Aula 06

Banco do Brasil (Escriturário - Agente de Tecnologia) Passo Estratégico de Probabilidade e Estatística - 2023 (Pós-Edital)

Autor:

Allan Maux Santana

05 de Janeiro de 2023

Índice

Probabilidade

Sumário

O que é mais cobrado dentro do assunto

Vamos analisar agora como se comporta a incidência dos sub assuntos da nossa aula de hoje. Assim, você será melhor direcionado nos seus estudos, vejam:

Probabilidade	Grau de incidência
PROBLEMAS INTRODUTÓRIOS DE PROBABILIDADE	46,9%
PROBABILIDADE DA INTERSERCÇÃO	15,5%
CÁLCULO DE PROBABILIDADE USANDO ANÁLISE COMBINATÓRIA	13,3%
PROBABILIDADE DA UNIÃO	13,3%
PROBABILIDADE CONDICIONAL	6,6%
PROBABILIDADE DO EVENTO COMPLEMENTAR	4,4%
TOTAL	*100,00%*

ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

Probabilidade

Fala, gente, beleza?

Estamos aqui diante de um assunto que muitas vezes exige do candidato um nível um pouco mais aguçado de interpretações, mas que, ao mesmo, também, é o assunto que possui as questões mais fáceis de serem resolvidas.

Se você é um aluno iniciante da matemática, fique bem atento aos conceitos básicos da Probabilidade, pois eles poderão garantir umas questões a mais em seu certame, ok?

Faça o básico nesse conteúdo, quando as questões são muito difíceis há um nivelamento pra baixo no nível do conteúdo, visto que, muito possivelmente, até o candidato que sabe bastante do assunto poderá errar a questão.

FIQUE ATENTO!

Os candidatos focam suas preocupações em decorar as fórmulas desse assunto, que não são poucas, mas e se eu lhe disser que vamos resolver todas as questões sem fórmulas, você ficará mais feliz? ;)

Então, é isso que vamos fazer. Carga máxima!! Sua hora vai chegar!!

Precisamos saber o conceito matemática de probabilidade que será representado por uma fração, vejam:

Qual a Probabilidade de sair o número 4 no lançamento de um dado?

Sua resposta é, ou não, intuitiva?

$$= \frac{1}{6} =$$

De imediato, temos a resposta na nossa cabeça. Basicamente, ***Probabilidade*** é:

$$P(E) = \frac{\text{O que Você Quer Aconteça}}{\text{Diante do que Pode Acontecer}}$$

Considerando que devemos usar os nomes técnicos das coisas, logo:

$$P(E) = \frac{\text{EVENTO}}{\text{ESPAÇO AMOSTRAL}}$$

EVENTO	ESPAÇO AMOSTRAL
É o conjunto formado por aquilo que você quer que aconteça	É o conjunto formado por tudo aquilo que possa acontecer

Fica mais fácil de entender assim né? Rsrsrs... tamos cheios de linguagens técnicas rebuscadas que somente os autores entendem... ;)

Sim, a última coisa que vocês precisam saber eu até já falei na aula de Análise Combinatória, mas vamos lembrar:

Nas questões de ***Análise Combinatória*** e ***Probabilidade*** vale o seguinte:

O uso do conectivo ***"e"*** será substituído por uma operação de ***multiplicação***.

O uso do conectivo ***"ou"*** será substituído por uma operação de ***adição***.

Conectivo → E → Multiplicação
Conectivo → OU → Adição

Pegando o mesmo exemplo sobre o lançamento do dado, para entendermos o uso dos conectivos:

Se eu perguntasse a probabilidade de sair um número par ***ou*** ímpar?

- Sair par: ***1/2***
- Sair ímpar: ***1/2***
- Sair par ***OU*** ímpar: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ = 1= 100%.

Agora, se a perguntasse fosse: em dois lançamentos consecutivos de um dado, qual a probabilidade de sair par no primeiro lançamento ***e*** ímpar no segundo?

- Sair par: ***1/2***
- Sair ímpar: ***1/2***
- Sair par ***E*** ímpar: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ***= 25%***

Vamos, agora, dar um exemplo que envolve logo tudo o que falei acima, ok?

Se você entender direitinho, acabou o assunto. Caso contrário, passem para as Questões Estratégicas para dar uma treinada nas questões mais simples, beleza?

EXEMPLO 01:

> ***Um morador de uma região metropolitana tem 50% de probabilidade de atrasar-se para o trabalho quando chove na região; caso não chova, sua probabilidade de atraso é de 25%. Para um determinado dia, o serviço de meteorologia estima em 30% a probabilidade de ocorrência de chuva na região.***
>
> ***Qual é a probabilidade de esse morador se atrasar para o serviço no dia para o qual foi dada a estimativa de chuva?***

Comentários:

Vejam que não iremos usar fórmulas. Bastará apenas usar o conceito de probabilidade e os conectivos.

	ATRASAR	NÃO ATRASAR
CHOVER	50%	50%
NÃO CHOVER	25%	75%

Para um determinado dia, o serviço de meteorologia estima em 30% a probabilidade de ocorrência de chuva na região.

Sabe-se que existe a probabilidade de ***30% de chover***, logo ***70% de não chover***.

> ***PERGUNTA DA QUESTÃO***
>
> ***Qual é a probabilidade de esse morador se atrasar para o serviço no dia para o qual foi dada a estimativa de chuva?***

Percebam que o atraso existe chovendo ou não chovendo, ou seja:

Temos **duas** situações:

> Chove (30%) ***e*** (MULTIPLICA) ele atrasa (50%) C/ a chuva ***ou*** (SOMA) Não chove (70%) e (MULTIPLICA) ele atrasa (25%) S/ chuva.

$$= \frac{30}{100} \cdot \frac{50}{100} + \frac{70}{100} \cdot \frac{25}{100} =$$

$$= 0,15 + 0,175 =$$

$$= 0,325 =$$

$$= 32{,}5\% =$$

EXEMPLO 02:

Numa avenida existem 10 semáforos. Por causa de uma pane no sistema, os semáforos ficaram sem controle durante uma hora, e fixaram suas luzes unicamente em verde ou vermelho. Os semáforos funcionam de forma independente; a probabilidade de acusar a cor verde é de $\frac{2}{3}$ e a de acusar a cor vermelha é de $\frac{1}{3}$. Uma pessoa percorreu a pé toda essa avenida durante o período da pane, observando a cor da luz de cada um desses semáforos. Qual a probabilidade de que esta pessoa tenha observado exatamente um sinal na cor verde?

Comentários:

Gente, observem logo que ele não falou que seria exatamente "apenas" um sinal em específico, mas que seria exatamente um sinal na cor verde.
Isso impacta diretamente no resultado da questão.
Percebam se ele pedisse a **probabilidade de o 1° sinal ser verde**, teríamos o seguinte:

$$= \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^9 =$$

$$= \frac{2}{3^{10}} =$$

No entanto, qualquer (desde que seja apenas 01) um dos dez sinais pode estar verde, logo devemos multiplicar a resposta acima por 10, vejam:

$$= \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3^{10}}} \cdot \mathbf{10} =$$

Tipos de Probabilidades

Tem uma fórmula para cada tipo, mas não precisa decorar, conforme falei antes, ok?

PROBABILIDADES		
CONDICIONAL	***DA INTERSERCÇÃO***	***DA UNIÃO***
Determinada condição que é conhecida à priori, isto é, antes de se calcular a probabilidade do evento	*P/ termos a probabilidade da interseção, devemos apenas isolar o termo presente na fórmula da Probabilidade Condicional*	*Basta usarmos aqui a ideia da união entre dois conjuntos, conforme aprendemos na aula de Teoria dos Conjuntos*

$P(A\|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$	$P(A \cap B) = P(A\|B) \cdot P(B)$	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Vamos fazer todas as questões a seguir sem o uso dessas danadas ai de cima, ok?

E, por fim, a Probabilidade de determinado Evento acontecer sempre estará no intervalo de 0 a 1, ok?

Sendo 1, teremos o Evento chamado de Certo.

Sendo 0, o Evento será impossível.

Teorema de Bayes

O ***Teorema de Bayes*** é uma aplicação da probabilidade condicional, bastante utilizado em questões que tratam de ***margem de erro*** em um resultado ou ***valores de falso positivo***.

Assim, o **Teorema de Bayes** busca conciliar essa probabilidade a priori com a ***probabilidade condicional***.

Portanto, não precisamos entender o Teorema de Bayes como se fosse um novo assunto, podemos utilizar, também, a mesma ideia da resolução pela probabilidade condicional, utilizando a multiplicação, quando do uso do conectivo "e".

PEGADINHAS ESTRATÉGICAS

Querido aluno, cada assertiva abaixo contém uma "casca de banana" – será que você vai escorregar em alguma? (rs)

A ideia aqui é induzi-lo levemente a cometer erros, não com o intuito de desanimá-lo, mas para que você aumente a retenção do conteúdo estudado!

Vamos lá?

1. Sabe-se que a probabilidade tem como finalidade o estudo da possibilidade ou chance de acontecer um determinado evento. Para calcular a probabilidade de ocorrência de um evento X, em um determinado evento aleatório, considerando que cada elemento não possui a mesma

chance de acontecer, basta determinar fração entre os resultados possíveis pelos resultados favoráveis.

Esse item foi colocado apenas para conceituar a probabilidade. A probabilidade tem como finalidade o estudo da possibilidade ou chance de ocorrer um determinado evento. E para calcular a probabilidade de um evento qualquer X, em um experimento aleatório, considerando que cada elemento possui a mesma chance de acontecer, basta determinar a fração entre os resultados favoráveis pelos resultados possíveis.

A probabilidade tem valor máximo de 100% quando o evento é certo e zero quando o evento é impossível. Desta forma, ela só pode assumir valores entre 0 e 1 ($0 \leq P(X) \leq 1$).

2. **Dizemos que dois eventos são mutuamente excludentes quando a chance de ocorrência ou não ocorrência de um deles não afeta a probabilidade de outro. Além disso, a soma de dois eventos nesse tipo de probabilidade é sempre igual a zero.**

Nesse item, houve uma troca de conceitos, pois será um evento independente. Além disso, a soma das probabilidades de dois eventos mutuamente excludentes é sempre igual a 1.

Pessoal, resolvemos fazer um resumo dos tipos de probabilidade para este item. É muito importante ter essas probabilidades e fórmulas na mente na hora da prova.

1) Probabilidade da intersecção – quando a chance de ocorrência conjunta de dois ou mais eventos. Nesse caso, os eventos serão ligados pelo convectivo "e".

$$P(A\ e\ B) = P(A).P(B|A)$$

Sendo P(B|A) a probabilidade de ocorrer o evento B sabendo que o evento A já ocorreu.

2) Probabilidade de eventos interdependentes – dois eventos (A e B) são considerados independentes quando a chance de ocorrência ou não ocorrência de um deles não afeta a probabilidade de ocorrência do outro. Essa probabilidade é dada pela multiplicação das probabilidades de cada evento.

$$P(A\ e\ B) = P(A).P(B)$$

3) Probabilidade de eventos mutuamente excludentes – dois eventos (A e B) são considerados mutuamente excludentes (exclusivos) se eles não podem ocorrer simultaneamente. Desta forma, se dois eventos são mutualmente excludentes termos o seguinte:

- P(A|B) = 0 → probabilidade de A ocorrer dado que B ocorreu é 0;
- P(B|A) = 0 → probabilidade de B ocorrer dado que A ocorreu é 0;
- P(A e B) = 0 → probabilidade de A e B ocorrerem simultaneamente é 0;
- P(A) + P(B) = 1 → a soma das probabilidades de A e B será sempre 100%.

4) Probabilidade da união e dois eventos – quando dois eventos estão ligados entre si pelo conectivo "ou".

$$P(A\ ou\ B) = P(A) + P(B) - P(A\ e\ B)$$

Se A e B forem mutualmente excludentes a probabilidade da união fica reduzida a:
$$P(A\ ou\ B) = P(A) + P(B)$$

Pois, como vimos P(A e B) é igual a zero para eventos mutuamente excludentes.

5) Probabilidade do evento complementar – dois eventos são complementares quando, simultaneamente, a união dos dois eventos resulta no espaço amostral, e eles são mutuamente excludentes. De forma geral é representado por uma barra em cima da letra.

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

Na resolução das questões, quando aparece a expressão "pelo menos 1" é mais fácil calcular a probabilidade do evento complementar.

6) probabilidade Condicional – quando se deseja calcular a probabilidade de um evento A, dado que o evento B ocorreu. Essa probabilidade é representada por P(A|B).

$$P(A|B) = \frac{P(A\ e\ B)}{P(B)}$$

Quando os eventos A e B são independentes, a probabilidade de o evento A ocorrer dado que ocorreu B, será sempre igual a P(A), pois A não depende de B. O contrário é verdadeiro.

$$P(A|B) = P(A)$$
$$P(B|A) = P(B)$$

QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.

Questões CEBRASPE

Q.01 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

A sorte de ganhar ou perder, num jogo de azar, não depende da habilidade do jogador, mas exclusivamente das probabilidades dos resultados. Um dos jogos mais populares no Brasil é a Mega Sena, que funciona da seguinte forma: de 60 bolas, numeradas de 1 a 60, dentro de um globo, são sorteadas seis bolas. À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo. O jogador pode apostar de 6 a 15 números distintos por volante e receberá o prêmio se acertar os seis números sorteados. Também são premiados os acertadores de 5 números ou de 4 números.

A partir dessas informações, julgue o item que se segue

A probabilidade de se acertar os 6 números sorteados na Mega Sena com a aposta de um volante com 6 números é igual a $\frac{54!}{60!}$

- *C – CERTO*
- *E – ERRADO*

Comentários:

Vamos lá:

Evento: 01 volante

Espaço Amostral: Combinação de 60 bolas 6 a 6.

Temos uma combinação visto que a ordem pouco importará no resultado do sorteio, tanto faz o número 12, por exemplo, ser o 1° ou 6° sorteado.

Espaço Amostral $= C_{60,6} = \frac{60!}{6!(60-6)!} = \frac{60!}{6!\cdot 54!}$ (espaço amostral)

Pessoal, eu não fiz as simplificações acima, visto que a questão nos dá como referencial esse valor $\frac{54!}{60!}$.

Probabilidade do Evento

$$= \frac{1}{\frac{60!}{6!\cdot 54!}} =$$

$$= \frac{6!\cdot 54!}{60!} =$$

Comparando $\frac{6!\cdot 54!}{60!}$ a $\frac{54!}{60!}$ vemos claramente que o item está errado.

Fiquem atentos para não perder tempo com cálculos desnecessários.

Gabarito: Errado

Q.02 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

A sorte de ganhar ou perder, num jogo de azar, não depende da habilidade do jogador, mas exclusivamente das probabilidades dos resultados. Um dos jogos mais populares no Brasil é a Mega Sena, que funciona da seguinte forma: de 60 bolas, numeradas de 1 a 60, dentro de um globo, são sorteadas seis bolas. À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo. O jogador pode apostar de 6 a 15 números distintos por volante e receberá o prêmio se acertar os seis números sorteados. Também são premiados os acertadores de 5 números ou de 4 números.

A partir dessas informações, julgue o item que se segue

Se p for a probabilidade de se acertar na Mega Sena com a aposta de um volante com 6 números distintos, então, apostando-se 8 números, a probabilidade de acerto será igual a 28p

- *C – CERTO*
- *E – ERRADO*

Comentários:

Apostando apenas 6 números, teríamos 1 possibilidade.

Apostando 8 números, precisaríamos acertar apenas 06, ou seja, temos C $_{(8,6)}$ possibilidades de acertar os 6 números sendo sorteadas 6 bolas.

Logo C $_{(8,6)}$ = 28 possibilidades.

Gabarito: Certo

Q.03 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

É igual a 3/4 a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável a si em cada petição protocolada por ele na vara cível de certo tribunal. O plano desse advogado é protocolar, sequencialmente, 12 petições nessa vara cível durante o ano de 2020. Favoráveis ou não, as decisões do tribunal para petições são emitidas na mesma ordem cronológica em que são protocoladas e são sempre independentes entre si.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens, considerando as variáveis aleatórias X e Y, em que X = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal até que ocorra a primeira decisão não favorável ao advogado, e Y = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.

