Aula 01

PRF (Policial) Raciocínio Lógico Matemático - 2023 (Pré-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

10 de Janeiro de 2023

Índice

Apresentação da aula

Fala, pessoal!

O principal assunto da aula de hoje é **equivalências lógicas.**

O entendimento da aula é muito importante, porém **igualmente importante** é que você **DECORE** as principais equivalências lógicas. Equivalências lógicas existem para serem usadas, e o uso delas requer que você tenha as principais fórmulas "**no sangue**".

Em seguida, será abordado **álgebra de proposições**. Nesse assunto, você deve focar nas propriedades **comutativa**, **associativa** e **distributiva**.

Como de costume, vamos exibir um **resumo** logo no **início de cada tópico** para que você tenha uma visão geral do conteúdo antes mesmo de iniciar o assunto.

Conte comigo nessa caminhada =)

Prof. Eduardo Mocellin.

@edu.mocellin

EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS

Equivalências lógicas

Duas proposições **A** e **B** são **equivalentes** quando todos os **valores lógicos** (V ou F) assumidos por elas **são iguais** para **todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem**.

Equivalências fundamentais

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

Contrapositiva

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

Transformação da condicional em disjunção inclusiva

$$p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$$

Transformação da disjunção inclusiva em condicional

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Transformação da bicondicional em condicional/conjunção

Equivalências provenientes da negação de proposições

Dupla negação da proposição simples

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (leis de De Morgan)

Para negar "e": **negar ambas** as proposições e **trocar por "ou"**.

$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Para negar "ou": **negar ambas** as proposições e **trocar por "e"**.

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

Negação da condicional

$$\sim (p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

Negação da disjunção exclusiva

$$\sim(p \veebar q) \equiv p \leftrightarrow q$$

Negação da bicondicional

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \veebar q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

Outras equivalências

Equivalência do conectivo bicondicional

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$$

Negação da conjunção para a forma condicional

$$\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$$

Conjunção de condicionais

Quando o **termo comum** é o **consequente**, a equivalência apresenta uma **disjunção inclusiva** no **antecedente**.

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

Quanto o **termo comum** é o **antecedente**, a equivalência apresenta uma **conjunção** no **consequente**.

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$

O que é uma equivalência lógica

Quando duas proposições apresentam a mesma tabela-verdade dizemos que as **proposições são equivalentes.**

A representação da equivalência lógica é dada pelo o símbolo ⇔ ou ≡. Se **A** é equivalente a **B**, podemos escrever de duas maneiras:

A ⇔ B

A ≡ B

Observação: o símbolo de equivalência ⇔ é diferente do conectivo bicondicional ↔

Informalmente, podemos dizer que duas proposições são equivalentes quando elas têm o mesmo significado. Exemplo:

a: "Eu moro em Taubaté."

b: "**Não é verdade** que eu **não** moro em Taubaté."

O conceito de **equivalência lógica** pode ser melhor detalhado assim:

Duas proposições **A** e **B** são **equivalentes** quando todos os **valores lógicos** (V ou F) assumidos por elas **são iguais** para **todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem**.

Vejamos um exemplo:

Mostre que as proposições (p→q)∧(q→p) e p↔q são equivalentes.

Para resolver esse problema, basta construirmos a tabela-verdade de ambas proposições. A bicondicional já é conhecida por nós, então precisamos simplesmente confeccionar a tabela-verdade de (**p→q**)∧(**q→p**) e comparar com a bicondicional **p↔q**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Número de linhas = $2^n = 2^2 = 4$.

<u>Passo 2:</u> desenhar o esquema da tabela-verdade.

Devemos determinar:

(p→q)∧(q→p) ; **(p→q)** ; **(q→p)** ; **p** ; **q**

Podemos também incluir, de imediato, na nossa tabela a condicional **p↔q**, pois vamos compará-la com a expressão que estamos querendo obter.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$

<u>Passo 3:</u> atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

<u>Passo 4:</u> obter o valor das demais proposições.

Para os condicionais, temos que eles só serão falsos nos casos em que o precedente é verdadeiro e o consequente é falso.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V		
V	F	F	V		
F	V	V	F		
F	F	V	V		

A conjunção **(p→q)∧(q→p)** só será verdadeira quando **(p→q)** for verdadeiro e quando **(q→p)** for verdadeiro.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	
V	F	F	V	F	
F	V	V	F	F	
F	F	V	V	V	

Para a bicondicional, já sabemos que ela será verdadeira quando **p** e **q** forem ambos verdadeiros ou ambos falsos.

p	q	$p\rightarrow q$	$q\rightarrow p$	$(p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p)$	$p\leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Podemos perceber da análise da tabela-verdade acima que (**p→q**)∧(**q→p**) e **p↔q** assumem os exatos mesmos valores lógicos para todas as possibilidades de **p** e **q**. Logo, as proposições são equivalentes. Veja:

p	q	$p\rightarrow q$	$q\rightarrow p$	$(p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p)$	$p\leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Podemos escrever:

$$\mathbf{p\leftrightarrow q} \Leftrightarrow (\mathbf{p\rightarrow q})\wedge(\mathbf{q\rightarrow p})$$

ou

$$\mathbf{p\leftrightarrow q} \equiv (\mathbf{p\rightarrow q})\wedge(\mathbf{q\rightarrow p})$$

Equivalências fundamentais

Existem quatro equivalências fundamentais que devem ser entendidas e memorizadas. Dê especial atenção aos três primeiros casos que não só caem, mas **despencam** em provas de concurso público.

A primeira equivalência fundamental é conhecida como **contrapositiva da condicional:**

$$\mathbf{p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p}$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

1. **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
2. **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Como exemplo, sejam as proposições:

p: "Hoje choveu."

q: "João fez a barba."

A condicional dessas duas proposições pode ser escrita por:

p→q: "**Se** **[**hoje choveu**]**, **então** **[**João fez a barba**]**."

Observe que a frase seguinte é equivalente:

~q→~p: "**Se** **[**João **não** fez a barba**]**, **então** **[****não** choveu**]**."

Um erro muito explorado pelas bancas é dizer que **p→q** seria equivalente a **~p→~q**. Isso porque é muito comum no dia-a-dia as pessoas cometerem esse erro.

Observe o exemplo acima: "se hoje choveu, então João fez a barba". Vamos supor que não choveu. O que podemos afirmar sobre barba de João? Absolutamente nada, ele pode tanto ter feito quanto não ter feito a barba.

Por outro lado, podemos afirmar sem dúvida que **~q→~p**, isto é, "se João não fez a barba, então hoje não choveu".

Em resumo: p→q não é equivalente a ~p→~q.

Mostre que são equivalentes p→q e ~q→~p.

Para mostrar a equivalência, montaremos a tabela-verdade de **~q→~p** e compararemos com **p→q**.

<u>**Passos 1, 2 e 3:**</u> **determinar o número de linhas, desenhar o esquema e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.**

Vamos também incluir **p→q** para fins de comparação.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \to \sim p$	$p \to q$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

<u>**Passo 4:**</u> **obter o valor das demais proposições.**

Para obter **~p** e **~q**, basta inverter o valor lógico de **p** e de **q**.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \to \sim p$	$p \to q$
V	V	F	F		
V	F	F	V		
F	V	V	F		
F	F	V	V		

Para obter **~q→~p**, basta observar que ela só será falsa quando **~q** for verdadeiro **~p** for falso.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \to \sim p$	$p \to q$
V	V	F	F	V	
V	F	F	V	F	
F	V	V	F	V	
F	F	V	V	V	

Por fim, podemos incluir na tabela a condicional **p→q** e comparar os valores lógicos assumidos por **~q→~p**.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \to \sim p$	$p \to q$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Observe que os valores lógicos são exatamente iguais e, portanto, **p→q** e **~q→~p** são equivalentes.

p→q ≡ ~q→~p

Vamos resolver dois exercícios envolvendo essa equivalência que acabamos de aprender.

(CBM AM/2022) Um antigo ditado diz: “Se há fumaça então há fogo”.

Uma sentença logicamente equivalente é

a) se há fogo então há fumaça.

b) se não há fumaça então não há fogo.

c) se não há fogo, então não há fumaça.

d) se não há fumaça pode haver fogo.

e) se há fogo então pode haver fumaça.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

u: "Há fumaça."

o: "Há fogo."

A sentença original pode ser descrita por **u→o**:

u→o: “**Se** [há fumaça], **então** [há fogo]”.

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

u→o ≡ ~o→~u

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~o→~u: "**Se** [**não** há fogo], **então** [**não** há fumaça]."

Gabarito: Letra C.

(Pref. Bagé/2020) Uma proposição equivalente de “Se a prova está difícil, então Antônio não será aprovado no concurso” é:

a) A prova está difícil e Antônio não será aprovado no concurso.

b) Se Antônio for aprovado no concurso, então a prova não está difícil.

c) A prova está fácil e Antônio foi aprovado no concurso.

d) A prova está fácil e Antônio não foi aprovado no concurso.

e) A prova não está fácil e Antônio foi aprovado no concurso.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "A prova está difícil."

a: "Antônio será aprovado no concurso."

A proposição original pode ser descrita por **p→~a**:

p→~a: “**Se [**a prova está difícil**]**, **então [**Antônio <u>**não**</u> será aprovado no concurso**]**.”

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

p→~a ≡ ~(~a)→~p

Como a dupla negação de **a** corresponde à própria proposição **a**, a condicional equivalente pode também ser descrita por **a→~p**.

p→~a ≡ a→~p

Logo, temos a seguinte proposição equivalente:

a→~p: "**Se [**Antônio for aprovado no concurso**]**, **então [**a prova <u>**não**</u> está difícil**]**."

Gabarito: Letra B.

INDO MAIS FUNDO!

Na questão anterior definimos originalmente a seguinte **sentença declarativa <u>afirmativa</u>**:

a: "Antônio será aprovado."

A sua negação corresponde a:

~a: "Antônio **<u>não</u>** será aprovado."

A proposição original, nesse caso, foi descrita por **p→~a**.

Poderíamos ter resolvido a questão definindo originalmente uma sentença declarativa <u>negativa</u>. **<u>Isso em nada altera o gabarito</u>**. Poderíamos, portanto, ter definido a proposição **a** como:

a: "Antônio **<u>não</u>** será aprovado."

Nesse caso, a sua negação seria:

~a: "Antônio será aprovado."

A proposição original, a partir dessas novas definições, seria descrita por **p→a**.

A seguir, vamos resolver a mesma questão de outro modo. **<u>Compare com a resolução anterior</u>**.

(Pref. Bagé/2020) Uma proposição equivalente de "Se a prova está difícil, então Antônio não será aprovado no concurso" é:

a) A prova está difícil e Antônio não será aprovado no concurso.

b) Se Antônio for aprovado no concurso, então a prova não está difícil.

c) A prova está fácil e Antônio foi aprovado no concurso.

d) A prova está fácil e Antônio não foi aprovado no concurso.

e) A prova não está fácil e Antônio foi aprovado no concurso.

Comentários:

Considere as proposições simples:

p: "A prova está difícil."

a: "Antônio **<u>não</u>** será aprovado."

A proposição original é descrita por **p→a**:

p→a: "**Se [**a prova está difícil**]**, **então [**Antônio **não** será aprovado no concurso**]**."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

p→a ≡ ~a→~p

Logo, temos a seguinte proposição equivalente:

~a→~p: "**Se [**Antônio for aprovado no concurso**]**, **então [**a prova **não** está difícil**]**."

Gabarito: Letra B.

A segunda equivalência fundamental é a **transformação da condicional em disjunção inclusiva:**

p→q ≡ ~pVq

A equivalência é realizada do seguinte modo:

1. **Nega-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
3. **Mantém-se o segundo termo.**

Como exemplo, considere novamente a seguinte condicional:

p→q: "**Se [**hoje choveu**]**, **então [**João fez a barba**]**."

Observe que a frase seguinte é equivalente:

~pVq: "**[**Hoje **não** choveu**]** **ou** **[**João fez a barba**]**."

Mostre que são equivalentes p→q e ~pVq

Para mostrar a equivalência, montaremos a tabela-verdade de **~pVq** e compararemos com **p→q**.

<u>Passos 1, 2 e 3:</u> determinar o número de linhas, desenhar o esquema e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

Vamos também incluir **p→q** para fins de comparação.

p	q	~p	~pVq	p→q
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

<u>Passo 4:</u> obter o valor das demais proposições.

Para obter **~p** basta inverter o valor lógico de **p**.

p	q	~p	~pVq	p→q
V	V	F		
V	F	F		
F	V	V		
F	F	V		

Para obter **~pVq**, basta observar que ela só será falsa quando **~p** e **q** forem ambos falsos.

p	q	~p	~pVq	p→q
V	V	F	V	
V	F	F	F	
F	V	V	V	
F	F	V	V	

Por fim, podemos incluir na tabela a condicional **p→q** e comparar os valores lógicos assumidos por **~pVq**.

p	q	~p	~pVq	p→q
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Observe que os valores lógicos são exatamente iguais e, portanto, **p→q** e **~pVq** são equivalentes.

p→q ≡ ~pVq

Vamos resolver duas questões que utilizam essa equivalência.

(BANESTES/2021) A frase a seguir é um conhecido ditado popular:

"Se não tem cão então caça com gato"

Uma frase logicamente equivalente é:

a) Se tem cão então não caça com gato;

b) Se caça com gato então não tem cão;

c) Tem cão ou caça com gato;

d) Tem cão e caça com gato;

e) Tem cão ou não caça com gato.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Tem cão."

g: "Caça com gato."

A proposição original pode ser descrita por **~c→g**:

~c→g: "**Se** [**não** tem cão], **então** [caça com gato]."

As alternativas apresentam tanto condicionais (→) quanto uma disjunção inclusiva ("ou", ∨) como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- **p→q ≡ ~q→~p** (contrapositiva)
- **p→q ≡ ~p ∨ q** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

~c→g ≡ ~g→~(~c)

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Ficamos com:

~c→g ≡ ~g→c

A proposição equivalente pode ser escrita por:

$\sim g \rightarrow c$:"**Se** [**não** caça com gato], **então** [tem cão]."

Veja que essa equivalência não está nas alternativas apresentadas.

Vamos agora utilizar a segunda equivalência. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim c \rightarrow g \equiv \sim(\sim c) \vee g$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim c \rightarrow g \equiv c \vee g$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

c∨g: "[Tem cão] **ou** [caça com gato]."

Gabarito: Letra C.

(CM POA/2012) Se **p** e **q** são proposições, e o símbolo **∼** denota negação, o símbolo **V** denota o conetivo ou, o símbolo **Λ** denota o conetivo e, símbolo **→** denota o conetivo condicional, então a proposição **(p→∼q)** é equivalente à seguinte fórmula

a) **(∼p∧∼q)**

b) **∼(p∨q)**

c) **(∼p∧q)**

d) **(∼p∨q)**

e) **(∼p∨∼q)**

Comentários:

Note que a proposição original é uma condicional e, nas alternativas, as possíveis opções de equivalência são a **conjunção ("e", ∧)** e a **disjunção inclusiva ("ou", ∧)**. Nesse caso, **não devemos utilizar a equivalência contrapositiva**, pois ela resulta em uma nova condicional. Devemos, portanto, aplicar a seguinte equivalência fundamental:

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Aplicando essa equivalência para **($p \rightarrow \sim q$)**, temos:

$$\mathbf{p \rightarrow (\sim q) \equiv \sim p \vee (\sim q)}$$

A equivalência obtida corresponde à **alternativa E**: **($\sim p \vee \sim q$)**.

Gabarito: Letra E.

A terceira equivalência fundamental para sua prova é a **transformação da disjunção em uma condicional**:

$$\mathbf{p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q}$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

1. **Nega-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela condicional (→); e**
3. **Mantém-se o segundo termo.**

Como exemplo, a disjunção inclusiva "**[**Pedro estuda**]** **ou** **[**trabalha**]**" é equivalente a "**Se** **[**Pedro **não** estuda**]**, **então** **[**trabalha**]**".

Mostre que são equivalentes $p \vee q$ e $\sim p \rightarrow q$.

Para demonstrar a equivalência, poderíamos estruturar a tabela-verdade de **$\sim p \rightarrow q$** e comparar com **$p \vee q$**, como feito nos exemplos anteriores. Contudo, existe uma outra forma.

Já vimos que <u>uma equivalência da condicional corresponde a negar o primeiro termo e realizar uma disjunção inclusiva com o segundo termo</u>. A equivalência que conhecemos é:

$$\mathbf{p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q}$$

Como as proposições **p** e **q** são arbitrárias (poderíamos ter chamado de **r** e **s**, por exemplo), podemos chamar a primeira proposição de (**$\sim p$**). Assim, continuamos com a mesma regra: <u>negamos o primeiro termo e realizamos uma disjunção inclusiva com o segundo termo.</u>

$$\mathbf{(\sim p) \rightarrow q \equiv \sim(\sim p) \vee q}$$

A dupla negação de uma proposição simples é equivalente à própria proposição simples, isto é, **~(~p) ≡ p**. Substituindo esse fato na equivalência acima, temos:

$$(\sim p)\rightarrow q \equiv p \vee q$$

Agora basta alterar a ordem da equivalência acima para chegarmos ao resultado que queremos:

$$p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$$

Vamos a um exercício.

(Pref. Campinas/2019) Uma afirmação equivalente a: "Os cantadores da madrugada saíram hoje ou eu não ouço bem", é

a) Os cantadores da madrugada não saíram hoje ou eu ouço bem.

b) Os cantadores da madrugada saíram hoje e eu ouço bem.

c) Se os cantadores da madrugada saíram hoje, então eu não ouço bem.

d) Os cantadores da madrugada não saíram hoje e eu ouço bem.

e) Se os cantadores da madrugada não saíram hoje, então eu não ouço bem.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

m: "Os cantadores da madrugada saíram hoje."

o: "Eu ouço bem."

A afirmação original é dada pela disjunção inclusiva **mV~o**.

mV~o: "**[**Os cantadores da madrugada saíram hoje**]** **ou** **[**eu **não** ouço bem**]**."

Sabemos que a disjunção apresenta uma equivalência fundamental dada por **pVq ≡ ~p→q**. Isto é, deve-se realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela condicional (→); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Aplicando essa equivalência para proposição em questão, ficamos com:

$$m \vee \sim o \equiv \sim m \rightarrow \sim o$$

A equivalência obtida é descrita por:

~m→~o: "**Se** **[**os cantadores da madrugada **não** saíram hoje**]**, **então** **[**eu **não** ouço bem**]**."

Gabarito: Letra E.

DESPENCA NA PROVA!

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$
$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$
$$p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$$

Apresentadas as três primeiras equivalências fundamentais, ressalto também que o resultado obtido com o exemplo do primeiro tópico é importante e deve ser memorizado:

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Para exemplificar a equivalência, podemos dizer que a bicondicional "**[**Durmo**] se e somente se [**estou cansado**]**" é equivalente a "**[Se (**estou cansado**)**, **então (**durmo**)] e [se (**durmo**)**, **então (**estou cansado**)]**".

Os alunos costumam decorar essa equivalência com do seguinte modo: "uma forma equivalente à bicondicional é **ir e voltar** com a condicional".

ATENÇÃO DECORE!

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Mnemônico: Uma forma equivalente à **bicondicional** é **ir e voltar** com a **condicional**

(ISS RJ/2010) A proposição "um número inteiro é par se e somente se o seu quadrado for par" equivale logicamente à proposição:

a) se um número inteiro for par, então o seu quadrado é par, e se um número inteiro não for par, então o seu quadrado não é par.

b) se um número inteiro for ímpar, então o seu quadrado é ímpar.

c) se o quadrado de um número inteiro for ímpar, então o número é ímpar.

d) se um número inteiro for par, então o seu quadrado é par, e se o quadrado de um número inteiro não for par, então o número não é par.

e) se um número inteiro for par, então o seu quadrado é par.

Comentários:

Sejam as proposições:

p: "Um número inteiro é par."

q: "O quadrado de um número inteiro é par."

A proposição composta pode ser assim representada:

$p \leftrightarrow q$: "[Um número inteiro é par**] se e somente se [**o seu quadrado for par**]**."

A bicondicional é equivalente a:

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p)$$

Não temos alternativa que corresponda a essa última equivalência, porém, se realizarmos a **contrapositiva** de **$(q \to p)$**, encontramos:

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (\sim p \to \sim q)$$

Esse resultado pode ser lido como:

$(p \to q) \wedge (\sim p \to \sim q)$: "**[Se (**um número inteiro for par**)**, **então (**o seu quadrado é par**)]**, **e [se (**um número inteiro **não** for par**)**, **então (**o seu quadrado **não** é par**)]**."

Gabarito: Letra A

Equivalências provenientes da negação de proposições

Antes de adentrarmos no assunto, é importante esclarecer que **não se deve confundir equivalência com negação**.

Ao se construir **negação** de uma proposição, constrói-se uma nova proposição com **valores lógicos sempre opostos aos da proposição original**.

Veremos mais adiante, por exemplo, que a **negação** de **p∧q** é **~p∨~q**. Nesse caso:

- **Não podemos dizer que** **p∧q** é equivalente a **~p ∨~q,**
- **Podemos dizer que** **~(p∧q)** é equivalente a **~p ∨~q**, isto é, **~(p∧q) ≡ ~p ∨~q**.

Feitas estas considerações iniciais, passemos ao estudo das equivalências provenientes da negação de proposições.

Existem muitas maneiras de se expressar uma negação. A seguir serão apresentadas as formas mais comuns.

Dupla negação da proposição simples

Um resultado importante que pode ser obtido da tabela verdade é que a **negação da negação de p** sempre tem valor lógico igual a **proposição p**, ou seja, é equivalente a **p**.

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

A prova dessa equivalência corresponde à tabela-verdade abaixo.

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
V	F	V
F	V	F

Como exemplo, a dupla negação "**Não é verdade que [**Joãozinho **não** comeu o chocolate**]**" é equivalente a "Joãozinho comeu o chocolate".

ATENÇÃO DECORE!

A **negação da negação de p** é equivalente a **p.**

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (leis de De Morgan)

Negação da conjunção

Para realizar a negação conjunção **p∧q**, deve-se seguir o seguinte procedimento:

1. **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
2. **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Como resultado, podemos escrever que a negação de **p∧q**, também conhecida por **~(p∧q)**, é equivalente a **~p ∨~q:**

$$\sim(p\wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Como exemplo, sejam as proposições:

p: "Comi lasanha."

q: "Bebi refrigerante."

A conjunção dessas duas proposições pode ser escrita por:

p∧q: "**[**Comi lasanha**] e [**bebi refrigerante**]**."

A negação dessa frase é:

~ (p∧q) ≡ ~p ∨~q: "**[Não** comi lasanha**] ou [não** bebi refrigerante**]**."

Mostre que são equivalentes ~(p∧q) e ~p ∨~q.

Passos 1, 2 e 3: determinar o número de linhas, estruturar a tabela-verdade e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

Para fins de comparação, vamos incluir ambas as proposições em uma mesma tabela.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

<u>Passo 4:</u> obter o valor das demais proposições.

~p e **~q** são obtidos com a negação de **p** e **q** respectivamente.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F			
V	F	F	V			
F	V	V	F			
F	F	V	V			

A conjunção **p∧q** só é verdadeira quando **p** e **q** são verdadeiras. Nos demais casos, será sempre falsa.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V		
V	F	F	V	F		
F	V	V	F	F		
F	F	V	V	F		

A proposição **~ (p∧q)** é obtida pela negação de **p∧q.**

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V	F	
V	F	F	V	F	V	
F	V	V	F	F	V	
F	F	V	V	F	V	

Finalmente, os valores lógicos da proposição **~pV~q** são obtidos pela disjunção inclusiva de **~p** e **~q**, sendo falsa apenas quando ambas as proposições simples negadas forem falsas.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

Observe que os valores lógicos assumidos por **~(p∧q)** e **~pV~q** são iguais. Portanto, as proposições são equivalentes.

$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Negação da disjunção inclusiva

De modo semelhante à negação da conjunção, para negarmos a disjunção inclusiva **$p \vee q$,** devemos seguir o seguinte procedimento:

1. **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
2. **Troca-se a disjunção inclusiva ($\vee$) pela conjunção ($\wedge$).**

Como resultado disso, podemos escrever que a negação de **$p \vee q$**, também conhecida por **$\sim(p \vee q)$**, é equivalente a **$\sim p \wedge \sim q$:**

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

Vejamos um exemplo:

$p \vee q$: "[Comi lasanha] **ou** [bebi refrigerante]."

A negação dessa frase seria:

$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$: "[**Não** comi lasanha] **e** [**não** bebi refrigerante]."

Essa equivalência pode ser facilmente constatada na tabela-verdade:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Para negar "**e**": **negar ambas** as proposições e **trocar por** "**ou**".

$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Para negar "**ou**": **negar ambas** as proposições e **trocar por** "**e**".

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

(SSP AM/2022) Considere a afirmação:

"Hoje é sexta-feira e amanhã não trabalharei".

A negação lógica dessa sentença é

a) Hoje não é sexta-feira e amanhã trabalharei.

b) Hoje não é sexta-feira ou amanhã trabalharei.

c) Hoje não é sexta-feira, então amanhã trabalharei.

d) Hoje é sexta-feira e amanhã trabalharei.

e) Hoje é sexta-feira ou amanhã não trabalharei.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

h: "Hoje é sexta-feira."

a: "Amanhã trabalharei."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **h∧~a**:

h∧~a:"**[**Hoje é sexta-feira**]** **e** **[**Amanhã **não** trabalharei**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(h∧~a) ≡ ~h∨~(~a)

A dupla negação da proposição simples **a** corresponde à proposição original. Ficamos com:

~(h∧~a) ≡ ~h∨a

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~h∨a: "**[**Hoje **não** é sexta-feira**]** **ou** **[**amanhã trabalharei**]**."

Gabarito: Letra B.

(SEMSA Manaus/2022) Considere a sentença:

“Paulo é torcedor do Nacional ou Débora não é torcedora do Fast”.

A negação lógica dessa sentença é

a) Paulo não é torcedor do Nacional ou Débora não é torcedora do Fast.

b) Paulo não é torcedor do Nacional ou Débora é torcedora do Fast.

c) Paulo não é torcedor do Nacional e Débora não é torcedora do Fast.

d) Paulo não é torcedor do Nacional e Débora é torcedora do Fast.

e) Paulo é torcedor do Nacional ou Débora é torcedora do Fast.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Paulo é torcedor do Nacional."

d: "Débora é torcedora do Fast."

A sentença original pode ser descrita por **p∨~d:**

p∨~d: “**[**Paulo é torcedor do Nacional**]** **ou** **[**Débora **não** é torcedora do Fazt**]**.”

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência **~(p∨q) ≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela conjunção (∧).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(p \vee \sim d) \equiv \sim p \wedge \sim(\sim d)$$

A dupla negação de **d** corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim(p \vee \sim d) \equiv \sim p \wedge d$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~p∧d: "[Paulo **não** é torcedor do Nacional**]** **e** **[**Débora é torcedora do Fast**]**."

Gabarito: Letra D.

(TRT 9/2022) A negação da afirmação: “não ficou doente e vai ficar em casa” é:

a) Ficou doente e não vai ficar em casa.

b) Não ficou doente ou vai ficar em casa.

c) Ficou doente ou não vai ficar em casa.

d) Ficou doente ou vai ficar em casa.

e) Não ficou doente ou não vai ficar em casa.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "Ficou doente."

c: "Vai ficar em casa."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **~d∧c**:

~d∧c:"**[Não** ficou doente**] e [**vai ficar em casa**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(~d∧c) ≡ ~(~d)∨~c

A dupla negação de **c** corresponde à proposição original. Ficamos com:

~(~d∧c) ≡ d∨~c

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

d∨~c: “**[**Ficou doente**] ou [não** vai ficar em casa**]**.”

Gabarito: Letra C.

(SAAE/2018) Considere a afirmação:

Vou de tênis e visto um paletó, ou não faço sucesso.

Uma negação lógica dessa afirmação é:

a) Não vou de tênis ou não visto um paletó, e faço sucesso.

b) Vou de tênis e não visto um paletó, ou não faço sucesso.

c) Não vou de tênis ou visto um paletó, e faço sucesso.

d) Não vou de tênis e visto um paletó, ou não faço sucesso.

e) Vou de tênis ou visto um paletó ou faço sucesso

Comentário:

Sejam as proposições simples:

t: "Vou de tênis."

p: "Visto um paletó."

s: "Faço sucesso."

A afirmação do enunciado é dada por:

(t∧p)∨~s: "[(Vou de tênis) **e** (visto um paletó)], **ou** [**não** faço sucesso]."

A negação dessa frase é a negação de uma **disjunção inclusiva ("ou", ∨)** composta por dois termos: o termo **(t∧p)** e o termo **~s**.

