



## Aula 04

*PRF (Policial) Física - 2023 (Pré-Edital)*

Autor:

**Vinicius Silva**

# Cinemática do Movimento Circular

1. Introdução .....	2
2. Cinemática Vetorial .....	2
2.1 Grandezas Cinemáticas Vetoriais .....	2
3. Movimento Relativo .....	12
4. Velocidade Relativa .....	13
4.1 Cálculo da velocidade relativa para dois corpos na mesma direção .....	13
4.2. Cálculo da velocidade relativa para velocidades perpendiculares .....	16
5. Movimentos Circulares .....	18
5.1 Conceito:.....	18
5.2 Espaço angular .....	18
5.2.1 Relação entre $S$ e $\phi$ .....	19
5.3 Velocidade angular .....	20
5.3.1 Relação entre velocidade angular e velocidade linear .....	21
5.4 Aceleração centrípeta no movimento circular .....	21
5.5 Movimento Circular e Uniforme (MCU).....	22
5.6 Período .....	24
5.7 Frequência .....	25
5.8. Relação entre período e frequência .....	26
5.9 Relação entre Velocidade Angular e Período.....	27
5.10 Relação entre Velocidade Angular e frequência. .....	27
5.11 Transmissão de movimentos circulares .....	29
6. Exercícios Propostos .....	34
8. Exercícios Comentados .....	45
8. Gabarito.....	77
9. Fórmulas mais utilizadas na aula.....	77



## 1. INTRODUÇÃO

Nessa primeira parte da aula 4, vamos começar a entender a cinemática vetorial e movimento circular, dois assuntos muito importantes para a sua aprovação.

A cinemática vetorial e o movimento relativo são importantes, pois através deles podemos estudar o movimento de um corpo em relação a outro e não mais em relação à Terra.

Por exemplo, se um veículo está trafegando em uma rodovia e em certo instante uma viatura da PRF põe-se em perseguição a esse veículo suspeito é possível medir a velocidade do veículo perseguido sem estar dentro dele, observando o seu velocímetro?

No final dessa aula você verá que isso é possível e saberá como fazê-lo.

Quanto ao movimento circular, vamos aprender como calcular a velocidade de um veículo, de acordo com a frequência de rotação do eixo das rodas.

## 2. CINEMÁTICA VETORIAL

A cinemática vetorial é, na verdade, o estudo do movimento dos corpos do ponto de vista vetorial, e para isso devemos conhecer o bem os vetores, assunto que vou colocar em uma aula extra nessa mesma aula 02. Abra um parênteses e abra o arquivo da aula extra, onde eu mostro tudo de vetores.

### 2.1 GRANDEZAS CINEMÁTICAS VETORIAIS

As grandezas da cinemática escalar que são a **posição e também a variação da posição, o que você conheceu como  $\Delta S$ ; a velocidade escalar e a aceleração escalar** ganham nova cara aqui no estudo da cinemática vetorial, uma vez que as grandezas agora terão **direção e sentido**, não importando apenas o módulo da grandeza.

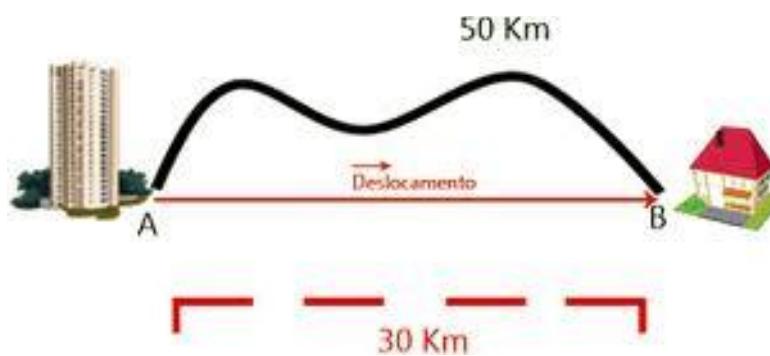
Vamos iniciar os estudos conhecendo a primeira grandeza que é o vetor deslocamento:

### a) Vetor Deslocamento

O vetor deslocamento de um corpo é, na verdade o deslocamento real que o corpo teve no plano.

Vetorialmente falando, poderíamos dizer que o vetor deslocamento de um corpo é o vetor que tem como **origem o local de partida e liga em linha reta esse ponto ao ponto de chegada**.

Veja na figura abaixo uma trajetória bem maluca, parecida com a de uma estrada e o vetor deslocamento do corpo.



Note que o deslocamento efetivo do corpo foi apenas de 30km, pois o vetor que liga o ponto A (apartamento) ao ponto B (casa) tem módulo igual a 30km, diferentemente do espaço percorrido pelo automóvel na estrada que liga a casa ao apartamento, que foi de 50km, tendo em vista que a curva preta é maior que a reta vermelha.



Professor, eu percebi que o deslocamento vetorial é menor que o deslocamento escalar, isso é sempre verdade?

Boa observação Aderbal, mas isso nem sempre é verdade, temos uma situação em que o vetor descolamento se confunde com o deslocamento escalar, e essa situação é justamente quando a trajetória do corpo é uma reta.

Portanto, cuidado com o a banca, quando ela vier com aqueles itens clássicos: “em **toda** trajetória é correto afirmar que o deslocamento vetorial é menor que o deslocamento escalar”.

Atente para esse tipo de pegadinha! O item acima estaria **incorreto**, pois em trajetória retilínea as duas grandezas tem a mesma magnitude.

**A unidade do vetor deslocamento, no SI, é o metro (m)**, pois se trata de uma grandeza cuja dimensão é o comprimento.

Bom, as principais observações acerca do deslocamento vetorial e sua distinção em relação ao deslocamento escalar foram feitas acima, agora você tem de exercitar. A propósito vamos fazer um exemplo.

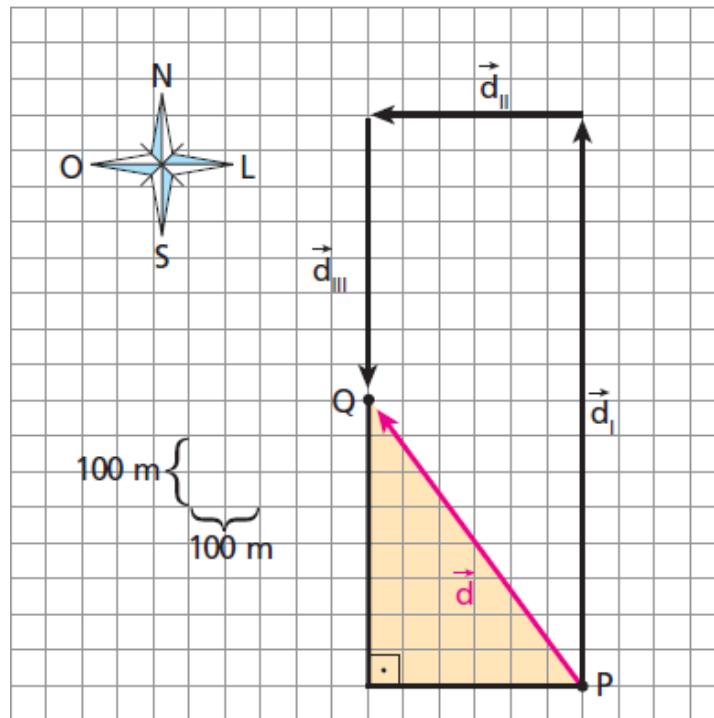
**Exemplo 1:** Um veículo, ao deslocar-se dentro da cidade, parte de uma praça P em busca de uma oficina Q para verificar o funcionamento do motor e sofre a seguinte sequência de deslocamentos:

- I. 800 m para o Norte;
- II. 300 m para o Oeste;
- III. 400 m para o Sul.

Sabendo que a duração do movimento é de 8 min 20 s, pode-se afirmar que o módulo do seu deslocamento vetorial da praça P até a oficina Q é de 500m.

**Comentário: Item correto!**

Observe o desenho esquemático abaixo no qual podemos observar o trajeto completo do veículo em seu movimento descrito acima:



Observe que podemos afirmar que o vetor deslocamento do corpo foi o vetor vermelho, enquanto que os vetores pretos compõem o deslocamento escalar do corpo em sua trajetória completa.

Para determinar o módulo do vetor deslocamento, basta aplicar o teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned} |\vec{d}|^2 &= 300^2 + 400^2 \\ |\vec{d}|^2 &= 250.000 \\ |\vec{d}| &= 500m \end{aligned}$$

Perceba que o módulo do deslocamento vetorial é bem diferente do módulo do deslocamento escalar, que no caso será:

$$800m + 300m + 400m = 1500m$$

## b) Velocidade vetorial média

A velocidade vetorial média é outro conceito que você precisa estar de olho para o seu concurso.

A velocidade vetorial média é um conceito simples, pois leva em conta o que você acabara de aprender acerca de **deslocamento vetorial**.

A velocidade vetorial média é a **razão (divisão)** entre o deslocamento vetorial e o intervalo de tempo em que esse deslocamento ocorreu.

Assim a fórmula para o cálculo da velocidade vetorial média é:

$$\vec{V} = \frac{\vec{\Delta S}}{\Delta t}$$

Em módulo:

$$|\vec{V}| = \frac{|\vec{\Delta S}|}{\Delta t}$$

A unidade, no SI, será o **m/s**, lembrando que pode ocorrer de aparecer uma unidade usual como o **km/h**, mas você já sabe transformar. Caso tenha esquecido a tabelinha de transformação, volte para a aula 01, onde mostramos como transformar de km/h para m/s e vice e versa.

- O módulo será dado pela fórmula acima.
- A **direção** será dada sempre pela **direção do vetor deslocamento**.
- O **sentido** também será o mesmo do **vetor deslocamento**.

Compreendida essa ideia inicial de velocidade vetorial média, vamos fazer uma pequena observação.

**OBS.:** Como o deslocamento vetorial tem módulo menor ou, no máximo, igual ao do deslocamento escalar, a velocidade vetorial média obedecerá também à seguinte desigualdade:

$$|\vec{V}| \leq |V|$$

**Exemplo 2:** Um veículo, ao deslocar-se dentro da cidade, parte de uma praça P em busca de uma oficina Q para verificar o funcionamento do motor e sofre a seguinte sequência de deslocamentos:

- I. 800 m para o Norte;
- II. 300 m para o Oeste;
- III. 400 m para o Sul.

Sabendo que a duração do movimento é de 8 min 20 s, pode-se afirmar que o módulo de sua velocidade vetorial média e de sua velocidade escalar média são iguais a, respectivamente, 3,0m/s e 1,0m/s.

**Comentário: Item incorreto!**

Veja que a velocidade vetorial média tem módulo sempre menor ou, no máximo, igual ao da velocidade escalar média.

Assim, o item é incorreto sem necessitar de nenhum cálculo para chegar a essa conclusão. Fique atento que na sua prova, aparecerão itens dessa natureza, que permitem ao candidato bem embasado marcar com tranquilidade sem precisar utilizar fórmulas ou muita matemática.

Mas vamos comprovar os valores das velocidades médias vetorial e escalar:

No exemplo 1 foi calculado tanto o deslocamento vetorial, como o escalar, agora fica fácil determinar as velocidades, basta dividir os respectivos valores por  $\Delta t$ . Vejamos:

$$\begin{aligned}
 |\vec{V}| &= \frac{|\Delta \vec{S}|}{\Delta t} \\
 |\vec{V}| &= \frac{500m}{(8.60 + 20)s} \\
 |\vec{V}| &= \frac{500m}{500s} \\
 |\vec{V}| &= 1,0m/s
 \end{aligned}$$

Com relação à velocidade escalar, basta calcular de acordo com o deslocamento escalar:

$$\begin{aligned}
 |V| &= \frac{|\Delta S|}{\Delta t} \\
 |V| &= \frac{1500m}{(8.60 + 20)s} \\
 |V| &= \frac{1500m}{500s} \\
 |V| &= 3,0m/s
 \end{aligned}$$

### c) Aceleração tangencial ou escalar

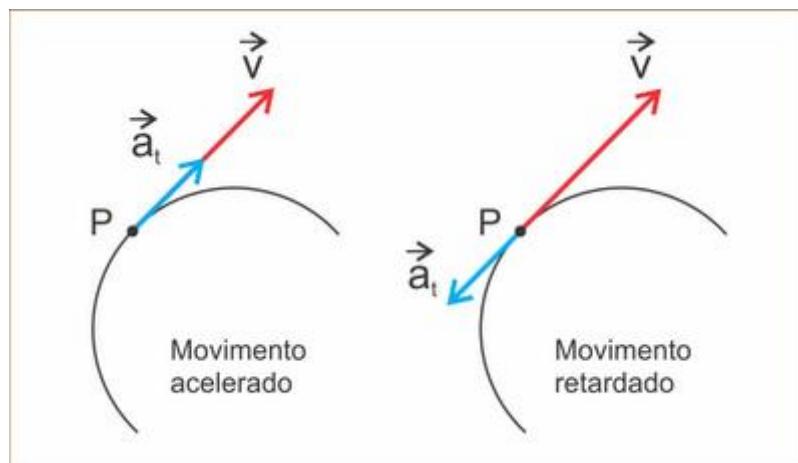
A aceleração escalar é a aceleração tangencial e aparece em qualquer tipo de trajetória, seja ela retilínea ou curvilínea.



Professor, mas por que essa especificação quanto à aceleração, ela tem algo de especial?

Aderbal, a aceleração tangencial serve apenas para **aumentar ou diminuir o módulo da velocidade de um corpo**. Portanto, só existe aceleração tangencial se o corpo aumentar ou diminuir a sua velocidade.

Observe abaixo a representação da aceleração tangencial nos dois tipos de movimento que vamos considerar:



Assim, podemos caracterizar a aceleração tangencial da seguinte forma:

- Direção: tangente à trajetória.
- Sentido: **A favor** da velocidade: movimento **acelerado**.
- Sentido: **Contra** a velocidade: movimento **retardado**.
- Módulo: O módulo da aceleração tangencial será o mesmo módulo da aceleração escalar.

Assim: 
$$|\vec{a}| = \frac{|\Delta V|}{\Delta t}$$

Ou seja, a aceleração que estávamos acostumados a calcular até a última aula, na verdade era a aceleração tangencial, uma vez que as trajetórias eram retilíneas, não admitindo outro tipo de aceleração, que veremos adiante.

A unidade da aceleração tangencial é simples: no SI, **m/s<sup>2</sup>**.

#### d) Aceleração centrípeta:

A aceleração centrípeta, por sua vez, tem uma função diferente da aceleração tangencial no movimento, **a função da centrípeta é manter o movimento do corpo em uma trajetória curvilínea**, ou seja a função da aceleração centrípeta é mudar a direção e por consequência o sentido do vetor velocidade.

**Assim, podemos afirmar que sempre que a trajetória for curvilínea, haverá resultante centrípeta.**

**Na trajetória retilínea nunca haverá resultante centrípeta, pois não há curva, portanto não haverá necessidade de manter o corpo em nenhuma curva.**

A resultante centrípeta tem algumas características que passaremos agora a entender:

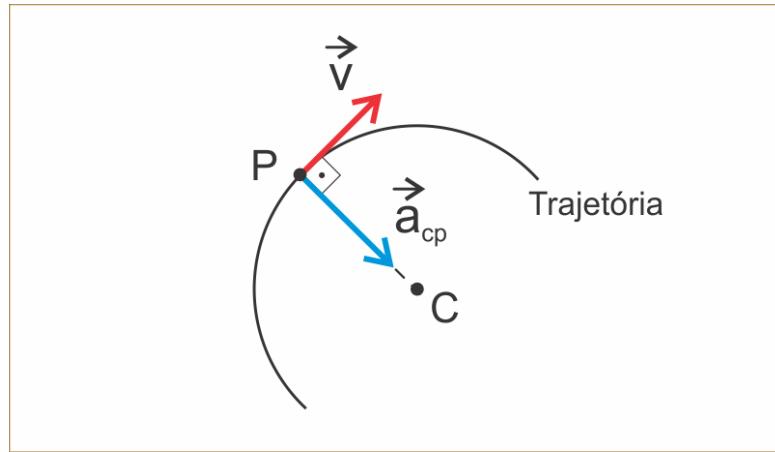
- **Direção: radial**, ou seja, a direção da aceleração centrípeta é a direção do raio no ponto considerado.
- **Sentido:** Sempre apontando para o **centro da curva**.
- Módulo: vamos verificar a fórmula a seguir.

A módulo da aceleração centrípeta pode ser demonstrado para um caso particular, mas como o nosso objetivo não é descer às minúcias, vou preferir não mostrar essa demonstração. Vamos ao que interessa que é a fórmula da aceleração centrípeta e a sua aplicação.

$$| \vec{a}_{ctp} | = \frac{|\vec{v}|^2}{R}$$

Onde  $|\vec{v}|$  representa o módulo da velocidade do corpo no instante considerado e R representa o raio da trajetória curvilínea.