Espera-se que, ao longo de 2020, exatamente 9 decisões sejam favoráveis ao advogado.

- *C – CERTO*
- *E - ERRADO*

Comentários:

Veja essa parte do enunciado:

É igual a 3/4 a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável

Basta calcularmos ¾ de 12 = 09

Gabarito: Certo

Q.04 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

É igual a 3/4 a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável a si em cada petição protocolada por ele na vara cível de certo tribunal. O plano desse advogado é protocolar, sequencialmente, 12 petições nessa vara cível durante o ano de 2020. Favoráveis ou não, as decisões do tribunal para petições são emitidas na mesma ordem cronológica em que são protocoladas e são sempre independentes entre si.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens, considerando as variáveis aleatórias X e Y, em que X = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal até que ocorra a primeira decisão não favorável ao advogado, e Y = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.

Espera-se que a primeira decisão desfavorável ao advogado ocorra somente depois de, pelo menos, quatro decisões favoráveis a ele.

- *C – CERTO*
- *E – ERRADO*

Comentários:

Temos que a cada 04 decisões, 03 são favoráveis e 01 desfavorável, ok?

Percebam que precisamos de 03 favoráveis, e a partir daí teremos uma desfavorável.

Logo, são pelo menos 03, e não pelo menos 04.

Ok?

Gabarito: Errado

Q.05 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

É igual a 3/4 a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável a si em cada petição protocolada por ele na vara cível de certo tribunal. O plano desse advogado é protocolar, sequencialmente, 12 petições nessa vara cível durante o ano de 2020. Favoráveis ou não, as decisões do tribunal para petições são emitidas na mesma ordem cronológica em que são protocoladas e são sempre independentes entre si.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens, considerando as variáveis aleatórias X e Y, em que X = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal até que ocorra a primeira decisão não favorável ao advogado, e Y = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.

A probabilidade de Y ser inferior a 2 é superior a 1%.

- ***C – CERTO***
- ***E – ERRADO***

Comentários:

Sabemos que Y representa a quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.

Precisamos chegar a:

A probabilidade de Y ser inferior a 2 é superior a 1%.

Ou seja:

Precisamos determinar a Probabilidade de Y = 0 ou(+) Y = 01 decisões favoráveis acontecer.

Temos a probabilidade de todas decisões serem desfavoráveis, ou seja, zero favorável:

- *P (Y=0)* = $(1/4)^{12}$ = ***$(1/256)^3$***

Temos a probabilidade de 01 decisão ser favorável, ou seja, 03 desfavoráveis:

- *P (Y=1)* = 12 · (3/4) · $(1/4)^{11}$ = ***$36/256^3$***

Vejam que multiplicamos o resultado por 12, visto que essa decisão favorável pode aparecer em 12 possíveis posições, ok?

Agora, basta somarmos, visto que poderá acontecer uma situação ou outra:

- P (Y<2) = $1/256^3 + 36/256^3 =$ ***$37/256^3$***

Percebe-se que o resultado é bem inferior a 1%.

Gabarito: Errado

Q.06 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

É igual a 3/4 a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável a si em cada petição protocolada por ele na vara cível de certo tribunal. O plano desse advogado é protocolar, sequencialmente, 12 petições nessa vara cível durante o ano de 2020. Favoráveis ou não, as decisões do tribunal para petições são emitidas na mesma ordem cronológica em que são protocoladas e são sempre independentes entre si.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens, considerando as variáveis aleatórias X e Y, em que X = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal até que ocorra a primeira decisão não favorável ao advogado, e Y = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.

Y = 0 é evento impossível.

- *C – CERTO*
- *E – ERRADO*

Comentários:

Para calcular a probabilidade de que nenhuma das petições tenha resultado favorável, ou seja, todas as 12 petições tenham resultado desfavoráveis, temos que calcular a probabilidade de o resultado ser desfavorável (complementar).

P (Y = 0) = $(1/4)^{12}$ (diferente de zero).

Gabarito: Errado

Q.07 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

Se Carlos estiver presente na aula ministrada pela professora Paula, a probabilidade de ele aprender o conteúdo abordado é de 80%; se ele estiver ausente, essa probabilidade cai para 0%. Em 25% das aulas da professora Paula, Carlos está ausente.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Se Carlos não aprendeu o conteúdo ministrado na aula da professora Paula, então a probabilidade de ele ter estado presente na aula é inferior a 50%.

- *C – CERTO*
- *E – ERRADO*

Comentários:

P(Aprendeu / Presente) = 80% e pelo **complementar** P(não Aprendeu / Presente) = 100% - 80% = 20%.

P(Aprendeu / Ausente) = 0%

P(Ausente) = 25% **complementar** P(Presente) = 100% - 25% = 75%

Pela teoria de Probabilidade Total, podemos calcular:

P(Aprendeu) = 0,8 · 0,75 + 0 · 25 = 0,6 **complementar** P(não Aprendeu) = 0,4

Pelo Teorema de Bayes, a probabilidade é dada por:

=P(Presente / não Aprendeu)=

=P(não Aprendeu / Presente) x P(Presente) / P(não aprendeu) = 0,2 x 0,75 / 0,4 =

=37,5%=

Assim, a probabilidade é inferior a 50% e está correto.

Gabarito: Certo

Q.08 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

Se Carlos estiver presente na aula ministrada pela professora Paula, a probabilidade de ele aprender o conteúdo abordado é de 80%; se ele estiver ausente, essa probabilidade cai para 0%. Em 25% das aulas da professora Paula, Carlos está ausente.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o item seguinte.

A probabilidade de Carlos não aprender o conteúdo ministrado pela professora Paula é inferior a 25%.

- *C – CERTO*
- *E – ERRADO*

Comentários:

- ***A = Carlos aprende;***
- ***B = Carlos não aprende, complementar de A;***
- ***C = Carlos presente na aula; e***
- ***D = Carlos ausente na aula, complementar de C.***

Dados do enunciado:

P(A|C) = 0,8

P(A|D) = 0

P(D) = 0,25

Pelo evento complementar, temos:

$$P(B|C) = 0,2$$

$$P(B|D) = 1$$

$$P(C) = 0,75$$

$$P(B) = P(B|C) \cdot P(C) + P(B|D) \cdot P(D) =$$

$$=0,2 \cdot 0,75 + 1 \cdot 0,25 =$$

$$=0,15 + 0,25 =$$

$$=0,40 =$$

$$=40\%=$$

Gabarito: Errado

Q.09 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

Se Carlos estiver presente na aula ministrada pela professora Paula, a probabilidade de ele aprender o conteúdo abordado é de 80%; se ele estiver ausente, essa probabilidade cai para 0%. Em 25% das aulas da professora Paula, Carlos está ausente.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o item seguinte.

O evento "Carlos não aprendeu o conteúdo ministrado pela professora Paula, dado que estava ausente na aula." é evento certo, isto é, a probabilidade de esse evento ocorrer é igual a 1.

- *C – CERTO*
- *E - ERRADO*

Comentários:

A é o evento em que Carlos se ausenta da aula;

B é o evento em que Carlos participa da aula e é complementar de A;

C é o evento em que Carlos não aprendeu o conteúdo; e

D é o evento em que Carlos aprendeu o conteúdo e é complementar de C.

$$P(C|A) = 1 - P(D|A) = 1 - 0 = 1.$$

Gabarito: Certo

Q.10 (CEBRASPE / TJPA / Analista Judiciário / 2019)

Em um sistema informatizado, as senhas são formadas por três letras distintas, em uma ordem específica. Esse sistema bloqueia a conta do usuário a partir da quinta tentativa errada de inserção da senha. Abel fez seu cadastro no sistema, mas, após certo tempo sem utilizá-lo, esqueceu-se da senha, lembrando-se apenas de que ela era formada com as letras do seu nome, sem repetição.

Nessa situação hipotética, a probabilidade de Abel, inserindo senhas com base apenas nas informações de que ele se lembra, conseguir acessar a sua conta sem bloqueá-la é igual a

(a) 3/192

(b) 3/72

(c) 3/24

(d) 3/18

(e) 3/4

Comentários:

Vamos separar as informações que julgamos importantes, ok?

Senha: formada por ***03 letras distintas*** (ordem específica)

Bloqueio da conta: a partir da 5ª tentativa.

Senha de Abel: Letras do seu nome {a, b, e, l} ***sem repetição***.

Para que ele acesse sua conta sem bloqueá-la, ele poderá errar no máximo 04 vezes, pois a partir da 5ª tentativa errada o sistema já é bloqueado.

Vamos determinar a quantidade de anagramas sem repetição da palavra:

ABEL

Pelo princípio fundamental da contagem existem:

4! = 4*3*2*1

24 anagramas

Se temos 24 anagramas, e 05 tentativas, logo, necessariamente, nas 04 primeiras erradas teríamos a certeza de que ainda não existiria o bloqueio, logo teríamos uma probabilidade igual a:

4/24

1/6

= 3/18 =

Gabarito: D

Q.11 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

A sorte de ganhar ou perder, num jogo de azar, não depende da habilidade do jogador, mas exclusivamente das probabilidades dos resultados. Um dos jogos mais populares no Brasil é a Mega Sena, que funciona da seguinte forma: de 60 bolas, numeradas de 1 a 60, dentro de um globo, são sorteadas seis bolas. À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do

globo. O jogador pode apostar de 6 a 15 números distintos por volante e receberá o prêmio se acertar os seis números sorteados. Também são premiados os acertadores de 5 números ou de 4 números.

A partir dessas informações, julgue o item que se segue:

A probabilidade de a primeira bola sorteada ser um número múltiplo de 8 é de 10%.

- *C – CERTO*
- *E – ERRADO*

Comentários:

Uma questão cheia de informações, mas no final ela só nos pede que calculemos a probabilidade de a 1ª bola sorteada ser um número múltiplo de 8, ok?

M(8) = {8, 16, 24, 32, 40, 48, 56} / Nosso Evento possui m total de 07 números.

Espaço Amostral = 60

Probabilidade

=7/60=

11,66%

Percebam que não precisaríamos fazer qualquer cálculo, visto que para que a probabilidade fosse de 10%, nosso evento deveria ser igual a 6.

Gabarito: Errado

Q.12 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

A sorte de ganhar ou perder, num jogo de azar, não depende da habilidade do jogador, mas exclusivamente das probabilidades dos resultados. Um dos jogos mais populares no Brasil é a Mega Sena, que funciona da seguinte forma: de 60 bolas, numeradas de 1 a 60, dentro de um globo, são sorteadas seis bolas. À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo. O jogador pode apostar de 6 a 15 números distintos por volante e receberá o prêmio se acertar os seis números sorteados. Também são premiados os acertadores de 5 números ou de 4 números.

A partir dessas informações, julgue o item que se segue

A cada número sorteado, a probabilidade de determinado número dos restantes ser sorteado aumenta

- *C – CERTO*
- *E – ERRADO*

Comentários:

Uma questão bem conceitual.

Vejam essa informação da questão:

À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo.

Isso significa que, cada vez mais, haverá menos bolas dentro do globo. Portanto, nosso espaço amostral será reduzido a cada nova bola retirada, por conseguinte, a probabilidade irá sempre aumentando.

Gabarito: Certo

Questões FGV

Q.13 (FGV / Pref. Angra dos Reis / Especialista em Desportos/ 2019)

Peter é um ótimo lançador de dardos. A cada lançamento, a probabilidade de Peter acertar o alvo é de 90% e independe de Peter ter acertado ou não o alvo em lançamentos anteriores. Após fazer dois lançamentos em sequência, a probabilidade de Peter ter acertado o alvo nos dois lançamentos é de

(a) 180%

(b) 90%

(c) 81%

(d) 72%

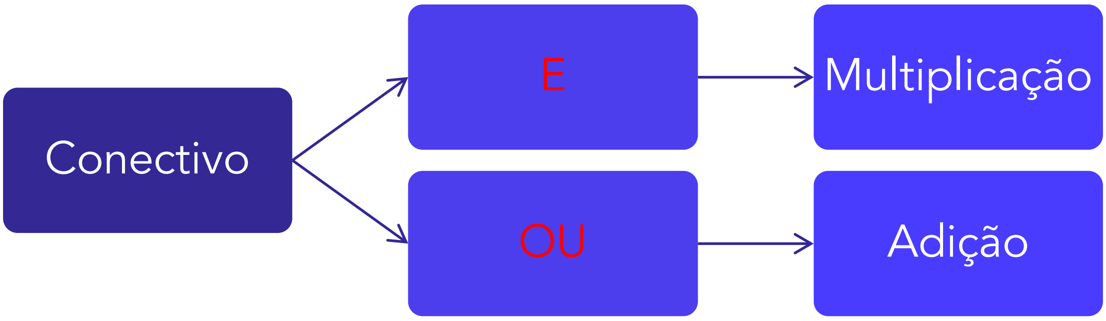
(e) 60%

Solução:

De cara, a gente exclui, de imediato, a alternativa "A", ok?

Não há como a probabilidade de determinado evento acontecer ser superior a 100%.

Pessoal, aprendemos, na parte teórica do assunto, várias fórmulas para solução das questões de Probabilidade, mas o que vale, na prática, é o seguinte:



Após fazer dois lançamentos em sequência, a probabilidade de Peter ter acertado o alvo nos dois lançamentos é de:

Acima temos a pergunta da questão, ok?

*Percebam que Peter deverá acertar o alvo no **Primeiro E Segundo** lançamentos, ok?*

Como sabemos que a probabilidade de ele acertar cada lançamento é de 90%, logo:

$$\frac{90}{100} \cdot \frac{90}{100}$$

81%

Gabarito: C

Q.14 (FGV / Assembleia Legislativa de RO / Analista Legislativo / 2018)

Uma moeda é lançada quatro vezes. A probabilidade de saírem mais caras do que coroas é de:

(a) 4/16

(b) 5/16

(c) 6/16

(d) 7/16

(e) 8/16

Solução:

*Num total de 04 lançamentos, a probabilidade de saírem **mais caras do que coroas** acontece quando:*

1. *Saírem 03 caras **(C)** + 01 coroa **(K)**:*

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{16}$$

Mas, vejam que essa probabilidade pode acontecer da seguinte forma:

(C, C, C, K)

(C, C, K, C)

(C, K, C, C)

(K, C, C, C)

Logo, a probabilidade de saírem 03 caras + 01 coroa será de:

$$4 \cdot \frac{1}{16}$$

$$\frac{4}{16}$$

2. *Saírem 04 caras:*

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{16}$$

Percebam que deve acontecer uma situação OU a outra, logo devemos somar as probabilidades, ok?

$$= \frac{4}{16} + \frac{1}{16} =$$

$$= \frac{5}{16} =$$

Gabarito: B

Q.15 (FGV / ASSISTENTE / SEFAZ-AM / 2022)

Em uma urna há 5 bolas iguais, cada uma com uma letra da sigla SEFAZ. Todas as bolas têm letras diferentes entre si.

Retiram-se, aleatoriamente, 2 bolas da urna.

A probabilidade de que tenham sido retiradas as 2 vogais é de

a) 1/5

b) 2/5

c) 3/5

d) 3/10

e) 1/0

Comentários:

Na primeira retirada: 2/5

Na segunda retirada: 1/4

*Como é uma retirada **e** outra, devemos multiplicar as frações, logo:*

$$= \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} =$$

$$= \frac{1}{10} =$$

Gabarito: E

Questões FCC

Q.16 (FCC / Auditor Fiscal de Tributos I (São Luís) /2018

As 6 vagas da garagem de um pequeno edifício recém-construído serão sorteadas entre os proprietários dos 6 apartamentos, de modo que cada apartamento terá direito a uma vaga. As vagas ficam localizadas lado a lado ao longo de uma parede. Dois irmãos, proprietários dos apartamentos 1 e 2, gostariam que suas vagas ficassem localizadas lado a lado. A probabilidade de que isso aconteça é igual a

a) $1/2$

b) $1/3$

c) $1/4$

d) $1/5$

e) $1/6$

Comentários:

Vamos, a princípio, definir logo o total de ***possibilidades*** de escolher duas vagas dentre as 6 disponíveis através da combinação de 6 possibilidades combinadas de duas a duas, visto que a ordem não importa, ok?