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência ~(**p∨q**) **≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela conjunção (∧).**

Aplicando a equivalência em questão para negar **(t∧p)**∨**~s**, ficamos com:

~ [(t∧p)∨~s] ≡ ~(t∧p) ∧ ~(~s)

Agora temos a negação da conjunção **(t∧p)** e a dupla negação de **s**. Podemos novamente negar **p∧q** por De Morgan e, além disso, a dupla negação de **s** corresponde à proposição original **s**. Ficamos com:

(~t∨~p)∧s

(~t∨~p) ∧ s é a negação que estamos procurando e pode ser escrita assim:

(~t∨~p) ∧ s: "[(**Não** vou de tênis) **ou** (**não** visto um paletó)], **e** [faço sucesso]."

Gabarito: Letra A.

Negação da condicional

A negação de **p→q** é realizada por meio da seguinte equivalência:

~ (p→q) ≡ p∧~q

A negação da condicional é realizada do seguinte modo:

1. **Mantém-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
3. **Nega-se o segundo termo.**

Como exemplo, considere a condicional:

p→q: "Se [eu beber], **então** [dou gargalhadas]."

A negação dessa expressão pode ser escrita como:

~ (p→q) ≡ p∧~q: "[Eu bebo] **e** [**não** dou gargalhadas]."

INDO MAIS FUNDO!

Mostre que ~(p→q) é equivalente a p∧~q.

Como não poderia deixar de ser, essa equivalência é obtida a partir da seguinte tabela-verdade:

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$
V	V	F	F	V	F
V	F	V	V	F	V
F	V	F	F	V	F
F	F	V	F	V	F

Podemos obter o mesmo resultado de um outro modo, pois sabemos das equivalências fundamentais que:

p→q ≡ ~p∨q

Se negarmos ambos os lados da equivalência anterior, obteremos:

~(p→q) ≡ ~((~p)∨q)

O lado direito dessa equivalência é a negação de uma disjunção. Utilizando a equivalência de De Morgan, obtemos:

~(p→q) ≡ ~(~p)∧~q

A negação da negação de uma proposição é a própria proposição original. Portanto:

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

Essa equivalência é muito importante e deve ser memorizada.

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

Não confunda as seguintes equivalências

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

(EPE/2022) A negação da afirmativa “Se João vai ao jogo, então o Flamengo perde” é

a) João vai ao jogo e o Flamengo não perde.

b) João não vai ao jogo e o Flamengo perde.

c) João não vai ao jogo e o Flamengo não perde.

d) Se João não vai ao jogo, então o Flamengo perde.

e) Se João não vai ao jogo, então o Flamengo não perde.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

j: "João vai ao jogo."

f: "O Flamengo perde."

A sentença original pode ser descrita por **j→f**:

j→f: “**Se** [João vai ao jogo], **então** [o Flamengo perde]”.

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(j→f) ≡ j∧~f

Logo, a negação pode ser descrita por:

j∧~f: "**[**João vai ao jogo**] e [**o Flamengo **não** perde**]**."

Gabarito: Letra A.

(Pref. Panambi/2020) A negação da seguinte proposição composta: "Se estudo atentamente então serei nomeado em concurso público" é:

a) Se não estudo atentamente, então não serei nomeado em concurso público.

b) Estudo atentamente e não serei nomeado em concurso público.

c) Se não serei nomeado em concurso público, então não estudo atentamente.

d) Estudo atentamente ou serei nomeado em concurso público.

e) Não estudo atentamente se, somente se não serei nomeado em concurso público.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Estudo atentamente."

n: "Serei nomeado em concurso público."

A sentença original pode ser descrita por **e→n**:

e→n: "**Se [**estudo atentamente**] então [**serei nomeado em concurso público**]**."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Aplicando para a condicional da questão, temos que a negação de **e→n** é dada por:

$$\sim (e \rightarrow n) \equiv e \wedge \sim n$$

Temos, portanto, a seguinte negação:

e∧~n: " [Estudo atentamente] **e** [**não** serei nomeado em concurso público]."

Gabarito: Letra B.

Negação da disjunção exclusiva

A **negação da disjunção exclusiva** mais comum é equivalente a própria **bicondicional**.

$$\sim(p \veebar q) \equiv p \leftrightarrow q$$

Como exemplo, considere a disjunção exclusiva:

p⊻q: "Ou jogo bola, ou jogo sinuca."

A negação dessa expressão é dada pelo bicondicional abaixo:

~(p⊻q) ≡ p↔q: "Jogo bola se e somente se jogo sinuca."

Mostre que são equivalentes ~(p⊻q) e p↔q.

Vamos colocar lado a lado as tabelas-verdade de **p↔q** e **p⊻q**.

p	q	$p \veebar q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	V
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

Quando as proposições simples **p** e **q** têm o mesmo valor lógico, a disjunção exclusiva **p⊻q** é falsa. Nos demais casos, é verdadeira.

Para a bicondicional **p↔q** ocorre exatamente o oposto: os casos em que ela é verdadeira são somente aqueles em que **p** e **q** são iguais.

Isso significa que, ao negarmos a disjunção exclusiva, chegaremos à bicondicional. Veja:

p	q	$p \veebar q$	$\sim(p \veebar q)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	V	V

Assim, temos:

$$\sim(p \veebar q) \equiv p \leftrightarrow q$$

ATENÇÃO DECORE!

A **negação da disjunção exclusiva** é equivalente a própria **bicondicional**.

$$\sim (p \veebar q) \equiv p \leftrightarrow q$$

Negação da bicondicional

São quatro as maneiras mais comuns de se negar a bicondicional. A primeira que vamos apresentar é que a **negação da bicondicional é equivalente à disjunção exclusiva.**

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \veebar q$$

Mostre que $\sim (p \leftrightarrow q)$ e $p \veebar q$ são equivalentes.

Essa relação pode ser provada por tabela-verdade:

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\sim(p \leftrightarrow q)$	$p \veebar q$
V	V	V	F	F
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	F	F

Podemos também demonstrar a equivalência $\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \veebar q)$ utilizando outra equivalência já conhecida, a negação da disjunção exclusiva:

$$\sim(p \veebar q) \equiv p \leftrightarrow q$$

Podemos negar os dois lados desse resultado da seguinte forma:

$$\sim(\sim(p \veebar q)) \equiv \sim(p \leftrightarrow q)$$

A proposição composta $p \veebar q$ é uma proposição assim como qualquer proposição simples, com a diferença que ela é resultado de uma composição de proposições simples por meio de um conectivo. Assim, continua válido o entendimento de que ao negar duas vezes uma proposição retornamos à proposição original. Logo:

$$p \veebar q \equiv \sim(p \leftrightarrow q)$$

Esse resultado pode ser escrito da seguinte forma, trocando os lados direito e esquerdo da equivalência anterior:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \veebar q)$$

Podemos ainda negar a proposição bicondicional, negando **apenas uma** das suas proposições simples. Veja:

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv (\sim p)\leftrightarrow q$$

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv p\leftrightarrow(\sim q)$$

Lembre-se de que esses resultados também podem ser obtidos por tabela-verdade.

Cabe salientar que existe uma outra forma de **negação da bicondicional utilizando apenas operadores de conjunção e disjunção**:

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv (p\wedge\sim q) \vee (q\wedge\sim p)$$

INDO MAIS FUNDO!

Mostre que $\sim(p\leftrightarrow q)$ e $(p\wedge\sim q)\vee(q\wedge\sim p)$ são equivalentes.

A utilização da tabela-verdade é a forma tradicional de se provar a equivalência. Vejamos, porém, uma forma mais interessante de provar esta equivalência por meio de outras equivalências que já aprendemos.

Vamos utilizar uma equivalência fundamental já apresentada, que relaciona a bicondicional com duas condicionais:

$$p\leftrightarrow q \equiv (p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p)$$

Se negarmos ambos os lados da equivalência teremos o seguinte:

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv \sim((p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p))$$

Veja-se que o lado direito da equivalência é a negação de uma conjunção, que pode ser reescrita utilizando De Morgan:

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv \sim(p\rightarrow q) \vee \sim(q\rightarrow p)$$

Agora devemos negar os dois condicionais, **$(p\rightarrow q)$** e **$(q\rightarrow p)$**.

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv (p\wedge\sim q) \vee (q\wedge\sim p)$$

Finalmente chegamos à negação da bicondicional, utilizando apenas operadores de negação, conjunção e disjunção inclusiva.

ATENÇÃO DECORE!

As quatro formas mais comuns de **negação da bicondicional** são:

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv p \underline{\vee} q$$

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

Outras equivalências

Neste tópico, serão apresentadas outras equivalências que podem ser cobradas em prova, mas que apresentam menor incidência do que as ditas fundamentais.

Equivalência do conectivo bicondicional

Uma forma equivalente de se escrever a bicondicional é negar ambos os termos:

$$p \leftrightarrow q \equiv \sim p \leftrightarrow \sim q$$

Para fins de exemplo, se considerarmos:

p↔q: "Hoje é dia 01/09 se e somente se hoje é o primeiro dia do mês de setembro."

Essa expressão é equivalente a:

~p↔~q: "Hoje **não** é dia 01/09 se e somente se hoje **não** é o primeiro dia do mês de setembro."

Verifiquemos na tabela-verdade:

p	q	~p	~q	p↔q	~p↔~q
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Equivalência do bicondicional p↔q: negam-se p e q.

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$$

Equivalência da negação do bicondicional ~(p↔q): nega-se apenas um dos termos.

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

ATENÇÃO DECORE!

Equivalência do bicondicional $p \leftrightarrow q$: nega-se tanto p quanto q.

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$$

(Pref. Vila Lângaro/2019) A negação da proposição “João passa no concurso público se e somente se João estuda” é:

a) João não passa no concurso público se e somente se João não estudou.

b) João não passa no concurso público e João não estudou.

c) João passa no concurso público e João estuda.

d) Ou João passa no concurso público ou João estuda.

e) Se João passa no concurso público, então João estuda.

Comentários:

A proposição composta original é uma bicondicional **$p \leftrightarrow q$** cujos termos são:

p: " João passa no concurso público."

q: " João estuda."

As principais formas de se negar a bicondicional são:

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv p \veebar q$$

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

A primeira forma apresentada corresponde à letra D:

$p \veebar q$: " **Ou** [João passa no concurso público] **ou** [João estuda]."

As demais formas apresentadas nas alternativas não correspondem à negação da bicondicional. Especial atenção deve ser dada à alternativa A, que apresenta uma equivalência do bicondicional, não uma negação:

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$$

Gabarito: Letra D.

Negações da conjunção para a forma condicional

Existem duas maneiras de se negar a conjunção de modo que ela adquira a forma condicional:

$$\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$$

Mostre que $\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$ são equivalentes.

Utilizando a negação da conjunção por De Morgan:

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Chegamos a uma disjunção inclusiva, mas queremos encontrar uma condicional. Como proceder? Basta lembrar que existe uma equivalência fundamental que correlaciona a disjunção inclusiva com a condicional, que é dada por $p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$. Essa equivalência nos diz basicamente que, para levar uma disjunção inclusiva para a condicional, devemos negar o primeiro termo e manter o segundo termo. Desse modo, vamos negar o primeiro termo e manter o segundo termo de $\sim p \vee \sim q$.

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \equiv \sim(\sim p) \rightarrow \sim q$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim(\sim p) \rightarrow \sim q$$

A dupla negação de uma proposição é a própria proposição original. Assim, chegamos ao resultado pretendido:

$$\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$$

Agora que sabemos que $\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$, a prova da outra equivalência fica mais simples. Veja:

Mostre que $\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$ são equivalentes.

Conhecemos a seguinte equivalência fundamental:

$$\text{(i). } p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

Essa equivalência nos mostra que uma condicional é equivalente à condicional resultante da negação das proposições originais, invertendo-se a posição do antecedente e do consequente.

Também conhecemos a seguinte equivalência:

$$\text{(ii). } \sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$$

Utilizando-se a conclusão da **equivalência (i)** combinada à **equivalência (ii)**, teremos:

$$\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q \equiv \sim(\sim q) \rightarrow \sim p$$

A dupla negação $\sim(\sim q)$ equivale à proposição original **q**. Logo:

$$\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$$

ATENÇÃO DECORE!

$$\sim(p \land q) \equiv p \rightarrow \sim q$$

$$\sim(p \land q) \equiv q \rightarrow \sim p$$

(MRE/2016) Considere a sentença "Corro e não fico cansado". Uma sentença logicamente equivalente à negação da sentença dada é:

a) Se corro então fico cansado.

b) Se não corro então não fico cansado.

c) Não corro e fico cansado.

d) Corro e fico cansado.

e) Não corro ou não fico cansado.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Corro."

f: "Fico cansado."

O enunciado apresenta a sentença $c \land \sim f$ e pede a negação $\sim(c \land \sim f)$.

Observe que o enunciado requer a negação de uma conjunção e as alternativas apresentam condicionais ("se...então"), conjunções ("e") e disjunção inclusiva ("ou"). Conhecemos três maneiras de se negar uma conjunção, sendo as duas últimas menos usuais:

(i). $\sim(p \land q) \equiv \sim p \lor \sim q$

(ii). $\sim(p \land q) \equiv p \rightarrow \sim q$

(iii). $\sim(p \land q) \equiv q \rightarrow \sim p$

Aplicando essas equivalências para o caso em questão, ficamos com:

(i). $\sim(c \land \sim f) \equiv \sim c \lor \sim(\sim f)$

(ii). $\sim(c \land \sim f) \equiv c \rightarrow \sim(\sim f)$

(iii). $\sim(c \land \sim f) \equiv \sim f \rightarrow \sim c$

Como uma dupla negação corresponde à proposição original, nossas equivalências ficam assim:

(i). ~(c∧~f) ≡ ~c∨f

(ii). ~(c∧~f) ≡ c→f

(iii). ~(c∧~f) ≡ ~f→ ~c

Observe que a **equivalência (i). ~c∨f**: "**[Não** corro**]** **ou** **[**fico cansado**]**" não corresponde a nenhuma alternativa. Já a **equivalência (ii)** **corresponde à letra A**.

c→f: "**Se [**corro**]**, **então [**fico cansado**]**."

O **gabarito**, portanto, é a **alternativa A**.

Atenção! Poderíamos ter resolvido essa questão de uma outra maneira, **sem precisar conhecer as** "**negações da conjunção para a forma condicional**". Sejam as proposições simples:

c: "Corro."

f: "Fico cansado."

O enunciado apresenta a sentença **c∧~f** e pede a negação ~**(c∧~f)**. Por De Morgan, temos:

~(c∧~f) ≡ ~c ∨ **~(~f)**

A dupla negação corresponde à proposição original. Logo, temos:

~(c∧~f) ≡ ~c ∨ **f**

Veja que não temos como resposta **~c∨f**. Podemos transformar a disjunção inclusiva **~c∨f** em uma condicional utilizando a seguinte equivalência:

p∨q ≡ ~p→q

Aplicando essa equivalência em **~c** ∨ **f**, que é negação de **c∧~f**, ficamos com:

~(c∧~f) ≡ ~c ∨ **f** **≡ ~(~c)→f**

A dupla negação de **c** corresponde à proposição simples **c**. Logo, ficamos com:

~(c∧~f) ≡ ~c ∨ **f ≡ c→f**

Veja, portanto, que chegamos novamente na alternativa A:

c→f: "**Se [**corro**]**, **então [**fico cansado**]**."

Gabarito: Letra A.

Conjunção de condicionais

Existem duas equivalências que de vez em quando aparecem nas provas:

$$(p \to r) \land (q \to r) \equiv (p \lor q) \to r$$

$$(p \to q) \land (p \to r) \equiv p \to (q \land r)$$

ACORDE!

Quando o **termo comum** é o **consequente**, a equivalência apresenta uma **disjunção inclusiva** no **antecedente**.

$$(p \to r) \land (q \to r) \equiv (p \lor q) \to r$$

Quanto o **termo comum** é o **antecedente**, a equivalência apresenta uma **conjunção** no **consequente**.

$$(p \to q) \land (p \to r) \equiv p \to (q \land r)$$

Podemos verificar as duas equivalências por tabela-verdade:

P	Q	R	P→R	Q→R	PvQ	(P→R)∧(Q→R)	(PvQ)→R
V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	F	V	V

P	Q	R	P→Q	P→R	Q∧R	(P→Q)∧(P→R)	P→(Q∧R)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	F
V	V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V

(SEFAZ-AL/2020) Considere as proposições:

- P1: "Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então o trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado.".
- P2: "Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos.".

A proposição P1∧P2 é equivalente à proposição "Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então o trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos.".

Comentários:

Considere as proposições simples:

c: "Há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa."

t: "O trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado."

b: "Os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos."

A proposição **P1** pode ser descrita por **c→t** e a proposição **P2** pode ser descrita por **c→b**. Logo, a proposição **P1∧P2** pode ser descrita por:

$$(c\rightarrow t)\wedge(c\rightarrow b)$$

Devemos, portanto, avaliar se **(c→t)∧(c→b)** é equivalente a:

"**Se [**há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa**]**, **então [(**o trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado**)** **e** **(**os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos**)]**."

Isto é, devemos avaliar se **(c→t)∧(c→b)** é equivalente a **c→(t∧b)**.

Sabemos que essas duas proposições compostas são equivalentes, pois correspondem à seguinte equivalência estudada:

$$(p\rightarrow q)\wedge(p\rightarrow r) \equiv p\rightarrow(q\wedge r)$$

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Caso você não se lembre dessa equivalência na hora da prova, não se esqueça que **SEMPRE** podemos recorrer à **tabela-verdade** para verificar se duas proposições são equivalentes. Isso porque, pela definição de equivalências, temos que duas proposições **A** e **B** são **equivalentes** quando todos os **valores lógicos** (V ou F) assumidos por elas **são iguais** para **todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem**.

Para o caso em questão, podemos montar a seguinte tabela-verdade:

c	t	b	$c \rightarrow t$	$c \rightarrow b$	$t \wedge b$	$(c \rightarrow t) \wedge (c \rightarrow b)$	$c \rightarrow (t \wedge b)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	F
V	F	V	F	V	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V

Veja que ambas as proposições apresentam a mesma tabela-verdade e, portanto, são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

(PF/2004) As proposições **$(P \vee Q) \rightarrow S$** e **$(P \rightarrow S) \vee (Q \rightarrow S)$** possuem tabelas de valorações iguais.

Comentários:

A assertiva está ERRADA. A equivalência correta seria **$(P \rightarrow S) \wedge (Q \rightarrow S) \equiv (P \vee Q) \rightarrow S$**.

Lembre-se que as equivalências mostradas nesse tópico são **conjunções ($\wedge$) de condicionais**. Veja:

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$

Para mostrar formalmente que **$(P \vee Q) \rightarrow S$** e **$(P \rightarrow S) \vee (Q \rightarrow S)$** **não** possuem tabelas de valorações iguais, isto é, para mostrar que essas proposições **não** são equivalentes, podemos montar a seguinte tabela-verdade:

P	Q	S	$P \rightarrow S$	$Q \rightarrow S$	$P \vee Q$	$(P \rightarrow S) \vee (Q \rightarrow S)$	$(P \vee Q) \rightarrow S$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	F
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V

Gabarito: ERRADO.

Vamos agora praticar algumas questões gerais sobre o que aprendemos.

HORA DE
PRATICAR!

(CBM AM/2022) Gabriel comprou a camiseta do Nacional-AM, e guardou para uma ocasião especial. Certo dia, procurado em casa por um amigo, sua irmã disse:

"Vestiu a camiseta e foi ao jogo ou ao bar."

A negação lógica dessa sentença é:

a) Não vestiu a camiseta e foi ao jogo ou ao bar.

b) Vestiu a camiseta e não foi ao jogo ou ao bar.

c) Vestiu a camiseta e não foi ao jogo nem ao bar.

d) Não vestiu a camiseta ou foi ao jogo ou ao bar.

e) Não vestiu a camiseta ou não foi ao jogo nem ao bar.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

v: "Vestiu a camiseta."

j: "Foi ao jogo."

b: "Foi ao bar."

A proposição original pode ser descrita pela conjunção entre **v** e **(j∨b)**, isto é, pode ser descrita por **v∧(j∨b)**:

v∧(j∨b):"**[**Vestiu a camiseta**]** **e** **[(**foi ao jogo**)** **ou** **(**foi ao bar**)]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência ~(**p∧q**) ≡ **~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim[v \land (j \lor b)] \equiv \sim v \lor \sim(j \lor b)$$

Note que a parcela **~(j∨b)** também pode ser desenvolvida por **De Morgan**, e corresponde a **~j∧~b**. Portanto, temos a seguinte equivalência:

$$\sim[v \land (j \lor b)] \equiv \sim v \lor (\sim j \land \sim b)$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~v∨(~j∧~b): "**[Não** vestiu a camiseta**]** **ou** **[(não** foi ao jogo**)** **e** **(não** foi ao bar**)]**."

Veja que essa negação é apresentada na **alternativa E**, que a representa a expressão "**e não**" por "**nem**":

~v∨(~j∧~b): "[**Não** vestiu a camiseta] **ou** [(**não** foi ao jogo) (**nem** ao bar)]."

Gabarito: Letra E.

(TJM SP/2021) Uma proposição equivalente a "Se acordei cedo e me alimentei, então tenho um dia produtivo" é a proposição:

a) Não tenho um dia produtivo e não acordei cedo e não me alimentei.

b) Tenho um dia produtivo e não acordei cedo e não me alimentei.

c) Se não tenho um dia produtivo, então não acordei cedo ou não me alimentei.

d) Se não tenho um dia produtivo, então não acordei cedo e não me alimentei.

e) Se tenho um dia produtivo, então acordei cedo ou me alimentei.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Acordei cedo."

a: "Me alimentei."

p: "Tenho um dia produtivo."

A proposição original pode ser descrita por **c∧a → p**.

c∧a → p: " **Se** [(acordei cedo) **e** (me alimentei)], **então** [tenho um dia produtivo]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

c∧a → p ≡ ~p → ~(c∧a)

O consequente obtido, **~(c∧a)**, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "e" pelo "ou".** Temos:

c∧a → p ≡ ~p → ~c∨~a

Ficamos com:

~p → ~c∨~a: "**Se** [**não** tenho um dia produtivo], **então** [(**não** acordei cedo) **ou** (**não** me alimentei)]."

Gabarito: Letra C.

(DEPEN/2021) Com relação a lógica proposicional, julgue o item a seguir.

Considere as seguintes proposições

p: “Paola é feliz”;

q: “Paola pinta um quadro”.

Assim, a proposição “Paola é feliz apenas se ela pinta um quadro” pode ser representada por **~(p∧~q)**.

Comentários:

Sabemos que o conectivo “**somente se**” é do tipo condicional. Esse conectivo difere do “**se e somente se**”, que é do tipo bicondicional.

Note que a proposição sugerida pelo enunciado é:

“**[**Paola é feliz**]** **apenas se** **[**ela pinta um quadro**]**”

O conectivo “**apenas se**” apresentado na questão corresponde ao condicional “**somente se**”. Logo, a proposição pode ser descrita por **p→q**.

Veja que o enunciado sugere que a proposição composta pode ser representada por **~(p∧~q)**. Podemos desenvolver essa negação por De Morgan. **Para negar a conjunção “e”, negam-se ambas as parcelas e troca-se o “e” pelo “ou”**. Ficamos com:

$$\sim(p \wedge \sim q) \equiv \sim p \vee \sim(\sim q)$$

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição original. Logo:

$$\sim(p \wedge \sim q) \equiv \sim p \vee q$$

Nesse momento, você deve se lembrar da equivalência conhecida por “transformação do condicional em disjunção inclusiva”, dada por **p→q ≡ ~p∨q**.

Conhecendo essa equivalência, observe que **~(p∧~q)** é equivalente a **~p∨q** que, por sua vez, é equivalente a **p→q**. Portanto:

$$\sim(p \wedge \sim q) \equiv p \rightarrow q$$

Isso significa que a proposição **p→q**, “Paola é feliz apenas se ela pinta um quadro”, de fato pode ser representada por sua forma equivalente **~(p∧~q)**. O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Gabarito: CERTO.

ÁLGEBRA DE PROPOSIÇÕES

Álgebra de proposições
Propriedade comutativa
Todos os conectivos, **exceto o condicional "se...então"**, apresentam propriedade comutativa. $p \wedge q \equiv q \wedge p$ $p \vee q \equiv q \vee p$ $p \underline{\vee} q \equiv q \underline{\vee} p$ $p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$
Propriedade associativa
$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
Propriedade distributiva
$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
Propriedade da identidade
$p \wedge t \equiv p$ $p \wedge c \equiv c$ $p \vee t \equiv t$ $p \vee c \equiv p$
Propriedade da absorção
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$
Propriedade da idempotência
$p \wedge p \equiv p$ $p \vee p \equiv p$

A **álgebra de proposições** trata do uso sequencial de equivalências lógicas e de outras propriedades para simplificar expressões.

O uso dessa ferramenta é interessante para resolver questões de um modo mais rápido. Além disso, pode ser **muito útil em questões mais diretas de equivalências lógicas, quando a banca tenta "esconder" a equivalência nas alternativas**.

O mais importante é você conhecer as propriedades **comutativa**, **associativa** e **distributiva** e suas aplicações mais imediatas nas questões. Isso porque, via de regra, o conhecimento das demais propriedades não costuma ser cobrado e, além disso, é comum que as **questões mais complexas** de **álgebra de proposições** possam ser resolvidas por **tabela-verdade.**

FIQUE ATENTO!

As **três primeiras propriedades** que serão apresentadas são as mais importantes para sua prova: **comutativa**, **associativa** e **distributiva**.

Questões mais complexas via de regra podem ser resolvidas por **tabela-verdade**. Nesses casos, a desenvoltura com **álgebra de proposições** seria apenas um "**bônus**" para que você resolva alguns problemas mais rapidamente.

Propriedade comutativa

Todos os conectivos, **exceto o condicional "se...então"**, gozam da propriedade comutativa. Isso quer dizer que é possível trocar a ordem dos componentes em uma proposição composta sem afetar o resultado da tabela-verdade:

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

$$p \veebar q \equiv q \veebar p$$

$$p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$$

EXEMPLIFICANDO

Suponha que uma questão peça para você a negação da seguinte condicional:

$p \rightarrow q$: "Se eu correr, então chego a tempo."

Sabemos que **essa condicional não goza da propriedade comutativa**. A negação dessa condicional, pedida pela questão, pode ser encontrada pela seguinte equivalência:

$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$: "Corro e não chego a tempo."

Suponha agora que, dentre as alternativas da questão, você não encontre a proposição composta "Corro e não chego a tempo", porém encontre "Não chego a tempo e corro". Pode marcar essa alternativa sem medo! Isso porque, usando a **propriedade comutativa**, a conjunção obtida **$p \wedge \sim q$** pode ser escrita como $\sim$**$q \wedge p$**:

$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q \equiv \sim q \wedge p$: "Não chego a tempo e corro."

TOME NOTA!

Todos os conectivos <u>exceto o condicional</u> comutam:

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$
$$p \vee q \equiv q \vee p$$
$$p \veebar q \equiv q \veebar p$$
$$p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$$

<u>A condicional $p \rightarrow q$ não é comutativa. $p \rightarrow q$ e $q \rightarrow p$ não são equivalentes.</u>

A equivalência correta para a condicional é a contrapositiva:

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

Essa propriedade é especialmente importante para questões de concurso público, pois muitas vezes a banca altera a ordem das proposições nas alternativas justamente para tentar esconder a resposta. Vamos a um exemplo.

(TJ SP/2015) Uma afirmação equivalente à afirmação: 'Se Marcondes é físico ou Isabela não é economista, então Natália não é advogada e Rui é médico', é:

a) Se Rui é médico ou Natália não é advogada, então Isabela é economista e Marcondes não é físico.

b) Se Rui não é médico e Natália é advogada, então Isabela é economista ou Marcondes não é físico.

c) Se Marcondes não é físico e Isabela é economista, então Natália é advogada ou Rui não é médico.

d) Se Isabela é economista e Rui é médico, então Marcondes é físico e Natália não é advogada.

e) Se Rui não é médico ou Natália é advogada, então Isabela é economista e Marcondes não é físico.

Comentários:

Primeiramente, observe que a questão nos dá uma condicional e nos pede uma condicional equivalente. Isso significa que precisamos saber a **contrapositiva**:

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

Vamos dar nomes às proposições simples:

m: "Marcondes é físico."

i: "Isabela é economista."

n: "Natália é advogada."

r: "Rui é médico."