Representando a aceleração centrípeta, poderíamos fazê-lo da forma em que você observa na figura abaixo:



Mas também podemos aplicar a fórmula da aceleração centrípeta usando uma relação que você aprenderá na segunda parte dessa aula, que é o conceito de velocidade angular. Será mostrado que a velocidade angular é a velocidade linear dividida pelo raio da trajetória, o que nos permite escrever:

$$|\vec{a}_{ctp}| = \frac{|\vec{v}|^2}{R}, \text{ onde } |\vec{v}| = \omega \cdot R$$

assim:

$$|\vec{a}_{ctp}| = \frac{(\omega R)^2}{R}$$

$$|\vec{a}_{ctp}| = \frac{\omega^2 R^2}{R}$$

$$|\vec{a}_{ctp}| = \omega^2 \cdot R$$

Em uma questão em que for fornecido o valor da velocidade angular, poderemos usar a fórmula acima.

**Exemplo 3:** Julgue os itens abaixo:

1. Em um movimento circular e uniforme, a aceleração total é nula.

**Comentário: Item incorreto.**

Apesar de o movimento ser uniforme, a aceleração centrípeta é diferente de zero, pois o movimento precisa de uma aceleração que o faça mudar a direção.

2. Em um movimento circular e uniformemente variado a aceleração tangencial é nula.

**Comentário: Item incorreto.**

Como o movimento é variado, o módulo da velocidade modifica-se, aumentando ou reduzindo, o que faz com que a aceleração tangencial seja diferente de zero.

3. Em um movimento retilíneo a aceleração centrípeta é nula.

**Comentário: Item correto.**

Já que a trajetória é retilínea, não pode a aceleração centrípeta ser diferente de zero, pois a velocidade não muda de direção e nem de sentido, sendo, portanto, a aceleração centrípeta nula.

4. Em um movimento circular e uniforme a aceleração centrípeta é constante.

**Comentário: Item correto.**

Como o movimento é do tipo uniforme, o módulo da velocidade é constante e diferente

de zero. Assim, a aceleração centrípeta, que é dada por:  $|\vec{a}_{ctp}| = \frac{|\vec{v}|^2}{R}$ , será constante.

### 3. MOVIMENTO RELATIVO

O movimento relativo ocorre quando estudamos o movimento de um corpo em relação a outro corpo que também está em movimento.

Geralmente, estudamos o movimento dos corpos em relação a um referencial parado na Terra, contudo vamos aprender nessa aula a mudar o referencial da Terra para outro referencial em movimento que pode ser um veículo ou qualquer corpo que se move com velocidade constante.

O conceito fundamental nessa aula que deve ser entendido para que toda ela seja bem entendida e todos os conceitos possam ser fixados é o de referencial. Esse conceito foi visto em a última aula, na qual conceituamos os principais pontos iniciais relativos à cinemática e um deles foi o de referencial.

Na oportunidade, em outras palavras, resumidamente, dissemos que referencial é um ponto de referencial sob o qual um movimento é estudado.

Esse conceito, vamos continuar adotando, contudo, vamos explorar mais detalhadamente o movimento relativo.

Em suma podemos dizer que um movimento é relativo, quando mudamos o referencial da Terra para outro referencial em movimento.

## 4. VELOCIDADE RELATIVA

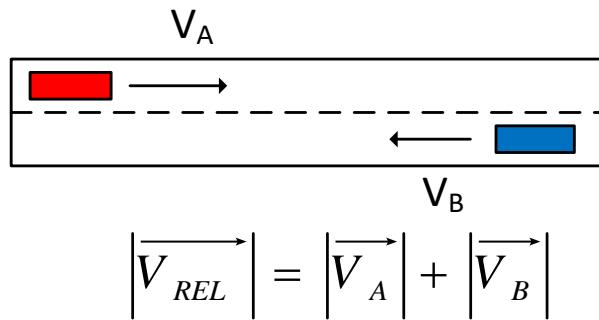
O primeiro conceito que vamos abordar é o de velocidade relativa, que nada mais é do que a velocidade que um corpo possui em relação a outro, por isso o seu nome, **velocidade relativa**.

### 4.1 CÁLCULO DA VELOCIDADE RELATIVA PARA DOIS CORPOS NA MESMA DIREÇÃO

O primeiro caso que vamos analisar é o de velocidades na mesma direção, muito comum em provas, ou seja, quando os dois automóveis estão se deslocando na mesma rodovia, por exemplo.

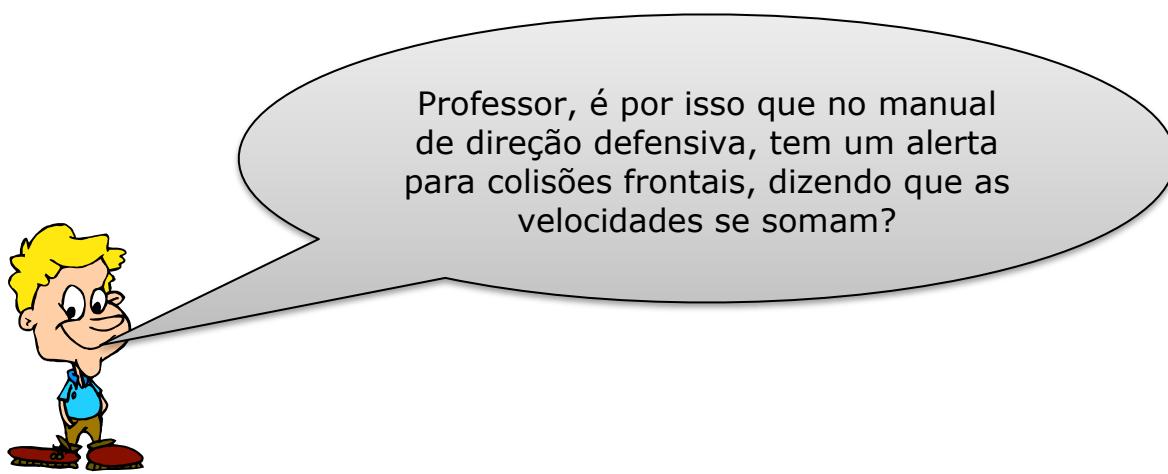
a) Veículos em sentidos opostos:

Na figura abaixo você pode observar dois veículos se movimentando em uma rodovia plana, na mesma direção e em sentidos opostos.



A velocidade relativa entre eles será dada pela soma dos módulos das velocidades de cada veículo em relação à Terra.

A velocidade relativa, conceitualmente é a diferença vetorial entre as velocidades em relação à Terra, e como no caso acima os vetores velocidade são opostos, a diferença entre eles tem módulo igual à soma dos módulos de cada um deles.

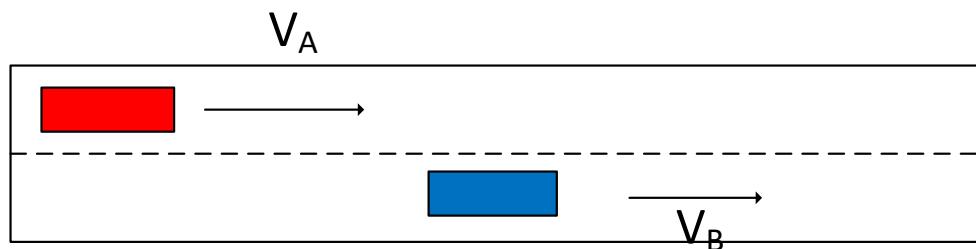


É isso mesmo Aderbal! Nas colisões frontais é como se um móvel se movesse com a soma das velocidades enquanto o outro encontra-se parado.

Esse na verdade é o conceito de velocidade relativa, o movimento se passa como se um dos móveis estivesse parado enquanto o outro está em movimento com a velocidade relativa.

b) Veículos no mesmo sentido:

Observe agora dois veículos se movimentando no mesmo sentido e na mesma direção:



$$\begin{aligned} |\vec{V}_{\text{REL}}| &= |\vec{V}_A| - |\vec{V}_B|, \text{ caso } |\vec{V}_A| > |\vec{V}_B| \\ |\vec{V}_{\text{REL}}| &= |\vec{V}_B| - |\vec{V}_A|, \text{ caso } |\vec{V}_B| > |\vec{V}_A| \end{aligned}$$

Nesse caso, os veículos estão se movimentando no mesmo sentido, assim o movimento se passa como se um veículo tivesse uma velocidade igual à diferença dos módulos de cada velocidade e o outro estivesse parado.



Boa pergunta Aderbal, e essa também pode ser a pergunta constante na prova do seu concurso.

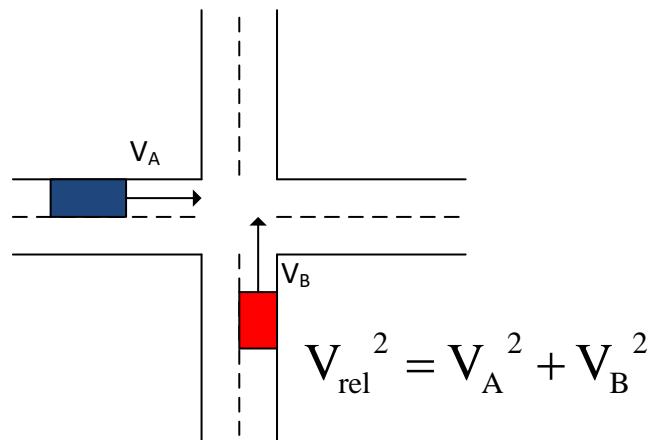
No caso dos veículos com mesma velocidade em módulo, direção e sentido, um está em repouso em relação ao outro, os veículos não se afastam e nem se aproximam um em relação ao outro.

Perceba que é diferente se os veículos tiverem a mesma velocidade em módulo, porém em sentidos opostos.

## 4.2. CÁLCULO DA VELOCIDADE RELATIVA PARA VELOCIDADES PERPENDICULARES

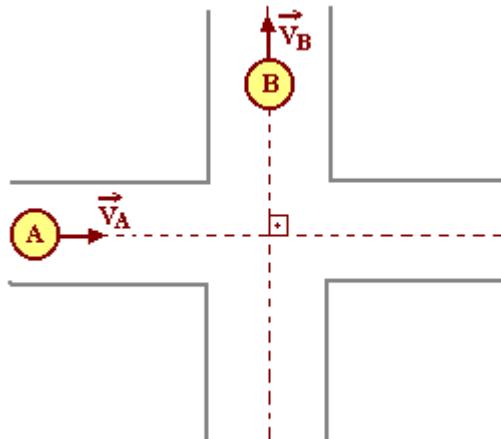
Caso muito comum de movimento relativo é o caso dos veículos em ruas perpendiculares. Nesse caso as velocidades não estão na mesma direção.

Observe na figura abaixo os veículos em direções perpendiculares:



Nesse caso, usamos o famoso teorema de Pitágoras para calcular a velocidade relativa.

**Exemplo 6: (INATEL)** Dois corpos A e B se deslocam segundo trajetória perpendiculares, com velocidades constantes, conforme está ilustrado na figura adiante.



As velocidades dos corpos medidas por um observador fixo têm intensidades iguais a:  $V_A = 5,0$  (m/s) e  $V_B = 12$  (m/s). É correto afirmar que a velocidade do corpo a em relação ao corpo B vale 17m/s.

**Comentário: Item incorreto.**

A velocidade relativa será dada pela fórmula vista acima, ou seja:

$$\begin{aligned}
 V_{rel}^2 &= V_A^2 + V_B^2 \\
 V_{rel}^2 &= 12^2 + 5^2 \\
 V_{rel}^2 &= 144 + 25 = 169 \\
 V_{rel} &= 13 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

O movimento dos corpos se dá em direções perpendiculares, portanto a velocidade relativa será dada por meio do teorema de Pitágoras.

Antes de passar para os exercícios, vamos responder à pergunta do início da aula, onde eu perguntei para você se um veículo está trafegando em uma rodovia e em certo instante uma viatura da polícia põe-se em perseguição a esse veículo suspeito é possível medir a velocidade do veículo perseguido sem estar dentro dele, observando o seu velocímetro?

A resposta é afirmativa, pois para isso basta que o veículo da PRF trafegue na mesma direção e no mesmo sentido, mantendo-se sempre a mesma distância em relação ao veículo da frente.

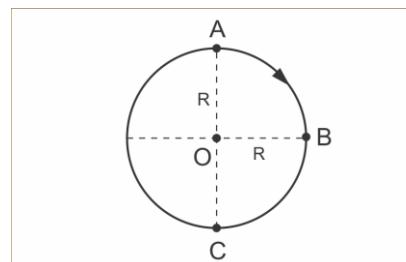
Desta forma, haverá repouso relativo entre os móveis e as velocidades deles serão as mesmas em relação à Terra.

Portanto, basta o veículo perseguidor observar o seu velocímetro quando não estiver se afastando, nem se aproximando do veículo perseguido, a velocidade marcada será a velocidade do veículo que está sendo perseguido.

## 5. MOVIMENTOS CIRCULARES

### 5.1 CONCEITO:

O conceito de movimento circular é muito simples. **É todo movimento cuja trajetória é circular.**

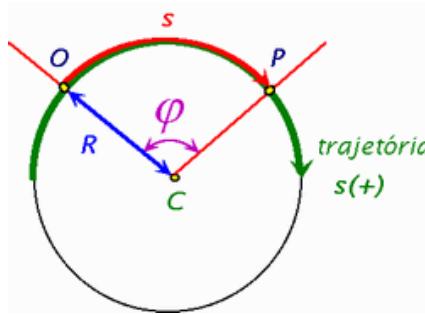


Só isso mesmo, o que vai determinar se o movimento é ou não circular é a trajetória do corpo, e esse conceito de trajetória foi visto na última aula, na qual foram colocados vários conceitos cinemáticos que dão base para todo o estudo dos movimentos.

Em trajetória circular, devemos dar às principais grandezas cinemáticas (deslocamento e velocidade) o enfoque angular, já que na circunferência não são apenas distâncias que são percorridas, mas também ângulos.

### 5.2 ESPAÇO ANGULAR

O espaço angular é aquele ângulo central percorrido por um corpo quando em movimento circular. Observe a figura:



Perceba na figura acima alguns conceitos:

- **S** é a posição linear (na linha da trajetória) do corpo em relação à origem **O** do referencial.
- $\varphi$  é a posição angular (ângulo correspondente) em relação à origem **O** do referencial.
- **C** é o centro da circunferência que, por sua vez, é a trajetória do movimento circular, e **R** é o respectivo raio.

### 5.2.1 RELAÇÃO ENTRE **S** E $\varphi$

Existe uma relação entre o espaço linear (**S**) e angular ( $\varphi$ ), basta perceber uma proporção que há na circunferência.

Observe a demonstração no quadro a seguir:

$$\begin{cases} 2\pi R = 2\pi(\text{rad}) \\ S = \varphi(\text{rad}) \end{cases}$$

log o,

$$\varphi = \frac{S}{R} \text{ ou } \Delta\varphi = \frac{\Delta S}{R}$$

Assim, podemos descobrir o espaço angular em função do espaço linear, a depender apenas do raio da circunferência.

**O espaço angular é o espaço linear dividido pelo raio.**

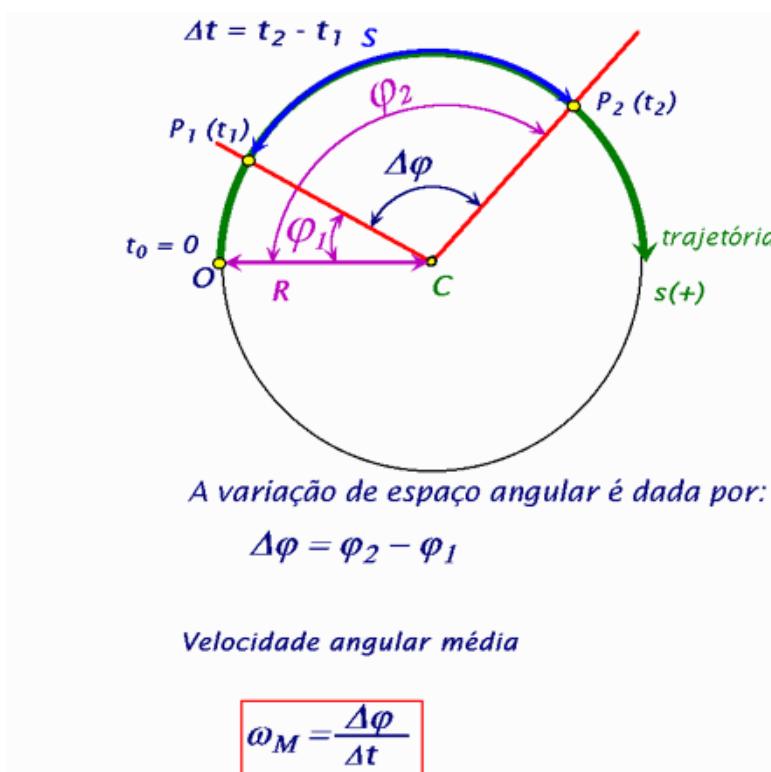
## 5.3 VELOCIDADE ANGULAR

A velocidade angular tem um conceito muito simples.

