Aula 01

BNB - Raciocínio Lógico e Quantitativo - 2023 (Pré-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

10 de Março de 2023

Índice

APRESENTAÇÃO DA AULA

Fala, pessoal!

O principal assunto da aula de hoje é **equivalências lógicas.**

O entendimento da aula é muito importante, porém **igualmente importante** é que você **DECORE** as principais equivalências lógicas. Equivalências lógicas existem para serem usadas, e o uso delas requer que você tenha as principais fórmulas "**no sangue**".

Em seguida, será abordado **álgebra de proposições**. Nesse assunto, você deve focar especialmente nas propriedades **comutativa**, **associativa** e **distributiva**. Além disso, nesse tópico, trataremos do uso de equivalências lógicas para a resolução de problemas de **tautologia**, **contradição** e **contingência**.

Como de costume, vamos exibir um **resumo** logo no **início de cada tópico** para que você tenha uma visão geral do conteúdo antes mesmo de iniciar o assunto.

Conte comigo nessa caminhada =)

Prof. Eduardo Mocellin.

@edu.mocellin

EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS

Equivalências lógicas

Duas proposições **A** e **B** são **equivalentes** quando todos os **valores lógicos** (V ou F) assumidos por elas **são iguais** para **todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem**.

Equivalências fundamentais

Equivalência contrapositiva

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

Transformação da condicional (se...então) em disjunção inclusiva (ou)

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

Transformação disjunção inclusiva (ou) em condicional (se...então)

$$p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$$

Negações lógicas

Dupla negação da proposição simples

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (Leis de De Morgan)

Para negar "e": **negar ambas** as proposições e **trocar o "e" pelo "ou"**.

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Para negar "ou": **negar ambas** as proposições e **trocar o "ou" pelo "e"**.

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

Negação da condicional (se...então)

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

Outras equivalências e negações

Negação da conjunção (e) para a forma condicional (se...então)

$$\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$$

Conjunção de condicionais

Quando o **termo comum** é o **consequente**, a equivalência apresenta uma **disjunção inclusiva** no **antecedente**.

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

Quanto o **termo comum** é o **antecedente**, a equivalência apresenta uma **conjunção** no **consequente**.

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$

Equivalências da disjunção exclusiva (ou...ou)

$$p\underline{\vee}q \equiv (\sim p)\underline{\vee}(\sim q)$$

$$p\underline{\vee}q \equiv (\sim p)\leftrightarrow q$$

$$p\underline{\vee}q \equiv p\leftrightarrow(\sim q)$$

Negações da disjunção exclusiva (ou...ou)

$$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv p\leftrightarrow q$$

$$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv (\sim p)\underline{\vee}q$$

$$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv p\underline{\vee}(\sim q)$$

Equivalências da bicondicional (se e somente se)

$$p\leftrightarrow q \equiv (p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p)$$

$$p\leftrightarrow q \equiv (\sim p)\leftrightarrow(\sim q)$$

$$p\leftrightarrow q \equiv (\sim p)\underline{\vee}q$$

$$p\leftrightarrow q \equiv p\underline{\vee}(\sim q)$$

Negações da bicondicional (se e somente se)

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv p\underline{\vee}q$$

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv (\sim p)\leftrightarrow q$$

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv p\leftrightarrow(\sim q)$$

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv (p\wedge\sim q)\vee(q\wedge\sim p)$$

O que é uma equivalência lógica

Quando duas proposições apresentam a mesma tabela-verdade dizemos que as **proposições são equivalentes.**

A representação da equivalência lógica é dada pelo o símbolo **⇔** ou **≡**. Se **A** é equivalente a **B**, podemos escrever de duas maneiras:

A ⇔ B

A ≡ B

Observação: o símbolo de equivalência ⇔ é diferente do conectivo bicondicional ↔

Informalmente, podemos dizer que duas proposições são equivalentes quando elas têm o mesmo significado. Exemplo:

a: "Eu moro em Taubaté."

b: "**Não é verdade** que eu **não** moro em Taubaté."

O conceito de **equivalência lógica** pode ser melhor detalhado assim:

Duas proposições **A** e **B** são **equivalentes** quando todos os **valores lógicos** (V ou F) assumidos por elas **são iguais** para **todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem**.

Vejamos um exemplo:

Mostre que as proposições (p→q)∧(q→p) e p↔q são equivalentes.

Para resolver esse problema, basta construirmos a tabela-verdade de ambas proposições. Como a bicondicional já é conhecida por nós, precisamos simplesmente confeccionar a tabela-verdade de **(p→q)∧(q→p)** e comparar com a bicondicional **p↔q**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos duas proposições simples distintas, **p** e **q**. Logo, o número de linhas é $2^n = 2^2 = 4$.

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Para determinar **(p→q)∧(q→p)**, precisamos obter **(p→q)** e **(q→p)**.

Para determinar **(p→q)**, precisamos obter **p** e **q**.

Para determinar **(q→p)**, precisamos obter **p** e **q**.

Podemos também incluir, de imediato, na nossa tabela a condicional **p↔q**, pois vamos compará-la com a expressão que estamos querendo obter.

p	q	p→q	q→p	(p→q)∧(q→p)	p↔q

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	q	p→q	q→p	(p→q)∧(q→p)	p↔q
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

A condicional **p→q** é falsa somente quando o antecedente **p** for verdadeiro e o consequente **q** for falso.

p	q	p→q	q→p	(p→q)∧(q→p)	p↔q
V	V	V			
V	F	F			
F	V	V			
F	F	V			

A condicional **q→p** é falsa somente quando o antecedente **q** for verdadeiro e o consequente **p** for falso.

p	q	p→q	q→p	(p→q)∧(q→p)	p↔q
V	V	V	V		
V	F	F	V		
F	V	V	F		
F	F	V	V		

A conjunção **(p→q)∧(q→p)** só será verdadeira quando **p→q** e **q→p** forem ambos verdadeiros.

p	q	p→q	q→p	(p→q)∧(q→p)	p↔q
V	V	V	V	V	
V	F	F	V	F	
F	V	V	F	F	
F	F	V	V	V	

Para a bicondicional, já sabemos que ela será verdadeira quando **p** e **q** tiverem o mesmo valor lógico.

p	q	p→q	q→p	(p→q)∧(q→p)	p↔q
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Podemos perceber da análise da tabela-verdade acima que **(p→q)∧(q→p)** e **p↔q** assumem os exatos mesmos valores lógicos para todas as possibilidades de valores lógicos de **p** e **q**. Logo, as proposições são equivalentes. Veja:

p	q	p→q	q→p	(p→q)∧(q→p)	p↔q
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Podemos escrever:

p↔q ⇔ (p→q)∧(q→p)

ou

p↔q ≡ (p→q)∧(q→p)

Equivalências fundamentais

Existem três equivalências fundamentais que **despencam** em provas de concurso público:

- **Equivalência contrapositiva**;
- **Transformação da condicional (se...então) em disjunção inclusiva (ou); e**
- **Transformação da disjunção inclusiva (ou) em condicional (se...então).**

Equivalência contrapositiva

A primeira equivalência fundamental é conhecida como **contrapositiva da condicional:**

$$\mathbf{p \rightarrow q \equiv {\sim}q \rightarrow {\sim}p}$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

1. **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
2. **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Como exemplo, sejam as proposições:

p: “Hoje choveu.”

q: “João fez a barba.”

Considere a seguinte condicional **p→q**:

p→q: "**Se** **[**hoje choveu**]**, **então** **[**João fez a barba**]**."

A condicional a seguir é equivalente à condicional original:

~q→~p: "**Se** **[**João **não** fez a barba**]**, **então** **[**hoje **não** choveu**]**."

Um erro muito explorado pelas bancas é dizer que **p→q** seria equivalente a **~p→~q**. Isso porque é muito comum no dia a dia as pessoas cometerem esse erro.

Observe o exemplo acima: "**Se hoje choveu, então João fez a barba**". Vamos supor que não choveu. O que podemos afirmar sobre barba de João? Absolutamente nada, ele pode tanto ter feito quanto não ter feito a barba. **Logo**, **não podemos dizer que** "**Se hoje não choveu, então João não fez a barba**" **é equivalente à condicional original**. Em outras palavras, não podemos dizer que **~p→~q** é equivalente a **p→q**.

Por outro lado, podemos afirmar sem dúvida que **~q→~p**. Em outras palavras, considerando a proposição original, podemos dizer que "**Se João <u>não</u> fez a barba, então hoje <u>não</u> choveu**".

<u>Em resumo</u>:

p→q é equivalente a ~q→~p

p→q <u>não é</u> equivalente a ~p→~q

Mostre que são equivalentes p→q e ~q→~p.

Para mostrar a equivalência, montaremos a tabela-verdade de **~q→~p** e compararemos com **p→q**.

<u>Passos 1, 2 e 3:</u> determinar o número de linhas da tabela-verdade, desenhar o esquema da tabela-verdade e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

Vamos também incluir **p→q** para fins de comparação.

p	q	~p	~q	~q→~p	p→q
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

<u>Passo 4:</u> obter o valor das demais proposições.

Para obter **~p** e **~q**, basta inverter o valor lógico de **p** e de **q**.

p	q	~p	~q	~q→~p	p→q
V	V	F	F		
V	F	F	V		
F	V	V	F		
F	F	V	V		

A condicional **~q→~p** é falsa somente quando o antecedente **~q** for verdadeiro e o consequente **~p** for falso.

p	q	~p	~q	~q→~p	p→q
V	V	F	F	V	
V	F	F	V	F	
F	V	V	F	V	
F	F	V	V	V	

Por fim, a condicional **p→q** é falsa somente quando o antecedente **p** for verdadeiro e o consequente **q** for falso.

p	q	~p	~q	~q→~p	p→q
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Observe que os valores lógicos de **p→q** e **~q→~p** são exatamente iguais para todas as linhas e, portanto, essas proposições são equivalentes.

p	q	~p	~q	~q→~p	p→q
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Logo, podemos escrever:

p→q ≡ ~q→~p

Vamos resolver exercícios envolvendo essa equivalência que acabamos de aprender.

(EPC/2023) Considere a seguinte afirmação:

Se subir a montanha é difícil, então a paisagem compensa.

Assinale a alternativa que contém uma equivalente lógica à afirmação apresentada.

a) Subir a montanha é difícil e a paisagem compensa.

b) Subir a montanha não é difícil e a paisagem não compensa.

c) Se a paisagem não compensa, então subir a montanha não é difícil.

d) Se subir a montanha é difícil, então a paisagem não compensa.

e) Subir a montanha não é difícil ou a paisagem não compensa.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

m: "Subir a montanha é difícil."

p: "A paisagem compensa."

A sentença original pode ser descrita por **m→p**:

m→p: "**Se [**subir a montanha é difícil**]**, **então [**a paisagem compensa**]**."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

m→p ≡ ~p→~m

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~p→~m: "**Se [**a paisagem **não** compensa**]**, **então [**subir a montanha **não** é difícil**]**".

Gabarito: Letra C.

(Pref. Bagé/2020) Uma proposição equivalente de "Se a prova está difícil, então Antônio não será aprovado no concurso" é:

a) A prova está difícil e Antônio não será aprovado no concurso.

b) Se Antônio for aprovado no concurso, então a prova não está difícil.

c) A prova está fácil e Antônio foi aprovado no concurso.

d) A prova está fácil e Antônio não foi aprovado no concurso.

e) A prova não está fácil e Antônio foi aprovado no concurso.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "A prova está difícil."

a: "Antônio será aprovado no concurso."

A proposição original pode ser descrita por **p→~a**:

p→~a: "**Se [**a prova está difícil**]**, **então [**Antônio **não** será aprovado no concurso**]**."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$p \rightarrow \sim a \equiv \sim(\sim a) \rightarrow \sim p$$

Como a dupla negação de **a** corresponde à própria proposição **a**, a condicional equivalente pode também ser descrita por **a→~p**.

$$p \rightarrow \sim a \equiv a \rightarrow \sim p$$

Logo, temos a seguinte proposição equivalente:

a→~p: "**Se** [Antônio for aprovado no concurso], **então** [a prova **não** está difícil]."

Gabarito: Letra B.

INDO MAIS FUNDO!

Na questão anterior definimos originalmente a seguinte **sentença declarativa <u>afirmativa</u>**:

a: "Antônio será aprovado no concurso."

A sua negação corresponde a:

~a: "Antônio **não** será aprovado no concurso."

A proposição original, nesse caso, foi descrita por **p→~a**.

Poderíamos ter resolvido a questão definindo originalmente uma sentença declarativa <u>negativa</u>. **<u>Isso em nada altera o gabarito</u>**. Poderíamos, portanto, ter definido a proposição **a** como:

a: "Antônio **não** será aprovado no concurso."

Nesse caso, a sua negação seria:

~a: "Antônio será aprovado no concurso."

A proposição original, a partir dessas novas definições, seria descrita por **p→a**.

A seguir, vamos resolver a mesma questão de outro modo. **<u>Compare com a resolução anterior</u>**.

(Pref. Bagé/2020) Uma proposição equivalente de "Se a prova está difícil, então Antônio não será aprovado no concurso" é:

a) A prova está difícil e Antônio não será aprovado no concurso.

b) Se Antônio for aprovado no concurso, então a prova não está difícil.

c) A prova está fácil e Antônio foi aprovado no concurso.

d) A prova está fácil e Antônio não foi aprovado no concurso.

e) A prova não está fácil e Antônio foi aprovado no concurso.

Comentários:

Considere as proposições simples:

p: "A prova está difícil."

a: "Antônio **não** será aprovado no concurso."

Note que, nesse caso, a negação da proposição **a** será:

~a: "Antônio será aprovado no concurso."

A proposição original é descrita por **p→a**:

p→a: "**Se** **[**a prova está difícil**]**, **então** **[**Antônio **não** será aprovado no concurso**]**."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

p→a ≡ ~a→~p

Logo, temos a seguinte proposição equivalente:

~a→~p: "**Se** **[**Antônio for aprovado no concurso**]**, **então** **[**a prova **não** está difícil**]**."

Gabarito: Letra B.

Transformação da condicional (se...então) em disjunção inclusiva (ou)

A segunda equivalência fundamental é a **transformação da condicional (se...então; →) em disjunção inclusiva (ou; ∨):**

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \lor q$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

1. **Nega-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a condicional (se...então; →) pela disjunção inclusiva (ou; ∨); e**
3. **Mantém-se o segundo termo.**

Como exemplo, considere novamente a seguinte condicional:

p→q: "**Se** [hoje choveu], **então** [João fez a barba]."

Observe que a frase seguinte é equivalente:

~p∨q: "[Hoje **não** choveu] **ou** [João fez a barba]."

Mostre que são equivalentes p→q e ~p∨q

Para mostrar a equivalência, montaremos a tabela-verdade de **~p∨q** e compararemos com **p→q**.

Passos 1, 2 e 3: determinar o número de linhas, desenhar o esquema e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

Vamos também incluir **p→q** para fins de comparação.

p	q	~p	~p∨q	p→q
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

Para obter **~p** basta inverter o valor lógico de **p**.

p	q	~p	~p∨q	p→q
V	V	F		
V	F	F		
F	V	V		
F	F	V		

A disjunção inclusiva **~pVq** só será falsa quando **~p** e **q** forem ambos falsos.

p	q	~p	~pVq	p→q
V	V	F	V	
V	F	F	F	
F	V	V	V	
F	F	V	V	

Por fim, a condicional **p→q** é falsa somente quando o antecedente **p** for verdadeiro e o consequente **q** for falso.

p	q	~p	~pVq	p→q
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Observe que os valores lógicos de **p→q** e **~pVq** são exatamente iguais para todas as linhas e, portanto, essas proposições são equivalentes.

p	q	~p	~pVq	p→q
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Logo, podemos escrever:

p→q ≡ ~pVq

Antes de realizar alguns exercícios sobre essa equivalência, é importante que você saiba que a condicional **p→q** apresenta somente duas possíveis equivalências: **~q→~p** e **~pVq**:

A condicional **p→q** apresenta somente duas possíveis equivalências:

p→q ≡ ~q→~p
p→q ≡ ~pVq

Portanto, uma **condicional só pode ser equivalente a outra condicional ou a uma disjunção inclusiva**.

