

## **Aula 03**

*PRF (Policial) Física - 2023 (Pré-Edital)*

Autor:  
**Vinicius Silva**

## Sumário

<b>1. Introdução</b> .....	<b>2</b>
<b>1. Movimento vertical no vácuo</b> .....	<b>2</b>
<b>1.1 Queda Livre</b> .....	<b>4</b>
<b>1.1.1 Cálculo do tempo de queda</b> .....	<b>5</b>
<b>1.1.2 Cálculo da velocidade final</b> .....	<b>6</b>
<b>1.2 Lançamento vertical para cima</b> .....	<b>7</b>
<b>1.2.1 Cálculo do tempo de subida:</b> .....	<b>9</b>
<b>1.2.2 Cálculo da altura máxima</b> .....	<b>12</b>
<b>1.3. Lançamento vertical para baixo:</b> .....	<b>14</b>
<b>1.4. Lançamento horizontal no vácuo</b> .....	<b>15</b>
<b>1.4.1 Cálculo do tempo de queda</b> .....	<b>17</b>
<b>1.4.2 Cálculo do alcance horizontal</b> .....	<b>19</b>
<b>1.5. Lançamento Oblíquo</b> .....	<b>22</b>
<b>1.5.1 A decomposição da velocidade inicial</b> .....	<b>25</b>
<b>1.5.2 Cálculo do tempo de subida, do tempo de subida e do tempo total</b> .....	<b>25</b>
<b>1.5.3 Cálculo da altura máxima</b> .....	<b>28</b>
<b>1.5.4 Cálculo do alcance horizontal</b> .....	<b>29</b>
<b>1.5.4.1 Alcance máximo</b> .....	<b>31</b>
<b>2. Exercícios Propostos</b> .....	<b>34</b>
<b>8. Exercícios Comentados</b> .....	<b>50</b>
<b>9. Gabarito</b> .....	<b>86</b>
<b>10. Fórmulas mais utilizadas na aula</b> .....	<b>86</b>



## 1. INTRODUÇÃO

Nessa primeira parte da aula 3, vamos começar a entender a cinemática vetorial, naquilo que ela será de fundamental importância para o nosso concurso, ou seja, os lançamentos, ou seja, movimentos verticais no vácuo, horizontais e oblíquos.

## 1. MOVIMENTO VERTICAL NO VÁCUO

Esse será o nosso último assunto a respeito do tema cinemática, que, aliás, você lembra qual é o conceito de cinemática?



Professor, cinemática é a parte da mecânica que estuda o movimento sem levar em conta as suas causas, ou seja, as forças.

É isso aí Aderbal, estou vendo que você lembra-se bem dos conceitos iniciais abordados durante a nossa aula 01.

Então, nessa aula vamos encerrar os conceitos relativos à cinemática, ou seja, a partir da próxima aula, vamos iniciar o estudo da dinâmica, que é o estudo dos movimentos dos corpos levando em conta as suas causas.

O assunto dessa parte da aula é o movimento vertical, o lançamento horizontal e o lançamento oblíquo, todos no vácuo.

Nos livros esses assuntos são tratados com nomenclaturas diferentes, mas os conceitos e as fórmulas envolvidas são as mesmas.

Muita matéria nos espera, portanto, vamos à luta!

Mas antes, vou lançar três perguntinhas básicas para serem respondidas ao final da aula, acredito que você será capaz de respondê-las prontamente após a abordagem de todos os conceitos teóricos e da resolução de alguns exemplos durante a teoria.

### **Perguntas do dia:**

**1. No vácuo, quem chega primeiro ao solo, ao ser abandonados de uma mesma altura, um elefante ou um gato?**

**2. No vácuo, quem chega primeiro ao solo, um lápis lançado horizontalmente de uma mesa ou uma borracha que cai verticalmente da mesma mesa?**

**3. Para atingirmos um ponto mais longe possível de um ponto de lançamento de um projétil, qual o ângulo de inclinação que devemos ter em relação à horizontal para conseguirmos atingir o nosso objetivo?**

O movimento vertical no vácuo é simples de ser entendido, isso porque ele é, na verdade, um caso particular de movimento retilíneo e uniformemente variado, vamos constatar esse fato.

Ora, se temos vácuo, a única aceleração presente em qualquer corpo será a da gravidade, ou seja, **g**. Assim, todos os corpos estarão sujeitos a mesma aceleração, que, diga-se de passagem, é constante nas proximidades da superfície terrestre.

Se todos os corpos estarão sujeitos à aceleração da gravidade, que é constante, então estamos diante de um movimento retilíneo, afinal de contas a trajetória será sempre vertical, o próprio nome já diz, cuja aceleração é constante, ou seja, será um **MRUV**.

## CONCLUSÃO:

**TODO MVV É UM MRUV**

Essa conclusão será muito importante para o desenvolvimento matemático do assunto, pois poderemos fazer uso de todas as equações do **MRUV**, já vistas na aula 01.

### 1.1 QUEDA LIVRE

O primeiro tipo de movimento vertical no vácuo que vamos estudar é o movimento de queda livre, primeiramente precisamos entender qual o conceito da queda livre para depois partimos para a matemática envolvida.

A queda livre é um movimento vertical no vácuo no qual algumas particularidades estão presentes:

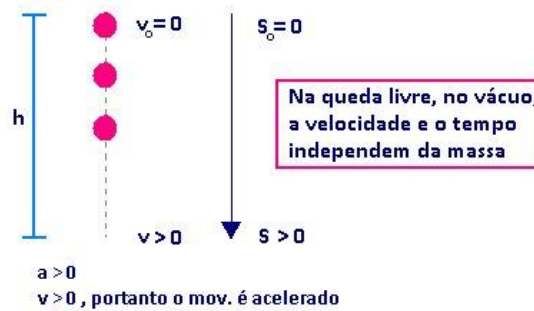
- **Velocidade inicial nula:  $V_0 = 0$ .**
- **Altura inicial diferente de zero:  $H_0 \neq 0$ .**

Assim, podemos afirmar que toda queda livre tem velocidade inicial nula.

As frases que nos permitem identificar uma queda livre são: "**abandona-se um corpo...**", "**larga-se um objeto...**", "**solta-se um bloco...**", etc.

Entendido o conceito e a identificação de uma questão de queda livre, vamos observar a figura abaixo para que possamos construir o nosso raciocínio matemático e descobrir algumas importantes fórmulas que serão relevantes para a resolução das questões.

### Queda Livre



A primeira observação a ser feita é a seguinte:

Na queda livre **nenhuma variável cinemática depende da massa do corpo**, uma vez que todos os corpos estão sujeitos à aceleração da gravidade, independentemente de suas respectivas massas.

Na sequência, podemos afirmar que o movimento de queda livre é **"ajudado"** pela aceleração da **gravidade**, o que nos permite afirmar que é um movimento **acelerado**, pois à medida que o tempo passa, a velocidade aumenta o seu módulo.

Vamos a alguns cálculos importantes para o movimento de queda livre.

## 1.1.1 CÁLCULO DO TEMPO DE QUEDA

Esse é realmente um dos cálculos mais comuns em questões de provas e concursos. Vamos calcular o tempo de queda em função da aceleração da gravidade e da altura inicial de queda.

O tempo de queda será calculado com base nas equações do movimento retilíneo e uniformemente variado, que são:

$$1. \quad S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{at^2}{2} \quad \text{- Equação horária da posição do MRUV.}$$

2.  $V = V_0 + a.t$  - Equação horária da velocidade do MRUV

3.  $V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$  - Equação de Torricelli.

Vamos usar uma equação que envolva tempo, portanto, temos duas opções a equação 1 ou a equação 2, no entanto, a equação 2 carrega em si a velocidade final do movimento de queda, o que não sabemos ainda. Assim, temos que usar a equação 1, da seguinte forma

$$S = S_0 + V_0.t + \frac{at^2}{2}$$

$$H = 0 + 0.t + \frac{gt^2}{2}$$

$$H = \frac{gt^2}{2}$$

$$t_q = \sqrt{\frac{2.H}{g}}$$

Portanto, o tempo de queda depende apenas da **altura de queda** e da **aceleração da gravidade**.

Essa fórmula será muito utilizada nas questões dessa aula, portanto, memorize-a, ou então aplique a equação horária da posição em seus cálculos.

## 1.1.2 CÁLCULO DA VELOCIDADE FINAL

A velocidade final do corpo quando chega ao solo é outra variável cinemática muito perguntada em provas e concursos.

O seu cálculo também segue as equações do MRUV para a queda livre, no entanto, vamos utilizar a equação de Torricelli. Vejamos:

$$V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$$

$$V^2 = 2g(H - 0)$$

$$V = \sqrt{2gH}$$

Assim, a velocidade final depende apenas da **altura de queda** e da **aceleração da gravidade**.

OBS.: Esse cálculo pode ser feito também a partir dos conceitos de conservação de energia, mas esse assunto será dado apenas nas próximas aulas.

A respeito de queda livre, podemos afirmar que em provas e concursos são cobradas comumente essas duas fórmulas demonstradas acima. As demais questões são mais aprofundadas e os seus raciocínios serão abordados nas questões comentadas.

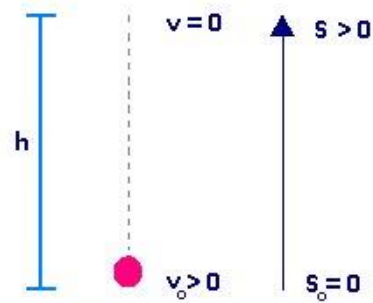
## 1.2 LANÇAMENTO VERTICAL PARA CIMA

O movimento de lançamento vertical para cima é mais um caso particular de movimento retilíneo uniformemente variado, sujeito à aceleração da gravidade.

Nesse caso temos algumas particularidades, que poderão ser vistas no esquema abaixo que o resume:



### Lançamento Vertical para Cima



$$a < 0$$

$v > 0$ , portanto o mov. é retardado

No ponto mais alto a velocidade é zero, mas a aceleração é constante.

O tempo de subida é igual ao tempo de descida, assim como a velocidade.

Note algumas particularidades em relação ao movimento de lançamento vertical para cima:

- **O corpo pode ser lançado do solo ou de um ponto a certa altura inicial.**
- **A velocidade inicial deve ser não nula:  $V_0 \neq 0$ .**
- **O movimento é retardado na subida e acelerado na descida.**

Perceba que a segunda observação é de fundamental importância, pois não haverá lançamento vertical para cima, caso a velocidade inicial seja nula.

A classificação do movimento como retardado na subida se deve ao fato de ele ter velocidade e aceleração (gravidade) com sentidos opostos e na descida ele é acelerado, pois a velocidade inverte seu sentido, sendo, portanto, acelerado.

O corpo pode ser lançado do solo ou então de um ponto a certa altura do solo.

## 1.2.1 CÁLCULO DO TEMPO DE SUBIDA:

O tempo de subida é o tempo necessário para que o corpo chegue ao topo de sua trajetória, momento no qual sua **velocidade vertical é nula**.

Assim, como queremos uma fórmula matemática que relacione o tempo de subida com a velocidade inicial e a aceleração da gravidade, podemos fazer uso da equação horária da velocidade, pois nela estão presentes todas essas variáveis. Vejamos:

$$V = V_0 + a.t$$

Lembre-se de que a velocidade final do corpo é nula, pois ao final da subida ele fica **momentaneamente em repouso** para daí então iniciar o movimento acelerado de descida.



Professor, é claro que no ponto mais alto a velocidade do corpo é zero, pois se não fosse assim, ele continuaria subindo e esse ponto não seria o mais alto da trajetória.

Muito bem Aderbal! Assim é que se fala, vejo que você já está pegando o jeito dos movimentos verticais.

Aplicando então:

- **$V = 0$**
- **$a = g$**

Temos:

$$\begin{aligned}V &= V_0 + a.t \\ 0 &= V_0 - g t_{SUB} \\ g t_{SUB} &= V_0 \\ t_{SUB} &= \frac{V_0}{g}\end{aligned}$$

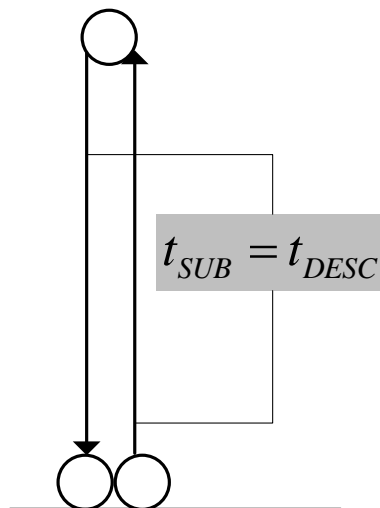
Portanto, temos acima uma fórmula que relaciona o tempo de subida com a velocidade inicial e a aceleração da gravidade.

É importante observar que o corpo efetuará uma descida após atingir o topo da trajetória. E algumas informações sobre essa descida são fundamentais e devem ser lembradas.

▪  
a) O tempo de descida é igual ao tempo de subida:

Existe uma **simetria entre a subida e a descida**, de modo que a descida se processa como a subida. Portanto, os tempos devem ser iguais.

Assim,



b) Simetria entre a subida e descida:

Algumas consequências da simetria podem ser observadas:

- **O primeiro segundo de subida é equivalente ao último segundo de queda.**
- **O último segundo de subida é equivalente ao primeiro segundo de descida.**



Professor, eu ainda não entendi a principal consequência dessa simetria.

Caro Aderbal, a principal consequência é a **distância percorrida** em trechos simétricos, que **serão as mesmas**. Assim, quando lhe for perguntado qual a distância percorrida no último segundo de subida, qual a sua resposta?



Professor, realmente é complicado responder a sua pergunta, mas eu acho que podemos usar a simetria.

Exatamente Aderbal, vamos usar a simetria e também vamos usar essa pergunta como exemplo.

**Exemplo 1: Qual a distância percorrida por um corpo no seu último segundo de subida?**

**Resposta:** Essa distância é equivalente à percorrida durante o primeiro segundo de queda. Assim, basta calcular a altura percorrida por um corpo em queda livre durante 1s.

$$t_q = \sqrt{\frac{2.H}{g}}$$

$$1 = \sqrt{\frac{2.H}{10}}$$

$$1 = \frac{H}{5}$$

$$H = 5m$$

Portanto, em um segundo de queda um corpo percorre 5m.

Assim, no último segundo de subida acontece a mesma coisa, ou seja, o corpo percorre 5m.

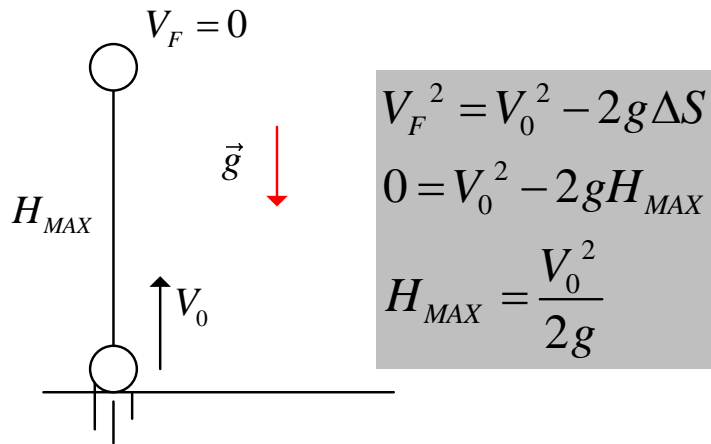
## 1.2.2 CÁLCULO DA ALTURA MÁXIMA

A altura máxima também será calculada de acordo com as equações do movimento uniformemente variado.

A equação ideal para o cálculo dessa altura é a de Torricelli, pois envolve velocidades, aceleração e espaços percorridos.

- Velocidade inicial:  $\mathbf{V_0}$
- Velocidade final:  $\mathbf{V_F = 0}$
- Variação da posição:  $\Delta\mathbf{S = H_{MAX}}$

Aplicando na equação de Torricelli:



Logo, a altura máxima atingida depende apenas da velocidade inicial e da aceleração da gravidade, como previsto.

**Exemplo 2:** Um policial necessita arremessar um radar móvel para seu companheiro de turno que se encontra no andar de cima do posto a fim de que o colega efetuasse uma medida de velocidade de um veículo suspeito. Sabendo que o piso superior onde se encontra o colega que efetuará a medição tem 2,45m de altura, calcule a velocidade mínima com que deve ser arremessado o equipamento móvel. ( $g = 10\text{m/s}^2$ ).

**Resolução:** Nessa questão, basta que nós calculemos a velocidade inicial e suponhamos que o radar chega ao piso superior em repouso. Assim, aplicando a fórmula já vista:

$$H_{MAX} = \frac{V_0^2}{2g}$$

$$2,45 = \frac{V_0^2}{2 \cdot 10}$$

$$V_0^2 = 49$$

$$V_0 = 7\text{m/s}$$

## 1.3. LANÇAMENTO VERTICAL PARA BAIXO:

O movimento de lançamento vertical para baixo merece poucos comentários, pois além de ser incomum em provas, não possui nenhuma fórmula já pronta para o cálculo de qualquer dado cinemático (alturas, velocidades, tempos, etc.).

