensalidade, por dia de atraso (10 dias).**

$$Juros = \frac{0{,}5}{1\cancel{00}} \times 1\cancel{0} \times 25\cancel{0}$$

$$Juros = 0{,}5 \times 25 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{Juros = 12{,}5}}$$

Logo, o pagamento será igual a:

$$pgto = mensalidade + multa + juros$$

$$pgto = 250 + 5 + 12{,}5 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{pgto = 267{,}5}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(Pref. Nova Itaberaba - 2021) Em certo evento, havia um público de 1.600 pessoas. Sabendo-se que 40% são homens e que 35% das mulheres presentes são casadas, ao todo, quantas mulheres casadas estão presentes nesse evento?

a) 416
b) 336
c) 284
d) 224
e) 358

Comentários:

Em certo evento, havia um público de 1.600 pessoas. Sabe-se que **40% são homens**. Ou seja, **60% do público de 1.600 pessoas são mulheres**.

Sendo assim, o quantitativo de mulheres é igual a:

$$m = \frac{60}{1\cancel{00}} \times 1.6\cancel{00} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{m = 960}}$$

35% das mulheres presentes são casadas.

Observe que o enunciado nos informa que **35% das mulheres são casadas** e não 35% do total. Atenção máxima ao comando da questão.

Calculamos que havia 960 mulheres presentes. Logo, o número de mulheres casadas ($m_{casadas}$) é igual a:

$$m_{casadas} = \frac{35}{100} \times m$$

$$m_{casadas} = \frac{35}{10\cancel{0}} \times 96\cancel{0}$$

$$m_{casadas} = \frac{3.360}{10} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{m_{casadas} = 336}$$

Gabarito: Alternativa **B**

(CRECI RN - 2021) Uma mulher adquiriu um imóvel comercial por 400 mil reais, gastou 160 mil reais com reforma do prédio e o vendeu por 750 mil. Depois da venda, ela deverá calcular seu lucro deduzindo, do preço da venda, o preço de aquisição, o valor da reforma e a corretagem de 5% sobre o valor da venda.

Supondo que ela deve pagar 15% de imposto de renda sobre o lucro obtido na venda do imóvel, o valor do imposto devido é superior a R$ 22,5 mil.

Comentários:

O lucro da operação, segundo o enunciado, será igual ao **preço da venda** deduzidos: o preço de aquisição, o valor da reforma e a corretagem de 5% sobre o valor da venda.

$$lucro = \$_{Venda} - \$_{aquisição} - \$_{reforma} - corretagem$$

A mulher adquiriu um imóvel por 400 mil reais ($\$_{aquisição}$), gastou 160 mil reais com reforma ($\$_{reforma}$) do prédio e o vendeu por 750 mil ($\$_{Venda}$). Já a corretagem é igual a 5% sobre o valor da venda. Vamos substituir os valores na fórmula acima e calcular o lucro.

$$lucro = \$_{Venda} - \$_{aquisição} - \$_{reforma} - corretagem$$

$$lucro = 750 - 400 - 160 - \frac{5}{100} \times 750$$

$$lucro = 750 - 400 - 160 - 37{,}5 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{lucro = 152{,}5\ mil}}$$

A vendedora deve pagar **15% de imposto de renda IR sobre o lucro obtido** na venda do imóvel. Logo,

$$IR = \frac{15}{100} \times 152{,}5 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{IR = 22{,}875\ mil}$$

Ou seja, o valor do imposto devido é **SUPERIOR** a R$ 22,5 mil.

Gabarito: **CERTO**

(TJ SP - 2019) Após as filmagens, o tempo de duração de um filme era de 2 horas e 50 minutos. Os produtores queriam diminuir esse tempo em 20%, e o diretor achava que precisava aumentar esse tempo em 10%. A diferença de tempo da duração total do filme entre essas duas pretensões é de

a) 30 minutos
b) 58 minutos
c) 45 minutos
d) 63 minutos
e) 51 minutos

Comentários:

Observe que todas as alternativas estão com a dimensão do tempo em "minutos". Então, o primeiro passo vai ser converter o tempo de horas e minutos para apenas minutos.

$$t = 2\ horas\ e\ 50\ minutos$$

Em 1h há 60 minutos. Logo, o tempo em minutos será igual a:

$$t = 2 \times 60 + 50$$

$$t = 120 + 50 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{t = 170\ minutos}}$$

Os produtores queriam diminuir esse tempo em 20%.

$$t_{produtores} = 170 - \frac{2\cancel{0}}{10\cancel{0}} \times 17\cancel{0}$$

$$t_{produtores} = 170 - 34 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{t_{produtores} = 136\ minutos}}$$

O diretor achava que precisava aumentar esse tempo em 10%.

$$t_{diretor} = 170 + \frac{1\cancel{0}}{10\cancel{0}} \times 17\cancel{0}$$

$$t_{diretor} = 170 + 17 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{t_{diretor} = 187\ minutos}}$$

Logo, a diferença de tempo da duração total do filme entre essas duas pretensões é de:

$$d = t_{diretor} - t_{produtores}$$

$$d = 187 - 136 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{d = 51\ minutos}$$

Observe que poderíamos fazer direto esta diferença. Perceba que os produtores queriam diminuir o tempo em 20% e o diretor aumentar em 10%. Logo, a diferença seria de 30%, correto?

Sendo assim, a diferença calculada diretamente seria:

$$d = 30\%\ de\ t$$

$$d = \frac{30}{100} \times t$$

$$d = \frac{3\cancel{0}}{10\cancel{0}} \times 17\cancel{0} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{d = 51\ minutos}$$

Gabarito: Alternativa **E**

(PGE PE - 2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

Pedro aplicou 25% de suas reservas em um investimento financeiro e ainda sobraram R$ 3.240. Nessa situação, antes da aplicação, as reservas de Pedro somavam R$ 4.320.

Comentários:

Não sabemos qual o valor das reservas de Pedro. Vamos chamar este valor de $\boldsymbol{x}$.

Pedro aplicou 25% de suas reservas (x) em um investimento e ainda sobraram R$ 3.240. Matematicamente temos a seguinte equação:

$$x - \frac{25}{100} \times x = 3.240$$

Ou seja, **Pedro tinha uma reserva de $\boldsymbol{x}$, aplicou 25% de $\boldsymbol{x}$, ou seja, subtraiu-se 25%, e ficou com 3.240**. Vamos resolver a equação e calcular o valor de x.

$$x - \frac{x}{4} = 3.240$$

Multiplicando toda a equação por 4:

$$x - \frac{x}{4} = 3.240 \qquad (\times 4)$$

$$4x - x = 12.960$$

$$3x = 12.960$$

$$x = \frac{12.960}{3} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 4.320}$$

Ou seja, nessa situação, antes da aplicação, as reservas de Pedro somavam R$ 4.320.

Gabarito: **CERTO**

(PGE PE - 2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

O casal Rafael e Joana investe R$ 2.000 todos os meses. Joana investe 50% a mais que Rafael e o valor investido por cada um corresponde a 25% dos seus respectivos salários líquidos. Nessa situação, o salário líquido de Rafael é de R$ 3.200.

Comentários:

O casal Rafael e Joana investe R$ 2.000 todos os meses e Joana investe 50% a mais que Rafael. Não sabemos quanto cada um investe, certo?

Vamos chamar o valor que Rafael investe de $\boldsymbol{r}$ e a quantia que Joana investe de $\boldsymbol{j}$.

Joana investe 50% a mais que Rafael. Logo, Joana investe a quantia igual a:

$$j = r + \frac{50}{100} \times r$$

$$j = r + 0{,}5r \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{j = 1,5r}}$$

Rafael e Joana investem R$ 2.000. Então,

$$r + j = 2.000$$

Calculamos acima, o valor de j em função de r. Vamos substituir nesta equação e encontrar o valor investido por Rafael.

$$r + j = 2.000$$

$$r + 1{,}5r = 2.000$$

$$2{,}5r = 2.000$$

$$r = \frac{2.000}{2{,}5} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{r = 800}}$$

Então, Rafael investe o valor de R$ 800. O enunciado nos informa que cada um investe o valor correspondente a 25% do respectivo salário.

Sendo assim, **25% do salário de Rafael (o que foi investido) será igual a R$ 800**.

$$\frac{25}{100} \times S_r = 800$$

$$\frac{1}{4} \times S_r = 800$$

$$S_r = 800 \times 4 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{S_r = 3.200}$$

Você pode também começar a **questão de trás para frente**, isto é, partindo do salário líquido fornecido pelo enunciado e constatar se a soma dos investimentos será igual a R$2.000.

Supondo que o salário de Rafael seja igual a R$ 3.200. Ele investe 25% deste valor.

$$r = \frac{25}{100} \times 3.200 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{r = 800}}$$

Joana investe 50% a mais que Rafael.

$$j = r + \frac{50}{100} \times r$$

$$j = 800 + \frac{50}{100} \times 800$$

$$j = 800 + 400 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{j = 1.200}}$$

Logo, os 2 juntos investem um total de:

$$total = r + j$$

$$total = 800 + 1.200 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{total = 2.000}$$

Logo, constatamos que a soma dos investimentos é igual ao valor fornecido no enunciado.

Gabarito: **CERTO**

TRANSFORMAÇÃO DE UMA FRAÇÃO ORDINÁRIA EM TAXA PERCENTUAL

Para transformar uma fração em uma Taxa Percentual, **multiplicamos esta fração por 100** e assim, encontramos o resultado na **forma percentual**.

Exemplo 1: $4/5$ em termos percentuais será igual a:

$$\frac{4}{5}$$

Multiplicando a fração por 100.

$$\frac{4}{5} \times 100 = \frac{400}{5} = 80$$

Ou seja,

$$\frac{4}{5} = 80\%$$

Poderíamos também, chegar nesta mesma resposta, efetuando a divisão da fração e obtendo o resultado na forma decimal.

$$\frac{4}{5} = 0{,}8 = 80\%$$

Porém, acredito que é mais simples multiplicar a fração por 100 (de qualquer forma também multiplicamos por 100 acima).

FIQUE ATENTO!

Observe que, quando **multiplicamos a fração por 100**, o resultado será diretamente na **forma percentual**.