Vamos resolver exercícios envolvendo essa equivalência que acabamos de aprender.

HORA DE PRATICAR!

(PROCON-DF/2023) A respeito de raciocínio lógico, julgue o item.

As proposições “Se Alice é uma estudante de medicina, então ela é inteligente” e “Alice não é uma estudante de medicina ou é inteligente” são equivalentes.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Alice é uma estudante de medicina."

i: "Alice é inteligente.**"**

A proposição original pode ser descrita por **e→i**:

e→i: "**Se [**Alice é uma estudante de medicina**]**, **então [**ela (Alice) é inteligente**]**."

Note que a questão sugere que a proposição original é equivalente a uma **disjunção inclusiva (ou; ∨)**. Devemos, portanto, usar a equivalência da **transformação da condicional (se...então; →) em disjunção inclusiva (ou; ∨)**.

$$p \to q \equiv \sim p \vee q$$

Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (se...então; →) pela disjunção inclusiva (ou; ∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$e \to i \equiv \sim e \vee i$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~e∨i: "**[**Alice **não** é uma estudante de medicina**]** **ou [**(Alice) é inteligente**]**."

Gabarito: CERTO.

(PM RN/2023) De acordo com o Raciocínio Lógico proposicional uma frase que equivale a "Se o oficial faltou ao serviço, então a instrução foi cancelada" é a frase:

a) O oficial não faltou ao serviço ou a instrução foi cancelada

b) O oficial não faltou ao serviço ou a instrução não foi cancelada

c) O oficial faltou ao serviço ou a instrução foi cancelada

d) O oficial faltou ao serviço ou a instrução não foi cancelada

e) O oficial não faltou ao serviço e a instrução foi cancelada

Comentários:

Sejam as proposições simples:

f: "O oficial faltou ao serviço."

c: "A instrução foi cancelada."

A proposição original pode ser descrita por **f→c**:

f→c: "**Se** **[**o oficial faltou ao serviço**]**, **então** **[**a instrução foi cancelada**]**."

Note que a proposição original é uma condicional e, nas alternativas, as possíveis opções de equivalência são **disjunções inclusivas (ou, ∨)** e uma **conjunção (e; ∧)**. Nesse caso, **não devemos utilizar a equivalência contrapositiva**, pois ela resulta em uma nova condicional. Devemos, portanto, usar a equivalência da **transformação da condicional (se...então; →) em disjunção inclusiva (ou; ∨)**:

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (se...então; →) pela disjunção inclusiva (ou; ∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$f \rightarrow c \equiv \sim f \vee c$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~f∨c: "**[**O oficial **não** faltou ao serviço**]** **ou** **[**a instrução foi cancelada**]**."

Gabarito: Letra A.

(Pref. S Parnaíba/2023) Considerando como verdadeira a sentença "Se Marcos cozinha, então ele não lava a louça", assinale a alternativa que apresenta uma sentença equivalente a esta.

a) Marcos não cozinha ou não lava a louça.

b) Marcos não cozinha ou lava a louça.

c) Se Marcos não lava a louça, então ele cozinha.

d) Se Marcos lava a louça, então ele cozinha.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Marcos cozinha."

l: "Marcos lava a louça."

A proposição original pode ser descrita por **c→~l**:

c→~l: "**Se** [Marcos cozinha], **então** [ele **não** lava a louça]."

As alternativas apresentam tanto condicionais (se...então; →) quanto disjunções inclusivas (ou; ∨) como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- **p→q ≡ ~q→~p** (contrapositiva)
- **p→q ≡ ~p∨q** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

c→~l ≡ ~(~l)→~c

A dupla negação de **l** corresponde à proposição original **l**. Ficamos com:

c→~l ≡ l→~c

A proposição equivalente pode ser descrita por:

l→~c: "**Se** [Marcos lava a louça], **então** [ele (Marcos) **não** cozinha]."

Veja que essa equivalência não está nas alternativas apresentadas.

Vamos agora utilizar a segunda equivalência. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (se...então; →) pela disjunção inclusiva (ou; ∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$c \rightarrow \sim l \equiv \sim c \vee \sim l$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~c∨~l: " [Marcos **não** cozinha] **ou** [**não** lava a louça]."

Gabarito: Letra A.

(CM POA/2012) Se **p** e **q** são proposições, e o símbolo **~** denota negação, o símbolo **V** denota o conetivo "ou", o símbolo **∧** denota o conetivo "e", e o símbolo **→** denota o conetivo condicional, então a proposição **(p→~q)** é equivalente à seguinte fórmula

a) **(~p∧~q)**

b) **~(p∨q)**

c) **(~p∧q)**

d) **(~p∨q)**

e) **(~p∨~q)**

Comentários:

Note que a proposição original é uma condicional e, nas alternativas, as possíveis opções de equivalência são a **conjunção (e; ∧)** e a **disjunção inclusiva (ou; ∨)**. Nesse caso, **não devemos utilizar a equivalência contrapositiva**, pois ela resulta em uma nova condicional. Devemos, portanto, aplicar a seguinte equivalência fundamental:

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (se...então; →) pela disjunção inclusiva (ou; ∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Aplicando essa equivalência para **($p \rightarrow \sim q$)**, temos:

$$p \rightarrow (\sim q) \equiv \sim p \vee (\sim q)$$

A equivalência obtida corresponde à **alternativa E**: **($\sim p \vee \sim q$)**.

Gabarito: Letra E.

Transformação disjunção inclusiva (ou) em condicional (se...então)

A terceira equivalência fundamental para sua prova é a **transformação da disjunção inclusiva (ou; $\vee$) em condicional (se...então; $\rightarrow$)**:

$$p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

1. **Nega-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a disjunção inclusiva (ou; $\vee$) pela condicional (se...então; $\rightarrow$); e**
3. **Mantém-se o segundo termo.**

Como exemplo, considere a seguinte disjunção inclusiva:

$p \vee q$: "**[**Pedro estuda**]** **ou** **[**Maria trabalha**]**."

Observe que a frase seguinte é equivalente:

$\sim p \rightarrow q$: "**Se** **[**Pedro **não** estuda**]**, **então** **[**Maria trabalha**]**."

Mostre que são equivalentes $p \vee q$ e $\sim p \rightarrow q$.

Para demonstrar a equivalência, poderíamos estruturar a tabela-verdade de **$\sim p \rightarrow q$** e comparar com **$p \vee q$**, como feito nos exemplos anteriores. Contudo, existe uma outra forma.

Já vimos que uma possível equivalência da condicional corresponde a negar o primeiro termo e realizar uma disjunção inclusiva com o segundo termo. A equivalência que conhecemos é:

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

Como as proposições **p** e **q** são arbitrárias (poderíamos ter chamado de **r** e **s**, por exemplo), podemos chamar a primeira proposição de **($\sim p$)**. Assim, continuamos com a mesma regra: negamos o primeiro termo e realizamos uma disjunção inclusiva com o segundo termo.

$$(\sim p)\rightarrow q \equiv \sim(\sim p)\vee q$$

A dupla negação de uma proposição simples é equivalente à própria proposição simples, isto é, $\sim(\sim p) \equiv p$. Substituindo esse fato na equivalência acima, temos:

$$(\sim p)\rightarrow q \equiv p\vee q$$

Agora basta alterar a ordem da equivalência acima para chegarmos ao resultado que queremos:

$$p\vee q \equiv \sim p\rightarrow q$$

Vamos resolver exercícios envolvendo essa equivalência que acabamos de aprender.

(EPC/2023) Posso contar com os amigos ou ficarei sozinho. Uma afirmação que é logicamente equivalente a afirmação anterior é:

a) Se não posso contar com os amigos, então ficarei sozinho.

b) Se posso contar com os amigos, então ficarei sozinho.

c) Se não posso contar com os amigos, então não ficarei sozinho.

d) Se ficarei sozinho, então não posso contar com os amigos.

e) Posso contar com os amigos e ficarei sozinho.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Posso contar com os amigos."

s: "Ficarei sozinho."

A proposição original pode ser descrita por $\mathbf{a\vee s}$:

$\mathbf{a\vee s}$: "[Posso contar com os amigos] **ou** [ficarei sozinho]."

Sabemos que a disjunção inclusiva (ou; $\vee$) apresenta uma equivalência fundamental dada por $p\vee q \equiv \sim p\rightarrow q$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (ou; $\vee$) pela condicional (se...então; $\rightarrow$); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Aplicando essa equivalência para proposição em questão, ficamos com:

aVs ≡ ~a→s

A equivalência obtida é descrita por:

~a→s: "**Se** [**não** posso contar com os amigos], **então** [ficarei sozinho]."

Gabarito: Letra A.

(Pref. Campinas/2019) Uma afirmação equivalente a: "Os cantadores da madrugada saíram hoje ou eu não ouço bem", é

a) Os cantadores da madrugada não saíram hoje ou eu ouço bem.

b) Os cantadores da madrugada saíram hoje e eu ouço bem.

c) Se os cantadores da madrugada saíram hoje, então eu não ouço bem.

d) Os cantadores da madrugada não saíram hoje e eu ouço bem.

e) Se os cantadores da madrugada não saíram hoje, então eu não ouço bem.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Os cantadores da madrugada saíram hoje."

o: "Eu ouço bem."

A proposição original pode ser descrita por **cV~o**.

cV~o: "[Os cantadores da madrugada saíram hoje] **ou** [eu **não** ouço bem]."

Sabemos que a disjunção inclusiva (ou; V) apresenta uma equivalência fundamental dada por **pVq ≡ ~p→q**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (ou; V) pela condicional (se...então; →); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Aplicando essa equivalência para proposição em questão, ficamos com:

cV~o ≡ ~c→~o

A equivalência obtida é descrita por:

~c→~o: "**Se** [os cantadores da madrugada **não** saíram hoje], **então** [eu **não** ouço bem]."

Gabarito: Letra E.

Negações Lógicas

Nesse tópico iremos estudar as principais **negações lógicas**. Antes de apresentarmos as negações, é importante que você entenda que **uma negação lógica acaba sendo uma equivalência proveniente da negação de uma proposição**.

Veremos mais adiante, por exemplo, que a **negação de p∧q**, que pode ser representada por **~(p∧q)**, corresponde a **~p∨~q**. Nesse caso:

- Podemos dizer que a **negação de p∧q é** ~**p∨~q**;
- Podemos dizer que **~(p∧q) é equivalente a** ~**p∨~q**.

Ao se construir **negação** de uma proposição, constrói-se uma nova proposição com **valores lógicos sempre opostos aos da proposição original**. Para o exemplo apresentado, **~p∨~q** sempre terá o valor contrário da proposição **p∧q** para todas as linhas da tabela-verdade, conforme pode ser observado a seguir:

p	q	~p	~q	p∧q	~p∨~q
V	V	F	F	V	F
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	F	V

Em outras palavras, **~p∨~q** terá o valor lógico da **negação de p∧q**, dada por **~(p∧q)**, para todas as linhas da tabela-verdade:

p	q	~p	~q	p∧q	~(p∧q)	~p∨~q
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

Veremos a seguir as principais negações que você precisa saber.

Dupla negação da proposição simples

Um resultado importante que pode ser obtido da tabela verdade é que a **negação da negação de p** sempre tem valor lógico igual a **proposição p**, ou seja, é equivalente a **p**.

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

A prova dessa equivalência corresponde à tabela-verdade abaixo.

p	~p	~(~p)
V	F	V
F	V	F

Como exemplo, temos que a dupla negação "**Não é verdade que [Joãozinho não comeu o chocolate]**" é equivalente a "**Joãozinho comeu o chocolate**".

ATENÇÃO DECORE!

A **negação da negação de p** é equivalente a **p.**

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (Leis de De Morgan)

Nesse tópico, veremos como se nega a **conjunção (e; ∧)** e a **disjunção inclusiva (ou; ∨)**. Essas negações são conhecidas como **Leis de De Morgan**.

Negação da conjunção (e; ∧)

Para realizar a negação conjunção **p∧q**, deve-se seguir o seguinte procedimento:

1. **Negam-se ambas as parcelas da conjunção (e; ∧); e**
2. **Troca-se a conjunção (e; ∧) pela disjunção inclusiva (ou; ∨).**

Como resultado, podemos dizer que a negação de **p∧q**, também conhecida por **~(p∧q)**, é equivalente a **~p∨~q:**

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Como exemplo, considere as seguintes proposições simples:

p: "Comi lasanha."

q: "Bebi refrigerante."

A conjunção entre dessas duas proposições pode ser descrita por:

p∧q: "[Comi lasanha] **e** [bebi refrigerante]."

A negação dessa proposição composta é:

~(p∧q) ≡ ~p∨~q: "[**Não** comi lasanha] **ou** [**não** bebi refrigerante]."

Mostre que são equivalentes ~(p∧q) e ~p V~q.

Passos 1, 2 e 3: determinar o número de linhas, estruturar a tabela-verdade e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

Para fins de comparação, vamos incluir ambas as proposições em uma mesma tabela.

p	q	~p	~q	p∧q	~(p∧q)	~pV~q
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

Para obter **~p** e **~q**, basta inverter o valor lógico de **p** e de **q**.

p	q	~p	~q	p∧q	~(p∧q)	~pV~q
V	V	F	F			
V	F	F	V			
F	V	V	F			
F	F	V	V			

A conjunção **p∧q** só é verdadeira quando **p** e **q** são verdadeiras. Nos demais casos, a conjunção será falsa.

p	q	~p	~q	p∧q	~(p∧q)	~pV~q
V	V	F	F	V		
V	F	F	V	F		
F	V	V	F	F		
F	F	V	V	F		

A proposição **~(p∧q)** é obtida pela negação de **p∧q.**

p	q	~p	~q	p∧q	~(p∧q)	~pV~q
V	V	F	F	V	F	
V	F	F	V	F	V	
F	V	V	F	F	V	
F	F	V	V	F	V	

Finalmente, temos que **~pV~q** é falsa apenas quando ~**p** e ~**q** forem ambas falsas.

p	q	~p	~q	p∧q	~(p∧q)	~pV~q
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

Observe que os valores lógicos assumidos por **~(p∧q)** e **~p∨~q** são iguais para todas as linhas da tabela-verdade.

p	q	~p	~q	p∧q	~(p∧q)	~p∨~q
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

Portanto, podemos escrever que a negação de **p∧q**, dada por ~**(p∧q),** é equivalente a **~p∨~q**.

~(p∧q) ≡ ~p∨~q

Negação da disjunção inclusiva (ou; ∨)

De modo semelhante à negação da conjunção, para negarmos a disjunção inclusiva **p∨q,** devemos seguir o seguinte procedimento:

1. **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva (ou; ∨); e**
2. **Troca-se a disjunção inclusiva (ou; ∨) pela conjunção (e; ∧).**

Como resultado disso, podemos escrever que a negação de **p∨q**, também conhecida por **~(p∨q)**, é equivalente a **~p∧~q:**

~ (p∨q) ≡ ~p∧~q

Vejamos um exemplo:

p∨q: "[Comi lasanha] **ou** [bebi refrigerante]."

A negação dessa proposição composta é:

~(p∨q) ≡ ~p∧~q: "[**Não** comi lasanha] **e** [**não** bebi refrigerante]."

Essa equivalência pode ser constatada na tabela-verdade a seguir:

p	q	~p	~q	p∨q	~(p∨q)	~p∧~q
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

A seguir temos um mnemônico que resume as duas **Leis de De Morgan**:

Leis de De Morgan

Para negar o "e": **negar ambas** as proposições e **trocar o "e" pelo "ou"**.

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Para negar o "ou": **negar ambas** as proposições e **trocar o "ou" pelo "e"**.