A velocidade linear, que você está acostumado, que foi trabalhada por nós desde a primeira aula, nada mais é do que a rapidez com que os espaços lineares ( $\Delta s$ ) são percorridos.

Por outro lado, a velocidade angular é a rapidez com que os ângulos são percorridos. O próprio nome é autoexplicativo.

Assim, podemos verificar que a velocidade angular será dada de pela seguinte fórmula, demonstrada no quadro abaixo:



### 5.3.1 RELAÇÃO ENTRE VELOCIDADE ANGULAR E VELOCIDADE LINEAR

Existe uma relação entre velocidade angular e linear, vamos demonstrá-la a partir de conceitos básicos aprendidos nos itens anteriores, note:

A velocidade angular é a rapidez com que os ângulos são percorridos:

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Mas acabamos de descobrir uma relação entre a variação do espaço linear ( $\Delta S$ ) e a variação do espaço angular ( $\Delta\phi$ ).

Se substituirmos  $\Delta\phi$  por  $\Delta S/R$ , chegamos à seguinte conclusão:

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{\Delta S}{R} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \cdot \frac{1}{R} = \frac{V}{R} \\ \omega &= \frac{V}{R}\end{aligned}$$

Logo, a velocidade angular é igual à velocidade linear dividida pelo raio da trajetória.

### 5.4 ACELERAÇÃO CENTRÍPETA NO MOVIMENTO CIRCULAR

Outro conceito importante a ser aprendido no movimento circular é que ele sempre terá um tipo de aceleração, que é a aceleração centrípeta, que nada mais é do que uma componente do vetor aceleração.

O fato é que nesse tipo de movimento a trajetória circular obriga o corpo a mudar a direção do movimento constantemente, assim deve haver uma aceleração responsável por essa mudança.

Essa componente é justamente a componente centrípeta da aceleração.

Essa componente sempre aparecerá em movimentos curvilíneos e tem seu módulo dado pela fórmula abaixo:

$$a_{ctp} = \frac{|\vec{v}|^2}{R}$$

Mas acabamos de descobrir uma fórmula que relaciona a velocidade linear  $V$  e a velocidade angular  $\omega$ .

Assim, podemos afirmar que:

$$a_{ctp} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R}$$

$$a_{ctp} = \omega^2 R$$

## 5.5 MOVIMENTO CIRCULAR E UNIFORME (MCU).

Esse movimento (**MCU**) é um tipo particular de movimento circular, pois nesse caso a velocidade é constante, tanto a angular como a linear.

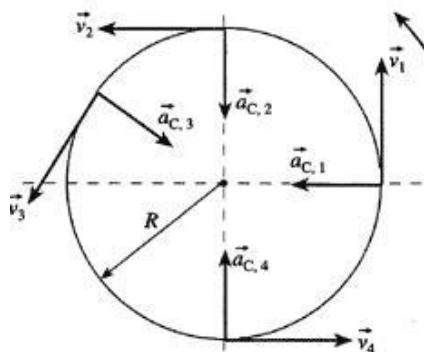
Assim, os espaços lineares percorridos com o tempo são iguais para intervalos de tempos iguais, assim como os espaços angulares.

Podemos resumir da seguinte forma:

$$\Delta t's \text{ iguais} \Rightarrow \begin{cases} \Delta S's \text{ iguais} \\ \Delta \varphi's \text{ iguais} \end{cases}$$

As principais características do movimento circular uniforme são:

- 1. A trajetória é uma circunferência.**
- 2. A velocidade vetorial é constante em módulo e variável em direção e sentido.**
- 3. A aceleração tangencial é nula.**
- 4. A aceleração centrípeta é constante em módulo e variável em direção e sentido.**



Na figura acima as velocidades possuem o mesmo módulo durante todo o movimento. Estão ainda representadas as acelerações centrípetas em cada ponto, que também possuem o mesmo módulo.

### Exemplo:

Um carro faz uma curva de 80 m de raio, com velocidade de módulo constante igual a 72 km/h. Podemos afirmar que sua aceleração é:

- a) zero  $m/s^2$
- b)  $0,5 \text{ m/s}^2$
- c)  $0,9 \text{ m/s}^2$
- d)  $4 \text{ m/s}^2$
- e)  $5 \text{ m/s}^2$

### Comentário:

No caso acima a aceleração será a do tipo centrípeta, uma vez que o movimento do carro se faz com velocidade constante em módulo.

Assim, basta aplicar a fórmula da aceleração centrípeta, lembrando de transformar a velocidade para m/s.

$$a_{ctp} = \frac{|\vec{V}|^2}{R}$$

$$a_{ctp} = \frac{\left(\frac{72}{3,6}\right)^2}{80} = \frac{400}{80} = 5 \text{ m/s}^2$$

### Item E.

## 5.6 PERÍODO

Todo movimento periódico possui um período, sendo um movimento dessa natureza, aquele que **se repete em intervalos de tempos iguais**.

Existem diversos exemplos de movimentos periódicos no nosso dia a dia.

Veja abaixo alguns movimentos que se repetem com o tempo:

1. A duração de uma aula presencial
2. O movimento de rotação da Terra em torno de si.

### 3. O movimento de translação da Terra em torno do Sol.

**Um movimento importante que é periódico é o movimento circular e uniforme**, que pelo fato de possuir velocidade constante, torna-se periódico com o tempo, pois um corpo em MCU volta sempre para a mesma posição após um intervalo de tempo igual a um período.

A unidade no sistema internacional de unidades é a unidade de tempo, que é o “segundo” (s).

#### **Exemplos:**

1. Calcule o período de rotação, em segundos, do movimento do ponteiro dos minutos de um relógio analógico.

#### **Resolução:**

Questão simples, basta perceber que o ponteiro dos minutos leva 60 minutos para completar uma volta em torno do centro do relógio.

Mas como foi solicitado o período em segundos, temos de transformar a unidade.

Assim,  $T = 60\text{min} \cdot 60\text{s/min} = 3600\text{s}$ .

## **5.7 FREQUÊNCIA**

A frequência tem um conceito parecido com o de período, mas de maneira inversa, observe:

**“Frequência de um movimento periódico é o numero de vezes que um movimento se repete na unidade de tempo”.**

Portanto, o conceito é inverso àquele de período.

A unidade de frequência é o Hz (hertz) ou RPS (rotações por segundo), mas também é comum aparecer nas questões a unidade usual RPM (rotações por minuto).

Fique atendo para o quadro abaixo onde consta a tabelinha para transformação de **RPM** para **Hz** e vice versa.

$$\begin{array}{ccc} \text{RPM} & \xrightarrow{:60} & \text{Hz} \\ \text{Hz} & \xrightarrow{\times 60} & \text{RPM} \end{array}$$

**Exemplo:**

Calcule a frequência de rotação de uma roda de um veículo, sabendo que o tempo de duração de uma volta corresponde a 25 centésimos de segundo.

**Resolução:**

Basta encontrar o número de voltas que a roda dá em um segundo:

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} 1s \rightarrow f \\ 0,25s \rightarrow 1\text{ rotação} \end{array} \right. \\ & \Rightarrow f = \frac{1\text{ rotação}}{0,25s} \\ & \Rightarrow f = 4\text{ Hz} \end{aligned}$$

Portanto a roda executa quatro voltas a cada segundo.

## 5.8. RELAÇÃO ENTRE PERÍODO E FREQUÊNCIA

Na teoria dos dois itens anteriores você deve ter notado que os conceitos são inversos, o que nos permite escrever a seguinte conclusão:

$$T = \frac{1}{f}$$

e

$$f = \frac{1}{T}$$

Ou seja, o período é o inverso da frequência e a frequência é o inverso do período.

## 5.9 RELAÇÃO ENTRE VELOCIDADE ANGULAR E PERÍODO.

Podemos provar uma relação que existe entre a velocidade angular e o período, de modo fácil, chegamos à seguinte conclusão:

$$\omega = \frac{V}{R} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\Delta S}{R \cdot \Delta t}$$

Para um deslocamento de uma volta, onde  $\Delta S = 2\pi R$  e  $\Delta t = T$ , temos:

$$\omega = \frac{\Delta S}{R \cdot \Delta t} = \frac{2\pi R}{R \cdot T}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

## 5.10 RELAÇÃO ENTRE VELOCIDADE ANGULAR E FREQUÊNCIA.

Podemos também demonstrar uma relação existente entre a velocidade angular e a frequência de um movimento periódico. Vamos partir da fórmula que foi demonstrada no item anterior:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{1}{T}$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

**Exemplo:**

Considere um automóvel cujos pneus, quando novos, têm diâmetro D. Suponha que os pneus se tenham desgastado e apresentem 98% do diâmetro original. Quando o velocímetro assinalar 100 km/h, a velocidade real do automóvel será:

- a) 104 km/h.
- b) 102 km/h.
- c) 100 km/h.
- d) 98 km/h.
- e) 96 km/h.

**Resolução:**

Essa questão é muito boa e requer um raciocínio natural muito bom por parte do candidato. Acredito que uma questão dessas pode ser objeto de avaliação em uma prova de qualquer concurso que contemple a Física em seu edital, e o melhor, pouca gente vai saber a saída.

Observe, que o velocímetro do veículo vem calibrado de fábrica para marcar 100km/h, considerando-se o diâmetro do pneu novo.

Assim, os 100km/h representam uma velocidade linear ( $\Delta S/\Delta t$ ) a partir de um raio de fábrica.

Logo, podemos afirmar que:

$$V = \frac{n \cdot 2\pi R}{\Delta t}, \text{ onde } n \text{ é o número de voltas.}$$

Assim,

$$V = 2\pi R \cdot f$$

Com o pneu desgastado, o raio é de apenas 98% do raio inicial, assim:

$$V' = 2\pi R' \cdot f$$

Como a frequência de rotação do eixo do veículo é a mesma, pois ele está marcando os mesmos 100km/h, então as velocidades serão proporcionais aos raios. Logo:

$$\frac{V'}{V} = \frac{R'}{R}$$

$$V' = 100 \cdot 0,98$$

$$V' = 98 \text{ km/h}$$

**Resposta: alternativa D.**

## 5.11 TRANSMISSÃO DE MOVIMENTOS CIRCULARES

Os movimentos circulares podem ser transmitidos de um círculo para outro, e isso é muito comum na **indústria** e no **dia a dia**, pois nem sempre possuímos um motor com a frequência que desejamos obter.



Professor, ainda bem que existe essa tal transmissão de movimento circular, já pensou se toda vez que precisasse de frequência diferente, fosse necessário comprar um novo motor?

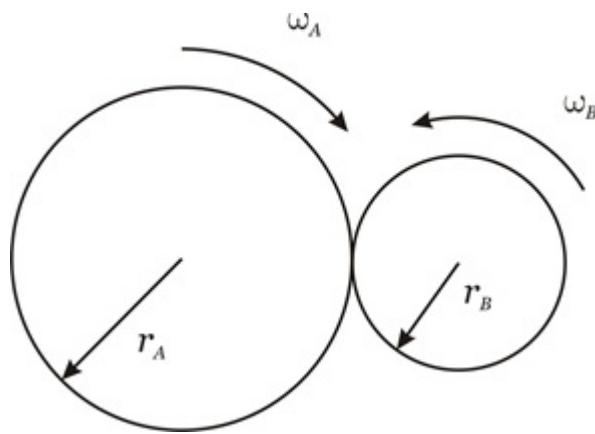
Não quero nem pensar Aderbal, iria ser um gasto desnecessário, pois podemos acoplar polias e conseguir frequências diferentes, por meio da transmissão de movimentos circulares.

Essa transmissão pode ser de três formas: Por  **contato, correia e por eixo**. Vamos estudar esses três tipos de transmissão e observar as particularidades de cada um deles:

### a) Por contato:

Ocorre esse tipo de transmissão quando uma engrenagem, por exemplo, em contato com outra, é capaz de transmitir o seu movimento circular.

Observe a figura abaixo que ilustra esse tipo de transmissão.



Observe que temos dois círculos de raios distintos com velocidades angulares diferentes, afinal de contas eles descrevem ângulos diferentes em tempos iguais.

Por outro lado, temos que as velocidades lineares dos dois círculos são iguais pelo fato de **não haver escorregamento**. Assim, eles descrevem espaços lineares iguais em tempos iguais. Logo, podemos montar a seguinte igualdade:

$$V_A = V_B, \text{ como } V = \omega \cdot R$$

$$\Rightarrow \omega_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B$$

ou

$$\Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{R_B}{R_A}$$

Então, a conclusão é que quanto maior o raio, menor será a sua velocidade angular, de modo a manter sempre a mesma velocidade linear.

Podemos ainda trabalhar com mais duas fórmulas, que envolvem o período e a frequência:

$$\Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{R_B}{R_A}$$

$$2\pi \cdot f_A \cdot R_A = 2\pi \cdot f_B \cdot R_B$$

$$f_A \cdot R_A = f_B \cdot R_B$$

ou

$$\frac{1}{T_A} \cdot R_A = \frac{1}{T_B} \cdot R_B$$

$$\frac{T_A}{R_A} = \frac{T_B}{R_B}$$

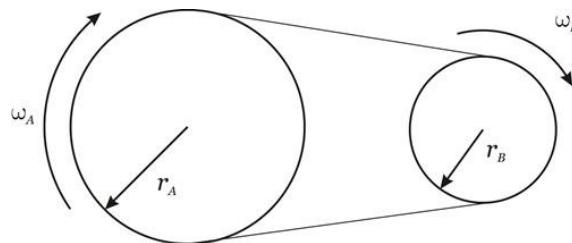
Esse tipo de transmissão é muito utilizado nas engrenagens que compõem o motor de um veículo, que trabalham com procedimentos mecanizados, um exemplo muito comum são as engrenagens dentadas ou rodas dentadas.

É importante ressaltar que o **raio** de uma engrenagem é **diretamente proporcional** ao número de **dentes** que ela possui.

$$R = k \cdot n_{dentes}$$

## b) Transmissão por correia ou corrente.

Nesse tipo de transmissão, uma polia (círculo) transfere seu movimento circular por meio de uma **corrente** ou **correia** que **não sofre escorregamento e é inextensível**, esses dois fatos são muito importantes, pois é por conta deles que podemos afirmar que os corpos **terão a mesma velocidade linear**, assim como o tinham na transmissão por contato.



Então, pelos mesmos motivos expostos na alínea anterior, podemos afirmar que:

$$V_A = V_B, \text{ como } V = \omega \cdot R$$

$$\Rightarrow \omega_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B$$

ou

$$\Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{R_B}{R_A}$$

E ainda, pensando do ponto de vista das frequências e períodos:

$$\Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{R_B}{R_A}$$

$$\cancel{2\pi \cdot f_A \cdot R_A} = \cancel{2\pi \cdot f_B \cdot R_B}$$

$$f_A \cdot R_A = f_B \cdot R_B$$

ou

$$\frac{1}{T_A} \cdot R_A = \frac{1}{T_B} \cdot R_B$$

$$\frac{T_A}{R_A} = \frac{T_B}{R_B}$$

Esse tipo de transmissão é muito conhecido e a sua aplicação mais comum é a **bicicleta** e a **motocicleta**.

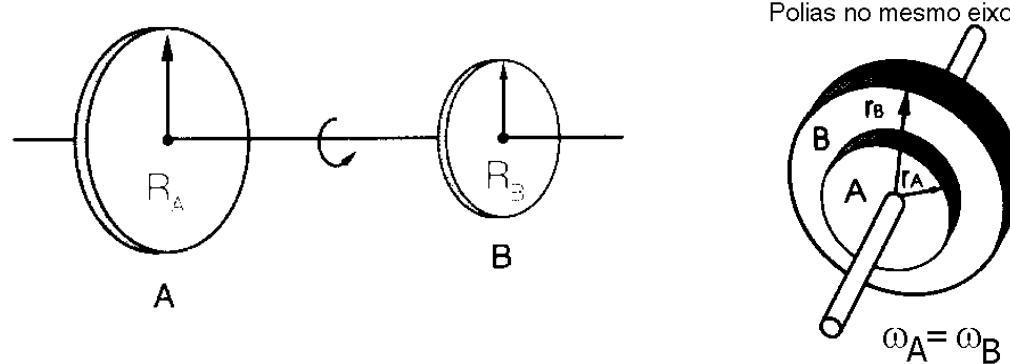
Quando numa **coroa** maior o seu movimento é transmitido para uma **catraca** acoplada à roda traseira por meio de uma corrente ou correia.

### c) Transmissão por meio de eixo.

Na transmissão por meio de eixo, temos um movimento circular sendo transmitido por meio de um **eixo acoplado aos dois corpos, fixo a eles**.