Exemplo 2: $7/8$ em termos percentuais será igual a:

$$\frac{7}{8} \times 100 = \frac{700}{8} = 87{,}5$$

Ou seja,

$$\frac{7}{8} = 87{,}5\%$$

Exemplo 3: $15/12$ em termos percentuais será igual a:

$$\frac{15}{12} \times 100 = \frac{1.500}{12} = 125$$

Ou seja,

$$\frac{15}{12} = 125\%$$

(Pref. Cerquilho SP - 2019) Eliana fez uma avaliação física na academia, na qual foi apontado que seu peso atual é de 64 quilogramas. Sabendo-se que 16 quilogramas desse peso é gordura, a porcentagem de gordura de Eliana é de

a) 20%
b) 24%
c) 25%
d) 28%
e) 30%

Comentários:

A porcentagem será igual ao valor do peso em godura dividido pelo total do peso, isto é, a parte dividido pelo todo.

$$\frac{16}{64}$$

Antes de multiplicarmos por 100, podemos simplificar a fração. 64 é múltiplo de 16. Simplificando a fração (dividindo o numerador e o denominador por 16) teremos:

$$\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$$

Multiplicando por 100 e calculando a porcentagem:

$$\frac{1}{4} \times 100 = \frac{100}{4} = 25$$

Ou seja,

$$\frac{16}{64} = 25\%$$

Gabarito: Alternativa **C**

(Pref. Cerquilho SP - 2019) Em um colégio, estudam 400 alunos, dos quais 60% estudam no período da manhã, e os demais, no período da tarde. Sabendo que 10% dos alunos do período da manhã e 5% dos alunos do período da tarde inscreveram-se em um torneio de xadrez, então, em relação ao número total de alunos desse colégio, aqueles que se inscreveram no torneio de xadrez representam

a) 15%
b) 12%
c) 8%
d) 5%
e) 3%

Comentários:

Vamos por partes.

"Em um colégio, estudam 400 alunos, dos quais 60% estudam no período da manhã...".

Logo, o número de alunos m que estudam no período da manhã é igual a:

$$m = \frac{60}{\cancel{100}} \times 4\cancel{00} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{m = 240}}$$

"... e os demais, no período da tarde."

Do total dos 400 alunos, 240 estudam pela manhã e o restante de alunos estudam pela tarde.

Sendo assim, o número de alunos t que estudam no período da tarde será igual a:

$$t = 400 - 240 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{t = 160}}$$

"Sabendo que 10% dos alunos do período da manhã e 5% dos alunos do período da tarde inscreveram-se em um torneio de xadrez"

Vamos calcular o número de alunos do período da manhã que jogam xadrez.

Observe que são **10% dos alunos da manhã jogam xadrez** e não 10% do total. Sendo assim, do período da manhã, o total de alunos m_X que jogam xadrez será:

$$m_X = \frac{1\cancel{0}}{10\cancel{0}} \times 24\cancel{0} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{m_X = 24}}$$

E 5% dos alunos da tarde também jogam xadrez (t_X).

$$t_X = \frac{5}{10\cancel{0}} \times 16\cancel{0}$$

$$t_X = \frac{80}{10} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{t_X = 8}}$$

Logo, o número total de alunos x que jogam xadrez será igual ao somatório dos alunos da manhã que jogam xadrez mais o número de alunos da tarde que também jogam xadrez.

$$x = m_X + t_X$$

$$x = 24 + 8 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 32}$$

Ou seja, 32 alunos do colégio jogam xadrez.

"...então, em relação ao número total de alunos desse colégio, aqueles que se inscreveram no torneio de xadrez representam":

$$\frac{xadrez}{total} = \frac{32}{400}$$

Multiplicando a fração por 100 e calculando na **forma percentual** teremos:

$$\frac{32}{400} \times 100 = \frac{3.200}{400} = 8$$

Ou seja,

$$\frac{\mathbf{32}}{\mathbf{400}} = \mathbf{8\%}$$

Vamos resolver, agora, de uma maneira mais "avançada".

A banca nos questiona o valor da porcentagem dos alunos que jogam xadrez pelo total de alunos.

$$\frac{xadrez}{total}$$

Perceba que 10% dos 60% da manhã jogam xadrez e 5% dos 40% (100%-60%) da tarde também jogam. Logo:

$$\frac{xadrez}{total} = \frac{0{,}1 \times 0{,}6 + 0{,}05 \times 0{,}4}{1}$$

Interpretando a equação acima.

10% dos 60% da manhã mais os 5% dos 40% da tarde jogam xadrez. E o total dos alunos equivale a 100% (1).

Calculando a porcentagem teremos:

$$\frac{xadrez}{total} = \frac{0{,}1 \times 0{,}6 + 0{,}05 \times 0{,}4}{1} = \frac{0{,}06 + 0{,}02}{1} = 0{,}08$$

$$\mathbf{0{,}08 = 8\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

(Pref. Campinas - 2019) Carlos tem três filhos, André, Mara e Joana, e seus gastos mensais com cada um deles são: um quinto de seu salário com André, dois sétimos com Mara, e três onze avos com Joana. Então, o total de gastos mensais de Carlos com seus três filhos corresponde, de seu salário, em termos percentuais, a aproximadamente

a) 73%
b) 70%
c) 67%
d) 76%
e) 79%

Comentários:

O total de gastos mensais de Carlos com seus três filhos é igual a soma dos gastos com cada um dos filhos. Sendo assim, o total de gastos é igual a:

$$gastos = André + Mara + Joana$$

$$gastos = \frac{1}{5} + \frac{2}{7} + \frac{3}{11}$$

Para calcular os gastos totais, poderíamos tirar o MMC desta soma e calcular uma fração única.

Porém, para treinarmos o assunto da aula, vamos calcular a forma percentual de cada fração e, posteriormente, somar as porcentagens.

$$\frac{1}{5} \times 100 = \frac{100}{5} = 20$$

$$\frac{2}{7} \times 100 = \frac{200}{7} \cong 28{,}57$$

$$\frac{3}{11} \times 100 = \frac{300}{11} \cong 27{,}57$$

Lembrando que os resultados estão na forma percentual. Logo, o total percentual gasto por Carlos com seus filhos é igual a:

$$gastos = 20\% + 28{,}57\% + 27{,}57\% \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{gastos \cong 76,14\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

AUMENTOS E DESCONTOS PERCENTUAIS

Imagine que uma mercadoria de valor R$ 1.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, e depois um desconto de 17%.

Qual o valor final dessa mercadoria?

"Ah Professor. Ela sofreu um aumento de 8% e depois um de 9%, ou seja, ela sofreu um aumento total de 17% e depois um desconto de 17%. Então, o preço não se alterou".

Cuidado, caro Aluno. Este pensamento está **ERRADO**.

Iremos estudar abaixo as operações de **aumentos e descontos percentuais** e, posteriormente, voltaremos a este exemplo e calcularemos o valor final da mercadoria.

Aumento Percentual

Vejamos, com base no exemplo acima, o primeiro aumento do valor da mercadoria. Esta custava R$ 1.000,00 e sofreu um aumento de 8%. Logo, seu valor será igual a:

$$v = 1.000 + \frac{8}{100} \times 1.000$$

Observe que o novo valor será igual ao valor inicial mais 8% deste valor inicial.

$$v = 1.000 + \frac{8}{1\cancel{00}} \times 1.0\cancel{00}$$

$$v = 1.000 + 80 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{v = 1.080}}$$

Ou seja, a mercadoria depois de um aumento de 8%, passou a custar R$ 1.080,00.

Vamos voltar à equação inicial e observar algo interessante. Vimos que o valor v após o aumento será calculado pela seguinte fórmula:

$$v = 1.000 + i \times 1.000$$

Onde,

$i = taxa\ de\ aumento$

Vamos colocar o valor inicial da mercadoria em evidência.

$$v = 1.000 + i \times 1.000 \quad \rightarrow \quad v = 1.000 \times (1 + i)$$

Ou seja, quando desejamos calcular o valor após um aumento percentual, **multiplicamos este valor por** $(\mathbf{1} + \boldsymbol{i})$.

$$\boldsymbol{Aumento}\ Percentual: \quad \times (\mathbf{1} + \boldsymbol{i})$$

Então, calculando o valor da mercadoria após um aumento de 8% teremos:

$$v = 1.000 \times (1 + i)$$

$$v = 1.000 \times (1 + 0{,}08)$$

$$v = 1.000 \times 1{,}08 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{v = 1.080}}$$

Iremos calcular agora o valor da mercadoria após o segundo aumento. A mercadoria de valor inicial R$ 1.000 sofre um aumento de 8% passando a custar R$ 1.080 e agora, em cima desses R$ 1.080, haverá um aumento de 7%.

Perceba que este segundo aumento incidirá sobre o valor de R$ 1.080 e não sobre o valor de R$ 1.000. Essa é a explicação de **não podermos calcular dois aumentos sucessivos somando um a um**. Devemos calcular o primeiro e o segundo (que incidirá sobre o valor calculado após o primeiro aumento).

Então, o valor após o aumento de 9% será:

$$v = 1.080 + \frac{9}{10\cancel{0}} \times 1.08\cancel{0}$$

$$v = 1.080 + 97{,}2 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{v = 1.177{,}20}}$$

Poderíamos calcular também pela multiplicação por $(1 + i)$, conforme vimos acima.

$$v = 1.080 \times (1 + 0{,}09)$$

$$v = 1.080 \times 1{,}09 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{v = 1.177{,}20}}$$

Perceba que, após dois aumentos sucessivos (o primeiro de 8% e o segundo de 9%) o valor da mercadoria será de R$ 1.177,20.

Se fôssemos calcular apenas somando um aumento com o outro $(8\% + 9\% = 17\%)$ o valor final seria R$ 1.170,00 e a conta estaria **errada**.

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

Na hora da prova, vamos agilizar estes cáculos. Observe.

Uma mercadoria de valor R$ 1.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9% resultando em um valor igual a:

$$v = 1.000 \times (1 + 0{,}08) \times (1 + 0{,}09)$$

Estudamos acima que, para facilitar as contas, **multiplicamos o valor inicial pelo fator $(1 + i)$ quando se tratar de aumento percentual**. Então, podemos expandir a fórmula para quando temos aumentos sucessivos.

Ou seja, para calcular o valor final após os dois aumentos, multiplicamos o valor inicial diretamente por $(1 + i_1)\ e\ (1 + i_2)$.

$$v = 1.000 \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v = 1.000 \times (1 + 0{,}08) \times (1 + 0{,}09)$$

$$v = 1.000 \times 1{,}08 \times 1{,}09 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{v = 1.177{,}20}}$$

RESUMINDO

$$\boldsymbol{Aumentos}\ Percentuais\ Sucessivos: \quad \times \boldsymbol{(1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3) \times \dots \times (1 + i_n)}$$

Desconto Percentual

Antes de continuarmos o exemplo acima, vamos imaginar que ao invés de um aumento inicial de 8%, a mercadoria teve um desconto de 8%. Qual seria o valor após esse desconto?

$$v = 1.000 - \frac{8}{100} \times 1.000$$

Observe que o valor será igual ao valor inicial menos 8% deste valor inicial.

$$v = 1.000 - \frac{8}{1\cancel{00}} \times 1.0\cancel{00}$$

$$v = 1.000 - 80 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{v = 920}}$$

Ou seja, a mercadoria depois de um desconto de 8%, teria passado a custar R$ 920,00.

Vamos, na mesma linha de raciocínio do aumento percentual, colocar o valor inicial em evidência.

$$v = 1.000 - i \times 1.000 \quad \rightarrow \quad v = 1.000 \times (1 - i)$$

Onde,

$i = taxa\ de\ desconto$

Ou seja, quando desejamos calcular o valor após um desconto percentual, multiplicamos este valor por $(1 - i)$.

$$\boldsymbol{Desconto}\ Percentual: \quad \times (\mathbf{1} - \boldsymbol{i})$$

Voltemos ao exemplo.