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

Vamos agora resolver exercícios envolvendo as **Leis de De Morgan**.

(BBTS/2023) Considere a afirmação a seguir.

"Eu fiz dieta e não emagreci."

A negação lógica dessa afirmação é:

a) Eu não fiz dieta e não emagreci.

b) Eu não fiz dieta ou emagreci.

c) Eu não fiz dieta e emagreci.

d) Eu não fiz dieta ou não emagreci.

e) Eu fiz dieta e emagreci.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "Eu fiz dieta."

e: "Eu emagreci."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **$d \wedge \sim e$**:

$d \wedge \sim e$: "**[**Eu fiz dieta**]** **e** **[**(eu) **não** emagreci**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção (e; ∧); e**
- **Troca-se a conjunção (e; ∧) pela disjunção inclusiva (ou; ∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(d \wedge \sim e) \equiv \sim d \vee \sim(\sim e)$$

A dupla negação da proposição simples **e** corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim(d \wedge \sim e) \equiv \sim d \vee e$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$\sim d \vee e$: "[Eu **não** fiz dieta] **ou** [(eu) emagreci]."

Gabarito: Letra B.

(AGENERSA/2023) Considere a afirmação:

"Caminho ou não saio do lugar."

Assinale a opção que apresenta sua negação lógica.

a) Não caminho ou não saio do lugar.

b) Caminho ou saio do lugar.

c) Não caminho ou saio do lugar.

d) Caminho e não saio do lugar.

e) Não caminho e saio do lugar.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Caminho."

s: "Saio do lugar."

A proposição original pode ser escrita pela disjunção inclusiva **$c \vee \sim s$**:

$c \vee \sim s$: "[Caminho] **ou** [**não** saio do lugar]."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência **~(p∨q) ≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva (ou; ∨); e**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (ou; ∨) pela conjunção (e; ∧).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

~(c∨~s) ≡ ~c∨~(~s)

A dupla negação da proposição simples **s** corresponde à proposição original. Ficamos com:

~(c∨~s) ≡ ~c∨s

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~c∨s: "[**Não** caminho] **e** [saio do lugar]."

Gabarito: Letra E.

(PM CE/2023) Sabendo-se que não é verdade que o policial militar de serviço pode dormir e pode usar a viatura para fins pessoais, é correto afirmar que:

a) O policial militar de serviço pode dormir ou pode usar a viatura para fins pessoais.

b) O policial militar de serviço não pode dormir ou não pode usar a viatura para fins pessoais.

c) O policial militar de serviço pode dormir ou não pode usar a viatura para fins pessoais.

d) O policial militar de serviço não pode dormir ou pode usar a viatura para fins pessoais.

e) O policial militar de serviço não pode dormir e não pode usar a viatura para fins pessoais.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "O policial militar de serviço pode dormir."

v: "O policial militar de serviço pode usar a viatura para fins pessoais."

Note que a proposição original pode ser descrita por ~**(d∧v)**:

~**(d∧v)**: "**Não é verdade que** [(o policial militar de serviço pode dormir) **e** ((o policial militar de serviço) pode usar a viatura para fins pessoais)]."

Observe que a proposição original, ~**(d∧v)**, é a negação da conjunção **(d∧v)**. Como a questão pergunta por algo que é correto de se afirmar, devemos encontrar algo que é equivalente a ~**(d∧v)**, ou seja, **devemos negar** **(d∧v)**.

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção (e; ∧); e**
- **Troca-se a conjunção (e; ∧) pela disjunção inclusiva (ou; ∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

~(d∧v) ≡ ~d∨~v

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~d∨~v: "[O policial militar de serviço **não** pode dormir] **ou** [(o policial militar de serviço) **não** pode usar a viatura para fins pessoais]."

Gabarito: Letra B.

Negação da condicional (se...então)

A negação de **p→q** é realizada por meio da seguinte equivalência:

~(p→q) ≡ p∧~q

A negação da condicional é realizada do seguinte modo:

1. **Mantém-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a condicional (se...então; →) pela conjunção (e; ∧); e**
3. **Nega-se o segundo termo.**

Como exemplo, considere a seguinte condicional:

p→q: "Se [eu comi lasanha], **então** [eu bebi refrigerante]."

A negação dessa expressão pode ser escrita como:

~ (p→q) ≡ p∧~q: "[Eu comi lasanha] **e** [eu **não** bebi refrigerante]."

Mostre que $\sim(p \rightarrow q)$ é equivalente a $p \wedge \sim q$.

Para demonstrar a equivalência, poderíamos estruturar a tabela-verdade de $\sim(p \rightarrow q)$ e comparar com $p \wedge \sim q$, como feito nos exemplos anteriores. Contudo, existe uma outra forma.

Conhecemos a seguinte equivalência fundamental:

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

Se negarmos ambos os lados da equivalência anterior, obteremos:

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv \sim((\sim p) \vee q)$$

O lado direito dessa equivalência é a negação de uma disjunção inclusiva. Utilizando a equivalência de De Morgan, obtemos:

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv \sim(\sim p) \wedge \sim q$$

A negação da negação da proposição simples **p** é a própria proposição original. Portanto:

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

Essa negação é muito importante e deve ser memorizada.

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

É muito importante também que você não confunda a equivalência da condicional com a negação da condicional.

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

Não confunda as seguintes equivalências

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

Vamos resolver exercícios envolvendo essa negação que acabamos de aprender.

HORA DE PRATICAR!

(DPE SP/2023) Uma afirmação que corresponde a uma negação da lógica da afirmação:

'Se cada escultura é uma obra de arte, então a chuva é uma grande artista”, é

a) Se a chuva não é uma grande artista, então cada escultura não é uma obra de arte.

b) Cada escultura é uma obra de arte ou a chuva é uma grande artista.

c) Cada escultura não é uma obra de arte ou a chuva não é uma grande artista.

d) Cada escultura é uma obra de arte, e a chuva não é uma grande artista.

e) Se cada escultura não é uma obra de arte, então a chuva não é uma grande artista.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

o: "Cada escultura é uma obra de arte."

a: "A chuva é uma grande artista."

A sentença original pode ser descrita por $o \rightarrow a$:

$o \rightarrow a$: “**Se** [cada escultura é uma obra de arte], **então** [a chuva é uma grande artista]”.

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (se...então; $\rightarrow$) pela conjunção (e; $\wedge$); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(o→a) ≡ o∧~a

Logo, a negação pode ser descrita por:

o∧~a: "[Cada escultura é uma obra de arte] **e** [a chuva **não** é uma grande artista]."

Gabarito: Letra D.

(MPE SP/2023) Considere a proposição:

"Se Maria não sabe Matemática, então ela erra problemas de porcentagem".

Assinale a opção que apresenta a negação dessa proposição.

a) Se Maria sabe Matemática, então ela não erra problemas de porcentagem.

b) Se Maria não sabe Matemática, então ela não erra problemas de porcentagem.

c) Se Maria não erra problemas de porcentagem, então ela sabe Matemática.

d) Maria não sabe Matemática e não erra problemas de porcentagem.

e) Maria sabe Matemática e erra problemas de porcentagem.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

m: "Maria sabe Matemática."

p: "Maria erra problemas de porcentagem."

A sentença original pode ser descrita por **~m→p**:

~m→p: "**Se** [Maria **não** sabe Matemática], **então** [ela (Maria) erra problemas de porcentagem]".

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q.** Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (se...então; →) pela conjunção (e; ∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(~m→p) ≡ ~m∧~p

Logo, a negação pode ser descrita por:

~m∧~p: "[Maria **não** sabe Matemática] **e** [(Maria) **não** erra problemas de porcentagem]."

Gabarito: Letra D.

Questões com mais de uma equivalência

Para fins de resolução de questões de concurso público, é importante que você se familiarize com a **utilização de mais de uma equivalência em um mesmo problema**.

Vamos praticar com algumas questões.

(SEPLAN RR/2023) Considerando os conectivos lógicos usuais, que as letras maiúsculas representam proposições lógicas e que o símbolo ~ representa a negação de uma proposição, julgue o item subsecutivo.

A expressão **$(A \vee B) \rightarrow C$** é equivalente à expressão **$(\sim A \wedge \sim B) \vee C$**.

Comentários:

Note que originalmente temos uma condicional cujo antecedente é **$(A \vee B)$** e cujo consequente é **C**. Sabemos que a condicional apresenta somente duas equivalências:

- **$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$** (contrapositiva)
- **$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Como a proposição composta sugerida como equivalente não é uma condicional, vamos utilizar a segunda equivalência.

Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (se...então; →) pela disjunção inclusiva (ou; ∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$(A \vee B) \rightarrow C \equiv \sim(A \vee B) \vee C$$

Note que **$\sim(A \vee B)$** é a negação de **$(A \vee B)$**, podendo ser desenvolvida por De Morgan. Para negar a disjunção inclusiva "ou" **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Ficamos com:

$$(A \vee B) \rightarrow C \equiv (\sim A \wedge \sim B) \vee C$$

Gabarito: CERTO.

(TJ SP/2023) Em uma reunião, com seus colaboradores, o chefe do atendimento diz: “Se o atendimento é bom, então o cliente fica satisfeito e volta”. A alternativa que contém uma afirmação equivalente à afirmação do chefe é:

a) Se o cliente fica satisfeito e volta, então o atendimento é bom.

b) Se o cliente não fica satisfeito ou não volta, então o atendimento não é bom.

c) O cliente fica satisfeito ou volta e o atendimento é bom.

d) Se o cliente não fica satisfeito ou volta, então o atendimento não é bom.

e) O atendimento é bom e o cliente fica satisfeito e volta.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

b: "O atendimento é bom."

s: "O cliente fica satisfeito."

v: "O cliente fica volta."

A sentença original pode ser descrita por **b→(s∧v)**:

b→(s∧v): “**Se** [o atendimento é bom], **então** [(o cliente fica satisfeito) **e** ((o cliente) volta)].”

Note que originalmente temos uma condicional cujo antecedente é **b** e cujo consequente é **(s∧v)**. Sabemos que a condicional apresenta somente duas equivalências:

• **p→q ≡ ~q→~p** (contrapositiva)

• **p→q ≡ ~p∨q** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Vamos começar utilizando a equivalência **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

• **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**

• **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

b→(s∧v) ≡ **~(s∧v)→~b**:

Note que **~(s∧v)** é a negação de **(s∧v)**, podendo ser desenvolvida por De Morgan. Para negar a conjunção "e" **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Ficamos com:

b→(s∧v) ≡ **(~s∨~v)→~b**:

Note que a proposição obtida como equivalente corresponde à **alternativa B**, que é o **gabarito da questão**:

(~s∨~v)→~b: "**Se** [(o cliente **não** fica satisfeito) **ou** ((o cliente) **não** volta)], **então** [o atendimento **não** é bom]."

Para fins didáticos, vamos aplicar a segunda equivalência da condicional, dada por **p∨q ≡ ~p→q**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (ou; ∨) pela condicional (se...então; →); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

b→(s∧v) ≡ ~b∨(s∧v)

Ficamos com a seguinte equivalência:

~b∨(s∧v): "[O atendimento **não** é bom] **ou** [(o cliente fica satisfeito) **e** ((o cliente) volta)]."

Veja que não temos essa opção nas alternativas.

Gabarito: Letra B.

(CBM SC/2023) Dentre as alternativas a seguir, aquela que contém a negação lógica da proposição composta "Estou doente e, se o médico permite, então viajo" é:

a) Estou doente e o médico permite e não viajo.

b) Não estou doente e o médico permite e viajo.

c) Estou doente ou o médico permite e não viajo.

d) Não estou doente e o médico permite e não viajo.

e) Não estou doente ou o médico permite e não viajo.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "Estou doente."

m: "O médico permite."

v: "Eu viajo."

A sentença original pode ser descrita por **d∧(m→v)**:

d∧(m→v): "[Estou doente] **e,** [**se** (o médico permite), **então** ((eu) viajo)]"

Devemos negar a sentença original. Note que **temos uma conjunção (e; ∧)** entre a proposição simples **d** e a condicional **(m→v)**.

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção (e; ∧);**
- **Troca-se a conjunção (e; ∧) pela disjunção inclusiva (ou; ∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~[d∧(m→v)] ≡ **~d∨~(m→v)**

Note que uma das parcelas obtidas, **~(m→v)**, é a negação da condicional **(m→v)**.

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q.** Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (se...então; →) pela conjunção (e; ∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Logo, ficamos com:

~[d∧(m→v)] ≡ **~d∨(m∧~v)**

Logo, a negação requerida corresponde a:

~d∨(m∧~v): "[**Não** estou doente] ou [(o médico permite) e (**não** viajo)]."

Gabarito: Letra E.

Outras equivalências e negações

Neste tópico, serão apresentadas **outras equivalências e negações** que, **apesar de apresentarem baixa incidência**, **podem aparecer na sua prova**.

Negações da conjunção (e) para a forma condicional (se...então)

Existem duas maneiras de se negar a conjunção de modo que ela adquira a forma condicional:

$$\sim(p\land q) \equiv p\rightarrow\sim q$$

$$\sim(p\land q) \equiv q\rightarrow\sim p$$

Considere, por exemplo, a seguinte conjunção:

$p\land q$: "[Comi lasanha] **e** [bebi refrigerante]."

Além de negar por De Morgan, temos as seguintes possíveis negações de **$p\land q$**:

$\sim(p\land q) \equiv p\rightarrow\sim q$: "**Se** [comi lasanha], **então** [**não** bebi refrigerante]."

$\sim(p\land q) \equiv q\rightarrow\sim p$: "**Se** [bebi refrigerante], **então** [**não** comi lasanha]."

Mostre que $\sim(p\land q)$ e $p\rightarrow\sim q$ são equivalentes.

Utilizando a negação da conjunção por De Morgan, temos:

$$\sim(p\land q) \equiv \sim p\lor\sim q$$

Chegamos a uma disjunção inclusiva (ou; $\lor$), mas queremos encontrar uma condicional (se...então, $\rightarrow$). Como proceder? Basta lembrar que existe uma equivalência fundamental que correlaciona a disjunção inclusiva com a condicional, que é dada por **$p\lor q \equiv \sim p\rightarrow q$.**

Essa equivalência nos diz basicamente que, para levar uma disjunção inclusiva para a condicional, devemos **negar o primeiro termo**, **trocar a disjunção inclusiva pela condicional** e **manter o segundo termo**. Aplicando esse procedimento para **$\sim p\lor\sim q$**, temos:

$$\sim(p\land q) \equiv \sim(\sim p)\rightarrow\sim q$$

A dupla negação da proposição simples **p** é a própria proposição original. Assim, chegamos ao resultado pretendido:

$$\sim(p\land q) \equiv p\rightarrow\sim q$$

Agora que sabemos que **$\sim(p\land q)$** é equivalente a **$p\rightarrow\sim q$**, a prova da outra equivalência fica mais simples. Veja:

Mostre que $\sim(p\wedge q)$ e $q\rightarrow\sim p$ são equivalentes.

Temos a seguinte equivalência:

$$\sim(p\wedge q) \equiv p\rightarrow\sim q$$

Aplicando a **equivalência contrapositiva** em $p\rightarrow\sim q$, ficamos com:

$$\sim(p\wedge q) \equiv \sim(\sim q)\rightarrow\sim p$$

A dupla negação da proposição simples **q** é a própria proposição original. Assim, chegamos ao resultado pretendido:

$$\sim(p\wedge q) \equiv q\rightarrow\sim p$$

ATENÇÃO
DECORE!

$$\sim(p\wedge q) \equiv p\rightarrow\sim q$$

$$\sim(p\wedge q) \equiv q \rightarrow\sim p$$

(MRE/2016) Considere a sentença "Corro e não fico cansado". Uma sentença logicamente equivalente à negação da sentença dada é:

a) Se corro então fico cansado.

b) Se não corro então não fico cansado.

c) Não corro e fico cansado.

d) Corro e fico cansado.

e) Não corro ou não fico cansado.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Corro."

f: "Fico cansado."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção $c\wedge\sim f$:

$c\wedge\sim f$: "[Corro] e [**não** fico cansado]."