Esse eixo fará com que uma rotação angular  $\Delta\theta$  **no primeiro corpo**, acarrete na mesma rotação  $\Delta\theta$  **no segundo corpo**.

Observe as figuras abaixo:



Então, podemos afirmar que:

$$\omega_A = \omega_B, \text{ como } \omega = \frac{V}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{V_A}{R_A} = \frac{V_B}{R_B}$$

Do ponto de vista dos períodos e frequências, podemos dizer que são idênticas:

$$f_A = f_B$$

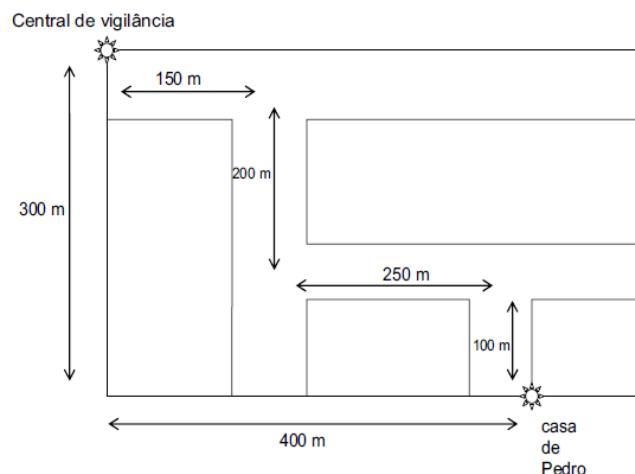
$$T_A = T_B$$

Proporcionalmente, quanto maior o raio, maior a sua velocidade linear.

Esse tipo de transmissão também é utilizado na bicicleta. Ao ser transmitido para roda, o movimento da catraca traseira acoplada à roda traseira por meio de um eixo.

## 6. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

**01. (CESGRANRIO – SEED/SP – PROFESSOR)** Trabalhando para uma companhia de vigilância, Pedro, que mora perto da central conforme indicado no mapa abaixo, é contatado por meio de intercomunicadores (do tipo walk & talk, de radiofrequência).



O alcance mínimo do aparelho utilizado deve ser

- (A) 300 m
- (B) 350 m
- (C) 400 m
- (D) 500 m

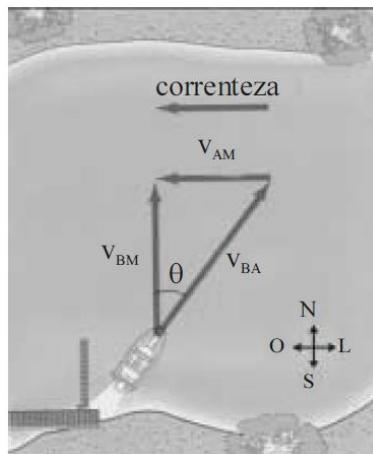
(E) 700 m

**02. (CESPE-2012 – SEDUC-ES)** Um navio, localizado inicialmente em um ponto A desloca-se 100 km para o sul e depois 50 km para leste, chegando a um ponto C. Com base nessas informações, julgue os itens subsecutivos.

1. A direção do vetor deslocamento entre os pontos A e C forma um ângulo maior que 120 graus com a direção norte.

2. A distância entre o ponto A e o ponto C é maior que 120 km.

**03. (CESPE – UNB – PETROBRÁS – TÉCNICO DE INSPEÇÃO DE EQUIPAMENTOS – 2004)**



A figura acima, ilustra um barco atravessando um rio. Considerando que a velocidade do barco com relação à margem  $\vec{V}_{BM}$  é igual a 2,40 m/s, que a velocidade da água com relação a margem  $\vec{V}_{AM}$ , ou seja, a velocidade da correnteza, é igual a 1,2 m/s e que  $\vec{V}_{BA}$  representa a velocidade do barco com relação à água, julgue os itens subsequentes.

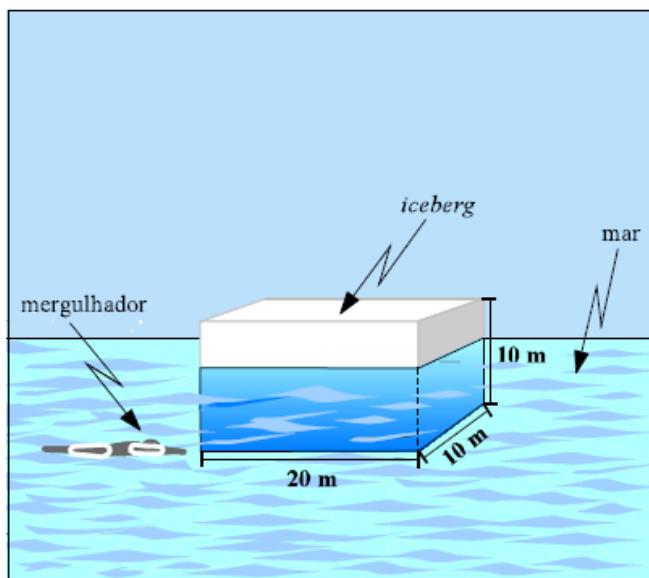
Dado:  $\text{sen}30^\circ = \frac{1}{2}$ .

1. Para atingir a margem oposta do rio na mesma longitude de partida, o ângulo  $\theta$  deverá ser igual a  $30^\circ$ .

2. O vetor velocidade  $V_{BM}$  pode ser determinado pela soma vetorial  $\vec{V}_{BM} = \vec{V}_{BA} + \vec{V}_{AM}$

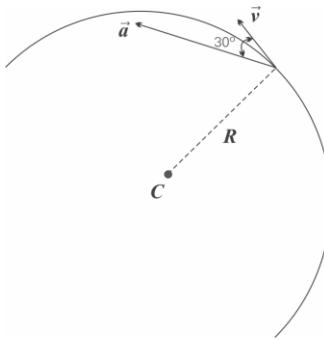
**3.** Se o vetor velocidade  $\vec{V}_{BM}$  apontar no sentido norte, o barco se deslocará no sentido noroeste devido à direção e ao sentido da correnteza.

**04. (CESPE-UNB – PETROBRÁS – OPERADOR – 2001)** Próximo aos polos da Terra, é comum se encontrar grandes blocos de gelo, chamados icebergs, flutuando na água do mar. Suponha que um iceberg tenha a forma de um paralelepípedo, como mostrado na figura abaixo, e que sua densidade seja de  $1.000 \text{ kg/m}^3$ . Julgue o item a seguir.



1. Supondo que a corrente marítima empurre o iceberg para o norte, com velocidade de  $0,4 \text{ km/h}$ , e o vento empurre o mesmo iceberg para o leste, com a velocidade de  $0,3 \text{ km/h}$ , então a velocidade resultante terá módulo igual a  $0,6 \text{ km/h}$ , com sentido noroeste.

**05. (FGV – PC-RJ – PERITO FÍSICO)** A figura mostra a posição ocupada por uma partícula que está percorrendo uma trajetória circular de centro em C e de raio R, no instante em que sua velocidade  $\vec{v}$  e sua aceleração  $\vec{a}$  fazem um ângulo de  $30^\circ$ . Sendo  $|\vec{v}| = 4,0 \text{ m/s}$  e  $|\vec{a}| = 40 \text{ m/s}^2$ , o raio R da trajetória vale:



- (A) 20cm
- (B) 40cm
- (C) 50cm
- (D) 60cm
- (E) 80cm

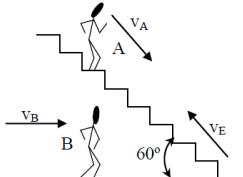
**06. (CESGRANRIO – CASA DA MOEDA)** A viagem até uma plataforma petrolífera pode ser feita de helicóptero ou de lancha. Para chegar à plataforma, o helicóptero percorre uma distância de 50 km com velocidade média de 120 km/h. O trajeto de lancha tem 40 km, mas a velocidade média dela é de 80 km/h. Se a lancha e o helicóptero partem simultaneamente, qual é aproximadamente o intervalo de tempo, em minutos, entre a chegada do helicóptero e da lancha à plataforma?

- (A) 5,0
- (B) 10
- (C) 15
- (D) 25
- (E) 30

**07. (Polícia Civil – PE – IPAD)** Um barco navegando em linha reta contra a correnteza de um rio percorreu uma distância de 10 km em 20 min. Na viagem de volta o tempo gasto foi de apenas 15 min. Sabendo que a velocidade própria do barco (em relação ao rio) foi constante e a mesma nos dois sentidos, determine a velocidade da correnteza.

- A) 3 km/h
- B) 4 km/h
- C) 5 km/h
- D) 6 km/h
- E) 7 km/h

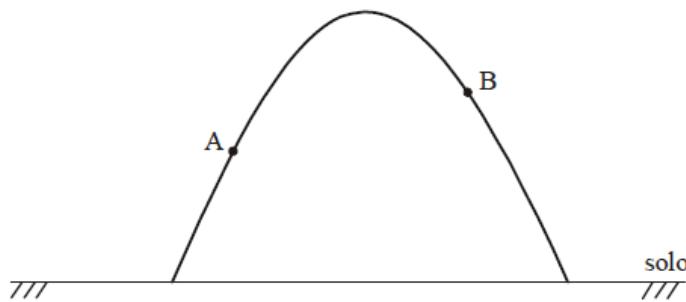
**08. (TÉCNICO EM LABORATÓRIO – FÍSICA – UNIR – 2009)** A figura a seguir ilustra uma escada rolante com velocidade **ascendente**  $\mathbf{V_E} = 1 \text{ m/s}$  e inclinação  $60^\circ$  com a horizontal. Um estudante **A** **desce** por esta escada com o objetivo de encontrar um outro estudante **B** que está no solo e caminha em direção ao pé da escada com velocidade  $\mathbf{V_B} = 1 \text{ m/s}$ . Supondo que os dois partem da mesma posição horizontal, calcule qual deve ser a velocidade  $\mathbf{V_A}$  do estudante **A**, em relação ao solo e ao longo da escada, para que os estudantes se encontrem ao pé da escada, no mesmo instante.



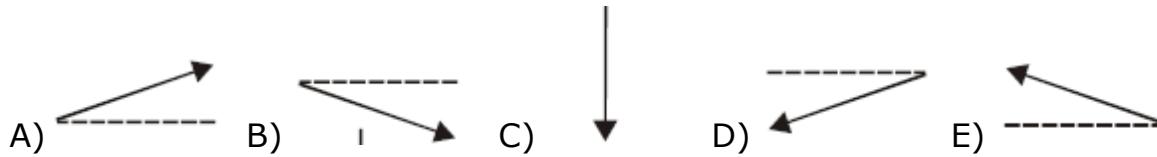
- A)** 5 m/s
- B)** 1 m/s
- C)** 3 m/s
- D)** 4 m/s
- E)** 2 m/s

**09. (NCE – RJ – UFRJ – FÍSICO)** Um projétil é disparado obliquamente do solo e, sendo a resistência do ar desprezível, descreve a trajetória representada na figura, na qual A é a posição do projétil em um instante de sua subida e B, a sua posição em um instante da descida.

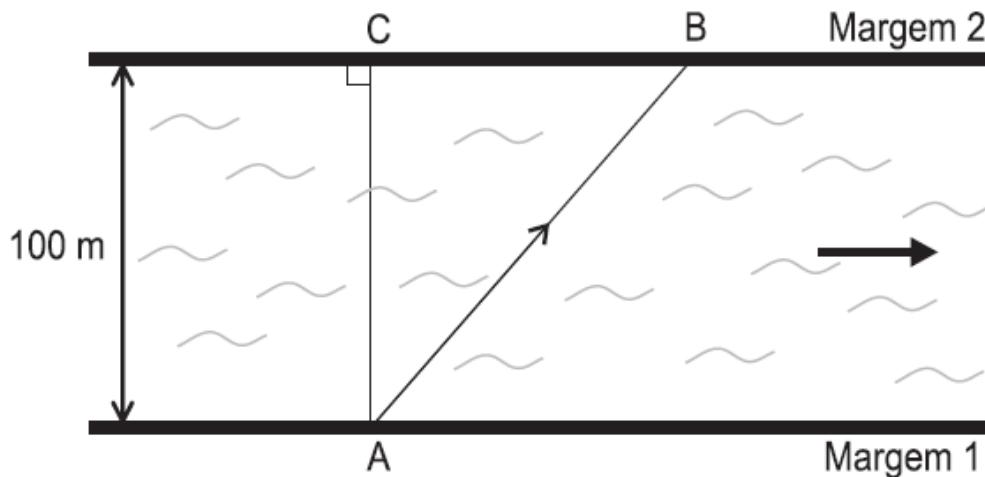
O segmento orientado que pode representar o vetor variação de velocidade entre o instante em que passa por A e o instante em que passa por B é:



O segmento orientado que pode representar o vetor variação de velocidade entre o instante em que passa por A e o instante em que passa por B é:



**10. (CESGRANRIO – TRANSPETRO – TÉCNICO EM OPERAÇÃO JUNIOR)** Um nadador atravessa um rio de 100 m de largura. A velocidade do nadador em relação ao rio possui direção perpendicular às margens e módulo 0,5 m/s. A velocidade da correnteza do rio em relação às margens, é paralela às margens e possui módulo igual a 0,8 m/s. A figura abaixo é um esquema da situação que mostra a trajetória AB do nadador vista por um observador parado em uma das margens. As margens 1 e 2 são paralelas. Se a linha AC é perpendicular às margens, qual é aproximadamente o valor em metros da distância entre os pontos C e B?

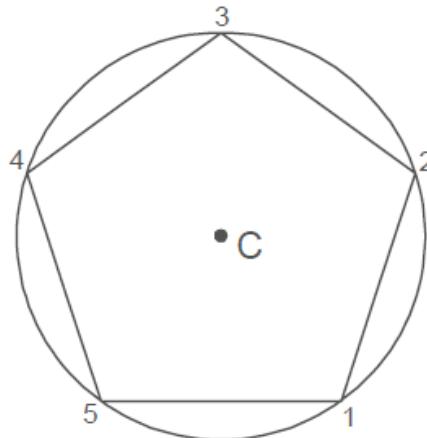


- (A) 50
- (B) 62,5
- (C) 100
- (D) 160
- (E) 250

**11. (Polícia Civil –PE - IPAD)** Os ponteiros dos minutos e das horas de um relógio têm comprimentos iguais a  $L_{\text{min}} = 2,0 \text{ cm}$  e  $L_{\text{hora}} = 1,5 \text{ cm}$ , respectivamente. Determine a razão  $V_{\text{min}} / V_{\text{hora}}$  entre as velocidades das pontas destes ponteiros.

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

**12. (ELETRONORTE – NCE)** Uma partícula parte do repouso do ponto 1, no instante  $t_0 = 0$ , e passa a se mover em movimento uniformemente acelerado ao longo da trajetória circular de centro em C representada na figura, no sentido anti horário. Os pontos 1, 2, 3, 4 e 5 são os vértices de um pentágono regular inscrito no círculo-trajetória.



No instante  $t$ , a partícula passa pela primeira vez pelo ponto 2. Sendo assim, no instante  $3t$  ela se encontra no ponto:

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

**13. (Prefeitura de São Paulo – Especialista em Meio Ambiente – Física – FCC/2008)** Um automóvel percorre uma estrada horizontal com velocidade escalar constante. O eixo das rodas traseiras desse automóvel executa 2.400 r.p.m. Nesta situação, a velocidade angular de um ponto da roda traseira, a 50 cm do eixo, em rad/s, vale

- (A)  $240\pi$
- (B)  $160\pi$
- (C)  $120\pi$
- (D)  $80\pi$
- (E)  $40\pi$

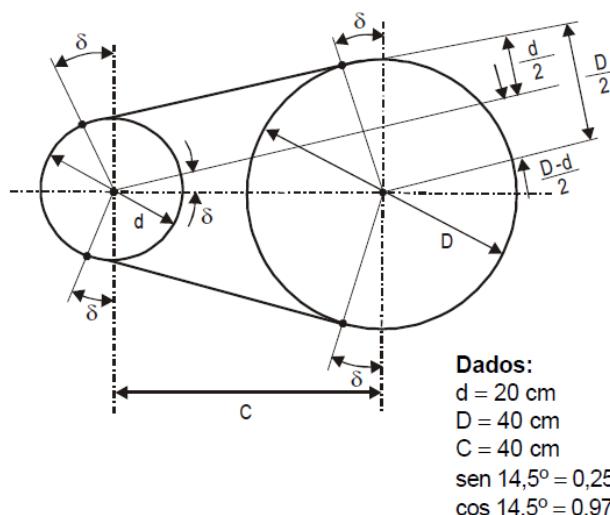
**14. (SESC-2010 – IPAD)** O comprimento do ponteiro dos segundos de um relógio de parede mede 12 cm. Qual o valor da velocidade escalar do extremo do ponteiro?