A proposição original do enunciado é dada por:

$$(m \vee \sim i) \rightarrow (\sim n \wedge r)$$

A contrapositiva equivalente é dada por:

$$\sim(\sim n \wedge r) \rightarrow \sim(m \vee \sim i)$$

As duas parcelas dessa condicional ainda podem ser melhor desenvolvidas por De Morgan: para negar tanto a conjunção quanto a disjunção inclusiva, negam-se todas as parcelas e troca-se o operador ("e" para "ou" e vice-versa). Logo, podemos reescrever a expressão da seguinte forma:

$$(\sim(\sim n) \vee \sim r) \rightarrow (\sim m \wedge \sim(\sim i))$$

A dupla negação de uma proposição equivale à proposição original. Logo:

$$(n \vee \sim r) \rightarrow (\sim m \wedge i)$$

Devemos, então, procurar pela seguinte frase:

"Se [(Natália é advogada) ou (Rui não é médico)], então [(Marcondes não é físico) e (Isabela é economista)]"

Veja que a letra E apresenta uma frase muito parecida. Essa alternativa utilizou a **propriedade comutativa** para o conectivo "e" e para o "ou" da nossa frase:

$$(n \vee \sim r) \rightarrow (\sim m \wedge i) \equiv (\sim r \vee n) \rightarrow (i \wedge \sim m)$$

"Se [(Rui não é médico) ou (Natália é advogada)], então [(Isabela é economista) e (Marcondes não é físico)]."

Gabarito: Letra E.

Propriedade associativa

Na **álgebra elementar**, quando realizamos uma multiplicação, é comum ouvirmos a frase "a ordem dos fatores não altera o produto". Essa frase resume a propriedade associativa para a multiplicação.

Vamos supor que queremos realizar a multiplicação $3 \times 5 \times 7$. Ela pode ser feita de duas formas:

- Multiplicamos 3×5 e depois multiplicamos esse resultado por 7, obtendo $(3 \times 5) \times 7$; ou
- Multiplicamos 3 pelo resultado da multiplicação de 5×7, obtendo $3 \times (5 \times 7)$.

Ou seja, na álgebra elementar, a propriedade associativa nos diz que em uma multiplicação de diversos termos, podemos realizar as operações de multiplicação na ordem que bem entendermos que o resultado será o mesmo:

$$(3 \times 5) \times 7 \;=\; 3 \times \;(5 \times 7)$$

O mesmo vale para a adição de termos:

$$(3 + 5) + 7 \;=\; 3 + (5 + 7)$$

Na **álgebra de proposições** temos algo muito semelhante. Dizemos que a **conjunção "e" e a disjunção inclusiva "ou"** gozam da propriedade associativa, sendo válidas as equivalências:

$$\mathbf{(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)}$$

$$\mathbf{(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)}$$

ACORDE!

Observe que a propriedade **associativa não mistura em uma mesma expressão** o conectivo "**e**" e o conectivo "**ou**"

Vamos a um exemplo que mostra uma utilidade para a propriedade associativa.

Mostre que p∨(q∨~p) é uma tautologia.

Lembre-se que uma tautologia ocorre quando a proposição em questão é sempre verdadeira.

Utilizando a propriedade comutativa em **(q∨~p),** temos:

$$p \vee (\sim p \vee q)$$

Utilizando a propriedade associativa na expressão acima, temos:

$$(p \vee \sim p) \vee q$$

(p∨~p) é sempre verdadeiro, portanto, é uma tautologia. Logo, ficamos com:

$$t \vee q$$

Observe que a **t ∨ q** é a disjunção inclusiva de um termo que é sempre verdade com a proposição **q**. Logo, se ao menos um dos termos é sempre verdadeiro (**t**), essa disjunção inclusiva é sempre verdadeira. Assim:

$$p \vee (q \vee \sim p) \equiv t$$

Uma outra forma de se entender a propriedade associativa é perceber que, quando temos uma sequência de conjunções ou de disjunções inclusivas, podemos remover os parênteses.

(TRT 1/2008) Proposições compostas são denominadas equivalentes quando possuem os mesmos valores lógicos V ou F, para todas as possíveis valorações V ou F atribuídas às proposições simples que as compõem. Assinale a opção correspondente à proposição equivalente a "¬[[A∧(¬B)]→C]".

a) A∧(¬B)∧(¬C)

b) (¬A)∨(¬B)∨C

c) C→[A∧(¬B)]

d) (¬A)∨B∨C

e) [(¬A)∧B]→(¬C)

Comentários:

A proposição original trata da negação de um condicional em que o antecedente da condicional é uma conjunção dada por **[A∧(~B)].**

Para negar uma condicional, utilizamos a equivalência **~ (p→ q) ≡ p∧~ q.** Aplicando ao caso em questão, devemos manter **[A∧(~B)]**, trocar a condicional pela conjunção e negar **C:**

$$[A \wedge (\sim B)] \rightarrow C \equiv [A \wedge (\sim B)] \wedge (\sim C)$$

Observe que, pela **propriedade associativa**, a ordem em que é executada a conjunção não importa. Logo, podemos escrever:

$$[A \wedge (\sim B)] \rightarrow C \equiv A \wedge (\sim B) \wedge (\sim C)$$

Gabarito: Letra A.

Propriedade distributiva

Na **álgebra elementar**, a propriedade distributiva da multiplicação com relação à adição consiste em realizar a seguinte operação:

$$3\times(5 + 7) = 3\times 5 + 3\times 7$$

Da mesma forma, podemos partir do lado direito da equação acima chegar ao lado esquerdo "colocando o número 3 em evidência":

$$3\times 5 + 3\times 7 = 3\times(5 + 7)$$

Na **álgebra de proposições** temos as seguintes **propriedades distributivas:**

- Do conectivo "e" com relação ao conectivo "ou";
- Do conectivo "ou" com relação ao conectivo "e".

Propriedade distributiva do “e” com relação ao “ou”

A propriedade distributiva do conectivo "e" em relação ao "ou" é dada pela equivalência abaixo. Perceba que nela "**p∧**” é distribuído.

p∧(q∨r) ≡ (p∧q) ∨ (p∧r)

É importante também reconhecer a propriedade "de trás para frente". Isso significa que podemos colocar o termo "**p∧**” em evidência.

(p∧q)∨(p∧r) ≡ p∧(q∨r)

Propriedade distributiva do “ou” com relação ao “e”

A propriedade distributiva do conectivo "ou" em relação ao "e" é dada pela equivalência abaixo. Perceba que nela "**p∨**” é distribuído.

p∨(q∧r) ≡ (p∨q) ∧ (p∨r)

É importante também reconhecer a propriedade "de trás para frente". Isso significa que podemos colocar o termo "**p∨** " em evidência.

(p∨q) ∧ (p∨r) ≡ p∨(q∧ r)

(SEFAZ SC/2010) Na questão, considere a notação ¬X para a negação da proposição X.

Considere as proposições a e b e assinale a expressão que é logicamente equivalente a (a ∧ b) ∨ (a ∧ ¬b)

a) ¬a ∧ ¬b

b) ¬a ∨ ¬b

c) ¬a ∨ b

d) a ∨ ¬b

e) a

Comentários:

Por meio da **propriedade distributiva**, podemos colocar "**a∧**" em evidência:

(a∧b)∨ (a∧~b) ≡ a∧ (b∨~b)

A expressão **(b∨~b)** é uma tautologia. Logo, **a∧ (b∨~b)** corresponde a:

a∧ t

Perceba que o valor da conjunção é determinado exclusivamente por **a**, uma vez que a outra parcela da conjunção é sempre verdadeira. Portanto:

(a∧b)∨(a∧~b) ≡ a

Gabarito: Letra E.

(Pref. Alumínio/2016) Considere a afirmação: Sueli é professora e, pratica ginástica ou pratica corrida. Uma afirmação equivalente é

A) Sueli é professora e pratica ginástica e pratica corrida.

B) Se Sueli é professora, então ela não pratica ginástica e não pratica corrida.

C) Sueli é professora e pratica ginástica, ou é professora e pratica corrida.

D) Se Sueli não pratica ginástica ou não pratica corrida, então ela é professora.

E) Sueli pratica ginástica e pratica corrida, ou é professora.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: "Sueli é professora."

g: "Sueli pratica ginástica."

k: "Sueli pratica corrida."

Na afirmação do enunciado, a vírgula após o "**e**" indica parênteses na proposição composta:

"**[**Sueli é professora**] e, [(**pratica ginástica**) ou (**pratica corrida**)]**."

Logo, temos a seguinte representação:

$$s\wedge(g\vee k)$$

Por meio da **propriedade distributiva**, podemos distribuir "**s∧**":

$$s\wedge(g\vee k) \equiv (s\wedge g)\vee(s\wedge k)$$

Temos, portanto, a seguinte equivalência:

(s∧g)∨(s∧k): "([Sueli é professora**] e [**pratica ginástica**]), ou ([**Sueli é professora**] e [**pratica corrida**])**"

Essa equivalência corresponde à alternativa C.

Gabarito: Letra C.

Quanto temos um **condicional** e queremos utilizar a **álgebra de proposições** para resolver alguma questão, é necessário **transformar a condicional em disjunção inclusiva** por meio da seguinte equivalência já conhecida:

$$p\rightarrow q \equiv \sim p\vee q$$

Lembre-se, também, que temos como **transformar a negação da condicional em uma conjunção:**

$$\sim(p\rightarrow q) \equiv p\wedge\sim q$$

Vejamos um exemplo.

(TCE-RO/2013) Com referência às proposições lógicas simples P, Q e R, julgue o próximo item.

Se ¬R representa a negação de R, então as proposições P∨[¬(Q→R)] e (P∨Q)∧[P∨(¬R)] são equivalentes.

Comentários:

Note que **poderíamos resolver essa questão comparando as tabelas-verdade** das duas proposições. Nesse momento, vamos resolver o problema com **álgebra de proposições**.

A nossa estratégia será desenvolver **P∨[~(Q→R)]** para tentar chegar em **(P∨Q)∧[P∨(~R)]**.

Veja que, para a negação da condicional **(Q→R),** podemos utilizar a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Logo, **P∨[~(Q→R)]** corresponde a:

$$P\vee[Q\wedge\sim R]$$

Aplicando a **propriedade distributiva em** "**P∨**", temos:

$$P\vee[Q\wedge\sim R] \equiv [P\vee Q] \wedge [P\vee\sim R]$$

Note, portanto, que a partir de **PV[~(Q→R)]** chegamos em **[PVQ]Λ[PV~R]**. Logo, as proposições são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

Propriedade da identidade, da absorção e da idempotência

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

Trate as propriedades da **identidade**, da **absorção** e da **idempotência** como um "**bônus**" que pode te ajudar em algumas questões mais difíceis. Não se apegue muito a essas propriedades, pois elas não costumam aparecer em prova.

Para melhor memorizar as propriedades da identidade e da absorção, podemos estabelecer uma analogia entre lógica de proposições e conjuntos.

Lógica de Proposições	Conjuntos
Tautologia (*t*)	Conjunto Universo (U)
Contradição (*c*)	Conjunto Vazio (∅)
Conjunção (∧)	Intersecção (∩)
Disjunção Inclusiva (∨)	União (∪)

Observada a analogia, vamos às propriedades.

Propriedade da identidade

Propriedade da identidade para a conjunção

Sendo **t** uma tautologia e **c** uma contradição, temos as seguintes equivalências:

$$p \land t \equiv p$$

$$p \land c \equiv c$$

Note que **p ∧ t** é equivalente a **p** porque se trata de uma conjunção em que um termo é sempre verdadeiro (**t**). Isso significa que o valor de **p ∧ t** é consequência somente do valor de **p:**

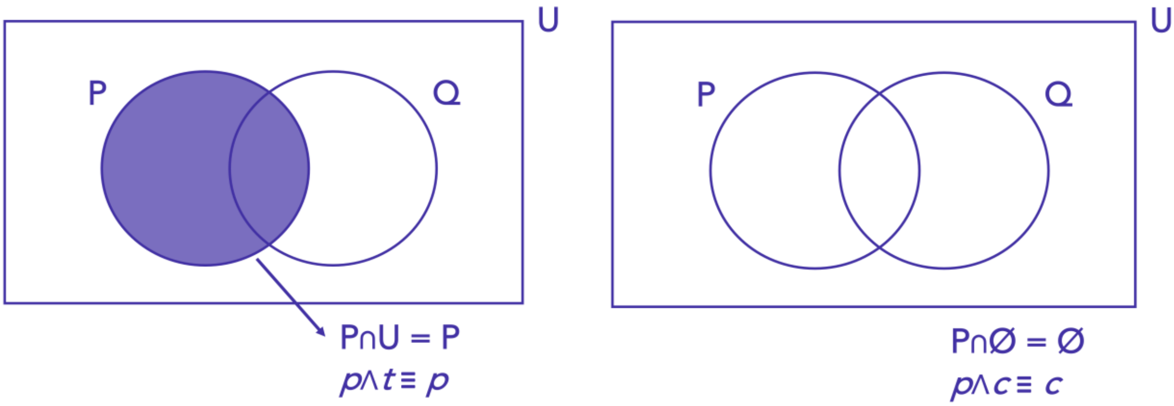
- Se **p** for verdadeiro, teremos **V ∧ V**, que é uma conjunção verdadeira; e
- Se **p** for falso, teremos **F ∧ V**, que é uma conjunção falsa.

p	t	$p \wedge t$
V	V	V
F	V	F

Além disso, **p ∧ c** é equivalente a **c** porque se trata de uma conjunção em que temos um termo sempre falso **(c).**

p	c	$p \wedge c$
V	F	F
F	F	F

Para fins de memorização, observe o análogo da teoria dos conjuntos:



Propriedade da identidade para a disjunção inclusiva

Sendo **t** uma tautologia e **c** uma contradição, temos as seguintes equivalências:

p V t ≡ t

p V c ≡ p

Note que **p V t** é equivalente a **t** porque se trata de uma disjunção inclusiva em que temos um termo sempre verdadeiro **(t)**.

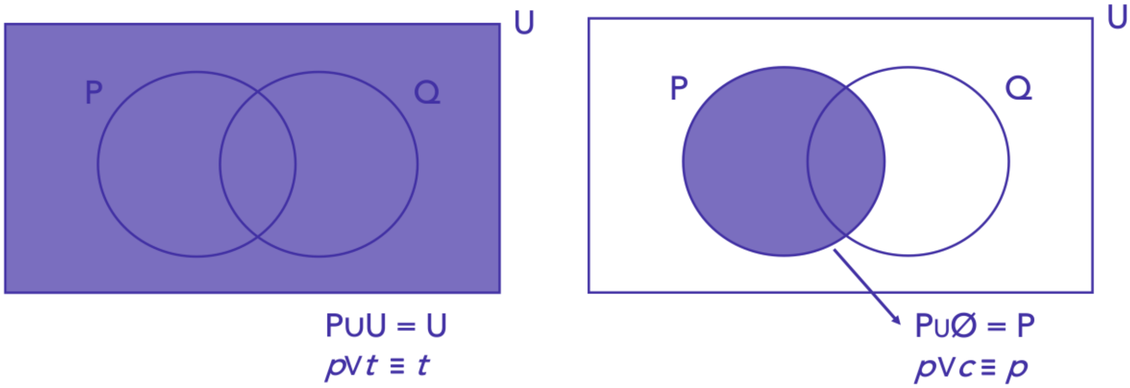
p	t	$p \vee t$
V	V	V
F	V	V

Além disso, **p V c** é sempre equivalente a **p** porque se trata de uma disjunção inclusiva em que um termo é sempre falso (**c**). Isso significa que o valor de **pVc** é consequência somente do valor de **p:**

- Se **p** for verdadeiro, teremos **V V F**, que é uma disjunção verdadeira; e
- Se **p** for falso, teremos **F V F**, que é uma disjunção falsa.

p	c	$p \vee c$
V	F	V
F	F	F

Para fins de memorização, observe o análogo da teoria dos conjuntos:



(ANPAD/2014) A proposição composta **p∧(q∨(~p))** é logicamente equivalente à proposição

A) q

B) p∧q

C) p∨q

D) p∧(~q)

E) p∨(~q)

Comentários:

Aplicado a **propriedade distributiva** em "**p∧**", temos:

p∧(q∨~p) ≡ (p∧q) ∨ (p∧~p)

(p∧~p) é uma contradição. Logo, ficamos com:

(p∧q) ∨ c

A disjunção inclusiva de um termo com uma contradição corresponde ao próprio termo (**propriedade da identidade para a disjunção inclusiva**). Logo, temos:

(p∧q)

Gabarito: Letra B.

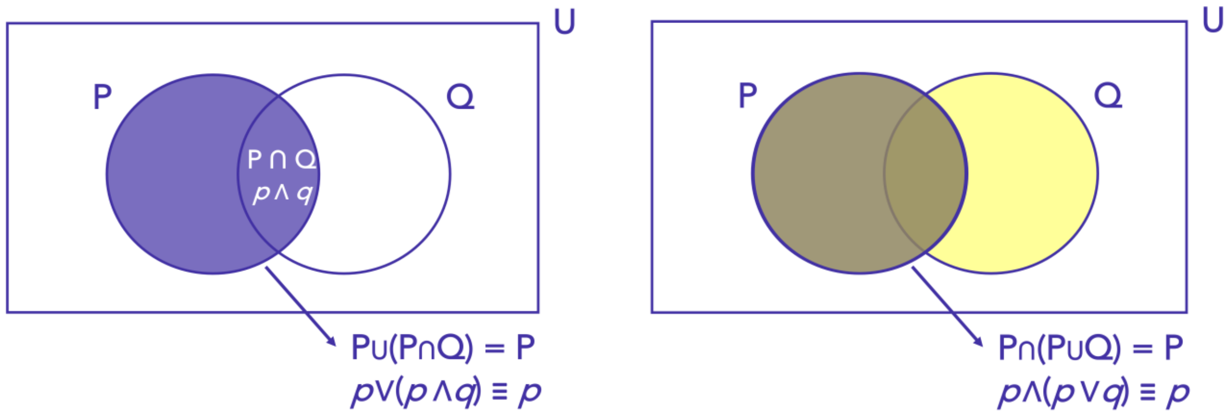
Propriedade da absorção

A propriedade da absorção é representada por duas equivalências:

$$p \lor (p \land q) \equiv p$$

$$p \land (p \lor q) \equiv p$$

Para fins de memorização, observe o análogo da teoria dos conjuntos:



Essas equivalências são demonstráveis por tabela-verdade:

p	q	$p \land q$	$p \lor (p \land q)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	F
F	F	F	F

p	q	$p \lor q$	$p \land (p \lor q)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	F
F	F	F	F

(SEFAZ-MS/2006) Representando por ~r a negação de uma proposição r, a negação de p ∧ (p ∨ q) é equivalente a:

a) ~p.

b) ~q.

c) ~(p ∨ q).

d) ~(p ∧ q).

e) uma contradição.

Comentários:

Pela **propriedade da absorção**, sabemos que **p ∧ (p ∨ q) ≡ p**. Logo, a negação pedida é ~**p**.

Gabarito: Letra A.

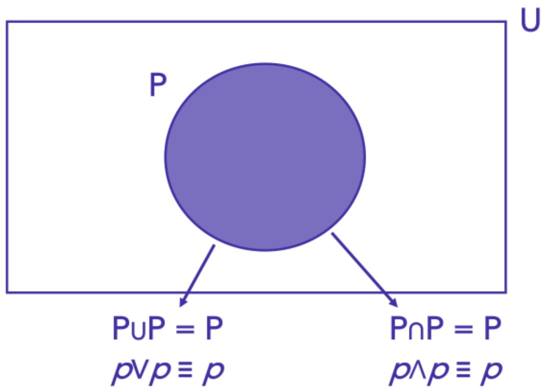
Propriedade da idempotência

A propriedade da idempotência é representada por duas equivalências:

$$p \wedge p \equiv p$$

$$p \vee p \equiv p$$

O análogo à teoria dos corresponderia à intersecção de um conjunto com ele mesmo e à união de um conjunto com ele mesmo.



Essas equivalências são demonstráveis por tabela-verdade:

p	p	$p \vee p$
V	V	V
F	F	F

p	p	$p \wedge p$
V	V	V
F	F	F

(DPEN/2013) Considerando que, P, Q e R são proposições conhecidas, julgue o próximo item.

A Proposição $\neg[(P \rightarrow Q) \vee Q]$ é equivalente à proposição $P \wedge (\neg Q)$, em que $\neg P$ é a negação de P.

Comentários:

Primeiramente, vale perceber que essa questão pode ser resolvida por **tabela-verdade**, pois para duas proposições serem equivalentes basta que elas apresentem a mesma tabela-verdade.

Dito isso, vamos resolver a questão por **álgebra de proposições**. A nossa estratégia será partir de **~[(P→Q)VQ]** para chegar em **P∧(~Q).**

Vamos desenvolver **~[(P→Q)VQ]** por De Morgan, negando cada parcela da disjunção inclusiva e trocando "ou" por "e":

$$\sim(P \rightarrow Q) \wedge \sim Q$$

Para negar uma condicional, utilizamos a seguinte equivalência: **~(p→ q) ≡ p∧~ q.** Ficamos com:

$$[P \wedge (\sim Q)] \wedge (\sim Q)$$

Pela **propriedade associativa**, podemos escrever:

$$P \wedge [(\sim Q) \wedge (\sim Q)]$$

Observe que, pela **propriedade idempotente**, $[(\sim Q) \wedge (\sim Q)]$ apresenta sempre o valor lógico de $(\sim Q)$. Isso porque Quando $(\sim Q)$ é V, $[(\sim Q) \wedge (\sim Q)]$ é V, e quando $(\sim Q)$ é F, $[(\sim Q) \wedge (\sim Q)]$ é F. Logo, nossa conjunção fica:

$$P \wedge (\sim Q)$$

Gabarito: CERTO.

Equivalências lógicas x tautologia, contradição e contingência

Você se lembra que um dos métodos para descobrirmos se uma proposição composta é uma **tautologia**, uma **contradição** ou uma **contingência** é utilizar **equivalências lógicas** ou **álgebra de proposições**?

Esse método costuma ser o mais rápido, porém requer o domínio das equivalências lógicas e das propriedades da álgebra de proposições.

Voltemos ao exemplo da aula de tautologia, contradição e contingência: queremos verificar se a proposição abaixo é uma tautologia:

$((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$ *é uma tautologia?*

Agora conhecemos a seguinte equivalência: $(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$. Aplicando essa equivalência **a cada um dos lados da expressão bicondicional** do nosso exemplo, tem-se que:

Lado esquerdo: $((p \wedge q) \rightarrow r) \equiv \ \sim(p \wedge q) \vee r$

Lado direito: $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \equiv \ \sim p \vee (q \rightarrow r)$

Portanto, **reescrevendo a bicondicional original** $((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$, temos:

$$\sim(p \wedge q) \vee r \leftrightarrow \ \sim p \vee (q \rightarrow r)$$

Prosseguindo, por De Morgan, a proposição composta $\sim(p \wedge q)$, ao lado esquerdo da expressão, pode ser reescrita como $(\sim p \vee \sim q)$. Já a condicional $q \rightarrow r$, ao lado direito, pode ser reescrita como seu equivalente $\sim q \vee r$. Fazendo as devidas substituições na expressão obtida no passo anterior, $\sim(p \wedge q) \vee r \leftrightarrow \ \sim p \vee (q \rightarrow r)$, teremos:

$$(\sim p \vee \sim q) \vee r \leftrightarrow \ \sim p \vee (\sim q \vee r)$$

Observe os dois lados da bicondicional. Eles são muito parecidos, exceto pelo uso dos parênteses que indicam uma ordem diferente de se executar o operador "ou". Utilizando a **propriedade associativa** do lado direito da bicondicional, podemos reescrever:

$$(\sim p \vee \sim q) \vee r \leftrightarrow (\sim p \vee \sim q) \vee r$$

Podemos concluir, portanto, que ambos os lados da expressão bicondicional são idênticos, e, por conseguinte, sempre assumirão o mesmo valor lógico. Isso significa que o nosso bicondicional sempre será verdadeiro e, portanto, é uma tautologia.

Pessoal, uma vez que se tem a prática com álgebra de proposições, a resolução de algumas questões de **tautologia**, **contradição** e **contingência** ficam mais rápidas. Observe, porém, que **sempre é possível resolver esse tipo de questão por tabela-verdade** ou pelo **método da conclusão falsa**.

Vamos resolver alguns exercícios do assunto utilizando equivalências lógicas.

(STJ/2018) Considere as proposições P e Q a seguir.

P: Todo processo que tramita no tribunal A ou é enviado para tramitar no tribunal B ou no tribunal C.

Q: Todo processo que tramita no tribunal C é enviado para tramitar no tribunal B.

A partir dessas proposições, julgue o item seguinte.

A proposição $\neg P \rightarrow (P \rightarrow Q)$, em que $\neg P$ denota a negação da proposição P, é uma tautologia, isto é, todos os elementos de sua tabela-verdade são V (verdadeiro).

Comentários:

Temos a proposição:

$$\sim P \rightarrow (P \rightarrow Q)$$

Utilizando a equivalência $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$, temos:

$$\sim(\sim P) \vee (P \rightarrow Q)$$

$$P \vee (P \rightarrow Q)$$

Novamente, utilizando a mesma equivalência para **(P→Q)**:

$$P \vee (\sim P \vee Q)$$

Utilizando a **propriedade associativa**:

$$(P \vee \sim P) \vee Q$$

$P \vee \sim P$ é uma tautologia, logo:

$$t \vee Q$$

Observe que **t V Q** é a disjunção inclusiva de um termo que é sempre verdade com a proposição **Q**. Portanto, como ao menos um dos termos é sempre verdadeiro (**t**), essa disjunção inclusiva é sempre verdadeira (**propriedade da identidade para a disjunção inclusiva**). Logo, trata-se de uma tautologia.

Gabarito: CERTO.

(CBM AL/2017) A respeito de proposições lógicas, julgue o item a seguir.

Se P e Q forem proposições simples, então a proposição composta QV(Q→P) é uma tautologia.

Comentários:

Temos a seguinte proposição composta:

QV (Q → P)

Utilizando a equivalência **p→q ≡ ~pVq** para **(Q → P)**, temos:

QV(~QV P)

Pela **propriedade associativa**, podemos escrever:

(QV~Q)VP

QV~Q é uma tautologia. Portanto, ficamos com:

t V P

Observe que a **t V P** é a disjunção inclusiva de um termo que é sempre verdade com a proposição **P**. Portanto, como ao menos um dos termos é sempre verdadeiro (**t**), essa disjunção inclusiva é sempre verdadeira (**propriedade da identidade para a disjunção inclusiva**). Logo, trata-se de uma tautologia.

Gabarito: CERTO.

Questões Comentadas - Multibancas

Equivalências Lógicas

Equivalências fundamentais

1.(CESPE/PC DF/2021) Com relação a estruturas lógicas, lógica de argumentação e lógica proposicional, julgue o item subsequente.

A proposição "Se Paulo está mentindo, então Maria não está mentindo" é equivalente à proposição "Se Maria está mentindo, então Paulo não está mentindo".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Paulo está mentindo."

m: "Maria está mentindo.**"**

A proposição original pode ser descrita por **p→~m**:

p→~m: "**Se [**Paulo está mentindo**]**, **então [**Maria **não** está mentindo**]**.

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

p→~m ≡ ~(~m)→~p

A dupla negação de **m** corresponde à proposição original. Logo, temos:

p→~m ≡ m→~p

A proposição equivalente pode ser escrita por:

m→~p: "**Se [**Maria está mentindo**]**, **então [**Paulo **não** está mentindo**]**."

Gabarito: CERTO.

2.(CESPE/PM TO/2021) A proposição "Se André é culpado então Bruno não é suspeito" é equivalente à

a) "Se Bruno é suspeito então André é inocente".

b) "Se Bruno não é suspeito então André é culpado".

c) "Se Bruno é suspeito então André não é inocente".

d) "Se André é inocente então Bruno é culpado".

e) "Se André não é culpado então Bruno é suspeito".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "André é culpado."

b: "Bruno é suspeito.**"**

A proposição original pode ser descrita por **a→~b**:

a→~b: "**Se** **[**André é culpado**]**, **então** **[**Bruno **não** é suspeito**]**.

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

a→~b ≡ ~(~b)→~a

A dupla negação de **b** corresponde à proposição original. Logo, temos:

a→~b ≡ b→~a

A proposição equivalente pode ser escrita por:

b→~a: "**Se** **[**Bruno é suspeito**]**, **então** **[**André **não é culpado]**."

Nessa questão, a banca utilizou "**é inocente**" como forma de se **negar** "**é culpado**". Sabemos que a utilização de antônimos deve ser evitada, pois muitas vezes esse tipo de negação não abarca todas as possibilidades. Ocorre que o CESPE não costuma entrar nesse nível de detalhe, especialmente em questões envolvendo **equivalências lógicas** ou **lógica de argumentação**. Portanto, nesse tipo de questão, via de regra você pode negar usando antônimos, especialmente quando não há uma alternativa melhor.

Logo, a nossa proposição equivalente pode ser escrita por:

b→~a: "**Se** **[**Bruno é suspeito**]**, **então** **[**André **é inocente]**."

Gabarito: Letra A.