A questão pede pela **negação da conjunção (e; ∧) considerada**. **Em regra**, **devemos utilizar De Morgan para negar uma conjunção**. **Logo**, **vamos testar essa possibilidade primeiro**.

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção (e; ∧); e**
- **Troca-se a conjunção (e; ∧) pela disjunção inclusiva (ou; ∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(c∧~f) ≡ ~c∨~(~f)

A dupla negação da proposição simples **f** corresponde à proposição original. Ficamos com:

~(c∧~f) ≡ ~c∨f

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~c∨f: "**[Não** corro**]** **ou** **[**fico cansado**]**."

Note que essa possível negação não está presente nas alternativas. Observe, porém, que as alternativas A e B apresentam condicionais como a negação da conjunção original. Logo, vamos utilizar as seguintes negações da conjunção:

~(p∧q) ≡ p→~q

ou

~(p∧q) ≡ q→~p

Aplicando essas equivalências para o caso em questão, ficamos com:

~(c∧~f) ≡ c→~(~f)

ou

~(c∧~f) ≡ ~f→~c

A dupla negação de **f** corresponde à proposição original. Ficamos com:

~(c∧~f) ≡ c→f

ou

~(c∧~f) ≡ ~f→~c

Logo, podemos escrever a negação da conjunção **c∧~f** das seguintes formas:

~(c∧~f) ≡ c→f: "**Se** [corro], **então** [fico cansado]."

ou

~(c∧~f) ≡ ~f→~c: "**Se** [**não** fico cansado], **então** [**não** corro]."

Veja que a primeira possibilidade de se negar a conjunção está presente na **alternativa A**, que é o **gabarito da questão**.

Gabarito: Letra A.

Conjunção de condicionais

Existem duas equivalências envolvendo **conjunção de condicionais** que de vez em quando aparecem nas provas:

$$(p\rightarrow r)\wedge(q\rightarrow r) \equiv (p\vee q)\rightarrow r$$

$$(p\rightarrow q)\wedge(p\rightarrow r) \equiv p\rightarrow(q\wedge r)$$

Quando o **termo comum** é o **consequente**, a equivalência apresenta uma **disjunção inclusiva** no **antecedente**.

$$(p\rightarrow r)\wedge(q\rightarrow r) \equiv (p\vee q)\rightarrow r$$

Quanto o **termo comum** é o **antecedente**, a equivalência apresenta uma **conjunção** no **consequente**.

$$(p\rightarrow q)\wedge(p\rightarrow r) \equiv p\rightarrow(q\wedge r)$$

Podemos verificar as duas equivalências por tabela-verdade:

P	Q	R	P→R	Q→R	PvQ	(P→R)∧(Q→R)	(PvQ)→R
V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	F	V	V

P	Q	R	P→Q	P→R	Q∧R	(P→Q)∧(P→R)	P→(Q∧R)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	F
V	V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V

(SEFAZ-AL/2020) Considere as proposições:

• **P1**: "Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então o trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado.".

• **P2**: "Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos.".

A proposição **P1∧P2** é equivalente à proposição "Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então o trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos.".

Comentários:

Considere as proposições simples:

c: "Há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa."

t: "O trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado."

b: "Os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos."

A proposição **P1** pode ser descrita por **c→t** e a proposição **P2** pode ser descrita por **c→b**. Logo, a proposição **P1∧P2** pode ser descrita por:

(c→t)∧(c→b)

Devemos, portanto, avaliar se **(c→t)∧(c→b)** é equivalente a:

"**Se [**há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa**]**, **então [(**o trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado**)** **e** **(**os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos**)]**."

Isto é, devemos avaliar se **(c→t)∧(c→b)** é equivalente a **c→(t∧b)**.

Sabemos que essas duas proposições compostas são equivalentes, pois correspondem à seguinte equivalência estudada:

(p→q)∧(p→r) ≡ p→(q∧r)

O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Caso você não se lembre dessa equivalência na hora da prova, não se esqueça que **SEMPRE** podemos recorrer à **tabela-verdade** para verificar se duas proposições são equivalentes. Isso porque, pela definição de equivalências, temos que duas proposições **A** e **B** são **equivalentes** quando todos os **valores lógicos** (V ou F) assumidos por elas **são iguais** para **todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem**.

Para o caso em questão, podemos montar a seguinte tabela-verdade:

c	t	b	c→t	c→b	t∧b	(c→t)∧(c→b)	c→(t∧b)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	F
V	F	V	F	V	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V

Veja que ambas as proposições apresentam a mesma tabela-verdade e, portanto, são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

(PF/2004) As proposições **(P∨Q)→S** e **(P→S)∨(Q→S)** possuem tabelas de valorações iguais.

Comentários:

A assertiva está ERRADA. A equivalência correta seria **(P→S)∧(Q→S) ≡ (P∨Q)→S**.

Lembre-se que as equivalências mostradas nesse tópico são conjunções (e; ∧) de condicionais. Veja:

(p→r)∧(q→r) ≡ (p∨q)→r

(p→q)∧(p→r) ≡ p→(q∧r)

Para mostrar formalmente que **(P∨Q)→S** e **(P→S)∨(Q→S)** **não** possuem tabelas de valorações iguais, isto é, para mostrar que essas proposições **não** são equivalentes, podemos montar a seguinte tabela-verdade:

P	Q	S	P→S	Q→S	P∨Q	(P→S)∨(Q→S)	(P∨Q)→S
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	F
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V

Gabarito: ERRADO.

Equivalências da disjunção exclusiva (ou...ou)

Uma forma equivalente de se escrever a **disjunção exclusiva (ou...ou; $\veebar$)** consiste em **negar ambos os termos**:

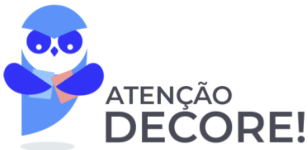
$$p \veebar q \equiv (\sim p) \veebar (\sim q)$$

Como exemplo, considere a disjunção exclusiva:

$p \veebar q$: "Ou [jogo bola], **ou** [jogo sinuca]."

Essa disjunção exclusiva é equivalente a:

$(\sim p) \veebar (\sim q)$: "Ou [não jogo bola], **ou [não** jogo sinuca]."



Uma possível equivalência da disjunção exclusiva **$p \veebar q$** consiste em negar tanto **p** quanto **q**:

$$p \veebar q \equiv (\sim p) \veebar (\sim q)$$

Além disso, outras duas possibilidades de se obter equivalências da disjunção exlcusiva consiste em transformá-la em uma **bicondicional (se e somente se; ↔) negando-se apenas um dos termos**:

$$p \veebar q \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$p \veebar q \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

Para fins de exemplo, considere novamente a seguinte disjunção exclusiva:

$p \veebar q$: "Ou [jogo bola], **ou** [jogo sinuca]."

Essa disjunção exclusiva também é equivalente às seguintes proposições:

$(\sim p) \leftrightarrow q$: "[**Não** jogo bola] **se e somente se** [jogo sinuca]."

$p \leftrightarrow (\sim q)$: "[Jogo bola] **se e somente se [não** jogo sinuca]**."**

RESUMINDO

$$p \underline{\vee} q \equiv (\sim p) \underline{\vee} (\sim q)$$

$$p \underline{\vee} q \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$p \underline{\vee} q \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

(TCE SP/2017) Se a afirmação "Ou Renato é o gerente da loja ou Rodrigo é o dono da loja" é verdadeira, então uma afirmação necessariamente verdadeira é:

a) Renato é o gerente da loja e Rodrigo é o dono da loja.

b) Renato é o gerente da loja se, e somente se, Rodrigo não é o dono da loja.

c) Se Renato não é o gerente da loja, então Rodrigo não é o dono da loja.

d) Se Renato é o gerente da loja, então Rodrigo é o dono da loja.

e) Renato é o gerente da loja.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

g: "Renato é o gerente da loja."

d: "Rodrigo é o dono da loja."

A proposição original pode ser descrita por $g \underline{\vee} d$:

$g \underline{\vee} d$: "**Ou** [Renato é o gerente da loja] **ou** [Rodrigo é o dono da loja]."

Temos que procurar nas alternativas uma resposta equivalente a uma **disjunção exclusiva**. Sabemos que existem as seguintes equivalências:

$$p \underline{\vee} q \equiv (\sim p) \underline{\vee} (\sim q)$$

$$p \underline{\vee} q \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$p \underline{\vee} q \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

Como não há uma disjunção exclusiva nas respostas, devemos testar as últimas duas equivalências. Para o caso em questão, temos as seguintes equivalências:

$$g \underline{\vee} d \equiv (\sim g) \leftrightarrow d$$

$$g \underline{\vee} d \equiv g \leftrightarrow (\sim d)$$

Essas equivalências podem ser descritas por:

(~g)↔d: "[Renato **não** é o gerente da loja] **se, e somente se,** [Rodrigo é o dono da loja]."

g↔(~d): "[Renato é o gerente da loja] **se, e somente se,** [Rodrigo **não** é o dono da loja]."

Veja que **g↔(~d)** corresponde à proposição composta que está na **letra B**, que é o **gabarito da questão**.

Gabarito: Letra B.

Negação da disjunção exclusiva (ou...ou)

A principal **negação da disjunção exclusiva** é a **bicondicional**:

~(p⊻q) ≡ p↔q

Como exemplo, considere a seguinte disjunção exclusiva:

p⊻q: "Ou [jogo bola], **ou** [jogo sinuca]."

A negação dessa disjunção exclusiva pode ser escrita da seguinte forma:

~(p⊻q) ≡ p↔q: "[Jogo bola] **se e somente se** [jogo sinuca]."

Mostre que são equivalentes ~(p⊻q) e p↔q.

Vamos colocar lado a lado as tabelas-verdade de **p↔q** e **p⊻q**.

p	q	p⊻q	p↔q
V	V	F	V
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

Quando as proposições simples **p** e **q** têm o mesmo valor lógico, a disjunção exclusiva **p⊻q** é falsa. Nos demais casos, é verdadeira.

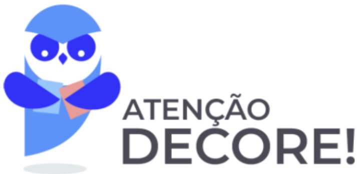
Para a bicondicional **p↔q** ocorre exatamente o oposto: os casos em que ela é verdadeira são somente aqueles em que **p** e **q** são iguais.

Isso significa que, ao negarmos a disjunção exclusiva, chegaremos à bicondicional. Veja:

p	q	$p\underline{\vee}q$	$\sim(p\underline{\vee}q)$	$p\leftrightarrow q$
V	V	F	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	V	V

Assim, temos:

$$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv p\leftrightarrow q$$



Uma possível **negação para a disjunção exclusiva** é a **bicondicional**:

$$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv p\leftrightarrow q$$

Podemos ainda negar a disjunção exclusiva negando **apenas uma** das suas parcelas. Veja:

$$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv (\sim p)\underline{\vee}q$$

$$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv p\underline{\vee}(\sim q)$$

Como exemplo, considere novamente a seguinte disjunção exclusiva:

$p\underline{\vee}q$: "Ou [jogo bola], **ou** [jogo sinuca]."

A negação dessa disjunção exclusiva também pode ser escrita das seguintes formas:

$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv (\sim p)\underline{\vee}q$: "Ou [não jogo bola], **ou** [jogo sinuca]."

$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv p\underline{\vee}(\sim q)$: "Ou [jogo bola], **ou [não** jogo sinuca]."

$$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv p\leftrightarrow q$$

$$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv (\sim p)\underline{\vee}q$$

$$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv p\underline{\vee}(\sim q)$$

Vamos resolver alguns exercícios relativos à negação da disjunção exclusiva.

(DPE SP/2023) Considere a seguinte afirmação:

Ou Flávio é funcionário público ou Flávio é funcionário de empresa privada.

Assinale a alternativa que contém uma negação lógica para a afirmação apresentada.

a) Ou Flávio não é funcionário público ou Flávio não é funcionário de empresa privada.

b) Flávio é funcionário de empresa privada se, e somente se, ele é funcionário público.

c) Se Flávio é funcionário público, então ele é funcionário de empresa privada.

d) Flávio é funcionário de empresa privada e é funcionário público.

e) Flávio é funcionário público ou é funcionário de empresa privada.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Flávio é funcionário público."

e: "Flávio é funcionário de empresa privada."

A afirmação original é uma **disjunção exclusiva** (**ou...ou**) representada por **$p \veebar e$**:

$p \veebar e$: " **Ou [**Flávio é funcionário público**] ou [**Flávio é funcionário de empresa privada**]**."

Conhecemos as seguintes negações da disjunção exclusiva:

$$\sim(p \veebar q) \equiv p \leftrightarrow q$$

$$\sim(p \veebar q) \equiv (\sim p) \veebar q$$

$$\sim(p \veebar q) \equiv p \veebar (\sim q)$$

Veja que **as alternativas C, D e E podem ser eliminadas**, pois a negação da disjunção exclusiva **não pode ser** uma **condicional**, uma **conjunção** ou uma **disjunção inclusiva**. **Restam apenas as alternativas A e B**.

Aplicando negações aprendidas para o caso em questão, temos:

$$\sim(p \veebar e) \equiv p \leftrightarrow e$$

$$\sim(p \veebar e) \equiv (\sim p) \veebar e$$

$$\sim(p \veebar e) \equiv p \veebar (\sim e)$$

Veja que **a alternativa A está errada**, pois ela nega ambas as parcelas da disjunção exclusiva, apresentando a proposição **$(\sim p)\underline{\vee}(\sim e)$**. Essa proposição é uma equivalência de **$p\underline{\vee}e$**, não uma negação de **$p\underline{\vee}e$**.

Logo, **a alternativa correta é a letra B**, que apresenta uma possibilidade para a negação **$\sim(p\underline{\vee}e)$**, dada por **$p\leftrightarrow e$:**

$\sim(p\underline{\vee}e) \equiv p\leftrightarrow e$: "[Flávio é funcionário de empresa privada] **se, e somente se,** [ele é funcionário público]."

Gabarito: Letra B.

(CMSJC/2022) Considere a afirmação: "Ou arranjo emprego ou não me caso". A negação dessa afirmação é:

a) Se eu arranjo emprego, então eu me caso.

b) Se eu não arranjo emprego, então eu me caso.

c) Ou não arranjo emprego ou me caso.

d) Ou não arranjo emprego ou não me caso.

e) Arranjo emprego e não me caso.

Comentários:

Considere as proposições simples:

a: "Arranjo emprego."

c: "Me caso."

A afirmação original é uma **disjunção exclusiva** (**ou...ou**) representada por **$a\underline{\vee}\sim c$**:

$a\underline{\vee}\sim c$: " **Ou** [arranjo emprego] **ou** [**não** me caso]."

Conhecemos as seguintes negações da disjunção exclusiva:

$$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv p\leftrightarrow q$$

$$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv (\sim p)\underline{\vee}q$$

$$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv p\underline{\vee}(\sim q)$$

Note que nas alternativas **não temos nenhuma bicondicional**. Portanto, **não devemos utilizar essa forma de se negar a disjunção exclusiva**.

Utilizando a negação **$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv (\sim p)\underline{\vee}q$** para o caso em questão, ficamos com:

$\sim(a\underline{\vee}\sim c) \equiv \sim a\underline{\vee}\sim c$: "Ou [não arranjo emprego**] ou [não** me caso**]."**

Veja que a primeira negação está presente na **alternativa D**, que é o **gabarito** da questão.