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!}$$

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2! \cdot 4!}$$

15 possibilidades

Vamos elencar as possibilidades de tal forma que fiquem uma ao lado da outra:
1 e 2 (1) ou
2 e 3 (2) ou
3 e 4 (3) ou
4 e 5 (4) ou
5 e 6 (5)
Temos um total, portanto, de ***05 possibilidades***. Logo:

$$\mathbf{P} = \frac{\boldsymbol{Evento}}{\boldsymbol{Espaço\ Amostra}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{15}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$$

Gabarito: B

Q.17 (FCC / Administração de Empresas/ 2017)

Em um trecho de pedágio de uma rodovia no interior do Estado passam, pelas cabines, um total de 2.300 carretas de dois e três eixos, onde 1.725 são carretas de dois eixos. A probabilidade de passar uma carreta de três eixos pelas cabines é de

a) 30%.

b) 20%.

c) 33%.

d) 15%.

e) 25%.

Comentários:

Questão muitooooo fácil.

Total de Carretas de 03 eixos: 2.300 – 1.725 = ***575***

$$P(E) = \frac{575}{2300} = 0{,}25 = \mathbf{25}\%$$

Gabarito: E

Q.18 (FCC - Professor (SEC BA)/Padrão P/Matemática/2018)

Uma sala de aula com 40 alunos fez uma pesquisa sobre a ocorrência de dengue no contexto familiar. A pesquisa consistia em tabular, no universo de 120 pessoas, se cada aluno e seus respectivos pais e mães já tiveram dengue, ou não. As respostas estão tabuladas abaixo.

	Teve dengue	Não teve dengue

Alunos	1	39
Pais dos alunos	2	38
Mães dos alunos	0	40

Sorteando-se ao acaso uma das 120 pessoas pesquisadas, a probabilidade de que ela tenha respondido na pesquisa que já teve dengue é igual a

a) 2,5%.

b) 2,3%.

c) 7,8%.

d) 3,8%.

e) 1,4%.

Comentários:

Pessoal, temos mais uma questão de resolução simples. O único cuidado aqui é deduzir que os 40 alunos já estão incluídos no universo das 120 pessoas, ok?

$$P(E) = \frac{3}{120} = 0{,}025 \ = \ \mathbf{2,5\%}$$

Gabarito: A

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Q.01 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

A sorte de ganhar ou perder, num jogo de azar, não depende da habilidade do jogador, mas exclusivamente das probabilidades dos resultados. Um dos jogos mais populares no Brasil é a Mega Sena, que funciona da seguinte forma: de 60 bolas, numeradas de 1 a 60, dentro de um globo, são sorteadas seis bolas. À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo. O jogador pode apostar de 6 a 15 números distintos por volante e receberá o prêmio se acertar os seis números sorteados. Também são premiados os acertadores de 5 números ou de 4 números.

A partir dessas informações, julgue o item que se segue

A probabilidade de se acertar os 6 números sorteados na Mega Sena com a aposta de um volante com 6 números é igual a $\frac{54!}{60!}$

- *C – CERTO*
- *E - ERRADO*

Q.02 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

A sorte de ganhar ou perder, num jogo de azar, não depende da habilidade do jogador, mas exclusivamente das probabilidades dos resultados. Um dos jogos mais populares no Brasil é a Mega Sena, que funciona da seguinte forma: de 60 bolas, numeradas de 1 a 60, dentro de um globo, são sorteadas seis bolas. À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo. O jogador pode apostar de 6 a 15 números distintos por volante e receberá o prêmio se acertar os seis números sorteados. Também são premiados os acertadores de 5 números ou de 4 números.

A partir dessas informações, julgue o item que se segue

Se p for a probabilidade de se acertar na Mega Sena com a aposta de um volante com 6 números distintos, então, apostando-se 8 números, a probabilidade de acerto será igual a 28p

- *C – CERTO*
- *E - ERRADO*

Q.03 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

É igual a 3/4 a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável a si em cada petição protocolada por ele na vara cível de certo tribunal. O plano desse advogado é protocolar, sequencialmente, 12 petições nessa vara cível durante o ano de 2020. Favoráveis ou não, as decisões do tribunal para petições são emitidas na mesma ordem cronológica em que são protocoladas e são sempre independentes entre si.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens, considerando as variáveis aleatórias X e Y, em que X = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal até que ocorra a primeira decisão não favorável ao advogado, e Y = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.

Espera-se que, ao longo de 2020, exatamente 9 decisões sejam favoráveis ao advogado.

- *C – CERTO*
- *E - ERRADO*

Q.04 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

É igual a 3/4 a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável a si em cada petição protocolada por ele na vara cível de certo tribunal. O plano desse advogado é protocolar, sequencialmente, 12 petições nessa vara cível durante o ano de 2020. Favoráveis ou não, as decisões do tribunal para petições são emitidas na mesma ordem cronológica em que são protocoladas e são sempre independentes entre si.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens, considerando as variáveis aleatórias X e Y, em que X = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal até que ocorra a primeira decisão não favorável ao advogado, e Y = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.

Espera-se que a primeira decisão desfavorável ao advogado ocorra somente depois de, pelo menos, quatro decisões favoráveis a ele.

- *C – CERTO*
- *E - ERRADO*

Q.05 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

É igual a 3/4 a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável a si em cada petição protocolada por ele na vara cível de certo tribunal. O plano desse advogado é protocolar, sequencialmente, 12 petições nessa vara cível durante o ano de 2020. Favoráveis ou não, as decisões do tribunal para petições são emitidas na mesma ordem cronológica em que são protocoladas e são sempre independentes entre si.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens, considerando as variáveis aleatórias X e Y, em que X = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal até que ocorra a primeira decisão não favorável ao advogado, e Y = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.

A probabilidade de Y ser inferior a 2 é superior a 1%.

- *C – CERTO*
- *E - ERRADO*

Q.06 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

É igual a 3/4 a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável a si em cada petição protocolada por ele na vara cível de certo tribunal. O plano desse advogado é protocolar, sequencialmente, 12 petições nessa vara cível durante o ano de 2020. Favoráveis ou não, as decisões do tribunal para petições são emitidas na mesma ordem cronológica em que são protocoladas e são sempre independentes entre si.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens, considerando as variáveis aleatórias X e Y, em que X = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal até que ocorra a primeira decisão não favorável ao advogado, e Y = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.

Y = 0 é evento impossível.

- *C – CERTO*
- *E - ERRADO*

Q.07 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

Se Carlos estiver presente na aula ministrada pela professora Paula, a probabilidade de ele aprender o conteúdo abordado é de 80%; se ele estiver ausente, essa probabilidade cai para 0%. Em 25% das aulas da professora Paula, Carlos está ausente.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Se Carlos não aprendeu o conteúdo ministrado na aula da professora Paula, então a probabilidade de ele ter estado presente na aula é inferior a 50%.

- *C – CERTO*
- *E - ERRADO*

Q.08 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

Se Carlos estiver presente na aula ministrada pela professora Paula, a probabilidade de ele aprender o conteúdo abordado é de 80%; se ele estiver ausente, essa probabilidade cai para 0%. Em 25% das aulas da professora Paula, Carlos está ausente.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o item seguinte.

A probabilidade de Carlos não aprender o conteúdo ministrado pela professora Paula é inferior a 25%.

- *C – CERTO*
- *E - ERRADO*

Q.09 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

Se Carlos estiver presente na aula ministrada pela professora Paula, a probabilidade de ele aprender o conteúdo abordado é de 80%; se ele estiver ausente, essa probabilidade cai para 0%. Em 25% das aulas da professora Paula, Carlos está ausente.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o item seguinte.

O evento "Carlos não aprendeu o conteúdo ministrado pela professora Paula, dado que estava ausente na aula. " é evento certo, isto é, a probabilidade de esse evento ocorrer é igual a 1.

- *C – CERTO*
- *E - ERRADO*

Q.10 (CEBRASPE / TJPA / Analista Judiciário / 2019)

Em um sistema informatizado, as senhas são formadas por três letras distintas, em uma ordem específica. Esse sistema bloqueia a conta do usuário a partir da quinta tentativa errada de inserção da senha. Abel fez seu cadastro no sistema, mas, após certo tempo sem utilizá-lo, esqueceu-se da senha, lembrando-se apenas de que ela era formada com as letras do seu nome, sem repetição.

Nessa situação hipotética, a probabilidade de Abel, inserindo senhas com base apenas nas informações de que ele se lembra, conseguir acessar a sua conta sem bloqueá-la é igual a

(a) 3/192

(b) 3/72

(c) 3/24

(d) 3/18

(e) 3/4

Q.11 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

A sorte de ganhar ou perder, num jogo de azar, não depende da habilidade do jogador, mas exclusivamente das probabilidades dos resultados. Um dos jogos mais populares no Brasil é a Mega Sena, que funciona da seguinte forma: de 60 bolas, numeradas de 1 a 60, dentro de um globo, são sorteadas seis bolas. À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo. O jogador pode apostar de 6 a 15 números distintos por volante e receberá o prêmio se acertar os seis números sorteados. Também são premiados os acertadores de 5 números ou de 4 números.

A partir dessas informações, julgue o item que se segue:

A probabilidade de a primeira bola sorteada ser um número múltiplo de 8 é de 10%.

- *C – CERTO*
- *E – ERRADO*

Q.12 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

A sorte de ganhar ou perder, num jogo de azar, não depende da habilidade do jogador, mas exclusivamente das probabilidades dos resultados. Um dos jogos mais populares no Brasil é a Mega Sena, que funciona da seguinte forma: de 60 bolas, numeradas de 1 a 60, dentro de um globo, são sorteadas seis bolas. À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo. O jogador pode apostar de 6 a 15 números distintos por volante e receberá o prêmio se acertar os seis números sorteados. Também são premiados os acertadores de 5 números ou de 4 números.

A partir dessas informações, julgue o item que se segue

A cada número sorteado, a probabilidade de determinado número dos restantes ser sorteado aumenta

- *C – CERTO*
- *E – ERRADO*

Q.13 (FGV / Pref. Angra dos Reis / Especialista em Desportos/ 2019)

Peter é um ótimo lançador de dardos. A cada lançamento, a probabilidade de Peter acertar o alvo é de 90% e independe de Peter ter acertado ou não o alvo em lançamentos anteriores. Após fazer dois lançamentos em sequência, a probabilidade de Peter ter acertado o alvo nos dois lançamentos é de

(a) 180%

(b) 90%

(c) 81%

(d) 72%

(e) 60%

Q.14 (FGV / Assembleia Legislativa de RO / Analista Legislativo / 2018)

Uma moeda é lançada quatro vezes. A probabilidade de saírem mais caras do que coroas é de:

(a) 4/16

(b) 5/16

(c) 6/16

(d) 7/16

(e) 8/16

Q.15 (FGV / ASSISTENTE / SEFAZ-AM / 2022)

Em uma urna há 5 bolas iguais, cada uma com uma letra da sigla SEFAZ. Todas as bolas têm letras diferentes entre si.

Retiram-se, aleatoriamente, 2 bolas da urna.

A probabilidade de que tenham sido retiradas as 2 vogais é de

a) 1/5

b) 2/5

c) 3/5

d) 3/10

e) 1/0

Q.16 (FCC / Auditor Fiscal de Tributos I (São Luís) /2018

As 6 vagas da garagem de um pequeno edifício recém-construído serão sorteadas entre os proprietários dos 6 apartamentos, de modo que cada apartamento terá direito a uma vaga. As vagas ficam localizadas lado a lado ao longo de uma parede. Dois irmãos, proprietários dos apartamentos 1 e 2, gostariam que suas vagas ficassem localizadas lado a lado. A probabilidade de que isso aconteça é igual a:

a) $1/2$
b) $1/3$
c) $1/4$
d) $1/5$
e) $1/6$

Q.17 (FCC / Administração de Empresas/ 2017)

Em um trecho de pedágio de uma rodovia no interior do Estado passam, pelas cabines, um total de 2.300 carretas de dois e três eixos, onde 1.725 são carretas de dois eixos. A probabilidade de passar uma carreta de três eixos pelas cabines é de:

a) 30%.
b) 20%.
c) 33%.
d) 15%.
e) 25%.

Q.18 (FCC - Professor (SEC BA)/Padrão P/Matemática/2018)

Uma sala de aula com 40 alunos fez uma pesquisa sobre a ocorrência de dengue no contexto familiar. A pesquisa consistia em tabular, no universo de 120 pessoas, se cada aluno e seus respectivos pais e mães já tiveram dengue, ou não. As respostas estão tabuladas abaixo.

	Teve dengue	Não teve dengue
Alunos	1	39
Pais dos alunos	2	38
Mães dos alunos	0	40

Sorteando-se ao acaso uma das 120 pessoas pesquisadas, a probabilidade de que ela tenha respondido na pesquisa que já teve dengue é igual a

a) 2,5%.
b) 2,3%.
c) 7,8%.
d) 3,8%.
e) 1,4%.

Gabarito

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
EE	CC	CC	EE	EE	EE	CC	EE	CC	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
EE	CC	CC	B	E	B	E	A	*	*

- *CC – CERTO*
- *EE - ERRADO*

DISTRIBUIÇÕES DISCRETAS DE PROBABILIDADE

Sumário

ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

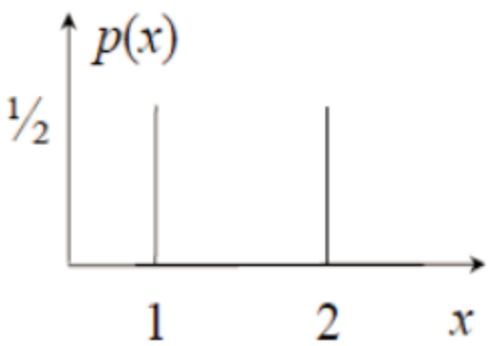
DISTRIBUIÇÕES DISCRETAS DE PROBABILIDADE

Nessa aula iremos aprender as distribuições teóricas de probabilidade de variáveis aleatórias discretas.

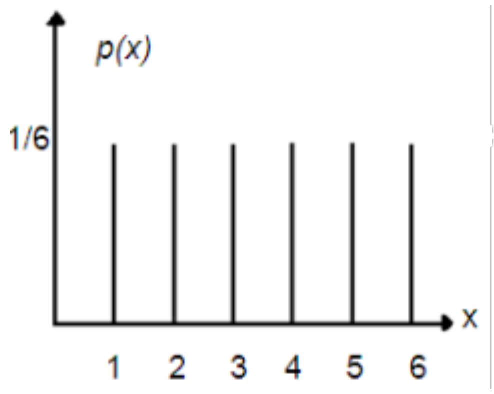
Distribuição Uniforme Discreta

A ***distribuição uniforme discreta*** é uma distribuição em que todos os elementos apresentam a mesma probabilidade de ocorrer. São exemplos desse tipo de distribuição, o lançamento de uma moeda (figura ***(A)***), o lançamento de um dado honesto (figura ***(B)***), entre outros.

(A) Lançamento de uma moeda



(B) lançamento de um dado honesto



Para exemplificar, iremos calcular a esperança dos lançamentos de um dado honesto. Como sabemos, um dado honesto tem 6 faces e as probabilidades são iguais a 1/6.

$$P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{6}$$

X_i	$P(X_i)$	$X_i \, . \, P(X_i)$
1	1/6	$1 \, . \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

2	1/6	$2 . \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$
3	1/6	$3 . \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$
4	1/6	$4 . \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$
5	1/6	$4 . \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$
6	1/6	$6 . \frac{1}{6} = \frac{6}{6}$
Total	$\sum_{i=1}^{6} P(X_i) = 1$	**21/6**

Portanto, a E(X) será

$$E(X) = \mu = \sum_{i=1}^{n} X_i \, . \, P(X_i) = \frac{21}{6} = 3{,}5$$

Vejam que, como trata-se de uma distribuição uniforme discreta, a esperança poderia ser feita através da média aritmética:

$$E(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

Logo,

$$E(X) = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = \frac{21}{6} = 3{,}5$$

Distribuição de Bernoulli

Uma ***distribuição de Bernoulli*** é caracterizada pela existência de apenas dois eventos, mutuamente exclusivos, que chamamos de ***sucesso*** e ***fracasso***. Sendo a probabilidade de ***sucesso*** representado por "p" e a probabilidade de ***fracasso*** por "p-1". Além disso, é comum associar o valor 1 para o sucesso é o valor 0 para o fracasso.