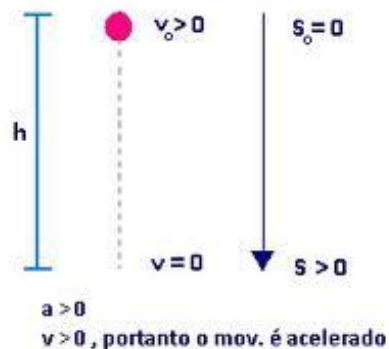
Assim, para o estudo desse movimento vamos adotar as equações do movimento retilíneo uniformemente variado, com as devidas adaptações.

Acerca do lançamento vertical para baixo podem ser feitas as seguintes observações:

- **O movimento é acelerado. (a velocidade aumenta com o tempo).**
- **A velocidade inicial é diferente de zero:  $V_0 \neq 0$ .**
- **Deve ser lançado de certa altura em relação ao solo.**

Observe a figura abaixo na qual temos representado esquematicamente esse movimento:

### Lançamento Vertical para Baixo



Ademais, apenas recomendo o uso das fórmulas do movimento retilíneo e uniformemente variado.

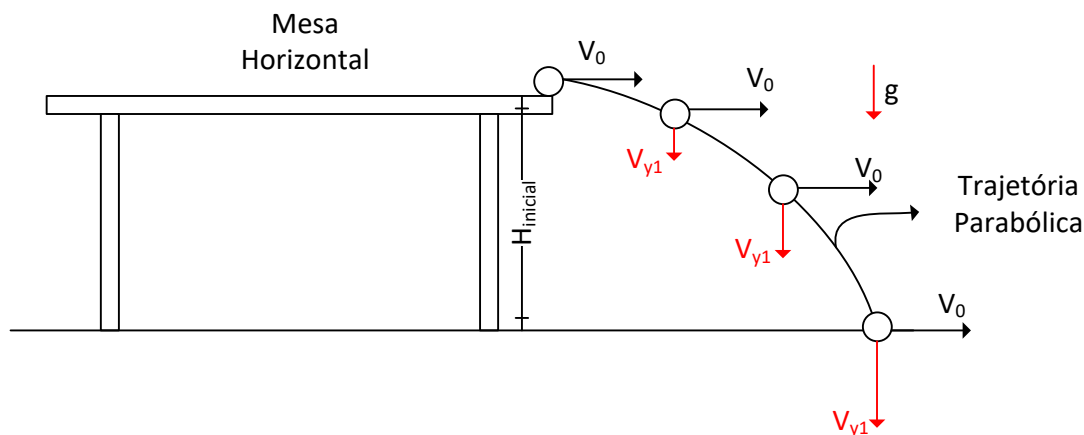
1.  $S = S_0 + V_0.t + \frac{at^2}{2}$  - Equação horária da posição do MRUV
2.  $V = V_0 + a.t$  - Equação horária da velocidade do MRUV
3.  $V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$  - Equação de Torricelli.

## 1.4. LANÇAMENTO HORIZONTAL NO VÁCUO

Bom, chegamos ao segundo assunto dessa parte da aula de hoje. **O lançamento horizontal no vácuo** tem como principal diferença, em relação ao movimento vertical no vácuo visto nos tópicos anteriores, a direção da velocidade inicial, que neste último caso será **exclusivamente horizontal**.

Outro fato importante é a altura inicial, no lançamento horizontal temos que lançar o corpo **necessariamente de uma altura inicial**.

Para exemplificar o movimento descrito:



Algumas observações devem ser feitas acerca desse movimento:



### a) O movimento horizontal é uniforme.

Note que a única aceleração presente no movimento é a da gravidade, que é vertical, portanto, temos um caso de movimento uniforme em "X".

Assim, o movimento em "X" é uniforme, com velocidade constante, o que implica que na horizontal a velocidade inicial se conserva, mantendo-se sempre igual a  $V_0$ .

$$V_x = V_0 \text{ (constante)}$$

### b) O movimento vertical é uniformemente variado.

Perceba que na vertical temos a presença da aceleração da gravidade, portanto trata-se de um caso de movimento uniformemente variado, sujeito à aceleração da gravidade.

A principal consequência é o fato de que a velocidade vertical é variável.

$$V_y = \text{variável (crescente)}$$

Como a velocidade é crescente, estamos diante de um caso de **movimento uniformemente variado do tipo acelerado**.

As equações que vão ditar esse movimento vertical são as equações do movimento uniformemente variado, ou seja:

$$1. \ S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{at^2}{2} \text{ - Equação horária da posição do MRUV}$$

$$2. \ V = V_0 + a \cdot t \text{ - Equação horária da velocidade do MRUV}$$

3.  $V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$  - Equação de Torricelli.



Professor, eu estou percebendo que o movimento vertical é, aparentemente, uma queda livre.

É exatamente isso Aderbal, o lançamento horizontal é uma **composição de uma queda livre com um movimento uniforme na horizontal**.

É como se tivéssemos pegado uma queda livre e "arrastado" ela com uma velocidade horizontal  $V_0$ .

### c) A trajetória é parabólica

Podemos provar que a altura "y" varia de acordo com a distância horizontal "x" de acordo com a função matemática abaixo:

$$y = ax^2 + bx + c$$

No entanto, a demonstração acima foge do objetivo desse curso, mas quem quiser pode me enviar e-mail que prontamente eu envio a demonstração.

## 1.4.1 CÁLCULO DO TEMPO DE QUEDA

O tempo de queda será calculado de acordo com o movimento vertical, afinal de contas trata-se de uma característica da queda.

Como é um movimento vertical do tipo queda livre, podemos afirmar que o tempo de queda é idêntico ao tempo de queda caso tivéssemos apenas abandonado o corpo da mesa.

Assim,

$$t_q = \sqrt{\frac{2.H_{inicial}}{g}}$$



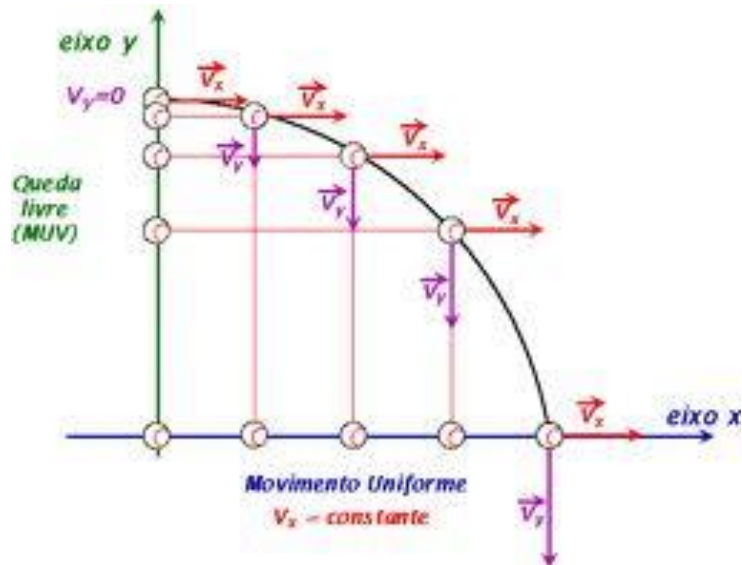
Professor, quer dizer que se eu abandonar um corpo verticalmente e outro horizontalmente eles vão chegar ao mesmo tempo no solo ?

**Exatamente, Aderbal**, parece curioso, pois você vai pensar inicialmente que o corpo abandonado verticalmente chega mais rápido porque percorre uma distância menor, no entanto, existe um princípio na Física chamado princípio de Galileu, e esse nobre colega de ciência disse certa vez a frase abaixo:

“Em um movimento composto, os movimentos são independentes, e o tempo não depende do movimento de arrastamento”.

Assim, os tempos são os mesmos, chegando ao solo ambos ao mesmo tempo.

Observe a figura abaixo onde essa situação aparece esquematizada de forma prática.



Ambas as bolas de tênis chegam ao solo no mesmo instante de tempo, **caso entrem em movimento no mesmo momento.**

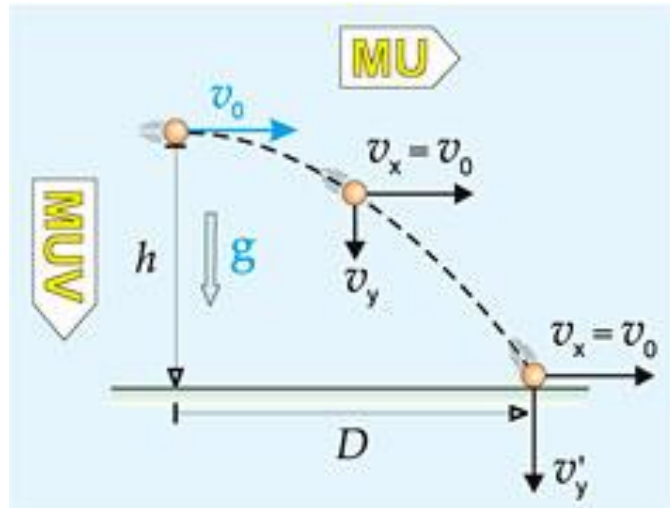
## 1.4.2 CÁLCULO DO ALCANCE HORIZONTAL

A primeira coisa que deve ficar clara é: **“o que é o alcance horizontal?”**.

Bom, inicialmente podemos afirmar que se trata de uma **distância horizontal**, pois o próprio nome já identifica.

Assim, podemos afirmar que basta calcular a distância horizontal percorrida pelo corpo durante o intervalo de tempo igual ao tempo de queda.

Observe o alcance horizontal na figura abaixo:



O alcance horizontal está representado pela distância  $D$  na figura acima.

Como é uma distância horizontal, na verdade é o  $\Delta S$  na horizontal para um  $\Delta t$  igual ao tempo de queda.

Assim, podemos escrever:

$$V_x = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$V_x = \frac{A}{t_q}$$

$$A = V_x \cdot t_q$$

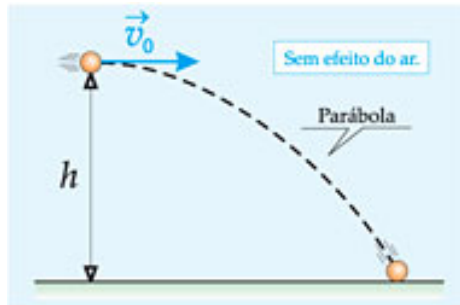
$$A = V_0 \cdot \sqrt{\frac{2H_{inicial}}{g}}$$

Portanto, demonstrada está a fórmula do alcance horizontal, que depende apenas da altura inicial, da velocidade inicial de lançamento e da aceleração da gravidade.

**Exemplo 3: (Vinícius Silva) Uma equipe da PRF designada para inspecionar um acidente ocorrido na BR116, próximo a um barranco do qual um veículo lançado horizontalmente, deseja calcular a velocidade do automóvel quando foi lançado do barranco, que possui uma altura de 5m em relação ao plano horizontal em que foi encontrado. Sabendo que o carro caiu em um ponto distante 25m**

**horizontalmente do ponto de lançamento, ajude a equipe da PRF a responder no relatório do acidente se o carro excedia a velocidade máxima da via (80km/h) no momento que foi lançado. Dado:  $g = 10\text{m/s}^2$**

**Resolução:** Trata-se de um problema clássico de cálculo de velocidades de lançamento horizontal, no qual podemos lançar mão da equação demonstrada acima para avaliar aproximadamente o valor da velocidade inicial do veículo. Obviamente vamos desconsiderar o efeito do ar e os eventuais atritos.



A bolinha acima pode ser considerada como se fosse o carro. A altura  $h$  é a altura do barranco.

Aplicando a fórmula do alcance, que nesse caso foi de 25m:

$$A = V_0 \cdot \sqrt{\frac{2H_{inicial}}{g}}$$

$$25 = V_0 \cdot \sqrt{\frac{2.5}{10}}$$

$$V_0 = 25\text{m} / \text{s}$$

$$V_0 = 25.3,6\text{km} / \text{h}$$

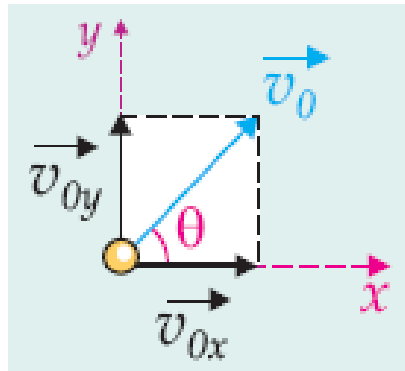
$$V_0 = 90\text{km} / \text{h}$$

Assim, podemos afirmar que o veículo excedia a velocidade máxima da via quando foi lançado para fora da estrada.

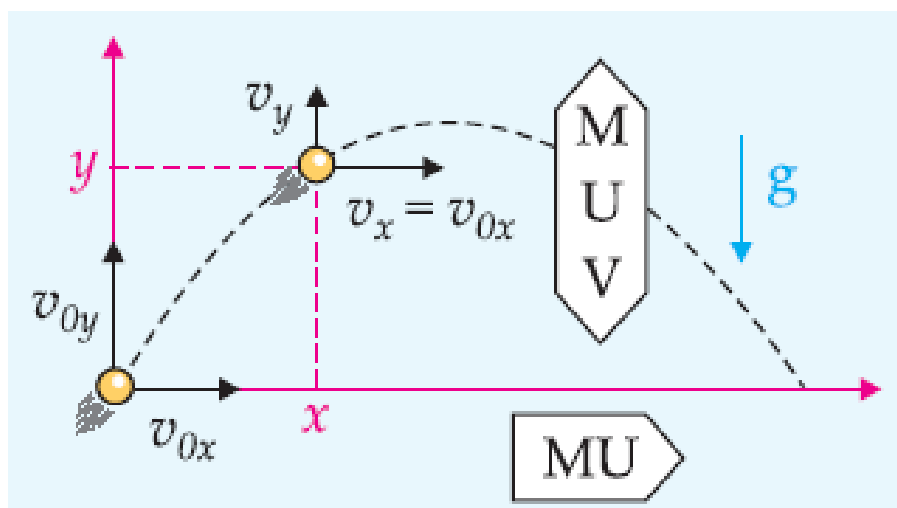
## 1.5. LANÇAMENTO OBLÍQUO

O lançamento oblíquo possui uma diferença básica em relação aos movimentos de lançamento horizontal e vertical.

No lançamento oblíquo a velocidade inicial é inclinada em relação à horizontal, de um ângulo  $\theta$ . Observe as figuras abaixo na qual podemos observar a velocidade inicial inclinada do corpo, bem como o movimento desse tipo:



(velocidade inicial decomposta)



Vamos fazer as devidas observações acerca desse movimento:

a) Movimento horizontal (em "x"):

O movimento horizontal é mais uma vez, assim como o era no caso do lançamento horizontal, um movimento uniforme com velocidade constante. Não possuímos qualquer tipo de aceleração nessa direção, o que nos permite afirmar que o movimento não sofre aumento ou redução de velocidade.

b) Movimento vertical (em "y"):

O movimento vertical é uniformemente variado, pois na vertical temos a presença da aceleração da gravidade, vertical e para baixo. Assim, o movimento vertical assemelha-se a um lançamento vertical para cima, com as mesmas características de tempo de subida, tempo de descida e altura máxima.

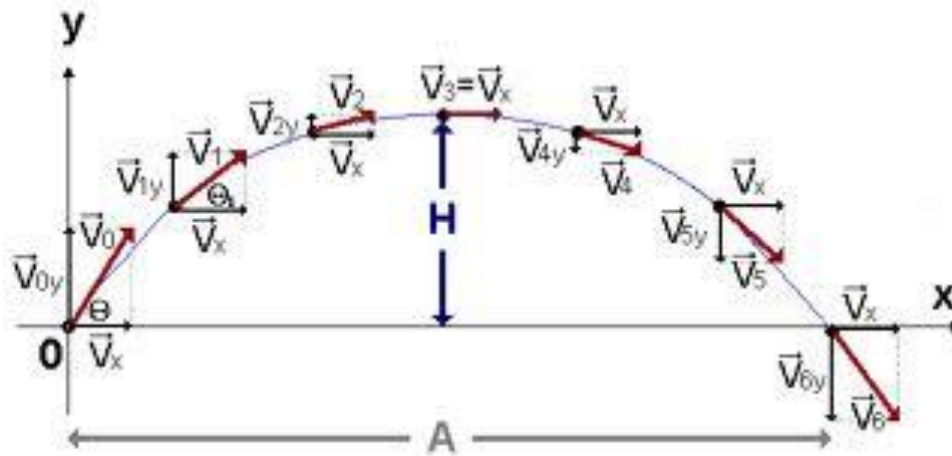


Professor, podemos dizer então que o lançamento oblíquo é uma composição de um lançamento vertical para cima com um movimento uniforme na horizontal?

Exatamente Aderbal! E lembre-se que, de acordo com o princípio de Galileu, já explicado anteriormente, esses movimento são independentes.