3.(FCC/SEFAZ BA/2019) Em seu discurso de posse, determinado prefeito afirmou: "Se há incentivos fiscais, então as empresas não deixam essa cidade". Considerando a afirmação do prefeito como verdadeira, então também é verdadeiro afirmar:

a) Se não há incentivos fiscais, então as empresas deixam essa cidade.

b) Se as empresas não deixam essa cidade, então há incentivos fiscais.

c) Se as empresas deixam essa cidade, então não há incentivos fiscais.

d) As empresas deixam essa cidade se há incentivos fiscais.

e) As empresas não deixam essa cidade se não há incentivos fiscais.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

h: "Há incentivos fiscais."

d: "As empresas deixam essa cidade."

A afirmação do enunciado é a condicional **h→~d:**

h→~d: "**Se [**há incentivos fiscais**]**, **então [**as empresas **não** deixam essa cidade**]**."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

h→~d ≡ ~(~d)→~h

A dupla negação corresponde à proposição original. Ficamos com:

h→~d ≡ d→~h

A proposição equivalente pode ser escrita por:

d→~h: "**Se [**as empresas deixam essa cidade**]**, **então [não** há incentivos fiscais**]**."

Gabarito: Letra C.

4.(FCC/SEFAZ BA/2019) Suponha que a negação da proposição "Você é a favor da ideologia X" seja "Você é contra a ideologia X". A proposição condicional "Se você é contra a ideologia A, então você é a favor da ideologia C" é equivalente a

a) Você é a favor da ideologia A e você é a favor da ideologia C.

b) Ou você é a favor da ideologia A ou você é a favor da ideologia C, mas não de ambas.

c) Você é a favor da ideologia A ou você é contra a ideologia C.

d) Você é a favor da ideologia A ou você é a favor da ideologia C.

e) Você é contra a ideologia A e você é contra a ideologia C.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

A: "Você é a favor da ideologia A."

C: "Você é a favor da ideologia C."

Segundo o enunciado, "você é contra a ideologia A" é a negação da nossa proposição **A**. Logo, a frase original pode ser representada pelo seguinte condicional:

~A→ C: "**Se** **[**você é contra a ideologia A**]**, **então** **[**você é a favor da ideologia C**]**."

Veja que **as alternativas não apresentam uma condicional como equivalente**. Logo, **não** se deve utilizar a equivalência **contrapositiva**, dada por **p→q ≡ ~q→~p**.

Uma outra equivalência fundamental que se pode utilizar com o conectivo condicional é a seguinte: **p→q ≡ ~pVq**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~A→ C ≡ ~(~A) V C

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição original. Logo, a equivalência é dada por **AVC**:

AVC: "Você é a favor da ideologia A **ou** você é a favor da ideologia C."

Gabarito: Letra D.

5.(FGV/CBM AM/2022) Um antigo ditado diz: “Se há fumaça então há fogo”.

Uma sentença logicamente equivalente é

a) se há fogo então há fumaça.

b) se não há fumaça então não há fogo.

c) se não há fogo, então não há fumaça.

d) se não há fumaça pode haver fogo.

e) se há fogo então pode haver fumaça.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

u: "Há fumaça."

o: "Há fogo."

A sentença original pode ser descrita por **u→o**:

u→o: “**Se** **[**há fumaça**]**, **então** **[**há fogo**]**”.

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

u→o ≡ ~o→~u

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~o→~u: "**Se** **[não** há fogo**]**, **então** **[não** há fumaça**]**."

Gabarito: Letra C.

6.(FGV/BANESTES/2021) A frase a seguir é um conhecido ditado popular:

“Se não tem cão então caça com gato".

Uma frase logicamente equivalente é:

a) Se tem cão então não caça com gato;

b) Se caça com gato então não tem cão;

c) Tem cão ou caça com gato;

d) Tem cão e caça com gato;

e) Tem cão ou não caça com gato.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Tem cão."

g: "Caça com gato.**"**

A proposição original pode ser descrita por **~c→g**:

~c→g: "**Se [não** tem cão**]**, **então [**caça com gato**]**."

As alternativas apresentam tanto condicionais (→) quanto uma disjunção inclusiva ("ou", ∨) como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- **p→q ≡ ~q→~p** (contrapositiva)
- **p→q ≡ ~p ∨ q** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim c \rightarrow g \equiv \sim g \rightarrow \sim(\sim c)$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim c \rightarrow g \equiv \sim g \rightarrow c$$

A proposição equivalente pode ser escrita por:

~g→c:"**Se [não** caça com gato**]**, **então [**tem cão**]**."

Veja que essa equivalência não está nas alternativas apresentadas.

Vamos agora utilizar a segunda equivalência. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim c \rightarrow g \equiv \sim(\sim c) \lor g$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim c \rightarrow g \equiv c \lor g$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

c∨g: "**[**Tem cão**] ou [**caça com gato**].**"

Note que essa proposição equivalente está presente na alternativa C.

Gabarito: Letra C.

7.(FGV/FunSaúde CE/2021) Considere a afirmação tradicional abaixo: "Cão que ladra não morde" Essa afirmativa é equivalente a:

a) Cão que não morde, ladra.

b) Cão que não ladra, morde.

c) Cão que morde, não ladra.

d) Um cão não ladra ou morde.

e) Um cão ladra ou morde.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

l: "Um cão ladra."

m: "Um cão morde."

Note que a afirmação presente no enunciado, "cão que ladra não morde", apresenta a ideia de "se um cão ladra, então um cão não morde". Portanto, a afirmação original pode ser descrita por **l→~m**.

l→~m: "**Se [**um cão ladra**]**, **então [**um cão **não** morde**]**."

As alternativas da questão apresentam tanto a ideia de condicional (→) quanto a ideia de disjunção inclusiva ("ou", ∨). Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- **p→q ≡ ~q→~p** (contrapositiva)
- **p→q ≡ ~p ∨ q** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$l \rightarrow \sim m \equiv \sim(\sim m) \rightarrow \sim l$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$l \rightarrow \sim m \equiv m \rightarrow \sim l$$

A proposição equivalente pode ser escrita por:

m→~l: "**Se [**um cão morde**]**, **então [**um cão **não** ladra**]**."

Essa equivalência está descrita de uma forma similar na alternativa C:

m→~l: "**[**Cão que morde**]**, **[**não ladra**]**"

O **gabarito**, portanto, é a **alternativa C**.

Para fins didáticos, vamos utilizar a segunda equivalência. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$l \rightarrow \sim m \equiv \sim l \vee \sim m$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~l∨~m: "**[**Um cão **não** ladra**] ou [**um cão **não** morde**].**"

Essa proposição equivalente poderia ser representada por:

~l∨~m: "**[**Um cão **não** ladra**] ou [não** morde**].**"

Veja que essa equivalência não aparece nas alternativas.

Gabarito: Letra C.

8.(IBFC/IBGE/2022) De acordo com a proposição lógica a frase "Se o coordenador realizou a previsão orçamentária, então o trabalho foi realizado com sucesso" é equivalente a frase:

a) Se o coordenador não realizou a previsão orçamentária, então o trabalho não foi realizado com sucesso

b) O coordenador realizou a previsão orçamentária e o trabalho foi realizado com sucesso

c) O coordenador realizou a previsão orçamentária ou o trabalho foi realizado com sucesso

d) Se o trabalho não foi realizado com sucesso, então o coordenador não realizou a previsão orçamentária

e) Se o trabalho foi realizado com sucesso, então o coordenador realizou a previsão orçamentária

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "O coordenador realizou a previsão orçamentária."

s: "O trabalho foi realizado com sucesso.**"**

A proposição original pode ser descrita por **p→s**:

p→s: "**Se [**o coordenador realizou a previsão orçamentária**]**, **então [**o trabalho foi realizado com sucesso**]**."

As alternativas apresentam tanto condicionais (→) quanto uma disjunção inclusiva ("ou", ∨) como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- **p→q ≡ ~q→~p** (contrapositiva)
- **p→q ≡ ~p ∨ q** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

p→s ≡ ~s→~p

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~s→~p: "**Se [**o trabalho **não** foi realizado com sucesso**]**, **então [**o coordenador **não** realizou a previsão orçamentária**]**."

O **gabarito**, portanto, é a **alternativa D**.

Para fins didáticos, vamos utilizar a segunda equivalência. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

p→s ≡ ~pVs

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~pVs: "[O coordenador **não** realizou a previsão orçamentária**] ou [**o trabalho foi realizado com sucesso**]**."

Veja que essa equivalência não aparece nas alternativas.

Gabarito: Letra D.

9.(Instituto AOCP/PC PA/2021) Considere a seguinte sentença: "Se consigo ler 10 páginas de um livro a cada dia, então leio um livro em 10 dias". Uma afirmação logicamente equivalente a essa sentença dada é

a) "Consigo ler 10 páginas de um livro a cada dia e leio um livro em 10 dias".

b) "Se consigo ler 10 páginas de um livro a cada dia, então não consigo ler um livro em 10 dias".

c) "Se não consigo ler um livro em 10 dias, então não consigo ler 10 páginas de um livro a cada dia".

d) "Consigo ler 10 páginas de um livro a cada dia e não consigo ler um livro em 10 dias".

e) "Se não leio 10 páginas de um livro a cada dia, então não consigo ler um livro em 10 dias".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Consigo ler 10 páginas de um livro a cada dia."

l: "Leio um livro em 10 dias.**"**

A proposição original pode ser descrita por **c→l**:

c→l: "**Se [**consigo ler 10 páginas de um livro a cada dia**], então [**leio um livro em 10 dias**]**."

Existem duas possíveis equivalências para a condicional:

- **p→q ≡ ~q→~p** (**contrapositiva**)
- **p→q ≡ ~p V q** (**transformação da condicional em disjunção inclusiva**)

Veja que **em nenhuma alternativa temos uma disjunção inclusiva** "**ou**". Logo, **devemos utilizar a equivalência contrapositiva**.

Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

c→l ≡ ~l→~c

Logo, a proposição equivalente pode ser escrita por:

~l→~c: "**Se [não leio** um livro em 10 dias**]**, **então [não** consigo ler 10 páginas de um livro a cada dia**]**."

Veja que não temos exatamente essa redação como resposta. Na alternativa C, temos:

"**Se [não consigo ler** um livro em 10 dias**]**, **então [não** consigo ler 10 páginas de um livro a cada dia**]**."

Observe que a alternativa C é muito parecida com a equivalência que encontramos. Apesar de "**não leio**" apresentar sentido diferente de "**não consigo ler**", a **alternativa C** foi apresentada como **gabarito**. Na falta de melhor resposta, o concurseiro deveria ter marcado essa alternativa.

Gabarito: Letra C.

10.(Instituto AOCP/FUNPRESP-JUD/2021) Considerando o conteúdo e as características do raciocínio lógico e analítico, no que se refere à equivalência de proposições, julgue o seguinte item.

A proposição "se você estudar muito, então você passará no concurso" é equivalente à proposição "se você não estudar muito, então você não passará no concurso".

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

e: "Você estudou muito."

p: "Você passará no concurso."

A proposição original pode ser descrita por **e→p**:

e→p: "**Se [**você estudar muito**]**, **então [**você passará no concurso**]**."

Note que a questão apresenta uma condicional como proposição original e, na sequência, sugere outra condicional como equivalente. Devemos, portanto, utilizar a equivalência **contrapositiva**, que é representada do seguinte modo: **p→q ≡ ~q→~p.**

Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$e \rightarrow p \equiv \sim p \rightarrow \sim e$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~p→~e: "**Se [**você **não** passar no concurso**]**, **então [**você **não** estudou muito**]**."

Veja que a equivalência apresentada nega ambos os termos da condicional **sem inverter as posições do antecedente e do consequente**.

"**Se [**você **não** estudar muito**]**, **então [**você **não** passará no concurso**]**."

O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

11.(Instituto AOCP/PC PA/2021) Considere a seguinte sentença: "O circuito A não possui escala de integração SSI ou o circuito B possui escala de integração LSI". Uma afirmação logicamente equivalente a essa sentença dada é:

a) "Se o circuito A não possui escala de integração SSI, então o circuito B possui escala de integração LSI".

b) "Se o circuito A possui escala de integração SSI, então o circuito B possui escala de integração LSI".

c) "Se o circuito A possui escala de integração SSI, então o circuito B não possui escala de integração LSI".

d) "Se o circuito A não possui escala de integração SSI, então o circuito B não possui escala de integração LSI".

e) "Se o circuito B possui escala de integração LSI, então o circuito A possui escala de integração SSI".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "O circuito A possui escala de integração SSI."

b: "O circuito B possui escala de integração LSI."

A proposição composta original pode ser descrita por **~aVb**:

~aVb: "**[**O circuito A **não** possui escala de integração SSI**]** **ou** **[**o circuito B possui escala de integração LSI**]**."

Uma equivalência fundamental que envolve a disjunção inclusiva é a **transformação da disjunção inclusiva em condicional**, dada por **p∨q ≡ ~p→q**. Essa equivalência é aplicada do seguinte modo:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca se a disjunção inclusiva (∨) pela condicional (→);**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~a∨b ≡ ~(~a)→b

A dupla negação da proposição simples **a** corresponde à proposição original. Ficamos com:

~a∨b ≡ a→b

Logo, temos a seguinte equivalência:

a→b: "**Se [**o circuito A possui escala de integração SSI**]**, **então [**o circuito B possui escala de integração LSI**]**."

Gabarito: Letra B.

12.(QUADRIX/CREF 21/2021) É correto afirmar que a proposição "Se os adolescentes participam das aulas de educação física, então experimentam momentos de autoconhecimento" é equivalente à proposição

a) "Os adolescentes não participam das aulas de educação física ou experimentam momentos de autoconhecimento".

b) "Se os adolescentes não participam das aulas de educação física, então não experimentam momentos de autoconhecimento".

c) "Se os adolescentes não experimentam momentos de autoconhecimento, então participam das aulas de educação física".

d) "Os adolescentes participam das aulas de educação física e não experimentam momentos de autoconhecimento".

e) "Se os adolescentes não participam das aulas de educação física, então experimentam momentos de autoconhecimento".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Os adolescentes participam das aulas de educação física."

e: "(Os adolescentes) experimentam momentos de autoconhecimento.**"**

A proposição original pode ser descrita por **p→e**:

p→e: "**Se [**os adolescentes participam das aulas de educação física**]**, **então [**experimentam momentos de autoconhecimento**]**."

Uma condicional **não** pode ser equivalente a uma **conjunção ("e", ∧)**. Nesse caso, já podemos **eliminar a alternativa D**.

As demais alternativas apresentam tanto condicionais (→) quanto uma disjunção inclusiva ("ou", ∨) como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- **p→q ≡ ~q→~p** (contrapositiva)
- **p→q ≡ ~p ∨ q** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a **primeira equivalência**, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

p→e ≡ ~e→~p

A proposição equivalente pode ser escrita por:

~e→~p: "**Se [**os adolescentes **não** experimentam momentos de autoconhecimento**]**, **então [não** participam das aulas de educação física**]**."

Veja que as condicionais apresentadas nas alternativas não correspondem à equivalência encontrada.

Podemos agora utilizar a **segunda equivalência**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

p→e ≡ ~p∨e

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~p∨e: "**[**Os adolescentes **não** participam das aulas de educação física**] ou [**experimentam momentos de autoconhecimento**].**"

Note que essa proposição equivalente aparece na alternativa A.

Gabarito: Letra A.

13.(VUNESP/PB Saúde/2021) Dada a afirmação "Se a temperatura está abaixo de 5^{O}C, então uso luvas", a sua contrapositiva é a afirmação:

a) Se a temperatura não está abaixo de 5^{O}C, então uso luvas.

b) Se a temperatura não está abaixo de 5^{O}C, então não uso luvas.

c) Se uso luvas, então a temperatura está abaixo de 5^{O}C.

d) Se não uso luvas, então a temperatura não está abaixo de 5^{O}C.

e) Se uso luvas, então a temperatura não está abaixo de 5^{O}C.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

t: "A temperatura está abaixo de 5^{O}C."

l: "Uso luvas.**"**

A proposição original pode ser descrita por **t→l**:

t→l: "**Se [**a temperatura está abaixo de 5^{O}C**]**, **então [**uso luvas**]**."

A equivalência **contrapositiva** é representada do seguinte modo: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

t→l ≡ ~l→~t

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~l→~t: "**Se [não** uso luvas**]**, **então [**a temperatura **não** está abaixo de 5^{O}C**]**."

Gabarito: Letra D.

14.(VUNESP/PB Saúde/2021) A afirmação que é logicamente equivalente à afirmação "Enfrento meus desafios ou fico em casa dormindo" é:

a) Enfrento meus desafios e fico em casa dormindo.

b) Se não enfrento meus desafios, então fico em casa dormindo.

c) Não enfrento meus desafios e fico em casa dormindo.

d) Enfrento meus desafios e não fico em casa dormindo.

e) Se fico em casa dormindo, então não enfrento meus desafios.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Enfrento meus desafios."

f: "Fico em casa dormindo."

A proposição composta original pode ser descrita por **e∨f**:

e∨f: "**[**Enfrento meus desafios**]** **ou** **[**fico em casa dormindo**]**."

Uma equivalência fundamental que envolve a disjunção inclusiva é a **transformação da disjunção inclusiva em condicional**, dada por **p∨q ≡ ~p→q**. Essa equivalência é aplicada do seguinte modo:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca se a disjunção inclusiva (∨) pela condicional (→);**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

e∨f ≡ ~e→f

Logo, temos a seguinte equivalência:

~e→f: "**Se** **[não** enfrento meus desafios**]**, **então** **[**fico em casa dormindo**]**."

Gabarito: Letra B.

15.(VUNESP/CODEN/2021) Considere a afirmação: Se estudei muito para o concurso, então não pude lavar o tapete. Uma afirmação equivalente a esta é

a) Se pude lavar o tapete, então não estudei muito para o concurso.

b) Se não estudei muito para o concurso, então pude lavar o tapete.

c) Ou estudei muito para o concurso ou não pude lavar o tapete.

d) Estudei muito para o concurso e não pude lavar o tapete.

e) Pude lavar o tapete e não estudei muito para o concurso.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Estudei muito para o concurso."

l: "Pude lavar o tapete.**"**

A proposição original pode ser descrita por **e→~l**:

e→~l: "**Se [**estudei muito para o concurso**]**, **então [não** pude lavar o tapete**]**."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

e→~l ≡ ~(~l)→~e

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Ficamos com:

e→~l ≡ l→~e

A proposição equivalente pode ser descrita por:

l→~e: "**Se [**pude lavar o tapete**]**, **então [não** estudei muito para o concurso**]**."

Gabarito: Letra A.

Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (leis de De Morgan)

16.(CESPE/SEFAZ-AL/2020) A negação da proposição "Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem." é corretamente expressa por "Os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor não padecem."

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: "Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem."

b: "Os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **s∧b**:

s∧b:"**[**Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem**] e [**os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(s∧b) ≡ ~s∨~b

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~s∨~b: "**[**Os servidores públicos que atuam nesse setor **não** padecem**] ou [**os beneficiários dos serviços prestados por esse setor **não** padecem**]**."

Perceba que a negação correta apresenta o conectivo "ou", não o conectivo "e", como presente na assertiva. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

17.(FADESP/PM PA/2022) Segundo a primeira lei de De Morgan, a negação da sentença “Silva não é sargento e Pereira não é oficial” é

a) Silva é sargento e Pereira é oficial.

b) Silva não é sargento mas Pereira é oficial.

c) Silva é sargento ou Pereira é oficial.

d) Silva é sargento mas Pereira não é oficial.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: "Silva é sargento."

p: "Pereira é oficial."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **~s∧~p**:

~s∧~p: “[Silva **não** é sargento] **e** [Pereira **não** é oficial].”

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(~s∧~p) ≡ ~(~s)∨~(~p)

A dupla negação de **s** e a dupla negação de **p** correspondem às próprias proposições simples originais. Portanto:

~(~s∧~p) ≡ s∨p

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

s∨p: "[Silva é sargento] **ou** [Pereira é oficial]."

Gabarito: Letra C.

18.(FADESP/CPCRC/2019) Considere a proposição:

Cilene é médica legista ou Mayara é auxiliar técnica de perícias.

A negação desta proposição é

a) Cilene não é médica legista e Mayara não é auxiliar técnica de perícias.

b) Se Cilene não é médica legista, então Mayara é auxiliar técnica de perícias.

c) Cilene não é médica legista ou Mayara não é auxiliar técnica de perícias.

d) Se Mayara não é auxiliar técnica de perícias, então Cilene é médica legista.

e) Cilene não é médica legista ou Mayara é auxiliar técnica de perícias.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Cilene é médica legista."

m: "Mayara é auxiliar técnica de perícias."

A sentença original pode ser descrita por **c∨m:**

c∨m: "**[**Cilene é médica legista**]** **ou** **[**Mayara é auxiliar técnica de perícias**]**."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência **~(p∨q) ≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela conjunção (∧).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

~(c∨m) ≡ ~c∧~m

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~c∧~m: "[Cilene **não** é médica legista**]** **e** **[**Mayara **não** é auxiliar técnica de perícias**]."**

Gabarito: Letra A.

19.(FCC/SABESP/2018) A alternativa que contém a negação lógica da afirmação "Letícia está doente e Rodrigo foi trabalhar" é: "Letícia

a) está doente e Rodrigo não foi trabalhar."

b) não está doente ou Rodrigo não foi trabalhar."

c) não está doente ou Rodrigo foi trabalhar."

d) está doente ou Rodrigo não foi trabalhar."

e) não está doente e Rodrigo não foi trabalhar."

Comentários:

Sejam as proposições simples:

l: "Letícia está doente."

r: "Rodrigo foi trabalhar."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **l∧r**:

l∧r:"**[**Letícia está doente**] e [**Rodrigo foi trabalhar**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~ (l∧r) ≡ ~l∨~r

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~l∨~r: "**[**Letícia **não** está doente**] ou [**Rodrigo **não** foi trabalhar**]**."

Gabarito: Letra B.

20.(FCC/DPE RS/2017) Considere a afirmação:

Ontem trovejou e não choveu.

Uma afirmação que corresponde à negação lógica desta afirmação é

a) se ontem não trovejou, então não choveu.

b) ontem trovejou e choveu.

c) ontem não trovejou ou não choveu.

d) ontem não trovejou ou choveu.

e) se ontem choveu, então trovejou.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

j: "Trovejou."

e: "Choveu."

Removendo o termo acessório "ontem", a proposição original pode ser escrita pela conjunção **j∧~e**:

j∧~e:"**[**Trovejou**] e [não** choveu**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(j\land\sim e) \equiv \sim j\lor\sim(\sim e)$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim(j\land\sim e) \equiv \sim j\lor e$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~j∨e: "**[Não** trovejou**] ou [**choveu**]**."

A alternativa D apresenta essa negação acrescentando o termo acessório "ontem".

Gabarito: Letra D.

21.(FGV/SSP AM/2022) Considere a afirmação:

"Hoje é sexta-feira e amanhã não trabalharei".

A negação lógica dessa sentença é

a) Hoje não é sexta-feira e amanhã trabalharei.

b) Hoje não é sexta-feira ou amanhã trabalharei.

c) Hoje não é sexta-feira, então amanhã trabalharei.

d) Hoje é sexta-feira e amanhã trabalharei.

e) Hoje é sexta-feira ou amanhã não trabalharei.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

h: "Hoje é sexta-feira."

a: "Amanhã trabalharei."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **h∧~a**:

h∧~a:"**[**Hoje é sexta-feira**] e [**Amanhã **não** trabalharei**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(h \land \sim a) \equiv \sim h \lor \sim(\sim a)$$

A dupla negação da proposição simples **a** corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim(h \land \sim a) \equiv \sim h \lor a$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~h∨a: "**[**Hoje **não** é sexta-feira**] ou [**amanhã trabalharei**]**."

Gabarito: Letra B.

22.(FGV/PC RN/2021) Mário, que mora sozinho, falava ao telefone com sua mãe a respeito do dia anterior:

Lavei a louça e não dormi tarde.

A negação lógica dessa sentença é:

a) Não lavei a louça e não dormi tarde;

b) Lavei a louça e dormi tarde;

c) Não lavei a louça e dormi tarde;

d) Não lavei a louça ou não dormi tarde;

e) Não lavei a louça ou dormi tarde.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

l: "Lavei a louça."

d: "Dormi tarde."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **l∧~d**:

l∧~d:"**[**Lavei a louça**] e [não** dormi tarde**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~**(**p∧q**) **≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(l\land\sim d) \equiv \sim l\lor\sim(\sim d)$$

A dupla negação da proposição simples **d** corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim(l\land\sim d) \equiv \sim l\lor d$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~l∨d: "**[Não** lavei a louça**] ou [**dormi tarde **]**."

Gabarito: Letra E.

23.(FUNDATEC/IPE Saúde/2022) De acordo com a lógica proposicional, mais precisamente, as equivalências lógicas e as leis de De Morgan, podemos dizer que a negação da sentença “O sol nasce e os pássaros cantam” é:

a) O sol não nasce e os pássaros não cantam.

b) O sol não nasce ou os pássaros não cantam.

c) O sol nasce se, e somente se, os pássaros cantam.

d) O sol nasce e os pássaros não cantam.

e) O sol nasce ou os pássaros não cantam.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: "O sol nasce."

p: "Os pássaros cantam."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **s∧p**:

s∧p: “**[**O sol nasce**]** **e** **[**os pássaros cantam**]**.”

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q)** **≡** **~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(s∧p) ≡ ~s∨~p

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~s∨~p: "[O sol **não** nasce**]** **ou** **[**os pássaros **não** cantam**]**."

Gabarito: Letra B.

24.(FUNDATEC/IPE Saúde/2022) De acordo com a lógica proposicional, mais precisamente, as equivalências lógicas e as leis de De Morgan, podemos dizer que a negação da sentença "x é par ou x é primo" é:

a) Se x é par, então x é primo.

b) x não é par ou x não é primo.

c) Se x não é par, então x é não primo.

d) x não é par e x é primo.

e) x não é par e x não é primo

Comentários:

Pessoal, observe que na questão temos sentenças abertas, pois todas as sentenças apresentam a variável **x**. Mesmo assim podemos utilizar o que aprendemos com equivalências lógicas.

Considere as seguintes sentenças:

a: "x é par."

i: "x é primo."

A sentença original pode ser descrita por **a∨i**:

a∨i: "**[**x é par**]** **ou** **[**x é primo**]**."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência **~(p∨q) ≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela conjunção (∧).**

Em outras palavras, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

~(a∨i) ≡ ~a∧~i

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~a∧~i: "**[**x **não** é par**]** **e** **[**x **não** é primo**]**".

Gabarito: Letra E.

25.(IBFC/IBGE/2022) “Ana analisou o trabalho de um recenseador e autorizou a prorrogação de seu contrato”. De acordo com a equivalência de proposições compostas, a negação da frase pode ser descrita como:

a) Ana não analisou o trabalho de um recenseador e não autorizou a prorrogação de seu contrato

b) Ana não analisou o trabalho de um recenseador ou autorizou a prorrogação de seu contrato

c) Ana não analisou o trabalho de um recenseador ou não autorizou a prorrogação de seu contrato

d) Ana analisou o trabalho de um recenseador e não autorizou a prorrogação de seu contrato

e) Ana analisou o trabalho de um recenseador ou não autorizou a prorrogação de seu contrato

Comentários:

Sejam as proposições simples:

t: "Ana analisou o trabalho de um recenseador."

p: "(Ana) autorizou a prorrogação de seu contrato (do recenseador)."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **t∧p**:

t∧p: “**[**Ana analisou o trabalho de um recenseador**]** **e** **[**autorizou a prorrogação de seu contrato**]**.”

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q)** ≡ **~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(t∧p) ≡ **~t∨~p**

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~t∨~p: "[Ana **não** analisou o trabalho de um recenseador**]** **ou** **[não** autorizou a prorrogação de seu contrato**]**."

Gabarito: Letra C.

26.(IBFC/IBGE/2022) “Rosana inseriu os dados no sistema informatizado ou protocolou o documento em tempo hábil”. De acordo com a equivalência de proposições compostas, a negação da frase pode ser descrita como:

a) Rosana não inseriu os dados no sistema informatizado e não protocolou o documento em tempo hábil

b) Rosana inseriu os dados no sistema informatizado ou protocolou o documento em tempo hábil

c) Rosana não inseriu os dados no sistema informatizado ou protocolou o documento em tempo hábil

d) Rosana inseriu os dados no sistema informatizado ou não protocolou o documento em tempo hábil

e) Rosana inseriu os dados no sistema informatizado e protocolou o documento em tempo hábil

Comentários:

Sejam as proposições simples:

i: "Rosana inseriu os dados no sistema informatizado."

p: "(Rosana) protocolou o documento em tempo hábil."

A proposição original pode ser descrita por **i∨p**:

i∨p: "**[**Rosana inseriu os dados no sistema informatizado**]** **ou** **[**protocolou o documento em tempo hábil**]**."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência **~(p∨q) ≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela conjunção (∧).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

~(i∨p) ≡ ~i∧~p

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~i∧~p: "**[**Rosana **não** inseriu os dados no sistema informatizado**]** **e** **[não** protocolou o documento em tempo hábil**]**".