A esperança da distribuição Bernoulli é dada por:

$$E(X) = p$$

Já a variância por:

$$Var(X) = p \, . \, (1-p)$$

Sendo, $q = 1 - p$. Podemos escrever a variância da seguinte forma:

$$Var(X) = p\,.\,q$$

A fórmula da probabilidade da distribuição Bernoulli é dada por:

$$P(X = k) = p^k.\ q^{1-k}$$

Onde,

"n" é o número de repetições do experimento;

"p" é o sucesso;

"q = 1 - p" é o fracasso;

"k" é o número de vezes que o experimento irá se repetir.

Onde, X só pode assumir os valores de 0 ou 1.

Distribuição Binomial

Na ***distribuição de Probabilidade Binomial*** o experimento é repetido, nas mesmas condições, um número finito de vezes. Além disso, as tentativas devem ser independentes e cada tentativa deve ter os resultados classificados em **sucesso** e **fracasso**. Além disso, a probabilidade "p" do **sucesso** e a probabilidade "1-p" do **fracasso** devem se manter constante.

A diferença entre o experimento de ***Bernoulli*** e o ***Binomial*** está no fato de que Bernoulli é realizado apenas uma vez e binomial "n" vezes.

A probabilidade de uma distribuição binomial é dada por:

$$P(X = k) = \binom{n}{k}\,.\,p^k\,.\,q^{n-k}$$

Onde,

"n" é o número de repetições do experimento;

"p" é o sucesso;

"q = 1 - p" é o fracasso;

"k" é o número de vezes que o experimento irá se repetir.

Exemplo!

Pedro lança uma moeda honesta 5 vezes, qual a probabilidade de ocorrerem exatamente dois resultados cara?

Vejam que temos as seguintes informações:

n = 5

k = 2

Sabemos que no lançamento de uma moeda honesta tanta a probabilidade de sair cara quanto a de sair coroa é igual a 1/2. No nosso experimento o sucesso será a cara e o fracasso será a coroa.

$$Evento\ sucesso = cara = p = \frac{1}{2}$$

$$Evento\ Fracasso = coroa = q = \frac{1}{2}$$

Aplicando a fórmula teremos o seguinte:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} . p^k . q^{n-k}$$

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} . \left(\frac{1}{2}\right)^2 . \left(\frac{1}{2}\right)^{5-2}$$

Sendo,

$$\binom{n}{k} = C_{n,k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$\binom{5}{2} = C_{5,2} = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = \frac{5!}{2!\ .\ 3!} = \frac{5\ .\ 4\ .\ \cancel{3!}}{2\ .\ 1\ .\ \cancel{3!}} = \frac{20}{2} = 10$$

Logo,

$$P(X = 2) = 10 \, . \frac{1}{4} \, . \frac{1}{8} = \frac{10}{32} = \frac{5}{32}$$

A esperança da distribuição Binomial é dada por:

$$E(X) = n \, . p$$

Já a variância por:

$$Var(X) = n \, . p \, . \, (1 - p)$$

Sendo, $q = 1 - p$. Podemos escrever a variância da seguinte forma:

$$Var(X) = n \, . \, p \, . q$$

Distribuição Geométrica

A ***distribuição geométrica***, assim como a binomial, é baseada em experimentos de Bernoulli independentes com a mesma probabilidade de sucesso "p". Sendo que, o número de experimentos acontece até que ocorra o primeiro sucesso.

A fórmula da distribuição geométrica é dada por:

$$P(X = k) = q^{k-1} \, . \, p$$

Onde,

"p" é o sucesso.

"q" é o fracasso.

Logo, o experimento irá fracassar algumas vezes e assim que ocorrer um sucesso o ele acaba.

A esperança da distribuição geométrica é dada por:

$$E(X) = \frac{1}{p}$$

Já a variância por:

$$Var(X) = \frac{q}{p^2}$$

Distribuição Hipergeométrica

A ***distribuição hipergeométrica***, assim como a binomial, é baseada em experimentos que **consideram** dois possíveis resultados (sucesso e fracasso). Sendo que, a seleção de elementos é sem reposição. Logo, diferente da binomial os eventos não são independentes.

Desta forma, temos "N" elementos dos quais "S" é o sucesso e "N-S" é o fracasso. Desses "N" elementos serão retiradas uma amostra de "n" elementos sem reposição. Depois disso, é calculada a probabilidade de obter "k" sucessos.

A probabilidade é dada por:

$$P(X = k) = \frac{\binom{S}{k}\binom{N-S}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

O valor de "k" será: $0 \leq k \leq n$.

A esperança da distribuição hipergeométrica é dada por:

$$E(X) = np$$

Já a variância por:

$$Var(X) = npq.\frac{N-n}{N-1}$$

Sendo,

$p = \frac{S}{N}$

$q = 1 - p$

Vejam que a esperança é igual a distribuição binomial, mas variância é igual à da binomial multiplicada por $\frac{N-n}{N-1}$.

Distribuição de Poisson

Pessoal, enquanto na probabilidade de binomial, estamos interessados na probabilidade de "S" resultados sucessos em "n" repetições do experimento. Na ***probabilidade de Poisson***, estamos interessados na probabilidade de "k" ocorrências em determinado intervalo (tempo ou espaço).

Exemplos da aplicação da distribuição de Poisson:

- Número de vezes que um telefone toca em um dia;
- Número de pessoas que são contaminadas por um vírus em **determinado** espaço.
- Número de defeitos de um rolo de papel de jornal de 1000 metros.

A probabilidade de Poisson partimos de uma distribuição binomial, sendo que “p” (sucesso) é muito pequeno (tende a zero) e “n” muito grande (tende a infinito). Sendo, a média dada por:

$$\lambda = np$$

Onde, λ é o número médio de vezes que um evento ocorre (quanto vezes um telefone toca em um dia).

Sabemos que na distribuição binomial a variância é dada por:

$$\sigma^2 = npq = np(1-p)$$

Como, “p” **tende** a zero temos que (1-p) é igual a 1. Logo,

$$\sigma^2 = npq = np\,.\,1$$

Sendo que, $\lambda = np$.

Portanto, a variância da distribuição Poisson será a seguinte:

$$\sigma^2 = \lambda$$

Desta forma, temos que na distribuição de Poisson a média e a variância são iguais.

A fórmula da probabilidade da distribuição Poisson é dada por:

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k\,.\,e^{-\lambda}}{k!}$$

Onde, “e” é o número Euler (~2,718 ...).

QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.

Q.01 (Instituto AOCP - Analista (EBSERH HU-UFGD)/Administrativo/Economia/2014)

A distribuição que apresenta o caso mais simples de variável aleatória discreta, em que cada valor possível ocorre com a mesma probabilidade, é a

a) Distribuição Binomial.

b) Distribuição de Poisson.

c) Distribuição Uniforme Discreta.

d) Distribuição de Bernoulli.

e) Distribuição Tripla.

Comentários:

Nessa questão, a banca traz o conceito de distribuição uniforme discreta. Os demais conceitos vimos ao longo de nossa aula (tirando distribuição tripla, invenção da banca).

Gabarito: C

Q.02 (FCC - Analista Judiciário (TRF 2ª Região)/Apoio Especializado/Estatística/2012)

A variável aleatória X tem distribuição uniforme discreta nos pontos 1,2,3,4,5. A variância da variável aleatória $Y = 3X - 3$ ***é igual a***

a) 10.

b) 12.

c) 15.

d) 16.

e) 18.

Comentários:

Pessoal, nessa questão temos uma distribuição uniforme discreta. E os dados fornecidos foram os seguintes:

X={1, 2, 3, 4, 5}

Y = 3X – 3

E é pedido a variância da variável Y.

A primeira coisa a ser feita é calcular a média (esperança) da distribuição contínua. Como vimos na teoria, podemos encontrar essa média através da média aritmética, uma vez que a probabilidade é a mesma.

$$E(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$E(X) = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

De posse da média podemos calcular a variância.

$$Var(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - E(X))^2}{n}$$

▪

$$Var(X) = \frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}{5} = \frac{4+1+0+1+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

Portanto, Var(X) = 2

Para calcular a Var(Y) utilizamos a expressão dada pela banca.

$$Y = 3X - 3$$

Como sabemos a variância não é afetada por soma ou subtração.

$$Var(Y) = Var(3X)$$

Quando multiplicamos a variância por de uma constante "k", a variância fica multiplicada pelo quadrado dessa constante.

$$Var(Y) = 3^2 . Var(X)$$

Sendo, Var(X) = 2.

$$Var(Y) = 9 . 2 = 18$$

Gabarito: E

Q.03 (ESMARN - Estagiário (TJ RN)/Estatística/2014)

Assinale a alternativa que representa CORRETAMENTE uma sequência de tentativas de Bernoulli:

a) Número de falhas de uma máquina.

b) Quantidade de chuva medida em milímetros.

c) Classificação de um produto como bom, regular, ruim ou péssimo.

d) Classificação da pressão sanguínea como normal ou não.

e) Nenhuma das respostas.

Comentários:

Sabemos que um experimento Bernoulli é caracterizado pela existência de apenas dois eventos, mutuamente exclusivos, isto é, sucesso e fracasso. Analisando as alternativas podemos observar que a **D** apresenta uma sequência de tentativas Bernoulli, pois temos apenas dois resultados (pressão sanguínea normal ou pressão sanguínea não normal).

Gabarito: D

Q.04 (Instituto AOCP - Analista (EBSERH HE-UFPEL)/Administrativo/Estatística/2015)

O sucesso, S, em certo procedimento cirúrgico, tem uma probabilidade de 0,95. O resultado do procedimento é um evento aleatório dicotômico podendo ocorrer somente sucesso ou insucesso e pode ser representado pela variável aleatória X. Assim, o nome da distribuição de probabilidade relacionada com essa variável aleatória e a sua função de probabilidade são, respectivamente:

a) Distribuição Normal e $P(X = x) = 0{,}95^{x}0{,}05^{1-x}\ x = 0{,}1.$

b) Distribuição Binomial e $P(X = x) = \binom{n}{x}0{,}95^{x}0{,}05^{n-x}\ x = 0{,}1, \dots, n.$

c) Distribuição Normal e $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}\ X \in R.$

d) Bernoulli e $P(X = x) = 0{,}95^{x}0{,}05^{1-x}\ x = 0{,}1.$

e) Bernoulli e $P(X = x) = \binom{n}{x}0{,}95^{x}0{,}05^{n-x}\ x = 0{,}1.$

Comentários:

Pessoal, a questão fala de um experimento que só pode assumir dois resultados (sucesso e insucesso). E quer saber distribuição representa esse experimento. Como sabemos, essa distribuição só pode ser a Bernoulli. Desta forma, ficamos com as alternativas D e E.

Vejam que a resposta só pode ser a letra D, pois na E temos uma fórmula parecida com a distribuição Binomial.

Gabarito: D

Q.05 (CEBRASPE (CESPE) - Analista (SERPRO)/Ciência de Dados/2021)

Considerando que a tabela precedente mostra o cruzamento de duas variáveis categorizadas A e B, Considerando que o número X de erros registrados em determinado tipo de código computacional siga uma distribuição binomial com média igual a 4 e variância igual a 3, julgue o item a seguir.

É impossível haver registros de 18 erros nesse tipo de código computacional.

C – CERTO

E - ERRADO

Comentários:

Pessoal, essa é uma questão de distribuição binomial. E diz que é impossível haver registros de 18 erros. Logo, quer saber o valor do "n". Foram dadas as seguintes informações:

E(X) = 4

Var(X) = 3

Sabemos que as fórmulas da esperança e da variância para uma distribuição binomial são dadas por:

$$E(X) = np$$

$$Var(X) = npq$$

Onde, $q = 1 - p$.

Fazendo as substituições teremos o seguinte:

$$4 = np \ \ (1)$$

$$3 = npq \ \ (2)$$

Vejam que podemos substituir o "np" da equação (1) na equação (2) e com isso encontrar o "q".

$$3 = 4q$$

$$q = \frac{3}{4}$$

Logo,

$$q = 1 - p$$

$$\frac{3}{4} = 1 - p$$

$$\frac{3}{4} - 1 = -p \quad \rightarrow \quad -p = \frac{3-4}{4} \quad \rightarrow \quad -p = -\frac{1}{4}$$

$$p = \frac{1}{4}$$

Sabendo o valor de "p", basta substituir na equação (1) e teremos o valor de "n".

$$4 = np$$

$$4 = n.\frac{1}{4}$$

$$n = 16$$

Portanto, correta a questão. Pois é impossível ter mais de 18 erros.

Gabarito: Certo

Q.06 (CEBRASPE (CESPE) - Analista (SERPRO)/Ciência de Dados/2021)

Considerando que a tabela precedente mostra o cruzamento de duas variáveis categorizadas A e B, Considerando que o número X de erros registrados em determinado tipo de código computacional siga uma distribuição binomial com média igual a 4 e variância igual a 3, julgue o item a seguir.

P(X=0)=3/4.

C – CERTO

E - ERRADO

Comentários:

Pessoal, na questão anterior encontramos que o valor de "n" foi 16. Além disso, vimos que "p" foi 1/4 e que "q" foi 3/4.

Com essas informações, basta utilizar a fórmula da probabilidade binomial e verificar se realmente P(X=0) é 3/4.

$$P(X = k) = \binom{n}{k} . p^k . q^{n-k}$$

$$P(X = 0) = \binom{16}{0} . \left(\frac{1}{4}\right)^0 . \left(\frac{3}{4}\right)^{16-0}$$

Sendo,

$$\binom{n}{k} = C_{n,k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$\binom{16}{0} = C_{16,0} = \frac{16!}{0!\,(16-0)!} = \frac{16!}{0!\ .\ 16!} = 1$$

Pessoal, na prova quando tivermos uma combinação de "n" zero a zero. O resultado é sempre o 1. Como demonstrado acima.

Além disso, o fatorial de zero e 1 será igual a 1.

0! =1

1! =1

Voltando ao cálculo de P(X=0)

$$P(X = 0) = 1 . \left(\frac{1}{4}\right)^0 . \left(\frac{3}{4}\right)^{16}$$

$$P(X = 0) = 1 . 1 . \left(\frac{3}{4}\right)^{16}$$

$$P(X = 0) = \left(\frac{3}{4}\right)^{16}$$

Portanto, está errada a questão.

Gabarito: Errado

Q.07 (VUNESP - Administrador Judiciário (TJ SP)/2019)

Em uma eleição, sabe-se que 40% dos eleitores são favoráveis ao candidato X e o restante ao candidato Y. Extraindo uma amostra aleatória, com reposição, de tamanho 3 da população de eleitores, obtém-se que a probabilidade de que no máximo 1 eleitor da amostra seja favorável ao candidato X é igual a

a) 36,0%.

b) 43,2%.

c) 64,8%.

d) 78,4%.

e) 35,2%.

Comentários:

As informações dadas na questão são as seguintes:

Favorável ao candidato X =40% = 0,4

Favorável ao candidato Y = 60% = 0,6

Amostra igual a 3 (n=3)

A banca quer saber qual a probabilidade de no máximo 1 eleitor ser favorável ao candidato X. Logo, X é o sucesso e Y é o fracasso.

$$P(X = k) = \binom{n}{k} . p^k . q^{n-k}$$

No máximo 1 é a soma de P(X=0) e P(X=1).