- A) 0,26 cm/s
- B) 1,26 cm/s
- C) 2,26 cm/s
- D) 3,26 cm/s
- E) 4,26 cm/s

**15. (SESC-2010 – IPAD)** A lâmpada do alarme de um carro pisca com uma frequência igual a 1,2 Hz. Determine a ordem de grandeza do número de vezes que ela pisca durante um dia.

- A)  $10^2$
- B)  $10^3$
- C)  $10^4$
- D)  $10^5$
- E)  $10^6$

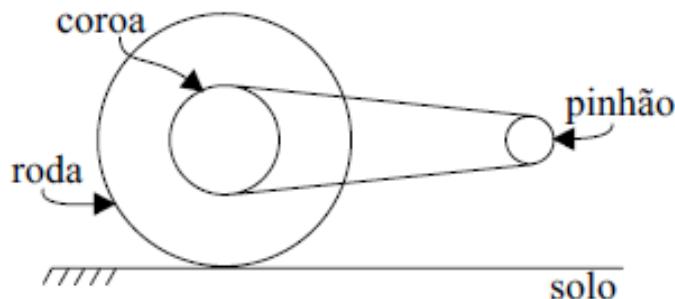
**16. (FCC – TRANSPETRO)** O texto e a figura seguintes referem-se às questões de números 34.1 e 34.2. Considere o sistema seguinte formado por duas polias ligadas por uma correia, sendo que os pontos de contato da correia com as polias formam um ângulo  $\delta$  em relação aos eixos imaginários verticais.



Se o número de rotações da polia maior for 120 rpm, a rotação da polia menor será

- (A) 480 rpm
- (B) 240 rpm
- (C) 120 rpm
- (D) 80 rpm
- (E) 60 rpm

**17. (Polícia Civil – SP – Perito Criminal – VUNESP)** A polia dentada do motor de uma motocicleta em movimento, também chamada de pinhão, gira com frequência de 3 600 rpm. Ela tem um diâmetro de 4 cm e nela está acoplada uma corrente que transmite esse giro para a coroa, solidária com a roda traseira. O diâmetro da coroa é de 24 cm e o diâmetro externo da roda, incluindo o pneu, é de 50 cm. A figura a seguir ilustra as partes citadas.



Use  $\pi = 3$ , considere que a moto não derrapa e que a transmissão do movimento de rotação seja integralmente dirigida ao seu deslocamento linear. A velocidade da moto, em relação ao solo e em km/h, é de

- (A) 72.
- (B) 62.
- (C) 54.
- (D) 66.
- (E) 90.

**(CESPE – UNB – TÉCNICO EM LABORATÓRIO DE FÍSICA – FUB/2016)** Em uma bicicleta, os diâmetros da roda, coroa e catraca são, respectivamente, iguais a 80 cm,

30 cm e 10 cm. Um ciclista que está utilizando a bicicleta consegue dar 2 pedaladas por segundo, sendo cada pedalada correspondente a uma volta completa. Considerando essa situação hipotética, julgue os próximos itens, assumindo que 3 seja o valor de  $\pi$ .

**18.** A velocidade angular da catraca é três vezes maior que a velocidade angular da coroa.

**19.** A velocidade escalar da bicicleta é superior a 14 m/s.

**20.** A velocidade escalar de qualquer ponto na borda da coroa é superior a 2 m/s.

**(CESPE – ANAC – 2012 – Especialista em Regulação)** Um disco rígido gira com uma velocidade angular decrescente em torno de um eixo fixo. O ponto A está localizado na borda do disco e o ponto B está situado na metade da distância entre a borda e o eixo de rotação.

**21.** Considerando essa situação hipotética, é correto afirmar que ambos os pontos possuem a mesma aceleração tangencial.

**22.** A velocidade angular do ponto A é maior que a do ponto B.

**23. (CESPE – UNB – PCPE – Perito Criminal – 2016)** Ao terem finalizado uma competição de ciclismo, os ciclistas A e B, que participaram de modalidades diferentes de provas na competição, saíram para pedalar juntos. Durante o passeio, ambos pedalaram com a mesma velocidade escalar.

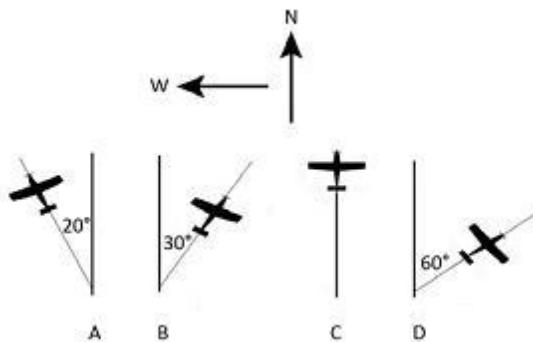
Considerando as informações apresentadas nessa situação hipotética e sabendo que o raio das rodas da bicicleta do ciclista A é 30% maior que o raio das rodas da bicicleta do ciclista B, assinale a opção correta.

- A. As rodas de ambas as bicicletas giravam com o mesmo período.
- B. A velocidade angular das rodas da bicicleta do ciclista B era 30% maior que a velocidade angular das rodas da bicicleta do ciclista A.
- C. A energia cinética de rotação da roda da bicicleta do ciclista A era igual, em módulo, à energia cinética de rotação da roda da bicicleta do ciclista B.
- D. A frequência das rodas da bicicleta do ciclista B era igual à frequência das rodas da bicicleta do ciclista A, já que eles se deslocavam com a mesma velocidade linear.
- E. As rodas de ambas as bicicletas giravam com a mesma velocidade angular.

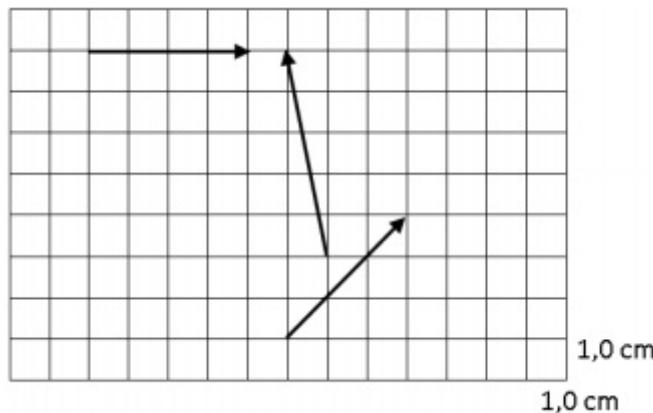
**24. (CESPE – ANAC – Especialista em Regulação de Aviação Civil – 2012)**

Considerando os princípios da cinemática dos corpos rígidos no espaço, julgue os itens seguintes.

Suponha que o piloto de uma aeronave que voa à velocidade constante de 30 m/s deseja seguir na direção norte, porém, observa a ocorrência de um vento soprando de leste para oeste com uma velocidade de 15 m/s. Nesse caso, para alcançar o seu objetivo, ele deverá escolher, entre as opções mostradas na figura abaixo, voar na direção indicada em D.

**25. (FUNDEP - UFVJM-MG - Técnico de Laboratório/Física - 2017)**

Durante um estudo de deslocamento, um estudante encontra três vetores, como os representados na figura.



Suponha que cada quadrado da figura represente uma distância de 1,0 cm de aresta. Nesse caso, o vetor deslocamento resultante terá módulo, direção e sentido indicados em:

- A. 10,0 cm, diagonal, nordeste.
- B. 100,0 cm, diagonal, sudoeste.

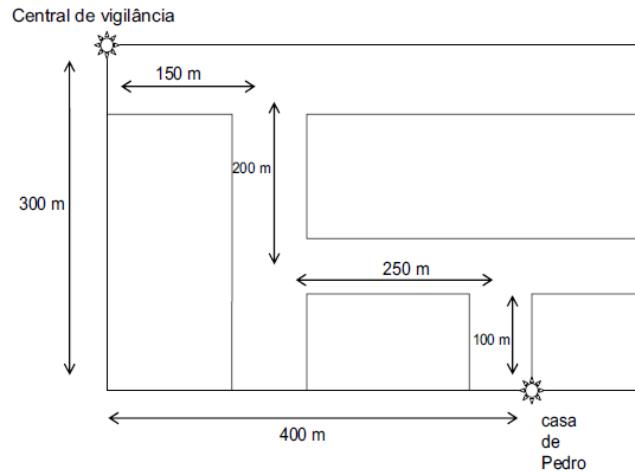
- C. 5,0 cm, diagonal, noroeste.
- D. 12,0 cm, diagonal, nordeste.

**26. (VUNESP – SP – ASSISTNTE DE SUPORTE ACADÊMICO II – 2015)** O plano de voo de um avião comercial prevê os seguintes trechos: do aeroporto A ao aeroporto B, 1100 km para o norte, em 1,5 h; escala de 30 min em B; do aeroporto B ao aeroporto C, 800 km para o oeste, em 1,0 h; escala de 30 min em C; do aeroporto C ao aeroporto D, 500 km para o sul, em 30 min. O módulo da velocidade vetorial média total, de A até D, desenvolvida por esse avião, em km/h, terá sido de

- A. 250.
- B. 300.
- C. 350.
- D. 400.
- E. 450.

## 8. EXERCÍCIOS COMENTADOS

**01. (CESGRANRIO – SEED/SP – PROFESSOR)** Trabalhando para uma companhia de vigilância, Pedro, que mora perto da central conforme indicado no mapa abaixo, é contatado por meio de intercomunicadores (do tipo walk & talk, de radiofrequência).



O alcance mínimo do aparelho utilizado deve ser

- (A) 300 m
- (B) 350 m
- (C) 400 m
- (D) 500 m
- (E) 700 m

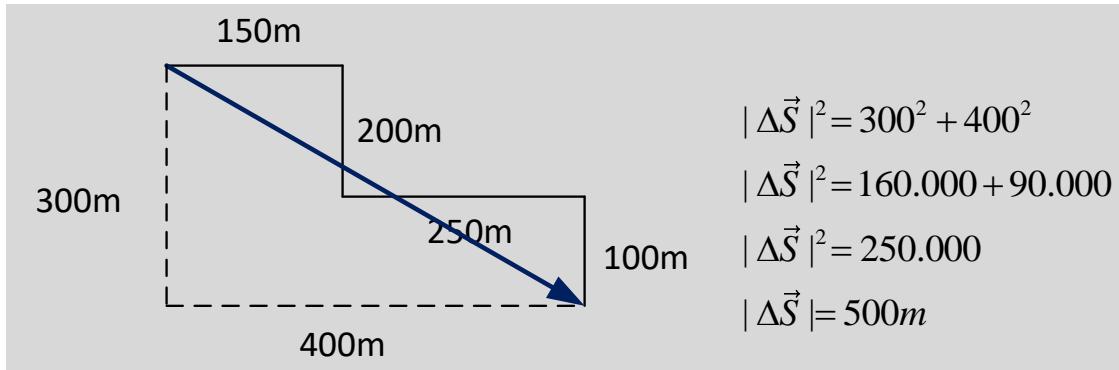
**Resposta: Item D.**

**Comentário:**

Questão sobre o assunto de cinemática vetorial, onde devemos calcular o descolamento vetorial, pois as ondas de rádio sairão da central de vigilância diretamente para a casa de Pedro, sem precisar respeitar as ruas e seus sentidos regulamentados.

Vamos ter uma aula sobre ondas e lá comentaremos que as ondas de rádio propagam-se em todas as direções.

Assim, calculando o deslocamento vetorial (vetor que liga diretamente os pontos inicial e final da onda de rádio), vamos obter:



Portanto, o alcance mínimo do objeto deve ser de 500m.

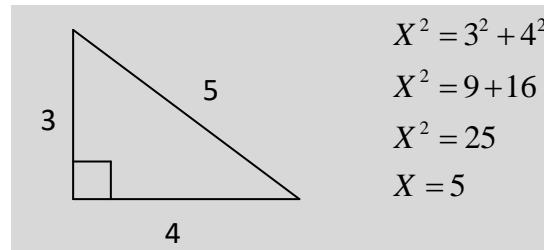


Professor, estou percebendo que usamos muito o teorema de Pitágoras nessas questões de cinemática vetorial, tem alguma dica para ganhar tempo nessas questões?

Grande Aderbal, você estava sumido! Mas nos agraciou com essa bela pergunta.

Tem uma dica sim, muito boa para você ganhar tempo. Vejamos.

Observe o triângulo retângulo abaixo:



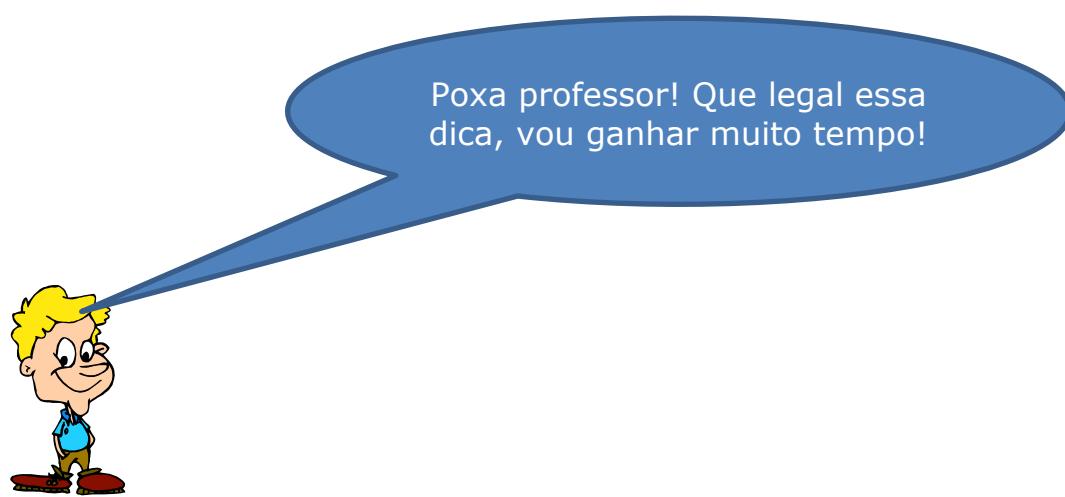
Esse triângulo serve de base para qualquer outro triângulo cujos lados. sejam múltiplos dele.

Então os triângulos:

- 3,4,5
- 6,8,10
- 9,12,15
- 12,16,20

⋮  
⋮  
⋮

São todos pitagóricos, com os dois primeiros valores sendo os catetos e o último sendo a hipotenusa.

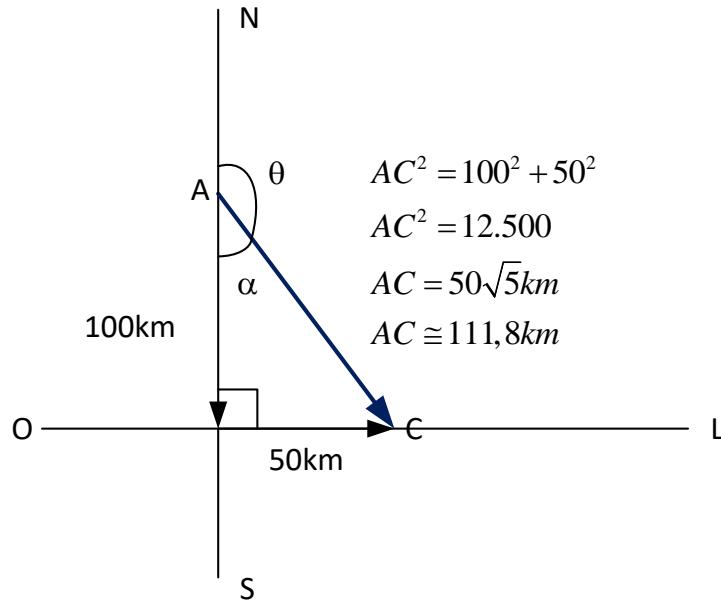


**02. (CESPE-2012 – SEDUC-ES)** Um navio, localizado inicialmente em um ponto A desloca-se 100 km para o sul e depois 50 km para leste, chegando a um ponto C. Com base nessas informações, julgue os itens subsecutivos.

**1.** A direção do vetor deslocamento entre os pontos A e C forma um ângulo maior que 120 graus com a direção norte.

**Resposta: Item correto.**

**Comentário:**



Para saber se o ângulo  $\theta$  é maior que  $120^\circ$ , devemos saber se o ângulo  $\alpha$  é menor que  $60^\circ$ .

Vamos calcular a tangente de  $\alpha$ :

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} \alpha &= \frac{50}{100} = 0,5 \\
 \log o: \operatorname{tg} \alpha &< \sqrt{3} = \operatorname{tg} 60^\circ \\
 \text{então, } \alpha &< 60^\circ
 \end{aligned}$$

Se  $\alpha$  é menor que  $60^\circ$ , então o ângulo  $\theta$  é maior que  $120^\circ$ .