Uma mercadoria de valor R$ 1.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, passando a custar, como vimos, R$ 1.177.20. Posteriormente, houve um desconto de 17%.

Então, após esse **desconto** a mercadoria passará a custar:

$$v = 1.177{,}20 - \frac{17}{100} \times 1.177{,}20$$

$$v = 1.177{,}20 - 200{,}12 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{v = 977,08}}$$

Ou, poderíamos resolver **diretamente pela multiplicação do valor por** $(\boldsymbol{1 - i})$.

$$v = 1.177{,}20 \times (1 - 0{,}17)$$

$$v = 1.177{,}20 \times 0{,}83 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{v = 977,08}}$$

Ou seja, o valor final da mercadoria após dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, e depois um desconto de 17% é igual a R$ 977,08.

Assim como tivemos os aumentos sucessivos, podemos também ter os descontos sucessivos.

$$\boldsymbol{Descontos}\ Percentuais\ Sucessivos: \quad \times (\boldsymbol{1 - i_1}) \times (\boldsymbol{1 - i_2}) \times (\boldsymbol{1 - i_3}) \times \ldots \times (\boldsymbol{1 - i_n})$$

É claro que na hora da prova você **não vai calcular passo a passo do jeito explicado acima**. Esta resolução foi apenas para você **entender o conceito**.

Vejamos como resolveríamos na hora da prova.

Qual o valor final de uma mercadoria de valor inical R$ 1.000,00 que sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, e depois um desconto de 17%.

Vamos aplicar diretamente a multiplicação pelo fator $\times\ (1+i)$ quando se tratar de **aumento** e pelo fator $\times\ (1-i)$ quando estivermos diante de um **desconto**. Então o valor final será:

$$v = 1.000 \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 - i_3)$$

Ou seja, quando tivermos <u>aumentos ou descontos sucessivos</u>, basta multiplicarmos o valor inicial por cada **fator multiplicativo.**

Observe que temos 2 aumentos e 1 desconto.

$$v = 1.000 \times (1 + 0{,}08) \times (1 + 0{,}09) \times (1 - 0{,}17)$$

$$v = 1.000 \times 1{,}08 \times 1{,}09 \times 0{,}83 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{v = 977{,}08}}$$

Dessa maneira que resolveremos nossas questões.

ESQUEMATIZANDO

Sinal positivo → aumento

Aumentos / Descontos Sucessivos $\longrightarrow$ $\times\,(\mathbf{1 \pm i_1}) \times (\mathbf{1 \pm i_2}) \times (\mathbf{1 \pm i_3}) \times \ldots \times (\mathbf{1 \pm i_n})$

Sinal negativo → desconto

Antes de praticarmos esta equação com alguns exemplos, vamos a uma observação bem importante.

FIQUE ATENTO!

Um aumento de $i\%$ e depois um desconto de $i\%$ **não resulta no valor inicial**

Vamos praticar aumentos e descontos sucessivos com alguns exemplos para você entender por completo a mecânica de resolução (e constatará que é mais fácil do que parece).

EXEMPLIFICANDO

Tome como base uma **mercadoria de valor igual a R$ 100,00** e calcule o valor final em cada exemplo (os exemplos são independentes).

Exemplo 1: Aumento de 15%

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0{,}15)$$

$$v_{final} = 100 \times 1{,}15 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{v_{final} = 115}$$

Exemplo 2: Um aumento de 10% seguido de outro aumento de 10%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0{,}1) \times (1 + 0{,}1)$$

$$v_{final} = 100 \times 1{,}1 \times 1{,}1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{v_{final} = 121}$$

Exemplo 3: Um aumento de 10% seguido de outro aumento de 11% e um terceiro aumento de 12%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0{,}1) \times (1 + 0{,}11) \times (1 + 0{,}12)$$

$$v_{final} = 100 \times 1{,}1 \times 1{,}11 \times 1{,}12 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{v_{final} = 139{,}22}$$

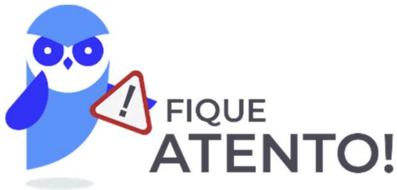
Exemplo 4: Um aumento de 10% seguido de um desconto de 10%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0{,}1) \times (1 - 0{,}1)$$

$$v_{final} = 100 \times 1{,}1 \times 0{,}9 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{v_{final} = 99}$$

Observe então, conforme falamos, que aumento de $i\%$ e depois um desconto de $i\%$ não resultam no valor inicial de R$ 100,00.



Um aumento de $i\%$ e depois um desconto de $i\%$ **não resulta no valor inicial**

Exemplo 5: Um desconto de 15% seguido de outro desconto de 6%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0{,}15) \times (1 - 0{,}06)$$

$$v_{final} = 100 \times 0{,}85 \times 0{,}94 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{v_{final} = 79,9}$$

Exemplo 6: Dois aumentos sucessivos de 20% e dois descontos sucessivos de 20%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 - i_3) \times (1 - i_4)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0{,}2) \times (1 + 0{,}2) \times (1 - 0{,}2) \times (1 - 0{,}2)$$

$$v_{final} = 100 \times 1{,}2 \times 1{,}2 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{v_{final} = 92,16}$$

VARIAÇÃO PERCENTUAL

Aprendemos, acima, como calcular o valor final após uma sequência de aumentos e descontos. Vamos, agora, aprender a calcular a variação percentual do valor final em relação ao valor inicial.

A **Variação Percentual** é dada pela seguinte fórmula:

$$\boxed{\Delta\% = \frac{\boldsymbol{v_{final} - v_{inicial}}}{\boldsymbol{v_{inicial}}} \times \mathbf{100}}$$

Vamos tomar como base o Exemplo 3 e calcular a variação percentual deste exemplo.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{139{,}22 - 100}{100} \times 100 \quad \rightarrow \quad \Delta\% = \mathbf{39{,}2}$$

Ou seja, um aumento de 10% seguido de outro aumento de 11% e um terceiro aumento de 12% é equivalente a único aumento de 39,2%.

"Entendi professor. Mas nesse caso, nem precisa fazer a conta. Saiu de 100 e foi para 139,2. Variou 39,2%."

Perfeito seu pensamento, caro Aluno. Mas, a conta foi relativamente simples porque o valor inicial foi igual a 100. Vamos ver um exemplo abaixo.

Exemplo 7: Uma mercadoria de valor R$ 195,00 sofreu 3 reajustes: Um aumento de 10%, outro aumento de 10% e, por fim, um desconto de 7%. Qual foi o valor final e a variação percentual desta operação?

Primeiramente, vamos calcular o **valor final** da mercadoria após as três operações.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 - i_3)$$

$$v_{final} = 195 \times (1 + 0{,}1) \times (1 + 0{,}1) \times (1 - 0{,}07)$$

$$v_{final} = 195 \times 1{,}1 \times 1{,}1 \times 0{,}93 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{v_{final}} = \mathbf{219{,}43}}$$

Perceba que, neste exemplo, seria praticamente impossível encontramos a variação percentual de cabeça, uma vez que os valores não são “redondos” iguais no exemplo acima.

A **Variação Percentual** do exemplo 7 será igual a:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{219{,}43 - 195}{195} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{24{,}43}{195} \times 100 \quad \rightarrow \quad \Delta\% \cong \mathbf{12{,}53}$$

Ou seja, um aumento de 10% seguido de outro aumento de 10% e, por fim, um desconto de 7% é equivalente a um único aumento de 12,53%.

E nada impede que a Variação Percentual seja negativa. Vejamos o **Exemplo 6**. Vamos calcular a Variação Percentual deste Exemplo.

$$\Delta\% = \frac{92{,}16 - 100}{100} \times 100 \quad \rightarrow \quad \Delta\% = \mathbf{-7{,}84}$$

Então, dois aumentos sucessivos de 20% e dois descontos sucessivos de 20% é equivalente a um único desconto de 7,84%.

Vejamos algumas questões de concurso sobre o assunto.

(TJ SP – 2019) Sobre o preço P de venda de determinado produto, aplicou-se um aumento de 15% e, sobre o novo preço de venda do produto, aplicou-se, dias depois, um desconto de 10%. Após essas duas mudanças, comparado ao preço P, o preço final de venda do produto aumentou:

a) 3,0%
b) 5,0%
c) 4,5%
d) 4,0%
e) 3,5%

Comentários:

Em questões deste tipo, em que não é informado o valor do preço, podemos **arbitrar** um valor inicial e trabalhar em cima dele ou resolver com base na **incógnita** mesmo. Vejamos os dois modos.

- **Com base na incógnita**

Um produto de Preço P sofreu um aumento de 15% e, posteriormente, um desconto de 10%. Logo, o preço final após estas operações será igual a:

$$P_{final} = P \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

Lembrando que, para aumento percentual multiplicamos por $(1 + i)$ e, para desconto percentual multilicamos por $(1 - i)$.

$$P_{final} = P \times (1 + 0{,}15) \times (1 - 0{,}1)$$

$$P_{final} = P \times 1{,}15 \times 0{,}9 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P_{final} = 1{,}035P}$$

Logo, comparado ao preço P, o preço final de venda do produto **aumentou** 0,035 ou 3,5%.

- **Arbitrando um valor para o produto**

Podemos arbitrar um valor de 100 para o produto para facilitar as contas. Um produto de Preço 100 sofreu um aumento de 15% e, posteriormente, um desconto de 10%. Logo, o preço final após estas operações será igual a:

$$P_{final} = P \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$P_{final} = 100 \times (1 + 0{,}15) \times (1 - 0{,}1)$$

$$P_{final} = 100 \times 1{,}15 \times 0{,}9 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P_{final} = 103{,}5}$$

Ou seja, em relação ao preço inicial, o preço final de venda do produto aumentou 3,5 de 100, ou seja, 3,5%.

Lembrando que essa Variação Percentual foi facilmente calculada porque o preço inicial era 100. Porém, a "maneira completa" de se calcular é pela fórmula da Variação Percentual.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{103{,}5 - 100}{100} \times 100 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\Delta\% = 3{,}5}$$

Gabarito: Alternativa **E**

(MPE RJ – 2019) Ernesto foi promovido e seu salário aumentou 40%, passando a ser de R$3.500,00.

O salário de Ernesto antes da promoção era de:

a) R$ 1.900,00
b) R$ 2.100,00
c) R$ 2.400,00
d) R$ 2.500,00
e) R$ 2.800,00

Comentários:

Vamos chamar o salário de Ernesto antes da promoção de S. Ernesto foi promovido e seu salário aumentou 40%, passando a ser de R$3.500,00. Então:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i)$$

$$3.500 = S \times (1 + 0{,}4)$$

Observe que neste caso, o valor final é o salário após o reajuste, isto é, R$ 3.500,00.

$$3.500 = S \times 1{,}4$$

$$S = \frac{3.500}{1{,}4} \rightarrow \boldsymbol{S = 2.500}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(PGE PE -2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

Uma loja vende determinado produto em promoção com 15% de desconto sobre o preço de venda. Mário comprou o produto e, por ter pagado à vista, ganhou mais 10% de desconto sobre o preço do produto na promoção. Nessa situação, o desconto total concedido a Mário foi de 25% sobre o preço de venda.