Gabarito: Letra A.

27.(IBFC/SEJUF PR/2021) A frase "Não é verdade que: Carlos é advogado ou Maria é dentista", é logicamente equivalente a frase:

a) Carlos não é advogado e Maria não é dentista

b) Carlos não é advogado ou Maria não é dentista

c) Carlos é advogado e Maria não é dentista

d) Carlos é advogado ou Maria não é dentista

e) Se Carlos é advogado, então Maria não é dentista

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Carlos é advogado."

d: "Maria é dentista."

Sabemos que a expressão "**não é verdade que**" nega toda a proposição composta. Logo, a frase original pode ser descrita por ~**(a∨d)**:

~**(a∨d)**: "**Não é verdade que**: **[(**Carlos é advogado**) ou (**Maria é dentista**)]**."

Veja que a proposição composta original, dada por ~**(a∨d)**, é a negação de **(a∨d)**. Portanto, uma proposição composta equivalente a ~**(a∨d)** consiste em uma negação de **(a∨d)**.

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência **~(p∨q) ≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela conjunção (∧).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

~(a∨d) ≡ ~a∧~d

Logo, uma frase equivalente a ~**(a∨d)** é:

~a∧~d: "**[**Carlos **não** é advogado**] e [**Maria **não** é dentista**]**".

Gabarito: Letra A.

28.(IDIB/GOINFRA/2022)Assinale a alternativa que apresenta a negação da proposição composta "Mateus comprou um carro de cor vermelha e alugou uma moto de 500 cilindradas".

a) Mateus comprou um carro de cor vermelha ou não alugou uma moto de 500 cilindradas.

b) Mateus não comprou um carro de cor vermelha ou não alugou uma moto de 500 cilindradas.

c) Se Mateus comprou um carro de cor vermelha, então não alugou uma moto de 500 cilindradas.

d) Mateus não comprou um carro de cor vermelha e não alugou uma moto de 500 cilindradas.

e) Mateus não comprou um carro de cor vermelha ou alugou uma moto de 500 cilindradas.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

v: "Mateus comprou um carro de cor vermelha."

a: "(Mateus) alugou uma moto de 500 cilindradas."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **v∧a**:

v∧a: "**[**Mateus comprou um carro de cor vermelha**]** **e** **[**alugou uma moto de 500 cilindradas**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(v∧a) ≡ ~v∨~a

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~v∨~a: "[Mateus **não** comprou um carro de cor vermelha**]** **ou** **[não** alugou uma moto de 500 cilindradas**]**."

Gabarito: Letra B.

29.(Instituto AOCP/PC PA/2021) Se não é verdade que "O sistema operacional A é lento e o sistema operacional B não é o mais caro", então é verdade afirmar que

a) "Se o sistema operacional A não é lento, então o sistema operacional B não é o mais caro".

b) "Se o sistema operacional A não é lento, então o sistema operacional B é o mais caro".

c) "O sistema operacional A é lento ou o sistema operacional B é o mais caro".

d) ”O sistema operacional A não é lento e o sistema operacional B é o mais caro”.

e) “O sistema operacional A não é lento ou o sistema operacional B é o mais caro”.

Comentários:

A questão afirma que uma determinada proposição composta não é verdadeira. Consequentemente, temos que a **negação dessa proposição composta é verdadeira**. Devemos, portanto, negar a proposição composta apresentada.

Sejam as proposições simples:

a: "O sistema operacional A é lento."

b: "O sistema operacional B é o mais caro."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **a∧~b**:

a∧~b:"[O sistema operacional A é lento] **e** [o sistema operacional B **não** é o mais caro]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(a \wedge \sim b) \equiv \sim a \vee \sim(\sim b)$$

A dupla negação da proposição simples **b** corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim(a \wedge \sim b) \equiv \sim a \vee b$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~a∨b: “[O sistema operacional A **não** é lento] **ou** [o sistema operacional B é o mais caro].”

Gabarito: Letra E.

30.(Instituto AOCP/ISS Cariacica/2020) Segundo o raciocínio lógico, por definição, a negação da proposição composta “Matemática é fácil ou Física tem poucas fórmulas” é dada por:

a) “Matemática é fácil e Física não tem poucas fórmulas”.

b) “Matemática não é fácil e Física tem poucas fórmulas”.

c) "Matemática não é fácil e Física não tem poucas fórmulas".

d) "Matemática não é fácil ou Física não tem poucas fórmulas".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

m: "Matemática é fácil."

f: "Física tem poucas fórmulas."

A sentença original pode ser descrita por **m∨f:**

m∨f: "**[**Matemática é fácil**]** **ou** **[**física tem poucas fórmulas**]**."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência **~(p∨q) ≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela conjunção (∧).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

~(m∨f) ≡ ~m∧~f

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~m∧~f: "[Matemática **não** é fácil**] e [**física **não** tem poucas fórmulas**]."**

Gabarito: Letra C.

31.(VUNESP/EBSERH/2020) Considere a seguinte afirmação:

O técnico em análises clínicas realiza testes laboratoriais e faz análises microscópicas.

Uma negação lógica para a afirmação apresentada está contida na alternativa:

a) O técnico em análises clínicas não realiza testes laboratoriais e não faz análises microscópicas.

b) O técnico em análises clínicas não realiza testes laboratoriais ou não faz análises microscópicas.

c) O técnico em análises clínicas não realiza testes laboratoriais, mas faz análises microscópicas.

d) Quem realiza testes laboratoriais e faz análises microscópicas não é técnico em análises clínicas.

e) Quem não realiza testes laboratoriais e não faz análises microscópicas é técnico em análises clínicas.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

t: "O técnico em análises clínicas realiza testes laboratoriais."

a: "O técnico em análises clínicas faz análises microscópicas."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **t∧a**:

t∧a: "**[**O técnico em análises clínicas realiza testes laboratoriais**]** **e** **[**faz análises microscópicas**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(t∧a) ≡ ~t ∨~a

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~t ∨~a: "[O técnico em análises clínicas **não** realiza testes laboratoriais**]** **ou** **[não** faz análises microscópicas**]**."

Gabarito: Letra B.

32.(VUNESP/EBSERH/2020) Os carregadores trouxeram o armário e o instalador não chegou. A negação lógica dessa afirmação é:

a) se os carregadores não trouxeram o armário, então o instalador chegou.

b) os carregadores não trouxeram o armário e o instalador chegou.

c) se o instalador não chegou, então os carregadores não trouxeram o armário.

d) os carregadores não trouxeram o armário ou o instalador chegou.

e) os carregadores trouxeram o armário ou o instalador não chegou.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Os carregadores trouxeram o armário."

i: "O instalador chegou."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **c∧~i**:

c∧~i: "[Os carregadores trouxeram o armário] **e** [o instalador **não** chegou]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(c∧~i) ≡ ~c ∨~(~i)

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Logo:

~(c∧~i) ≡ ~c ∨ i

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~c ∨ i: "[Os carregadores **não** trouxeram o armário] **ou** [o instalador chegou]."

Gabarito: Letra D.

33.(VUNESP/PM SP/2020) Ontem Jorge foi ao cinema e voltou desapontado. Uma afirmação que corresponda à negação lógica dessa afirmação é:

a) Ontem Jorge não foi ao cinema e voltou desapontado.

b) Ontem Jorge não foi ao cinema ou não voltou desapontado.

c) Ontem Jorge foi ao cinema e não voltou desapontado.

d) Ontem Jorge não foi ao cinema ou voltou desapontado.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

f: "Ontem Jorge foi ao cinema."

v: " Ontem Jorge voltou desapontado."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **f∧v**:

f∧v: "[Ontem Jorge foi ao cinema] **e** [voltou desapontado]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(f \wedge v) \equiv \sim f \vee \sim v$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$\sim f \vee \sim v$: "[Ontem Jorge **não** foi ao cinema] **ou** [**não** voltou desapontado]."

Gabarito: Letra B.

Negação da Condicional

34.(CESPE/PETROBRAS/2022) Acerca de lógica matemática, julgue o item a seguir.

A negativa da sentença composta "Se o preço está elevado, então a compra não será realizada." é "O preço está elevado e a compra será realizada.".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "O preço está elevado."

r: "A compra será realizada."

A proposição composta original pode ser definida pela condicional **p→~r**:

p→~r: "**Se [**o preço está elevado**]**, **então [**a compra **não** será realizada**]**."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(**p→~r**) ≡ **p∧~(~r)**

A dupla negação de **r** corresponde à proposição original. Logo, temos:

~(**p→~r**) ≡ **p∧r**

Logo, a negação pode ser descrita por:

p∧r: "**[**O preço está elevado**] e [**a compra será realizada**]**."

Gabarito: CERTO.

35.(CESPE/TCDF/2021) Considerando que P e Q sejam, respectivamente, as proposições "Ausência de evidência de um crime não é evidência da ausência do crime." e "Se não há evidência, não há crime.", julgue a seguir.

A negação da proposição Q pode ser corretamente expressa por "Não há evidência, mas há crime.".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Há evidência."

c: "Há crime."

A proposição composta **Q** pode ser definida pela condicional $\sim e \rightarrow \sim c$:

$\sim e \rightarrow \sim c$: "**Se [não** há evidência**]**, **então [não** há crime**]**."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(\sim e \rightarrow \sim c) \equiv \sim e \wedge \sim(\sim c)$$

A dupla negação de **c** corresponde à proposição original. Logo, temos:

$$\sim(\sim e \rightarrow \sim c) \equiv \sim e \wedge c$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

$\sim e \wedge c$: "**[Não** há evidência**] e [**há crime**]**."

Sabemos que a conjunção "e" pode ser representada pela palavra "mas". Logo, a negação da condicional em questão também pode ser descrita por:

$\sim e \wedge c$: "**[Não** há evidência**] mas [**há crime**]**."

Gabarito: CERTO.

36.(FCC/AFAP/2019) A negação da afirmação condicional "Se Carlos não foi bem no exame, vai ficar em casa" é:

a) Se Carlos for bem no exame, vai ficar em casa.

b) Carlos foi bem no exame e não vai ficar em casa.

c) Carlos não foi bem no exame e vai ficar em casa.

d) Carlos não foi bem no exame e não vai ficar em casa.

e) Se Carlos não foi bem no exame então não vai ficar em casa.

Comentários:

Vamos definir as proposições simples:

e: "Carlos foi bem no exame."

c: "Carlos vai ficar em casa."

A frase original pode ser descrita pelo condicional **~e→c**:

~e→c: "**Se** **[**Carlos **não** foi bem no exame**]**, **então** **[**vai ficar em casa**]**."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(~e→c) ≡ ~e∧~c

Logo, a negação pode ser descrita por:

~e∧~c: "**[**Carlos **não** foi bem no exame**]** **e** **[não** vai ficar em casa**]**."

Gabarito: Letra D.

37.(FCC/SEFAZ-SC/2018) A negação da proposição "se eu estudo, eu cresço" pode ser escrita como:

a) "se eu não estudo, eu não cresço".

b) "se eu não cresço, eu não estudo".

c) "cresço e não estudo".

d) "estudo e não cresço".

e) "se eu cresço, eu não estudo".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Eu estudo."

c: "Eu cresço."

A proposição apresentada é a condicional **e→c** na forma em que se omite o "**então**":

e→c: "Se [eu estudo**]**, **[**eu cresço**]**."**

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(e→c) ≡ e∧~c

Logo, a negação pode ser descrita por:

e∧~c: "**[**Eu estudo**] e [**eu **não** cresço**]**."

A alternativa D apresenta essa negação omitindo a palavra "eu".

Gabarito: Letra D.

38.(FGV/PC AM/2022) Considere a afirmação:

"Se Jonas é um soldado então é forte".

A negação dessa afirmação é

a) Jonas é um soldado e não é forte.

b) Se Jonas não é um soldado então é forte.

c) Se Jonas é um soldado então não é forte.

d) Se Jonas não é um soldado então não é forte.

e) Se Jonas não é forte então não é um soldado.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: "Jonas é um soldado."

f: "Jonas é forte."

A sentença original pode ser descrita por **s→f**:

s→f: "**Se [**Jonas é um soldado**]**, **então [**é forte**]**".

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(s→f) ≡ s∧~f

Logo, a negação pode ser descrita por:

s∧~f: "**[**Jonas é um soldado**] e [não** é forte**]**."

Gabarito: Letra A.

39.(FGV/ISS Paulínia/2021) Considere a afirmação:

"Uma proposta, se apresentada com clareza, não é recusada".

A negação lógica dessa afirmação é:

a) Uma proposta é apresentada com clareza e é recusada.

b) Uma proposta não é apresentada com clareza e é recusada.

c) Se uma proposta não é apresentada com clareza, não é recusada.

d) Se uma proposta não é recusada, foi apresentada com clareza.

e) Se uma proposta não é recusada, não foi apresentada com clareza.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Uma proposta é apresentada com clareza."

r: "A proposta é recusada."

A sentença original pode ser descrita por **a→~r**:

s→~r: "**Se [**uma proposta é apresentada com clareza**]**, **então [**a proposta **não** é recusada**]**".

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(a\rightarrow\sim r) \equiv a\wedge\sim(\sim r)$$

A dupla negação da proposição simples **r** corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim(a\rightarrow\sim r) \equiv a\wedge r$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

a∧r: "**[**Uma proposta é apresentada com clareza**]** **e** **[**a proposta é recusada**]**."

Note que a negação obtida corresponde à alternativa A.

Gabarito: Letra A.

40.(FUNDATEC/CRA RS/2021) Considerando as proposições p: Marcos é político e q: Octávio é agricultor, assinale a alternativa que representa a negação da proposição “Se Marcos é político, então Octávio é agricultor”.

a) Marcos é político e Octávio não é agricultor.

b) Se Marcos não é político, então Octávio não é agricultor.

c) Octávio é agricultor ou Marcos é político.

d) Marcus é agricultor.

e) Marcos não é político e Octávio não é agricultor.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Marcos é político."

q: "Octávio é agricultor."

A sentença original pode ser descrita por **p→q**:

p→q: “**Se** **[**Marcos é político**]**, **então** **[**Octávio é agricultor**]**”.

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(p\rightarrow q) \equiv p\wedge\sim q$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

p∧~q: "[Marcos é político] **e** [Octávio **não** é agricultor]."

Gabarito: Letra A.

41.(QUADRIX/CRESS PB/2021) Julgue o item.

A negação de "Penso, logo existo" é "Penso e não existo".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Penso."

e: "Existo."

Note que a proposição composta original apresentada no enunciado é uma **condicional** expressa da forma "**p**, **logo** **q**". Para o caso em questão, a sentença original pode ser descrita pela condicional **p→e**:

p→e: " [Penso], **logo** [existo]".

Reescrevendo com o conectivo tradicional "**se**... **então**", temos:

p→e: "**Se** [penso], **então** [existo]".

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(p\rightarrow e) \equiv p\wedge\sim e$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

p∧~e: "[Penso] **e** [**não** existo]."

Gabarito: CERTO.

42.(VUNESP/PB Saúde/2021) Assinale a alternativa que apresenta a afirmação que corresponde à negação lógica da afirmação a seguir: Se a sujeira é muita, então fazer a limpeza vai demorar.

a) Se fazer a limpeza vai demorar, então a sujeira não é muita.

b) A sujeira não é muita e fazer a limpeza vai demorar.

c) A sujeira é muita e fazer a limpeza não vai demorar.

d) A sujeira não é muita e fazer a limpeza não vai demorar.

e) Se fazer a limpeza vai demorar, então a sujeira é muita.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: "A sujeira é muita."

l: "Fazer a limpeza vai demorar."

A proposição original é dada por **s→l**:

s→l: "**Se** [a sujeira é muita], **então** [fazer a limpeza vai demorar]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(s→l) ≡ s∧~l

Logo, a negação pode ser descrita por:

s∧~l: "[A sujeira é muita] **e** [fazer a limpeza **não** vai demorar]."

Gabarito: Letra C.

43.(VUNESP/Pref. Ilhabela/2020) Considere a afirmação: Se a ampulheta está quebrada, então o tempo não pode ser medido. Uma afirmação que corresponde à sua negação lógica é:

a) A ampulheta está quebrada, e o tempo pode ser medido.

b) Se a ampulheta não está quebrada, então o tempo pode ser medido.

c) A ampulheta não está quebrada, e o tempo não pode ser medido.

d) Se o tempo pode ser medido, então a ampulheta não está quebrada.

e) O tempo não pode ser medido ou a ampulheta está quebrada.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "A ampulheta está quebrada."

t: "O tempo pode ser medido."

A proposição original é dada por **a→~t**:

a→~t: "**Se** [A ampulheta está quebrada], **então** [o tempo **não** pode ser medido]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(a\rightarrow\sim t) \equiv a\wedge\sim(\sim t)$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Logo:

$$\sim(a\rightarrow\sim t) \equiv a \wedge t$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

a ∧ t: "[A ampulheta está quebrada] **e** [o tempo pode ser medido]."

Gabarito: Letra A.

Outras equivalências e negações

44.(CESPE/PETROBRAS/2022) Acerca de lógica matemática, julgue o item a seguir.

Dadas três proposições p, q e r, tem-se que pVq→r é equivalente a (p→r)V(q→r).

Comentários:

Na teoria da aula, aprendemos duas equivalências relacionadas à **conjunção de condicionais**. Para resolver essa questão, teríamos que conhecer a seguinte equivalência:

$$(p\rightarrow r)\wedge(q\rightarrow r) \equiv (p\vee q)\rightarrow r$$

Note que a questão sugere que **(pVq)→r** é equivalente a **(p→r)V(q→r)**. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Outra forma de resolver o problema sem conhecer a equivalência supracitada é desenhar as tabelas-verdade de **pVq→r** e de **(p→r)V(q→r)**. Como as tabelas-verdade não são iguais, as proposições compostas não são equivalentes.

p	q	r	pvq	p→r	q→r	(pvq)→r	(p→r)v(q→r)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	F	V
F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V

Gabarito: ERRADO.

45.(FGV/BANESTES/2018) Considere a sentença "Joana gosta de leite e não gosta de café".

Sabe-se que a sentença dada é falsa.

Deduz-se que:

a) Joana não gosta de leite e não gosta de café;

b) Se Joana gosta de leite, então ela não gosta de café;

c) Joana gosta de leite ou gosta de café;

d) Se Joana não gosta de café, então ela não gosta de leite;

e) Joana não gosta de leite ou não gosta de café.

Comentários:

Ao informar que "*a sentença dada é falsa*", podemos deduzir corretamente que a negação da sentença é verdadeira. A questão pede, portanto, para negarmos a sentença original.

A primeira equivalência a ser utilizada diante a negação de uma conjunção é a equivalência de De Morgan.

Sejam as proposições simples:

l: "Joana gosta de leite."

k: "Joana gosta de café."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **l∧~k**:

l∧~k:"**[**Joana gosta de leite**]** **e** **[não** gosta de café**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~ (l∧~k) ≡ ~l∨~(~k)

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original:

~ (l∧~k) ≡ ~l∨k

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~l∨k: "**[**Joana **não** gosta de leite**]** **ou** **[**Joana gosta de café**]**."

Note que não temos essa negação como resposta.

"E agora, professor? Será que erramos em alguma coisa?"

Não, caro aluno! Primeiro, perceba que já podemos **eliminar as alternativas C e E**, pois elas apresentam disjunções inclusivas diferentes da que obtemos. Além disso, a **alternativa A pode ser eliminada**, pois a negação de uma conjunção nunca será outra conjunção. **Resta-nos as alternativas B e D, que são condicionais**. Logo, temos que dar um jeito de transformar **~l∨k** em uma condicional.

Para transformar **~l∨k** em uma condicional, devemos utilizar a **equivalência transformação da disjunção inclusiva em condicional**: **p∨q ≡ ~p→q**. A equivalência é realizada do seguinte modo:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela condicional (→); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim l \vee k \equiv \sim(\sim l) \rightarrow k$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original:

$$\sim l \vee k \equiv l \rightarrow k$$

Ficamos com:

l→k: "**Se [**Joana gosta de leite**], então [**Joana gosta de café**]**."

Note que ainda não temos resposta. Podemos ainda usar a equivalência **contrapositiva** em **l→k**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$l \rightarrow k \equiv \sim k \rightarrow \sim l$$

Ficamos com:

~k→~l: "**Se [**Joana **não** gosta de café**], então [**Joana **não** gosta de leite**]**."

Agora sim chegamos no gabarito! **Alternativa D**.

—

Uma **forma mais simples de se resolver** a questão requer que o aluno se lembre de duas equivalências que são mais raras: as **negações da conjunção para a forma condicional**. Lembre-se das seguintes equivalências:

- $\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$
- $\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$

Para essa questão, devemos negar **l∧~k**, isto é, devemos obter ~**(l∧~k)**. Utilizando essas duas equivalências, temos:

- $\sim(l \wedge \sim k) \equiv l \rightarrow \sim(\sim k)$, isto é, $\sim(l \wedge \sim k) \equiv l \rightarrow k$,
- $\sim(l \wedge \sim k) \equiv \sim k \rightarrow \sim l$

Note que, na segunda equivalência, obtemos que a negação da conjunção em questão é **~k→~l:**

~k→~l: "**Se** [Joana **não** gosta de café]**, então** [Joana **não** gosta de leite]."

Novamente, a **alternativa D** corresponde à negação requerida.

Gabarito: Letra D.

46.(VUNESP/CMSJC/2022) Considere a afirmação: "Ou arranjo emprego ou não me caso". A negação dessa afirmação é:

a) Se eu arranjo emprego, então eu me caso.

b) Se eu não arranjo emprego, então eu me caso.

c) Ou não arranjo emprego ou me caso.

d) Ou não arranjo emprego ou não me caso.

e) Arranjo emprego e não me caso.

Comentários:

Considere as proposições simples:

a: "Arranjo emprego."

c: "Me caso."

A afirmação original é uma **disjunção exclusiva** (**ou...ou**) representada por **a⊻~c**:

a⊻~c: " **Ou** [arranjo emprego] **ou** [**não** me caso]."

Para a questão em tela, devemos negar a disjunção exclusiva **a⊻~c**. A principal forma de se negar uma disjunção exclusiva é por meio da bicondicional, fazendo uso da seguinte equivalência:

$$\sim(p \veebar q) \equiv p \leftrightarrow q$$

Note que nas alternativas **não temos nenhuma bicondicional**. Portanto, **não devemos utilizar essa forma de se negar**.

Para a bicondicional, sabemos que ao negar apenas um dos termos, temos uma negação. Por exemplo, temos as seguintes negações de **p↔q**:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv \sim p \leftrightarrow q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \sim q$$

Para a disjunção exclusiva, temos a mesma ideia: ao negar um dos termos da disjunção exclusiva, temos a negação dela. Por exemplo, temos as seguintes negações de $p \underline{\vee} q$:

$$\sim(p \underline{\vee} q) \equiv \sim p \underline{\vee} q$$

$$\sim(p \underline{\vee} q) \equiv p \underline{\vee} \sim q$$

Portanto, para negar $a \underline{\vee} \sim c$, temos também as seguintes possibilidades:

$$\sim(a \underline{\vee} \sim c) \equiv \sim a \underline{\vee} \sim c$$

$$\sim(a \underline{\vee} \sim c) \equiv a \underline{\vee} \sim(\sim c)$$

Para a segunda possibilidade, como temos a dupla negação de **c**, ficamos com:

$$\sim(a \underline{\vee} \sim c) \equiv a \underline{\vee} c$$

Vamos expressar as duas negações de $a \underline{\vee} \sim c$:

$\sim a \underline{\vee} \sim c$: "**Ou** [**não** arranjo emprego] **ou** [**não** me caso]."

$a \underline{\vee} c$: "**Ou** [arranjo emprego] **ou** [me caso]."

Veja que a primeira negação está presente na **alternativa D**, que é o **gabarito** da questão.

Gabarito: Letra D.

47.(VUNESP/TJ SP/2021) Uma afirmação equivalente à afirmação "Se Alice estuda, então ela faz uma boa prova, e se Alice estuda, então ela não fica triste" é

a) Se Alice estuda, então ela não faz uma boa prova ou ela fica triste.

b) Se Alice fica triste e não faz uma boa prova, então ela não estuda.

c) Se Alice estuda, então ela faz uma boa prova e ela não fica triste.

d) Alice estuda e ela faz uma boa prova e não fica triste.

e) Alice não estuda, e ela faz uma boa prova ou não fica triste.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

e: "Alice estuda."

p: "Alice faz uma boa prova."

t: "Alice fica triste."

A afirmação presente no enunciado é dada por **(e→p)∧(e→~t)**:

(e→p)∧(e→~t): "**(Se** **[**Alice estuda**]**, **então** **[**ela faz uma boa prova**])**, **e** **(se** **[**Alice estuda**]**, **então** **[**ela **não** fica triste**])**."

Note que temos uma **conjunção de condicionais em que o termo comum é o antecedente e**. Logo, devemos utilizar a seguinte equivalência:

(p→q)∧(p→r) ≡ p→(q∧r)

Aplicando essa equivalência para o caso em questão, temos:

(e→p)∧(e→~t) ≡ e→(p∧~t)

Portanto, temos a seguinte proposição equivalente:

e→(p∧~t): "**Se** **[**Alice estuda**]**, **então** **[(**ela faz uma boa prova**)** **e** **(**ela **não** fica triste**)]**."

Gabarito: Letra C.

48.(VUNESP/EBSERH/2020) Uma correta negação lógica para a afirmação "Rosana é vulnerável ou necessitada, mas não ambos" está contida na alternativa:

a) Rosana é vulnerável se, e somente se, ela é necessitada.

b) Rosana não é vulnerável se, e somente se, ela é necessitada.

c) Rosana é vulnerável e necessitada.

d) Rosana não é vulnerável e, tampouco, necessitada.

e) Se Rosana não é necessitada, então ela não é vulnerável.

Comentários:

Vamos definir as proposições simples:

p: "Rosana é vulnerável."

q: "Rosana é necessitada."

Nesse caso, a afirmação é uma **disjunção <u>exclusiva</u>** dada por **p⊻q**.

"**[**Rosana é vulnerável**]** **ou** **[**necessitada**]**, **<u>mas não ambos</u>**."

Sabemos que a negação da **disjunção <u>exclusiva</u>** é a bicondicional, isto é:

~(p⊻q) ≡ p↔q

Logo, a negação requerida é:

p↔q: "[Rosana é vulnerável**] se, e somente se, [**ela é necessitada**]**."

Gabarito: Letra A.

Questões com mais de uma equivalência

49.(CESPE/DEPEN/2021) Com relação a lógica proposicional, julgue o item a seguir.

Considere as seguintes proposições

p: "Paola é feliz";

q: "Paola pinta um quadro".

Assim, a proposição "Paola é feliz apenas se ela pinta um quadro" pode ser representada por ~(p∧~q).

Comentários:

Sabemos que o conectivo "**somente se**" é do tipo condicional. Esse conectivo difere do "**se e somente se**", que é do tipo bicondicional.

Note que a proposição sugerida pelo enunciado é:

"[Paola é feliz] **apenas se** [ela pinta um quadro]"

O conectivo "**apenas se**" apresentado na questão corresponde ao condicional "**somente se**". Logo, a proposição pode ser descrita por **p→q**.

Veja que o enunciado sugere que a proposição composta pode ser representada por **~(p∧~q)**. Podemos desenvolver essa negação por De Morgan. Para negar a conjunção "e", negam-se ambas as parcelas e troca-se o "e" pelo "ou". Ficamos com:

$$\sim(p\wedge\sim q) \equiv \sim p \vee \sim(\sim q)$$

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição original. Logo:

$$\sim(p\wedge\sim q) \equiv \sim p\vee q$$

Nesse momento, você deve se lembrar da equivalência conhecida por "transformação do condicional em disjunção inclusiva", dada por **p→q ≡ ~p∨q**.

Conhecendo essa equivalência, observe que **~(p∧~q)** é equivalente a **~p∨q** que, por sua vez, é equivalente a **p→q**. Portanto:

$$\sim(p\wedge\sim q) \equiv p\rightarrow q$$

Isso significa que a proposição **p→q**, "Paola é feliz apenas se ela pinta um quadro", de fato pode ser representada por sua forma equivalente **~(p∧~q)**. O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Gabarito: CERTO.

50.(CESPE/PC DF/2021) A proposição “Se Marcos é culpado, então Paulo ou Carlos são inocentes.” equivale à proposição “Se Paulo ou Carlos são culpados, então Marcos é inocente.”.

Comentários:

Nessa questão, a banca utilizou “**é inocente**” como forma de se **negar** “**é culpado**”. Sabemos que a utilização de antônimos deve ser evitada, pois muitas vezes esse tipo de negação não abarca todas as possibilidades. Ocorre que o CESPE não costuma entrar nesse nível de detalhe, especialmente em questões envolvendo **equivalências lógicas** ou **lógica de argumentação**. Portanto, nesse tipo de questão, via de regra você pode negar usando antônimos.