Observe a figura abaixo na qual podemos ver mais uma vez o movimento de lançamento oblíquo:

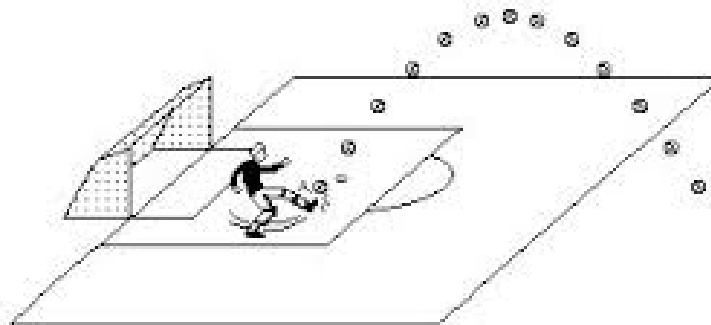


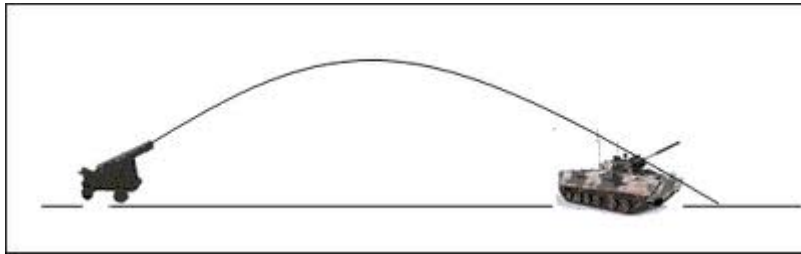


Note na figura acima que a velocidade horizontal mantém-se constante e sempre igual a  $V_x$ , enquanto que a velocidade vertical aumenta e reduz o seu valor de acordo com instante de tempo considerado.

Perceba que a velocidade vertical no ponto de altura máxima é nula, e esse fato será muito importante nas demonstrações das fórmulas nos itens seguintes.

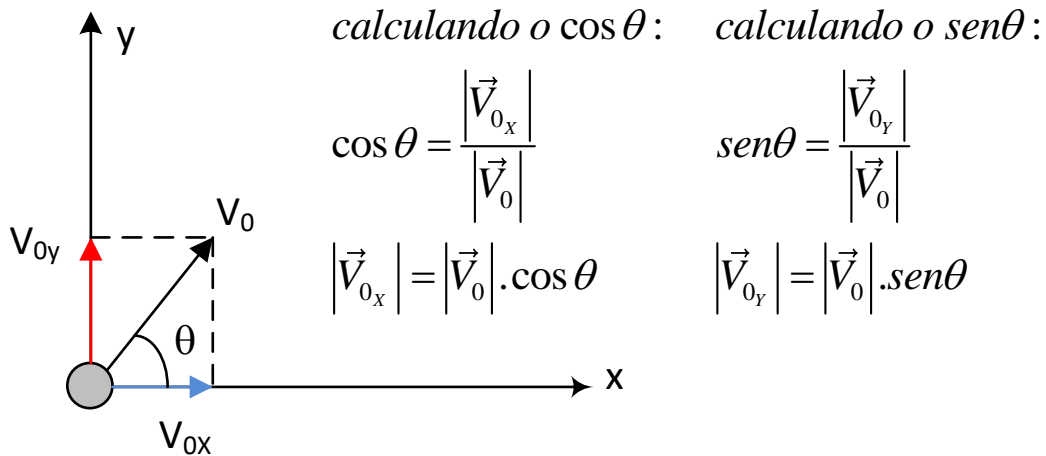
O lançamento oblíquo é muito comum na vida prática, podemos percebê-lo em um jogo de futebol, quando o goleiro bate um tiro de meta, ou em balística, quando um projétil é lançado contra o inimigo.





## 1.5.1 A DECOMPOSIÇÃO DA VELOCIDADE INICIAL

A velocidade inicial pode e deve ser decomposta nas direções vertical e horizontal. Vamos ver como se faz essa decomposição:



Vamos utilizar a decomposição acima nos cálculos das fórmulas a serem demonstradas.

## 1.5.2 CÁLCULO DO TEMPO DE SUBIDA, DO TEMPO DE SUBIDA E DO TEMPO TOTAL

Note que a subida é um movimento de lançamento vertical, ou seja, vamos usar as equações do movimento retilíneo e uniformemente variado.

Vamos pensar um pouco:

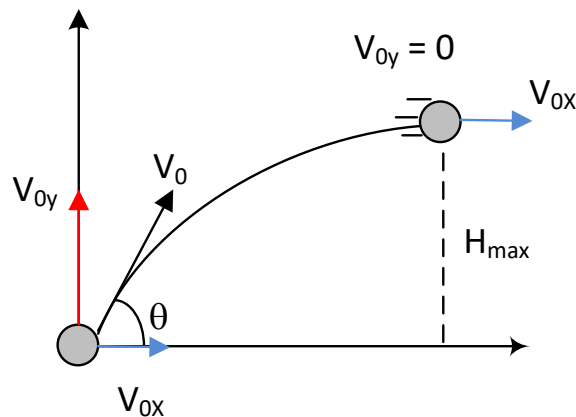
Você precisa calcular um tempo, o que nos remete a duas equações:

1.  $S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$  - Equação horária da posição do MRUV

2.  $V = V_0 + a \cdot t$  - Equação horária da velocidade do MRUV

Ocorre que a primeira equação envolve espaços, que, a primeira vista, não é uma tarefa simples determiná-los nesse momento da aula. Vamos preferir utilizar a segunda equação, uma vez que sabemos que ao final da subida o corpo apresenta velocidade vertical nula.

Assim, aplicando a equação 2 no eixo vertical:



$$V_y = V_{0y} - g \cdot t_{sub}$$

como  $V_y = 0$ :

$$0 = V_{0y} - g t_{sub}$$

$$t_{sub} = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$$

Perceba que temos uma equação que depende apenas da inclinação do lançamento ( $\theta$ ), da velocidade inicial e da aceleração da gravidade.

Quanto ao tempo de descida, facilmente podemos afirmar que é igual ao tempo de subida, pois é um caso clássico de simetria entre a subida e a descida.

Lembre-se de que para pontos a mesma altura na subida e na descida podemos afirmar o seguinte:

- Possuem a mesma velocidade, porém em sentidos opostos.

Assim,

$$t_{desc.} = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$$

O tempo total é simples, pois basta notar que o tempo para subir e descer é a soma do tempo de subida e do tempo de descida, mas lembre-se de que são dois tempos iguais:

$$t_{desc.} + t_{sub.} = \frac{V_{0y}}{g} + \frac{V_{0y}}{g}$$

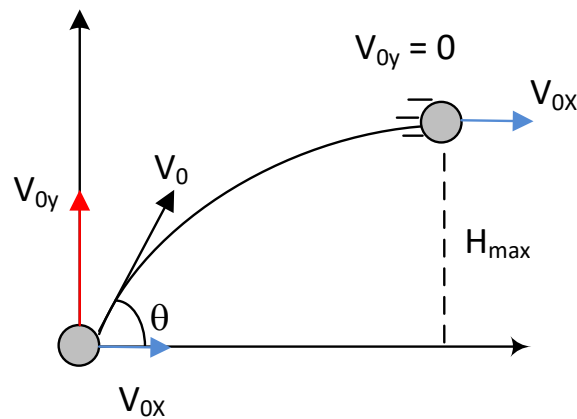
$$t_{total} = \frac{2 \cdot V_{0y}}{g}$$

$$t_{total} = \frac{2 \cdot V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$$

### 1.5.3 CÁLCULO DA ALTURA MÁXIMA

A altura máxima é uma distância vertical e deve ser calculada mediante a aplicação de uma das fórmulas do movimento retilíneo e uniformemente variado.

Observe a figura abaixo onde podemos observar que no movimento vertical a altura máxima é o  $\Delta S$  vertical enquanto a velocidade vertical passa de  $V_{0y}$  para zero.



Usando a equação de Torricelli para calcular a  $H_{MÁX}$ :

$$V_Y^2 = V_{0y}^2 + 2aH_{MÁX}$$

$$0 = V_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot H_{MÁX}$$

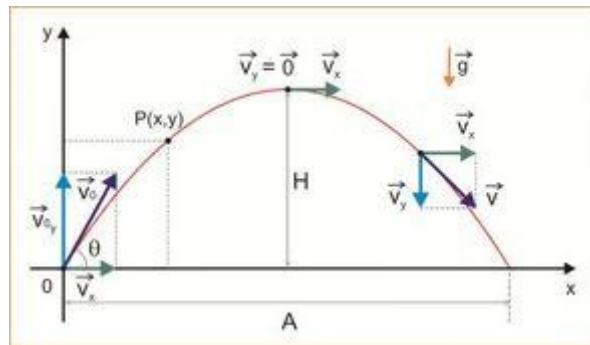
$$H_{MÁX} = \frac{V_{0y}^2}{2 \cdot g} = \frac{V_0^2 \cdot \text{sen}^2(\theta)}{2 \cdot g}$$

A altura máxima depende então da velocidade inicial, do ângulo de lançamento e da aceleração da gravidade.

## 1.5.4 CÁLCULO DO ALCANCE HORIZONTAL

Chegamos a um ponto muito interessante da nossa aula, que é o cálculo do alcance horizontal, que nada mais é do que a distância horizontal que um corpo alcança quando regressa ao solo.

Veja na figura abaixo o alcance representado pela letra A:



O alcance horizontal é uma distância horizontal e devemos portanto utilizar a equação do movimento uniforme (velocidade constante):

$$V_{0_x} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$V_{0_x} = \frac{A}{t_{total}}$$

$$A = V_{0_x} \cdot t_{total}$$

$$A = V_{0_x} \cdot \frac{2 \cdot V_{0_y}}{g}$$

$$A = \frac{2 \cdot V_{0_x} \cdot V_{0_y}}{g}$$

Essa fórmula é a fórmula base para as demais que vamos demonstrar.

Podemos utilizar as velocidades decompostas em função dos ângulos e deduzir outra fórmula:

$$A = \frac{2 \cdot V_{0_x} \cdot V_{0_y}}{g}$$

$$A = \frac{2 \cdot V_0 \cdot \text{sen}\theta \cdot V_0 \cos\theta}{g}$$

$$A = \frac{V_0^2 \cdot 2 \cdot \text{sen}\theta \cdot \cos\theta}{g}$$

Essa última fórmula envolve a velocidade inicial o ângulo de inclinação e a aceleração da gravidade.

Podemos ainda modificar essa fórmula, bastando para isso lembrar-se de uma relação trigonométrica conhecida:

$$\text{sen}(2.\theta) = 2.\text{sen}\theta.\text{cos}\theta$$

Assim, se aplicarmos essa relação na última equação do alcance demonstrada, teríamos:

$$A = \frac{V_0^2 . \text{sen}(2.\theta)}{g}$$

Essa última fórmula será interessante para o cálculo do alcance máximo a ser detalhado no próximo item.

### 1.5.4.1 ALCANCE MÁXIMO

Para uma mesma velocidade inicial e uma mesma aceleração da gravidade, pode ser atingido um alcance máximo, para isso basta variar o ângulo de inclinação da velocidade inicial, para que esse intento seja atingido.

Você certamente já deve ter se deparado com a seguinte situação: como faço para atingir um alcance máximo com uma mangueira de jardim apenas variando a inclinação da mangueira em relação à horizontal?

Essa resposta daremos ao final da análise do alcance horizontal máximo.

Vamos partir da última fórmula demonstrada:

$$A = \frac{V_0^2 . \text{sen}(2.\theta)}{g}$$



Nessa fórmula, para uma mesma velocidade inicial e para um mesmo campo gravitacional, o alcance será modificado quando da modificação do ângulo, assim o termo variante será o  $\text{sen}(2\theta)$ .

O seno de um ângulo possui uma variação, ou seja, possui um valor máximo e um valor mínimo:

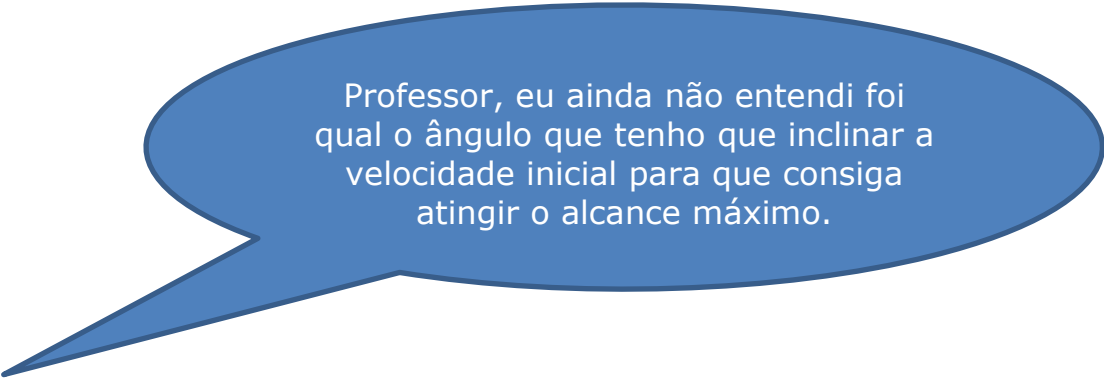
$$1 \leq \text{sen}(2\theta) \leq 1$$

Assim, o valor máximo que o  $\text{sen}(2\theta)$  pode assumir é o valor igual a **1**.

Assim, substituindo o valor de  $\text{sen}(2\theta) = 1$  na fórmula do alcance teremos:

$$A = \frac{V_0^2 \cdot \text{sen}(2\theta)}{g}$$
$$\text{sen}(2\theta) = 1$$
$$A_{MÁX} = \frac{V_0^2}{g}$$

Portanto, o alcance máximo atingido pelo projétil será dado pela fórmula acima.



Professor, eu ainda não entendi foi qual o ângulo que tenho que inclinar a velocidade inicial para que consiga atingir o alcance máximo.



Bom, para isso basta analisar a condição que foi imposta para o alcance máximo.



Professor, essa condição é a do seno do ângulo igual a 1?

É isso aí Aderbal!

O seno do ângulo deve ser igual a 1 para que tenhamos o alcance máximo.

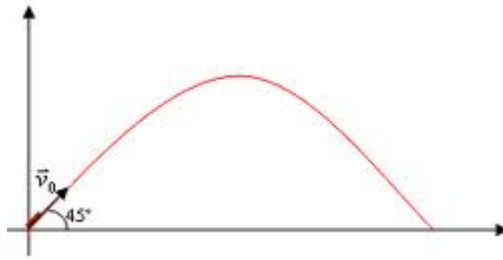
Assim, temos:

$$\text{sen}(2.\theta) = 1$$

$$2\theta = 90^\circ$$

$$\theta = 45^\circ$$

Lembre-se de que o seno de um ângulo igual a 1 implica dizer que esse ângulo é igual a  $90^\circ$  ou  $90 + n.360^\circ$ . Como não vamos utilizar os outros valores, por serem maiores que o próprio  $90^\circ$ , temos que o ângulo de lançamento igual a  $45^\circ$  implica em alcance máximo.



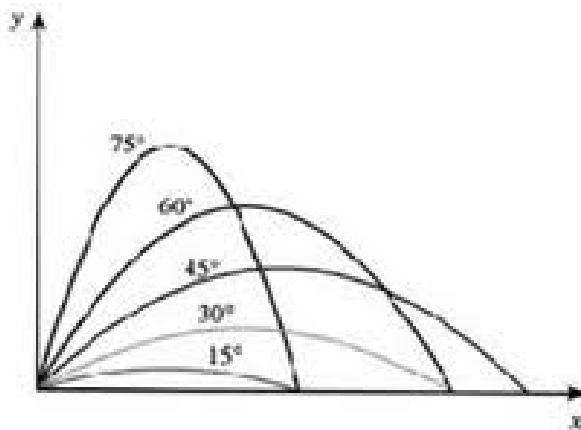
Para finalizar a teoria de hoje, vou fazer um pergunta básica:

“Pode haver dois alcances horizontais iguais para ângulos de inclinação diferentes?”

A resposta é afirmativa, para isso basta que tenhamos ângulos complementares, ou seja, basta que a soma dos ângulos de lançamento tenham soma igual a  $90^\circ$ .

$$\theta + \alpha = 90^\circ$$

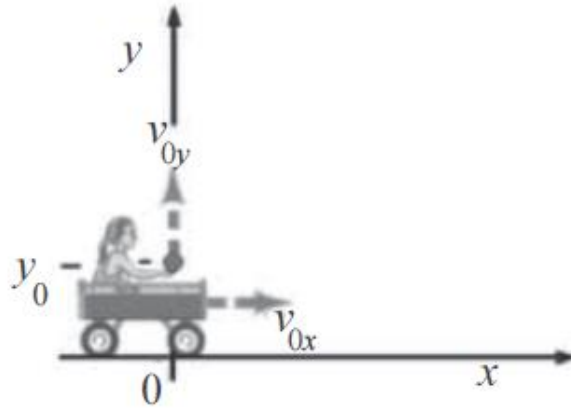
Veja abaixo uma figura onde representamos vários alcances horizontais iguais:



Veja que os alcances iguais são aqueles cuja soma dos ângulos é de  $90^\circ$ .

## 2. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

### 01. (CESPE – UNB – FUB – FÍSICO)



A figura acima mostra uma criança em um carrinho que se move com velocidade constante  $v_{0x}$ , em um plano horizontal. Durante o movimento do carrinho, a criança joga uma bola para cima com velocidade inicial igual a  $v_{0y}$ .