Note que o uso da equivalência **$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv p\underline{\vee}(\sim q)$** também seria possível. Ocorre que, nesse caso, não encontramos resposta. Vejamos:

$$\sim(a\underline{\vee}\sim c) \equiv a\underline{\vee}\sim(\sim c)$$

A dupla negação de **c** corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim(a\underline{\vee}\sim c) \equiv a\underline{\vee}c$$

Logo, a negação poderia ser descrita por:

$\sim(a\underline{\vee}\sim c) \equiv a\underline{\vee}c$: "Ou [arranjo emprego] **ou** [me caso]**."**

Note que essa possibilidade não aparece nas possíveis alternativas.

Gabarito: Letra D.

Equivalências da bicondicional (se e somente se)

Inicialmente, é importante que você saiba que a bicondicional apresenta a seguinte equivalência:

$$p\leftrightarrow q \equiv (p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p)$$

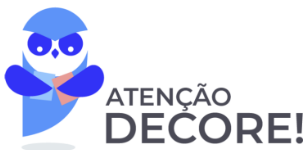
Considere, por exemplo, a seguinte bicondicional **$p\leftrightarrow q$**:

$p\leftrightarrow q$: "[Durmo] **se e somente se** [estou cansado]"

Essa bicondicional é equivalente a **$(p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p)$**:

$(p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p)$: "[**Se** (estou cansado), **então** (durmo)] **e** [**se** (durmo), **então** (estou cansado)]".

Os alunos costumam decorar essa equivalência do seguinte modo: uma forma equivalente à bicondicional é **ir ($p\rightarrow q$) e ($\wedge$) voltar ($q\rightarrow p$)** com a condicional.



$$p\leftrightarrow q \equiv (p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p)$$

Mnemônico: uma forma equivalente à **bicondicional** é **ir e voltar** com a **condicional**

Outra forma equivalente de se escrever a bicondicional consiste em **negar ambos os termos**:

$$p\leftrightarrow q \equiv (\sim p)\leftrightarrow(\sim q)$$

Considere novamente a seguinte bicondicional $p \leftrightarrow q$:

$p \leftrightarrow q$: "[Durmo] **se e somente se** [estou cansado]"

Essa bicondicional é equivalente a $(\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$:

$(\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$: "[**Não** durmo] **se e somente se** [**não** estou cansado]."

ATENÇÃO
DECORE!

Uma possível equivalência da bicondicional $p \leftrightarrow q$ consiste em negar tanto **p** quanto **q**:

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$$

Além disso, outras duas possibilidades de se obter uma equivalência da bicondicional consiste em transformá-la em uma **disjunção exclusiva (ou...ou; $\underline{\vee}$)** **negando-se apenas um dos termos**:

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \underline{\vee} q$$

$$p \leftrightarrow q \equiv p \underline{\vee} (\sim q)$$

Para fins de exemplo, considere novamente a seguinte bicondicional:

$p \leftrightarrow q$: "[Durmo] **se e somente se** [estou cansado]"

Essa bicondicional também é equivalente às seguintes proposições:

$(\sim p) \underline{\vee} q$: "**Ou** [**não** durmo]**, ou** [estou cansado]."

$p \underline{\vee} (\sim q)$: " **Ou** [durmo]**, ou** [**não** estou cansado]."

RESUMINDO

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \underline{\vee} q$$

$$p \leftrightarrow q \equiv p \underline{\vee} (\sim q)$$

Vejamos algumas questões sobre equivalências da bicondicional.

(APPGG Pref. SP/2023) Uma proposição lógica equivalente à proposição "Adriano é pai se, e somente se, Giuliano é filho" está contida na alternativa:

a) Se Giuliano não é filho, então Adriano não é pai.

b) Adriano é pai, e Giuliano não é filho.

c) Ou Adriano é pai, ou Giuliano é filho.

d) Se Adriano é pai, então Giuliano é filho.

e) Ou Giuliano é filho, ou Adriano não é pai.

Comentários:

Sejam as seguintes proposições simples:

a: "Adriano é pai."

g: "Giuliano é filho."

A proposição original pode ser escrita pela bicondicional $a \leftrightarrow g$:

"[Adriano é pai] **se, e somente se,** [Giuliano é filho]."

Conhecemos as seguintes equivalências para a bicondicional:

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \underline{\vee} q$$

$$p \leftrightarrow q \equiv p \underline{\vee} (\sim q)$$

Note que **as alternativas A e D podem ser eliminadas**, pois são condicionais em que há apenas duas proposições simples sem uma conjunção.

A **alternativa B também pode ser eliminada**, pois a bicondicional não pode ser equivalente a uma conjunção.

Logo, **restam as alternativas C e E**, **que são disjunções exclusivas (ou...ou; $\underline{\vee}$)**. Devemos, portanto, aplicar as duas últimas equivalências:

$a \leftrightarrow g \equiv (\sim a) \underline{\vee} g$: "**Ou** [Adriano **não** é pai], **ou** [Giuliano é filho]."

$a \leftrightarrow g \equiv a \underline{\vee} (\sim g)$: " **Ou** [Adriano é pai], **ou** [Giuliano **não** é filho]."

Note que **a alternativa C deve ser eliminada**, pois ela não negou nenhuma parcela. Essa alternativa corresponde a **a$\underline{\vee}$g**:

a$\underline{\vee}$g: "**Ou** **[**Adriano é pai**]**, **ou** **[**Giuliano é filho**]**."

A **alternativa correta** é a **letra E**, que apresenta a proposição **g$\underline{\vee}$(~a)**.

Ainda nessa aula, em **álgebra de proposições**, veremos que na disjunção exclusiva podemos trocar livremente de posição ambas as parcelas, de modo que a equivalência dada por **(~a)$\underline{\vee}$g** corresponde a **g$\underline{\vee}$(~a)**:

g$\underline{\vee}$(~a): **Ou** **[**Giuliano é filho**]**, **ou** **[**Adriano **não** é pai**]**.

Gabarito: Letra E.

(ISS RJ/2010) A proposição "um número inteiro é par se e somente se o seu quadrado for par" equivale logicamente à proposição:

a) se um número inteiro for par, então o seu quadrado é par, e se um número inteiro não for par, então o seu quadrado não é par.

b) se um número inteiro for ímpar, então o seu quadrado é ímpar.

c) se o quadrado de um número inteiro for ímpar, então o número é ímpar.

d) se um número inteiro for par, então o seu quadrado é par, e se o quadrado de um número inteiro não for par, então o número não é par.

e) se um número inteiro for par, então o seu quadrado é par.

Comentários:

Sejam as proposições:

p: "Um número inteiro é par."

q: "O quadrado de um número inteiro é par."

A proposição composta pode ser assim representada:

p↔q: "[Um número inteiro é par**]** **se e somente se** **[**o seu quadrado for par**]**."

Sabemos que uma possível equivalência para a bicondicional é:

$$p\leftrightarrow q \equiv (p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p)$$

Não temos alternativa que corresponda a essa última equivalência. Note, porém, que se realizarmos a **contrapositiva de** **(q→p)**, encontramos:

$$p\leftrightarrow q \equiv (p\rightarrow q)\wedge(\sim p\rightarrow \sim q)$$

Esse resultado pode ser lido como:

$(p\rightarrow q)\wedge(\sim p\rightarrow \sim q)$: "[**Se** (um número inteiro for par), **então** (o seu quadrado é par)], **e** [**se** (um número inteiro **não** for par), **então** (o seu quadrado **não** é par)]."

Gabarito: Letra A.

Negações da bicondicional (se e somente se)

São quatro as maneiras mais comuns de se negar a bicondicional. A primeira que vamos apresentar é que a **negação da bicondicional é equivalente à disjunção exclusiva.**

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv p \veebar q$$

Considere novamente a seguinte bicondicional **$p\leftrightarrow q$**:

$p\leftrightarrow q$: "[Durmo] **se e somente se** [estou cansado]"

A negação dessa bicondicional pode ser escrita da seguinte forma:

$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv p \veebar q$: "**Ou** [Durmo], **ou** [estou cansado]"

Mostre que $\sim(p\leftrightarrow q)$ e $p \veebar q$ são equivalentes.

Podemos demonstrar a equivalência **$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv (p \veebar q)$** utilizando outra equivalência já conhecida, a negação da disjunção exclusiva:

$$\sim(p \veebar q) \equiv p\leftrightarrow q$$

Podemos negar os dois lados desse resultado da seguinte forma:

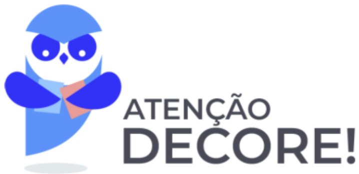
$$\sim(\sim(p \veebar q)) \equiv \sim(p\leftrightarrow q)$$

A proposição composta **$p \veebar q$** é uma proposição assim como qualquer proposição simples, com a diferença que ela é resultado de uma composição de proposições simples por meio de um conectivo. Assim, continua válido o entendimento de que <u>ao negar duas vezes uma proposição retornamos à proposição original</u>. Logo:

$$p \veebar q \equiv \sim(p\leftrightarrow q)$$

Esse resultado pode ser escrito da seguinte forma, trocando os lados direito e esquerdo da equivalência anterior:

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv (p \veebar q)$$



Uma possível **negação para a bicondicional** é a **disjunção exclusiva**:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \veebar q$$

Podemos ainda negar a proposição bicondicional negando **apenas uma** das suas parcelas. Veja:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

Como exemplo, considere novamente a seguinte bicondicional:

p↔q: "[Durmo] **se e somente se** [estou cansado]"

A negação dessa bicondicional também pode ser escrita das seguintes formas:

∼(p↔q) ≡ (∼p)↔q: "[**Não** durmo] **se e somente se** [estou cansado]"

∼(p↔q) ≡ p↔(∼q): "[Durmo] **se e somente se** [**não** estou cansado]"

Cabe salientar que existe uma outra forma de **negação da bicondicional utilizando apenas operadores de conjunção e de disjunção inclusiva**:

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

Mostre que ∼(p↔q) e (p∧∼q)∨(q∧∼p) são equivalentes.

A utilização da tabela-verdade é a forma tradicional de se provar a equivalência. Vejamos, porém, uma forma mais interessante de provar esta equivalência por meio de outras equivalências que já aprendemos.

Vamos utilizar a seguinte equivalência para a bicondicional já conhecida:

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Se negarmos ambos os lados da equivalência teremos o seguinte:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv \sim((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$$

Veja-se que o lado direito da equivalência é a negação de uma conjunção, que pode ser reescrita utilizando De Morgan:

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv \sim(p\rightarrow q)\lor\sim(q\rightarrow p)$$

Agora devemos negar os dois condicionais, **$(p\rightarrow q)$** e **$(q\rightarrow p)$**.

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv (p\land\sim q)\lor(q\land\sim p)$$

RESUMINDO

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv p\underline{\lor}q$$

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv (\sim p)\leftrightarrow q$$

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv p\leftrightarrow(\sim q)$$

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv (p\land\sim q)\lor(q\land\sim p)$$

Vamos resolver alguns exercícios relativos à negação da bicondicional.

HORA DE PRATICAR!

(CAU TO/2023) Com relação a estruturas lógicas, julgue o item.

A negação de "A Fênix é imortal se, e somente se, renasce das cinzas" é "Ou a Fênix é imortal ou renasce das cinzas".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

i: "A Fênix é imortal."

r: "A Fênix renasce das cinzas."

A afirmação original é a bicondicional **$i\leftrightarrow r$**:

$i\leftrightarrow r$: "[A Fênix é imortal] **se, e somente se,** [renasce das cinzas]."

A questão sugere que a negação da bicondicional é uma disjunção exclusiva. Devemos, portanto, utilizar a negação **$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv p\underline{\lor}q$**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(i\leftrightarrow r) \equiv i\underline{\vee}r$$

Ficamos com a seguinte negação:

~(i↔r) ≡ i$\underline{\vee}$r: "**Ou** **[**a Fênix é imortal**]** **ou** **[**renasce das cinzas**]**."

Gabarito: CERTO.

(Pref. Vila Lângaro/2019) A negação da proposição "João passa no concurso público se e somente se João estuda" é:

a) João não passa no concurso público se e somente se João não estudou.

b) João não passa no concurso público e João não estudou.

c) João passa no concurso público e João estuda.

d) Ou João passa no concurso público ou João estuda.

e) Se João passa no concurso público, então João estuda.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: " João passa no concurso público."

e: " João estuda."

A afirmação original é a bicondicional **p↔e**:

p↔e: "**[**João passa no concurso público**]** **se, e somente se,** **[**João estuda**]**."

As principais formas de se negar a bicondicional são:

$$\sim (p\leftrightarrow q) \equiv p\underline{\vee}q$$

$$\sim (p\leftrightarrow q) \equiv (\sim p)\leftrightarrow q$$

$$\sim (p\leftrightarrow q) \equiv p\leftrightarrow(\sim q)$$

$$\sim (p\leftrightarrow q) \equiv (p\wedge\sim q)\vee(q\wedge\sim p)$$

Note que a primeira forma de se negar a bicondicional apresentada, quando aplicada para a bicondicional **p↔e**, corresponde à **alternativa D**, que é o **gabarito da questão**:

~(p↔e) ≡ p$\underline{\vee}$e: " **Ou** **[**João passa no concurso público**]** **ou** **[**João estuda**]**."

As demais formas apresentadas nas alternativas não correspondem à negação da bicondicional. Especial atenção deve ser dada à **alternativa A**, que **apresenta uma <u>equivalência</u> da bicondicional**, **<u>não uma negação</u>**:

$$p\leftrightarrow e \equiv (\sim p)\leftrightarrow(\sim e)$$

Gabarito: Letra D.

ÁLGEBRA DE PROPOSIÇÕES

Álgebra de proposições

Propriedade comutativa

Todos os conectivos, **exceto o condicional (se...então; →)**, gozam da propriedade comutativa.

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$
$$p \vee q \equiv q \vee p$$
$$p \veebar q \equiv q \veebar p$$
$$p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$$

Propriedade associativa

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$
$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

Propriedade distributiva

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$
$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Propriedade da identidade

$$p \wedge t \equiv p$$
$$p \wedge c \equiv c$$

$$p \vee t \equiv t$$
$$p \vee c \equiv p$$

Propriedade da absorção

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$
$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

Propriedade da idempotência

$$p \wedge p \equiv p$$
$$p \vee p \equiv p$$

Álgebra de proposições × tautologia, contradição e contingência

Desenvolver a proposição composta original até se chegar:

- Em uma **tautologia t**; ou
- Em uma **contradição c**; ou
- Em uma **contingência**, que pode ser uma proposição simples **p**, uma conjunção **p∧q**, etc.

Bicondicional em problemas de tautologia, contradição e contingência

X↔Y

- Se **X** e **Y** forem proposições equivalentes, a bicondicional será uma **tautologia**.
- Se **X** e **Y** forem proposições em que uma é a negação da outra, a bicondicional será uma **contradição**.

Introdução

A **álgebra de proposições** trata do uso sequencial de equivalências lógicas e de outras propriedades para simplificar expressões.

O uso dessa ferramenta é interessante para resolver questões de um modo mais rápido. Além disso, pode ser **muito útil em questões mais diretas de equivalências lógicas, quando a banca tenta "esconder" a equivalência nas alternativas**.

O mais importante é você conhecer as propriedades **comutativa**, **associativa** e **distributiva** e suas aplicações mais imediatas nas questões. Isso porque, via de regra, o conhecimento das demais propriedades não costuma ser cobrado e, além disso, é comum que as **questões mais complexas** de **álgebra de proposições** possam ser resolvidas por **tabela-verdade.**

As **três primeiras propriedades** que serão apresentadas são as mais importantes para sua prova: **comutativa**, **associativa** e **distributiva**.

Questões mais complexas via de regra podem ser resolvidas por **tabela-verdade**. Nesses casos, a desenvoltura com **álgebra de proposições** seria apenas um "**bônus**" para que você resolva alguns problemas mais rapidamente.