Considere as seguintes proposições simples:

m: “Marcos é inocente.”

p: “Paulo é inocente.”

c: “Carlos é inocente.”

Vamos considerar que a negação dessas proposições simples são, respectivamente:

~m: “Marcos é culpado.”

~p: “Paulo é culpado.”

~c: “Carlos é culpado.”

Note que a proposição original pode ser descrita por **~m→pVc**, pois pode ser escrita da seguinte maneira:

~m→pVc: “**Se** [Marcos é culpado], **então** [(Paulo é inocente) **ou** (Carlos é inocente)].”

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

~m→pVc ≡ ~(pVc)→~(~m)

A dupla negação de **m** corresponde à proposição original. Ficamos com:

~m→pVc ≡ ~(pVc)→m

~(pVc) pode ser desenvolvida por **De Morgan**, correspondendo a **~p∧~c**. Ficamos com:

~m→pVc ≡ ~p∧~c →m

Logo, temos a seguinte equivalência:

$\sim p \wedge \sim c \rightarrow m$: "Se [(Paulo é culpado**) e (**Carlos é culpado**)]**, **então [**Marcos é inocente**]**."

Essa proposição equivalente pode ser entendida da seguinte forma:

"**Se [**Paulo e Carlos são culpados**]**, **então [**Marcos é inocente**]**."

Note que a assertiva está errada, pois ela apresenta a disjunção inclusiva "ou" no antecedente da condicional, quando deveria apresentar a conjunção "e".

"**Se [**Paulo ou Carlos são culpados**]**, **então [**Marcos é inocente**]**"

Gabarito: ERRADO.

51.(FCC/Pref. SJRP/2019) Considere a proposição: "Se Alberto está estudando, então é véspera de prova ou é dia 29 de fevereiro". Uma proposição equivalente a essa é

a) Se Alberto não está estudando, então não é véspera de prova ou não é dia 29 de fevereiro.

b) Se Alberto não está estudando, então não é véspera de prova e não é dia 29 de fevereiro.

c) Se é véspera de prova ou é dia 29 de fevereiro, então Alberto está estudando.

d) Se Alberto está estudando, então é véspera de prova e é dia 29 de fevereiro.

e) Se não é véspera de prova e não é dia 29 de fevereiro, então Alberto não está estudando.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Alberto está estudando."

v: "É véspera de prova."

f: "É dia 29 de fevereiro."

A proposição do enunciado pode ser descrita por $a \rightarrow v \vee f$.

$a \rightarrow v \vee f$: "**Se [**Alberto está estudando**]**, **então [(**é véspera de prova**) ou (**é dia 29 de fevereiro**)]**."

Observe que a proposição do enunciado é uma condicional e as alternativas apresentam condicionais. Isso significa que devemos utilizar a **contrapositiva** $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$a \rightarrow v \vee f \equiv \sim(v \vee f) \rightarrow \sim a$$

O antecedente obtido, **~(v∨f)**, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "ou" pelo "e".** Temos:

$$a \rightarrow (v \vee f) \equiv \sim v \wedge \sim f \rightarrow \sim a$$

A condicional acima pode ser expressa por:

~v ∧~f → ~a: "**Se [(não** é véspera de prova**) e (não** é dia 29 de fevereiro**)]**, **então [**Alberto **não** está estudando**]**."

Gabarito: Letra E.

52.(FGV/CBM AM/2022) Gabriel comprou a camiseta do Nacional-AM, e guardou para uma ocasião especial. Certo dia, procurado em casa por um amigo, sua irmã disse:

"Vestiu a camiseta e foi ao jogo ou ao bar."

A negação lógica dessa sentença é:

a) Não vestiu a camiseta e foi ao jogo ou ao bar.

b) Vestiu a camiseta e não foi ao jogo ou ao bar.

c) Vestiu a camiseta e não foi ao jogo nem ao bar.

d) Não vestiu a camiseta ou foi ao jogo ou ao bar.

e) Não vestiu a camiseta ou não foi ao jogo nem ao bar.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

v: "Vestiu a camiseta."

j: "Foi ao jogo."

b: "Foi ao bar."

A proposição original pode ser descrita pela conjunção entre **v** e **(j∨b)**, isto é, pode ser descrita por **v∧(j∨b)**:

v∧(j∨b):"**[**Vestiu a camiseta**] e [(**foi ao jogo**) ou (**foi ao bar**)]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim[v\wedge(j\vee b)] \equiv \sim v\vee\sim(j\vee b)$$

Note que a parcela **~(j∨b)** também pode ser desenvolvida por **De Morgan**, e corresponde a **~j∧~b**. Portanto, temos a seguinte equivalência:

$$\sim[v\wedge(j\vee b)] \equiv \sim v\vee(\sim j\wedge\sim b)$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~v∨(~j∧~b): "**[Não** vestiu a camiseta**] ou [(não** foi ao jogo**) e (não** foi ao bar**)]**."

Veja que essa negação é apresentada na alternativa E, que a representa a expressão "**e não**" por "**nem**":

~v∨(~j∧~b): "**[Não** vestiu a camiseta**] ou [(não** foi ao jogo**) (nem** ao bar**)]**."

Gabarito: Letra E.

53.(FGV/SSP AM/2022) Considere a sentença:

“Se Amazonino é amazonense e Reno não é alagoano, então Carlota não é carioca”.

Uma sentença logicamente equivalente à sentença dada é

a) Se Carlota não é carioca, então Amazonino é amazonense e Reno não é alagoano.

b) Se Amazonino não é amazonense e Reno é alagoano, então Carlota é carioca.

c) Se Amazonino não é amazonense ou Reno é alagoano, então Carlota é carioca.

d) Se Carlota é carioca, então Amazonino não é amazonense ou Reno é alagoano.

e) Se Carlota é carioca, então Amazonino não é amazonense e Reno não é alagoano.

Comentários:

Considere as proposições simples:

a: "Amazonino é amazonense."

r: "Reno é alagoano."

c: "Carlota é carioca."

Note que a proposição original pode ser descrita por **a∧~r → ~c**.

$a \land \sim r \rightarrow \sim c$: "**Se** **[(**Amazonino é amazonense**)** **e** (Reno **não** é alagoano**)]**, **então** **[**Carlota **não** é carioca**]**".

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$a \land \sim r \rightarrow \sim c \equiv \sim(\sim c) \rightarrow \sim(a \land \sim r)$$

A dupla negação da proposição simples **c** corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$a \land \sim r \rightarrow \sim c \equiv c \rightarrow \sim(a \land \sim r)$$

Além disso, **$\sim(a \land \sim r)$** pode ser desenvolvido por **De Morgan**, correspondendo a **$\sim a \lor r$**. Ficamos com:

$$a \land \sim r \rightarrow \sim c \equiv c \rightarrow \sim a \lor r$$

Logo, a proposição equivalente pode ser descrita por:

$c \rightarrow \sim a \lor r$: "Se **[**Carlota é carioca**]**, **então** **[(**Amazonino **não** é amazonense**)** **ou** **(**Reno é alagoano**)]**."

Gabarito: Letra D.

54.(FGV/FunSaúde CE/2021) Considere a sentença:

"Se a cobra é verde, então ela não morde ou ela é venenosa".

A sentença logicamente equivalente à sentença dada é:

a) Se a cobra morde e não é venenosa, então ela não é verde.

b) Se a cobra não é verde, então ela morde e não é venenosa.

c) Se a cobra não é verde, então ela não morde ou não é venenosa.

d) A cobra é verde e não morde ou é venenosa.

e) A cobra não é verde e morde e não é venenosa.

Comentários:

Considere as proposições simples:

e: "A cobra é verde."

m: "A cobra morde."

a: "A cobra é venenosa."

Note que a proposição original é dada por **e→~mVa**:

e→~mVa: "**Se** **[**a cobra é verde**]**, **então** **[(**ela **não** morde**)** **ou** **(**ela é venenosa**)]**."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

e→~mVa ≡ ~(~mVa)→~r

~(~mVa) pode ser desenvolvido por **De Morgan**, correspondendo a **m∧~a**. Ficamos com:

e→~mVa ≡ m∧~a →~r

Logo, a proposição equivalente pode ser descrita por:

m∧~a →~r: "**Se** **[(**a cobra morde**)** **e** **(não** é venenosa**)]**, **então** **[**ela **não** é verde**]**."

Gabarito: Letra A.

55.(IBFC/IBGE/2022) De acordo com a proposição lógica a frase "O agente censitário não transcreveu o texto em planilha eletrônica ou o trabalho foi realizado com sucesso" é equivalente a frase:

a) Se o agente censitário não transcreveu o texto em planilha eletrônica, então o trabalho não foi realizado com sucesso

b) O agente censitário transcreveu o texto em planilha eletrônica e o trabalho não foi realizado com sucesso

c) O agente censitário transcreveu o texto em planilha eletrônica ou o trabalho não foi realizado com sucesso

d) Se o trabalho foi realizado com sucesso, então o coordenador não realizou a previsão orçamentária

e) Se o trabalho não foi realizado com sucesso, então o agente censitário não transcreveu o texto em planilha eletrônica

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "O agente censitário transcreveu o texto em planilha eletrônica."

s: "O trabalho foi realizado com sucesso."

A proposição composta original pode ser descrita por **~pVs**:

~pVs: "[O agente censitário **não** transcreveu o texto em planilha eletrônica] **ou** [o trabalho foi realizado com sucesso]."

Uma equivalência fundamental que envolve a disjunção inclusiva é a **transformação da disjunção inclusiva em condicional**, dada por **pVq ≡ ~p→q**. Essa equivalência é aplicada do seguinte modo:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca se a disjunção inclusiva (V) pela condicional (→);**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~pVs ≡ ~(~p)→s

A dupla negação da proposição simples **p** corresponde à proposição original. Ficamos com:

~pVs ≡ p→s

Logo, temos a seguinte equivalência:

p→s: "**Se** [o agente censitário transcreveu o texto em planilha eletrônica], **então** [o trabalho foi realizado com sucesso]."

Veja que não temos a proposição **p→s** nas alternativas. Note, porém, que essa condicional é equivalente à sua **contrapositiva** **~s→~p**.

~s→~p: "**Se** [O trabalho **não** foi realizado com sucesso], **então** [o agente censitário **não** transcreveu o texto em planilha eletrônica]."

Veja que essa proposição está presente na **alternativa E**.

Gabarito: Letra E.

56.(Instituto AOCP/CM Teresina/2021) Se não é verdade que “A é igual a 3 e B ou C é igual a 7”, então é correto afirmar que

a) “A é igual a 3 ou B e C são diferentes de 7”.

b) “A é diferente de 3 ou B e C são diferentes de 7”.

c) “A é igual a 3 e B e C são diferentes de 7”.

d) “A é diferente de 3 e B e C são diferentes de 7”.

e) “A é diferente de 3 ou B ou C é igual a 7”.

Comentários:

A questão afirma que uma determinada proposição composta não é verdadeira. Consequentemente, temos que a **negação dessa proposição composta é verdadeira**. Devemos, portanto, negar a proposição composta apresentada.

Sejam as proposições simples:

a: "A é igual a 3."

b: "B é igual a 7."

c: "C é igual a 7."

A negação de cada uma dessas proposições poderia ser realizada substituindo "**é igual**" por "**não é igual**". Ocorre, porém, que outra forma correta de se negar o termo "**é igual**" consiste na expressão "**é diferente**". Logo, as negações das proposições simples em questão podem ser expressas do seguinte modo:

~a: "A é **diferente** de 3."

~b: "B é **diferente** de 7."

~c: "C é **diferente** de 7."

Note que sentença original pode ser descrita por **a∧(b∨c):**

a∧(b∨c): "**[**A é igual a 3**]** **e** **[(**B é igual a 7**)** **ou** **(**C é igual a 7**)]**."

Para negar a **conjunção** do termo **a** com o termo **(b∨c)**, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(a∧(b∨c)) ≡ ~a∨~(b∨c)

Veja que o termo **~(b∨c)** é a negação de uma disjunção inclusiva, que pode ser desenvolvida por **De Morgan**. Temos que **~(b∨c)** corresponde a **~b∧~c**. Logo, a negação da sentença original é dada por:

~(a∧(b∨c)) ≡ ~a∨(~b∧~c)

Portanto, a negação requerida pode ser descrita por:

~a∨(~b∧~c):"**[**A é diferente de 3**]** **ou** **[(**B é diferente de 7**)** **e** **(**C é diferente de 7**)]**."

Em outras palavras:

$\sim a \vee (\sim b \wedge \sim c)$:"[A é diferente de 3] **ou** [B **e** C são diferentes de 7]."

Gabarito: Letra B.

57.(QUADRIX/CREMESE/2021)

t: $(\sim p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow (\sim r \vee (p \leftrightarrow r))$.

Sabendo que p, q e r são proposições simples e considerando a proposição acima, julgue o item a seguir.

$(r \wedge (p \leftrightarrow \sim r)) \rightarrow (p \vee (p \wedge \sim q))$ é uma equivalência da proposição t.

Comentários:

A proposição composta **t** é uma condicional cujo antecedente é $(\sim p \wedge (p \rightarrow q))$ e cujo consequente é $(\sim r \vee (p \leftrightarrow r))$.

Note que a questão apresenta uma condicional como proposição original e, na sequência, sugere outra condicional como equivalente. Devemos, portanto, utilizar a equivalência **contrapositiva**, que é representada do seguinte modo: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$.

Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$(\sim p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow (\sim r \vee (p \leftrightarrow r)) \equiv \sim(\sim r \vee (p \leftrightarrow r)) \rightarrow \sim(\sim p \wedge (p \rightarrow q))$$

Note que $\sim(\sim r \vee (p \leftrightarrow r))$ é a negação de uma disjunção inclusiva **("ou", ∨)** entre $\sim$**r** e $(p \leftrightarrow r)$. Para negar uma disjunção inclusiva, podemos utilizar De Morgan: **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Logo:

$$\sim(\sim r \vee (p \leftrightarrow r)) \equiv \sim(\sim r) \wedge \sim(p \leftrightarrow r)$$

Veja que a dupla negação de **r** corresponde à proposição original **r**. Além disso, a negação da bicondicional pode ser realizada negando-se apenas uma das suas parcelas. Logo:

Resultado 1: $\sim(\sim r \vee (p \leftrightarrow r)) \equiv r \wedge (p \leftrightarrow \sim r)$

Agora vamos desenvolver a segunda parcela.

Note que $\sim(\sim p \wedge (p \rightarrow q))$ é a negação de uma conjunção **("e", ∧)** entre $\sim$**p** e $(p \rightarrow q)$. Para negar uma conjunção, podemos utilizar De Morgan: **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Logo:

$$\sim(\sim p \wedge (p \rightarrow q)) \equiv \sim(\sim p) \vee \sim(p \rightarrow q)$$

Veja que a dupla negação de **p** corresponde à proposição original **p**. Além disso, a negação da condicional **p→q** é **p∧~q**. Logo:

Resultado 2: $\sim(\sim p \wedge (p \rightarrow q)) \equiv p \vee (p \wedge \sim q)$

Note que, ao utilizar os **resultados 1 e 2** na proposição composta original $(\sim p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow (\sim r \vee (p \leftrightarrow r))$, temos:

$$(\sim p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow (\sim r \vee (p \leftrightarrow r)) \equiv (r \wedge (p \leftrightarrow \sim r)) \rightarrow (p \vee (p \wedge \sim q))$$

Portanto, é correto afirmar que $(r \wedge (p \leftrightarrow \sim r)) \rightarrow (p \vee (p \wedge \sim q))$ é uma equivalência da proposição **t**.

Gabarito: CERTO.

58.(VUNESP/TJM SP/2021) Uma proposição equivalente a "Se acordei cedo e me alimentei, então tenho um dia produtivo" é a proposição:

a) Não tenho um dia produtivo e não acordei cedo e não me alimentei.

b) Tenho um dia produtivo e não acordei cedo e não me alimentei.

c) Se não tenho um dia produtivo, então não acordei cedo ou não me alimentei.

d) Se não tenho um dia produtivo, então não acordei cedo e não me alimentei.

e) Se tenho um dia produtivo, então acordei cedo ou me alimentei.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Acordei cedo."

a: "Me alimentei."

p: "Tenho um dia produtivo."

A proposição original pode ser descrita por **c∧a → p**.

c∧a → p: " **Se** [(acordei cedo) **e** (me alimentei)], **então** [tenho um dia produtivo]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$c \wedge a \rightarrow p \equiv \sim p \rightarrow \sim(c \wedge a)$$

O consequente obtido, **~(c∧a)**, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "e" pelo "ou".** Temos:

$$c \land a \rightarrow p \equiv \sim p \rightarrow \sim c \lor \sim a$$

Ficamos com:

~p → ~c∨~a: "**Se** [**não** tenho um dia produtivo], **então** [(**não** acordei cedo) **ou** (**não** me alimentei)]."

Gabarito: Letra C.

59.(VUNESP/CM Mogi Mirim/2020) Uma afirmação equivalente à afirmação: Se o chão está liso ou o pneu está careca, então o carro escorrega, é

a) Se o carro não escorrega, então o chão não está liso ou o pneu não está careca.

b) Se o carro não escorrega, então o chão não está liso e o pneu está careca.

c) Se o carro não escorrega, então o chão está liso e o pneu não está careca.

d) Se o carro não escorrega, então o chão está liso ou o pneu está careca.

e) Se o carro não escorrega, então o chão não está liso e o pneu não está careca.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

l: "O chão está liso."

p: "O pneu está careca."

e: "O carro escorrega."

A proposição original pode ser descrita por **l∨p → e**.

l∨p → e: " **Se** [(o chão está liso) **ou** (o pneu está careca)], **então** [o carro escorrega]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$l \lor p \rightarrow e \equiv \sim e \rightarrow \sim(l \lor p)$$

O consequente obtido, **~(lVp)**, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "ou" pelo "e".** Temos:

$$l \vee p \rightarrow e \equiv \sim e \rightarrow \sim l \wedge \sim p$$

Ficamos com:

~e → ~l∧~p: "**Se** [o carro **não** escorrega], **então** [(o chão **não** está liso) **e** (o pneu **não** está careca)]."

Gabarito: Letra E.

60.(VUNESP/ISS-Campinas/2019) Uma proposição logicamente equivalente à afirmação "Se Marcos é engenheiro, então Roberta é enfermeira e Ana é psicóloga" é apresentada na alternativa:

a) Se Roberta não é enfermeira ou Ana não é psicóloga, então Marcos não é engenheiro.

b) Ana é psicóloga, Marcos é engenheiro e Roberta é enfermeira.

c) Se Marcos não é engenheiro, então Roberta não é enfermeira e Ana não é psicóloga.

d) Se Roberta é enfermeira e Ana é psicóloga, então Marcos é engenheiro.

e) Roberta não é enfermeira, Ana não é psicóloga e Marcos não é engenheiro.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

m: "Marcos é engenheiro."

r: "Roberta é enfermeira."

a: "Ana é psicóloga."

A afirmação do enunciado pode ser modelada por **m → (r∧a)**.

m → (r∧a): "**Se** [Marcos é engenheiro], **então** [(Roberta é enfermeira) **e** (Ana é psicóloga)]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$m \rightarrow (r \wedge a) \equiv \sim(r \wedge a) \rightarrow \sim m$$

O antecedente obtido, **~(r∧a)**, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "e" pelo "ou".** Temos:

$$\mathbf{m \rightarrow (r \wedge a) \equiv (\sim r \vee \sim a) \rightarrow \sim m}$$

A proposição equivalente pode ser escrita por:

(~r ∨~a)→~m: "**Se [(**Roberta **não** é enfermeira**) ou (**Ana **não** é psicóloga**)]**, **então [**Marcos **não** é engenheiro**]**."

Gabarito: Letra A.

Questões Comentadas - Multibancas

Álgebra de proposições

1.(ANPAD/2018) Considere E(p,q) uma proposição lógica composta a partir de p e q tal que $E(p,q)\leftrightarrow p\wedge q$ é uma contradição.

A proposição $E(p,q)\wedge p$ é logicamente equivalente à proposição:

A) $p\wedge{\sim}q$

B) $p\vee{\sim}q$

C) ${\sim}p\wedge q$

D) ${\sim}p\vee{\sim}q$

E) ${\sim}p\wedge{\sim}q$

Comentários:

Como a bicondicional $\mathbf{E(p,q)\leftrightarrow p\wedge q}$ é uma contradição, temos que quando um lado da bicondicional é verdadeiro, o outro é falso, e vice-versa. Isso significa que **E(p,q)** é a negação de $\mathbf{p\wedge q}$.

$$\mathbf{E(p,q) \equiv {\sim}(p\wedge q)}$$

Por De Morgan, temos:

$$\mathbf{E(p,q) \equiv {\sim}p\vee{\sim}q}$$

Devemos determinar uma proposição equivalente a $\mathbf{E(p,q)\wedge p}$, isto é, equivalente a $\mathbf{({\sim}p\vee{\sim}q)\wedge p}$. Pela **propriedade comutativa**, temos:

$$\mathbf{p\wedge({\sim}p\vee{\sim}q)}$$

Aplicado a **propriedade distributiva** em "$\mathbf{p\wedge}$", temos:

$$\mathbf{p\wedge({\sim}p\vee{\sim}q) \equiv (p\wedge{\sim}p)\vee(p\wedge{\sim}q)}$$

$\mathbf{(p\wedge{\sim}p)}$ é uma contradição. Logo, temos:

$$\mathbf{c \vee (p\wedge{\sim}q)}$$

A disjunção inclusiva de um termo com uma contradição corresponde ao próprio termo (**propriedade da identidade para a conjunção**). Logo, temos:

$$\mathbf{p\wedge{\sim}q}$$

Gabarito: Letra A.

2.(CESPE/CBM AL/2021) Considerando os conectivos lógicos usuais, assumindo que as letras maiúsculas representam proposições lógicas e considerando que o símbolo ~ representa a negação, julgue o item a seguir, relacionados à lógica proposicional.

A expressão ~(P∧(~Q))↔(Q∨(~P)) é uma tautologia.

Comentários:

Devemos verificar se a bicondicional **~(P∧(~Q))↔(Q∨(~P))** é uma tautologia.

Observe que a primeira parcela, dada por **~(P∧(~Q))**, é a negação de uma conjunção. Para negar uma conjunção, podemos utilizar **De Morgan**: **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Ficamos com:

~(P∧(~Q)) ≡ ((~P)∨~(~Q))

A dupla negação da proposição simples **Q** corresponde à proposição original. Logo, temos:

~(P∧(~Q)) ≡ ((~P)∨Q)

Substituindo na bicondicional a parcela **~(P∧(~Q))** pelo equivalente **((~P)∨Q)**, ficamos com:

((~P)∨Q)↔(Q∨(~P))

Pela **propriedade comutativa**, note que podemos trocar de posição as parcelas da disjunção inclusiva **(Q∨(~P))**, ficando com **((~P)∨Q)**. Portanto, a bicondicional original pode ser reescrita da seguinte forma:

((~P)∨Q)↔((~P)∨Q)

Sabemos que, para a bicondicional ser verdadeira, ambas **as parcelas devem apresentar o mesmo valor lógico**.

Como a bicondicional em questão apresenta **duas parcelas iguais**, então essa bicondicional **sempre apresentará o mesmo valor lógico nas duas parcelas**. Consequentemente, a bicondicional em questão será **sempre verdadeira**. Logo, é **correto** afirmar que a bicondicional é uma **tautologia**.

Gabarito: CERTO.

3.(CESPE/EMAP/2018) Julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional e de argumentação.

Se P e Q são proposições lógicas simples, então a proposição composta S = [P→Q] ↔ [Q∨(~P)] é uma tautologia, isto é, independentemente dos valores lógicos V ou F atribuídos a P e Q, o valor lógico de S será sempre V

Comentários:

Poderíamos resolver essa questão por **tabela-verdade** ou **provando por absurdo**. Observe, porém, que o lado direito da bicondicional **[Qv(~P)]**, pela **propriedade comutativa**, pode ser reescrito por:

[(~P)vQ]

Para transformar a disjunção inclusiva em uma condicional, podemos usar a equivalência **pVq ≡~p→q.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela condicional (→); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Aplicando-se para o caso em questão, temos:

[~(~P)→Q]

A dupla negação corresponde à proposição original. Ficamos com:

[P→Q]

Observe então que o lado direito da bicondicional é a condicional acima, de modo que podemos reescrever a nossa bicondicional como:

[P→Q] ↔ [P→Q]

Como os dois lados da bicondicional sempre vão apresentar o mesmo valor, essa bicondicional é sempre verdadeira e, portanto, trata-se de uma tautologia.

Gabarito: CERTO.

4.(CESPE/PF/2018) As proposições P, Q e R a seguir referem-se a um ilícito penal envolvendo João, Carlos, Paulo e Maria:

P: "João e Carlos não são culpados".

Q: "Paulo não é mentiroso".

R: "Maria é inocente".

Considerando que ~X representa a negação da proposição X, julgue o item a seguir.

Independentemente de quem seja culpado, a proposição {P→(¬Q)}→{QV[(¬Q)VR]} será sempre verdadeira, isto é, será uma tautologia.

Comentários:

Primeiramente, vale notar que a construção da **tabela-verdade** é uma solução possível. Veja que, de fato, a proposição em questão será sempre verdadeira, isto é, uma tautologia.

P	Q	R	~Q	P →~Q	~Q v R	Q v [~Q v R]	{P →~Q}→{Q v [~Q v R]}
V	V	V	F	F	V	V	V
V	V	F	F	F	F	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Vamos agora resolver de uma outra forma. Observe a proposição composta sugerida pelo enunciado:

{P→(~Q)}→{QV[(~Q)VR]}

Podemos aplicar a **propriedade associativa** no consequente **{QV[(~Q)VR]}**, obtendo:

(QV~Q)VR

Observe que **(QV~Q)** é uma tautologia, pois se trata de uma disjunção inclusiva em que necessariamente uma das duas parcelas é verdadeira. Isso significa que o nosso consequente fica:

t ∨ **R**

Observe que **t** ∨ **R** é uma disjunção inclusiva com um dos termos sempre verdadeiro **t**. Trata-se de uma tautologia. O nosso consequente fica:

t

Finalmente, a condicional fica:

{P→(~Q)}→ t

O fato do consequente da condicional ser sempre verdadeiro garante que tal condicional é sempre verdadeira, pois o **único caso** em que uma **condicional é falsa** é quando o **antecedente é V** e o **consequente é F**. Temos, então, uma **tautologia**.

Caso não tivéssemos percebido isso, poderíamos continuar desenvolvendo a expressão. Utilizando a equivalência entre condicional e disjunção inclusiva, dada por **p→q ≡ ~pVq**, teríamos:

~{P→(~Q)}Vt

Novamente, observe que temos uma disjunção inclusiva com um dos termos sempre verdadeiro (**t**). Trata-se de uma **tautologia**.

Gabarito: CERTO.

5.(CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) João disse:

— Das duas, pelo menos uma: o depósito é amplo e claro, ou ele não se localiza em Albuquerque.

O que João disse é falso se, e somente se, o depósito

a) fica em Albuquerque e não é amplo ou não é claro.

b) fica em Albuquerque, não é amplo, nem é claro.

c) não é amplo, não é claro e não fica em Albuquerque.

d) é amplo ou é claro e fica em Albuquerque.

e) é amplo e claro e fica em Albuquerque.

Comentários:

Considere as proposições simples:

a: "O depósito é amplo."

c: "O depósito é claro."

l: "O depósito se localiza em Albuquerque."

A frase dita por João corresponde a:

(a∧c)∨ ~l: "**[(**O depósito é amplo**) e (**claro**)]**, **ou [**ele **não** se localiza em Albuquerque**]**."

Observe que a frase dita por João dá a ideia de "ou inclusivo", ou seja, **trata-se de uma disjunção inclusiva** da proposição composta "*o depósito é amplo e claro*" com a proposição simples "*ele não se localiza em Albuquerque*".

Isso porque, no enunciado, foi dito que "*das duas, **pelo menos** uma*". Essa expressão passa a ideia de que ao menos um dos dois termos deve ser verdadeiro para que o "ou" seja verdadeiro.

Diferente seria se a expressão fosse "*das duas, **somente** uma*". Nesse caso, **teríamos uma disjunção exclusiva** (ou exclusivo).

Como **o que João disse é falso**, **a negação do que ele disse é verdadeira**. Portanto, **devemos negar a proposição composta (a∧c)∨ ~l**.

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim[(a \land c) \lor l] \equiv \sim(a \land c) \land \sim(\sim l)$$

A dupla negação corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim[(a \land c) \lor l] \equiv \sim(a \land c) \land l$$

Note que **~(a∧c)** é a negação de uma conjunção. Para desenvolvê-la, podemos utilizar a outra equivalência de De Morgan. Em resumo, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Ficamos com:

$$\sim[(a \wedge c) \vee l] \equiv (\sim a \vee \sim c) \wedge l$$

Ficamos com:

(~a∨~c)∧ l: "**[(**O depósito **não** é amplo**) ou (**o depósito **não** é claro**)] e [**o depósito se localiza em Albuquerque**]**."