No referencial da criança, a origem do sistema de eixos coordenados está fixa ao carrinho. Para o observador externo, a origem dos sistemas de eixos coordenados é identificada por 0 na figura e está fixo ao solo. Desprezando o atrito com o ar e considerando a aceleração da gravidade igual a  $g$ , julgue os itens de 53 a 58, acerca da situação apresentada.

1. Do ponto de vista da criança, considerando-se um referencial fixo no carrinho, é correto afirmar que a bola descreve um movimento parabólico de subida e descida, cuja posição

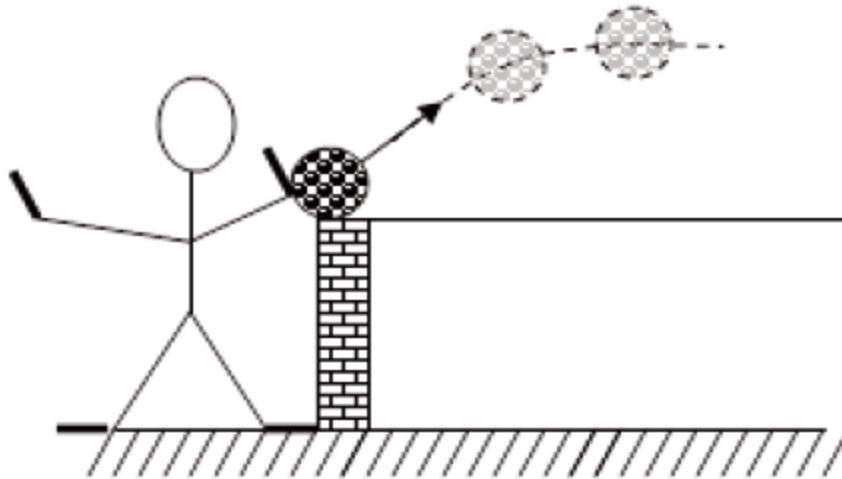
na vertical em função do tempo é descrita pela equação 
$$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2.$$

2. Do ponto de vista de um observador externo, considerando-se um referencial fixo ao solo, é correto afirmar que a bola descreve um movimento parabólico de subida e descida, descrito por uma função quadrática genérica do tipo  $y(x) = a + bx + cx^2$ , em que  $a$ ,  $b$ ,  $c$  pertencem ao conjunto dos números reais.

3. As posições sobre o solo na direção horizontal onde a bola estará na mão da criança

são  $x = 0$  e  $x = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}.$

**02. (IBFC – POLÍCIA CIVIL/RJ – PERITO CRIMINAL - ADAPTADA)** Uma ocorrência deve ser refeita para que, utilizando as leis da Física, possa esclarecer um determinado fato. Um perito irá arremessar uma bola de tênis com uma velocidade inicial de  $24,5\text{m/s}$ , e esta faz um ângulo de  $60^\circ$  com a horizontal. Com base nessas informações julgue as afirmações a seguir.



1. O tempo que a bola fica no ar é de aproximadamente  $2,5\text{s}$ .
2. A distância que a bola percorre na horizontal vale aproximadamente  $30,6\text{m}$ .

**03. (POLÍCIA CIVIL/SC – PERITO CRIMINALÍSTICO)** Um corpo é atirado verticalmente para cima, com velocidade de  $40\text{ m/s}$ . Considerando-se a aceleração da gravidade  $g = 10\text{ m/s}^2$ , a altura máxima que o corpo atinge, a partir do ponto de lançamento, é:

- a) 40 metros
- b) 80 metros
- c) 60 metros
- d) 160 metros

**04. (NCE – RJ – UFRJ – FÍSICO)** Um projétil é disparado do solo com velocidade inicial de módulo  $v_0$  e ângulo de tiro  $\theta_0$ . Despreze a resistência do ar e considere nula a energia potencial gravitacional no solo. Para que no ponto mais alto da trajetória metade da

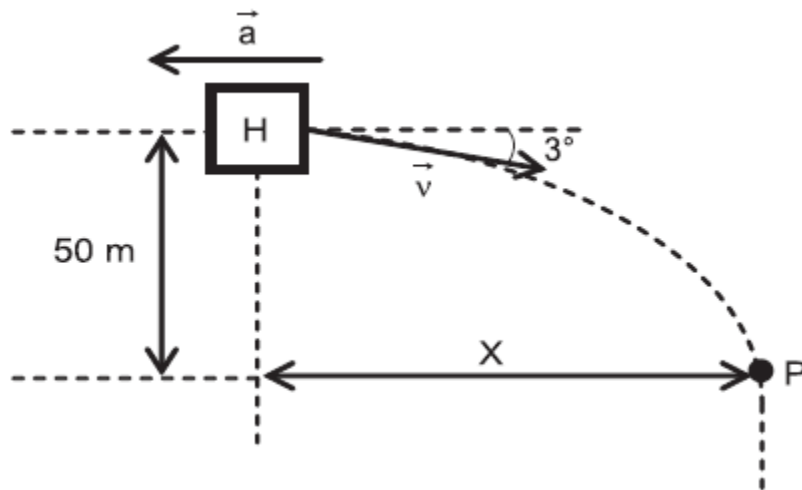
energia mecânica total esteja sob a forma de energia potencial, o ângulo de tiro  $\theta_0$  deve ser:

- (A)  $15^\circ$
- (B)  $30^\circ$
- (C)  $45^\circ$
- (D)  $60^\circ$
- (E)  $75^\circ$

**05. (CESGRANRIO – TRANSPETRO – TÉCNICO EM OPERAÇÃO JUNIOR)** Um objeto desliza sobre uma mesa e atingirá o chão após ultrapassar a borda dessa mesa, descrevendo um movimento parabólico com relação aos eixos horizontal e vertical arbitrados por um observador parado. Com relação a esse observador, é correto afirmar sobre o objeto que sua(s)

- (A) velocidade horizontal e sua aceleração vertical são constantes.
- (B) velocidade horizontal varia, e sua aceleração permanece constante.
- (C) aceleração e velocidades variam.
- (D) velocidades horizontal e vertical são variáveis.
- (E) velocidades vertical e horizontal são constantes.

**06. (CESGRANRIO - DECEA – 2013 – CONTROLADOR DE TRÁFEGO AÉREO)** Um helicóptero H se movimenta na descendente com velocidade inicial  $\vec{v}$ , de módulo 10 m/s, formando um ângulo de  $3^\circ$  com a horizontal, conforme mostra a Figura abaixo. A aceleração do helicóptero é constante, horizontal e contrária ao movimento. Quando o helicóptero atinge o ponto P, 50 m abaixo da posição inicial, o seu movimento passa a ser vertical com aceleração zero.



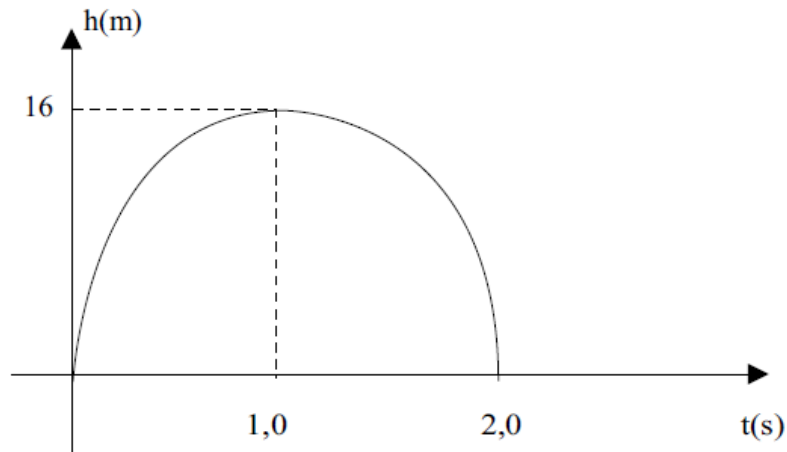
Qual é, aproximadamente, em m, o deslocamento horizontal  $X$  do helicóptero?

Dados

- $\cos 3^\circ = 1$
- $\text{sen } 3^\circ = 0,05$

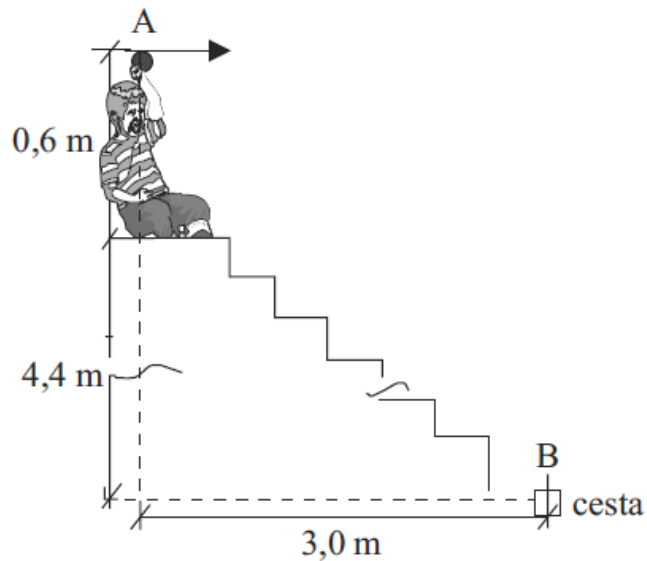
- (A) 32
- (B) 50
- (C) 167
- (D) 500
- (E) 1.000

**07. (VUNESP – SEED – SP – PROFESSOR DE FÍSICA)** O gráfico a seguir é uma parábola que representa um movimento de lançamento vertical, ocorrido a partir de um planeta hipotético, cuja gravidade, em  $\text{m/s}^2$ , é:



- (A) 12,4.
- (B) 16,2.
- (C) 24,4.
- (D) 26,0.
- (E) 32,0.

**08. (VUNESP – SEED – SP – PROFESSOR DE FÍSICA)** Um garoto sentado no último degrau de uma escada lança, do ponto A, uma bolinha, tentando acertá-la numa cesta presa no ponto B, localizada na base da escada, conforme representado na figura a seguir.





Considerando que o garoto lança a bolinha exatamente na direção horizontal e que o ponto A localiza-se a 0,6 m de altura em relação ao último degrau da escada no qual o garoto está sentado, a velocidade de lançamento da bolinha, em m/s, para que ela acerte a cesta, deve ser igual a

- (A) 1,0.
- (B) 2,0.
- (C) 3,0.
- (D) 4,0.
- (E) 5,0.

**09. (CESGRANRIO – DECEA – CONTROLADOR DE TRÁFEGO AÉREO)** Um projétil será lançado obliquamente do solo com velocidade inicial de 80m/s e ângulo de  $60^\circ$  com a horizontal. Desprezando-se a resistência do ar e considerando-se a gravidade local igual a  $10\text{m/s}^2$  e o solo horizontal, a que distância, em metros, do ponto de lançamento o projétil volta a atingir o chão?

- (A)  $320\sqrt{3}$
- (B) 320
- (C)  $160\sqrt{3}$
- (D) 160
- (E)  $80\sqrt{3}$

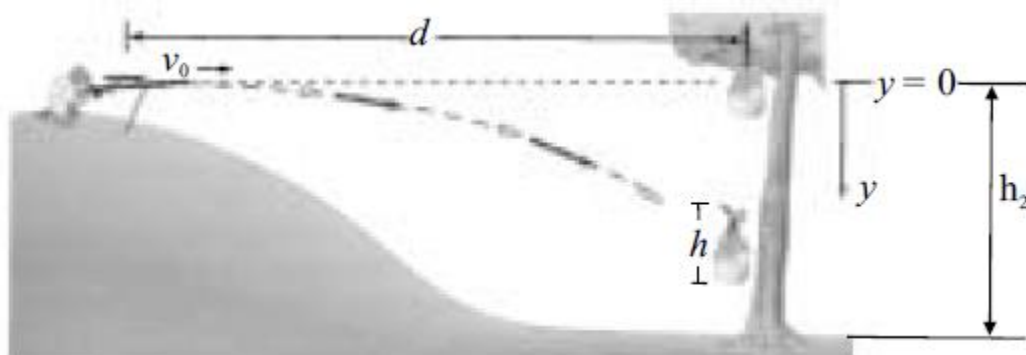
**10. (CESGRANRIO – PETROBRÁS – TÉCNICO DE OPERAÇÃO JÚNIOR)** Dois corpos de massas  $m_1 = 80,0$  kg e  $m_2 = 10,0$  kg são abandonados, simultaneamente, a partir do repouso, de uma altura  $h$  em relação ao solo. Considerando-se desprezível a resistência do ar, a diferença entre os tempos necessários para que os corpos atinjam o solo é

- (A) zero
- (B) 0,5 s
- (C) 1,0 s
- (D) 1,5 s
- (E) 2,0 s

**11. (CESGRANRIO – REFAP – OPERADOR I – 2007)** Um corpo foi abandonado de uma altura de 12,8 metros. Desprezando-se a resistência do ar e considerando-se a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , a velocidade, em m/s, com que o corpo atinge o solo é:

- (A) 12
- (B) 14
- (C) 16
- (D) 18
- (E) 20

**12. (CESPE-UNB – POLÍCIA FEDERAL – PERITO CRIMINAL – FÍSICO - 2004)**



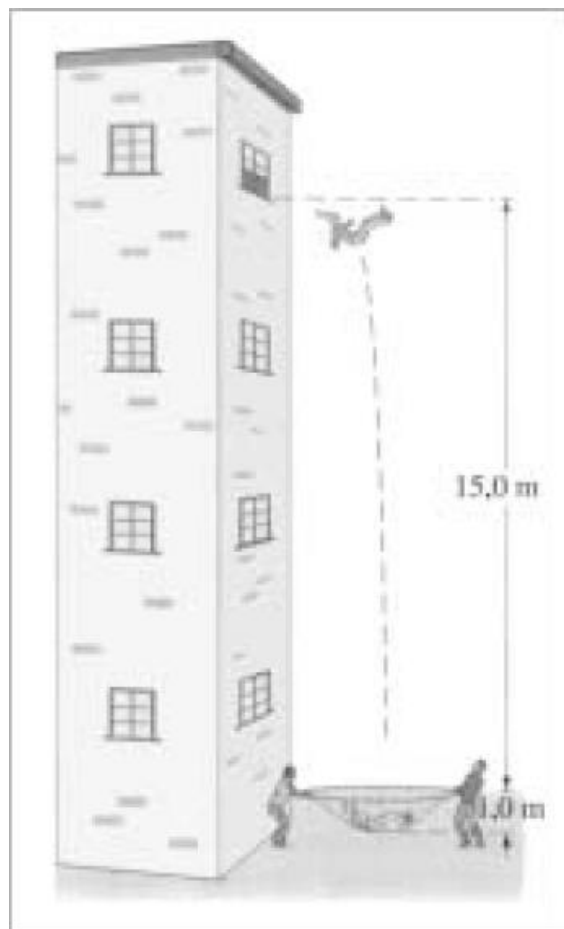
Especialistas em tiro ao alvo frequentemente treinam em alvos em movimento. A figura acima mostra um desses momentos. No instante em que o atirador disparou o projétil, o alvo (fruta) desprende-se da árvore e ambos, alvo e projétil emitido pela arma, começaram a cair. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes, considerando que: a resistência do ar é desprezível, a aceleração gravitacional  $g$  é constante e igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , a altura do alvo  $h = 20 \text{ cm}$ , a distância horizontal percorrida pelo projétil  $d = 100 \text{ m}$  e a velocidade inicial horizontal do projétil  $v_0 = 400 \text{ m/s}$ . Despreze o tempo gasto pelo projétil ao se deslocar no interior da arma.

1. Após um intervalo de tempo  $t$ , o projétil percorrerá a mesma distância vertical que o alvo.

2. O tempo de queda  $t$  da fruta, na vertical, pode ser corretamente calculado pela relação

$$\sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}}.$$

**13. (CESPE – UNB – POLÍCIA FEDERAL – PERITO CRIMINAL – FÍSICO – 2004)**

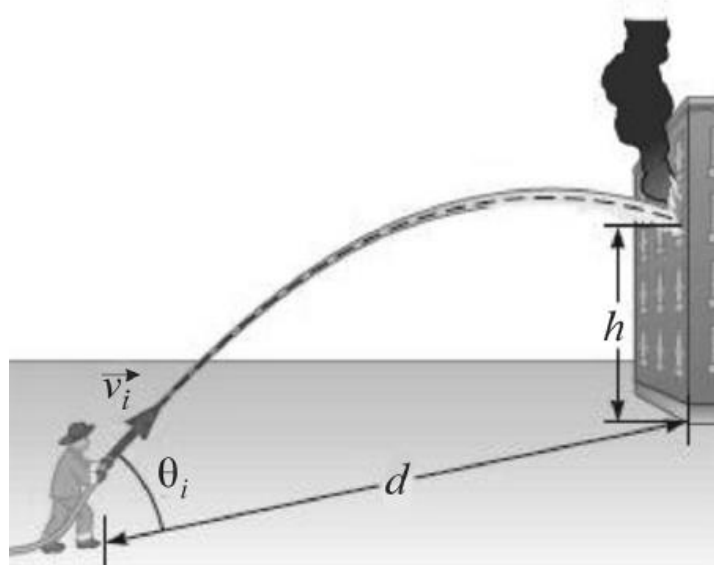


A figura acima mostra uma situação em que uma pessoa cai da janela do quarto andar de um prédio. Na distância de 15,0 m dessa janela, existe uma rede de salvamento

elástica que ficou 1,0 m estendida após capturar a pessoa e esta ter ficado em repouso. Com base nessa situação hipotética e nas leis de Newton, julgue os itens subsequentes, desprezando as forças externas e o atrito com o ar e considerando que a aceleração gravitacional é constante e igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .