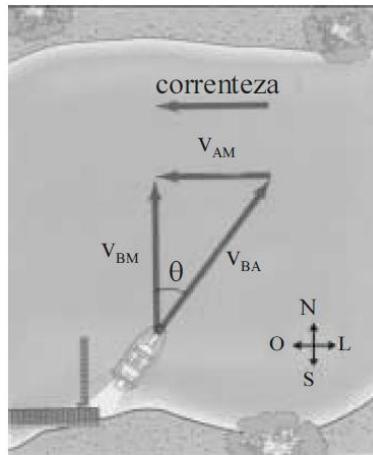
**2.** A distância entre o ponto A e o ponto C é maior que 120 km.

**Resposta: Item incorreto.**

**Comentário:**

Veja da figura anterior que o valor de AC é aproximadamente 111,8km, portanto, menor que 120km.

**03. (CESPE – UNB – PETROBRÁS – TÉCNICO DE INSPEÇÃO DE EQUIPAMENTOS – 2004)**



A figura acima, ilustra um barco atravessando um rio. Considerando que a velocidade do barco com relação à margem  $\vec{V}_{BM}$  é igual a 2,40 m/s, que a velocidade da água com relação a margem  $\vec{V}_{AM}$ , ou seja, a velocidade da correnteza, é igual a 1,2 m/s e que  $\vec{V}_{BA}$  representa a velocidade do barco com relação à água, julgue os itens subsequentes.

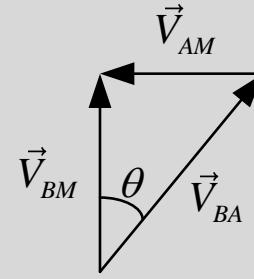
Dado:  $\text{sen}30^\circ = \frac{1}{2}$ .

- 1.** Para atingir a margem oposta do rio na mesma longitude de partida, o ângulo  $\theta$  deverá ser igual a  $30^\circ$ .

**Resposta: Item incorreto.**

**Comentário:**

O ângulo  $\theta$  será calculado de acordo com o triângulo abaixo:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \frac{|\vec{V}_{AM}|}{|\vec{V}_{BA}|} \\ \operatorname{tg} \theta &= \frac{1,20 \text{ m/s}}{2,4 \text{ m/s}} \\ \operatorname{tg} \theta &= \frac{1}{2} \\ \theta &\neq 30^\circ \end{aligned}$$


Note que a condição para que o barco atravesse o rio na mesma longitude, ou seja, perpendicularmente às suas margens, é tal que o triângulo da figura acima seja formado.

**2.** O vetor velocidade  $V_{BM}$  pode ser determinado pela soma vetorial  $\vec{V}_{BM} = \vec{V}_{BA} + \vec{V}_{AM}$

**Resposta: item correto.**

**Comentário:**

A operação vetorial correta é a seguinte:

$$\vec{V}_{BA} + \vec{V}_{AM} = \vec{V}_{BM}$$

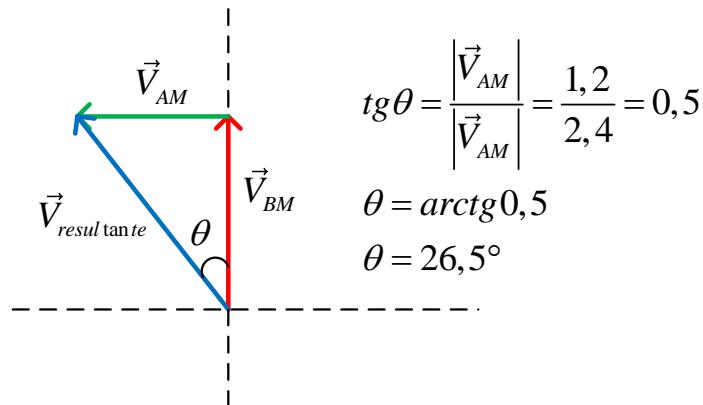
A operação vetorial acima é fruto da regra do polígono da soma vetorial aplicada ao triângulo das velocidades.

**3.** Se o vetor velocidade  $\vec{V}_{BM}$  apontar no sentido norte, o barco se deslocará no sentido noroeste devido à direção e ao sentido da correnteza.

**Resposta: item incorreto.**

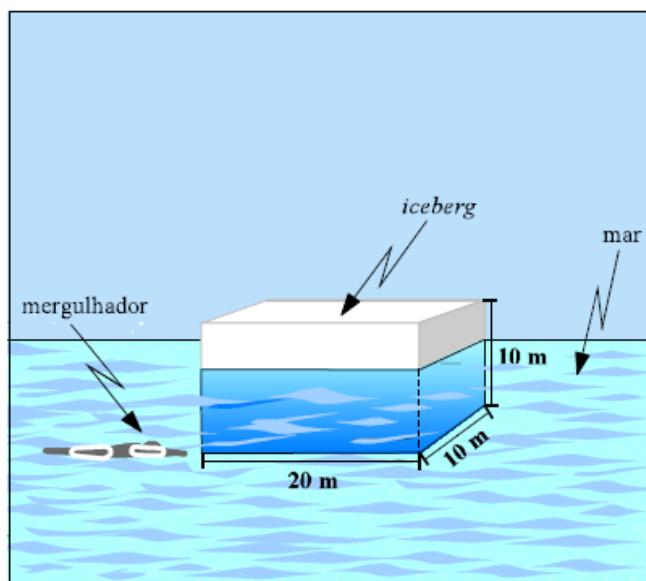
**Comentário:**

Vamos calcular a tangente do ângulo de inclinação do vetor velocidade resultante:



Logo, a inclinação revela que a velocidade resultante está direcionada entre as direções norte e noroeste ( $45^\circ$ ).

**04. (CESPE-UNB – PETROBRÁS – OPERADOR – 2001)** Próximo aos polos da Terra, é comum se encontrar grandes blocos de gelo, chamados icebergs, flutuando na água do mar. Suponha que um iceberg tenha a forma de um paralelepípedo, como mostrado na figura abaixo, e que sua densidade seja de  $1.000 \text{ kg/m}^3$ . Julgue o item a seguir.



1. Supondo que a corrente marítima empurre o iceberg para o norte, com velocidade de  $0,4 \text{ km/h}$ , e o vento empurre o mesmo iceberg para o leste, com a velocidade de

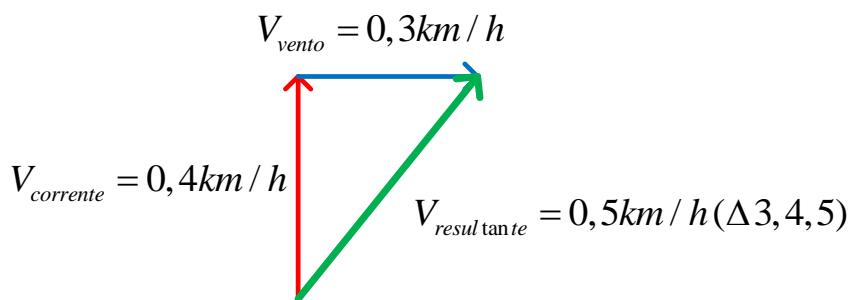
0,3 km/h, então a velocidade resultante terá módulo igual a 0,6 km/h, com sentido noroeste.

**Resposta: item incorreto.**

**Comentário:**

A velocidade resultante será o resultado da soma vetorial da velocidade da corrente marítima com a velocidade do vento.

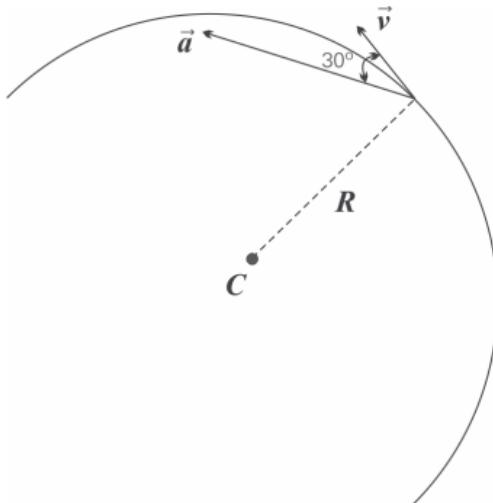
Assim, como elas são perpendiculares entre si, podemos esquematizar o seguinte:



Como o vetor vertical, ou seja, o de módulo 0,4km/h aponta para o norte, então a direção será entre o norte e o nordeste. A direção só seria noroeste exatamente, caso os vetores tivessem o mesmo módulo e o vetor azul apontasse para o oeste, o que obrigaria uma inclinação de  $45^\circ$  e o vetor apontaria para o noroeste, que está na metade do caminho entre o norte e o oeste.

Assim, o item está incorreto por dois motivos.

**05. (FGV – PC-RJ – PERITO FÍSICO)** A figura mostra a posição ocupada por uma partícula que está percorrendo uma trajetória circular de centro em C e de raio R, no instante em que sua velocidade  $\vec{v}$  e sua aceleração  $\vec{a}$  fazem um ângulo de  $30^\circ$ . Sendo  $|\vec{v}| = 4,0\text{m/s}$  e  $|\vec{a}| = 40\text{m/s}^2$ , o raio R da trajetória vale:



- (A) 20cm
- (B) 40cm
- (C) 50cm
- (D) 60cm
- (E) 80cm

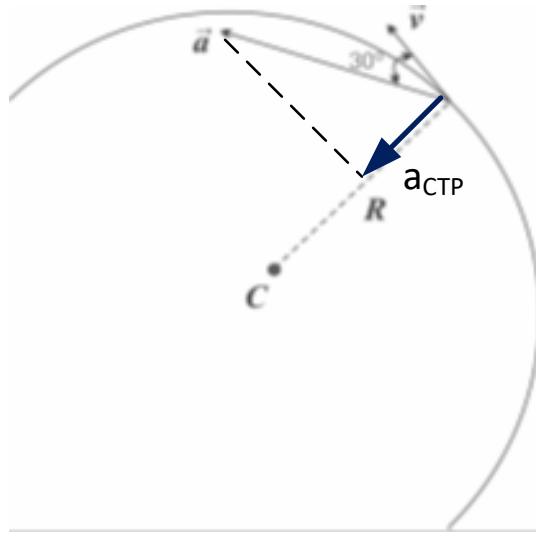
**Resposta: Item E.**

**Comentário:**

Vamos decompor o vetor aceleração na direção radial e sentido para o centro, para assim descobrirmos a aceleração centrípeta do corpo.

Encontrada a aceleração centrípeta, vamos descobrir o raio da trajetória por meio da equação da aceleração centrípeta, que envolve o raio.

Na figura abaixo você pode notar a decomposição vetorial usando-se o ângulo de  $30^\circ$ , bem como a aplicação da fórmula da aceleração centrípeta.



$$|\vec{a}_{CTP}| = |\vec{a}| \cdot \sin 30^\circ$$

$$|\vec{a}_{CTP}| = 40,0,5$$

$$|\vec{a}_{CTP}| = 20m/s^2$$

$$|\vec{a}_{CTP}| = \frac{|\vec{V}|^2}{R}$$

$$|\vec{a}_{CTP}| = \frac{4,0^2}{R}$$

$$20 = \frac{4,0^2}{R}$$

$$R = \frac{16}{20}$$

$$R = 0,8m$$

**06. (CESGRANRIO – CASA DA MOEDA)** A viagem até uma plataforma petrolífera pode ser feita de helicóptero ou de lancha. Para chegar à plataforma, o helicóptero percorre uma distância de 50 km com velocidade média de 120 km/h. O trajeto de lancha tem 40 km, mas a velocidade média dela é de 80 km/h. Se a lancha e o helicóptero partem simultaneamente, qual é aproximadamente o intervalo de tempo, em minutos, entre a chegada do helicóptero e da lancha à plataforma?

- (A) 5,0
- (B) 10
- (C) 15
- (D) 25
- (E) 30

**Resposta:** item A.

**Comentário:**

Questão simples, que se resolve usando os conceitos comuns de cinemática, já vistos nas aulas anteriores. Vejamos:

Calculando o tempo que leva para o helicóptero fazer o seu trajeto:

$$V_{Média} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$120 \text{ km/h} = \frac{50 \text{ km}}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{50}{120}$$

$$\Delta t = \frac{5}{12} \text{ h} \quad \text{ou} \quad 25 \text{ min}$$

Calculando o tempo que leva para a lancha percorrer seu trajeto:

$$V_{Média} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$80 \text{ km/h} = \frac{40 \text{ km}}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{40}{80}$$

$$\Delta t = \frac{1}{2} \text{ h} \quad \text{ou} \quad 30 \text{ min}$$

Portanto, o helicóptero chega 5 minutos antes da lancha.

**07. (Polícia Civil – PE – IPAD)** Um barco navegando em linha reta contra a correnteza de um rio percorreu uma distância de 10 km em 20 min. Na viagem de volta o tempo gasto foi de apenas 15 min. Sabendo que a velocidade própria do barco (em relação ao rio) foi constante e a mesma nos dois sentidos, determine a velocidade da correnteza.

- A) 3 km/h
- B) 4 km/h
- C) 5 km/h
- D) 6 km/h
- E) 7 km/h

**Resposta: item C.**

**Comentário:**

Questão que envolve os conceitos de velocidade relativa mais uma vez. Basta você lembrar-se de que contra a correnteza as velocidades subtraem-se, enquanto que a favor da correnteza as velocidades se somam.

$$\begin{cases} V_{res} = V_{barco} + V_{correnteza} \text{ (descida)} \\ V_{res} = V_{barco} - V_{correnteza} \text{ (subida)} \end{cases}$$

$$V_{barco} - V_{correnteza} = \frac{10}{1/3} \text{ km/h}$$

$$V_{barco} + V_{correnteza} = \frac{10}{1/4} \text{ km/h}$$

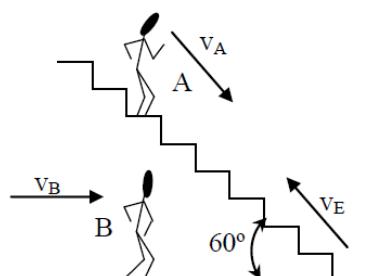
somando as equações

$$2V_{barco} = 70 \text{ km/h}$$

$$V_{barco} = 35 \text{ km/h}$$

$$V_{correnteza} = 5 \text{ km/h}$$

**08. (TÉCNICO EM LABORATÓRIO – FÍSICA – UNIR – 2009)** A figura a seguir ilustra uma escada rolante com velocidade **ascendente**  $\mathbf{V_E} = 1 \text{ m/s}$  e inclinação  $60^\circ$  com a horizontal. Um estudante **A** **desce** por esta escada com o objetivo de encontrar um outro estudante **B** que está no solo e caminha em direção ao pé da escada com velocidade  $\mathbf{V_B} = 1 \text{ m/s}$ . Supondo que os dois partem da mesma posição horizontal, calcule qual deve ser a velocidade  $\mathbf{V_A}$  do estudante **A**, em relação ao solo e ao longo da escada, para que os estudantes se encontrem ao pé da escada, no mesmo instante.



- A)** 5 m/s
- B)** 1 m/s
- C)** 3 m/s
- D)** 4 m/s
- E)** 2 m/s

**Resposta: item C.**

**Comentário:**

Para que haja encontro o tempo que leva para A percorrer deve ser igual ao tempo que B leva para percorrer a sua distância.

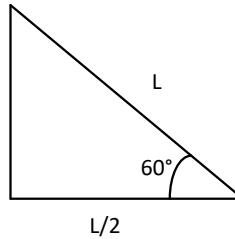
Observe a figura abaixo, na qual temos representada a distância de cada um dos estudantes ao pé da escada, bem como o cálculo do tempo que leva para atingi-lo.

$$V_{\text{resultante-B}} = V_B$$

$$V_{\text{resultante-B}} = V_B$$

$$V_B = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{L/2}{\Delta t_B}$$

$$\Delta t_B = \frac{L}{2V_B} = \frac{L}{2 \cdot 1} = \frac{L}{2}$$



$$V_{\text{resultante-A}} = V_A - V_E$$

$$V_{\text{resultante-A}} = V_A - 1$$

$$V_A - 1 = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{L}{\Delta t_A}$$

$$\Delta t_A = \frac{L}{V_A - 1}$$

*cálculo da velocidade:*

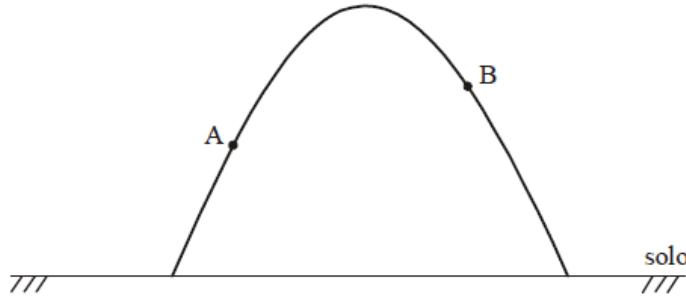
$$\frac{L}{2} = \frac{L}{V_A - 1}$$

$$V_A = 3 \text{ m/s}$$

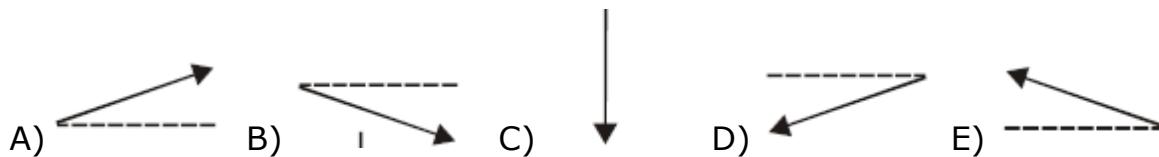
Portanto, a velocidade do estudante A é igual a 3m/s.