Comentários:

Pelo que vimos na teoria, já sabemos que a questão está errada. Dois descontos sucessivos, um de 15% e outro de 10%, NÃO corresponde a um desconto de 25%.

Um aumento de $i\%$ e depois um desconto de $i\%$ **não resulta no valor inicial**

Vejamos.

Vamos arbitrar um valor de 100 para este produto. O valor final após os descontos será igual a:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0{,}15) \times (1 - 0{,}1)$$

$$v_{final} = 100 \times 0{,}85 \times 0{,}9 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{v_{final} = 76{,}5}}$$

Ou seja, comparado ao preço incial de 100, o desconto total foi de:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{76{,}5 - 100}{100} \times 100 \quad \rightarrow \quad \Delta\% = \boldsymbol{-23{,}5}$$

Então, nessa situação, o desconto total concedido a Mário foi de <u>23,5% sobre o preço de venda</u>.

Dois descontos sucessivos, um de 15% e outro de 10% equivale a um desconto total de 23,5%.

Gabarito: **ERRADO**

(PGE PE -2019) Julgue o item seguinte, relativo a juros, taxas de juros e rendas uniformes e variáveis.

Se o preço inicial de um produto for corrigido anualmente em 30% de seu valor vigente, então, após dois anos, o preço do produto terá correção de 69% sobre o seu valor inicial.

Comentários:

O valor final do produto após dois reajustes anuais de 30% será igual a:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + 0{,}3) \times (1 + 0{,}3)$$

$$v_{final} = v_{inicial} \times 1{,}3 \times 1{,}3 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{v_{final} = 1{,}69v_{inicial}}$$

Ou seja, se o preço inicial de um produto for corrigido anualmente em 30% de seu valor vigente, então, após dois anos, o preço do produto terá correção de 69% sobre o seu valor inicial. Logo, a assertiva está **CORRETA**.

Poderíamos, para completar a resolução, calcular a Variação Percentual desta operação e constatar que foi de 69%. Vamos aplicar a fórmula da Variação Percentual e calcular seu valor.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

Calculamos que: $v_{final} = 1{,}69v_{inicial}$. Substituindo na equação acima:

$$\Delta\% = \frac{1{,}69v_{inicial} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{0{,}69\cancel{v_{inicial}}}{\cancel{v_{inicial}}} \times 100 \quad \rightarrow \quad \Delta\% = \mathbf{69}$$

Obs: Você poderia resolver também arbitrando o valor do preço inicial (R$ 100,00). E assim, calcular o valor final que seria R$ 169,00 e constatar que o preço do produto teria correção de 69% sobre o seu valor inicial.

Gabarito: **CERTO**

(AGU / 2019) Após as vendas natalinas, uma loja entrou em promoção oferecendo um desconto de 40% em qualquer produto da loja. Após uma semana de promoção, o gerente resolveu oferecer mais 30% de desconto nos produtos que ainda não haviam sido vendidos. Os dois descontos consecutivos equivalem a um desconto único de

a) 12%
b) 42%
c) 58%
d) 70%
e) 88%

Comentários:

Vamos, nesta questão, arbitrar um valor de R$ 100,00 para o produto, uma vez que a questão não nos fornece valores (nem final nem inicial).

O produto sofre dois descontos sucessivos, o primeiro de 40% e o segundo de 30%. Sendo assim, seu preço final será igual a:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0{,}4) \times (1 - 0{,}3)$$

$$v_{final} = 100 \times 0{,}6 \times 0{,}7 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{v_{final} = 42}$$

Cuidado para não marcar a Alternativa B. O preço final é R$ 42,00. Todavia a banca nos questiona o valor da Variação Percentual.

Iremos aplicar a fórmula da Variação Percentual e calcular seu valor:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{42 - 100}{\cancel{100}} \times \cancel{100} \quad \rightarrow \quad \Delta\% = -\mathbf{58}\%$$

Ou seja, os dois descontos consecutivos (um de 40% e outro de 30%) equivalem a um desconto único de 58%.

Gabarito: Alternativa **C**

(PETROBRAS – 2018) Uma determinada empresa vem adotando uma política de reajustes de preços, de modo que o preço de seu principal produto sofreu um reajuste de 10% em Set/2017. Em outubro do mesmo ano, o produto sofreu novo reajuste, agora de 5% sobre o valor do mês anterior e, um mês depois, um terceiro reajuste de 6% foi aplicado sobre o preço de outubro, de modo que os três reajustes foram sucessivos.

A variação percentual acumulada nesse período, considerando exatamente os três reajustes apresentados, é superior a 22,5%.

Comentários:

Podemos, conforme já estudamos nas questões acima, trabalhar com a incógnita P para o preço ou arbitrar um valor (geralmente usamos R$ 100,00 para facilitar as contas), uma vez que a banca não fornece nem o valor inicial nem o valor final do produto.

Vamos abitrar o valor de R$ 100,00 para o produto e calcular o preço final após os três aumentos sucessivos.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0{,}1) \times (1 + 0{,}05) \times (1 + 0{,}06)$$

$$v_{final} = 100 \times 1{,}1 \times 1{,}05 \times 1{,}06 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{v_{final} = 122{,}43}}$$

Como o valor inicial arbitrado é 100, constatamos (sem precisar de conta) que a Variação Percentual é igual a 22,43% e assim, a assertiva está **ERRADA**.

Para calcularmos a Variação Percentual utilizamos a fórmula seguinte:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{122{,}43 - 100}{\cancel{100}} \times \cancel{100} \quad \rightarrow \quad \Delta\% = \mathbf{22,43}$$

Gabarito: **ERRADO**

(ACS – 2019) Mesmo com o aumento da frota de veículos no Estado ao longo do tempo, a Cetesb verificou uma melhora na qualidade do ar. Na Região Metropolitana, a quantidade média de partículas inaláveis caiu de 54 microgramas/m^3, em 2000, para 29 microgramas/m^3, em 2018.

Nesse caso, a redução da quantidade média de partículas inaláveis, por m^3, foi de, aproximadamente, 46%.

Comentários:

Vamos aplicar diretamenta a fórmula da Variação Percentual e calcular quanto percentualmente variou a quantidade média de partículas.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

O enunciado nos informa que a quantidade média de partículas inaláveis caiu de 54 microgramas/m^3, em 2000, para 29 microgramas/m^3, em 2018. Substituindo os valores teremos:

$$\Delta\% = \frac{29 - 54}{54} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{-25}{54} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{-2.500}{54} \quad \rightarrow \quad \Delta\% \cong \mathbf{46,3}$$

Gabarito: **CERTO**

(ISS Francisco Morato – 2019) Estela tem 76% da quantia necessária para a compra de um pacote turístico. Em uma promoção, esse pacote foi oferecido com 30% de desconto, e, dessa maneira, a quantia que Estela possui é suficiente para comprar o pacote e ainda sobrar R$ 426,00. O preço desse pacote, sem o desconto, está entre

a) R$ 6.500,00 e R$ 7.000,00.
b) R$ 7.000,00 e R$ 7.500,00.
c) R$ 8.000,00 e R$ 8.500,00.
d) R$ 9.000,00 e R$ 9.500,00.
e) R$ 10.000,00 e R$ 10.500,00.

Comentários:

Vamos chamar o preço do pacote de P e o valor que Estela tem de E.

Estela tem 76% da quantia necessária para a compra de um pacote turístico. Algebricamente teremos a seguinte relação:

$$E = \frac{76}{100} \times P \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{E = 0,76P}$$

Em uma promoção, esse pacote foi oferecido com 30% de desconto, e, dessa maneira, a quantia que Estela possui é suficiente para comprar o pacote e ainda sobrar R$ 426,00.

Acredito que a parte mais **complicada** da questão é <u>transformar essa oração em uma equação</u>. Vamos lá:

$$E = \left(P - \frac{30}{100} \times P\right) + 426$$

Observe. **O valor E que Estela tem é igual ao valor para ela comprar o produto com 30% de desconto e ainda sobrar os R$ 426,00.**

Cuidado para não colocar a soma dos R$ 426,00 do lado esquerda da equação.

Suponha que você tem 100 reais. Nesse caso você conseguiria comprar um produto de 90 reais com 20% de desconto e ainda sobrar 28 reais. Vejamos como ficaria a equação:

$$100 = \left(90 - \frac{20}{100} \times 90\right) + 28$$

$$100 = (90 - 18) + 28$$

$$100 = 72 + 28$$

$$100 = 100$$

Percebeu? Então, voltando na equação:

$$E = \left(P - \frac{30}{100} \times P\right) + 426$$

O Valor E é suficiente para comprar o produto com 30% de desconto e ainda sobrar R$ 426,00.

No início da resolução constatamos que: $E = 0{,}76P$. Vamos substituir o valor na equação acima e calcular o preço P do pacote.

$$E = \left(P - \frac{30}{100} \times P\right) + 426$$

$$0{,}76P = (P - 0{,}3P) + 426$$

$$0{,}76P = 0{,}7P + 426$$

$$0{,}76P - 0{,}7P = 426$$

$$0{,}06P = 426$$

$$P = \frac{426}{0{,}06} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P = 7.100}$$

Uma maneira mais fácil de resolver seria pensar da seguinte forma: Estela tinha 76% do valor de P e, posteriormente, o valor caiu para 70% sobrando R$ 426,00. Ou seja, os R$ 426,00 correspondem a 6% de P.

$$426 = \frac{6}{100} \times P$$

$$P = \frac{42.600}{6} \quad \rightarrow \quad P = 7.100$$

Gabarito: Alternativa **B**

VARIAÇÃO ACUMULADA

Conforme estudamos acima, podemos calcular a variação percentual acumulada, após uma série de descontos/aumentos, arbitrando um valor de 100, por exemplo, para o valor inicial e assim calcular o valor final e, posteriormente, a variação percentual.

Outra forma de se calcular (que na teoria é o mesmo "caminho") é pela seguinte expressão:

$$\boxed{(1+i_{acumulada}) = \times\, (\mathbf{1} \pm \boldsymbol{i_1}) \times (\mathbf{1} \pm \boldsymbol{i_2}) \times (\mathbf{1} \pm \boldsymbol{i_3}) \times \ldots \times (\mathbf{1} \pm \boldsymbol{i_n})}$$

Então, vamos tomar como base o exercício resolvido da Petrobras para constatar essa veracidade.

(PETROBRAS – 2018) Uma determinada empresa vem adotando uma política de reajustes de preços, de modo que o preço de seu principal produto sofreu um reajuste de 10% em Set/2017. Em outubro do mesmo ano, o produto sofreu novo reajuste, agora de 5% sobre o valor do mês anterior e, um mês depois, um terceiro reajuste de 6% foi aplicado sobre o preço de outubro, de modo que os três reajustes foram sucessivos.