1. O módulo da componente vertical da velocidade do corpo da pessoa ao tocar na rede é igual a  $10 \text{ m/s}$ .
2. O corpo do indivíduo, ao tocar na rede, sofreu uma desaceleração cujo módulo é igual a  $7,5 \text{ m/s}^2$ .

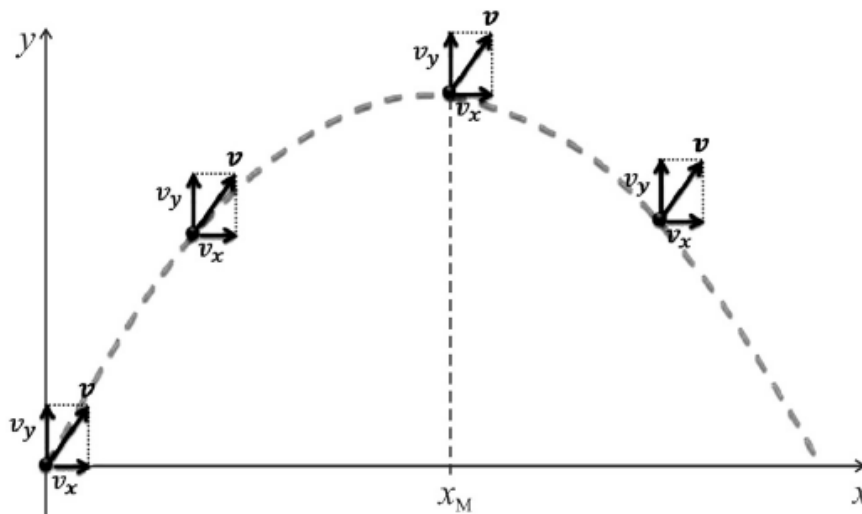
#### 14. (CESPE/UNB - CBM-CE – SOLDADO – 2014)



Na figura acima, é mostrada a cena de um bombeiro, que, no plano horizontal, usa um jato de água para apagar o incêndio em um apartamento localizado a  $h$  m de altura, em relação ao mesmo plano horizontal. Nessa figura,  $\vec{v}_i$  é o vetor velocidade do jato de água ao sair da mangueira;  $\theta_i$  é o ângulo de inclinação do bico da mangueira em relação ao plano horizontal; e  $d$  é a distância entre o bombeiro e o edifício. Com base nessas

informações, considerando que sejam nulas as forças de atrito sobre qualquer elemento do sistema e que o jato de água seja uniforme, julgue os próximos itens.

1. O jato de água atinge o alcance máximo na horizontal quando  $\theta_i = 45^\circ$ .
2. A forma parabólica do jato de água deve-se exclusivamente à força gravitacional.
3. A projeção no eixo horizontal do movimento das partículas de água, após saírem da mangueira, descreve um movimento uniformemente acelerado.
4. A orientação do vetor velocidade do jato de água e de suas componentes nos eixos vertical e horizontal do plano cartesiano que contém a trajetória do jato de água e que apresenta um dos eixos contido no plano horizontal em que se encontra o bombeiro pode ser corretamente representada pela seguinte figura, em que  $x_M$  é o ponto no qual o jato de água atinge sua altura máxima.



**15. (CESPE-UNB – PERITO – PCPE/2016)** Considere que um projétil tenha sido disparado de uma pistola com velocidade inicial de módulo igual a  $V_0$  e em ângulo  $\theta$  (ascendente) em relação à horizontal. Desprezando a resistência do ar, assinale a opção correta acerca do movimento realizado por esse projétil.

- A. No ponto de altura máxima, a velocidade resultante do projétil será nula.
- B. A aceleração do projétil será nula no ponto de altura máxima.
- C. A única força atuante no projétil durante todo o movimento é o seu peso.
- D. O alcance horizontal que o projétil pode atingir depende de sua massa
- E. A componente horizontal da velocidade do projétil varia de ponto a ponto na trajetória, porém sua componente vertical é invariável.

**Texto 5A1AAA**

A figura I, a seguir, ilustra uma colisão ocorrida entre um carro e uma moto parada. A massa total do carro era de 2.000 kg, e o módulo de sua velocidade era igual a  $V_c$ . A moto tinha massa igual a 120 kg e era pilotada por um motociclista cuja massa era de 80 kg.

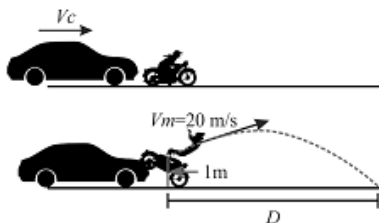


Figura I

Imediatamente após a colisão, carro e moto permaneceram parados e um quarto da energia cinética do carro foi transferido para o motociclista, que foi arremessado de uma altura de 1 m, a uma velocidade  $V_m$  igual 20 m/s. Após a colisão, o motociclista descreveu uma trajetória oblíqua, mostrada na figura II, percorrendo na direção horizontal, até atingir o solo, uma distância igual a  $D$ .

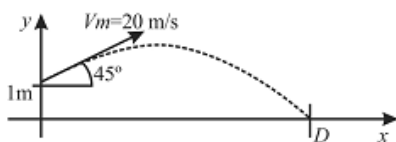


Figura II

Sabendo que  $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , considere que  $10 \text{ m/s}^2$  seja o módulo da aceleração da gravidade e despreze a resistência do ar.

**16.** Com base nas informações e nas figuras apresentadas no texto 5A1AAA, o módulo da velocidade com que o carro atingiu a moto é igual a

- A. 4,0 m/s.
- B. 8,0 m/s.

- C. 16,0 m/s.
- D. 0,8 m/s.
- E. 3,2 m/s.

**17.** Considerando-se as informações e figuras apresentadas no texto 5A1AAA, a distância horizontal  $D$ , em m, percorrida pelo motociclista arremessado é

- A. superior a 40.
- B. inferior a 2.
- C. superior a 2 e inferior a 5.
- D. superior a 5 e inferior a 10.
- E. superior a 10 e inferior a 40.

**18. (CESGRANRIO – Petrobrás – Geofísico Jr. - 2018)** Uma ferramenta com uma massa de 4 kg é abandonada, a partir do repouso, sobre uma altura de 7,2 m. Os efeitos do atrito são desprezíveis, e a aceleração gravitacional no local é  $10\text{m/s}^2$ .

Qual a velocidade, em m/s, em que a ferramenta irá tocar o chão?

- A. 10
- B. 12
- C. 15
- D. 20
- E. 25

**19. (FUNDEP – UFVJM – TÉCNICO DE LABORATÓRIO DE FÍSICA – 2017)** Um lançador de bolinhas é instalado em um laboratório para se estudar lançamento oblíquo. Um professor pede, então, que, desprezando os efeitos de resistência do ar e atrito, os

alunos citem as grandezas que devem ser conhecidas para se obter a altura máxima atingida pela bolinha e o alcance dela.

Assinale a alternativa que apresenta as grandezas que devem ser conhecidas.

A. Massa da bolinha, velocidade inicial da bolinha, ângulo de lançamento e aceleração da gravidade local.

B. Peso da bolinha, aceleração da gravidade local, intervalo de tempo entre o lançamento e a queda da bolinha e a velocidade inicial da bolinha.

C. Velocidade inicial da bolinha, ângulo de lançamento, aceleração da gravidade local e intervalo de tempo entre o lançamento e a queda da bolinha.

D. Ângulo de lançamento e aceleração da gravidade local.

**20. (IBFC – POLÍCIA CIENTÍFICA – PR – AUXILIAR DE PERÍCIA – 2017)** Um corpo é lançado do solo verticalmente para cima, com velocidade inicial de 60 m/s. Desprezando a resistência do ar e admitindo  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , o tempo gasto pelo corpo para atingir a altura máxima foi de:

A. 60 s

B. 30 s

C. 90 s

D. 6 s

E. 15 s

**21. (IBFC – POLÍCIA CIENTÍFICA – PR – AUXILIAR DE PERÍCIA – 2017)** Uma pedra é lançada verticalmente para baixo, do alto de um edifício, com velocidade inicial de 20 m/s. Decorridos 10 segundos, a pedra atinge o solo. Sendo  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Desse modo, a altura do ponto de lançamento, desprezando a resistência do ar é igual a:

A. 100 m

B. 150 m

C. 200 m

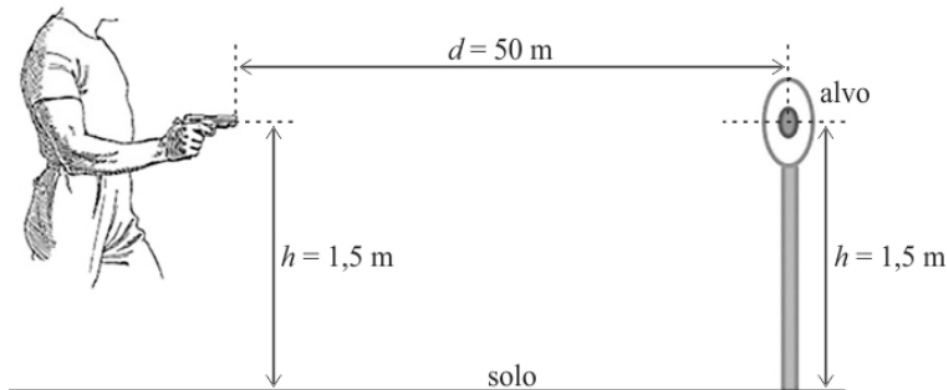
D. 250 m

E. 300 m



## 22. (Cespe – Polícia Rodoviária Federal – DPRF/2019)

A figura seguinte ilustra uma prova de tiro ao alvo com arma de fogo: o alvo é um círculo de 20 cm de diâmetro e está localizado a 50 m da extremidade do cano da arma. O cano da arma e o centro do alvo estão à altura de 1,5 m do solo.



Nessa situação, um projétil de massa igual a 15 g sai do cano da arma paralelamente ao solo, com velocidade horizontal inicial de 720 km/h.

Tendo como referência a situação apresentada, julgue o item a seguir, considerando que a aceleração da gravidade seja de  $9,8 \text{ m/s}^2$  e desprezando o atrito do ar sobre o projétil.

Na situação em tela, o projétil atingirá o alvo circular.

### Comentário:

Para resolver essa questão temos que ter em mente que o projétil vai “cair” uma distância vertical que deve ser calculada e com isso vamos chegar a conclusão da resposta para a afirmação.

Para calcular a distância de queda, vamos verificar qual o tempo que o projétil tem para realizar essa descida, que é o mesmo tempo que ele possui para percorrer os 50m que os separam do alvo.

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{V} = \frac{50\text{m}}{720/3,6 \text{ m/s}} = 0,25\text{s}$$

Agora temos de calcular o valor da distância vertical de queda:

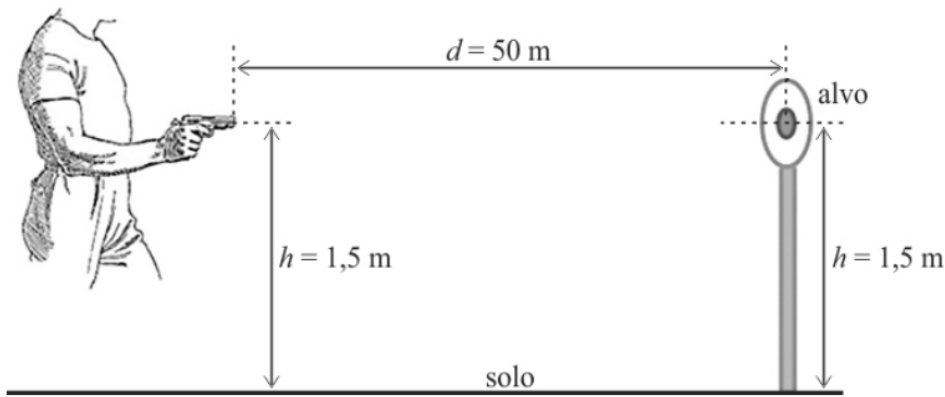
$$\Delta h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 0,25^2$$

$$\Delta h = 0,30625m = 30,625cm$$

Como o raio do alvo é de 10cm, pois é a metade do diâmetro de 20cm, concluímos que o alvo não será atingido, pois o projétil terá uma queda de mais de 30cm.

### 23. (Cespe – Polícia Rodoviária Federal – DPRF/2019)

A figura seguinte ilustra uma prova de tiro ao alvo com arma de fogo: o alvo é um círculo de 20 cm de diâmetro e está localizado a 50 m da extremidade do cano da arma. O cano da arma e o centro do alvo estão à altura de 1,5 m do solo.



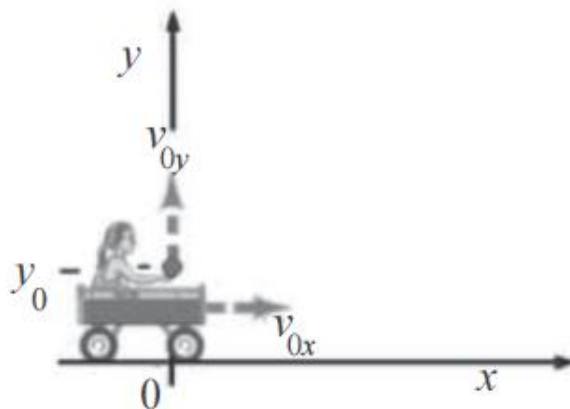
Nessa situação, um projétil de massa igual a 15 g sai do cano da arma paralelamente ao solo, com velocidade horizontal inicial de 720 km/h.

Tendo como referência a situação apresentada, julgue o item a seguir, considerando que a aceleração da gravidade seja de  $9,8 \text{ m/s}^2$  e desprezando o atrito do ar sobre o projétil.

O deslocamento do projétil na direção horizontal ocorre de acordo com uma função quadrática do tempo.

## 8. EXERCÍCIOS COMENTADOS

### 01. (CESPE – UNB – FUB – FÍSICO)



A figura acima mostra uma criança em um carrinho que se move com velocidade constante  $v_{0x}$ , em um plano horizontal. Durante o movimento do carrinho, a criança joga uma bola para cima com velocidade inicial igual a  $v_{0y}$ .

No referencial da criança, a origem do sistema de eixos coordenados está fixa ao carrinho. Para o observador externo, a origem dos sistemas de eixos coordenados é identificada por 0 na figura e está fixo ao solo. Desprezando o atrito com o ar e considerando a

aceleração da gravidade igual a  $g$ , julgue os itens de 53 a 58, acerca da situação apresentada.

1. Do ponto de vista da criança, considerando-se um referencial fixo no carrinho, é correto afirmar que a bola descreve um movimento parabólico de subida e descida, cuja posição

na vertical em função do tempo é descrita pela equação  $y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2$ .

**Resposta: item incorreto.**

**Comentário:**

Na vertical, o movimento é uniformemente variado, conforme visto na parte teórica da aula. Assim, a posição vertical varia de acordo com o tempo da seguinte forma:

$$y(t) = y_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$y(t) = y_0 + V_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Perceba que a aceleração da gravidade é negativa, pois aponta para baixo enquanto que o referencial vertical adotado foi positivo para cima.

Assim, por um simples detalhe de sinal, o item está incorreto.

Veja que utilizamos a equação da posição do MRUV.

2. Do ponto de vista de um observador externo, considerando-se um referencial fixo ao solo, é correto afirmar que a bola descreve um movimento parabólico de subida e descida, descrito por uma função quadrática genérica do tipo  $y(x) = a + bx + cx^2$ , em que  $a$ ,  $b$ ,  $c$  pertencem ao conjunto dos números reais.

**Resposta: item correto.**

**Comentário:**

O item está correto, pois a trajetória é realmente uma parábola, com concavidade voltada para baixo, conforme será demonstrado abaixo.

Vamos partir da equação em  $x$ , que será oriunda da equação da posição horizontal e da equação em  $y$ , oriunda da equação da posição vertical já vista no item anterior.

Assim,

$$x(t) = x_0 + V_x \cdot t$$

$$x(t) = V_{0_x} \cdot t$$

$$y(t) = y_0 + V_{0_y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Vamos isolar o fator tempo na primeira equação e substituir na segunda:

$$t = \frac{x}{V_{0x}}$$

*substituindo :*

$$y(t) = y_0 + V_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$y(x) = y_0 + V_{0y} \cdot \frac{x}{V_{0x}} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left( \frac{x}{V_{0x}} \right)^2$$

$$y(x) = y_0 + \frac{V_{0y}}{V_{0x}} \cdot x - \frac{g}{2 \cdot V_{0x}^2} \cdot x^2$$

Ou seja, trata-se de uma parábola com concavidade voltada para cima, pois o fator que multiplica  $x^2$  é negativo, e os demais números são reais.

3. As posições sobre o solo na direção horizontal onde a bola estará na mão da criança

são  $x = 0$  e  $x = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$ .