**09. (NCE – RJ – UFRJ – FÍSICO)** Um projétil é disparado obliquamente do solo e, sendo a resistência do ar desprezível, descreve a trajetória representada na figura, na qual A é a posição do projétil em um instante de sua subida e B, a sua posição em um instante da descida.

O segmento orientado que pode representar o vetor variação de velocidade entre o instante em que passa por A e o instante em que passa por B é:



O segmento orientado que pode representar o vetor variação de velocidade entre o instante em que passa por A e o instante em que passa por B é:

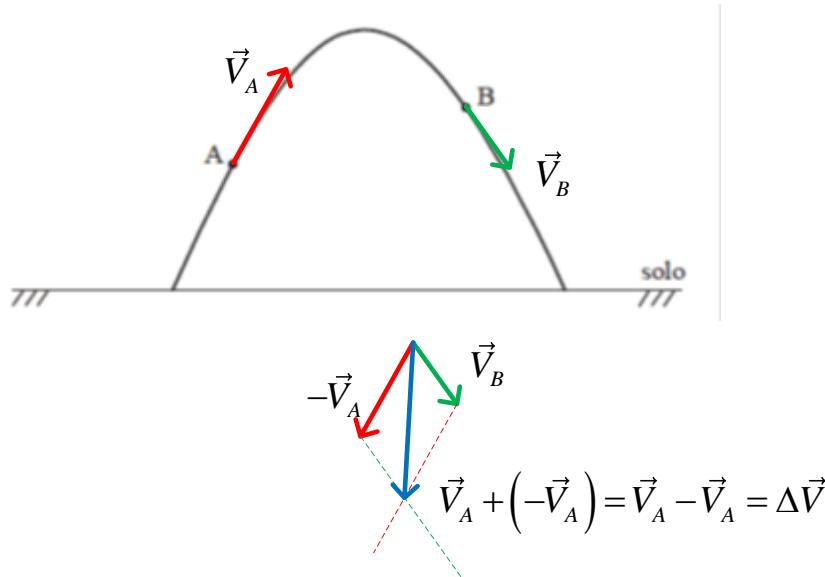


**Resposta: item C.**

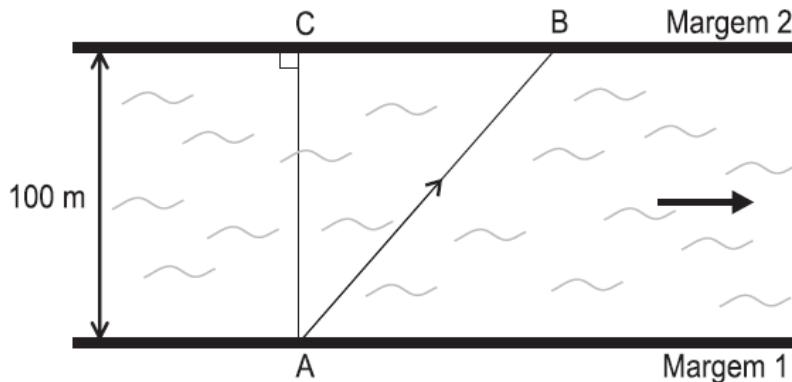
**Comentário:**

O vetor variação de velocidade é o vetor diferença vetorial entre a velocidade final e inicial. Vamos calcular essa diferença por meio da aplicação da subtração de vetores, já explicada na aula 00 do nosso curso regular.

A velocidade em cada ponto será a velocidade instantânea, ou seja, a velocidade tangente à trajetória em cada ponto.



**10. (CESGRANRIO – TRANSPETRO – TÉCNICO EM OPERAÇÃO JUNIOR)** Um nadador atravessa um rio de 100 m de largura. A velocidade do nadador em relação ao rio possui direção perpendicular às margens e módulo 0,5 m/s. A velocidade da correnteza do rio em relação às margens, é paralela às margens e possui módulo igual a 0,8 m/s. A figura abaixo é um esquema da situação que mostra a trajetória AB do nadador vista por um observador parado em uma das margens. As margens 1 e 2 são paralelas. Se a linha AC é perpendicular às margens, qual é aproximadamente o valor em metros da distância entre os pontos C e B?



- (A) 50
- (B) 62,5
- (C) 100
- (D) 160
- (E) 250

**Resposta: Item D.**

**Comentário:**

Vamos inicialmente encontrar o tempo de travessia, fazendo uso da velocidade na direção AC, que é a velocidade do barco em relação às águas.

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{V} = \frac{AC}{V_{AC}} = \frac{100}{0,5} = 200s$$

Durante esse intervalo de tempo o barco desloca-se lateralmente de C para B, com uma velocidade igual à velocidade da correnteza.

$$\Delta t = \frac{BC}{V_{BC}} \Rightarrow 200 = \frac{BC}{0,8} \Rightarrow BC = 160m$$

Nessa questão utilizamos o teorema de Galileu que afirma que os movimentos são independentes, ou seja, um movimento não depende do outro, no mesmo intervalo de tempo eles ocorrem simultaneamente.

**11. (Polícia Civil –PE - IPAD)** Os ponteiros dos minutos e das horas de um relógio têm comprimentos iguais a  $L_{min} = 2,0$  cm e  $L_{hora} = 1,5$  cm, respectivamente. Determine a razão  $V_{min} / V_{hora}$  entre as velocidades das pontas destes ponteiros.

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

**Resposta: item C.**

**Comentário:**

Para calcular a razão entre as velocidades, basta utilizar a relação entre a velocidade angular e a velocidade linear:

$$\frac{V_{MIN}}{V_{HORA}} = \frac{\omega_{MIN} \cdot R_{MIN}}{\omega_{HORA} \cdot R_{HORA}}$$

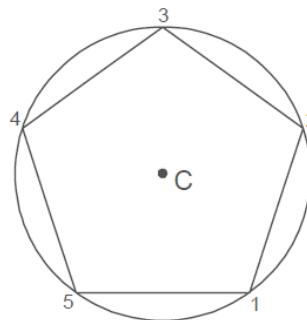
$$\frac{V_{MIN}}{V_{HORA}} = \frac{\frac{2\pi}{T_{MIN}} \cdot R_{MIN}}{\frac{2\pi}{T_{HORA}} \cdot R_{HORA}}$$

$$\frac{V_{MIN}}{V_{HORA}} = \frac{T_{HORA} \cdot 2,0}{T_{MIN} \cdot 1,5}$$

$$\frac{V_{MIN}}{V_{HORA}} = \frac{12h \cdot 2,0}{1h \cdot 1,5}$$

$$\frac{V_{MIN}}{V_{HORA}} = 16.$$

**12. (ELETRO NORTE – NCE)** Uma partícula parte do repouso do ponto 1, no instante  $t_0 = 0$ , e passa a se mover em movimento uniformemente acelerado ao longo da trajetória circular de centro em C representada na figura, no sentido anti horário. Os pontos 1, 2, 3, 4 e 5 são os vértices de um pentágono regular inscrito no círculo-trajetória.



No instante  $t$ , a partícula passa pela primeira vez pelo ponto 2. Sendo assim, no instante  $3t$  ela se encontra no ponto:

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

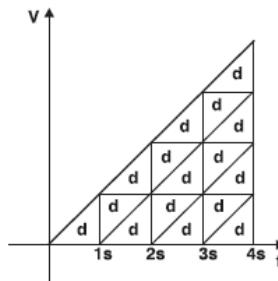
**Resposta: item E.**

**Comentário:**

Trata-se de uma questão de movimento circular uniformemente variado.

Vou dar uma dica importantíssima para ganhar tempo na prova:

**“Em um movimento uniformemente variado, as distâncias percorridas são proporcionais aos números ímpares, para intervalos de tempos iguais”.**



Perceba no gráfico acima que cada triângulo corresponde a distância percorrida a cada intervalo de tempo igual a 1s.

O formato do gráfico se da por conta da velocidade inicial nula e do fato de ser o movimento com aceleração constante (reta).

Essa dica você só tem aqui no curso do Estratégia, é daquelas que você não conta nem para o seu melhor amigo que vai fazer o concurso também e sonha em ser seu companheiro de trabalho.

Assim, se para o primeiro intervalo de tempo “t” o espaço percorrido foi correspondente a um trecho da circunferência (de 1 para 2), para o próximo intervalo de tempo “t” ela vai ter percorrido 3 trechos e depois mais 5 trechos, no último intervalo de tempo igual a “t”, perfazendo assim uma distância total de  $1 + 3 + 5 = 9$  trechos : **(2,3,4,5,1,2,3,4,5)**

Note que depois de atingir o ponto 5 pela primeira vez ela percorre mais uma circunferência até chegar novamente até o ponto 5.

Guarde a ideia dessa questão, pois ela é uma dica muito forte.

**13. (Prefeitura de São Paulo – Especialista em Meio Ambiente – Física – FCC/2008)** Um automóvel percorre uma estrada horizontal com velocidade escalar constante. O eixo das rodas traseiras desse automóvel executa 2.400 r.p.m. Nesta situação, a velocidade angular de um ponto da roda traseira, a 50 cm do eixo, em rad/s, vale

- (A)  $240\pi$
- (B)  $160\pi$
- (C)  $120\pi$
- (D)  $80\pi$
- (E)  $40\pi$

**Resposta: item D.**

**Comentário:**

Temos aqui uma questão envolvendo a rotação das rodas do veículo e a velocidade de um ponto da roda, nesse problema é requerida apenas a velocidade angular do ponto, assim, vamos utilizar a fórmula abaixo:

$$\begin{aligned}\omega &= 2\pi f \\ \omega &= 2\pi \cdot \frac{2400}{60} \\ \omega &= 80\pi \text{ m/s}\end{aligned}$$

**14. (SESC-2010 – IPAD)** O comprimento do ponteiro dos segundos de um relógio de parede mede 12 cm. Qual o valor da velocidade escalar do extremo do ponteiro?

- A) 0,26 cm/s
- B) 1,26 cm/s
- C) 2,26 cm/s
- D) 3,26 cm/s
- E) 4,26 cm/s

**Resposta: Item B.**

**Comentário:**

A velocidade escalar do extremo do ponteiro será calculada por meio da fórmula abaixo, lembrando que o valor de  $\pi$  será 3 e que o período do ponteiro dos segundos vale 60s.

$$\begin{aligned}
 V &= \omega \cdot R \\
 V &= \frac{2\pi}{T} \cdot R \\
 V &= \frac{2\pi}{60s} \cdot 0,12m \\
 V &= 0,012m/s = 1,2cm/s
 \end{aligned}$$

**15. (SESC-2010 – IPAD)** A lâmpada do alarme de um carro pisca com uma frequência igual a 1,2 Hz. Determine a ordem de grandeza do número de vezes que ela pisca durante um dia.

- A)  $10^2$
- B)  $10^3$
- C)  $10^4$
- D)  $10^5$
- E)  $10^6$

**Resposta: item E.**

**Comentário:**

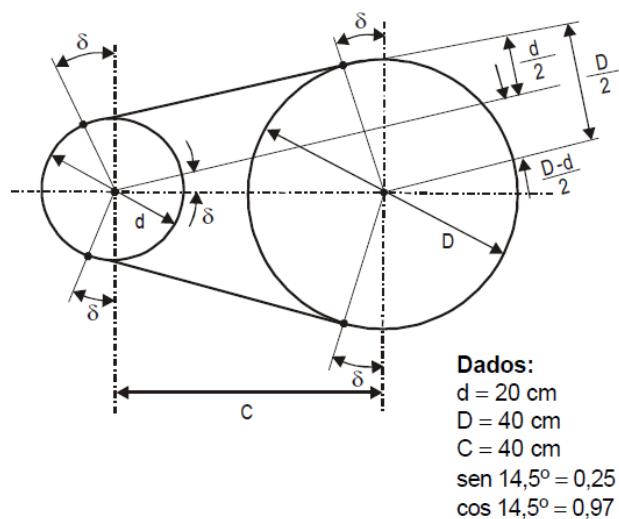
Questão sobre período e frequência:

Para encontrar o número de vezes vamos usar uma regra de três simples:

$$\begin{aligned}
 \frac{1,2 \text{vezes}}{1s} &= \frac{n}{24.3600s} \\
 n &= 1,03 \cdot 10^5 \text{vezes}
 \end{aligned}$$

Como o valor que acompanha a potência de dez é menor que 3,16, então a ordem de grandeza será  $10^5$  vezes.

**16. (FCC – TRANSPETRO)** O texto e a figura seguintes referem-se às questões de números 34.1 e 34.2. Considere o sistema seguinte formado por duas polias ligadas por uma correia, sendo que os pontos de contato da correia com as polias formam um ângulo  $\delta$  em relação aos eixos imaginários verticais.



Se o número de rotações da polia maior for 120 rpm, a rotação da polia menor será

- (A) 480 rpm
- (B) 240 rpm
- (C) 120 rpm
- (D) 80 rpm
- (E) 60 rpm

**Resposta: item B.**

**Comentário:**

Questão versando sobre a transmissão de movimentos circulares por meio de correia, assunto bastante comentado na parte teórica desta aula.

As velocidades lineares são iguais e as frequências são inversamente proporcionais aos raios fornecidos.

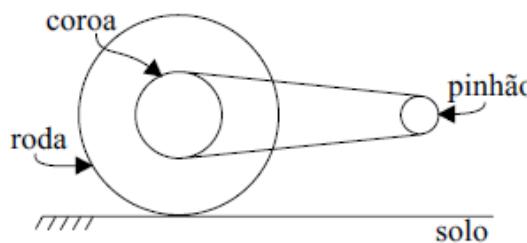
$$f_A \cdot R_A = f_B \cdot R_B$$

Assim,

$$120RPM \cdot 40 = f_B \cdot 20$$

$$f_B = 240RPM$$

**17. (Polícia Civil – SP – Perito Criminal – VUNESP)** A polia dentada do motor de uma motocicleta em movimento, também chamada de pinhão, gira com frequência de 3 600 rpm. Ela tem um diâmetro de 4 cm e nela está acoplada uma corrente que transmite esse giro para a coroa, solidária com a roda traseira. O diâmetro da coroa é de 24 cm e o diâmetro externo da roda, incluindo o pneu, é de 50 cm. A figura a seguir ilustra as partes citadas.



Use  $\pi = 3$ , considere que a moto não derrapa e que a transmissão do movimento de rotação seja integralmente dirigida ao seu deslocamento linear. A velocidade da moto, em relação ao solo e em km/h, é de

- (A) 72.
- (B) 62.
- (C) 54.
- (D) 66.
- (E) 90.

**Resposta: item C.**

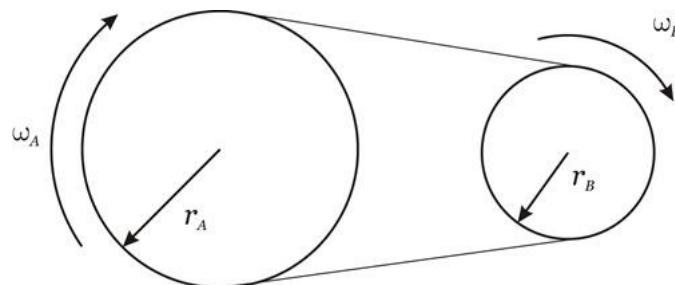
**Comentário:**

Questão bem comum em provas de Física de concursos, vamos usar o raciocínio da transmissão de movimentos circulares.

Veja um comentário acerca da transmissão de movimentos circulares, tema abordado por essa questão.

### Transmissão por correia ou corrente.

Nesse tipo de transmissão, uma polia (círculo) transfere seu movimento circular por meio de uma **corrente** ou **correia** que **não sofre escorregamento e é inextensível**, esses dois fatos são muito importantes, pois é por conta deles que podemos afirmar que os corpos **terão a mesma velocidade linear**.



Então, podemos afirmar que:

$$\begin{aligned}
 V_A &= V_B, \quad \text{como } V = \omega \cdot R \\
 \Rightarrow \omega_A \cdot R_A &= \omega_B \cdot R_B \\
 \text{ou} \\
 \Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B} &= \frac{R_B}{R_A} \\
 \Rightarrow f_a \cdot R_a &= f_b \cdot R_b \\
 \Rightarrow \frac{T_a}{T_b} &= \frac{R_a}{R_b}
 \end{aligned}$$

Esse tipo de transmissão é muito conhecido e a sua aplicação mais comum é a **bicicleta** e a **motocicleta**.