A variação percentual acumulada nesse período, considerando exatamente os três reajustes apresentados, é superior a 22,5%.

Comentários:

Resolvemos acima arbitrando um valor de 100 para o valor inicial e depois, de posse do valor final, calculamos a variação percentual.

Vamos resolver agora aplicando diretamente a fórmula acima.

$$(1+i_{acumulada}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \ldots \times (1 \pm i_n)$$

$$(1+i_{acumulada}) = (1+0{,}1) \times (1+0{,}05) \times (1+0{,}06)$$

Observe que os três ajustes são "aumentos percentuais". Logo, o sinal na fórmula é positivo $(+)$.

$$(1+i_{acumulada}) = 1{,}1 \times 1{,}05 \times 1{,}06$$

$$1+i_{acumulada} = 1{,}2243$$

$$i_{acumulada} = 1{,}2243 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{acumulada} = 0{,}2243 \text{ ou } 22{,}43\%}$$

Gabarito: **ERRADO**

RESUMO DA AULA

Conceito

O termo "porcento" é derivado do latim *per centum*, que significa "por cem" ou "às centenas". Porcentagem, então, representa uma razão em que o denominador é igual a cem (100).

Porcentagem representa **uma razão** em que o denominador é **igual a 100**

Então, k% será igual a:

$$k\% = \frac{k}{100}$$

Cálculo da Porcentagem de um número

Para calcular a Porcentagem de um valor**, multiplicamos a razão centesimal correspondente à Porcentagem por este valor.**

Uma palavra muito importante que deve ser observada quando se resolve problemas envolvendo Porcentagem é a preposição "**de**". Isso porque, via de regra, esse termo nos indica uma **multiplicação**.

"de" → multiplicação

Aumentos e Descontos Percentuais

Sinal positivo → aumento

Aumentos / Descontos Sucessivos → $\times (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \ldots \times (1 \pm i_n)$

Sinal negativo → desconto

Um aumento de $i\%$ e depois um desconto de $i\%$ **não resulta no valor inicial**

Variação Percentual

A **Variação Percentual** é dada pela seguinte fórmula:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

Variação Acumulada

$$(1 + i_{acumulada}) = \times\ (\mathbf{1} \pm \boldsymbol{i_1}) \times (\mathbf{1} \pm \boldsymbol{i_2}) \times (\mathbf{1} \pm \boldsymbol{i_3}) \times \ldots \times (\mathbf{1} \pm \boldsymbol{i_n})$$

Questões Comentadas – CESGRANRIO

Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual

1. **(CESGRANRIO / BB - 2018) O dono de uma loja deu um desconto de 20% sobre o preço de venda (preço original) de um de seus produtos e, ainda assim, obteve um lucro de 4% sobre o preço de custo desse produto.**

Se vendesse pelo preço original, qual seria o lucro obtido sobre o preço de custo?

a) 40%
b) 30%
c) 10%
d) 20%
e) 25%

Comentários:

Vamos arbitrar o valor de 100 reais para o Preço de Venda, a fim de facilitar nossos cálculos.

O dono de uma loja deu um **desconto de 20% sobre o preço de venda** (saindo a 80 reais) e, ainda assim, obteve um lucro de 4% sobre o preço de custo.

Vejamos matematicamente:

$$PC + \frac{4}{100} \times PC = 80$$

Ou seja, o Preço de Custo mais um lucro de 4% em cima do Preço de Custo é igual ao valor que foi vendido, isto é, 80 reais (que equivale ao valor que arbitramos de 100 menos 20%).

Irmeos resolver a equação acima e calcular o Preço de Custo.

$$PC + \frac{4}{100} \times PC = 80$$

$$PC + 0{,}04 \times PC = 80$$

$$1{,}04 \times PC = 80$$

$$PC = \frac{80}{1{,}04} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{PC = 76{,}9}}$$

Então, o Preço de Custo é de 76,9 reais.

A banca quer saber qual o lucro obtido sobre o preço de custo caso o dono vendesse pelo preço original (que arbitramos a um valor de 100).

$$PC + i \times PC = 100$$

Então temos: **O Preço de Custo mais i% de lucro sobre o Preço de Custo é igual ao valor original**. Vamos substituir o PC que calculamos acima e encontrar o valor do lucro pedido.

$$PC + i \times PC = 100$$

$$76{,}9 + i \times 76{,}9 = 100$$

$$i \times 76{,}9 = 100 - 76{,}9$$

$$i \times 76{,}9 = 23{,}1$$

$$i = \frac{23{,}1}{76{,}9}$$

Vamos multiplicar por 100 para encontrar a resposta diretamente na forma percentual.

$$i = \frac{23{,}1}{76{,}9} \times 100$$

$$i = \frac{2.310}{76{,}9} \rightarrow \boldsymbol{i = 30\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

2. **(CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Num laboratório de testes de combustível, uma mistura de X gramas a y% de álcool significa que y% dos X gramas da mistura é de álcool, e o restante, de gasolina. Um engenheiro está trabalhando com 3 misturas:**

- Mistura A: 40g a 10% de álcool

• Mistura B: 50g a 20% de álcool

• Mistura C: 50g a 30% de álcool

Usando porções dessas misturas, ele elabora uma mistura de 60g a 25% de álcool, e o restante das misturas ele junta em um frasco.

A taxa percentual de álcool da mistura formada no frasco onde ele despejou os restos é de

a) 16,5%
b) 17,5%
c) 18%
d) 22,5%
e) 25%

Comentários:

As 3 misturas apresentam um Peso P total de:

$$P = 40 + 50 + 50 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{P = 140g}}$$

Vamos calcular o quanto de álcool A tem no total das 3 misturas.

$$A = \frac{10}{100} \times 40 + \frac{20}{100} \times 50 + \frac{30}{100} \times 50$$

$$A = 4 + 10 + 15 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{A = 29g}}$$

Ou seja, dos $140g$ totais, $29g$ são referentes a álcool.

Usando porções dessas misturas, um engenheiro elabora uma mistura de 60g a 25% de álcool, e o restante das misturas ele junta em um frasco. Vamos calcular quanto de álcool tem nessa mistura.

$$a = \frac{25}{100} \times 60 \quad \rightarrow \quad a = 15$$

Observe então, que inicialmente, na soma das três misturas, tínhamos $140g$ total e $29g$ de álcool.

Nesta mistura acima, o engenheiro usou $60g$ do total de $140g$ e $15g$ de álcool do total de $29g$. O restante ele misturou em um frasco.

Ora, se ele usou $60g$ do total de $140g$, restaram um total de $80g$. E se ele usou $15g$ de álcool do total de $29g$, é porque ainda restaram $14g$ de álcool.

Então, a taxa percentual de álcool da mistura formada no frasco onde ele despejou os restos é de:

$$\% = \frac{14}{80}$$

Multiplicamos por 100 para achar o resultado já na forma percentual.

$$\% = \frac{14}{8\cancel{0}} \times 10\cancel{0}$$

$$\% = \frac{140}{8} \quad \rightarrow \quad \% = \mathbf{17,5}\%$$

Gabarito: Alternativa **B**

QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Aumentos e Descontos Percentuais

1. **(CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Num curso de utilização de um software que edita imagens, todos os alunos abrem uma mesma imagem, e o professor pede que apliquem uma ampliação de 25% como primeiro exercício. Como o resultado não foi o satisfatório, o professor pediu que todos aplicassem uma redução de 20% na imagem ampliada. Como Aldo tinha certa experiência com o programa, desfez a ampliação de 25%.**

Para obter o mesmo resultado que os demais alunos, após desfazer a ampliação, Aldo deve

a) fazer uma ampliação de 5%
b) fazer uma redução de 5%
c) fazer uma ampliação de 10%
d) fazer uma redução de 10%
e) deixar a imagem como está.

Comentários:

Primeiramente, vamos calcular o valor que os demais alunos encontraram ao fim das duas operações.

Iremos arbitrar um valor de 100 para a imagem e calcular o valor desta depois de uma ampliação de 25% e uma redução de 20%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0{,}25) \times (1 - 0{,}2)$$

$$v_{final} = 100 \times 1{,}25 \times 0{,}8 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{v_{final} = 100}$$

Ou seja, **o valor final encontrado é o mesmo que o inicial**.

Como Aldo tinha certa experiência com o programa, desfez a ampliação de 25%. Ou seja, se ele desfez a operação, **o valor inicial em nada mudou**. E os demais alunos com as duas operações **TAMBÉM** encontraram o valor inicial.

Logo, para obter o mesmo resultado que os demais alunos, após desfazer a ampliação, Aldo deve deixar a imagem como está.

Gabarito: Alternativa **E**

2. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Um artesão vende suas pulseiras com 60% de lucro sobre o seu custo. Normalmente, seus fregueses pedem descontos na hora da compra.

Qual o maior percentual de desconto sobre o preço de venda que ele pode oferecer para não ter prejuízo?

a) 22,5%
b) 37,5%
c) 10%
d) 40%
e) 60%

Comentários:

Vamos arbitrar um valor de 100 pra o Preço de Custo da pulseira. Um artesão vende suas pulseiras com 60% de lucro sobre o seu custo. Logo, o artesão vende a pulseira a:

$$v = 100 + \frac{60}{100} \times 100$$

$$v = 100 + 60 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{v = 160}}$$

Vamos calcular o valor do desconto que o comerciante pode oferer para que ele **não sofra prejuízo**, ou seja, neste caso, o Preço de Venda terá de ser igual ao Preço de Custo.

Se você tem um Preço de Custo de R$ 100 e vende aos mesmos R$ 100, você ficou na estaca zero, isto é, não obteve nem lucro nem prejuízo.

Então:

$$160 - \frac{i}{100} \times 160 = 100$$

Ou seja, o valor de Venda menos o desconto de $i\%$ em cima do valor de venda terá que ser igual ao Preço de Custo de R$ 100,00.

$$160 - 1{,}6i = 100$$

$$160 - 100 = 1{,}6i$$

$$60 = 1{,}6i$$

$$i = \frac{60}{1{,}6} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 37{,}5\%}$$

Poderíamos fazer direto imaginando o seguinte cenário: o valor inicial de 100 sofreu um aumento de 60% e precisa agora de uma redução de $i\%$ para voltar ao preço inicial de 100 (assim não terá prejuízo).

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$100 = 100 \times (1 + 0{,}6) \times (1 - i_2)$$

$$1 = 1{,}6 \times (1 - i_2)$$

$$\frac{1}{1{,}6} = (1 - i_2)$$

$$0{,}625 = 1 - i_2$$

$$i_2 = 1 - 0{,}625 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_2 = 0{,}375 \ ou \ 37{,}5\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

3. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2017) Um feirante sabe que consegue vender seus produtos a preços mais caros, conforme o horário da feira, mas, na última hora, ele deve vender suas frutas pela metade do preço inicial. Inicialmente, ele vende o lote de uma fruta a R$ 10,00. Passado algum tempo, aumenta em 25% o preço das frutas. Passado mais algum tempo, o novo preço sofreu um aumento de 20%. Na última hora da feira, o lote da fruta custa R$ 5,00.