**Resposta: item correto.**

**Comentário:**

A primeira solução está correta, pois em  $x = 0$  o sistema está na origem, o que implica que a bola está na mão do garoto.

A bola voltara a mão do garoto quando ela retornar ao solo, ou seja, quando  $y = 0$  novamente.

Vamos impor  $y = 0$  na equação da posição, com o detalhe de que a posição inicial vertical  $y_0$  será nula.

Assim,

$$y(x) = y_0 + \frac{V_{0y}}{V_{0x}} \cdot x - \frac{g}{2 \cdot V_{0x}^2} \cdot x^2$$

$$0 = \frac{V_{0y}}{V_{0x}} \cdot x - \frac{g}{2 \cdot V_{0x}^2} \cdot x^2$$

$$x \left( -\frac{g}{2 \cdot V_{0x}^2} \cdot x + \frac{V_{0y}}{V_{0x}} \right) = 0$$

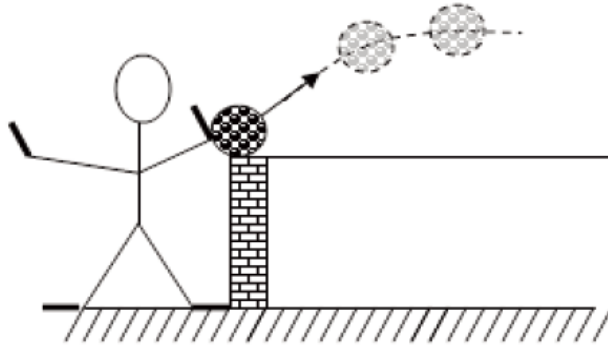
*duas soluções :*

$$x = 0 \text{ ou } \left( -\frac{g}{2 \cdot V_{0x}^2} \cdot x + \frac{V_{0y}}{V_{0x}} \right) = 0$$

$$x = \frac{V_{0y}}{V_{0x}} \cdot \frac{2 \cdot V_{0x}^2}{g} = \frac{2 \cdot V_{0x} \cdot V_{0y}}{g}$$

A segunda solução da equação é, inclusive, a fórmula do alcance horizontal.

**02. (IBFC – POLÍCIA CIVIL/RJ – PERITO CRIMINAL - ADAPTADA)** Uma ocorrência deve ser refeita para que, utilizando as leis da Física, possa esclarecer um determinado fato. Um perito irá arremessar uma bola de tênis com uma velocidade inicial de 24,5m/s, e esta faz um ângulo de 60° com a horizontal. Com base nessas informações julgue as afirmações a seguir.



1. O tempo que a bola fica no ar é de aproximadamente 2,5s.

**Resposta: item incorreto.**

**Comentário:**

A ideia aqui é calcular o tempo total de voo da bolinha.

Para isso basta utilizar a fórmula vista na parte teórica da aula.

$$t_{total} = \frac{2V_0 \text{sen}\theta}{g}$$

$$t_{total} = \frac{2 \cdot 24,5 \cdot \text{sen}60^\circ}{10}$$

$$t_{total} = \frac{49 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = 2,45 \cdot \sqrt{3}$$

$$t_{total} = 4,24s$$

2. A distância que a bola percorre na horizontal vale aproximadamente 30,6m.

**Resposta: item incorreto.**



**Comentário:**

Esse item solicita o alcance horizontal da bolinha.

Vamos calcular o alcance a partir da fórmula já vista na parte teórica do curso.

$$A = \frac{2.V_0^2 \cdot \text{sen}(2.\theta)}{g}$$

$$A = \frac{2.24,5^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} \cong 104m$$

**03. (POLÍCIA CIVIL/SC – PERITO CRIMINALÍSTICO)** Um corpo é atirado verticalmente para cima, com velocidade de 40 m/s. Considerando-se a aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , a altura máxima que o corpo atinge, a partir do ponto de lançamento, é:

- a) 40 metros
- b) 80 metros
- c) 60 metros
- d) 160 metros

**Resposta: Item B.**

**Comentário:**

Questão simples, apenas para determinar a altura máxima a partir do ponto de lançamento de um corpo em lançamento vertical para cima.

Basta aplicar a fórmula:

$$H_{Máx} = \frac{(V_0)^2}{2 \cdot g}$$
$$H_{Máx} = \frac{40^2}{2 \cdot 10} = 80m$$

**04. (NCE –RJ – UFRJ – FÍSICO)** Um projétil é disparado do solo com velocidade inicial de módulo  $v_0$  e ângulo de tiro  $\theta_0$ . Despreze a resistência do ar e considere nula a energia potencial gravitacional no solo. Para que no ponto mais alto da trajetória metade da energia mecânica total esteja sob a forma de energia potencial, o ângulo de tiro  $\theta_0$  deve ser:

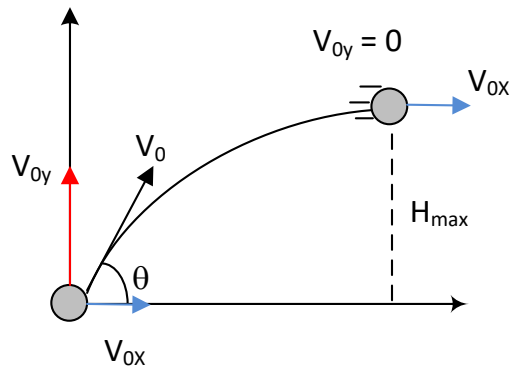
- (A)  $15^\circ$
- (B)  $30^\circ$
- (C)  $45^\circ$
- (D)  $60^\circ$
- (E)  $75^\circ$

**Resposta: item C.**

**Comentário:**

A metade da energia mecânica deve estar acumulada sob a forma de energia potencial gravitacional.

Assim, vamos equacionar:



$$\frac{E_{mec\ final}}{2} = E_{pot\ final}$$

$$\frac{m \cdot g \cdot h_{Máx}}{2} + \frac{m \cdot (V_{0x})^2}{2} = m \cdot g \cdot h_{Máx}$$

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h_{Máx} = \cancel{m} \cdot (V_{0x})^2$$

$$\cancel{g} \cdot \frac{V_0^2 \cdot \cancel{sen}^2(2\theta)}{2 \cdot \cancel{g}} = V_{0x}^2 \Rightarrow \cancel{V_0}^2 \cdot \cancel{sen}^2(2\theta) = 2 \cdot \cancel{V_0}^2 \cdot \cos^2(\theta)$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \cancel{sen}^2(\theta) \cdot \cancel{cos}^2(\theta) = \cancel{cos}^2(\theta) \Rightarrow \cancel{sen}^2(\theta) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cancel{sen}(\theta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\theta = 45^\circ$$

**05. (CESGRANRIO – TRANSPETRO – TÉCNICO EM OPERAÇÃO JUNIOR)** Um objeto desliza sobre uma mesa e atingirá o chão após ultrapassar a borda dessa mesa, descrevendo um movimento parabólico com relação aos eixos horizontal e vertical arbitrados por um observador parado. Com relação a esse observador, é correto afirmar sobre o objeto que sua(s)

- (A) velocidade horizontal e sua aceleração vertical são constantes.
- (B) velocidade horizontal varia, e sua aceleração permanece constante.
- (C) aceleração e velocidades variam.
- (D) velocidades horizontal e vertical são variáveis.
- (E) velocidades vertical e horizontal são constantes.

**Resposta: item A.**

**Comentário:**

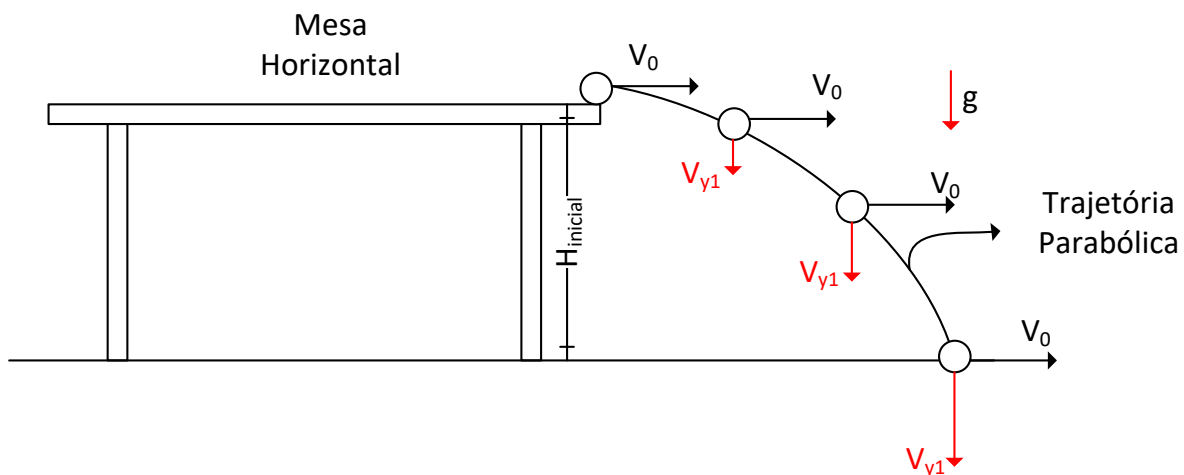
Mais uma questão teórica acerca dos conhecimentos adquiridos na parte teórica.

No movimento de lançamento horizontal a velocidade horizontal é constante, pois não há aceleração no eixo x.

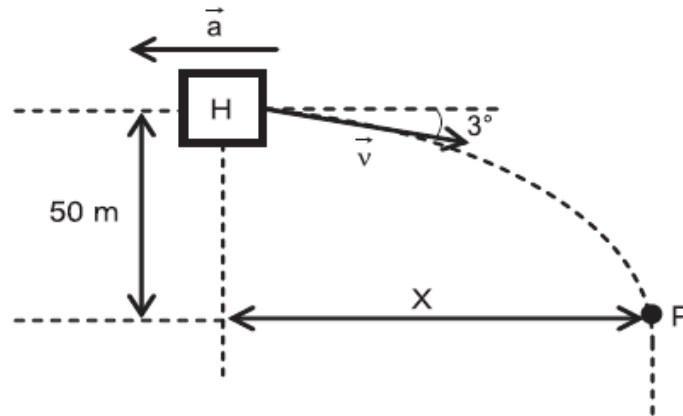
A aceleração é exclusivamente vertical, no eixo y, é a aceleração da gravidade, que, por sinal, é constante.

A velocidade vertical, por sua vez, é variável, aumenta no sentido vertical para baixo.

Resumindo a ideia acima, basta lembrar da parte teórica:



**06. (CESGRANRIO - DECEA - 2013 - CONTROLADOR DE TRÁFEGO AÉREO)** Um helicóptero H se movimenta na descendente com velocidade inicial  $\vec{v}$ , de módulo 10 m/s, formando um ângulo de  $3^\circ$  com a horizontal, conforme mostra a Figura abaixo. A aceleração do helicóptero é constante, horizontal e contrária ao movimento. Quando o helicóptero atinge o ponto P, 50 m abaixo da posição inicial, o seu movimento passa a ser vertical com aceleração zero.



Qual é, aproximadamente, em m, o deslocamento horizontal  $X$  do helicóptero?

Dados

- $\cos 3^\circ = 1$
- $\sin 3^\circ = 0,05$

- (A) 32
- (B) 50
- (C) 167
- (D) 500
- (E) 1.000

**Resposta: Item D.**

**Comentário:**

Questão envolvendo conceitos de cinemática.

Observe que o helicóptero tem movimento acelerado apenas na horizontal, até atingir o ponto "P". Assim, na vertical o movimento é uniforme (velocidade constante) enquanto que na horizontal é uniformemente variado.

A velocidade horizontal é nula em "P". Portanto, o movimento horizontal retardado do helicóptero possui velocidade nula em "P".

cálculo de  $t$ :

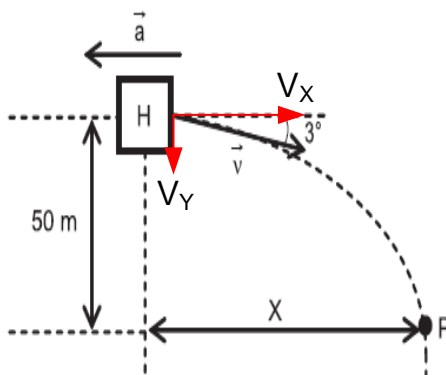
em Y: MRU

$$\Rightarrow Y = V_{0y} \cdot t$$

$$\Rightarrow Y = V \sin 3^\circ \cdot t$$

$$\Rightarrow 50 = 10 \cdot 0,05 \cdot t$$

$$\Rightarrow t = 100\text{s}$$



$$V_x = V_{0x} - a \cdot t$$

em P,  $V_x = 0$

$$\Rightarrow 0 = V \cos 3^\circ - a \cdot t$$

$$\Rightarrow 0 = 10 \cdot 1 - a \cdot 100$$

$$\Rightarrow a = 0,1 \text{ m/s}^2$$

Cálculo de X:

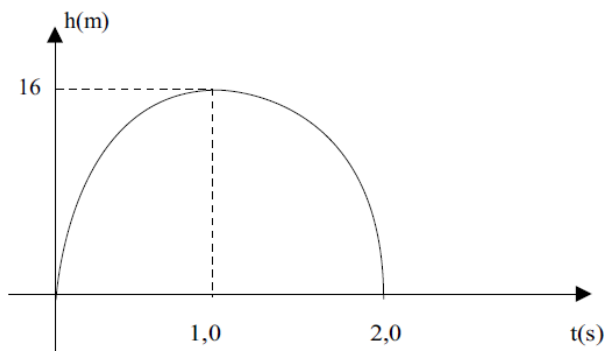
$$\Rightarrow X = V \cos 3^\circ \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$\Rightarrow X = 10 \cdot 1 \cdot 100 - \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 100^2$$

$$\Rightarrow X = 1.000 - 500$$

$$\Rightarrow X = 500\text{m}$$

**07. (VUNESP – SEED – SP – PROFESSOR DE FÍSICA)** O gráfico a seguir é uma parábola que representa um movimento de lançamento vertical, ocorrido a partir de um planeta hipotético, cuja gravidade, em  $\text{m/s}^2$ , é:



- (A) 12,4.
- (B) 16,2.
- (C) 24,4.
- (D) 26,0.

(E) 32,0.

**Resposta: Item E.**

**Comentário:**

Questão muito interessante da análise de gráficos.

Veja que o corpo atinge uma altura máxima em um intervalo de tempo igual a 1,0s.

Assim, podemos calcular a gravidade aplicando a fórmula do tempo de subida em um lançamento vertical para cima.

$$t_{sub} = \frac{V_0}{g}$$

A velocidade inicial será calculada por meio da equação da altura máxima em um lançamento vertical para cima.

$$H_{máx} = \frac{V_0^2}{2.g}$$

$$16 = \frac{V_0^2}{2.g}$$

$$V_0^2 = 32.g$$

Substituindo o valor na primeira equação:

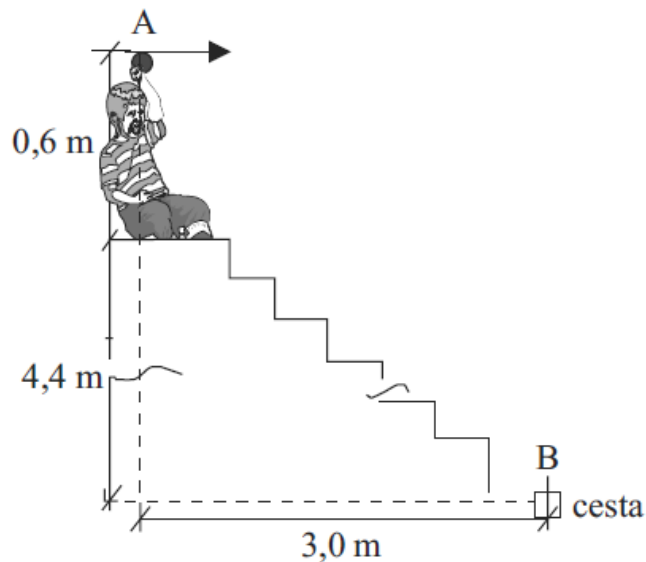
$$t_{sub} = \frac{\sqrt{32 \cdot g}}{g}$$

$$1,0 = \frac{\sqrt{32 \cdot g}}{g}$$

$$g^2 = 32g$$

$$g = 32m / s^2$$

**08. (VUNESP – SEED – SP – PROFESSOR DE FÍSICA)** Um garoto sentado no último degrau de uma escada lança, do ponto A, uma bolinha, tentando acertá-la numa cesta presa no ponto B, localizada na base da escada, conforme representado na figura a seguir.



Considerando que o garoto lança a bolinha exatamente na direção horizontal e que o ponto A localiza-se a 0,6 m de altura em relação ao último degrau da escada no qual o garoto está sentado, a velocidade de lançamento da bolinha, em m/s, para que ela acerte a cesta, deve ser igual a

- (A) 1,0.
- (B) 2,0.
- (C) 3,0.



(D) 4,0.

(E) 5,0.

**Resposta: Item C.**

**Comentário:**

Trata-se de uma questão de lançamento horizontal, na qual devemos calcular a velocidade horizontal de lançamento, sabendo o valor do alcance e do tempo de queda.