Cálculo de P(X=0)

$$P(X = 0) = \binom{3}{0} . 0{,}4^0 . 0{,}6^{3-0}$$

Sendo,

$$\binom{3}{0} = C_{3,0} = 1$$

$$P(X = 0) = 1 . 1 . 0{,}6^3 = 0{,}216$$

Cálculo de P(X=1)

$$P(X=0)=\binom{3}{1}.0{,}4^1.0{,}6^{3-1}$$

Sendo,

$$\binom{n}{k}=C_{n,k}=\frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$\binom{3}{1}=C_{3,1}=\frac{3!}{1!\,(3-1)!}=\frac{3!}{1!\ .\ 2!}=\frac{3\ .\ 2!}{1\ .\ 2!}=3$$

Pessoal, quando tivermos uma combinação de "n" 1 a 1. O resultado é sempre o "n". Como demonstrado acima.

$$P(X=1)=3.0{,}4.0{,}6^2=1{,}2.0{,}36=0{,}432$$

Portanto,

$$P(X=0)+P(X=1)=0{,}216+0{,}432=0{,}648=68{,}4\%$$

Gabarito: C

Q.08 (FGV - Técnico Superior Especializado (DPE RJ)/Estatística/2019)

Para que as pessoas que aguardam atendimento em uma repartição pública fiquem acomodadas com relativo conforto, é necessário que o recinto seja dimensionado à razão de um metro quadrado de espaço para cada cidadão em espera.

Se o número de pessoas que comparece, por dia, tem distribuição geométrica, com parâmetro p = 0,2, é correto afirmar que:

a) em função da distribuição do número de pessoas, o tamanho médio ideal do recinto deve ser de 16 metros quadrados.

b) a probabilidade de que uma sala de espera com 4 metros quadrados não seja confortável em certo dia é $(0{,}2).(0{,}8)^4$.

c) a probabilidade de que uma sala com 3 metros quadrados fique subutilizada em certo dia é igual a 0,448.

d) considerando uma sala de espera que tem 20 metros quadrados e o fato de que 18 pessoas já estão aguardando, a probabilidade de que atinja sua lotação exata é igual a 0,16.

e) a distribuição de probabilidade do tamanho (A) de sala ideal, a cada dia, é dada por $P(A=x)=(0{,}2)^2.(0{,}8)^{2x}$ para X=1,2,3,...

Comentários:

Pessoal, essa é uma questão de distribuição geométrica. Para o conforto das pessoas que aguardam atendimento é necessário um metro quadrado por pessoa. A banca diz que "p" é igual a 0,2. Com base nessas informações iremos analisar as alternativas apresentadas pela banca.

Letra A) ***em função da distribuição do número de pessoas, o tamanho médio ideal do recinto deve ser de 16 metros quadrados.***

Aqui temos que calcular a média. Sabemos que a média (esperança) da distribuição geométrica é dada por:

$$E(X) = \frac{1}{p}$$

Onde,

p=0,2

$$E(X) = \frac{1}{0{,}2} = 5$$

Logo, errada a alternativa.

Letra B) ***a probabilidade de que uma sala de espera com 4 metros quadrados não seja confortável em certo dia é (0,2).(0,8)^4.***

Nessa alternativa, iremos utilizar a fórmula da probabilidade da distribuição geométrica.

$$P(X = k) = q^{k-1} \,.\, p$$

Onde,

k=4

p = 0,2

q = 1-p = 1 – 0,2 = 0,8

$$P(X = 4) = 0{,}8^{4-1} \,.\, 0{,}2$$

$$P(X = 4) = 0{,}8^{3} \,.\, 0{,}2$$

Logo, errada a alternativa.

Letra C) ***a probabilidade de que uma sala com 3 metros quadrados fique subutilizada em certo dia é igual a 0,448.***

Aqui também é pedida a probabilidade.

$$P(X = k) = q^{k-1} \,.\, p$$

Onde,

k=3

p = 0,2

q = 1-p = 1 – 0,2 = 0,8

$$P(X = 3) = 0{,}8^{3-1} \,.\, 0{,}2$$

$$P(X = 3) = 0{,}8^{2} \,.\, 0{,}2 = 0{,}64 \,.\, 0{,}2 = 0{,}128$$

Logo, errada a alternativa.

Letra D) ***considerando uma sala de espera que tem 20 metros quadrados e o fato de que 18 pessoas já estão aguardando, a probabilidade de que atinja sua lotação exata é igual a 0,16.***

Nessa alternativa, tempos que a sala de espera tem 20 metros quadrados e que já tem 18 pessoas aguardando. A banca quer saber se a probabilidade de atingir o máximo de lotação é 0,16. Vejam que faltam duas pessoas para atingir esse máximo. Logo, "k" será 2.

Aplicando a fórmula da probabilidade teremos o seguinte:

$$P(X = k) = q^{k-1} \,.\, p$$

Onde,

k=2

p = 0,2

q = 1-p = 1 – 0,2 = 0,8

$$P(X = 2) = 0{,}8^{2-1} \,.\, 0{,}2$$

$$P(X = 3) = 0{,}8 \,.\, 0{,}2 = 0{,}16$$

Portanto, resposta da questão.

Letra E) ***a distribuição de probabilidade do tamanho (A) de sala ideal, a cada dia, é dada por P (A=x) = $(0,2)^2.(0,8)^{2x}$ para X=1,2,3,...***

Errada, pois a distribuição de probabilidade será dada por:

$$P(X = k) = q^{k-1} \,.\, p$$

$$P(X = k) = 0{,}8^{k-1} \,.\, 0{,}2 \qquad k = 1, 2, 3, ...$$

Gabarito: D

Q.09 (ACEP - Analista (Pref Aracati)/Fundos de Investimento/2019)

Em uma casa de jogos de sinuca, para participar de uma partida, cada integrante deverá pagar R$ 50,00. Nícolas é um jogador com probabilidade de ganhar uma partida qualquer de 40%. Qual a probabilidade de que Nícolas ganhe na quarta partida e qual o custo esperado (em R$) para obter a primeira vitória?

a) 8,64% e R$ 150,00.

b) 7,32% e R$ 150,00.

c) 9,60% e R$ 100,00.

d) 9,82% e R$ 100,00.

Comentários:

Temos as seguintes informações:

Probabilidade de ganhar = sucesso = p= 40% = 0,4

Probabilidade de perder = fracasso = q = (1-p) = 60% = 0,6

A banca quer saber qual a probabilidade de **ganhar** na quarta partida. Logo, estamos diante de uma distribuição geométrica.

Aplicando a fórmula da probabilidade teremos o seguinte:

$$P(X = k) = q^{k-1} \,.\, p$$

Onde,

k=4

$$P(X = 4) = 0{,}6^{4-1} \,.\, 0{,}4 = 0{,}6^3 . 0{,}4 = 0{,}216 \,.\, 0{,}4 = 0{,}0864 = 8{,}64\%$$

$$P(X = 3) = 0{,}216\,.\ 0{,}4 = 0{,}0864 = 8{,}64\%$$

O custo será de 150,00. Pois serão necessárias 3 derrotas e cada uma delas custa 50,00.

Gabarito: A

Q.10 (CESGRANRIO - Analista Júnior (TRANSPETRO)/Financeiro/2018)

A febre amarela é uma doença infecciosa febril aguda, causada por um vírus transmitido por mosquitos. Uma medida importante para prevenção e controle da febre amarela é a vacinação. Uma empresa, preocupada com a saúde de seus funcionários, fez um levantamento para saber quantos já tinham sido vacinados. Foi verificado que dos 1.000 funcionários apenas 200 já haviam tomado a vacina.

Se forem selecionados ao acaso 200 funcionários da empresa, o número esperado de pessoas que não tomaram a vacina é de

a) 20.

b) 40.

c) 80.

d) 120.

e) 160.

Comentários:

Essa é uma questão de distribuição hipergeométrica. Temos uma população é 1000 e desses 200 foram vacinados. Logo, 800 não foram vacinados.

Vacinadas = 20% (200 de 1000)

Não vacinadas = 80% (800 de 1000)

Se 200 pessoas forem selecionadas, qual o valor esperado das pessoas não vacinadas. Logo, o nosso "p" será de 0,8 (pessoas não vacinadas). A fórmula da esperança é a seguinte:

$$E(X) = np$$

Onde, o "n" é 200 e o "p" é 0,8.

$$E(X) = 200.0{,}8 = 160$$

Gabarito: E

Q.11 (Instituto AOCP - Analista (EBSERH HU-UFS)/Administrativo/Estatística/2014)

O inspetor de qualidade de um laboratório químico recebe um lote de 80 frascos de reagentes que, segundo o fabricante, não contém mais do que 5% de produtos defeituosos. O inspetor toma uma amostra de 10 produtos e decide rejeitar o lote completo se a amostra tem pelo menos um reagente defeituoso. Qual é a probabilidade de rejeitar o lote?

a) $1 - 0{,}95^{10}$.

b) $1 - \frac{\binom{4}{0}\binom{76}{10}}{\binom{80}{10}}$.

c) $\frac{\binom{4}{0}\binom{76}{10}}{\binom{80}{10}}$.

d) $1 - \frac{\binom{4}{0}\binom{80}{10}}{\binom{76}{10}}$.

e) $0{,}95^{10}$.

Comentários:

Pessoal, pelo enunciado da questão podemos perceber que se trata de uma distribuição hipergeométrica. Sendo a fórmula expressa da seguinte forma:

$$P(X = k) = \frac{\binom{S}{k}\binom{N-S}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Só com isso eliminamos as letras A e E. Além disso, a banca quer saber a probabilidade de ter **"pelo menos"** um reagente defeituoso. Desta forma, é mais fácil calcular a probabilidade pela complementação.

$$P(pelo\ menos\ 1) = 1 - P(nenhum)$$

Com isso, ficamos com as alternativas B e D.

Os dados fornecidos na questão foram os seguintes:

N = 80

S = 5% dos fracos defeituosos = 0,05.80 = 4

n = 10 (é amostra selecionada)

k = é o número de defeitos que queremos. Como iremos utilizar a probabilidade complementar esse valor será 0.

Substituindo esses dados na fórmula teremos o seguinte:

$$P(X=0)=\frac{\binom{4}{0}\binom{80-4}{10-0}}{\binom{80}{10}}$$

$$P(X=0)=\frac{\binom{4}{0}\binom{76}{10}}{\binom{80}{10}}$$

$$P(pelo\ menos\ 1)=1-\frac{\binom{4}{0}\binom{76}{10}}{\binom{80}{10}}$$

Portanto, ficamos com a letra B.

Gabarito: B

Q.12 (VUNESP - Analista Administrativo (EBSERH HC-UFU)/Estatística/2020)

Uma doença atinge um indivíduo a cada mil. Qual é, aproximadamente, a probabilidade de que, numa comunidade de dois mil indivíduos, quatro contraiam a doença?

Dado: e (número de Euler) = 2,71828...

a) e^{-2}.

b) $\frac{1}{24}e^{-2}$.

c) $\frac{2}{3}e^{-2}$.

d) e^{-4}.

e) $8e^{-4}$.

Comentários:

Essa é uma questão de distribuição Poisson.

Uma doença atinge 1 indivíduo/mil. A banca quer saber qual a probabilidade de 4 pessoal contrai a doença em uma população de 2 mil indivíduos.

A primeira coisa a ser feita é calcular a média.

$$\lambda = 1\ individuo\ a\ cada\ mil = 2\ individuos\ a\ cada\ 2\ mil$$

A probabilidade é dada por:

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$$

Onde, "k" é 4.

$$P(X = 4) = \frac{2^4 \cdot e^{-2}}{4!} = \frac{16 \cdot e^{-2}}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{16}{24} e^{-2} = \frac{2}{3} e^{-2}$$

Gabarito: C

Q.13 (FCC - Auditor Fiscal (SEFAZ BA)/Administração Tributária/2019)

Uma variável aleatória X representa o número de contribuintes que chega a cada hora para ser atendido em um órgão público. Supõe-se que X tem distribuição de Poisson, com parâmetro λ, ou seja, $P(x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!}$, sendo e a base do logaritmo (ln) tal que ln(e) = 1. Se P(x = 2) = P(x = 3), então a probabilidade de que menos de 3 contribuintes cheguem em 1 hora é

Dados:

e^{-1}=0,37

e^{-2}=0,14

e^{-3}=0,05

a) 30,0%.

b) 42,5%.

c) 22,5%.

d) 57,5%.

e) 37,5%.

Comentários:

Nessa questão de Poisson a banca **dá** até a fórmula e pede a probabilidade de **menos** de 3 contribuintes **chegarem** em uma hora.

$$P(x) = \frac{\lambda^{x} \cdot e^{-\lambda}}{x!}$$

A primeira coisa a ser feita é encontrar λ. Para isso, iremos igualar as chances de X = 2 e X = 3. Pois, as probabilidades são iguais.

$$P(x = 2) = P(x = 3)$$

$$\frac{\lambda^{2} \cdot \cancel{e^{-\lambda}}}{2!} = \frac{\lambda^{3} \cdot \cancel{e^{-\lambda}}}{3!}$$

$$\frac{\lambda^2}{2} = \frac{\lambda^3}{6}$$

$$2.\lambda^3 = 6\lambda^2$$

$$\lambda = 3$$

Logo,

$\lambda = 3\ contribuinte\ /hora$

$$P(x) = \frac{\lambda^{x} \cdot e^{-\lambda}}{x!}$$

Para menos de 3 temos o seguinte:

$$P(0) + P(1) + P(2)$$

$$P(0) = \frac{3^{0} \cdot e^{-3}}{0!} = e^{-3} = 0{,}05 = 5\%$$

$$P(1) = \frac{3^{1} \cdot e^{-3}}{1!} = 3e^{-3} = 3 \,.\, 0{,}05 = 0{,}15 = 15\%$$

$$P(2) = \frac{3^{2} \cdot e^{-3}}{2!} = \frac{9}{2}e^{-3} = 4{,}5 \,.\, 0{,}05 = 0{,}225 = 22{,}5\%$$

Logo,

$$P(0) + P(1) + P(2) = 5\% + 15\% + 22{,}5\% = 42{,}5\%$$

Gabarito: B

Q.14 (FGV/Analista de Pesquisa e Informações (FunSaúde CE)/Estatística/2021)

Em uma população muito grande, pessoas serão aleatoriamente escolhidas até que uma pessoa acometida por uma certa doença seja encontrada.

A variável aleatória que contará quantas pessoas serão observadas até que tal pessoa seja encontrada, tem distribuição de probabilidades

a) binomial.

b) Poisson.

c) geométrica.

d) hipergeométrica.

e) binomial negativa.

Comentários:

Pessoal, nessa questão a banca traz um conceito de distribuição de probabilidade. Pelas informações trazidas podemos perceber que se trata da distribuição geométrica. Resposta Letra "C".

Vamos aos conceitos de cada distribuição:

Letra A) ***Binomial.***

Na ***distribuição de Probabilidade Binomial*** o experimento é repetido, nas mesmas condições, um número finito de vezes. Além disso, as tentativas devem ser independentes e cada tentativa deve ter os resultados classificados em sucesso e fracasso. Além disso, a probabilidade "p" do sucesso e a probabilidade "1-p" do fracasso devem se manter constante.

Letra B) ***Poisson.***

Na ***probabilidade de Poisson***, estamos interessados na probabilidade de "k" ocorrências em determinado intervalo (tempo ou espaço).

Exemplos da aplicação da distribuição de Poisson:

- Número de vezes que um telefone toca em um dia;
- Número de pessoas que são contaminadas por um vírus em determinada espaço.
- Número de defeitos de um rolo de papel de jornal de 1000 metros.

A ***probabilidade de Poisson*** partimos de uma ***distribuição binomial***, sendo que "p" (sucesso) é muito pequeno (tende a zero) e "n" muito grande (tende a infinito).

Letra C) ***Geométrica.*** Nossa resposta.

A ***distribuição geométrica***, assim como a binomial, é baseada em experimentos de Bernoulli independentes com a mesma probabilidade de sucesso "p". Sendo que, o número de experimentos acontece até que ocorra o primeiro sucesso.

Letra D) ***Hipergeométrica.***

A ***distribuição hipergeométrica***, assim como a binomial, é baseada em experimentos que considera dois possíveis resultados (sucesso e fracasso). Sendo que, a seleção de elementos é sem reposição. Logo, diferente da binomial os eventos não são independentes.