Quando numa **coroa** maior o seu movimento é transmitido para uma **catraca** acoplada à roda traseira por meio de uma corrente ou correia.

Calcularemos a frequência de rotação, em RPM, da coroa traseira da motocicleta da figura, que será a mesma frequência de rotação da roda traseira.

$$f_A \cdot R_A = f_B \cdot R_B$$

$$f_A \cdot 12 = 3.600 \cdot 2$$

$$f_A = 600 \text{ RPM}$$

Essa frequência de rotação será a mesma frequência de rotação da roda traseira, o que nos levará ao cálculo da velocidade da motocicleta:

A velocidade será calculada por meio da aplicação da fórmula que relaciona a velocidade linear e angular da roda traseira

$$V = \omega \cdot R$$

$$V = 2 \cdot \pi \cdot f_A \cdot R$$

$$V = 2 \cdot 3 \cdot \frac{600}{60} \cdot 0,25$$

$$V = 15 \text{ m/s} (x 3,6)$$

$$V = 54 \text{ km/h}$$

Veja que no cálculo acima foram feitas duas transformações de unidades:

- Frequência de RPM para Hz (dividindo-se o valor em RPM para Hz)
- Velocidade de m/s para km/h (multiplicando-se por 3,6)

Cuidado com a transformação de unidades.

**(CESPE – UNB – TÉCNICO EM LABORATÓRIO DE FÍSICA – FUB/2016)** Em uma bicicleta, os diâmetros da roda, coroa e catraca são, respectivamente, iguais a 80 cm, 30 cm e 10 cm. Um ciclista que está utilizando a bicicleta consegue dar 2 pedaladas por segundo, sendo cada pedalada correspondente a uma volta completa. Considerando essa situação hipotética, julgue os próximos itens, assumindo que  $\pi$  seja o valor de  $\pi$ .

**18.** A velocidade angular da catraca é três vezes maior que a velocidade angular da coroa.

**Resposta: item correto.**

**Comentário:**

Aqui vamos verificar qual a relação entre os raios da catraca e da coroa, pois a relação entre as velocidades angulares será inversa. Verificando os raios, temos que:

$$R_{\text{coroa}} = 15\text{cm}$$

$$R_{\text{catraca}} = 5\text{cm.}$$

Veja que o raio da catraca é três vezes menor que o da coroa, então a sua velocidade angular é três vezes maior que a da coroa.

**19.** A velocidade escalar da bicicleta é superior a 14 m/s.

**Resposta: item correto.**

**Comentário:**

Para você calcular a velocidade da bicicleta, é necessário encontrar a frequência com a qual a catraca executa suas rotações, porém essa frequência é três vezes maior que a frequência da pedalada, que é a frequência com a qual gira a coroa.

Assim, a frequência é dada por  $3 \times 2 \text{pedaladas/s} = 6 \text{voltas/s.}$

Assim, vamos aplicar a fórmula da velocidade de acordo com a frequência:

$$V = 2\pi R f$$

$$V = 2 \cdot 3 \cdot 0,4 \cdot 6$$

$$\mathbf{V = 14,4 m/s}$$

**20.** A velocidade escalar de qualquer ponto na borda da coroa é superior a 2 m/s.

**Resposta: item incorreto.**

**Comentário:**

Para calcular a velocidade escalar de um ponto da borda da coroa devemos encontrar a velocidade angular dela e depois multiplicar pelo raio da coroa (15cm = 0,15m).

A velocidade angular da coroa é dada por:

$$W = 2\pi f$$

$$V = 2\pi R f$$

$$V = 2\pi R f$$

$$V = 1,8 \text{ m/s}$$

**(CESPE – ANAC – 2012 – Especialista em Regulação)** Um disco rígido gira com uma velocidade angular decrescente em torno de um eixo fixo. O ponto A está localizado na borda do disco e o ponto B está situado na metade da distância entre a borda e o eixo de rotação.

**21.** Considerando essa situação hipotética, é correto afirmar que ambos os pontos possuem a mesma aceleração tangencial.

**Resposta: item incorreto.**

**Comentário:**

Como os pontos estão alinhados em uma mesma linha de um disco rígido, então eles vão percorrer o mesmo ângulo central, o que significa dizer que terão a mesma velocidade angular.

A aceleração tangencial, por sua vez, depende do raio da trajetória e da velocidade angular, ou seja, aquele que tiver maior raio vai possuir maior aceleração tangencial.

**22.** A velocidade angular do ponto A é maior que a do ponto B.

**Resposta: item incorreto.**

**Comentário:**

A velocidade angular, como mostrado no item acima, será idêntica para ambos.

**23. (CESPE – UNB – PCPE – Perito Criminal – 2016)** Ao terem finalizado uma competição de ciclismo, os ciclistas A e B, que participaram de modalidades diferentes de provas na competição, saíram para pedalar juntos. Durante o passeio, ambos pedalaram com a mesma velocidade escalar.

Considerando as informações apresentadas nessa situação hipotética e sabendo que o raio das rodas da bicicleta do ciclista A é 30% maior que o raio das rodas da bicicleta do ciclista B, assinale a opção correta.

- A. As rodas de ambas as bicicletas giravam com o mesmo período.
- B. A velocidade angular das rodas da bicicleta do ciclista B era 30% maior que a velocidade angular das rodas da bicicleta do ciclista A.
- C. A energia cinética de rotação da roda da bicicleta do ciclista A era igual, em módulo, à energia cinética de rotação da roda da bicicleta do ciclista B.
- D. A frequência das rodas da bicicleta do ciclista B era igual à frequência das rodas da bicicleta do ciclista A, já que eles se deslocavam com a mesma velocidade linear.
- E. As rodas de ambas as bicicletas giravam com a mesma velocidade angular.

**Resposta: item B.**

**Comentário:**

- A. As rodas de ambas as bicicletas giravam com o mesmo período.

**Item incorreto.**

Como as velocidades lineares eram idênticas, então podemos dizer que:

$$\begin{aligned}
 2\pi \cdot f_A \cdot R_A &= 2\pi \cdot f_B \cdot R_B \\
 f_A \cdot R_A &= f_B \cdot R_B \\
 \frac{T_A}{T_B} &= \frac{R_A}{R_B}
 \end{aligned}$$

Os períodos são diretamente proporcionais aos raios.

B. A velocidade angular das rodas da bicicleta do ciclista B era 30% maior que a velocidade angular das rodas da bicicleta do ciclista A.

**Item correto.**

A velocidade angular vai ser inversamente proporcional aos raios, então como o raio da bicicleta A é igual a 1,3 vezes o da bicicleta B, então a velocidade angular da bicicleta A é 1,3 vezes menor que a da bicicleta B.

$$\begin{aligned}
 \omega_A R_A &= \omega_B R_B \\
 \omega_A 1,3 R_B &= \omega_B \cdot R_B \\
 \omega_B &= 1,3 \omega_A
 \end{aligned}$$

C. A energia cinética de rotação da roda da bicicleta do ciclista A era igual, em módulo, à energia cinética de rotação da roda da bicicleta do ciclista B.

**Item incorreto.**

A energia cinética de rotação está ligada à velocidade angular, como elas são diferentes, como visto no item anterior, então as energias cinéticas de rotação são diferentes.

D. A frequência das rodas da bicicleta do ciclista B era igual à frequência das rodas da bicicleta do ciclista A, já que eles se deslocavam com a mesma velocidade linear.

**Item incorreto.**

As frequências também são inversamente proporcionais aos raios das bicicletas.

E. As rodas de ambas as bicicletas giravam com a mesma velocidade angular.

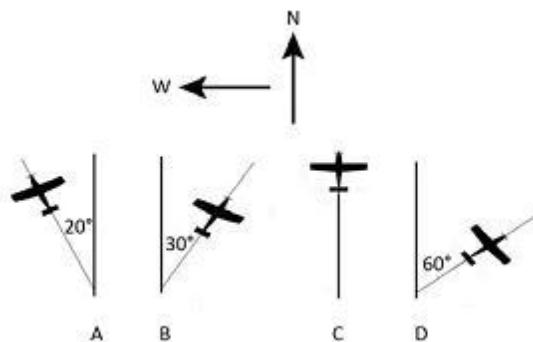
**Item incorreto.**

Mais uma incorreta, pois a velocidade angular e a frequência, assim como o número de voltas é inversamente proporcional ao raio, enquanto que o período é diretamente.

**24. (CESPE – ANAC – Especialista em Regulação de Aviação Civil – 2012)**

Considerando os princípios da cinemática dos corpos rígidos no espaço, julgue os itens seguintes.

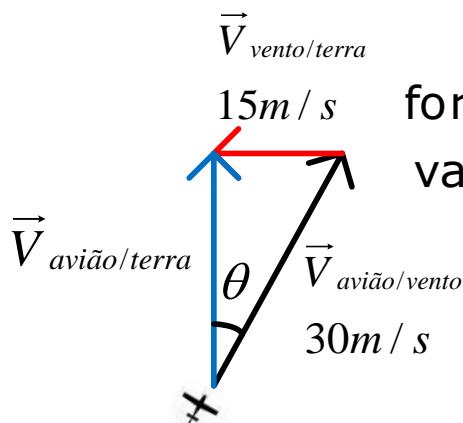
Suponha que o piloto de uma aeronave que voa à velocidade constante de 30 m/s deseja seguir na direção norte, porém, observa a ocorrência de um vento soprando de leste para oeste com uma velocidade de 15 m/s. Nesse caso, para alcançar o seu objetivo, ele deverá escolher, entre as opções mostradas na figura abaixo, voar na direção indicada em D.



**Resposta: item incorreto.**

**Comentário:**

Nesse caso vamos colocar as velocidades que estão envolvidas na questão:



Para calcular o Ângulo  $\theta$  formado entre as velocidades, vamos usar o seno do ângulo  $\theta$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{|\vec{V}_{vento/terra}|}{|\vec{V}_{avião/}|}$$

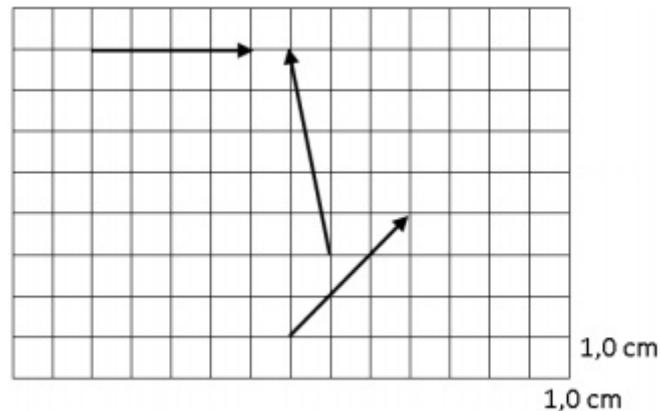
$$\operatorname{sen}\theta = \frac{15}{30} = 0,5$$

$$\log o,$$

$$\theta = 30^\circ$$

Assim, o avião deve inclinar sua velocidade inicial de  $30^\circ$  em relação à vertical, como na figura

**25. (FUNDEP - UFVJM-MG - Técnico de Laboratório/Física - 2017)** Durante um estudo de deslocamento, um estudante encontra três vetores, como os representados na figura.



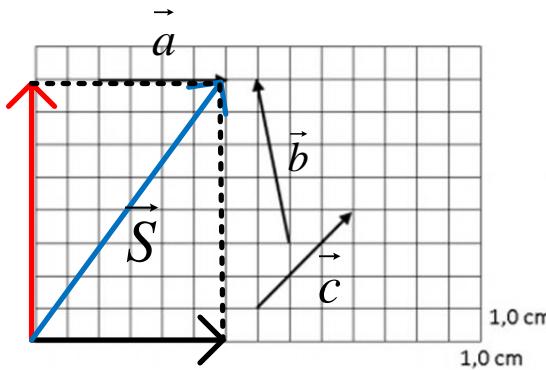
Suponha que cada quadrado da figura represente uma distância de 1,0 cm de aresta. Nesse caso, o vetor deslocamento resultante terá módulo, direção e sentido indicados em:

- A. 10,0 cm, diagonal, nordeste.
- B. 100,0 cm, diagonal, sudoeste.
- C. 5,0 cm, diagonal, noroeste.
- D. 12,0 cm, diagonal, nordeste.

**Resposta: item A.**

**Comentário:**

Vamos calcular o vetor resultante de acordo com a regra dos vetores unitários:



$$\vec{a} = 4.i$$

$$\vec{b} = -i + 5.j$$

$$\vec{c} = 3.i + 3.j$$

somando:

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 6.i + 8.j$$

o módulo será dado por:

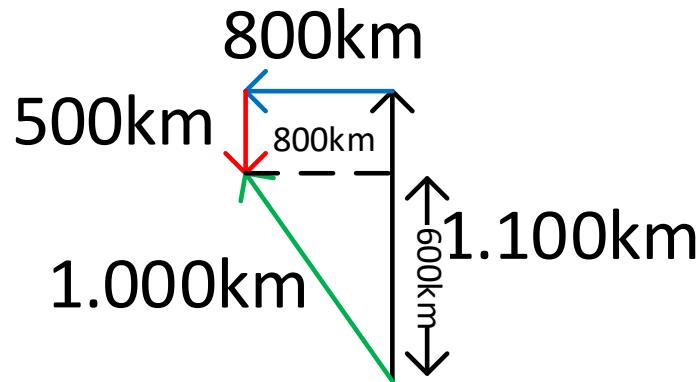
$$|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ cm}$$

**26. (VUNESP – SP – ASSISTNTE DE SUPORTE ACADÊMICO II – 2015)** O plano de voo de um avião comercial prevê os seguintes trechos: do aeroporto A ao aeroporto B, 1100 km para o norte, em 1,5 h; escala de 30 min em B; do aeroporto B ao aeroporto C, 800 km para o oeste, em 1,0 h; escala de 30 min em C; do aeroporto C ao aeroporto D, 500 km para o sul, em 30 min. O módulo da velocidade vetorial média total, de A até D, desenvolvida por esse avião, em km/h, terá sido de

- A. 250.
- B. 300.
- C. 350.
- D. 400.
- E. 450.

**Resposta: item A.**

**Comentário:**



Para calcular a velocidade média vetorial será dada pela divisão do deslocamento vetorial pelo intervalo de tempo total, incluindo as paradas eventuais.

$$|\vec{V}| = \frac{|\Delta \vec{S}|}{\Delta t} = \frac{1.000 \text{ km}}{(1,5 + 0,5 + 1,0 + 0,5 + 0,5) \text{ h}} = \frac{1.000}{4} = 250 \text{ km/h}$$

## 8. GABARITO

01.D	02.CE	03.ECE	04.E	05.E
06.A	07.C	08.C	09.C	10.D
11.C	12.E	13.D	14.B	15.E
16. B	17.C	18.C	19.C	20.E
21.E	22.E	23.B	24.E	25.A
26.A				

## 9. FÓRMULAS MAIS UTILIZADAS NA AULA

$$|\vec{a}_{ctp}| = \frac{|\vec{v}|^2}{R} \quad V_{rel}^2 = V_A^2 + V_B^2 \quad |\vec{V}_{REL}| = |\vec{V}_A| + |\vec{V}_B| \quad \begin{cases} |\vec{V}_{REL}| = |\vec{V}_A| - |\vec{V}_B|, \text{ caso } |\vec{V}_A| > |\vec{V}_B| \\ |\vec{V}_{REL}| = |\vec{V}_B| - |\vec{V}_A|, \text{ caso } |\vec{V}_B| > |\vec{V}_A| \end{cases}$$

$$\omega = \frac{V}{R} \quad a_{ctp} = \frac{|\vec{v}|^2}{R} \quad a_{ctp} = \omega^2 R$$

$$\text{RPM} \xrightarrow{:60} \text{Hz} \quad \text{Hz} \xrightarrow{\times 60} \text{RPM}$$

$$T = \frac{1}{f} \quad e \quad f = \frac{1}{T} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = 2\pi f \quad \Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{R_B}{R_A} \quad \Rightarrow \frac{V_A}{R_A} = \frac{V_B}{R_B}$$

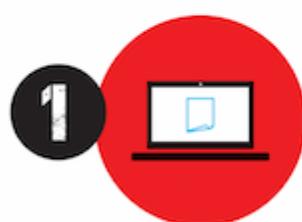
**Para refletir:**

**“Falta de coragem causa perda de momentos incríveis. Acredite sempre!”**

**Autor desconhecido.**

# ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1

Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2

Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3

Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4

Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5

Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



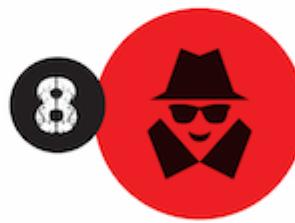
6

Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7

Concursado(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8

O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.