O desconto, em reais, que ele deve dar sobre o preço mais alto para atingir o preço da última hora da feira deve ser de

a) 12,50
b) 10,0
c) 7,50
d) 5,00
e) 2,50

Comentários:

Inicialmente, o feirante vende o lote de uma fruta a R$ 10,00. Passado algum tempo, aumenta em 25% o preço das frutas. Passado mais algum tempo, o novo preço sofreu um aumento de 20%.

Vamos utilizar a fórmula de aumentos/descontos sucessivos para calcular o <u>valor final do produto</u> depois dos dois aumentos consecutivos.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v_{final} = 10 \times (1 + 0{,}2) \times (1 + 0{,}25)$$

$$v_{final} = 10 \times 1{,}2 \times 1{,}25 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{v_{final} = 15}$$

Ou seja, depois dos 2 aumentos o valor do lote custa 15 reais.

O enunciado nos informa que na última hora da feira, o lote da fruta custa R$ 5,00.

Ou seja, **ele precisará dar um desconto de 10 reais**, uma vez que o preço estava em 15 reais, conforme calculamos, e agora precisa chegar a 5 reais.

Gabarito: Alternativa **B**

4. **(CESGRANRIO / BASA - 2015) Durante o período de três meses, o preço de um determinado produto sofreu três aumentos consecutivos de 8%, dados em regime composto. Em um evento comercial, foi dado um desconto único sobre o preço obtido ao final dos três aumentos, de modo que o mesmo fosse reduzido ao preço que o produto possuía antes dos três aumentos.**

O desconto único dado sobre o preço do produto foi mais próximo de

a) 24%
b) 76%
c) 20%
d) 14%
e) 51%

Comentários:

Vamos resolver imaginando o seguinte cenário: o valor inicial arbitrado de 100 sofreu três aumentos consecutivos de 8% e precisa agora de uma redução de $i\%$ para voltar ao preço inicial de 100 (preço que o produto possuía antes dos três aumentos).

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3) \times (1 - i_4)$$

Observe que o sinal **positivo** se refere, conforme estudamos, ao aumento percentual, enquanto que o sinal **negativo**, ao desconto percentual.

Substituindo os valores e calculando o desconto único i_4 dado teremos:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3) \times (1 - i_4)$$

$$\cancel{100} = \cancel{100} \times (1 + 0{,}08) \times (1 + 0{,}08) \times (1 + 0{,}08) \times (1 - i_4)$$

$$1 = 1{,}08 \times 1{,}08 \times 1{,}08 \times (1 - i_4)$$

$$1 = 1{,}26 \times (1 - i_4)$$

$$\frac{1}{1{,}26} = (1 - i_4)$$

$$0{,}794 = 1 - i_4$$

$$i_4 = 1 - 0{,}794 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_4 = 0,206 \ ou \ 20,6\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Variação Percentual

1. **(CESGRANRIO / BASA - 2022) Em outubro de 2021, segundo dados do Banco Central, os saques nas cadernetas de poupança superaram os depósitos em cerca de R$7,4 bilhões. Foram R$278 bilhões em depósitos e R$285,4 bilhões em saques, aproximadamente, no período.**

Tomando-se como base o valor total dos depósitos, a diferença percentual entre os totais de retirada e de depósitos, no mês de outubro de 2021,

a) foi de menos de 2%.
b) ficou entre 2% e 8%.
c) ficou entre 8% e 14%.
d) ficou entre 14% e 20%.
e) foi superior a 20%.

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a <u>fórmula da variação percentual</u> e tomando como base o valor total dos depósitos, iremos calcular a diferença percentual entre os totais de retirada e de depósitos

$$\Delta\% = \frac{v_{retirada} - v_{depósitos}}{v_{depósitos}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{285{,}4 - 278}{278} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{7{,}4}{278} \times 100$$

$$\Delta\% = 0{,}026 \times 100 \quad \rightarrow \quad \Delta\% = \mathbf{2,6}\%$$

Gabarito: Alternativa **B**

2. **(CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Certo chocolate era vendido em embalagens de 150 g. A empresa mudou a embalagem e passou a vendê-la com apenas 120 g de chocolate.**

Qual foi a redução percentual na quantidade de chocolate?

a) 20%
b) 30%
c) 40%
d) 60%
e) 80%

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula da Variação Percentual:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{120 - 150}{150} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{-3\cancel{0}}{15\cancel{0}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{-300}{15} \quad \rightarrow \quad \Delta\% = \mathbf{-20\%}$$

Você poderia também, fazer por uma regra de três simples. 150 equivalem a 100%. 120 equivalerá a x%.

Peso	Porcentagem
150	100%
120	x%

Multiplicando cruzado:

$$150 \times x = 120 \times 100$$

$$x = \frac{12.000}{150} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{x = 80\%}}$$

Cuidado para não marcar a Alternativa E. Observe como é bom decorar a fórmula da Variação Percentual. Na fórmula já sai a variação automaticamente.

Na regra de três feita acima, 120g equivalem a 80% do que era. A banca quer saber a variação. Será o total de 100% menos o quanto está agora 80%.

Logo, a variação será:

$$\Delta\% = \mathbf{-20\%}$$

Gabarito: Alternativa **A**

3. **(CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) A Tabela abaixo apresenta o relatório sintetizado, com a discriminação das despesas de uma empresa nos anos de 2012 e 2013. Considere que a última linha da Tabela expressa o total das despesas, em cada ano.**

Despesas por natureza	2013	2012
Despesas com pessoal	(346.154)	(314.742)
Depreciação e amortização	(69.592)	(63.000)
Serviços de fretes, aluguéis	(267.996)	(240.825)
Materiais aplicados no engarrafamento e requalificação	(21.245)	(23.473)
Publicidade e propaganda	(13.675)	(10.112)
Outros	(76.986)	(78.318)
	(795.648)	**(730.470)**

Disponível em: <https://www.liquigas.com.br/wps/wcm/connect/db53a880443c0a4d8711ef8691413afc/orcamento_investimento.pdf?MOD=AJPERES&CACHEID=ROOTWORKSPACE-db53a880443c0a4d8711ef8691413afc-kpHXXCY>. Acesso em: 8 abr. 2018. Adaptado.

O valor mais próximo do aumento percentual das despesas totais em 2013, na comparação com 2012, é igual a

a) 8,9%
b) 9,1%
c) 9,3%
d) 9,5%
e) 9,7%

Comentários:

Vamos utilizar a <u>fórmula da variação percentual</u> e calcular o valor mais próximo do aumento percentual das despesas totais em 2013, na comparação com 2012.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{v_{2013} - v_{2012}}{v_{2012}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{795.648 - 730.470}{730.470} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{65.178}{730.47\cancel{0}} \times 10\cancel{0}$$

$$\Delta\% = \frac{651.780}{73.047} \quad \rightarrow \quad \Delta\% \cong \mathbf{8,92\%}$$

Gabarito: Alternativa **A**

4. **(CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) Uma das medidas mais usadas em Administração Financeira é o Retorno sobre o Patrimônio Líquido (ROE), que é o quociente entre o lucro líquido e o patrimônio líquido.**

Assim, se de um ano para o seguinte, o patrimônio líquido de uma empresa crescer 5%, e o seu lucro líquido aumentar 15,5%, o ROE dessa empresa terá um aumento percentual de

a) 3,1%
b) 5,5%
c) 10,0%
d) 10,5%
e) 15,0%

Comentários:

A banca informa que o Retorno sobre o Patrimônio Líquido (ROE) é o quociente entre o lucro líquido e o patrimônio líquido.

$$ROE = \frac{LL}{PL}$$

Vamos **arbitrar um valor de 100 tanto para o LL quanto para o PL**. Isso nos dará um ROE inicial de:

$$ROE_{inicial} = \frac{100}{100} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{ROE_{inicial} = 1}}$$

- O patrimônio líquido cresceu 5%:

$$PL = 100 + \frac{5}{100} \times 100 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{PL = 105}}$$

O lucro líquido aumentou 15,5%:

$$LL = 100 + \frac{15{,}5}{100} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{LL = 115,5}}$$

Sendo assim, o ROE final, após os aumentos percentuais, será:

$$ROE_{final} = \frac{115{,}5}{105} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{ROE_{final} = 1,1}}$$

Então, o ROE da empresa saiu de 1 para 1,1. Isto é, obteve um aumento de 10%.

Poderíamos constatar este resultando (também) pela forma da variação percentual.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

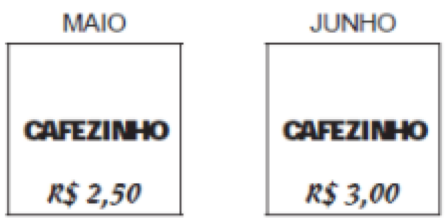
$$\Delta\% = \frac{ROE_{final} - ROE_{inicial}}{ROE_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{1{,}1 - 1}{1} \times 100$$

$$\Delta\% = 0{,}1 \times 100 \rightarrow \Delta\% = \mathbf{10}\%$$

Gabarito: Alternativa **C**

5. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Um bar reajustou o preço de vários produtos. Pode-se ver, nas Figuras a seguir, como variou o preço do cafezinho, nos meses de maio e junho deste ano.



O reajuste no preço do cafezinho, mostrado acima, corresponde a um aumento de:

a) 0,5%
b) 20%

c) 25%
d) 30%
e) 50%

Comentários:

Aplicando diretamente a fórmula da variação percentual:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{3 - 2,5}{2,5} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{0,5}{2,5} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{50}{2,5} \quad \rightarrow \quad \Delta\% = \mathbf{20}\%$$

Gabarito: Alternativa **B**

6. **(CESGRANRIO / BB - 2010) Um investidor aplicou certa quantia em um fundo de ações.**

Nesse fundo, 1/3 das ações eram da empresa A, 1/2 eram da empresa B e as restantes, da empresa C. Em um ano, o valor das ações da empresa A aumentou 20%, o das ações da empresa B diminuiu 30% e o das ações da empresa C aumentou 17%. Em relação à quantia total aplicada, ao final desse ano, este investidor obteve

a) lucro de 10,3%.
b) lucro de 7,0%.
c) prejuízo de 5,5%.
d) prejuízo de 12,4%.
e) prejuízo de 16,5%.

Comentários:

Vamos arbitrar um valor inicial de 300 para a quantidade de ações a fim de facilitar nossas contas.

$$T = 300$$

- 1/3 das ações eram da empresa A.

$$A = \frac{1}{3} \times 300 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{A = 100}}$$

- 1/2 eram da empresa B

$$B = \frac{1}{2} \times 300 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{B = 150}}$$

- As ações restantes são da empresa C.