Note que não encontramos resposta. Observe, porém, que pela **propriedade comutativa** podemos trocar de posição os termos que compõem a conjunção "e". Ficamos com:

$$l \wedge (\sim a \vee \sim c)$$

l ∧ (~a∨~c): "**[**O depósito se localiza em Albuquerque**] e [(**o depósito **não** é amplo**) ou (**o depósito **não** é claro**)]**."

Note que a proposição encontrada corresponde à alternativa A.

Gabarito: Letra A.

6.(CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) A proposição $p \wedge \neg(q \wedge r)$ é equivalente a:

A) $(p \wedge \neg q) \wedge (p \wedge \neg r)$

B) $(p \vee \neg q) \wedge (p \vee \neg r)$

C) $(p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)$

D) $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$

E) $(\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$

Comentários:

Veja que, para essa questão, é muito importante resolvermos por **álgebra de proposições**. Isso porque, caso resolvêssemos por tabela-verdade, teríamos que realizar várias tabelas para testar as alternativas.

Inicialmente, temos:

$$p \wedge \sim(q \wedge r)$$

Utilizando a equivalência de De Morgan em **~(q∧r)**, temos:

$$p \wedge (\sim q \vee \sim r)$$

Aplicando a **propriedade distributiva** em "**p∧**", ficamos com:

$$p\wedge(\sim q\vee\sim r) \equiv (p\wedge\sim q)\vee(p\wedge\sim r)$$

Veja que **(p∧~q)∨(p∧~r)** corresponde à alternativa C.

Gabarito: Letra C.

7.(FCC/ALMS/2016) Se João canta ou Maria sorri, então Josefa chora e Luiza não grita. Do ponto de vista lógico, uma afirmação equivalente a afirmação anterior é

a) Se Luiza grita ou Josefa não chora, então João não canta e Maria não sorri.

b) Se João não canta ou Maria não sorri, então Josefa não chora e Luiza grita.

c) João canta ou Maria sorri, e Josefa não chora e Luiza grita.

d) Se João canta, então Josefa chora e se Maria sorri, então Luiza grita.

e) Se Luiza não grita e Josefa chora, então João canta ou Maria sorri.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

o: "João canta."

m: "Maria sorri."

f: "Josefa chora."

l: "Luiza grita."

A proposição do enunciado pode ser descrita por **o∨m → f∧~l**.

o∨m → f∧~l: "**Se** **[(**João canta**)** **ou** **(**Maria sorri**)]**, **então** **[(**Josefa chora**)** **e** **(**Luiza **não** grita**)]**."

As duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional são:

- **p→q ≡ ~q→~p** (contrapositiva)
- **p→q ≡ ~p ∨ q** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a **primeira equivalência**, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

o∨m → f∧~l ≡ ~(f∧~l)→~(o∨m)

O antecedente obtido, **~(f∧~l)**, pode ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "e" pelo "ou": ~f ∨ l**.

O consequente obtido, **~(o∨m)**, também pode ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "ou" pelo "e": ~o∧~m**.

Ficamos com:

o∨m → f∧~l ≡ ~f ∨ l → ~o∧~m

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~f ∨ l → ~o∧~m: "**Se [**(Josefa **não** chora**)** **ou** **(**Luiza grita**)]**, **então [**(João **não** canta**)** **e** **(**Maria **não** sorri**)]**."

Não temos exatamente essa proposição composta como resposta. Porém, pela **propriedade comutativa**, podemos trocar ~**f** e **l** de posição:

~f ∨ l → ~o∧~m ≡ l ∨ ~f → ~o∧~m

Logo, a proposição equivalente também pode ser descrita por **l ∨ ~f → ~o∧~m**.

l ∨ ~f → ~o∧~m: "**Se [**(Luiza grita**)** **ou** **(**Josefa **não** chora**)]**, **então [**(João **não** canta**)** **e** **(**Maria **não** sorri**)]**."

O **gabarito**, portanto, é a **alternativa A**. Para fins didáticos, vamos prosseguir com a resolução.

Podemos agora utilizar a **segunda equivalência**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

o∨m → f∧~l ≡ ~(o∨m) ∨ (f∧~l)

~(o∨m) pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "ou" pelo "e".** Temos:

o∨m → f∧~l ≡ (~o∧~m) ∨ (f∧~l)

A proposição equivalente pode ser descrita por:

(~o∧~m) ∨ (f∧~l): "**[**(João **não** canta**)** **e** **(**Maria **não** sorri**)]**, **ou [**(Josefa chora**)** **e** **(**Luiza **não** grita**)]**."

Note que essa proposição equivalente não aparece nas alternativas.

Gabarito: Letra A.

8.(FCC/SEFAZ PE/2015) Antes da rodada final do campeonato inglês de futebol, um comentarista esportivo apresentou a situação das duas únicas equipes com chances de serem campeãs, por meio da seguinte afirmação:

"Para que o Arsenal seja campeão, é necessário que ele vença sua partida e que o Chelsea perca ou empate a sua."

Uma maneira equivalente, do ponto de vista lógico, de apresentar esta informação é: "Para que o Arsenal seja campeão, é necessário que ele

A) vença sua partida e o Chelsea perca a sua ou que ele vença a sua partida e o Chelsea empate a sua."

B) vença sua partida ou o Chelsea perca a sua ou que ele vença a sua partida ou o Chelsea empate a sua."

C) empate sua partida e o Chelsea perca a sua ou que ele vença a sua partida e o Chelsea não vença a sua."

D) vença sua partida e o Chelsea perca a sua e que ele vença a sua partida e o Chelsea empate a sua."

E) vença sua partida ou o Chelsea perca a sua e que ele vença a sua partida ou o Chelsea empate a sua."

Comentários:

Sejam as proposições simples:

v: **"**O Arsenal vence a sua partida."

p: "O Chelsea perde a sua partida."

e: "O Chelsea empata a sua partida."

Devemos encontrar nas alternativas uma expressão equivalente a "*que* ***[****ele (Arsenal) vença sua partida****]*** ***e*** *que* ***[****(o Chelsea perca)* ***ou*** *(empate a sua)****]***", isto é, devemos encontrar algo equivalente a:

$$v \wedge (p \vee e)$$

Da **propriedade distributiva**, sabemos que:

$$v \wedge (p \vee e) \equiv (v \wedge p) \vee (v \wedge e)$$

Note que a alternativa A corresponde a **$(v \wedge p) \vee (v \wedge e)$**. Este é o gabarito.

Gabarito: Letra A.

9.(IADES/Hemocentro DF/2017) Assinale a alternativa que apresenta uma tautologia.

A) $p \vee (q \vee \sim p)$

B) $(q \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow q)$

C) $p \rightarrow (p \rightarrow q \wedge \neg q)$

D) $p \vee \sim q \rightarrow (p \rightarrow \sim q)$

E) $p \vee q \rightarrow p \wedge q$

Comentários:

Vamos resolver essa questão por **álgebra de proposições**.

Veja que na alternativa A temos **pV(qV~p)**. Aplicando a **propriedade comutativa** dentro dos parênteses, ficamos com:

pV(~pVq)

A expressão acima, por meio da **propriedade associativa**, pode ser descrita por:

(pV~p)Vq

pV~p é uma disjunção sempre verdadeira (tautologia). Logo, podemos escrever:

t V q

q V t

Temos agora uma disjunção da proposição **q** com um termo sempre verdadeiro (tautologia). Sabemos, pela **propriedade da identidade para a disjunção inclusiva**, que:

q V t ≡ t

Logo, a alternativa A nos traz uma tautologia. Este é o gabarito.

Gabarito: Letra A.

10. (IBFC/TJ PE/2017) As expressões E1: (p∧r) ∨ (~p∧r) e E2 : (q ∨ s) ∧ (~q ∨ s) são compostas pelas quatro proposições lógicas p, q, r e s.

Os valores lógicos assumidos pela expressão E1 ∧ E2 são os mesmos valores lógicos da expressão:

A) r V s

B) ~r Λ ~s

C) ~r V s

D) r v ~s

E) r Λ s

Comentários:

Vamos resolver essa questão por **álgebra de proposições**.

Simplificação de E1

Note que em E1 temos a proposição **r** aparecendo duas vezes. Podemos colocá-la em evidência. Considere E1:

$$(p \wedge r) \vee (\sim p \wedge r)$$

Podemos aplicar a **propriedade comutativa** em ambas as parcelas da disjunção inclusiva.

$$(r \wedge p) \vee (r \wedge \sim p)$$

Colocando "**r∧**" em evidência, ficamos com:

$$r \wedge (p \vee \sim p)$$

(p∨~p) é uma tautologia. Logo, temos:

$$r \wedge t$$

Sabemos que a conjunção de um termo com uma tautologia corresponde ao próprio termo (**propriedade da identidade**). Logo, E1 corresponde a proposição **r**.

$$r$$

Simplificação de E2

Note que em E1 temos a proposição **s** aparecendo duas vezes. Podemos colocá-la em evidência. Considere E2:

$$(q \wedge s) \vee (\sim q \wedge s)$$

Podemos aplicar a **propriedade comutativa** em ambas as parcelas da disjunção inclusiva.

$$(s \wedge q) \vee (s \wedge \sim q)$$

Colocando "**s∧**" em evidência, ficamos com:

$$s \wedge (q \vee \sim q)$$

(q∨~q) é uma tautologia. Logo, temos:

$$s \wedge t$$

Sabemos que a conjunção de um termo com uma tautologia corresponde ao próprio termo (**propriedade da identidade**). Logo, E2 corresponde a proposição **s**.

$$s$$

Resposta da questão

Como **E1** é equivalente a **r** e **E2** é equivalente a **s**, **E1∧E2** é equivalente a **r∧s**. Logo, os valores lógicos assumidos pela expressão **E1∧E2** são os mesmos valores lógicos da expressão **r∧s**.

Gabarito: Letra E.

11.(QUADRIX/CFT/2021)

u – p↔[(q∨~q)→p].

v – p↔[(~q∨q)∧p].

Sabendo que p e q são proposições simples, julgue o item quanto às proposições acima.

As proposições u e v são tautologias.

Comentários:

Nessa questão, representaremos uma tautologia pela letra **t** e uma contradição pela letra **c**.

Proposição composta u

Primeiramente, vamos avaliar a proposição composta **u**, dada por **p↔[(q∨~q)→p]**.

Da teoria de estruturas lógicas, sabemos que **p∨~p** é uma tautologia**.** Para o caso em questão, temos que **(q∨~q)** é uma tautologia. Logo, podemos escrever **u** da seguinte forma:

p↔[t→p]

Podemos transformar a condicional em uma disjunção inclusiva por meio da seguinte equivalência fundamental: **p→q ≡ ~p∨q**.

Para a condicional **t→p**, temos que ela é equivalente a **~t∨p**. Como a negação de uma tautologia é uma contradição, temos que a condicional **t→p** corresponde a **c∨p**. Ficamos com:

p↔[c∨p]

Pela **propriedade comutativa**, sabemos que **c∨p** corresponde a **p∨c**. Além disso, pela **propriedade da identidade**, sabemos que **p∨c** ≡ **p**. Logo, a bicondicional em questão é dada por:

p↔p

Sabemos que, para a bicondicional ser verdadeira, ambas **as parcelas devem apresentar o mesmo valor lógico**.

Como a bicondicional em questão apresenta **duas parcelas iguais**, então essa bicondicional **sempre apresentará o mesmo valor lógico nas duas parcelas**. Consequentemente, a bicondicional em questão será **sempre verdadeira**. Logo, é **correto** afirmar que a **proposição composta u** é uma **tautologia**.

Proposição composta v

Vamos avaliar a proposição composta **v**, dada por **p↔[(~q∨q)∧p]**.

Pela **propriedade comutativa**, sabemos que **(~q∨q)** é equivalente a **(q∨~q)**.

Além disso, da teoria de estruturas lógicas, sabemos que **p∨~p** é uma tautologia**.** Para o caso em questão, temos que **(q∨~q)** é uma tautologia e, consequentemente, **(~q∨q)** é uma tautologia. Logo, podemos escrever **v** da seguinte forma:

p↔[t∧p]

Pela **propriedade comutativa**, sabemos que **t∧p** corresponde a **p∧t**. Além disso, pela **propriedade da identidade**, sabemos que **p∧t** ≡ **p**. Logo, a bicondicional em questão é dada por:

p↔p

Novamente, temos que a bicondicional **v é uma tautologia**, pois ambas as parcelas da bicondicional sempre apresentarão o mesmo valor.

—

Portanto, como **u** e **v** são tautologias, o **gabarito** da questão é **CERTO**.

Gabarito: CERTO.

12. (QUADRIX/EBC/2013) Considerando-se que p, q e r são três proposições simples quaisquer, assinale a alternativa que representa uma equivalência tautológica do tipo DISTRIBUIÇÃO.

a) (p∧(q∨r))↔((p∧q)∨(p∧r))

b) (p∧q)↔r

c) (p∧r)↔q

d) ((p∧q)∧r)↔(p∧(q∧r))

e) (p∧q)↔(q∧p)

Comentários:

Sabemos que a **propriedade distributiva** do conectivo "e" em relação ao "ou" é dada pela equivalência abaixo.

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Essa propriedade é descrita pela bicondicional apresentada na **alternativa A**:

$$(p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$$

Sabemos que, para a bicondicional ser verdadeira, ambas **as parcelas devem apresentar o mesmo valor lógico**.

Veja que a bicondicional da alternativa A é, de fato, uma **tautologia**. Isso porque ambas as parcelas da bicondicional são equivalentes e, consequentemente, **sempre apresentam o mesmo valor lógico**.

Gabarito: Letra A.

13. (QUADRIX/CREF 7/2013) A propriedade descrita a seguir pela expressão é:

$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$

a) Regra de Morgan.

b) Propriedade associativa da disjunção.

c) Propriedade distributiva da disjunção.

d) Propriedade associativa da conjunção.

e) Propriedade distributiva da conjunção.

Comentários:

Da teoria de álgebra de proposições, sabemos que que a **conjunção ("e", ∧)** e a **disjunção inclusiva ("ou",∨)** gozam da **propriedade associativa**, sendo válidas as equivalências:

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

A expressão apresentada no enunciado, dada por **$(a \vee b) \vee c \equiv a \vee (b \vee c)$**, apresenta justamente essa **propriedade associativa** com a **disjunção inclusiva**. O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

Gabarito: Letra B.

14.(VUNESP/Pref. F Vasconcelos/2020) Considere a seguinte ordem dada:

Ligue a sirene e leve a viatura até o local da ocorrência.

Assinale a alternativa que contém uma negação lógica da ordem dada.

a) Não ligue a sirene e leve a viatura até o local da ocorrência.

b) Não ligue a sirene ou leve a viatura até o local da ocorrência.

c) Não leve a viatura até o local da ocorrência e ligue a sirene.

d) Não leve a viatura até o local da ocorrência ou não ligue a sirene.

e) Não leve a viatura até o local da ocorrência e não ligue a sirene.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: "Ligue a sirene."

v: "Leve a viatura até o local da ocorrência."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **s ∧ v**:

s ∧ v: "**[**Ligue a sirene**]** **e** **[**leve a viatura até o local da ocorrência**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(s ∧ v) ≡ ~s ∨~v

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~s ∨~v: "[Não ligue a sirene**]** **ou** **[não** leve a viatura até o local da ocorrência**]**."

Note que essa alternativa não se encontra nas respostas. Isso porque a banca tentou "esconder" a resposta <u>trocando as proposições simples de lugar</u>. Sabemos que, pela **propriedade comutativa**:

~s ∨~v ≡ ~v ∨ ~s

Logo, a negação requerida também pode ser escrita assim:

~v ∨ ~s: "[Não leve a viatura até o local da ocorrência**]** **ou** **[não** ligue a sirene**]**."

Gabarito: Letra D.

15.(VUNESP/CM Tatuí/2019) Se estou com pressa e o computador travou, então não consigo fazer o trabalho. Uma afirmação que seja logicamente equivalente à afirmação anterior é:

a) Se não consigo fazer o trabalho, então o computador travou e estou com pressa.

b) Se não consigo fazer o trabalho, então não estou com pressa e o computador não travou.

c) Estou com pressa e o computador travou ou não consigo fazer o trabalho.

d) Não estou com pressa ou o computador não travou, ou não consigo fazer o trabalho.

e) Estou com pressa ou o computador travou, e não consigo fazer o trabalho.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Estou com pressa."

k: "O computador travou."

f: "Consigo fazer o trabalho."

A afirmação do enunciado pode ser expressa por $(e \wedge k) \rightarrow \sim f$.

$(e \wedge k) \rightarrow \sim f$: " **Se** [(estou com pressa) **e** (o computador travou)], **então** [**não** consigo fazer o trabalho]."

As alternativas apresentam tanto condicionais (→) quanto disjunções inclusivas ("ou", ∨) como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ (contrapositiva)
- $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Contrapositiva

Realizando a contrapositiva em $(e \wedge k) \rightarrow \sim f$, temos:

$$(e \wedge k) \rightarrow \sim f \equiv \sim(\sim f) \rightarrow \sim(e \wedge k)$$

O consequente obtido, $\sim(e \wedge k)$, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "e" pelo "ou".** Temos:

$$(e \wedge k) \rightarrow \sim f \equiv f \rightarrow (\sim e \vee \sim k)$$

A proposição equivalente pode ser escrita por:

$f \rightarrow (\sim e \vee \sim k)$: "**Se** [consigo fazer o meu trabalho], **então** [(**não** estou com pressa) **ou** (o meu computador **não** travou)]."

Não temos essa resposta nas alternativas. Devemos testar a segunda equivalência.

Transformação da condicional em disjunção inclusiva

Para aplicar a segunda equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$(e\wedge k)\rightarrow\sim f \equiv \sim(e\wedge k)\vee\sim f$$

O primeiro termo obtido, **~(e∧k)**, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **negam-se as duas parcelas e troca-se o "e" pelo "ou".** Temos:

$$(e\wedge t)\rightarrow\sim f \equiv (\sim e \vee \sim k)\vee\sim f$$

A equivalência resultante corresponde à **alternativa D**:

(**~e** ∨ **~k**) ∨**~f**: "[**Não** estou com pressa] **ou** [o computador **não** travou], **ou** [**não** consigo fazer o trabalho]."

Observação: a vírgula presente na frase se refere aos parênteses da parcela (**~e∨~t**). A vírgula, assim como os parênteses, poderia ser movida de lugar por conta da **propriedade associativa**:

$$(\sim e \vee \sim t)\vee\sim f \equiv \sim e\vee(\sim t\vee\sim f)$$

Gabarito: Letra D.

16.(VUNESP/TCE-SP/2017) Uma afirmação que corresponda à negação lógica da afirmação " Se a demanda aumenta, então os preços tendem a subir" é:

a) Se os preços não tendem a subir, então a demanda não aumenta.

b) Ou os preços tendem a subir, ou a demanda aumenta.

c) Se a demanda não aumenta, então os preços não tendem a subir.

d) A demanda aumenta ou os preços não tendem a subir.

e) Os preços não tendem a subir, e a demanda aumenta.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "A demanda aumenta."

p: "Os preços tendem a subir."

A proposição original é dada por **d→p**:

d→p: "**Se [**a demanda aumenta**]**, **então [**os preços tendem a subir**]**."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(d→p) ≡ d∧~p

Logo, a negação pode ser descrita por:

d∧~p: "**[**A demanda aumenta**] e [**os preços **não** tendem a subir**]**."

Utilizando a **propriedade comutativa**, podemos trocar **d** e ~**p** de posição na conjunção acima. Ficamos com:

~p∧d: "**[**Os preços **não** tendem a subir**] e [**a demanda aumenta**]**."

Gabarito: Letra E.

LISTA DE QUESTÕES - MULTIBANCAS

Equivalências Lógicas

Equivalências fundamentais

1.(CESPE/PC DF/2021) Com relação a estruturas lógicas, lógica de argumentação e lógica proposicional, julgue o item subsequente.

A proposição "Se Paulo está mentindo, então Maria não está mentindo" é equivalente à proposição "Se Maria está mentindo, então Paulo não está mentindo".

2.(CESPE/PM TO/2021) A proposição "Se André é culpado então Bruno não é suspeito" é equivalente à

a) "Se Bruno é suspeito então André é inocente".

b) "Se Bruno não é suspeito então André é culpado".

c) "Se Bruno é suspeito então André não é inocente".

d) "Se André é inocente então Bruno é culpado".

e) "Se André não é culpado então Bruno é suspeito".

3.(FCC/SEFAZ BA/2019) Em seu discurso de posse, determinado prefeito afirmou: "Se há incentivos fiscais, então as empresas não deixam essa cidade". Considerando a afirmação do prefeito como verdadeira, então também é verdadeiro afirmar:

a) Se não há incentivos fiscais, então as empresas deixam essa cidade.

b) Se as empresas não deixam essa cidade, então há incentivos fiscais.

c) Se as empresas deixam essa cidade, então não há incentivos fiscais.

d) As empresas deixam essa cidade se há incentivos fiscais.

e) As empresas não deixam essa cidade se não há incentivos fiscais.

4.(FCC/SEFAZ BA/2019) Suponha que a negação da proposição "Você é a favor da ideologia X" seja "Você é contra a ideologia X". A proposição condicional "Se você é contra a ideologia A, então você é a favor da ideologia C" é equivalente a

a) Você é a favor da ideologia A e você é a favor da ideologia C.

b) Ou você é a favor da ideologia A ou você é a favor da ideologia C, mas não de ambas.

c) Você é a favor da ideologia A ou você é contra a ideologia C.

d) Você é a favor da ideologia A ou você é a favor da ideologia C.

e) Você é contra a ideologia A e você é contra a ideologia C.

5.(FGV/CBM AM/2022) Um antigo ditado diz: "Se há fumaça então há fogo".

Uma sentença logicamente equivalente é

a) se há fogo então há fumaça.

b) se não há fumaça então não há fogo.

c) se não há fogo, então não há fumaça.

d) se não há fumaça pode haver fogo.

e) se há fogo então pode haver fumaça.

6.(FGV/BANESTES/2021) A frase a seguir é um conhecido ditado popular:

"Se não tem cão então caça com gato".

Uma frase logicamente equivalente é:

a) Se tem cão então não caça com gato;

b) Se caça com gato então não tem cão;

c) Tem cão ou caça com gato;

d) Tem cão e caça com gato;

e) Tem cão ou não caça com gato.

7.(FGV/FunSaúde CE/2021) Considere a afirmação tradicional abaixo: "Cão que ladra não morde" Essa afirmativa é equivalente a:

a) Cão que não morde, ladra.

b) Cão que não ladra, morde.

c) Cão que morde, não ladra.

d) Um cão não ladra ou morde.

e) Um cão ladra ou morde.

8.(IBFC/IBGE/2022) De acordo com a proposição lógica a frase “Se o coordenador realizou a previsão orçamentária, então o trabalho foi realizado com sucesso” é equivalente a frase:

a) Se o coordenador não realizou a previsão orçamentária, então o trabalho não foi realizado com sucesso

b) O coordenador realizou a previsão orçamentária e o trabalho foi realizado com sucesso

c) O coordenador realizou a previsão orçamentária ou o trabalho foi realizado com sucesso

d) Se o trabalho não foi realizado com sucesso, então o coordenador não realizou a previsão orçamentária

e) Se o trabalho foi realizado com sucesso, então o coordenador realizou a previsão orçamentária

9.(Instituto AOCP/PC PA/2021) Considere a seguinte sentença: “Se consigo ler 10 páginas de um livro a cada dia, então leio um livro em 10 dias”. Uma afirmação logicamente equivalente a essa sentença dada é

a) “Consigo ler 10 páginas de um livro a cada dia e leio um livro em 10 dias”.

b) ”Se consigo ler 10 páginas de um livro a cada dia, então não consigo ler um livro em 10 dias”.

c) “Se não consigo ler um livro em 10 dias, então não consigo ler 10 páginas de um livro a cada dia”.

d) “Consigo ler 10 páginas de um livro a cada dia e não consigo ler um livro em 10 dias”.

e) “Se não leio 10 páginas de um livro a cada dia, então não consigo ler um livro em 10 dias”.

10.(Instituto AOCP/FUNPRESP-JUD/2021) Considerando o conteúdo e as características do raciocínio lógico e analítico, no que se refere à equivalência de proposições, julgue o seguinte item.

A proposição "se você estudar muito, então você passará no concurso" é equivalente à proposição "se você não estudar muito, então você não passará no concurso".

11.(Instituto AOCP/PC PA/2021) Considere a seguinte sentença: “O circuito A não possui escala de integração SSI ou o circuito B possui escala de integração LSI”. Uma afirmação logicamente equivalente a essa sentença dada é:

a) “Se o circuito A não possui escala de integração SSI, então o circuito B possui escala de integração LSI”.

b) ”Se o circuito A possui escala de integração SSI, então o circuito B possui escala de integração LSI”.

c) ”Se o circuito A possui escala de integração SSI, então o circuito B não possui escala de integração LSI”.

d) ”Se o circuito A não possui escala de integração SSI, então o circuito B não possui escala de integração LSI”.

e) “Se o circuito B possui escala de integração LSI, então o circuito A possui escala de integração SSI”.

12.(QUADRIX/CREF 21/2021) É correto afirmar que a proposição “Se os adolescentes participam das aulas de educação física, então experimentam momentos de autoconhecimento” é equivalente à proposição

a) “Os adolescentes não participam das aulas de educação física ou experimentam momentos de autoconhecimento”.

b) “Se os adolescentes não participam das aulas de educação física, então não experimentam momentos de autoconhecimento”.

c) “Se os adolescentes não experimentam momentos de autoconhecimento, então participam das aulas de educação física”.

d) “Os adolescentes participam das aulas de educação física e não experimentam momentos de autoconhecimento”.

e) “Se os adolescentes não participam das aulas de educação física, então experimentam momentos de autoconhecimento”.

13.(VUNESP/PB Saúde/2021) Dada a afirmação “Se a temperatura está abaixo de 5°C, então uso luvas”, a sua contrapositiva é a afirmação:

a) Se a temperatura não está abaixo de 5°C, então uso luvas.

b) Se a temperatura não está abaixo de 5°C, então não uso luvas.

c) Se uso luvas, então a temperatura está abaixo de 5°C.

d) Se não uso luvas, então a temperatura não está abaixo de 5°C.

e) Se uso luvas, então a temperatura não está abaixo de 5°C.

14.(VUNESP/PB Saúde/2021) A afirmação que é logicamente equivalente à afirmação “Enfrento meus desafios ou fico em casa dormindo” é:

a) Enfrento meus desafios e fico em casa dormindo.

b) Se não enfrento meus desafios, então fico em casa dormindo.

c) Não enfrento meus desafios e fico em casa dormindo.

d) Enfrento meus desafios e não fico em casa dormindo.

e) Se fico em casa dormindo, então não enfrento meus desafios.

15.(VUNESP/CODEN/2021) Considere a afirmação: Se estudei muito para o concurso, então não pude lavar o tapete. Uma afirmação equivalente a esta é

a) Se pude lavar o tapete, então não estudei muito para o concurso.

b) Se não estudei muito para o concurso, então pude lavar o tapete.

c) Ou estudei muito para o concurso ou não pude lavar o tapete.

d) Estudei muito para o concurso e não pude lavar o tapete.

e) Pude lavar o tapete e não estudei muito para o concurso.

Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (leis de De Morgan)

16.(CESPE/SEFAZ-AL/2020) A negação da proposição “Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.” é corretamente expressa por “Os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor não padecem.”

17.(FADESP/PM PA/2022) Segundo a primeira lei de De Morgan, a negação da sentença “Silva não é sargento e Pereira não é oficial” é

a) Silva é sargento e Pereira é oficial.

b) Silva não é sargento mas Pereira é oficial.

c) Silva é sargento ou Pereira é oficial.

d) Silva é sargento mas Pereira não é oficial.

18.(FADESP/CPCRC/2019) Considere a proposição:

Cilene é médica legista ou Mayara é auxiliar técnica de perícias.

A negação desta proposição é

a) Cilene não é médica legista e Mayara não é auxiliar técnica de perícias.

b) Se Cilene não é médica legista, então Mayara é auxiliar técnica de perícias.

c) Cilene não é médica legista ou Mayara não é auxiliar técnica de perícias.

d) Se Mayara não é auxiliar técnica de perícias, então Cilene é médica legista.

e) Cilene não é médica legista ou Mayara é auxiliar técnica de perícias.

19.(FCC/SABESP/2018) A alternativa que contém a negação lógica da afirmação “Letícia está doente e Rodrigo foi trabalhar” é: "Letícia

a) está doente e Rodrigo não foi trabalhar."

b) não está doente ou Rodrigo não foi trabalhar."

c) não está doente ou Rodrigo foi trabalhar."

d) está doente ou Rodrigo não foi trabalhar."

e) não está doente e Rodrigo não foi trabalhar."