Letra E) ***Binomial negativa.***

A ***distribuição binomial negativa*** ou ***distribuição de Pascal*** é uma distribuição de probabilidade discreta. Esta distribuição indica o número de tentativas necessárias para obter k sucessos de igual probabilidade θ ao fim de n experimentos de Bernoulli, sendo a última tentativa um sucesso.

Por fim, vamos revisar o conceito de ***distribuição de Bernoulli***.

Uma ***distribuição de Bernoulli*** é caracterizada pela existência de apenas dois eventos, mutuamente exclusivos, que chamamos de ***sucesso*** e ***fracasso***. Sendo a probabilidade de ***sucesso*** representado por "p" e a probabilidade de ***fracasso*** por "p-1". Além disso, é comum associar o valor 1 para o sucesso é o valor 0 para o fracasso.

Gabarito: C

Q.15 (FGV/Analista de Pesquisa e Informações (FunSaúde CE)/Estatística/2021)

Se X tem distribuição binomial (n, p), então a média e a variância de X são, respectivamente,

a) np e np(1 – p).

b) p e p(1 – p)/n.

c) np e np².

d) p e np(1 – p).

e) np e p(1 – p).

Comentários:

Pessoal, nessa questão temos que conhecer a fórmula da média e da variância da distribuição binomial. Resposta Letra "A".

A esperança (média) da distribuição Binomial é dada por:

$$E(X) = n\,.\,p$$

Já a variância por:

$$Var(X) = n\,.\,p\,.\,(1 - p)$$

Gabarito: C

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Q.01 (Instituto AOCP - Analista (EBSERH HU-UFGD)/Administrativo/Economia/2014)

A distribuição que apresenta o caso mais simples de variável aleatória discreta, em que cada valor possível ocorre com a mesma probabilidade, é a

a) Distribuição Binomial.

b) Distribuição de Poisson.

c) Distribuição Uniforme Discreta.

d) Distribuição de Bernoulli.

e) Distribuição Tripla.

Q.02 (FCC - Analista Judiciário (TRF 2ª Região)/Apoio Especializado/Estatística/2012)

A variável aleatória X tem distribuição uniforme discreta nos pontos 1,2,3,4,5. A variância da variável aleatória Y = 3X − 3 $é$ igual a

a) 10.

b) 12.

c) 15.

d) 16.

e) 18.

Q.03 (ESMARN - Estagiário (TJ RN)/Estatística/2014)

Assinale a alternativa que representa CORRETAMENTE uma sequência de tentativas de Bernoulli:

a) Número de falhas de uma máquina.

b) Quantidade de chuva medida em milímetros.

c) Classificação de um produto como bom, regular, ruim ou péssimo.

d) Classificação da pressão sanguínea como normal ou não.

e) Nenhuma das respostas.

Q.04 (Instituto AOCP - Analista (EBSERH HE-UFPEL)/Administrativo/Estatística/2015)

O sucesso, S, em certo procedimento cirúrgico, tem uma probabilidade de 0,95. O resultado do procedimento é um evento aleatório dicotômico podendo ocorrer somente sucesso ou insucesso e pode ser representado pela variável aleatória X. Assim, o nome da distribuição de probabilidade relacionada com essa variável aleatória e a sua função de probabilidade são, respectivamente:

a) Distribuição Normal e $P(X = x) = 0{,}95^x 0{,}05^{1-x}\ x = 0{,}1.$

b) Distribuição Binomial e $P(X = x) = \binom{n}{x} 0{,}95^x 0{,}05^{n-x}\ x = 0{,}1, \dots, n.$

c) Distribuição Normal e $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}\ X \in R.$

d) Bernoulli e $P(X = x) = 0{,}95^x 0{,}05^{1-x}\ x = 0{,}1.$

e) Bernoulli e $P(X = x) = \binom{n}{x} 0{,}95^x 0{,}05^{n-x}\ x = 0{,}1.$

Q.05 (CEBRASPE (CESPE) - Analista (SERPRO)/Ciência de Dados/2021)

Considerando que a tabela precedente mostra o cruzamento de duas variáveis categorizadas A e B, Considerando que o número X de erros registrados em determinado tipo de código computacional siga uma distribuição binomial com média igual a 4 e variância igual a 3, julgue o item a seguir.

É impossível haver registros de 18 erros nesse tipo de código computacional.

C – CERTO

E - ERRADO

Q.06 (CEBRASPE (CESPE) - Analista (SERPRO)/Ciência de Dados/2021)

Considerando que a tabela precedente mostra o cruzamento de duas variáveis categorizadas A e B, Considerando que o número X de erros registrados em determinado tipo de código computacional siga uma distribuição binomial com média igual a 4 e variância igual a 3, julgue o item a seguir.

P(X=0)=3/4.

C – CERTO

E - ERRADO

Q.07 (VUNESP - Administrador Judiciário (TJ SP)/2019)

Em uma eleição, sabe-se que 40% dos eleitores são favoráveis ao candidato X e o restante ao candidato Y. Extraindo uma amostra aleatória, com reposição, de tamanho 3 da população de eleitores, obtém-se que a probabilidade de que no máximo 1 eleitor da amostra seja favorável ao candidato X é igual a

a) 36,0%.

b) 43,2%.

c) 64,8%.

d) 78,4%.

e) 35,2%.

Q.08 (FGV - Técnico Superior Especializado (DPE RJ)/Estatística/2019)

Para que as pessoas que aguardam atendimento em uma repartição pública fiquem acomodadas com relativo conforto, é necessário que o recinto seja dimensionado à razão de um metro quadrado de espaço para cada cidadão em espera.

Se o número de pessoas que comparece, por dia, tem distribuição geométrica, com parâmetro p = 0,2, é correto afirmar que:

a) em função da distribuição do número de pessoas, o tamanho médio ideal do recinto deve ser de 16 metros quadrados.

b) a probabilidade de que uma sala de espera com 4 metros quadrados não seja confortável em certo dia é $(0,2).(0,8)^4$.

c) a probabilidade de que uma sala com 3 metros quadrados fique subutilizada em certo dia é igual a 0,448.

d) considerando uma sala de espera que tem 20 metros quadrados e o fato de que 18 pessoas já estão aguardando, a probabilidade de que atinja sua lotação exata é igual a 0,16.

e) a distribuição de probabilidade do tamanho (A) de sala ideal, a cada dia, é dada por P (A=x) = $(0,2)^2.(0,8)^{2x}$ para X=1,2,3,...

Q.09 (ACEP - Analista (Pref Aracati)/Fundos de Investimento/2019)

Em uma casa de jogos de sinuca, para participar de uma partida, cada integrante deverá pagar R$ 50,00. Nícolas é um jogador com probabilidade de ganhar uma partida qualquer de 40%. Qual a probabilidade de que Nícolas ganhe na quarta partida e qual o custo esperado (em R$) para obter a primeira vitória?

a) 8,64% e R$ 150,00.

b) 7,32% e R$ 150,00.

c) 9,60% e R$ 100,00.

d) 9,82% e R$ 100,00.

Q.10 (CESGRANRIO - Analista Júnior (TRANSPETRO)/Financeiro/2018)

A febre amarela é uma doença infecciosa febril aguda, causada por um vírus transmitido por mosquitos. Uma medida importante para prevenção e controle da febre amarela é a vacinação. Uma empresa, preocupada com a saúde de seus funcionários, fez um levantamento para saber quantos já tinham sido vacinados. Foi verificado que dos 1.000 funcionários apenas 200 já haviam tomado a vacina.

Se forem selecionados ao acaso 200 funcionários da empresa, o número esperado de pessoas que não tomaram a vacina é de

a) 20.

b) 40.

c) 80.

d) 120.

e) 160.

Q.11 (Instituto AOCP - Analista (EBSERH HU-UFS)/Administrativo/Estatística/2014)

O inspetor de qualidade de um laboratório químico recebe um lote de 80 frascos de reagentes que, segundo o fabricante, não contém mais do que 5% de produtos defeituosos. O inspetor toma uma amostra de 10 produtos e decide rejeitar o lote completo se a amostra tem pelo menos um reagente defeituoso. Qual é a probabilidade de rejeitar o lote?

a) $1 - 0{,}95^{10}$.

b) $1 - \frac{\binom{4}{0}\binom{76}{10}}{\binom{80}{10}}$.

c) $\frac{\binom{4}{0}\binom{76}{10}}{\binom{80}{10}}$.

d) $1 - \frac{\binom{4}{0}\binom{80}{10}}{\binom{76}{10}}$.

e) $0{,}95^{10}$.

Q.12 (VUNESP - Analista Administrativo (EBSERH HC-UFU)/Estatística/2020)

Uma doença atinge um indivíduo a cada mil. Qual é, aproximadamente, a probabilidade de que, numa comunidade de dois mil indivíduos, quatro contraiam a doença?

Dado: e (número de Euler) = 2,71828...

a) e^{-2}.

b) $\frac{1}{24}e^{-2}$.

c) $\frac{2}{3}e^{-2}$.

d) e^{-4}.

e) $8e^{-4}$.

Q.13 (FCC - Auditor Fiscal (SEFAZ BA)/Administração Tributária/2019)

Uma variável aleatória X representa o número de contribuintes que chega a cada hora para ser atendido em um órgão público. Supõe-se que X tem distribuição de Poisson, com parâmetro λ, ou seja, $P(x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!}$, sendo e a base do logaritmo (ln) tal que ln(e) = 1. Se P(x = 2) = P(x = 3), então a probabilidade de que menos de 3 contribuintes cheguem em 1 hora é

Dados:

e^{-1}=0,37

e^{-2}=0,14

e^{-3}=0,05

a) 30,0%.

b) 42,5%.

c) 22,5%.

d) 57,5%.

e) 37,5%.

Q.14 (FGV/Analista de Pesquisa e Informações (FunSaúde CE)/Estatística/2021)

Em uma população muito grande, pessoas serão aleatoriamente escolhidas até que uma pessoa acometida por uma certa doença seja encontrada.

A variável aleatória que contará quantas pessoas serão observadas até que tal pessoa seja encontrada, tem distribuição de probabilidades

a) binomial.

b) Poisson.

c) geométrica.

d) hipergeométrica.

e) binomial negativa.

Q.15 (FGV/Analista de Pesquisa e Informações (FunSaúde CE)/Estatística/2021)

Se X tem distribuição binomial (n, p), então a média e a variância de X são, respectivamente,

a) np e np(1 – p).

b) p e p(1 – p)/n.

c) np e np^2.

d) p e np(1 – p).

e) np e p(1 – p).

Gabarito

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	E	D	D	C	E	C	D	A	E
11	12	13	14	15					
B	C	B	C	C					

DISTRIBUIÇÕES CONTÍNUAS

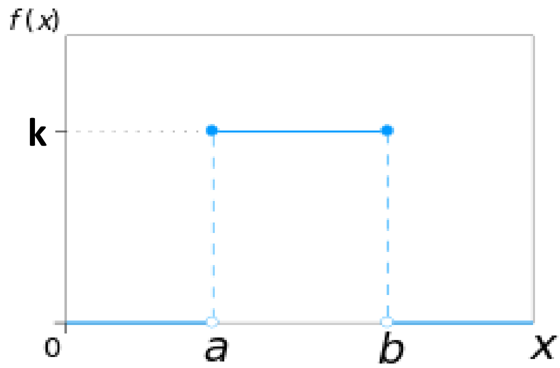
Sumário

DISTRIBUIÇÕES CONTÍNUAS

Pessoal, nesse tópico iremos estudar as ***Distribuições Teóricas*** ou ***Especiais de variáveis contínuas***.

Distribuição Uniforme

As ***distribuições uniformes*** apresentam o mesmo valor de probabilidade para todos os possíveis resultados. Sendo, portanto, a função densidade de probabilidade (f.d.p.) constante em todo o intervalo. Logo, a f.d.p. para uma variável com distribuição uniforme dada por:



Como sabemos, a probabilidade de todo espaço amostral é 100%, isto é, 1. Com isso, temos que a área sob a função é igual a 1.

$$\acute{A}rea = base \text{ x } altura = (b - a) \text{ x } k = 1$$

ou

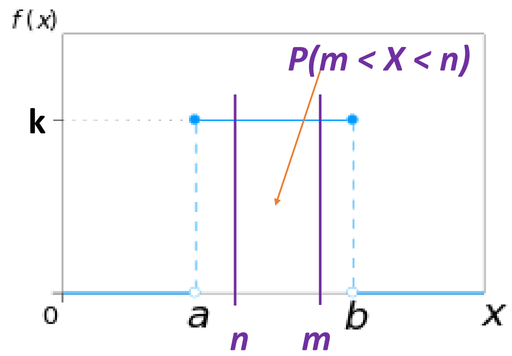
$$k = \frac{1}{(b-a)}$$

A função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} k, & se\ a < x < b \\ 0, & caso\ contrário \end{cases}$$

Vejam que, se for conhecido o intervalo (a, b), podemos calcular a f.d.p. para "k".

A probabilidade de uma distribuição uniforme contínua está associada a um intervalo (m, n). Em que a < m < n < b, e a área será dada por:



$$\acute{A}rea = base \text{ x } altura = (m - n) \text{ x } k$$

Sendo,

$$k = \frac{1}{(b - a)}$$

Desta forma, fazendo as substituições teremos o seguinte:

$$P(m < X < n) = \frac{(m - n)}{(b - a)}$$

Portanto, a probabilidade de um intervalo em uma distribuição uniforme é a razão entre a amplitude desse intervalo (desejado) e a amplitude do intervalo total.

Esperança e Variância

A esperança matemática é dada por:

$$E(X) = \frac{b + a}{2}$$

E a variância por:

$$Var(X) = \frac{(b - a)^2}{12}$$

Distribuição Exponencial

A ***distribuição exponencial*** tem uma taxa de falha constante, sendo normalmente associada ao tempo. A função densidade da distribuição exponencial é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & se\ x \geq 0 \\ 0, & se\ x < 0 \end{cases}$$

Onde, "e" é o número de Euler (≈ 2,7818) e λ representa a taxa de falha por unidade de tempo. Além disso, como a f.d.p apresenta algum valor somente para valores de X positivos, λ também é necessariamente positivo.

A probabilidade de X está em um intervalo (a < X < b) é calculada da seguinte forma:

$$P(a < X < b) = e^{-\lambda.a} - e^{-\lambda.b}$$

Pessoal, se quisermos calcula a P(X < x), a fórmula da probabilidade será dada por:

$$P(X < x) = 1 - e^{-\lambda.x}$$

Onde, P(X < x) é igual à função densidade de probabilidade acumulada no ponto x. Desta forma, a f.d.p. da variável exponencia é dada por:

$$F(X) = 1 - e^{-\lambda.x}$$

É importante saber a probabilidade da variável X assumir valores maiores ou iguais a "x". Para tanto, temos que utilizar a probabilidade do evento complementar.

$$P(X \geq x) = 1 - P(X < x)$$

Logo, fazendo a substituição de P(X < x) teremos o seguinte:

$$P(X \geq x) = 1 - (1 - e^{-\lambda.x})$$

$$P(X \geq x) = e^{-\lambda.x}$$

A distribuição exponencial descreve o tempo entre as ocorrências de eventos sucessivos de uma distribuição Poisson.

Esperança e Variância

A esperança é dada por:

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

Já a variância é dada por:

$$Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Como o desvio padrão é a raiz quadra da variância, ele será igual a esperança.