Temos um total arbitrado de 300 ações. 120 são de A e 150 são de B. O restante C será igual a:

$$C = 300 - 100 - 150 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C = 50}}$$

O valor das ações da empresa A **aumentou** 20%.

$$A' = 100 + \frac{20}{100} \times 100$$

$$A' = 100 + 20 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{A' = 120}}$$

O valor das ações da empresa B **diminuiu** 30%.

$$B' = 150 - \frac{30}{100} \times 150$$

$$B' = 150 - 45 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{B' = 105}}$$

O valor das ações da empresa C **aumentou** 17%.

$$C' = 50 + \frac{17}{100} \times 50$$

$$C' = 50 + 8{,}5 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C' = 58,5}}$$

Sendo assim, o valor total T' das ações após os aumentos/descontos será:

$$T' = A' + B' + C'$$

$$T' = 120 + 105 + 58{,}5 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{T' = 283,5}}$$

Por fim, vamos calcular a variação percentual do total das ações.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{T' - T}{T} \times 100$$

Observe que o valor inicial arbitramos em T e o valor final T' calculamos. Substituindo os valores e calculando a variação percentual teremos:

$$\Delta\% = \frac{283{,}5 - 300}{3\cancel{00}} \times 1\cancel{00}$$

$$\Delta\% = \frac{-16{,}5}{3} \quad \rightarrow \quad \Delta\% = \mathbf{-5{,}5}\%$$

Ou seja, em relação à quantia total aplicada, ao final desse ano, este investidor **obteve um prejuízo de 5,5%.**

Gabarito: Alternativa **C**

QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Variação Acumulada

1. **(CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) O preço de um determinado produto sofreu exatamente três reajustes sucessivos, um em cada mês do último trimestre de 2017. O Quadro a seguir mostra a variação percentual do preço em cada mês, na comparação com o mês imediatamente anterior.**

Outubro	Novembro	Dezembro
4%	5%	10%

Assim, o aumento percentual acumulado do preço desse produto nesse último trimestre de 2017 pertence ao intervalo:

a) 19,00% a 19,49%
b) 19,50% a 19,99%
c) 20,00% a 20,49%
d) 20,50% a 20,99%
e) 21,00% a 21,49%

Comentários:

Vamos aplicar a <u>fórmula da variação acumulada</u>:

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \ldots \times (1 \pm i_n)$$

Como temos três períodos, ficamos com:

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3)$$

Substituindo os valores e calculando o **aumento acumulado** teremos:

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 + 0{,}04) \times (1 + 0{,}05) \times (1 + 0{,}1)$$

$$(1 + i_{acumulada}) = 1{,}04 \times 1{,}05 \times 1{,}1$$

$$1 + i_{acumulada} = 1{,}2012$$

$$i_{acumulada} = 1{,}2012 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{acumulada} = 0{,}2012 \ ou \ 20{,}12\%}$$

Assim, o aumento percentual acumulado do preço desse produto nesse último trimestre de 2017 pertence ao intervalo: 20,00% a 20,49%.

Gabarito: Alternativa **C**

2. **(CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) Uma empresa executou um plano de redução progressiva do preço de seu principal produto, ao longo do segundo semestre de 2017. Sempre em regime de incidência composta, o preço sofreu seis reduções, das quais três delas foram de 20% cada, e as três restantes foram de 10% cada.**

A redução de preço acumulada no semestre é mais próxima de

a) 85%
b) 80%
c) 68%
d) 63%
e) 58%

Comentários:

Vamos aplicar a fórmula da variação acumulada:

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \ldots \times (1 \pm i_n)$$

Como temos seis períodos, ficamos com:

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times (1 \pm i_4) \times (1 \pm i_5) \times (1 \pm i_6)$$

Substituindo os valores:

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 - 0{,}2) \times (1 - 0{,}2) \times (1 - 0{,}2) \times (1 - 0{,}1) \times (1 - 0{,}1) \times (1 - 0{,}1)$$

$$(1 + i_{acumulada}) = 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}9 \times 0{,}9 \times 0{,}9$$

$$(1 + i_{acumulada}) = 0{,}8^3 \times 0{,}9^3$$

$$1 + i_{acumulada} = 0{,}512 \times 0{,}729$$

$$1 + i_{acumulada} \cong 0{,}37$$

$$i_{acumulada} \cong 0{,}37 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{acumulada} \cong -0{,}63 \; ou \; -63\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

3. **(CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) Uma determinada empresa vem adotando uma política de reajustes de preços, de modo que o preço de seu principal produto sofreu um reajuste de 10% em Set/2017. Em outubro do mesmo ano, o produto sofreu novo reajuste, agora de 5% sobre o valor do mês anterior e, um mês depois, um terceiro reajuste de 6% foi aplicado sobre o preço de outubro, de modo que os três reajustes foram sucessivos.**

O valor mais próximo da variação percentual acumulada nesse período, considerando exatamente os três reajustes apresentados, é

a) 21,0%
b) 21,5%
c) 22,4%
d) 22,8%
e) 23,2%

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a <u>fórmula da variação acumulada</u>:

$$(1+i_{acumulada})=(1\pm i_1)\times(1\pm i_2)\times(1\pm i_3)\times\ldots\times(1\pm i_n)$$

Como temos três períodos ficamos com:

$$(1+i_{acumulada})=(1\pm i_1)\times(1\pm i_2)\times(1\pm i_3)$$

$$(1+i_{acumulada})=(1+0{,}1)\times(1+0{,}05)\times(1+0{,}06)$$

Observe que os três ajustes são "aumentos percentuais". Logo, o sinal na fórmula é positivo $(+)$.

$$(1+i_{acumulada})=1{,}1\times1{,}05\times1{,}06$$

$$1+i_{acumulada}=1{,}2243$$

$$i_{acumulada}=1{,}2243-1\quad\rightarrow\quad\boldsymbol{i_{acumulada}=0{,}2243\ ou\ 22{,}43\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Cálculo da Porcentagem de um Número

1. (CESGRANRIO / BB - 2018) Uma empresa cria uma campanha que consiste no sorteio de cupons premiados. O sorteio será realizado em duas etapas. Primeiramente, o cliente lança uma moeda honesta:

se o resultado for “cara”, o cliente seleciona, aleatoriamente, um cupom da urna 1;

se o resultado for “coroa”, o cliente seleciona, aleatoriamente, um cupom da urna 2.

Sabe-se que 30% dos cupons da urna 1 são premiados, e que 40% de todos os cupons são premiados.

Antes de começar o sorteio, a proporção de cupons premiados na urna 2 é de

a) 50%
b) 25%
c) 5%
d) 10%
e) 15%

2. (CESGRANRIO / BB - 2015) Amanda e Belinha são amigas e possuem assinaturas de TV a cabo de empresas diferentes. A empresa de TV a cabo de Amanda dá descontos de 25% na compra dos ingressos de cinema de um shopping. A empresa de TV a cabo de Belinha dá desconto de 30% na compra de ingressos do mesmo cinema. O preço do ingresso de cinema, sem desconto, é de R$ 20,00. Em um passeio em família, Amanda compra 4 ingressos, e Belinha compra 5 ingressos de cinema no shopping, ambas utilizando-se dos descontos oferecidos por suas respectivas empresas de TV a cabo.

Quantos reais Belinha gasta a mais que Amanda na compra dos ingressos?

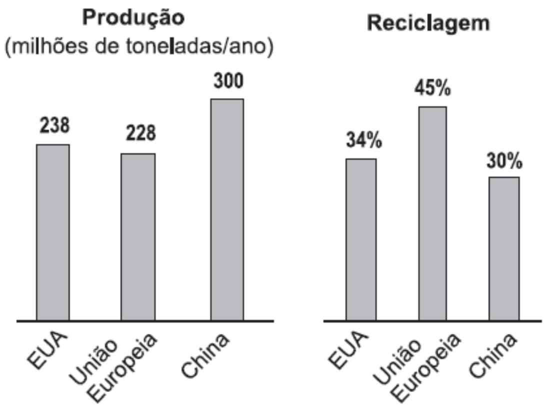
a) 10
b) 15
c) 20
d) 25
e) 30

3. **(CESGRANRIO / BB - 2013) Numa empresa, todos os seus clientes aderiram a apenas um dos seus dois planos, Alfa ou Beta. O total de clientes é de 1.260, dos quais apenas 15% são do Plano Beta. Se x clientes do plano Beta deixarem a empresa, apenas 10% dos clientes que nela permanecerem estarão no plano Beta.**

O valor de x é um múltiplo de

a) 3
b) 8
c) 13
d) 11
e) 10

4. **(CESGRANRIO / BB - 2011) Os gráficos abaixo apresentam dados sobre a produção e a reciclagem de lixo em algumas regiões do planeta.**



Revista Veja. São Paulo: Abril, 2249. ed, ano 44, n.52, 28 dez. 2011, p. 23. Edição especial. Sustentabilidade. Adaptado.

Baseando-se nos dados apresentados, qual é, em milhões de toneladas, a diferença entre as quantidades de lixo recicladas na China e nos EUA em um ano?

a) 9,08
b) 10,92
c) 12,60
d) 21,68
e) 24,80

5. **(CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) A mensalidade da faculdade de Rafael custa R$ 1.560,00.**

Entretanto, efetuando o pagamento até a data do vencimento, Rafael tem direito a 15% de desconto. O valor da mensalidade da faculdade de Rafael, quando paga até a data de vencimento, é

a) R$ 234,00
b) R$ 780,00
c) R$ 1.092,00
d) R$ 1.326,00
e) R$ 1.334,00

6. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Na instalação de um botijão de gás, deve-se utilizar uma mangueira de PVC apropriada, cujo comprimento deve ser de, no mínimo, 80 cm e, no máximo, 125 cm. Uma pessoa utilizou uma mangueira cujo comprimento é 20% maior do que o comprimento mínimo indicado.

Qual o comprimento da mangueira utilizada?

a) 86 cm
b) 96 cm
c) 100 cm
d) 116 cm
e) 150 cm

7. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Marcelo devia certa quantia a Pedro e prometeu que pagaria a dívida no dia 10 de maio. No dia combinado, Marcelo levou apenas R$ 120,00. Esse valor correspondia a somente 40% de sua dívida, e ele prometeu quitar, no último dia do mesmo mês, o valor restante.

Quanto Marcelo deverá dar a Pedro em 31 de maio?

a) R$ 360,00
b) R$ 300,00
c) R$ 280,00
d) R$ 180,00
e) R$ 160,00

8. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Após receber um desconto de 20%, o preço de um produto passou a ser igual a R$ 72,00.

Se o desconto dado tivesse sido de 30%, então o preço do produto passaria a ser igual a

a) R$ 48,00
b) R$ 62,00
c) R$ 108,00
d) R$ 82,00
e) R$ 63,00

9. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Um jogador de futebol profissional treina cobrança de pênaltis após o treino coletivo, visando a alcançar uma meta de 96% de aproveitamento. Ele cobrou 20 penalidades com aproveitamento de 95%.

Quantos pênaltis deve cobrar ainda, no mínimo, para que atinja exatamente a meta desejada?

a) 1
b) 3
c) 4
d) 5
e) 10

10. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Os estagiários de uma empresa combinaram fazer uma salada de frutas para seu lanche. A salada de frutas foi feita apenas com frutas de que todos gostam, o que levou à decisão de usarem apenas maçã, laranja e banana. No dia combinado, 20% dos estagiários levaram maçãs, 35% dos estagiários levaram laranjas e os 9 estagiários restantes levaram bananas.