Propriedade comutativa

Todos os conectivos, **exceto o condicional (se...então; →)**, gozam da propriedade comutativa. Isso quer dizer que é possível trocar a ordem dos componentes em uma proposição composta sem afetar o resultado da tabela-verdade:

$$\mathbf{p \wedge q \equiv q \wedge p}$$

$$\mathbf{p \vee q \equiv q \vee p}$$

$$\mathbf{p \veebar q \equiv q \veebar p}$$

$$\mathbf{p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p}$$

A seguir temos um exemplo da utilidade da propriedade comutativa em questões de concursos públicos.

EXEMPLIFICANDO

Suponha que uma questão peça para você a negação da seguinte condicional:

p→q: "**Se** **[**eu correr**]**, **então** **[**chego a tempo**]**."

Sabemos que **essa condicional não goza da propriedade comutativa**. A negação dessa condicional, pedida pela questão, pode ser encontrada pela seguinte equivalência:

~ (p→q) ≡ p∧~q: "Corro e não chego a tempo."

Suponha agora que, dentre as alternativas da questão, você não encontre a proposição composta "Corro e não chego a tempo", porém encontre "Não chego a tempo e corro". Pode marcar essa alternativa sem medo! Isso porque, usando a **propriedade comutativa**, a conjunção obtida **p∧~q** pode ser escrita como **~q∧p**:

~ (p→q) ≡ p∧~q ≡ ~q∧p: "Não chego a tempo e corro."

TOME NOTA!

Todos os conectivos exceto o condicional comutam:

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$
$$p \vee q \equiv q \vee p$$
$$p \veebar q \equiv q \veebar p$$
$$p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$$

A condicional $p \rightarrow q$ não goza da propriedade comutativa.
$p \rightarrow q$ e $q \rightarrow p$ não são equivalentes.

A equivalência correta para a condicional é a contrapositiva:

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

Vejamos uma questão de negações lógicas em que é necessário utilizar a propriedade comutativa:

HORA DE PRATICAR!

(EPC/2023) Considere a afirmação:

Animais são bípedes ou são quadrúpedes e árvores tem folhas verdes.

Uma afirmação que corresponda à negação lógica dessa afirmação é:

a) Árvores não tem folhas verdes e animais são bípedes e são quadrúpedes.

b) Animais não são bípedes ou não são quadrúpedes e árvores não têm folhas verdes.

c) Animais não são bípedes ou não são quadrúpedes, ou árvores não têm folhas verdes.

d) Árvores têm folhas verdes e animais não são bípedes ou são quadrúpedes.

e) Árvores não têm folhas verdes ou animais não são bípedes e não são quadrúpedes.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

b: "Animais são bípedes."

q: "Animais são quadrúpedes."

a: "Árvores tem folhas verdes."

A afirmação do enunciado corresponde a:

(b∨q)∧a: "**[(**Animais são bípedes**) ou (**(animais) são quadrúpedes**)] e [**árvores tem folhas verdes**]**."

A negação dessa frase é a negação de uma **conjunção (e; ∧)** formada dois termos: o termo **(b∨q)** e o termo **a**. Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção (e; ∧);**
- **Troca-se a conjunção (e; ∧) pela disjunção inclusiva (ou; ∨).**

Aplicando a equivalência em questão para negar **(b∨q)∧a**, ficamos com:

~[(b∨q)∧a] ≡ ~(b∨q)∨~a

Note que ficamos com uma disjunção inclusiva entre **~(b∨q)** e **~a**. Veja que a parcela **~(b∨q)** é a negação da disjunção inclusiva **(b∨q)**, que também pode ser desenvolvida por De Morgan. Como **~(b∨q)** corresponde a **~b∧~q**, ficamos com:

~[(b∨q)∧a] ≡ (~b∧~q)∨~a

Logo, **(~b∧~q)∨~a** é uma forma de se representar a negação que estamos procurando:

(~b∧~q)∨~a: "**[(**Animais **não** são bípedes**) e (**(animais) **não** são quadrúpedes**)] ou [**árvores **não** tem folhas verdes**]**."

Veja que não encontramos exatamente uma resposta. Observe, porém, que fazendo uso da **propriedade comutativa** podemos trocar de posição as parcelas **(~b∧~q)** e **~a** que compõem a disjunção inclusiva:

(~b∧~q)∨~a ≡ ~a∨(~b∧~q)

Logo, a negação procurada pode ser descrita por:

~a∨(~b∧~q): "**[**Árvores **não** tem folhas verdes**] ou [(**Animais **não** são bípedes**) e (**(animais) **não** são quadrúpedes**)]**."

Veja que, com o uso da propriedade comutativa, chegamos na **alternativa E**, que é o **gabarito** da questão.

Gabarito: Letra E.

Propriedade associativa

Na **álgebra elementar**, quando realizamos uma multiplicação, é comum ouvirmos a frase "a ordem dos fatores não altera o produto". Essa frase resume a propriedade associativa para a multiplicação.

Vamos supor que queremos realizar a multiplicação **3×5×7**. Ela pode ser feita de duas formas:

- Multiplicamos **3×5** e depois multiplicamos esse resultado por **7**, obtendo **(3×5)×7**; ou
- Multiplicamos **3** pelo resultado da multiplicação de **5×7**, obtendo **3×(5×7)**.

Ou seja, na álgebra elementar, a propriedade associativa nos diz que em uma multiplicação de diversos termos, podemos realizar as operações de multiplicação na ordem que bem entendermos que o resultado será o mesmo:

$$(\mathbf{3} \times \mathbf{5}) \times \mathbf{7} = \mathbf{3} \times (\mathbf{5} \times \mathbf{7})$$

O mesmo vale para a adição de termos:

$$(\mathbf{3} + \mathbf{5}) + \mathbf{7} = \mathbf{3} + (\mathbf{5} + \mathbf{7})$$

Na **álgebra de proposições** temos algo muito semelhante. Dizemos que a **conjunção (e; ∧)** e a **disjunção inclusiva (ou; ∨)** gozam da propriedade associativa, sendo válidas as equivalências:

(p∧q)∧r ≡ p∧(q∧r)

(p∨q)∨r ≡ p∨(q∨r)

ACORDE!

> Observe que a propriedade **associativa não mistura em uma mesma expressão** o conectivo "**e**" e o conectivo "**ou**"

Vamos a um exemplo que mostra uma utilidade para a propriedade associativa.

(Inédita) Julgue o item a seguir.

A proposição **p∨(q∨~p)** é uma tautologia.

Comentários:

Nesse tipo de problema, **é interessante tentarmos chegar em uma proposição do tipo (p∨~p)**. Isso porque, de acordo com a aula anterior, que sabemos que **essa proposição é uma tautologia**. Originalmente, temos:

p∨(q∨~p)

Utilizando a **propriedade comutativa** em **(q∨~p),** temos:

$$p\vee(\sim p\vee q)$$

Utilizando a **propriedade associativa** na expressão anterior, temos:

$$(p\vee\sim p)\vee q$$

De acordo com a aula anterior, sabemos que **(p∨~p)** é uma tautologia clássica. Representando a tautologia pela letra **t**, ficamos com:

$$t\vee q$$

Observe que a **t∨q** é a **disjunção inclusiva** entre **um termo que é sempre verdade** com a proposição **q**. Sabemos que, para a disjunção inclusiva ser falsa, ambos os termos precisam ser falsos. Logo, **como um dos termos é sempre verdadeiro**, essa disjunção inclusiva é **sempre verdadeira**. Consequentemente, a expressão original é uma **tautologia**. Podemos escrever:

$$p\vee(q\vee\sim p) \equiv t$$

Outra forma de se entender a propriedade associativa é perceber que, **quando temos uma sequência só de conjunções (e; ∧) ou só de disjunções inclusivas (ou; ∨)**, **podemos remover os parênteses/colchetes**.

(TRT 1/2008) Proposições compostas são denominadas equivalentes quando possuem os mesmos valores lógicos V ou F, para todas as possíveis valorações V ou F atribuídas às proposições simples que as compõem. Assinale a opção correspondente à proposição equivalente a "**~[[A∧(¬B)]→C]**".

a) **A∧(~B)∧(~C)**

b) **(~A)∨(~B)∨C**

c) **C→[A∧(~B)]**

d) **(~A)∨B∨C**

e) **[(~A)∧B]→(~C)**

Comentários:

A proposição original, dada por **~[[A∧(~B)]→C]**, corresponde à negação de um condicional cujo o antecedente é **[A∧(~B)]** e cujo o consequente é **C.**

Para negar uma condicional, utilizamos a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q.** Aplicando ao caso em questão, devemos manter **[A∧(~B)]**, trocar a condicional pela conjunção e negar **C:**

$$\sim[[A\wedge(\sim B)]\rightarrow C] \equiv [A\wedge(\sim B)]\wedge(\sim C)$$

Observe que, pela **propriedade associativa**, a **ordem em que é executada a conjunção não importa**. Nesse caso, **podemos remover os colchetes da proposição obtida**. Consequentemente, podemos escrever:

$$\sim[[A\wedge(\sim B)]\rightarrow C] \equiv A\wedge(\sim B)\wedge(\sim C)$$

Gabarito: Letra A.

Propriedade distributiva

Na **álgebra elementar**, a propriedade distributiva da multiplicação com relação à adição consiste em realizar a seguinte operação:

$$3\times(5+7) = 3\times 5 + 3\times 7$$

Da mesma forma, podemos partir do lado direito da equação acima chegar ao lado esquerdo "colocando o número 3 em evidência":

$$3\times 5 + 3\times 7 = 3\times(5+7)$$

Na **álgebra de proposições** temos as seguintes **propriedades distributivas:**

- **Da conjunção (e; ∧) com relação à disjunção inclusiva (ou; ∨); e**
- **Da disjunção inclusiva (ou; ∨) com relação à conjunção (e; ∧);**

Propriedade distributiva da conjunção com relação à disjunção inclusiva

A propriedade distributiva do conectivo "e" em relação ao "ou" é dada pela equivalência abaixo. Perceba que nela "**p∧**" é distribuído.

p∧(q∨r) ≡ (p∧q) ∨ (p∧r)

É importante também reconhecer a propriedade "de trás para frente". Isso significa que podemos colocar o termo "**p∧**" em evidência.

(p∧q)∨(p∧r) ≡ p∧(q∨r)

Propriedade distributiva da disjunção inclusiva com relação à conjunção

A propriedade distributiva do conectivo "ou" em relação ao "e" é dada pela equivalência abaixo. Perceba que nela "**p∨**" é distribuído.

p∨(q∧r) ≡ (p∨q)∧(p∨r)

É importante também reconhecer a propriedade "de trás para frente". Isso significa que podemos colocar o termo " **p∨**" em evidência.

(p∨q)∧(p∨r) ≡ p∨(q∧r)

(ISS Fortaleza/2023) **P**: "Se a pessoa trabalha com o que gosta e está de férias, então é feliz ou está de férias."

Considerando a proposição **P** precedente, julgue o item seguinte.

A proposição **P** pode ser obtida pela aplicação da propriedade distributiva da conjunção sobre a condicional, utilizando-se as proposições "A pessoa está de férias." e "Se a pessoa trabalha com o que gosta, é feliz.".

Comentários:

Em lógica de proposições, temos as seguintes propriedades distributivas:

Propriedade distributiva da conjunção com relação à disjunção inclusiva

$$p \land (q \lor r) \equiv (p \land q) \lor (p \land r)$$

Propriedade distributiva da disjunção inclusiva com relação à conjunção

$$p \lor (q \land r) \equiv (p \lor q) \land (p \lor r)$$

Não há que se falar em "**propriedade distributiva da conjunção sobre a condicional**".

Gabarito: ERRADO.

(SEFAZ SC/2010) Na questão, considere a notação **¬X** para a negação da proposição **X**.

Considere as proposições **a** e **b** e assinale a expressão que é logicamente equivalente a **(a∧b)∨(a∧¬b)**

a) **¬a∧¬b**

b) **¬a∨¬b**

c) **¬a∨b**

d) **a∨¬b**

e) **a**

Comentários:

Por meio da **propriedade distributiva**, podemos colocar "**a∧**" em evidência:

$$(a \land b) \lor (a \land \sim b) \equiv a \land (b \lor \sim b)$$

A expressão **(b∨~b)** é uma tautologia. Logo, **a∧(b∨~b)** corresponde a:

$$a \land t$$

Temos uma conjunção formada pelo termo **a** e **um termo que é sempre verdadeiro**. Perceba que o valor da conjunção é determinado exclusivamente pela proposição **a**: se **a** for verdadeiro, **a∧t** será verdadeiro. Por outro lado, se **a** for falso, **a∧t** será falso.

Logo, a expressão em questão corresponde à proposição simples **a**. Podemos escrever:

$$(a \wedge b) \vee (a \wedge \sim b) \equiv a$$

Gabarito: Letra E.

(Pref. Alumínio/2016) Considere a afirmação: Sueli é professora e, pratica ginástica ou pratica corrida. Uma afirmação equivalente é

A) Sueli é professora e pratica ginástica e pratica corrida.

B) Se Sueli é professora, então ela não pratica ginástica e não pratica corrida.

C) Sueli é professora e pratica ginástica, ou é professora e pratica corrida.

D) Se Sueli não pratica ginástica ou não pratica corrida, então ela é professora.

E) Sueli pratica ginástica e pratica corrida, ou é professora.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: "Sueli é professora."

g: "Sueli pratica ginástica."

k: "Sueli pratica corrida."

Na afirmação do enunciado, a vírgula após o "**e**" indica parênteses na proposição composta:

"**[**Sueli é professora**] e, [(**pratica ginástica**) ou (**pratica corrida**)]**."

Logo, temos a seguinte representação:

$$s \wedge (g \vee k)$$

Por meio da **propriedade distributiva**, podemos distribuir "**s∧**":

$$s \wedge (g \vee k) \equiv (s \wedge g) \vee (s \wedge k)$$

Temos, portanto, a seguinte equivalência:

(s∧g)∨(s∧k): "([Sueli é professora**] e [**pratica ginástica**])**, **ou ([**Sueli é professora**] e [**pratica corrida**])**"

Essa equivalência corresponde à **alternativa C**.

Gabarito: Letra C.

Cumpre destacar que quando temos um **condicional** e queremos utilizar a **álgebra de proposições** para resolver alguma questão, é necessário **transformar a condicional em disjunção inclusiva** por meio da seguinte equivalência já conhecida:

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \lor q$$

Lembre-se, também, que temos como **transformar a negação da condicional em uma conjunção:**

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \land \sim q$$

A seguir, apresentaremos duas questões que podem ser resolvidas mais rapidamente utilizando as propriedades que vimos até agora.

(MPE RO/2023) Assinale a opção em que é apresentada a proposição lógica equivalente à proposição lógica $(P \rightarrow Q) \land (R \lor Q)$.

a) $Q \lor (\sim P \land R)$

b) $(P \land R) \lor (\sim Q \lor \sim P)$

c) $P \rightarrow (R \land Q)$

d) $\sim P \rightarrow (\sim Q \land R)$

e) $(P \rightarrow R) \lor (\sim Q \rightarrow \sim P)$

Comentários:

Para resolver essa questão, faz-se necessário utilizar as propriedades que aprendemos até agora de modo a **desenvolver a proposição composta** $(P \rightarrow Q) \land (R \lor Q)$ **até se chegar em outra mais simples**.

Veja que, caso não resolvêssemos essa questão por **álgebra de proposições**, seria necessário construir a tabela-verdade de $(P \rightarrow Q) \land (R \lor Q)$ e comparar essa tabela-verdade com as tabelas das outras cinco alternativas.

Feitas essas observações, vamos ao problema.