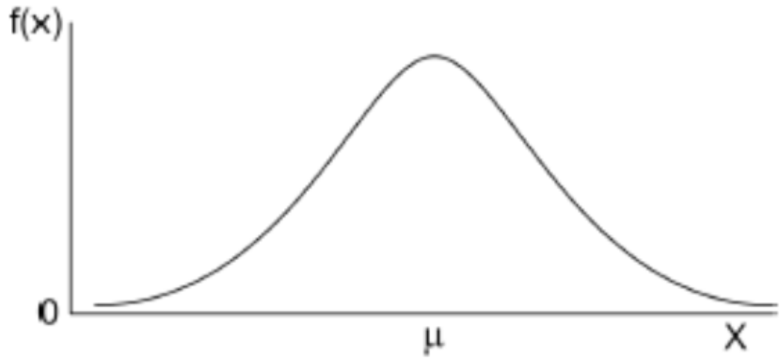
$$\sigma = \frac{1}{\lambda}$$

Distribuição Normal

A ***distribuição normal*** é considerada uma das distribuições mais importantes. A função densidade de probabilidade é dada por:

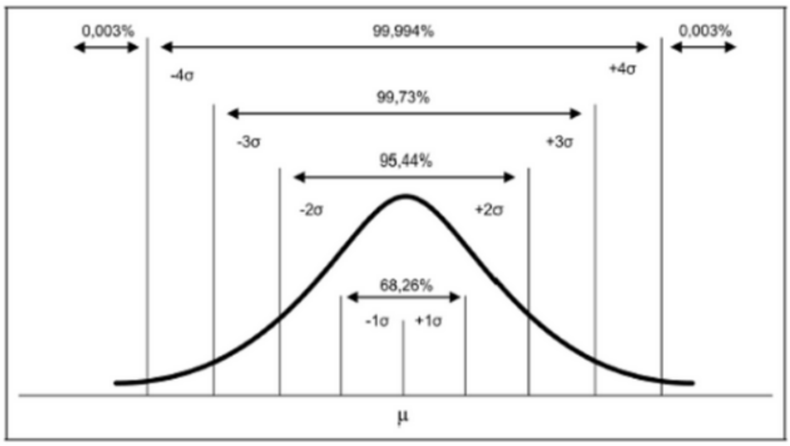
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \qquad x \in (-\infty, \infty)$$

Portanto, a f.d.p. da distribuição normal tem o formato de um sino.



- Essa distribuição tem as seguintes características:
- Simétrica – ***média*** = ***mediana*** = ***moda***;
- Mesocúrtica;
- Unimodal.

Uma ***distribuição normal perfeita*** caracteriza-se pelo fato de 68.26% dos casos se concentrem em valores que se situam no intervalo entre um desvio padrão acima e um desvio padrão abaixo da média. Esse valor sobe para 95.44% quando consideramos dois desvios padrões (acima e abaixo da média) e 99.73% se considerarmos três desvios padrões. Esse conceito é a base para o 6 Sigma. ***Veja a figura abaixo***.



Distribuição Normal Padrão

No cálculo dos valores da probabilidade utilizamos uma tabela. Essa tabela, refere-se a uma distribuição normal N (0,1). Onde, o zero é a média e o 1 é a variância, é chamada de normal padrão.

A trans formação de valores de "X" (curva normal qualquer) em valores de "Z" (curva normal padronizada) é feita da seguinte forma:

$$Z = \frac{(X - \mu)}{\sigma}$$

Exemplo!

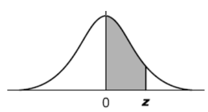
Considere que o peso médio de um grupo de mulheres segue uma distribuição normal com média 60 Kg e desvio padrão de 10 Kg.

Qual a probabilidade de uma mulher, escolhida ao acaso, pesar mais de 70 Kg?

$$Z = \frac{(70 - 60)}{10} = 1$$

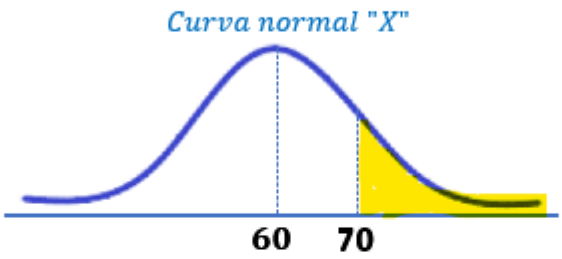
Depois de encontrado o valor de "Z" consultamos uma tabela para saber a probabilidade. A tabela abaixo, mostra um exemplo em que a probabilidade é dada por: P(0 < Z < z). Desta forma, para o Z igual 1, a probabilidade será de ***34,13%*** (vejam marcado de vermelho na tabela).

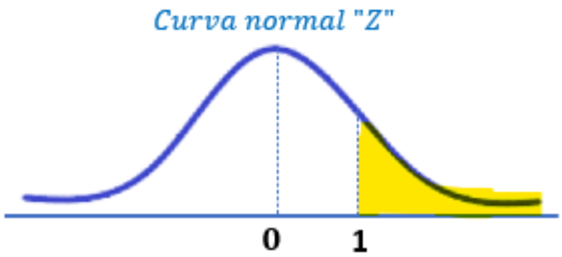
Zo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767



Área sob a Curva Normal Padronizada de 0 a z

Fazendo o desenho do exemplo, teremos o seguinte:





Ao consultar a tabela vimos que que Z = 1 corresponde a uma probabilidade de ***34,13%***. Sendo que queremos a probabilidade da área amarela. Para isso, temos que fazer uma subtração.

Sabemos que a metade curva corresponde a 50% e que a área entre 0 e 1 corresponde à ***34,13%***. Logo, basta fazer a subtração:

50,00% - 34,13% = 15,87%

Desta forma, ***15,87%*** das mulheres pesam acima de 70 Kg.

Distribuições Condicionais e Independentes

Distribuição conjunta de Duas variáveis Aleatórias

Na distribuição conjunta trabalhamos com duas ou mais de uma varável aleatória. Considere duas variáveis aleatória X e Y. Supomos que X assuma os valores 0, 1 e 2 e que Y assuma os valores de 0 e 1. E que a distribuição conjunta entre essas duas variáveis será dada por:

	Y = 0	Y = 1	Total
X = 0	0,20	0,10	0,30
X = 1	0,10	0,25	0,35
X = 2	0,15	0,20	0,35
Total	0,45	0,55	1,00

De posse dessa tabela de distribuição conjunta, podemos fazer o cruzamento e encontrar a probabilidade, por exemplo, de X = 1 e Y =1 é 0,25. Podemos escrever da seguinte forma:

$$P(X = 1 \ \cap \ Y = 1) = 0{,}25$$

ou

$$P(X = 1;\ Y = 1) = 0{,}25$$

Distribuição Condicional

Iremos utilizar a mesma tabela apresentada anteriormente.

	Y = 0	Y = 1	Total
X = 0	0,20	0,10	0,30
X = 1	0,10	0,25	0,35
X = 2	0,15	0,20	0,35
Total	0,45	0,55	1,00

Na distribuição condicional, podemos encontrar a probabilidade Y ser 1 dado que X foi 0. E a probabilidade Y ser 0 dado que X foi 0. Podemos escrever da seguinte forma:

$$P(Y = 0|X = 0) \text{ e } P(Y = 1|X = 0)$$

Para calcular essa probabilidade utilizamos a fórmula da probabilidade condicional. Isto é, a probabilidade de ocorrer o evento A dado que o evento B ocorreu.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Aplicando essa fórmula para as variáveis X e Y, teremos o seguinte:

$$P(Y = 0|X = 0) = \frac{P(Y = 1 \cap X = 0)}{P(X = 0)}$$

A probabilidade da intersecção de Y=1 e X = 0 é 0,20 (valor preenchido de vermelho na tabela) e que a probabilidade de X = 0 é 0,30 (valor preenchido de verde da tabela). Aplicando esses valores na fórmula da probabilidade condicional teremos o seguinte.

$$P(Y = 0|X = 0) = \frac{0{,}20}{0{,}30} = \frac{2}{3}$$

A probabilidade da intersecção de Y=1 e X = 0 é 0,10 (valor preenchido de azul claro na tabela) e que a probabilidade de X = 0 é 0,30 (valor preenchido de verde da tabela). Aplicando esses valores na fórmula da probabilidade condicional teremos o seguinte.

$$P(Y = 1|X = 0) = \frac{0,10}{0,30} = \frac{1}{3}$$

Desta forma, podemos construir uma tabela que representa a distribuição condicional de Y, dado que X=0.

Y	P(Y|X=0)
0	2/3
1	1/3
Total	1

Poderíamos fazer outras combinações de construir outras distribuições condicionais.

Esperança e Variância

De posse da tabela de distribuição condicional que calculamos, podemos calcular a esperança de a variância.

Como sabemos, a para calcular a esperança basta multiplicar cada valor da variável pela respectiva probabilidade e somar os resultados.

Y	P(Y|X=0)	Y. P(Y|X=0)
0	2/3	0
1	1/3	1/3
Total	1	

$$E(Y|X = 0) = 0 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Já na variância temos primeiro que elevar a variável ao quadrado e só depois multiplicar pela respectiva probabilidade. E por fim fazer a soma.

Y	P(Y|X=0)	Y^2	Y. P(Y|X=0)
0	2/3	0	0
1	1/3	1	1/3
Total	1		

$$E(Y^2|X = 0) = 0 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Depois disso, basta utilizar a fórmula da variância.

$$Var(Y|X = 0) = E(Y^2|X = 0) - [E(Y|X = 0)]^2$$

$$Var(Y|X = 0) = \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{3-1}{9} = \frac{2}{9}$$

QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Q.01 (CEBRASPE/Agente de Polícia/(PC DF)/2021)

Considere que uma amostra aleatória simples de tamanho $n = 10$, representada como $X_1,...,X_{10}$, seja retirada de uma população uniformemente distribuída no intervalo [a,b], em que a e b são parâmetros desconhecidos, tais que $0 < a < b$. Com respeito a essa população, a média amostral $\bar{X} = (X_1 + ... + X_{10})/10$ e a variância amostral $S^2 = \sum_{j=1}^{10}(X_j - \bar{X})^2/9$, julgue o item a seguir.

O valor esperado da média amostral $\bar{X}$ é igual a b/2.

C – Certo

E – Errado

Comentários:

Pessoal, nessa questão a banca quer que o candidato saiba como se calcula a média de uma distribuição uniforme.

Sabemos que a média de uma distribuição uniforme de variável contínua é dada por:

$$E(X) = \frac{b + a}{2}$$

E como dito na questão $0 < a < b$. Logo, a questão está errada, pois o valor de "a" é maior que zero. Para dar o resultado dado pela banca, teríamos que considerar "a" igual a zero.

Gabarito: Errado

Q.02 (CEBRASPE/Agente de Polícia/(PC DF)/2021)

Considere que uma amostra aleatória simples de tamanho $n = 10$, representada como $X_1,...,X_{10}$, seja retirada de uma população uniformemente distribuída no intervalo [a,b], em que a e b são parâmetros desconhecidos, tais que $0 < a < b$. Com respeito a essa população, a média amostral $\bar{X} = (X_1 + ... + X_{10})/10$ e a variância amostral $S^2 = \sum_{j=1}^{10}(X_j - \bar{X})^2 /9$, julgue o item a seguir.

A variância populacional é $(b-a)^2/12$

C – Certo

E – Errado

Comentários:

Pessoal, da mesma forma que a questão anterior, a banca quer que o candidato saiba como se calcula a variância de uma distribuição uniforme.

Sabemos que a variância de uma distribuição uniforme de variável contínua é dada por:

$$Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Gabarito: Certo

Q.03 (CEBRASPE/ Professor de Ensino Básico/(IFF)/Matemática/2018)

Suponha que o tempo, em anos, de vida útil de um equipamento eletrônico, contado a partir da data de sua fabricação, é uniformemente distribuído no intervalo [2, 10] anos. Nesse caso, a probabilidade de esse equipamento ter pelo menos 8 anos de vida útil é igual a

a) 1/5.

b) 1/4.

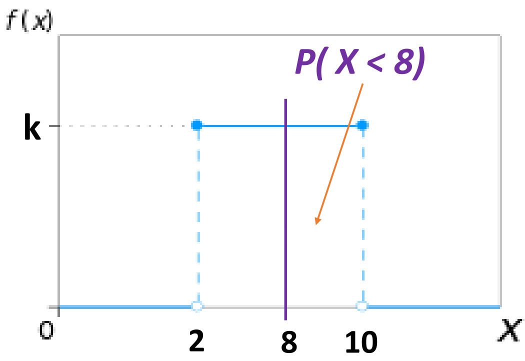
c) 1/3.

d) 3/5.

e) 3/4.

Comentários:

Nessa questão de distribuição uniforme é dado o intervalo [2, 10], que correspondem aos valores de "a" e "b" [a, b]. Sendo a probabilidade dada por:



E pede-se a probabilidade de um equipamento ter uma vida útil de pelo menos 8 anos. O intervalo desejado será [8, 10]. E como sabemos, a probabilidade é a razão entre a amplitude do intervalo desejado e a amplitude do intervalo total.

Logo,

$$P(8 < X) = \frac{(10-8)}{(10-2)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Gabarito: B

Q.04 (CEBRASPE/Analista Judiciário (STM)/Apoio Especializado/Estatística/2018)

Supondo que o custo unitário X de um processo de execução fiscal na justiça federal seja descrito por uma distribuição exponencial com média igual a R$ 5.000, julgue o item.

O coeficiente de variação de X é igual a 1.

C – Certo

E – Errado

Comentários:

Nessa questão, a banca que saber se o Coeficiente de Variação (CV) é igual a 1.

Como sabemos, o CV é dado pela razão entre o desvio padrão e a média. Na questão foi dito que a média era R$ 5.000,00 e como trata-se de uma distribuição exponencial o desvio padrão será igual a média.

$$\boldsymbol{E(X) = \sigma = 5.000}$$

Logo,

$$\boldsymbol{CV = \frac{\sigma}{E(X)} = 1}$$

Portanto, correta a questão.

Gabarito: Certo

Q.05 (CEBRASPE/Analista Administrativo (EBSERH)/Estatística/2018)

Em uma pequena clínica hospitalar, a receita diária R e a despesa diária D, ambas em R$ mil, são variáveis aleatórias contínuas, tais que:

P(R ≤ r) = 1 $e^{0,2r}$, para r ≥ 0; e P(R < r) = 0, para r < 0; e

P(D ≤ d) = 1 $e^{0,25d}$, para d ≥ 0; e P(D < d) = 0, para d < 0.

Considerando que a covariância entre as variáveis R e D seja igual a 10, e que S = R - D seja o saldo diário, julgue o item a seguir.

A variância do saldo diário é Var(S) = 41.

C – Certo

E – Errado

Comentários:

Nessa questão, a banca que saber se a variância de S é igual a 41.

Foram dadas as seguintes informações:

Covariância entre as variáveis R e D = 10

$$S = R - D$$

Logo, a variância de S será dada da seguinte forma:

$$Var\ (S) = Var(R - D)$$

$$Var\ (S) = Var(R) + Var(D) - 2.Cov(R, D)$$

Na questão é dada a probabilidade R e D são distribuições exponenciais. E dar as seguintes probabilidades.

P(R ≤ r) = 1 $e^{0,2r}$

P(D ≤ d) = 1 $e^{0,25d}$

Logo, os valores dos parâmetros são os seguintes:

$\lambda_R = 0,2$

$\lambda_R = 0,25.$

Sendo a variância dada por:

$$Var(R) = \frac{1}{\lambda_R^2} = \frac{1}{0,2^2} = \frac{1}{0,04} = 25$$

$$Var(D) = \frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{1}{0,25^2} = \frac{1}{0,0625} = 16$$

Portanto,

$$Var\ (S) = Var(R) + Var(D) - 2.Cov(R, D)$$

$$Var\ (S) = 25 + 16 - 2.10 = 41 - 20 = 21$$

Portanto, errada a questão.

Gabarito: Errado

Q.06 (IBFC/Supervisor de Pesquisas (IBGE)/Suporte Gerencial/2021)

Considerando que numa distribuição normal a média de uma variável é igual a 12, o desvio padrão é igual a 3, então o valor do score "z" para uma variável igual a 18 é igual a:

a) 0,25.

b) 1.

c) 0,5.

d) -1.

e) 2.