Se todos levaram apenas um tipo de fruta, quantos estagiários há na empresa?

a) 18
b) 20
c) 35
d) 40
e) 45

11. (CESGRANRIO / BASA - 2018) Para que seja possível administrar as vendas de uma empresa, é necessário estimar a demanda do mercado. Considere que uma cidade tenha 300.000 habitantes que consomem dois sabonetes por mês e que a participação da empresa X no mercado de sabonetes é de 30%. A demanda mensal por sabonetes da empresa X é de

a) 60.000 unidades
b) 90.000 unidades
c) 120.000 unidades
d) 180.000 unidades
e) 240.000 unidades

12. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Um tanque contém 4.000 litros de combustível, dos quais 24% são de álcool e 76% de gasolina. Um determinado volume de gasolina foi adicionado ao tanque, de modo que o combustível resultante ficou com 20% de álcool.

Quantos litros de gasolina foram despejados no tanque, para produzir essa alteração percentual?

a) 800
b) 820
c) 900
d) 960
e) 980

13. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Em um armazém, há somente dois tipos de botijões, em um total de 10.000 botijões dos quais 99% são do tipo A, e os restantes, do tipo B.

Após uma manobra, os operadores retiraram uma determinada quantidade de botijões do tipo A, e nenhum do tipo B, de modo que 98% do total de botijões que ficaram no armazém são do tipo A.

A quantidade de botijões do tipo A que fica no armazém após essa operação é igual a

a) 100
b) 200
c) 490
d) 4.900
e) 5.000

14. (CESGRANRIO / BNDES - 2011) Em uma urna, há um grande número de fichas de quatro tipos: quadradas brancas, quadradas vermelhas, redondas brancas e redondas vermelhas. Sabe-se que:

70% de todas as fichas são brancas.

25% das fichas quadradas são vermelhas.

60% das fichas vermelhas são redondas.

A porcentagem de fichas redondas e brancas nessa urna é de

a) 26%
b) 30%
c) 34%
d) 38%
e) 42%

Gabarito

1. A
2. A
3. E
4. A
5. D
6. B
7. D
8. E
9. D
10. B
11. D
12. A
13. E
14. C

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual

1. **(CESGRANRIO / BB - 2018) O dono de uma loja deu um desconto de 20% sobre o preço de venda (preço original) de um de seus produtos e, ainda assim, obteve um lucro de 4% sobre o preço de custo desse produto.**

Se vendesse pelo preço original, qual seria o lucro obtido sobre o preço de custo?

a) 40%
b) 30%
c) 10%
d) 20%
e) 25%

2. **(CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Num laboratório de testes de combustível, uma mistura de X gramas a y% de álcool significa que y% dos X gramas da mistura é de álcool, e o restante, de gasolina. Um engenheiro está trabalhando com 3 misturas:**

• Mistura A: 40g a 10% de álcool

• Mistura B: 50g a 20% de álcool

• Mistura C: 50g a 30% de álcool

Usando porções dessas misturas, ele elabora uma mistura de 60g a 25% de álcool, e o restante das misturas ele junta em um frasco.

A taxa percentual de álcool da mistura formada no frasco onde ele despejou os restos é de

a) 16,5%
b) 17,5%
c) 18%
d) 22,5%
e) 25%

GABARITO

1. B
2. B

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Aumentos e Descontos Percentuais

1. **(CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Num curso de utilização de um software que edita imagens, todos os alunos abrem uma mesma imagem, e o professor pede que apliquem uma ampliação de 25% como primeiro exercício. Como o resultado não foi o satisfatório, o professor pediu que todos aplicassem uma redução de 20% na imagem ampliada. Como Aldo tinha certa experiência com o programa, desfez a ampliação de 25%.**

Para obter o mesmo resultado que os demais alunos, após desfazer a ampliação, Aldo deve

a) fazer uma ampliação de 5%
b) fazer uma redução de 5%
c) fazer uma ampliação de 10%
d) fazer uma redução de 10%
e) deixar a imagem como está.

2. **(CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Um artesão vende suas pulseiras com 60% de lucro sobre o seu custo. Normalmente, seus fregueses pedem descontos na hora da compra.**

Qual o maior percentual de desconto sobre o preço de venda que ele pode oferecer para não ter prejuízo?

a) 22,5%
b) 37,5%
c) 10%
d) 40%
e) 60%

3. **(CESGRANRIO / PETROBRAS - 2017) Um feirante sabe que consegue vender seus produtos a preços mais caros, conforme o horário da feira, mas, na última hora, ele deve vender suas frutas pela metade do preço inicial. Inicialmente, ele vende o lote de uma fruta a R$ 10,00. Passado algum tempo, aumenta em 25% o preço das frutas. Passado mais algum tempo, o novo preço sofreu um aumento de 20%. Na última hora da feira, o lote da fruta custa R$ 5,00.**

O desconto, em reais, que ele deve dar sobre o preço mais alto para atingir o preço da última hora da feira deve ser de

a) 12,50
b) 10,0
c) 7,50
d) 5,00
e) 2,50

4. **(CESGRANRIO / BASA - 2015) Durante o período de três meses, o preço de um determinado produto sofreu três aumentos consecutivos de 8%, dados em regime composto. Em um evento comercial, foi dado um desconto único sobre o preço obtido ao final dos três aumentos, de modo que o mesmo fosse reduzido ao preço que o produto possuía antes dos três aumentos.**

O desconto único dado sobre o preço do produto foi mais próximo de

a) 24%
b) 76%
c) 20%
d) 14%
e) 51%

GABARITO

1. E
2. D
3. B
4. C

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Variação Percentual

1. **(CESGRANRIO / BASA - 2022) Em outubro de 2021, segundo dados do Banco Central, os saques nas cadernetas de poupança superaram os depósitos em cerca de R$7,4 bilhões. Foram R$278 bilhões em depósitos e R$285,4 bilhões em saques, aproximadamente, no período.**

Tomando-se como base o valor total dos depósitos, a diferença percentual entre os totais de retirada e de depósitos, no mês de outubro de 2021,

a) foi de menos de 2%.
b) ficou entre 2% e 8%.
c) ficou entre 8% e 14%.
d) ficou entre 14% e 20%.
e) foi superior a 20%.

2. **(CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Certo chocolate era vendido em embalagens de 150 g. A empresa mudou a embalagem e passou a vendê-la com apenas 120 g de chocolate.**

Qual foi a redução percentual na quantidade de chocolate?

a) 20%
b) 30%
c) 40%
d) 60%
e) 80%

3. **(CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) A Tabela abaixo apresenta o relatório sintetizado, com a discriminação das despesas de uma empresa nos anos de 2012 e 2013. Considere que a última linha da Tabela expressa o total das despesas, em cada ano.**

Despesas por natureza	2013	2012
Despesas com pessoal	(346.154)	(314.742)
Depreciação e amortização	(69.592)	(63.000)
Serviços de fretes, aluguéis	(267.996)	(240.825)
Materiais aplicados no engarrafamento e requalificação	(21.245)	(23.473)
Publicidade e propaganda	(13.675)	(10.112)
Outros	(76.986)	(78.318)
	(795.648)	**(730.470)**

Disponível em: <https://www.liquigas.com.br/wps/wcm/connect/db53a880443c0a4d8711ef8691413afc/orcamento_investimento.pdf?MOD=AJPERES&CACHEID=ROOTWORKSPACE-db53a880443c0a4d8711ef8691413afc-kpHXXCY>. Acesso em: 8 abr. 2018. Adaptado.

O valor mais próximo do aumento percentual das despesas totais em 2013, na comparação com 2012, é igual a

a) 8,9%
b) 9,1%
c) 9,3%
d) 9,5%
e) 9,7%

4. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) Uma das medidas mais usadas em Administração Financeira é o Retorno sobre o Patrimônio Líquido (ROE), que é o quociente entre o lucro líquido e o patrimônio líquido.

Assim, se de um ano para o seguinte, o patrimônio líquido de uma empresa crescer 5%, e o seu lucro líquido aumentar 15,5%, o ROE dessa empresa terá um aumento percentual de

a) 3,1%
b) 5,5%
c) 10,0%
d) 10,5%
e) 15,0%

5. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Um bar reajustou o preço de vários produtos. Pode-se ver, nas Figuras a seguir, como variou o preço do cafezinho, nos meses de maio e junho deste ano.

O reajuste no preço do cafezinho, mostrado acima, corresponde a um aumento de:

a) 0,5%
b) 20%
c) 25%
d) 30%
e) 50%

6. (CESGRANRIO / BB - 2010) Um investidor aplicou certa quantia em um fundo de ações.

Nesse fundo, 1/3 das ações eram da empresa A, 1/2 eram da empresa B e as restantes, da empresa C. Em um ano, o valor das ações da empresa A aumentou 20%, o das ações da empresa B diminuiu 30% e o das ações da empresa C aumentou 17%. Em relação à quantia total aplicada, ao final desse ano, este investidor obteve

a) lucro de 10,3%.
b) lucro de 7,0%.
c) prejuízo de 5,5%.
d) prejuízo de 12,4%.
e) prejuízo de 16,5%.

Gabarito

1. B
2. A
3. A
4. C
5. B
6. C

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Variação Acumulada

1. **(CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) O preço de um determinado produto sofreu exatamente três reajustes sucessivos, um em cada mês do último trimestre de 2017. O Quadro a seguir mostra a variação percentual do preço em cada mês, na comparação com o mês imediatamente anterior.**

Outubro	Novembro	Dezembro
4%	5%	10%

Assim, o aumento percentual acumulado do preço desse produto nesse último trimestre de 2017 pertence ao intervalo:

a) 19,00% a 19,49%
b) 19,50% a 19,99%
c) 20,00% a 20,49%
d) 20,50% a 20,99%
e) 21,00% a 21,49%

2. **(CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) Uma empresa executou um plano de redução progressiva do preço de seu principal produto, ao longo do segundo semestre de 2017. Sempre em regime de incidência composta, o preço sofreu seis reduções, das quais três delas foram de 20% cada, e as três restantes foram de 10% cada.**

A redução de preço acumulada no semestre é mais próxima de

a) 85%
b) 80%
c) 68%
d) 63%
e) 58%

3. **(CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) Uma determinada empresa vem adotando uma política de reajustes de preços, de modo que o preço de seu principal produto sofreu um reajuste de 10% em Set/2017. Em outubro do mesmo ano, o produto sofreu novo reajuste, agora de 5% sobre o**

valor do mês anterior e, um mês depois, um terceiro reajuste de 6% foi aplicado sobre o preço de outubro, de modo que os três reajustes foram sucessivos.

O valor mais próximo da variação percentual acumulada nesse período, considerando exatamente os três reajustes apresentados, é

a) 21,0%
b) 21,5%
c) 22,4%
d) 22,8%
e) 23,2%

Gabarito

1. C
2. D
3. D

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:

PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.