O alcance vale 3,0m, pois o garoto quer acertar o cesto, enquanto que o tempo de queda pode ser calculado por meio da aplicação da fórmula do tempo de queda:

$$t_q = \sqrt{\frac{2.H}{g}}$$

$$t_q = \sqrt{\frac{2.(4,4 + 0,6)}{10}} = 1s$$

Portanto, para o cálculo da velocidade:

$$\Delta S = A = V.t_q$$

$$3,0 = V.1$$

$$V = 3,0m / s$$

**09. (CESGRANRIO – DECEA – CONTROLADOR DE TRÁFEGO AÉREO)** Um projétil será lançado obliquamente do solo com velocidade inicial de 80m/s e ângulo de 60° com a horizontal. Desprezando-se a resistência do ar e considerando-se a gravidade local igual a 10m/s<sup>2</sup> e o solo horizontal, a que distância, em metros, do ponto de lançamento o projétil volta a atingir o chão?

- (A)  $320\sqrt{3}$
- (B) 320
- (C)  $160\sqrt{3}$
- (D) 160
- (E)  $80\sqrt{3}$

**Resposta: Item A.**

**Comentário:**

A questão acima é bem simples, e versa sobre o assunto de lançamento de projéteis.

No problema temos um projétil que será lançado obliquamente, ou seja, com velocidade inicial inclinada em relação ao plano horizontal do chão, vai dar uma viajada no ar e depois voltará ao solo. A pergunta dele é bem simples e pode ser resolvida por meio da aplicação direta de uma fórmula matemática que envolve o **alcance, a velocidade inicial, que foi fornecida, o ângulo de inclinação e a aceleração da gravidade.**

A fórmula é a seguinte:  **$A = (2 \cdot V^2 \cdot \text{sen}\theta \cdot \text{cos}\theta) / g$**

Aplicando a fórmula acima, lembrado que o seno do ângulo de  $60^\circ$  vale  $\sqrt{3}/2$  e o cosseno vale  $1/2$ , podemos encontrar o valor do alcance:

$$A = [2 \times 80 \times 80 \times (\sqrt{3}) / 2 \times 1/2] / 10 = (\text{fazendo as continhas})$$

$$A = 320 \sqrt{3}.$$

Questão fácil, porém o candidato deve memorizar a fórmula matemática do alcance horizontal em um lançamento oblíquo.

**10. (CESGRANRIO – PETROBRÁS – TÉCNICO DE OPERAÇÃO JÚNIOR)** Dois corpos de massas  $m_1 = 80,0$  kg e  $m_2 = 10,0$  kg são abandonados, simultaneamente, a partir do

repouso, de uma altura  $h$  em relação ao solo. Considerando-se desprezível a resistência do ar, a diferença entre os tempos necessários para que os corpos atinjam o solo é

- (A) zero
- (B) 0,5 s
- (C) 1,0 s
- (D) 1,5 s
- (E) 2,0 s

**Resposta: item A.**

**Comentário:**

Questão teórica. Quem pensa que tem de fazer muitas contas para resolvê-la está enganado, basta pensar um pouco para chegar às conclusões.

Lembra-se que no vácuo os corpos possuem uma mesma aceleração? Então na queda eles vão possuir a mesma aceleração, que é a da gravidade, não importando as massas.

Logo, eles chegarão ao solo no mesmo intervalo de tempo, não havendo diferença entre a chegada do corpo mais pesado e do mais leve.

**11. (CESGRANRIO – REFAP – OPERADOR I – 2007)** Um corpo foi abandonado de uma altura de 12,8 metros. Desprezando-se a resistência do ar e considerando-se a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , a velocidade, em  $\text{m/s}$ , com que o corpo atinge o solo é:

- (A) 12
- (B) 14
- (C) 16
- (D) 18
- (E) 20

**Resposta: Item C.**

**Comentário:**

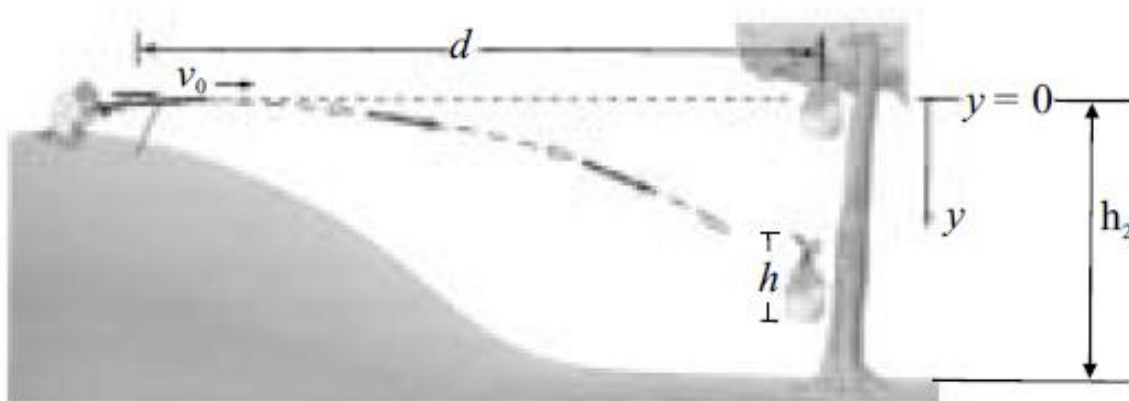
Essa questão é simples, basta aplicar a fórmula vista na parte teórica dessa aula.

A velocidade final será dada por:

$$V = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

$$V = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 12,8}$$

$$V = 16 \text{ m/s}$$

**12. (CESPE-UNB – POLÍCIA FEDERAL – PERITO CRIMINAL – FÍSICO - 2004)**

Especialistas em tiro ao alvo frequentemente treinam em alvos em movimento. A figura acima mostra um desses momentos. No instante em que o atirador disparou o projétil, o alvo (fruta) desprende-se da árvore e ambos, alvo e projétil emitido pela arma, começaram a cair. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes, considerando que: a resistência do ar é desprezível, a aceleração gravitacional  $g$  é constante e igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , a altura do alvo  $h = 20 \text{ cm}$ , a distância horizontal percorrida pelo projétil  $d = 100 \text{ m}$  e a velocidade inicial horizontal do projétil  $v_0 = 400 \text{ m/s}$ . Despreze o tempo gasto pelo projétil ao se deslocar no interior da arma.

1. Após um intervalo de tempo  $t$ , o projétil percorrerá a mesma distância vertical que o alvo.

**Resposta: Item correto.**

**Comentário:**

Essa questão foi retirada da prova de perito físico da PF, de 2004, pode ser considerada uma prova de alto nível para quem se prepara para concursos com Física no edital.

Esse item é puramente teórico. Você deve perceber que a velocidade do projétil é unicamente horizontal, então se trata de um lançamento horizontal.

Nesse tipo de movimento, comentamos na parte teórica que se trata de uma composição de uma queda livre e de um movimento uniforme na horizontal.

Assim, podemos afirmar que se o projétil for disparado no mesmo instante em que a fruta começa a cair, então eles vão percorrer a mesma distância vertical no mesmo intervalo de tempo, em queda livre.

2. O tempo de queda  $t$  da fruta, na vertical, pode ser corretamente calculado pela relação

$$\sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}}.$$

**Resposta: Item incorreto.**

**Comentário:**

Simple. Aplicação direta da fórmula. A fórmula do tempo de queda é dada por:

$$t_{\text{queda}} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}$$

Onde  $H$  é a altura de queda.

A altura de queda é dada, de acordo com o enunciado:

$$H = h_2 - h$$

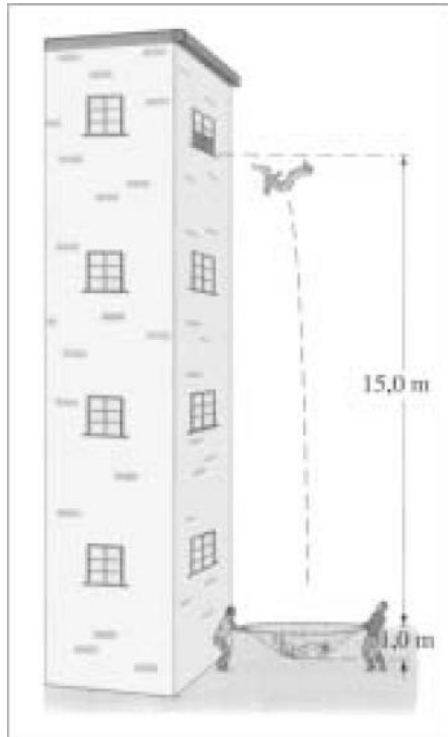
A altura indicada acima é a altura efetivamente percorrida na queda da fruta.

Assim, a fórmula para o cálculo do tempo de queda:

$$t_{\text{queda}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (h_2 - h)}{g}}$$

Lembre-se de que a altura da fruta foi considerada, aqui ela não se comporta como um ponto material.

**13. (CESPE – UNB – POLÍCIA FEDERAL – PERITO CRIMINAL – FÍSICO – 2004)**



A figura acima mostra uma situação em que uma pessoa cai da janela do quarto andar de um prédio. Na distância de 15,0 m dessa janela, existe uma rede de salvamento elástica que ficou 1,0 m estendida após capturar a pessoa e esta ter ficado em repouso. Com base nessa situação hipotética e nas leis de Newton, julgue os itens subsequentes, desprezando as forças externas e o atrito com o ar e considerando que a aceleração gravitacional é constante e igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .

1. O módulo da componente vertical da velocidade do corpo da pessoa ao tocar na rede é igual a 10 m/s.

**Resposta: Item incorreto.**

**Comentário:**

$$V = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

$$V = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 15}$$

$$V = 17,32 \text{ m/s}$$

Basta aplicar a fórmula vista na parte teórica. Lembre-se de que se trata de uma queda livre.

2. O corpo do indivíduo, ao tocar na rede, sofreu uma desaceleração cujo módulo é igual a  $7,5 \text{ m/s}^2$ .

**Resposta: Item incorreto.**

**Comentário:**

Basta aplicar a equação de Torricelli, uma vez que sabemos que o corpo chegou ao repouso ao final de  $1,0\text{m}$ .

Lembrando que vamos calcular a aceleração média do corpo:

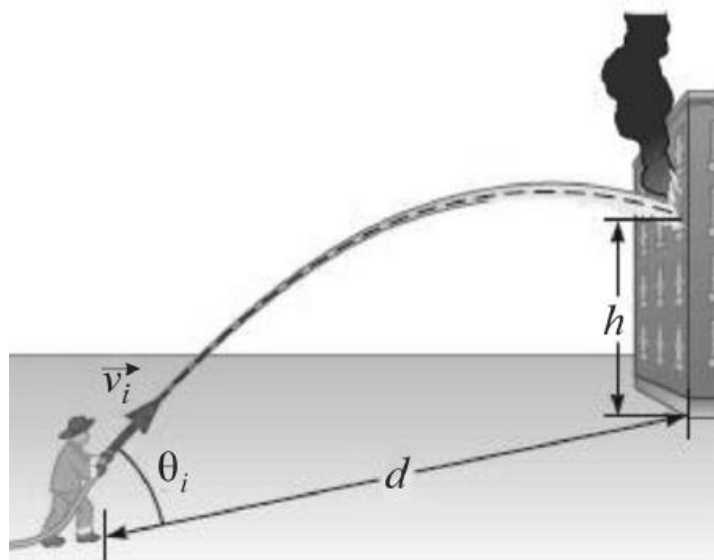
$$\begin{aligned}V^2 &= V_0^2 - 2.a.\Delta S \\0 &= 17,32^2 - 2.a.1 \\a &= 150 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

A aceleração acima é a aceleração média. A aceleração instantânea é variável, uma vez que a força elástica varia de acordo com a deformação do elástico.

Ademais, ao tocar a rede, ainda não existe força elástica, o que implica dizer que a aceleração é a própria aceleração da gravidade.

**14. (CESPE/UNB - CBM-CE – SOLDADO – 2014)**





Na figura acima, é mostrada a cena de um bombeiro, que, no plano horizontal, usa um jato de água para apagar o incêndio em um apartamento localizado a  $h$  m de altura, em relação ao mesmo plano horizontal. Nessa figura,  $\vec{v}_i$  é o vetor velocidade do jato de água ao sair da mangueira;  $\theta_i$  é o ângulo de inclinação do bico da mangueira em relação ao plano horizontal; e  $d$  é a distância entre o bombeiro e o edifício. Com base nessas informações, considerando que sejam nulas as forças de atrito sobre qualquer elemento do sistema e que o jato de água seja uniforme, julgue os próximos itens.

1. O jato de água atinge o alcance máximo na horizontal quando  $\theta_i = 45^\circ$ .

**Item correto.**

**Comentário:**

Essa foi fácil, depois de ler a nossa teoria, ficou fácil ver que o alcance máximo ocorre quando o ângulo de inclinação vale  $45^\circ$ .

2. A forma parabólica do jato de água deve-se exclusivamente à força gravitacional.

**Item correto.****Comentário:**

A trajetória parabólica deve-se ao fato de que o lançamento oblíquo é uma composição de um lançamento vertical para cima com um movimento uniforme na horizontal, é como se nós pegássemos um lançamento vertical para cima e esticássemos ele de modo a formar a parábola.

A única aceleração envolvida é vertical e igual a da gravidade, pois na horizontal estamos admitindo o movimento sem influência de nenhuma força conforme o enunciado do problema.

Assim, a **única força atuante é o peso**, fruto da ação da gravidade do local, o que combinado com o movimento uniforme na horizontal gera uma trajetória parabólica.

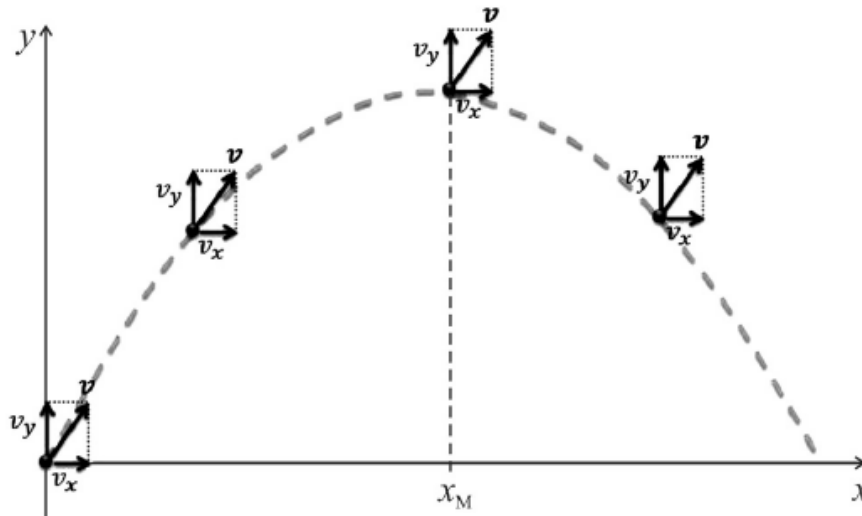
Portanto, a força atuante é exclusivamente a da gravidade.

**3.** A projeção no eixo horizontal do movimento das partículas de água, após saírem da mangueira, descreve um movimento uniformemente acelerado.

**Item incorreto.****Comentário:**

Ora, acabamos de comentar no item anterior e na parte teórica desse excerto que na horizontal o movimento é uniforme e, portanto, não admite qualquer aceleração.

**4.** A orientação do vetor velocidade do jato de água e de suas componentes nos eixos vertical e horizontal do plano cartesiano que contém a trajetória do jato de água e que apresenta um dos eixos contido no plano horizontal em que se encontra o bombeiro pode ser corretamente representada pela seguinte figura, em que  $x_M$  é o ponto no qual o jato de água atinge sua altura máxima.



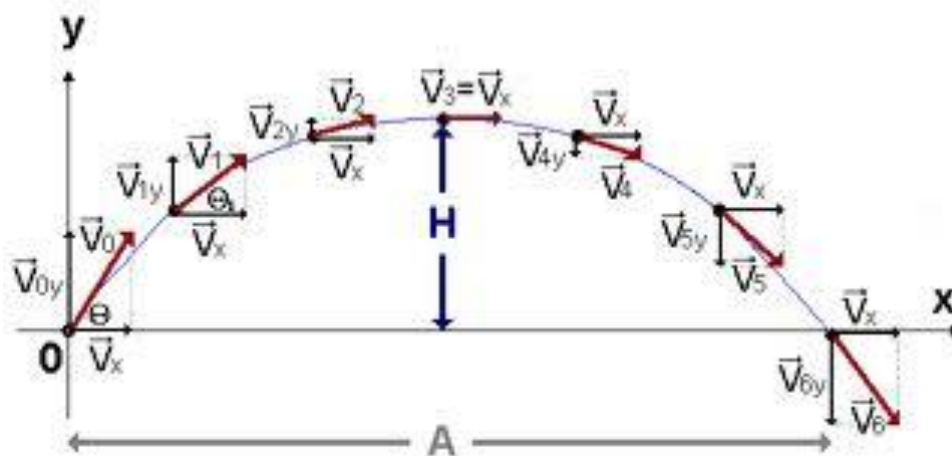
**Item incorreto.**

**Comentário:**

Nesse ponto a parábola está correta, o que não coaduna com a realidade teórica é no vértice da parábola, quando o  $x = x_M$ , a velocidade vertical é nula, ela deve inclusive diminuir a medida que o tempo passa, invertendo-se o seu sentido após a passagem pelo vértice da parábola, ou seja, durante a descida a velocidade vertical é vertical e para baixo.