Comentários:

Nessa questão, a banca que saber apenas o valor de Z. Para tanto, foram dadas as seguintes informações:

$\mu = 12$

$\sigma = 3$

E deseja-se saber o valor de Z para uma variável igual a 18.

$$Z = \frac{(X - \mu)}{\sigma}$$

$$Z = \frac{(18 - 12)}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

Gabarito: E

Q.07 (CEBRASPE/Analista de Controle (TCE-PR)/Administração/2016)

Se X for uma variável aleatória normal com média 0,8 e variância 0,4, e P(X ≤ x) representar a função de distribuição de probabilidade acumulada dessa variável X, para x∈ R, então

a) a razão $\frac{X-0,8}{0,4}$ será uma variável aleatória normal padrão.

b) coeficiente de variação de X será inferior a 0,4.

c) moda de X será inferior a 0,6.

d) (X = 0,8) = P(X = 0,1).

e) P(X < 0,7) < P(X > 0,9).

Comentários:

Pessoal, temos as seguintes informações sobre uma variável X aleatória normal.

$\mu = 0{,}8$

$\sigma^2 = 0{,}4$

Portanto, o desvio padrão será a raiz quadrada da variância.

$\sigma = \sqrt{0{,}4}$

Letra A – Errada. Pois, está errado o valor do desvio padrão. A razão correta seria a seguinte:

$$\frac{X - 0{,}8}{\sqrt{0{,}4}}$$

Letra B – Errada. O coeficiente de variação é a razão entre o desvio padrão e a média. Logo,

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sqrt{0{,}4}}{0{,}8}$$

Agora só temos que fazer um teste para provar que o CV é menor que 0,4. Para isso, podemos comparar o resultado que encontramos com o que a banca está afirmando.

$$\frac{\sqrt{0{,}4}}{0{,}8} < 0{,}4$$

A primeira coisa a ser feita é elevar ao quadrado os dois lados para sumir com a raiz quadrada.

$$\left(\frac{\sqrt{0{,}4}}{0{,}8}\right)^2 < 0{,}4^2$$

$$\frac{0{,}4}{0{,}64} < 0{,}16$$

Fazendo a divisão do lado esquerdo podemos observar que será maior do que o da direita. Logo, a questão está errada

$$0{,}625 > 0{,}16$$

Letra C – Errada. Pessoal, em uma distribuição normal a média = mediana = moda. Logo, a moda é 0,8.

Letra D – ***Correta***. Na distribuição normal é contínua, a probabilidade associada a pontos da reta real é sempre nula. Portanto,

$$(X = 0{,}8) = P(X = 0{,}1) = 0$$

Letra E – Errada. A distribuição normal é simétrica em torno da média. A média dada na questão foi 0,8. Se colocamos a ***P(X < 0,7) e P(X > 0,9)*** em no gráfico da normal ficará claro que a distância entre ***0,9*** e a média é igual a distância entre **0,7** e a média. Desta forma, as probabilidades são iguais.

Gabarito: D

Q.08 (CEBRASPE/Analista de Controle (TCE-PR)/Atuarial/2016)

A variável aleatória Y segue uma distribuição normal com média 10 e desvio padrão 20, sendo P(Z≤1)=0,84, em que Z representa a distribuição normal padrão. Nesse caso, a probabilidade P(|Y|≤10) é igual a

a) 0,68.

b) 0,84.

c) 0,16.

d) 0,34.

e) 0,50.

Comentários:

Essa é uma questão de distribuição normal. E foram dadas as seguintes informações:

$\mu = 10$

$\sigma = 20$

A questão quer saber a chance do evento |Y|≤10. Isto é, a chance de *Y* estar entre -10 e 10:

$$-10<Y<10$$

Fazendo o cálculo de Z, teremos o seguinte:

$$\boldsymbol{Z} = \frac{(Y-\boldsymbol{\mu})}{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{(-10-10)}{20} = -1$$

$$\boldsymbol{Z} = \frac{(Y-\boldsymbol{\mu})}{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{(10-10)}{20} = 0$$

A probabilidade de $-10<Y<10$ é exatamente a mesma de $-1<Z<0$. Desta forma,

$$P(-1 < Z < 0) = P(Z<0) - P(Z<-1)$$

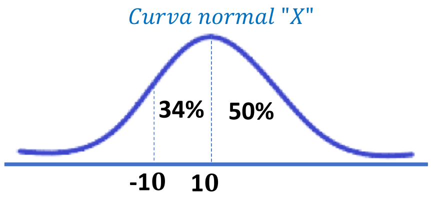
Como a curva normal padrão é simetria em torno de zero, sabemos que $P(Z<0)$ é igual a 50%.

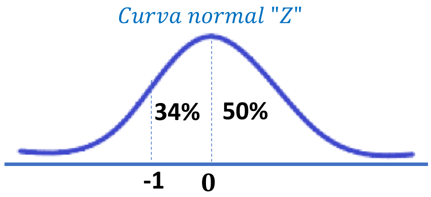
$$P(-1 < Z < 0) = 0,5 - P(Z < -1)$$

Na questão foi dado que $P(Z \leq 1)$ é de 84%. Logo, $P(Z>1)$ será de 16%. E por simetria $P(Z < -1)$ será também 16%. Desta forma,

$$P(-1 < Z < 0) = 0{,}5 - 0{,}16 = 0{,}34$$

Colocando essas informações em um gráfico, teremos o seguinte:





Portanto, letra D reposta da questão.

Gabarito: D

Q.09 (CEBRASPE/Analista Judiciário (CNJ)/Apoio Especializado/Estatística/2013)

Uma máquina de café expresso precisa ser reiniciada algumas vezes durante o dia, devido ao uso excessivo. A tabela abaixo mostra a distribuição de probabilidade conjunta do número de vezes que ela é reiniciada na parte da manhã (M) e na parte da tarde (T).

M\T	0	1	2
0	0,10	0,10	0,30
1	0,04	0,06	0,12
2	0,06	0,10	x

Considerando essa tabela, julgue o próximo item.

O valor de x é inferior a 0,15.

C – Certo

E – Errado

Comentários:

Para encontra o valor de "x" temos que somar todas a probabilidade e igualar a 1.

$$0{,}10 + 0{,}04 + 0{,}06 + 0{,}10 + 0{,}06 + 0{,}10 + 0{,}30 + 0{,}12 + x = 1$$

$$0{,}88 + x = 1$$

$$x = 1 - 0{,}88$$

$$x = \mathbf{0{,}12}$$

Substituindo esse valor na tabela, podemos encontrar os totais.

	T = 0	T = 1	T = 2	Total
M = 0	0,10	0,10	0,30	0,50
M = 1	0,04	0,06	0,12	0,22
M = 2	0,06	0,10	0,12	0,28
Total	**0,20**	**0,26**	**0,54**	**1,00**

Portanto, correta a questão.

Gabarito: Certo

Q.10 (CEBRASPE/Analista Judiciário (CNJ)/Apoio Especializado/Estatística/2013)

Uma máquina de café expresso precisa ser reiniciada algumas vezes durante o dia, devido ao uso excessivo. A tabela abaixo mostra a distribuição de probabilidade conjunta do número de vezes que ela é reiniciada na parte da manhã (M) e na parte da tarde (T).

M\T	0	1	2
0	0,10	0,10	0,30
1	0,04	0,06	0,12
2	0,06	0,10	x

Considerando essa tabela, julgue o próximo item.

O número médio de vezes que a máquina é reiniciada na parte da manhã é inferior a 1.

C – Certo

E – Errado

Comentários:

Já encontramos o valor de "x" na questão anterior.

	T = 0	T = 1	T = 2	Total
M = 0	0,10	0,10	0,30	0,50
M = 1	0,04	0,06	0,12	0,22
M = 2	0,06	0,10	0,12	0,28
Total	**0,20**	**0,26**	**0,54**	**1,00**

Agora temos que calcular a esperança de "M". Para tanto podemos escrever a tabela da seguinte forma:

M	P(M)
0	0,50
1	0,22

2	0,28
Total	1,00

Agora temos que multiplicar cada valor de "M" pela respectiva probabilidade e depois somar.

M	P(M)	M.P(M)
0	0,50	0
1	0,22	0,22
2	0,28	0,56
Total	1,00	

$$E(M) = 0 + 0{,}22 + 0{,}56 = \mathbf{0,78}$$

Portanto, inferior a 1 como afirma o item.

Gabarito: Certo

Q.11 (CEBRASPE/Analista Judiciário (CNJ)/Apoio Especializado/Estatística/2013)

Uma máquina de café expresso precisa ser reiniciada algumas vezes durante o dia, devido ao uso excessivo. A tabela abaixo mostra a distribuição de probabilidade conjunta do número de vezes que ela é reiniciada na parte da manhã (M) e na parte da tarde (T).

M\T	0	1	2
0	0,10	0,10	0,30
1	0,04	0,06	0,12
2	0,06	0,10	x

Considerando essa tabela, julgue o próximo item.

A probabilidade da máquina ser reiniciada duas vezes à tarde, considerando que ela tenha sido reiniciada uma vez pela manhã, é superior a 0,6.

C – Certo

E – Errado

Comentários:

Já encontramos o valor de "x" na questão anterior.

	T = 0	T = 1	T = 2	Total
M = 0	0,10	0,10	0,30	0,50
M = 1	0,04	0,06	0,12	0,22
M = 2	0,06	0,10	0,12	0,28
Total	0,20	0,26	0,54	1,00

A banca quer a probabilidade da máquina se reiniciada 2 vezes à tarde, dado que foi reiniciada 1 vez pela manhã. Logo, a fórmula da probabilidade condicional é dada por:

$$P(T = 2|M = 1) = \frac{P(T = 2 \cap M = 1)}{P(M = 1)}$$

Utilizando os dados da tabela temos o seguinte:

$P(T = 2 \cap M = 1) = \mathbf{0,12}$ (veja valor preenchido de verde na tabela)

$P(M = 1) = \mathbf{0,22}$ (veja valor preenchido de vermelho na tabela)

Substituindo esses valores teremos o seguinte:

$$P(T = 2|M = 1) = \frac{0{,}12}{0{,}22} = 0{,}54$$

Portanto, errada questão, pois o valor foi inferior a 0,6.

Gabarito: Errado

Allan Maux

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Q.01 (CEBRASPE/Agente de Polícia/(PC DF)/2021)

Considere que uma amostra aleatória simples de tamanho $n = 10$, representada como $X_1,...,X_{10}$, seja retirada de uma população uniformemente distribuída no intervalo [a,b], em que a e b são parâmetros desconhecidos, tais que $0 < a < b$. Com respeito a essa população, a média amostral $\bar{X} = (X_1 + ... + X_{10})/10$ e a variância amostral $S^2 = \sum_{j=1}^{10}(X_j - \bar{X})^2/9$, julgue o item a seguir.

O valor esperado da média amostral $\bar{X}$ é igual a b/2.

C – Certo

E – Errado

Q.02 (CEBRASPE/Agente de Polícia/(PC DF)/2021)

Considere que uma amostra aleatória simples de tamanho $n = 10$, representada como $X_1,...,X_{10}$, seja retirada de uma população uniformemente distribuída no intervalo [a,b], em que a e b são parâmetros desconhecidos, tais que $0 < a < b$. Com respeito a essa população, a média amostral $\bar{X} = (X_1 + ... + X_{10})/10$ e a variância amostral $S^2 = \sum_{j=1}^{10}(X_j - \bar{X})^2/9$, julgue o item a seguir.

A variância populacional é $(b - a)^2/12$

C – Certo

E – Errado

Q.03 (CEBRASPE/ Professor de Ensino Básico/(IFF)/Matemática/2018)

Suponha que o tempo, em anos, de vida útil de um equipamento eletrônico, contado a partir da data de sua fabricação, é uniformemente distribuído no intervalo [2, 10] anos. Nesse caso, a probabilidade de esse equipamento ter pelo menos 8 anos de vida útil é igual a

a) 1/5.

b) 1/4.

c) 1/3.

d) 3/5.

e) 3/4.

Q.04 (CEBRASPE/Analista Judiciário (STM)/Apoio Especializado/Estatística/2018)

Supondo que o custo unitário X de um processo de execução fiscal na justiça federal seja descrito por uma distribuição exponencial com média igual a R$ 5.000, julgue o item.

O coeficiente de variação de X é igual a 1.

C – Certo

E – Errado

Q.05 (CEBRASPE/Analista Administrativo (EBSERH)/Estatística/2018)

Em uma pequena clínica hospitalar, a receita diária R e a despesa diária D, ambas em R$ mil, são variáveis aleatórias contínuas, tais que:

$P(R \leq r) = 1\ e^{0,2r}$, ***para*** $r \geq 0$; ***e*** $P(R < r) = 0$, ***para*** $r < 0$; ***e***

$P(D \leq d) = 1\ e^{0,25d}$, ***para*** $d \geq 0$; ***e*** $P(D < d) = 0$, ***para*** $d < 0$.

Considerando que a covariância entre as variáveis R e D seja igual a 10, e que S = R - D seja o saldo diário, julgue o item a seguir.

A variância do saldo diário é Var(S) = 41.

C – Certo

E – Errado

Q.06 (IBFC/Supervisor de Pesquisas (IBGE)/Suporte Gerencial/2021)

Considerando que numa distribuição normal a média de uma variável é igual a 12, o desvio padrão é igual a 3, então o valor do score "z" para uma variável igual a 18 é igual a:

a) 0,25.

b) 1.

c) 0,5.

d) -1.

e) 2.

Q.07 (CEBRASPE/Analista de Controle (TCE-PR)/Administração/2016)

Se X for uma variável aleatória normal com média 0,8 e variância 0,4, e P(X ≤ x) representar a função de distribuição de probabilidade acumulada dessa variável X, para x∈ R, então

a) a razão $\frac{X-0,8}{0,4}$ será uma variável aleatória normal padrão.

b) coeficiente de variação de X será inferior a 0,4.

c) moda de X será inferior a 0,6.

d) (X = 0,8) = P(X = 0,1).

e) P(X < 0,7) < P(X > 0,9).

Q.08 (CEBRASPE/Analista de Controle (TCE-PR)/Atuarial/2016)

A variável aleatória Y segue uma distribuição normal com média 10 e desvio padrão 20, sendo P(Z≤1)=0,84, em que Z representa a distribuição normal padrão. Nesse caso, a probabilidade P(|Y|≤10) é igual a

a) 0,68.

b) 0,84.

c) 0,16.

d) 0,34.

e) 0,50.

Q.09 (CEBRASPE/Analista Judiciário (CNJ)/Apoio Especializado/Estatística/2013)

Uma máquina de café expresso precisa ser reiniciada algumas vezes durante o dia, devido ao uso excessivo. A tabela abaixo mostra a distribuição de probabilidade conjunta do número de vezes que ela é reiniciada na parte da manhã (M) e na parte da tarde (T).

M\T	0	1	2
0	0,10	0,10	0,30
1	0,04	0,06	0,12
2	0,06	0,10	x

Considerando essa tabela, julgue o próximo item.

O valor de x é inferior a 0,15.

C – Certo

E – Errado

Q.10 (CEBRASPE/Analista Judiciário (CNJ)/Apoio Especializado/Estatística/2013)

Uma máquina de café expresso precisa ser reiniciada algumas vezes durante o dia, devido ao uso excessivo. A tabela abaixo mostra a distribuição de probabilidade conjunta do número de vezes que ela é reiniciada na parte da manhã (M) e na parte da tarde (T).

M\T	0	1	2
0	0,10	0,10	0,30
1	0,04	0,06	0,12
2	0,06	0,10	x

Considerando essa tabela, julgue o próximo item.

O número médio de vezes que a máquina é reiniciada na parte da manhã é inferior a 1.

C – Certo

E – Errado

Q.11 (CEBRASPE/Analista Judiciário (CNJ)/Apoio Especializado/Estatística/2013)

Uma máquina de café expresso precisa ser reiniciada algumas vezes durante o dia, devido ao uso excessivo. A tabela abaixo mostra a distribuição de probabilidade conjunta do número de vezes que ela é reiniciada na parte da manhã (M) e na parte da tarde (T).

M\T	0	1	2
0	0,10	0,10	0,30
1	0,04	0,06	0,12
2	0,06	0,10	x

Considerando essa tabela, julgue o próximo item.

A probabilidade da máquina ser reiniciada duas vezes à tarde, considerando que ela tenha sido reiniciada uma vez pela manhã, é superior a 0,6.

C – Certo

E – Errado

Gabarito

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
E	C	B	C	E	E	D	D	C	C
11									
E									

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.