20.(FCC/DPE RS/2017) Considere a afirmação:

Ontem trovejou e não choveu.

Uma afirmação que corresponde à negação lógica desta afirmação é

a) se ontem não trovejou, então não choveu.

b) ontem trovejou e choveu.

c) ontem não trovejou ou não choveu.

d) ontem não trovejou ou choveu.

e) se ontem choveu, então trovejou.

21.(FGV/SSP AM/2022) Considere a afirmação:

"Hoje é sexta-feira e amanhã não trabalharei".

A negação lógica dessa sentença é

a) Hoje não é sexta-feira e amanhã trabalharei.

b) Hoje não é sexta-feira ou amanhã trabalharei.

c) Hoje não é sexta-feira, então amanhã trabalharei.

d) Hoje é sexta-feira e amanhã trabalharei.

e) Hoje é sexta-feira ou amanhã não trabalharei.

22.(FGV/PC RN/2021) Mário, que mora sozinho, falava ao telefone com sua mãe a respeito do dia anterior:

Lavei a louça e não dormi tarde.

A negação lógica dessa sentença é:

a) Não lavei a louça e não dormi tarde;

b) Lavei a louça e dormi tarde;

c) Não lavei a louça e dormi tarde;

d) Não lavei a louça ou não dormi tarde;

e) Não lavei a louça ou dormi tarde.

23.(FUNDATEC/IPE Saúde/2022) De acordo com a lógica proposicional, mais precisamente, as equivalências lógicas e as leis de De Morgan, podemos dizer que a negação da sentença "O sol nasce e os pássaros cantam" é:

a) O sol não nasce e os pássaros não cantam.

b) O sol não nasce ou os pássaros não cantam.

c) O sol nasce se, e somente se, os pássaros cantam.

d) O sol nasce e os pássaros não cantam.

e) O sol nasce ou os pássaros não cantam.

24.(FUNDATEC/IPE Saúde/2022) De acordo com a lógica proposicional, mais precisamente, as equivalências lógicas e as leis de De Morgan, podemos dizer que a negação da sentença "x é par ou x é primo" é:

a) Se x é par, então x é primo.

b) x não é par ou x não é primo.

c) Se x não é par, então x é não primo.

d) x não é par e x é primo.

e) x não é par e x não é primo

25.(IBFC/IBGE/2022) "Ana analisou o trabalho de um recenseador e autorizou a prorrogação de seu contrato". De acordo com a equivalência de proposições compostas, a negação da frase pode ser descrita como:

a) Ana não analisou o trabalho de um recenseador e não autorizou a prorrogação de seu contrato

b) Ana não analisou o trabalho de um recenseador ou autorizou a prorrogação de seu contrato

c) Ana não analisou o trabalho de um recenseador ou não autorizou a prorrogação de seu contrato

d) Ana analisou o trabalho de um recenseador e não autorizou a prorrogação de seu contrato

e) Ana analisou o trabalho de um recenseador ou não autorizou a prorrogação de seu contrato

26.(IBFC/IBGE/2022) "Rosana inseriu os dados no sistema informatizado ou protocolou o documento em tempo hábil". De acordo com a equivalência de proposições compostas, a negação da frase pode ser descrita como:

a) Rosana não inseriu os dados no sistema informatizado e não protocolou o documento em tempo hábil

b) Rosana inseriu os dados no sistema informatizado ou protocolou o documento em tempo hábil

c) Rosana não inseriu os dados no sistema informatizado ou protocolou o documento em tempo hábil

d) Rosana inseriu os dados no sistema informatizado ou não protocolou o documento em tempo hábil

e) Rosana inseriu os dados no sistema informatizado e protocolou o documento em tempo hábil

27.(IBFC/SEJUF PR/2021) A frase “Não é verdade que: Carlos é advogado ou Maria é dentista”, é logicamente equivalente a frase:

a) Carlos não é advogado e Maria não é dentista

b) Carlos não é advogado ou Maria não é dentista

c) Carlos é advogado e Maria não é dentista

d) Carlos é advogado ou Maria não é dentista

e) Se Carlos é advogado, então Maria não é dentista

28.(IDIB/GOINFRA/2022)Assinale a alternativa que apresenta a negação da proposição composta “Mateus comprou um carro de cor vermelha e alugou uma moto de 500 cilindradas”.

a) Mateus comprou um carro de cor vermelha ou não alugou uma moto de 500 cilindradas.

b) Mateus não comprou um carro de cor vermelha ou não alugou uma moto de 500 cilindradas.

c) Se Mateus comprou um carro de cor vermelha, então não alugou uma moto de 500 cilindradas.

d) Mateus não comprou um carro de cor vermelha e não alugou uma moto de 500 cilindradas.

e) Mateus não comprou um carro de cor vermelha ou alugou uma moto de 500 cilindradas.

29.(Instituto AOCP/PC PA/2021) Se não é verdade que “O sistema operacional A é lento e o sistema operacional B não é o mais caro”, então é verdade afirmar que

a) “Se o sistema operacional A não é lento, então o sistema operacional B não é o mais caro”.

b) “Se o sistema operacional A não é lento, então o sistema operacional B é o mais caro”.

c) “O sistema operacional A é lento ou o sistema operacional B é o mais caro”.

d) ”O sistema operacional A não é lento e o sistema operacional B é o mais caro”.

e) “O sistema operacional A não é lento ou o sistema operacional B é o mais caro”.

30.(Instituto AOCP/ISS Cariacica/2020) Segundo o raciocínio lógico, por definição, a negação da proposição composta “Matemática é fácil ou Física tem poucas fórmulas” é dada por:

a) “Matemática é fácil e Física não tem poucas fórmulas”.

b) “Matemática não é fácil e Física tem poucas fórmulas”.

c) “Matemática não é fácil e Física não tem poucas fórmulas”.

d) “Matemática não é fácil ou Física não tem poucas fórmulas”.

31.(VUNESP/EBSERH/2020) Considere a seguinte afirmação:

O técnico em análises clínicas realiza testes laboratoriais e faz análises microscópicas.

Uma negação lógica para a afirmação apresentada está contida na alternativa:

a) O técnico em análises clínicas não realiza testes laboratoriais e não faz análises microscópicas.

b) O técnico em análises clínicas não realiza testes laboratoriais ou não faz análises microscópicas.

c) O técnico em análises clínicas não realiza testes laboratoriais, mas faz análises microscópicas.

d) Quem realiza testes laboratoriais e faz análises microscópicas não é técnico em análises clínicas.

e) Quem não realiza testes laboratoriais e não faz análises microscópicas é técnico em análises clínicas.

32.(VUNESP/EBSERH/2020) Os carregadores trouxeram o armário e o instalador não chegou. A negação lógica dessa afirmação é:

a) se os carregadores não trouxeram o armário, então o instalador chegou.

b) os carregadores não trouxeram o armário e o instalador chegou.

c) se o instalador não chegou, então os carregadores não trouxeram o armário.

d) os carregadores não trouxeram o armário ou o instalador chegou.

e) os carregadores trouxeram o armário ou o instalador não chegou.

33.(VUNESP/PM SP/2020) Ontem Jorge foi ao cinema e voltou desapontado. Uma afirmação que corresponda à negação lógica dessa afirmação é:

a) Ontem Jorge não foi ao cinema e voltou desapontado.

b) Ontem Jorge não foi ao cinema ou não voltou desapontado.

c) Ontem Jorge foi ao cinema e não voltou desapontado.

d) Ontem Jorge não foi ao cinema ou voltou desapontado.

Negação da Condicional

34.(CESPE/PETROBRAS/2022) Acerca de lógica matemática, julgue o item a seguir.

A negativa da sentença composta "Se o preço está elevado, então a compra não será realizada." é "O preço está elevado e a compra será realizada.".

35.(CESPE/TCDF/2021) Considerando que P e Q sejam, respectivamente, as proposições "Ausência de evidência de um crime não é evidência da ausência do crime." e "Se não há evidência, não há crime.", julgue a seguir.

A negação da proposição Q pode ser corretamente expressa por "Não há evidência, mas há crime.".

36.(FCC/AFAP/2019) A negação da afirmação condicional "Se Carlos não foi bem no exame, vai ficar em casa" é:

a) Se Carlos for bem no exame, vai ficar em casa.

b) Carlos foi bem no exame e não vai ficar em casa.

c) Carlos não foi bem no exame e vai ficar em casa.

d) Carlos não foi bem no exame e não vai ficar em casa.

e) Se Carlos não foi bem no exame então não vai ficar em casa.

37.(FCC/SEFAZ-SC/2018) A negação da proposição "se eu estudo, eu cresço" pode ser escrita como:

a) "se eu não estudo, eu não cresço".

b) "se eu não cresço, eu não estudo".

c) "cresço e não estudo".

d) "estudo e não cresço".

e) "se eu cresço, eu não estudo".

38.(FGV/PC AM/2022) Considere a afirmação:

"Se Jonas é um soldado então é forte".

A negação dessa afirmação é

a) Jonas é um soldado e não é forte.

b) Se Jonas não é um soldado então é forte.

c) Se Jonas é um soldado então não é forte.

d) Se Jonas não é um soldado então não é forte.

e) Se Jonas não é forte então não é um soldado.

39.(FGV/ISS Paulínia/2021) Considere a afirmação:

"Uma proposta, se apresentada com clareza, não é recusada".

A negação lógica dessa afirmação é:

a) Uma proposta é apresentada com clareza e é recusada.

b) Uma proposta não é apresentada com clareza e é recusada.

c) Se uma proposta não é apresentada com clareza, não é recusada.

d) Se uma proposta não é recusada, foi apresentada com clareza.

e) Se uma proposta não é recusada, não foi apresentada com clareza.

40.(FUNDATEC/CRA RS/2021) Considerando as proposições p: Marcos é político e q: Octávio é agricultor, assinale a alternativa que representa a negação da proposição "Se Marcos é político, então Octávio é agricultor".

a) Marcos é político e Octávio não é agricultor.

b) Se Marcos não é político, então Octávio não é agricultor.

c) Octávio é agricultor ou Marcos é político.

d) Marcus é agricultor.

e) Marcos não é político e Octávio não é agricultor.

41.(QUADRIX/CRESS PB/2021) Julgue o item.

A negação de "Penso, logo existo" é "Penso e não existo".

42.(VUNESP/PB Saúde/2021) Assinale a alternativa que apresenta a afirmação que corresponde à negação lógica da afirmação a seguir: Se a sujeira é muita, então fazer a limpeza vai demorar.

a) Se fazer a limpeza vai demorar, então a sujeira não é muita.

b) A sujeira não é muita e fazer a limpeza vai demorar.

c) A sujeira é muita e fazer a limpeza não vai demorar.

d) A sujeira não é muita e fazer a limpeza não vai demorar.

e) Se fazer a limpeza vai demorar, então a sujeira é muita.

43.(VUNESP/Pref. Ilhabela/2020) Considere a afirmação: Se a ampulheta está quebrada, então o tempo não pode ser medido. Uma afirmação que corresponde à sua negação lógica é:

a) A ampulheta está quebrada, e o tempo pode ser medido.

b) Se a ampulheta não está quebrada, então o tempo pode ser medido.

c) A ampulheta não está quebrada, e o tempo não pode ser medido.

d) Se o tempo pode ser medido, então a ampulheta não está quebrada.

e) O tempo não pode ser medido ou a ampulheta está quebrada.

Outras equivalências e negações

44.(CESPE/PETROBRAS/2022) Acerca de lógica matemática, julgue o item a seguir.

Dadas três proposições p, q e r, tem-se que $p \vee q \rightarrow r$ é equivalente a $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$.

45.(FGV/BANESTES/2018) Considere a sentença "Joana gosta de leite e não gosta de café".

Sabe-se que a sentença dada é falsa.

Deduz-se que:

a) Joana não gosta de leite e não gosta de café;

b) Se Joana gosta de leite, então ela não gosta de café;

c) Joana gosta de leite ou gosta de café;

d) Se Joana não gosta de café, então ela não gosta de leite;

e) Joana não gosta de leite ou não gosta de café.

46.(VUNESP/CMSJC/2022) Considere a afirmação: "Ou arranjo emprego ou não me caso". A negação dessa afirmação é:

a) Se eu arranjo emprego, então eu me caso.

b) Se eu não arranjo emprego, então eu me caso.

c) Ou não arranjo emprego ou me caso.

d) Ou não arranjo emprego ou não me caso.

e) Arranjo emprego e não me caso.

47.(VUNESP/TJ SP/2021) Uma afirmação equivalente à afirmação "Se Alice estuda, então ela faz uma boa prova, e se Alice estuda, então ela não fica triste" é

a) Se Alice estuda, então ela não faz uma boa prova ou ela fica triste.

b) Se Alice fica triste e não faz uma boa prova, então ela não estuda.

c) Se Alice estuda, então ela faz uma boa prova e ela não fica triste.

d) Alice estuda e ela faz uma boa prova e não fica triste.

e) Alice não estuda, e ela faz uma boa prova ou não fica triste.

48.(VUNESP/EBSERH/2020) Uma correta negação lógica para a afirmação “Rosana é vulnerável ou necessitada, mas não ambos” está contida na alternativa:

a) Rosana é vulnerável se, e somente se, ela é necessitada.

b) Rosana não é vulnerável se, e somente se, ela é necessitada.

c) Rosana é vulnerável e necessitada.

d) Rosana não é vulnerável e, tampouco, necessitada.

e) Se Rosana não é necessitada, então ela não é vulnerável.

Questões com mais de uma equivalência

49.(CESPE/DEPEN/2021) Com relação a lógica proposicional, julgue o item a seguir.

Considere as seguintes proposições

p: “Paola é feliz”;

q: “Paola pinta um quadro”.

Assim, a proposição “Paola é feliz apenas se ela pinta um quadro” pode ser representada por $\sim(p\wedge\sim q)$.

50.(CESPE/PC DF/2021) A proposição “Se Marcos é culpado, então Paulo ou Carlos são inocentes.” equivale à proposição “Se Paulo ou Carlos são culpados, então Marcos é inocente.”.

51.(FCC/Pref. SJRP/2019) Considere a proposição: “Se Alberto está estudando, então é véspera de prova ou é dia 29 de fevereiro”. Uma proposição equivalente a essa é

a) Se Alberto não está estudando, então não é véspera de prova ou não é dia 29 de fevereiro.

b) Se Alberto não está estudando, então não é véspera de prova e não é dia 29 de fevereiro.

c) Se é véspera de prova ou é dia 29 de fevereiro, então Alberto está estudando.

d) Se Alberto está estudando, então é véspera de prova e é dia 29 de fevereiro.

e) Se não é véspera de prova e não é dia 29 de fevereiro, então Alberto não está estudando.

52.(FGV/CBM AM/2022) Gabriel comprou a camiseta do Nacional-AM, e guardou para uma ocasião especial. Certo dia, procurado em casa por um amigo, sua irmã disse:

“Vestiu a camiseta e foi ao jogo ou ao bar.”

A negação lógica dessa sentença é:

a) Não vestiu a camiseta e foi ao jogo ou ao bar.

b) Vestiu a camiseta e não foi ao jogo ou ao bar.

c) Vestiu a camiseta e não foi ao jogo nem ao bar.

d) Não vestiu a camiseta ou foi ao jogo ou ao bar.

e) Não vestiu a camiseta ou não foi ao jogo nem ao bar.

53.(FGV/SSP AM/2022) Considere a sentença:

“Se Amazonino é amazonense e Reno não é alagoano, então Carlota não é carioca”.

Uma sentença logicamente equivalente à sentença dada é

a) Se Carlota não é carioca, então Amazonino é amazonense e Reno não é alagoano.

b) Se Amazonino não é amazonense e Reno é alagoano, então Carlota é carioca.

c) Se Amazonino não é amazonense ou Reno é alagoano, então Carlota é carioca.

d) Se Carlota é carioca, então Amazonino não é amazonense ou Reno é alagoano.

e) Se Carlota é carioca, então Amazonino não é amazonense e Reno não é alagoano.

54.(FGV/FunSaúde CE/2021) Considere a sentença:

"Se a cobra é verde, então ela não morde ou ela é venenosa".

A sentença logicamente equivalente à sentença dada é:

a) Se a cobra morde e não é venenosa, então ela não é verde.

b) Se a cobra não é verde, então ela morde e não é venenosa.

c) Se a cobra não é verde, então ela não morde ou não é venenosa.

d) A cobra é verde e não morde ou é venenosa.

e) A cobra não é verde e morde e não é venenosa.

55.(IBFC/IBGE/2022) De acordo com a proposição lógica a frase "O agente censitário não transcreveu o texto em planilha eletrônica ou o trabalho foi realizado com sucesso" é equivalente a frase:

a) Se o agente censitário não transcreveu o texto em planilha eletrônica, então o trabalho não foi realizado com sucesso

b) O agente censitário transcreveu o texto em planilha eletrônica e o trabalho não foi realizado com sucesso

c) O agente censitário transcreveu o texto em planilha eletrônica ou o trabalho não foi realizado com sucesso

d) Se o trabalho foi realizado com sucesso, então o coordenador não realizou a previsão orçamentária

e) Se o trabalho não foi realizado com sucesso, então o agente censitário não transcreveu o texto em planilha eletrônica

56.(Instituto AOCP/CM Teresina/2021) Se não é verdade que "A é igual a 3 e B ou C é igual a 7", então é correto afirmar que

a) "A é igual a 3 ou B e C são diferentes de 7".

b) "A é diferente de 3 ou B e C são diferentes de 7".

c) "A é igual a 3 e B e C são diferentes de 7".

d) "A é diferente de 3 e B e C são diferentes de 7".

e) "A é diferente de 3 ou B ou C é igual a 7".

57.(QUADRIX/CREMESE/2021)

t: $(\sim p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow (\sim r \vee (p \leftrightarrow r))$.

Sabendo que p, q e r são proposições simples e considerando a proposição acima, julgue o item a seguir.

$(r \wedge (p \leftrightarrow \sim r)) \rightarrow (p \vee (p \wedge \sim q))$ é uma equivalência da proposição t.

58.(VUNESP/TJM SP/2021) Uma proposição equivalente a “Se acordei cedo e me alimentei, então tenho um dia produtivo” é a proposição:

a) Não tenho um dia produtivo e não acordei cedo e não me alimentei.

b) Tenho um dia produtivo e não acordei cedo e não me alimentei.

c) Se não tenho um dia produtivo, então não acordei cedo ou não me alimentei.

d) Se não tenho um dia produtivo, então não acordei cedo e não me alimentei.

e) Se tenho um dia produtivo, então acordei cedo ou me alimentei.

59.(VUNESP/CM Mogi Mirim/2020) Uma afirmação equivalente à afirmação: Se o chão está liso ou o pneu está careca, então o carro escorrega, é

a) Se o carro não escorrega, então o chão não está liso ou o pneu não está careca.

b) Se o carro não escorrega, então o chão não está liso e o pneu está careca.

c) Se o carro não escorrega, então o chão está liso e o pneu não está careca.

d) Se o carro não escorrega, então o chão está liso ou o pneu está careca.

e) Se o carro não escorrega, então o chão não está liso e o pneu não está careca.

60.(VUNESP/ISS-Campinas/2019) Uma proposição logicamente equivalente à afirmação “Se Marcos é engenheiro, então Roberta é enfermeira e Ana é psicóloga” é apresentada na alternativa:

a) Se Roberta não é enfermeira ou Ana não é psicóloga, então Marcos não é engenheiro.

b) Ana é psicóloga, Marcos é engenheiro e Roberta é enfermeira.

c) Se Marcos não é engenheiro, então Roberta não é enfermeira e Ana não é psicóloga.

d) Se Roberta é enfermeira e Ana é psicóloga, então Marcos é engenheiro.

e) Roberta não é enfermeira, Ana não é psicóloga e Marcos não é engenheiro.

Gabarito - Multibancas

Equivalências Lógicas

1. CERTO
2. LETRA A
3. LETRA C
4. LETRA D
5. LETRA C
6. LETRA C
7. LETRA C
8. LETRA D
9. LETRA C
10. ERRADO
11. LETRA B
12. LETRA A
13. LETRA D
14. LETRA B
15. LETRA A
16. ERRADO
17. LETRA C
18. LETRA A
19. LETRA B
20. LETRA D
21. LETRA D
22. LETRA E
23. LETRA B
24. LETRA E
25. LETRA C
26. LETRA A
27. LETRA A
28. LETRA B
29. LETRA E
30. LETRA C
31. LETRA B
32. LETRA D
33. LETRA B
34. CERTO
35. CERTO
36. LETRA D
37. LETRA D
38. LETRA A
39. LETRA A
40. LETRA A
41. CERTO
42. LETRA C
43. LETRA A
44. ERRADO
45. LETRA D
46. LETRA D
47. LETRA C
48. LETRA A
49. CERTO
50. ERRADO
51. LETRA E
52. LETRA E
53. LETRA D
54. LETRA A
55. LETRA E
56. LETRA B
57. CERTO
58. LETRA C
59. LETRA E
60. LETRA A

Lista de Questões - Multibancas

Álgebra de proposições

1.(ANPAD/2018) Considere E(p,q) uma proposição lógica composta a partir de p e q tal que E(p,q)↔p∧q é uma contradição.

A proposição E(p,q)∧p é logicamente equivalente à proposição:

A) p∧~q

B) p∨~q

C) ~p∧q

D) ~p∨~q

E) ~p∧~q

2.(CESPE/CBM AL/2021) Considerando os conectivos lógicos usuais, assumindo que as letras maiúsculas representam proposições lógicas e considerando que o símbolo ~ representa a negação, julgue o item a seguir, relacionados à lógica proposicional.

A expressão ~(P∧(~Q))↔(Q∨(~P)) é uma tautologia.

3.(CESPE/EMAP/2018) Julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional e de argumentação.

Se P e Q são proposições lógicas simples, então a proposição composta S = [P→Q] ↔ [Q∨(~P)] é uma tautologia, isto é, independentemente dos valores lógicos V ou F atribuídos a P e Q, o valor lógico de S será sempre V

4.(CESPE/PF/2018) As proposições P, Q e R a seguir referem-se a um ilícito penal envolvendo João, Carlos, Paulo e Maria:

P: "João e Carlos não são culpados".

Q: "Paulo não é mentiroso".

R: "Maria é inocente".

Considerando que ~X representa a negação da proposição X, julgue o item a seguir.

Independentemente de quem seja culpado, a proposição {P→(¬Q)}→{Q∨[(¬Q)∨R]} será sempre verdadeira, isto é, será uma tautologia.

5.(CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) João disse:

— Das duas, pelo menos uma: o depósito é amplo e claro, ou ele não se localiza em Albuquerque.

O que João disse é falso se, e somente se, o depósito

a) fica em Albuquerque e não é amplo ou não é claro.

b) fica em Albuquerque, não é amplo, nem é claro.

c) não é amplo, não é claro e não fica em Albuquerque.

d) é amplo ou é claro e fica em Albuquerque.

e) é amplo e claro e fica em Albuquerque.

6.(CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) A proposição $p \land \neg(q \land r)$ é equivalente a:

A) $(p \land \neg q) \land (p \land \neg r)$

B) $(p \lor \neg q) \land (p \lor \neg r)$

C) $(p \land \neg q) \lor (p \land \neg r)$

D) $(\neg p \lor q) \land (\neg p \lor r)$

E) $(\neg p \land q) \lor (\neg p \land r)$

7.(FCC/ALMS/2016) Se João canta ou Maria sorri, então Josefa chora e Luiza não grita. Do ponto de vista lógico, uma afirmação equivalente a afirmação anterior é

a) Se Luiza grita ou Josefa não chora, então João não canta e Maria não sorri.

b) Se João não canta ou Maria não sorri, então Josefa não chora e Luiza grita.

c) João canta ou Maria sorri, e Josefa não chora e Luiza grita.

d) Se João canta, então Josefa chora e se Maria sorri, então Luiza grita.

e) Se Luiza não grita e Josefa chora, então João canta ou Maria sorri.

8.(FCC/SEFAZ PE/2015) Antes da rodada final do campeonato inglês de futebol, um comentarista esportivo apresentou a situação das duas únicas equipes com chances de serem campeãs, por meio da seguinte afirmação:

“Para que o Arsenal seja campeão, é necessário que ele vença sua partida e que o Chelsea perca ou empate a sua.”

Uma maneira equivalente, do ponto de vista lógico, de apresentar esta informação é: “Para que o Arsenal seja campeão, é necessário que ele

A) vença sua partida e o Chelsea perca a sua ou que ele vença a sua partida e o Chelsea empate a sua.”

B) vença sua partida ou o Chelsea perca a sua ou que ele vença a sua partida ou o Chelsea empate a sua.”

C) empate sua partida e o Chelsea perca a sua ou que ele vença a sua partida e o Chelsea não vença a sua.”

D) vença sua partida e o Chelsea perca a sua e que ele vença a sua partida e o Chelsea empate a sua."

E) vença sua partida ou o Chelsea perca a sua e que ele vença a sua partida ou o Chelsea empate a sua."

9.(IADES/Hemocentro DF/2017) Assinale a alternativa que apresenta uma tautologia.

A) $p \vee (q \vee \sim p)$

B) $(q \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow q)$

C) $p \rightarrow (p \rightarrow q \wedge \neg q)$

D) $p \vee \sim q \rightarrow (p \rightarrow \sim q)$

E) $p \vee q \rightarrow p \wedge q$

10. (IBFC/TJ PE/2017) As expressões E1: $(p \wedge r) \vee (\sim p \wedge r)$ e E2 : $(q \vee s) \wedge (\sim q \vee s)$ são compostas pelas quatro proposições lógicas p, q, r e s.

Os valores lógicos assumidos pela expressão E1 $\wedge$ E2 são os mesmos valores lógicos da expressão:

A) $r \vee s$

B) $\sim r \wedge \sim s$

C) $\sim r \vee s$

D) $r \vee \sim s$

E) $r \wedge s$

11.(QUADRIX/CFT/2021)

u – $p \leftrightarrow [(q \vee \sim q) \rightarrow p]$.

v – $p \leftrightarrow [(\sim q \vee q) \wedge p]$.

Sabendo que p e q são proposições simples, julgue o item quanto às proposições acima.

As proposições u e v são tautologias.

12. (QUADRIX/EBC/2013) Considerando-se que p, q e r são três proposições simples quaisquer, assinale a alternativa que representa uma equivalência tautológica do tipo DISTRIBUIÇÃO.

a) $(p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$

b) $(p \wedge q) \leftrightarrow r$

c) $(p \wedge r) \leftrightarrow q$

d) $((p \wedge q) \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge (q \wedge r))$

e) $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$

13. (QUADRIX/CREF 7/2013) A propriedade descrita a seguir pela expressão é:

(aVb)Vc = aV(bVc)

a) Regra de Morgan.

b) Propriedade associativa da disjunção.

c) Propriedade distributiva da disjunção.

d) Propriedade associativa da conjunção.

e) Propriedade distributiva da conjunção.

14.(VUNESP/Pref. F Vasconcelos/2020) Considere a seguinte ordem dada:

Ligue a sirene e leve a viatura até o local da ocorrência.

Assinale a alternativa que contém uma negação lógica da ordem dada.

a) Não ligue a sirene e leve a viatura até o local da ocorrência.

b) Não ligue a sirene ou leve a viatura até o local da ocorrência.

c) Não leve a viatura até o local da ocorrência e ligue a sirene.

d) Não leve a viatura até o local da ocorrência ou não ligue a sirene.

e) Não leve a viatura até o local da ocorrência e não ligue a sirene.

15.(VUNESP/CM Tatuí/2019) Se estou com pressa e o computador travou, então não consigo fazer o trabalho. Uma afirmação que seja logicamente equivalente à afirmação anterior é:

a) Se não consigo fazer o trabalho, então o computador travou e estou com pressa.

b) Se não consigo fazer o trabalho, então não estou com pressa e o computador não travou.

c) Estou com pressa e o computador travou ou não consigo fazer o trabalho.

d) Não estou com pressa ou o computador não travou, ou não consigo fazer o trabalho.

e) Estou com pressa ou o computador travou, e não consigo fazer o trabalho.

16.(VUNESP/TCE-SP/2017) Uma afirmação que corresponda à negação lógica da afirmação "Se a demanda aumenta, então os preços tendem a subir" é:

a) Se os preços não tendem a subir, então a demanda não aumenta.

b) Ou os preços tendem a subir, ou a demanda aumenta.

c) Se a demanda não aumenta, então os preços não tendem a subir.

d) A demanda aumenta ou os preços não tendem a subir.

e) Os preços não tendem a subir, e a demanda aumenta.

Gabarito - Multibancas

Álgebra de proposições

1. LETRA A
2. CERTO
3. CERTO
4. CERTO
5. LETRA A
6. LETRA C
7. LETRA A
8. LETRA A
9. LETRA A
10. LETRA E
11. CERTO
12. LETRA A
13. LETRA B
14. LETRA D
15. LETRA D
16. LETRA E

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:

PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.