Durante a subida o movimento é retardado e durante a descida ele é acelerado, portanto os vetores velocidade  $V_Y$  devem ser variáveis e não constantes como se apresentam na figura acima.

A figura mais coerente para representar essas velocidades é a abaixo:



**15. (CESPE-UNB – PERITO – PCPE/2016)** Considere que um projétil tenha sido disparado de uma pistola com velocidade inicial de módulo igual a  $V_0$  e em ângulo  $\theta$  (ascendente) em relação à horizontal. Desprezando a resistência do ar, assinale a opção correta acerca do movimento realizado por esse projétil.

- A. No ponto de altura máxima, a velocidade resultante do projétil será nula.
- B. A aceleração do projétil será nula no ponto de altura máxima.
- C. A única força atuante no projétil durante todo o movimento é o seu peso.
- D. O alcance horizontal que o projétil pode atingir depende de sua massa
- E. A componente horizontal da velocidade do projétil varia de ponto a ponto na trajetória, porém sua componente vertical é invariável.

**Resposta: item C.**

**Comentário:**

Vamos comentar item por item e verificar o que está correto e incorreto em cada um deles.

Item A: incorreto. No ponto de Altura máxima apenas a componente vertical da velocidade é nula, a componente horizontal é constante e no ponto de altura máxima é que teremos a velocidade mínima, pois toda a velocidade será apenas a componente horizontal dela.

Item B: incorreto. A aceleração do projétil será sempre a aceleração da gravidade e no ponto de Altura máxima ela continua agindo sobre o corpo e é justamente ela que vai trazê-lo ao solo novamente.

Item C: correto. Como a gravidade é a aceleração que perdura o tempo todo sobre o corpo, isso decorre do fato de que a força resultante sobre ele é a força peso.

Item D: incorreto. Como a aceleração é a da gravidade, então a massa do corpo não influencia em nada na sua cinemática, de modo que o alcance horizontal não será influenciado pela massa do corpo.

Item E: incorreto. Como não temos aceleração na horizontal, então não temos variação de velocidade na horizontal.

#### Texto 5A1AAA

A figura I, a seguir, ilustra uma colisão ocorrida entre um carro e uma moto parada. A massa total do carro era de 2.000 kg, e o módulo de sua velocidade era igual a  $V_c$ . A moto tinha massa igual a 120 kg e era pilotada por um motociclista cuja massa era de 80 kg.

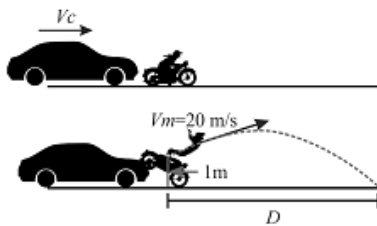


Figura I

Imediatamente após a colisão, carro e moto permaneceram parados e um quarto da energia cinética do carro foi transferido para o motociclista, que foi arremessado de uma altura de 1 m, a uma velocidade  $V_m$  igual 20 m/s. Após a colisão, o motociclista descreveu uma trajetória oblíqua, mostrada na figura II, percorrendo na direção horizontal, até atingir o solo, uma distância igual a  $D$ .

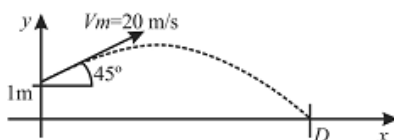


Figura II

Sabendo que  $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , considere que  $10 \text{ m/s}^2$  seja o módulo da aceleração da gravidade e despreze a resistência do ar.

**16.** Com base nas informações e nas figuras apresentadas no texto 5A1AAA, o módulo da velocidade com que o carro atingiu a moto é igual a

- A. 4,0 m/s.
- B. 8,0 m/s.
- C. 16,0 m/s.
- D. 0,8 m/s.
- E. 3,2 m/s.

**Resposta: item B.**

**Comentário:**

Aqui a questão é amis de energia do que de cinemática, e também envolve muita interpretação textual, de modo que temos de adotar a leitura muito atenciosa e verificar o trecho em que é afirmado que **um quarto da energia do carro é transferido para o motociclista.**

Assim, vamos equacionar:

$$\frac{1}{4} \cdot E_{cin_{Carro}} = E_{cin_{motociclista}}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{M_{carro} V_{carro}^2}{2} = \frac{M_{motociclista} V_{motociclista}^2}{2}$$

$$\frac{1}{4} \times 2.000 \times V_{carro}^2 = 80 \times 20^2$$

$$500 \times V_{carro}^2 = 80 \times 400$$

$$V_{carro}^2 = \frac{320}{5} = 64$$

$$V_{carro} = 8m / s$$

**17.** Considerando-se as informações e figuras apresentadas no texto 5A1AAA, a distância horizontal  $D$ , em m, percorrida pelo motociclista arremessado é

- A. superior a 40.
- B. inferior a 2.
- C. superior a 2 e inferior a 5.
- D. superior a 5 e inferior a 10.
- E. superior a 10 e inferior a 40.

**Resposta: item A.**

**Comentário:**

Vamos calcular o alcance usando não a fórmula pronta, pois ela só serve quando o corpo é lançado da origem, vamos usar a fórmula para o cálculo do alcance usando a maneira genérica de chegar a ele, ou seja, vamos usar a fórmula para o Y e para o X.

$$X = X_0 + V_{0x} \cdot t$$

$$Y = Y_0 + V_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

*substituindo :*

$$X = 20 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot t = 10\sqrt{2} \cdot t$$

$$Y = 1 + 20 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2$$

$$Y = 1 + 10\sqrt{2} \cdot t - 5 \cdot t^2$$

*colocando  $Y = 0$  :*

$$5 \cdot t^2 - 10\sqrt{2} \cdot t - 1 = 0$$

$$\Delta = 220 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 14,83$$

$$t = \frac{10\sqrt{2} \pm 14,83}{10} \cong 2,9s$$

Vamos substituir esse valor na equação de X e encontrar o valor de D:

$$X = X_0 + V_{0x} \cdot t$$

$$Y = Y_0 + V_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

*substituindo :*

$$X = 20 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot t = 10\sqrt{2} \cdot t$$

$$t = 2,9s$$

*Logo,*

$$D = 10 \cdot \sqrt{2} \times 2,9 = 41m$$

**18. (CESGRANRIO – Petrobrás – Geofísico Jr. - 2018)** Uma ferramenta com uma massa de 4 kg é abandonada, a partir do repouso, sobre uma altura de 7,2 m. Os efeitos do atrito são desprezíveis, e a aceleração gravitacional no local é 10m/s<sup>2</sup>.



Qual a velocidade, em m/s, em que a ferramenta irá tocar o chão?

- A. 10
- B. 12
- C. 15
- D. 20
- E. 25

**Resposta: item B.**

**Comentário:**

Essa é bem simples, vamos apenas usar a fórmula da velocidade ao final de uma queda livre, acostume-se a resolver uma questão desse tipo, pois elas são aparentemente simples e você não pode perder uma questão desse tipo.

$$V = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$
$$V = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 7,2}$$
$$V = 12 \text{ m/s}$$

**19. (FUNDEP – UFVJM – TÉCNICO DE LABORATÓRIO DE FÍSICA – 2017)** Um lançador de bolinhas é instalado em um laboratório para se estudar lançamento oblíquo. Um professor pede, então, que, desprezando os efeitos de resistência do ar e atrito, os alunos citem as grandezas que devem ser conhecidas para se obter a altura máxima atingida pela bolinha e o alcance dela.

Assinale a alternativa que apresenta as grandezas que devem ser conhecidas.

A. Massa da bolinha, velocidade inicial da bolinha, ângulo de lançamento e aceleração da gravidade local.

- B. Peso da bolinha, aceleração da gravidade local, intervalo de tempo entre o lançamento e a queda da bolinha e a velocidade inicial da bolinha.
- C. Velocidade inicial da bolinha, ângulo de lançamento, aceleração da gravidade local e intervalo de tempo entre o lançamento e a queda da bolinha.
- D. Ângulo de lançamento e aceleração da gravidade local.

**Resposta: item D.**

**Comentário:**

Em um lançamento oblíquo, o importante para nós é encontrar a velocidade de lançamento, mais precisamente a sua componente vertical, ou seja, o  $V_{0y}$  e a gravidade, pois basta lembrar da fórmula para o cálculo dessa altura máxima:

$$H_{máx} = \frac{V_{0y}^2}{2.g}$$

Para o alcance horizontal devemos também lembrar da fórmula que memorizamos e de onde ela saiu:

$$A = V_{0x} \cdot t_{total}$$

Assim, devem ser conhecidos a velocidade inicial, o ângulo de lançamento e o tempo total.

**20. (IBFC – POLÍCIA CIENTÍFICA – PR – AUXILIAR DE PERÍCIA – 2017)** Um corpo é lançado do solo verticalmente para cima, com velocidade inicial de 60 m/s. Desprezando a resistência do ar e admitindo  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , o tempo gasto pelo corpo para atingir a altura máxima foi de:

- A. 60 s
- B. 30 s
- C. 90 s

- D. 6 s
- E. 15 s

**Resposta: item D.**

**Comentário:**

O tempo para atingir a altura máxima é o tempo de subida, pois é ao final da subida que o corpo atinge essa altura.

Assim,

$$t_{subida} = \frac{V_0}{g} = \frac{60}{10} = 6s$$

**21. (IBFC – POLÍCIA CIENTÍFICA – PR – AUXILIAR DE PERÍCIA – 2017)** Uma pedra é lançada verticalmente para baixo, do alto de um edifício, com velocidade inicial de 20 m/s. Decorridos 10 segundos, a pedra atinge o solo. Sendo  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Desse modo, a altura do ponto de lançamento, desprezando a resistência do ar é igual a:

- A. 100 m
- B. 150 m
- C. 200 m
- D. 250 m
- E. 300 m

**Resposta: sem resposta.**

**Comentário:**

Vamos utilizar a equação do movimento vertical de lançamento para baixo, onde temos uma velocidade inicial, que é de 20m/s.

$$\Delta h = V_0 t + \frac{1}{2} \cdot g t^2$$

$$\Delta h = 20 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^2$$

$$\Delta h = 200 + 500 = 700m$$

A questão teria resposta caso o lançamento fosse para cima, com velocidade de 20m/s, o resultado seria:

$$\Delta h = V_0 t + \frac{1}{2} \cdot g t^2$$

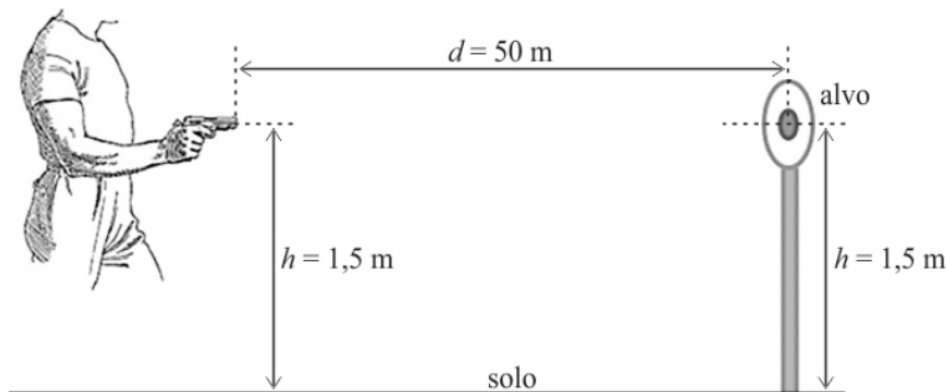
$$\Delta h = -20 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^2$$

$$\Delta h = -200 + 500 = 300m$$

Acredito que a banca deu mole nesse momento.

### 21. (Cespe – Polícia Rodoviária Federal – DPRF/2019)

A figura seguinte ilustra uma prova de tiro ao alvo com arma de fogo: o alvo é um círculo de 20 cm de diâmetro e está localizado a 50 m da extremidade do cano da arma. O cano da arma e o centro do alvo estão à altura de 1,5 m do solo.



Nessa situação, um projétil de massa igual a 15 g sai do cano da arma paralelamente ao solo, com velocidade horizontal inicial de 720 km/h.

Tendo como referência a situação apresentada, julgue o item a seguir, considerando que a aceleração da gravidade seja de  $9,8 \text{ m/s}^2$  e desprezando o atrito do ar sobre o projétil.

Na situação em tela, o projétil atingirá o alvo circular.

**Resposta: item incorreto.**

**Comentário:**

Para resolver essa questão temos que ter em mente que o projétil vai “cair” uma distância vertical que deve ser calculada e com isso vamos chegar a conclusão da resposta para a afirmação.

Para calcular a distância de queda, vamos verificar qual o tempo que o projétil tem para realizar essa descida, que é o mesmo tempo que ele possui para percorrer os 50m que os separam do alvo.

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{V} = \frac{50m}{720/3,6 \text{ m/s}} = 0,25s$$

Agora temos de calcular o valor da distância vertical de queda:

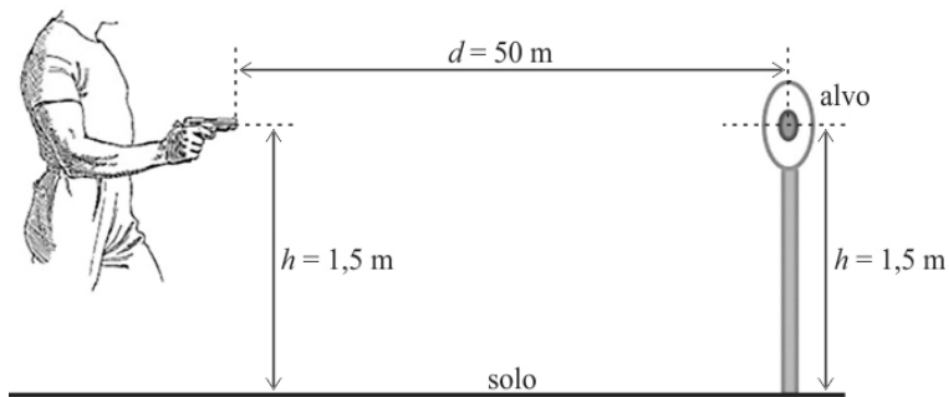
$$\Delta h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 0,25^2$$

$$\Delta h = 0,30625m = 30,625cm$$

Como o raio do alvo é de 10cm, pois é a metade do diâmetro de 20cm, concluímos que o alvo não será atingido, pois o projétil terá uma queda de mais de 30cm.

## 22. (Cespe – Polícia Rodoviária Federal – DPRF/2019)

A figura seguinte ilustra uma prova de tiro ao alvo com arma de fogo: o alvo é um círculo de 20 cm de diâmetro e está localizado a 50 m da extremidade do cano da arma. O cano da arma e o centro do alvo estão à altura de 1,5 m do solo.



Nessa situação, um projétil de massa igual a 15 g sai do cano da arma paralelamente ao solo, com velocidade horizontal inicial de 720 km/h.

Tendo como referência a situação apresentada, julgue o item a seguir, considerando que a aceleração da gravidade seja de  $9,8 \text{ m/s}^2$  e desprezando o atrito do ar sobre o projétil.

O deslocamento do projétil na direção horizontal ocorre de acordo com uma função quadrática do tempo.

**Resposta: item incorreto**

**Comentário:**

O deslocamento do projétil ocorre segundo uma função do primeiro grau, ou seja, uma função linear, cuja figura no plano cartesiano é uma reta, uma vez que se trata de um movimento retilíneo e uniforme, pois não temos aceleração na horizontal.

A aceleração desse movimento composto é apenas na vertical, sendo, portanto, igual à aceleração da gravidade.

## 9. GABARITO

01.ECC	02.EE	03.B		
04.C	05.A	06.D	07.E	08.C
09.A	10.A	11.C	12.CE	13.EE
14.CCEE	15.C	16.B	17.A	18.B
19.D	20.D	21.sem respota	22.E	23.E

## 10. FÓRMULAS MAIS UTILIZADAS NA AULA

$$t_q = \sqrt{\frac{2.H}{g}} \quad V = \sqrt{2gH} \quad t_{SUB} = \frac{V_0}{g}$$

$$H_{MAX} = \frac{V_0^2}{2g} \quad t_q = \sqrt{\frac{2.H_{inicial}}{g}} \quad A = V_0 \cdot \sqrt{\frac{2H_{inicial}}{g}}$$

$$t_{sub} = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g} \quad t_{desc.} = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g} \quad t_{total} = \frac{2.V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$$

$$H_{MÁX} = \frac{V_{0y}^2}{2.g} = \frac{V_0^2 \cdot \text{sen}^2(\theta)}{2.g} \quad A = \frac{2.V_{0x} \cdot V_{0y}}{g}$$

$$A = \frac{V_0^2 \cdot 2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}{g}$$

$$A = \frac{V_0^2 \cdot \sin(2 \cdot \theta)}{g}$$

$$A_{MÁX} = \frac{V_0^2}{g}$$

**Para refletir:**

**“Falta de coragem causa perda de momentos incríveis. Acredite sempre!”  
Autor desconhecido.**



# ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1

Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2

Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3

Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4

Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5

Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6

Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7

Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8

O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.