Note que **temos uma condicional** na proposição composta original: $(P \rightarrow Q)$. Para desenvolver a expressão por álgebra de proposições, devemos transformá-la em disjunção inclusiva: $\sim P \lor Q$. Logo, a proposição original pode ser descrita por:

$$(\sim P \lor Q) \land (R \lor Q)$$

Observando o que acabamos de obter, note que, **após algumas operações**, poderemos colocar "$Q \lor$" em evidência, por meio da **propriedade distributiva**. Antes disso, note que:

- Aplicando a **propriedade comutativa** em $(\sim P \lor Q)$, ficamos com $(Q \lor \sim P)$; e
- Aplicando a **propriedade comutativa** em $(R \lor Q)$, ficamos com $(Q \lor R)$.

Logo, a proposição **(~PVQ)∧(RVQ)** pode ser descrita por:

(QV~P)∧(QVR)

Por meio da **propriedade distributiva**, podemos colocar "**QV**" em evidência:

QV(~P∧R)

Note, portanto, que a proposição original corresponde à proposição apresentada na **alternativa A**.

Gabarito: Letra A.

(TCE-RO/2013) Com referência às proposições lógicas simples **P**, **Q** e **R**, julgue o próximo item.

Se **¬R** representa a negação de **R**, então as proposições **PV[¬(Q→R)]** e **(PVQ)∧[PV(¬R)]** são equivalentes.

Comentários:

Note que **poderíamos resolver essa questão comparando as tabelas-verdade** das duas proposições. Nesse momento, vamos resolver o problema com **álgebra de proposições**.

A nossa estratégia será desenvolver **PV[~(Q→R)]** para tentar chegar em **(PVQ)∧[PV(~R)]**.

Veja que, para a negação da condicional **(Q→R),** podemos utilizar a equivalência ~**(p→q) ≡ p∧~q**. Logo, **PV[~(Q→R)]** corresponde a:

PV[Q∧~R]

Aplicando a **propriedade distributiva em** "**PV**", ficamos com:

[PVQ]∧[PV~R]

Note, portanto, que a partir de **PV[~(Q→R)]** chegamos em **[PVQ]∧[PV~R]**. Logo, as proposições são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

Propriedade da identidade, da absorção e da idempotência

Trate as propriedades da **identidade**, da **absorção** e da **idempotência** como um "**bônus**" que pode te ajudar em algumas questões mais difíceis. Não se apegue muito a essas propriedades, pois elas não costumam aparecer em prova.

Propriedade da identidade

Propriedade da identidade para a conjunção

Sendo **t** uma **tautologia** e **c** uma **contradição**, temos as seguintes equivalências:

$$p \wedge t \equiv p$$

$$p \wedge c \equiv c$$

Note que **p∧t** é equivalente a **p** porque se trata de uma conjunção em que um termo é sempre verdadeiro. Isso significa que o valor de **p∧t** depende somente do valor de **p:**

- Se **p** for verdadeiro, teremos **V∧V**, que é uma conjunção verdadeira; e
- Se **p** for falso, teremos **F∧V**, que é uma conjunção falsa.

p	t	p∧t
V	V	V
F	V	F

Além disso, **p∧c** é equivalente a **c** porque se trata de uma conjunção em que temos um termo sempre falso.

p	c	p∧c
V	F	F
F	F	F

Propriedade da identidade para a disjunção inclusiva

Sendo **t** uma **tautologia** e **c** uma **contradição**, temos as seguintes equivalências:

$$p \vee t \equiv t$$

$$p \vee c \equiv p$$

Note que **pVt** é uma tautologia **t** porque se trata de uma disjunção inclusiva em que temos um termo sempre verdadeiro:

p	t	pVt
V	V	V
F	V	V

Além disso, **pVc** é equivalente a **p** porque se trata de uma disjunção inclusiva em que um termo é sempre falso. Isso significa que o valor de **pVc** depende somente do valor de **p:**

- Se **p** for verdadeiro, teremos **VVF**, que é uma disjunção inclusiva verdadeira; e
- Se **p** for falso, teremos **FVF**, que é uma disjunção inclusiva falsa.

p	c	pVc
V	F	V
F	F	F

(ANPAD/2014) A proposição composta **$p \wedge (q \vee (\sim p))$** é logicamente equivalente à proposição

a) **q**

b) **$p \wedge q$**

c) **$p \vee q$**

d) **$p \wedge (\sim q)$**

e) **$p \vee (\sim q)$**

Comentários:

Aplicado a **propriedade distributiva** em "**$p \wedge$**", temos:

$$p \wedge (q \vee \sim p) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge \sim p)$$

Conforme visto na aula anterior, **(p∧~p)** é uma contradição. Logo, ficamos com:

$$(p \wedge q) \vee c$$

Veja que temos uma disjunção inclusiva entre **(p∧q)** e uma contradição **c**. Essa disjunção inclusiva é equivalente a **(p∧q)**, pois se trata de uma disjunção inclusiva em que um termo é sempre falso (**propriedade da identidade para a disjunção inclusiva**). Logo, ficamos com:

$$(p \wedge q)$$

Gabarito: Letra B.

Propriedade da absorção

A propriedade da absorção é representada por duas equivalências:

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

Essas equivalências são demonstráveis por tabela-verdade:

p	q	p∧q	p∨(p∧q)
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	F
F	F	F	F

p	q	p∨q	p∧(p∨q)
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	F
F	F	F	F

(SEFAZ-MS/2006) Representando por **~r** a negação de uma proposição **r**, a negação de **p∧(p∨q)** é equivalente a:

a) **~p**.

b) **~q**.

c) **~(p∨q)**.

d) **~(p∧q)**.

e) uma contradição.

Comentários:

Pela **propriedade da absorção**, sabemos que **p∧(p∨q) ≡ p**. Logo, a negação pedida é ~**p**.

Gabarito: Letra A.

Propriedade da idempotência

A propriedade da idempotência é representada por duas equivalências:

$$p \land p \equiv p$$

$$p \lor p \equiv p$$

Note que o valor lógico da conjunção **p∧p** depende exclusivamente da proposição **p**, pois:

- Se **p** for verdadeiro, **p∧p** será verdadeiro, pois será uma conjunção entre dois termos verdadeiros; e
- Se **p** for falso, **p∧p** será falso, pois será uma conjunção entre dois termos falsos

Além disso, o valor lógico da disjunção inclusiva **p∨p** também depende exclusivamente da proposição **p**, pois:

- Se **p** for verdadeiro, **p∨p** será verdadeiro, pois será uma disjunção inclusiva entre dois termos verdadeiros; e
- Se **p** for falso, **p∨p** será falso, pois será uma disjunção inclusiva entre dois termos falsos.

Para que não reste dúvidas, as equivalências são demonstráveis por tabela-verdade:

p	p	p∧p
V	V	V
F	F	F

p	p	p∨p
V	V	V
F	F	F

(DPEN/2013) Considerando que, **P**, **Q** e **R** são proposições conhecidas, julgue o próximo item.

A proposição **¬[(P → Q)∨Q]** é equivalente à proposição **P∧(¬Q)**, em que **¬P** é a negação de **P**.

Comentários:

Primeiramente, vale perceber que essa questão pode ser resolvida por **tabela-verdade**. Isso porque, para duas proposições serem equivalentes, basta que elas apresentem a mesma tabela-verdade.

Dito isso, vamos resolver a questão por **álgebra de proposições**. A nossa estratégia será partir de **~[(P→Q)∨Q]** para chegar em **P∧(~Q).**

Veja que **~[(P→Q)∨Q]** é a negação da disjunção inclusiva entre **(P→Q)** e **Q**. Vamos desenvolver essa negação por De Morgan, negando ambas as parcelas e trocando "ou" por "e". Ficamos com:

$$\sim(P\rightarrow Q)\land\sim Q$$

Para negar uma condicional, utilizamos a seguinte equivalência: **~(p→ q) ≡ p∧~ q.** Ficamos com:

$$[P\land\sim Q]\land\sim Q$$

Pela **propriedade associativa**, podemos escrever:

$$P \wedge [\sim Q \wedge \sim Q]$$

Observe que, pela **propriedade idempotente**, **[~Q∧~Q]** apresenta sempre o valor lógico de **~Q.** Isso porque quando **~Q** é V, **[~Q∧~Q]** é V, e quando **~Q** é F, **[~Q∧~Q]** é F. Logo, nossa conjunção fica assim:

$$P \wedge (\sim Q)$$

Gabarito: CERTO.

Álgebra de proposições x tautologia, contradição e contingência

Você se lembra que um dos métodos para descobrirmos se uma proposição composta é uma **tautologia**, uma **contradição** ou uma **contingência** é utilizar **equivalências lógicas** ou **álgebra de proposições**?

Esse método costuma ser o mais rápido, porém requer o domínio das equivalências lógicas e das propriedades da álgebra de proposições.

A ideia consiste basicamente em desenvolver a proposição composta original até se chegar:

- Em uma **tautologia t**; ou
- Em uma **contradição c**; ou
- Em uma **contingência**, que pode ser uma proposição simples **p**, uma conjunção **$p \wedge q$**, etc.

(STJ/2018) A proposição **$\neg P \rightarrow (P \rightarrow Q)$**, em que **$\neg P$** denota a negação da proposição **P**, é uma tautologia, isto é, todos os elementos de sua tabela-verdade são V (verdadeiro).

Comentários:

Note que originalmente temos a condicional **$\sim P \rightarrow (P \rightarrow Q)$**, cujo antecedente é **$\sim P$** e cujo consequente é outra condicional, dada por **$(P \rightarrow Q)$**.

Utilizando a equivalência **$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$**, ficamos com:

$$\sim(\sim P) \vee (P \rightarrow Q)$$

A dupla negação de **P** corresponde à proposição simples **P**. Ficamos com:

$$P \vee (P \rightarrow Q)$$

Utilizando novamente a equivalência **$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$** para a condicional **$(P \rightarrow Q)$**, ficamos com:

$$P \vee (\sim P \vee Q)$$

Utilizando a **propriedade associativa**, temos:

$$(P \vee \sim P) \vee Q$$

$P \vee \sim P$ é uma tautologia. Ficamos com:

$$t \vee Q$$

Veja que temos uma disjunção inclusiva entre uma tautologia **t** e uma proposição simples **Q**. **Essa disjunção inclusiva é sempre verdadeira**, pois um dos termos dela (tautologia **t**) sempre será verdadeiro (**propriedade da identidade para a disjunção inclusiva**). Logo, a proposição original corresponde a uma tautologia:

t

Gabarito: CERTO.

(CBM AL/2017) A respeito de proposições lógicas, julgue o item a seguir.

Se **P** e **Q** forem proposições simples, então a proposição composta **QV(Q→P)** é uma tautologia.

Comentários:

Temos a seguinte proposição composta:

QV(Q → P)

Utilizando a equivalência **p→q ≡ ~pVq** para a condicional **(Q→P)**, ficamos com:

QV(~QV P)

Utilizando a **propriedade associativa**, temos:

(QV~Q)VP

QV~Q é uma tautologia. Ficamos com:

tVP

Veja que temos uma disjunção inclusiva entre uma tautologia **t** e uma proposição simples **P**. **Essa disjunção inclusiva é sempre verdadeira**, pois um dos termos dela (tautologia **t**) sempre será verdadeiro (**propriedade da identidade para a disjunção inclusiva**). Logo, a proposição original corresponde a uma tautologia:

t

Gabarito: CERTO.

Bicondicional em problemas de tautologia, contradição e contingência

Um problema muito explorado pelas bancas de concurso público consiste em perguntar se uma determinada **bicondicional** é uma **tautologia** ou uma **contradição**.

Quanto ao conectivo bicondicional, sabemos que:

- A **bicondicional** é **verdadeira** quando ambas as parcelas tiverem o mesmo valor lógico; e
- A **bicondicional** é **falsa** quando ambas as parcelas tiverem valores lógicos contrários.

Considere a seguinte bicondicional cujas parcelas são duas proposições compostas **X** e **Y**:

$$X \leftrightarrow Y$$

Note que:

- **Se X e Y forem proposições equivalentes**, ambas as parcelas terão **sempre** o mesmo valor lógico. Nesse caso, a bicondicional será **sempre** verdadeira, ou seja, **a bicondicional será uma tautologia**.
- **Se X e Y forem proposições em que uma é a negação da outra**, ambas as parcelas terão **sempre** valores lógicos contrários. Nesse caso, a bicondicional será **sempre** falsa, ou seja, **a bicondicional será uma contradição**.

(POLC AL/2023) Considere os conectivos lógicos usuais e assuma que as letras maiúsculas representam proposições lógicas simples. Com base nessas informações, julgue o item seguinte relativo à lógica proposicional.

A proposição lógica **(P→Q)↔((~P)VQ)** é uma tautologia.

Comentários:

Originalmente, temos a seguinte bicondicional:

$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow ((\sim P) \vee Q)$$

Utilizando a equivalência **p→q ≡ ~pVq** para a condicional **(P→Q)**, obtemos **((~P)VQ)**. Logo, a bicondicional original pode ser descrita por:

$$((\sim P) \vee Q) \leftrightarrow ((\sim P) \vee Q)$$

Veja que a bicondicional original corresponde a uma bicondicional em que as duas parcelas são iguais. Logo, ambas as parcelas da bicondicional **sempre** vão apresentar o mesmo valor lógico. Consequentemente, a bicondicional **sempre** será verdadeira. Trata-se, portanto, de uma **tautologia**.

Gabarito: CERTO

(Pref Acrelândia/2022) A proposição **(P∧Q)↔(~PV~Q)** representa uma afirmativa que podemos chamar de:

a) contingência.

b) tautologia.

c) implicação lógica.

d) contradição.

e) paradoxo.

Comentários:

Originalmente, temos a seguinte bicondicional:

$$(P\wedge Q)\leftrightarrow(\sim P\vee\sim Q)$$

Note que o segundo termo da bicondicional, $(\sim P\vee\sim Q)$, é a negação do primeiro termo $(P\wedge Q)$. Isso porque, por De Morgan, temos:

$$(P\wedge Q) \equiv (\sim P\vee\sim Q)$$

Logo, a bicondicional em questão pode ser escrita do seguinte modo:

$$(P\wedge Q)\leftrightarrow\sim(P\wedge Q)$$

Veja que a bicondicional original corresponde a uma bicondicional em que as duas parcelas são uma a negação da outra. Logo, ambas as parcelas da bicondicional **sempre** vão apresentar valores lógicos distintos. Consequentemente, a bicondicional **sempre** será falsa. Trata-se, portanto, de uma **contradição**.

Gabarito: Letra D.

(Pref Mal. Deodoro/2023) Assinale a alternativa que apresenta corretamente a classificação da respectiva fórmula proposicional.

a) $(A\rightarrow B)\leftrightarrow(B\rightarrow A)$ é uma contradição.

b) $(A\vee\sim A)\rightarrow(B\wedge\sim B)$ é uma tautologia.

c) $(A\wedge B)\rightarrow(A\vee B)$ é uma contingência.

d) $(A\wedge B)\leftrightarrow(\sim A\vee\sim B)$ é uma contradição.

e) $\sim(A\vee B)\rightarrow(\sim A\wedge\sim B)$ é uma contingência.

Comentários:

Vamos avaliar cada uma das alternativas e assinalar a correta.

a) $(A\rightarrow B)\leftrightarrow(B\rightarrow A)$ é uma contradição. ERRADO.

Temos uma bicondicional com dois termos que **não são equivalentes** e que também **não são um a negação do outro**. Logo, podemos suspeitar que se trata de uma contingência.

Note que, se **A** e **B** forem verdeiros, teremos uma bicondicional verdadeira:

$$(V\rightarrow V)\leftrightarrow(V\rightarrow V)$$

$$V\leftrightarrow V$$

$$V$$

Por outro lado, se **A** for verdadeiro **B** for falso, teremos uma bicondicional falsa:

$$(V \rightarrow F) \leftrightarrow (F \rightarrow V)$$

$$F \leftrightarrow V$$

$$F$$

Como a bicondicional em questão pode ser tanto verdadeira quanto falsa, temos uma **contingência**.

b) (A∨~A)→(B∧~B) é uma tautologia. **ERRADO**.

Note que **(A∨~A)** é uma tautologia **t** e **(B∧~B)** é uma contradição **c**. Logo, a condicional apresentada corresponde a:

$$t \rightarrow c$$

Trata-se de uma **condicional sempre falsa**, pois o antecedente é sempre verdadeiro e o consequente é sempre falso. Logo, temos uma **contradição**.

c) (A∧B)→(A∨B) é uma contingência. **ERRADO**.

Temos a condicional **(A∧B)→(A∨B)** cujo antecedente é **(A∧B)** e cujo consequente é **(A∨B)**. Utilizando a equivalência **p→q ≡ ~p∨q**, ficamos com:

$$\sim(A \wedge B) \vee (A \vee B)$$

~(A∧B) é a negação da conjunção **A∧B**. Por De Morgan, temos que essa negação corresponde a **(~A∨~B)**. Ficamos com:

$$(\sim A \vee \sim B) \vee (A \vee B)$$

Como temos apenas disjunções inclusivas, pela **propriedade associativa**, podemos nos livrar dos parênteses:

$$\sim A \vee \sim B \vee A \vee B$$

Pela **propriedade comutativa**, temos:

$$\sim A \vee A \vee \sim B \vee B$$

Novamente, pela **propriedade associativa**, temos:

$$(\sim A \vee A) \vee (\sim B \vee B)$$

Note que **(~A∨A)** é uma tautologia **t**, assim como **(~B∨B)** também é uma tautologia **t**. Ficamos com:

$$t \vee t$$

Note que chegamos em uma disjunção inclusiva em que ambos os termos são sempre verdadeiros. Logo, a proposição em questão é uma **tautologia**:

$$\mathbf{t}$$

d) (A∧B)↔(~A∨~B) é uma contradição. CERTO. Esse é o **gabarito**.

Note que o segundo termo da bicondicional, **(~A∨~B)**, é a negação do primeiro termo **(A∧B)**. Isso porque, por De Morgan, temos:

$$\sim(A \wedge B) \equiv \sim A \vee \sim B$$

Logo, a bicondicional em questão pode ser escrita do seguinte modo:

$$(A \wedge B) \leftrightarrow \sim(A \wedge B)$$

Veja que a bicondicional original corresponde a uma bicondicional em que as duas parcelas são uma a negação da outra. Logo, ambas as parcelas da bicondicional **sempre** vão apresentar valores lógicos distintos. Consequentemente, a bicondicional **sempre** será falsa. Trata-se, portanto, de uma **contradição**.

e) ~(A∨B)→(~A∧~B) é uma contingência. ERRADO.

Note que o segundo termo da condicional é equivalente ao primeiro termo, pois, por De Morgan, temos que **~(A∨B) ≡ (~A∧~B)**. Logo, temos uma condicional no seguinte formato:

$$\sim(A \vee B) \rightarrow \sim(A \vee B)$$

Trata-se de uma condicional em que os dois termos são iguais. Note que:

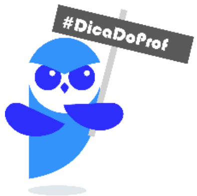
- Se **~(A∨B)** for verdadeiro, teremos uma **condicional** da forma **V→V**, que é **verdadeira**; e
- Se **~(A∨B)** for falso, teremos uma **condicional** da forma **F→F**, que é **verdadeira**.

Logo, temos uma condicional que sempre será verdadeira. Consequentemente, estamos diante de uma **tautologia**.

Gabarito: Letra D.

QUESTÕES COMENTADAS – CEBRASPE

Equivalências lógicas



As questões estão divididas em cinco tópicos:

- **Equivalências fundamentais**
- **Negações lógicas**
- **Questões com mais de um item**
- **Questões com mais de uma equivalência**
- **Outras equivalências e negações**

Equivalências fundamentais

1.(CESPE/SERPRO/2023) P4: Se não há prova sem nome nos arquivos do professor, então o aluno não se esqueceu de colocar seu nome na prova.

A proposição P4 é equivalente a "Se o aluno não se esqueceu de colocar seu nome na prova, então não há prova sem nome nos arquivos do professor".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Há prova sem nome nos arquivos do professor."

a: "O aluno se esqueceu de colocar seu nome na prova."

A proposição **P4** original pode ser descrita por **~p→~a**:

~p→~a: "**Se [não** há prova sem nome nos arquivos do professor**]**, **então [**o aluno **não** se esqueceu de colocar seu nome na prova**]**."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

~p→~a ≡ ~(~a)→~(~p)

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição original. Logo, temos:

~p→~a ≡ a→p

A proposição equivalente pode ser descrita por:

a→p: "**Se [**o aluno se esqueceu de colocar seu nome na prova**], então [**há prova sem nome nos arquivos do professor**]**."

Note que a questão nos trouxe o condicional **~a→~p**, isto é, inverteu a ordem do antecedente e do consequente de **~p→~a** sem negar ambos os termos. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

2.(CESPE/PC DF/2021) Com relação a estruturas lógicas, lógica de argumentação e lógica proposicional, julgue o item subsequente.

A proposição "Se Paulo está mentindo, então Maria não está mentindo" é equivalente à proposição "Se Maria está mentindo, então Paulo não está mentindo".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Paulo está mentindo."

m: "Maria está mentindo.**"**

A proposição original pode ser descrita por **p→~m**:

p→~m: "**Se** **[**Paulo está mentindo**]**, **então** **[**Maria **não** está mentindo**]**.

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

p→~m ≡ ~(~m)→~p

A dupla negação de **m** corresponde à proposição original. Logo, temos:

p→~m ≡ m→~p

A proposição equivalente pode ser descrita por:

m→~p: "**Se** **[**Maria está mentindo**]**, **então** **[**Paulo **não** está mentindo**]**."

Gabarito: CERTO.

3.(CESPE/PM TO/2021) A proposição "Se André é culpado então Bruno não é suspeito" é equivalente à

a) "Se Bruno é suspeito então André é inocente".

b) "Se Bruno não é suspeito então André é culpado".

c) "Se Bruno é suspeito então André não é inocente".

d) "Se André é inocente então Bruno é culpado".

e) "Se André não é culpado então Bruno é suspeito".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "André é culpado."

b: "Bruno é suspeito.**”**

A proposição original pode ser descrita por **a→~b**:

a→~b: "**Se [**André é culpado**]**, **então [**Bruno **não** é suspeito**]**.

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

a→~b ≡ ~(~b)→~a

A dupla negação de **b** corresponde à proposição original. Logo, temos:

a→~b ≡ b→~a

A proposição equivalente pode ser descrita por:

b→~a: "**Se [**Bruno é suspeito**]**, **então [**André **não é culpado]**."

Nessa questão, a banca utilizou "**é inocente**" como forma de se **negar** "**é culpado**". Sabemos que a utilização de antônimos deve ser evitada, pois muitas vezes esse tipo de negação não abarca todas as possibilidades. Ocorre que o CESPE não costuma entrar nesse nível de detalhe, especialmente em questões envolvendo **equivalências lógicas** ou **lógica de argumentação**. Portanto, nesse tipo de questão, via de regra você pode negar usando antônimos, especialmente quando não há uma alternativa melhor.

Logo, a nossa proposição equivalente pode ser escrita por:

b→~a: "**Se [**Bruno é suspeito**]**, **então [**André **é inocente]**."

Gabarito: Letra A.

4.(CESPE/SEFAZ AL/2020) P: "Se o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem.".

A proposição P é equivalente à proposição "Se os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem, então o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa não fica prejudicado."

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "O trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado."

p: "Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem.**"**

A proposição **P** pode ser descrita por **a→p**:

a→p: "**Se [**o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado**]**, **então [**os servidores públicos que atuam nesse setor padecem**]**.

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

a→p ≡ ~p→~a

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~ p→~a: "**Se [**os servidores públicos que atuam nesse setor **não** padecem**]**, **então [**o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa **não** fica prejudicado**]**."

Gabarito: CERTO.

5.(CESPE/EMAP/2018) Julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional e de argumentação.

A proposição "Se Sônia é baixa, então Sônia pratica ginástica olímpica." é logicamente equivalente à sentença "Se Sônia é alta, então Sônia não pratica ginástica olímpica."

Comentários:

Considere as proposições simples:

b: "Sônia é baixa."

g: "Sônia pratica ginástica olímpica."

A proposição original pode ser descrita por **b→g**.

b→g: "**Se** [Sônia é baixa**]**, **então [**Sônia pratica ginástica olímpica**]**."

Para essa questão, vamos considerar correta a negação **b** utilizando o antônimo "alta". Nesse caso, temos:

$\sim$**b:** "Sônia é alta."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

b→g ≡ ~g →~b

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~g →~b: "**Se** [Sônia **não** pratica ginástica olímpica], **então** [Sônia é alta]."

Note que a questão nos trouxe o condicional ~**b→~g**, isto é, realizou as negações das proposições simples sem inverter a ordem do antecedente e do consequente. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Observação: A negação utilizando antônimos não é recomendada, pois muitas vezes esse tipo de negação não abarca todas as possibilidades. No exemplo da questão, Sônia poderia ter estatura mediana e, desse modo, não seria baixa. Ocorre que o CESPE não costuma entrar nesse nível de detalhe, especialmente em questões envolvendo **equivalências lógicas** ou **lógica de argumentação**. Portanto, nesse tipo de questão, via de regra você pode negar usando antônimos, pois **a banca CESPE não costuma invalidar uma questão por causa disso**.

Gabarito: ERRADO.

6.(CESPE/PF/2018) P: "A nomeação do novo servidor público ocorre para reposição de vacância em área essencial, ou o candidato aprovado não será nomeado".

A proposição P é logicamente equivalente à proposição: "Se não for para reposição de vacância em área essencial, então o candidato aprovado não será nomeado".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

n: "A nomeação do novo servidor público ocorre para reposição de vacância em área essencial."

a: "O candidato aprovado será nomeado."

A proposição original **P** pode ser escrita por **nV~a**:

nV~a: "**[**A nomeação do novo servidor público ocorre para reposição de vacância em área essencial**]**, **ou** **[**o candidato aprovado **não** será nomeado**]**."

Para transformar a disjunção inclusiva em uma condicional, podemos usar a equivalência **pVq ≡~p→q.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela condicional (→); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

nV~a ≡ ~n→~a

A condicional equivalente obtida pode ser escrita como:

~n→~a: "Se [não for para reposição de vacância em área essencial**]**, **então [**o candidato aprovado **não** será nomeado**]**."

Gabarito: CERTO.

7.(CESPE/ANVISA/2016) Considerando os símbolos normalmente usados para representar os conectivos lógicos, julgue os itens seguintes, relativos a lógica proposicional e à lógica de argumentação. Nesse sentido, considere, ainda, que as proposições lógicas simples sejam representadas por letras maiúsculas.

A sentença "Alberto é advogado, pois Bruno não é arquiteto" é logicamente equivalente à sentença "Bruno é arquiteto, pois Alberto não é advogado".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Alberto é advogado."

b: "Bruno é arquiteto."

A questão apresenta um condicional da forma **"q, pois p"**, em que se **inverte o antecedente e o consequente**. A condicional original pode ser descrita por ~**b→a**:

~**b→a**: "**[**Alberto é advogado**]**, **pois [**Bruno **não** é arquiteto**]**."

Essa condicional ~**b→a** pode ser descrita por meio do conectivo tradicional "**Se p**, **então q**":

~b→a: "**Se [**Bruno **não** é arquiteto**], então [**Alberto é advogado**]**."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim b \rightarrow a \equiv \sim a \rightarrow \sim(\sim b)$$

A dupla negação de **b** corresponde à proposição original. Logo, temos:

$$\sim b \rightarrow a \equiv \sim a \rightarrow b$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~a→b: "**Se [**Alberto **não** é advogado**]**, **então [**Bruno é arquiteto**]**."

Podemos passar **~a→b** da forma "**Se p, então q**" para a forma **"q, pois p"**:

~a→b: "**[**Bruno é arquiteto**]**, **pois [**Alberto **não** é advogado**]**."

Note, portanto, que a equivalência apresentada pela questão está correta.

Gabarito: CERTO.

8.(CESPE/TRE-GO/2015) P: Se L for um triângulo retângulo em que a medida da hipotenusa seja igual a c e os catetos meçam a e b, então $c^2 = a^2 + b^2$.

Julgue o item que se segue, acerca de lógica proposicional.

A proposição P será equivalente à proposição (¬R) ∨ S, desde que R e S sejam proposições convenientemente escolhidas.

Comentários:

Pessoal, a proposição **P** é uma condicional, e toda a condicional pode ser transformada em uma disjunção inclusiva por meio da equivalência **p→q ≡ ~p∨q**. Esse conhecimento já basta para marcarmos o gabarito como CERTO, pois bastaria escolher as proposições **R** e **S** de modo conveniente.

Para melhor explicar o raciocínio, vamos definir as proposições:

R: "L é um triângulo retângulo em que a medida da hipotenusa seja igual a c e os catetos meçam a e b."

S: "$c^2 = a^2 + b^2$"

A proposição **P** é dada por **R→S:**

R→S: "**Se [**L for um triângulo retângulo em que a medida da hipotenusa seja igual a c e os catetos meçam a e b**]**, **então [**$c^2 = a^2 + b^2$**]**."

Veja que **a assertiva não apresenta uma condicional como equivalente**. Logo, **não** se deve utilizar a equivalência **contrapositiva**, dada por **p→q ≡ ~q→~p**.

Uma outra equivalência fundamental que se pode utilizar com o conectivo condicional é a seguinte: **p→q ≡ ~pVq**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

P ≡ R→S ≡ ~RV S

Gabarito: CERTO.

9.(CESPE/TJ-SE/2014) Considerando que P seja a proposição "Se os seres humanos soubessem se comportar, haveria menos conflitos entre os povos", julgue o item seguinte.

A proposição P é logicamente equivalente à proposição "Se houvesse menos conflitos entre os povos, os seres humanos saberiam se comportar".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

h: "Os seres humanos sabem se comportar."

k: "Há menos conflitos entre os povos."

A proposição original pode ser descrita por uma condicional **h→k** na forma **"Se p, q"**, em que se omite o "então".

h→k: "**Se [**os seres humanos soubessem se comportar**], [**haveria menos conflitos entre os povos**].**"

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

h→k ≡ ~k→~h

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~k→~h: "**Se [**<u>**não**</u> houvesse menos conflitos entre os povos**], [**os seres humanos <u>**não**</u> saberiam se comportar**]**."

Note que a questão nos trouxe o condicional **k→h**, isto é, inverteu a ordem do antecedente e do consequente sem negá-los. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

10.(CESPE/MDIC/2014) A proposição "Se o interessado der três passos, alugará a pouca distância uma loja por um valor baixo" é equivalente à proposição "Se o interessado não der três passos, não alugará a pouca distância uma loja por um valor baixo".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

i: "O interessado dá três passos."

a: "O interessado aluga a pouca distância uma loja por um valor baixo."

A proposição P é uma condicional da forma **"Se p, q",** em que se omite o "então". Trata-se da condicional **i→a**:

i→a: "**Se** [o interessado der três passos], [alugará a pouca distância uma loja por um valor baixo]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

i→a ≡ ~a→~i

A condicional equivalente pode ser escrita dessa forma:

~a→~i: "**Se** [o interessado **não** alugar a pouca distância uma loja por um valor baixo], [o interessado **não** deu três passos]."

O enunciado apresentou como equivalente a proposição **~i→~a**, ou seja, negou as parcelas da condicional sem trocar de lugar o antecedente e o consequente. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

11.(CESPE/CEF/2014) Considerando a proposição “Se Paulo não foi ao banco, ele está sem dinheiro”, julgue o item seguinte.

A proposição em apreço equivale à proposição “Paulo foi ao banco e está sem dinheiro”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

b: "Paulo foi ao banco."

d: "Paulo está sem dinheiro."

A proposição original pode ser descrita por uma condicional **∼b→d** na forma **"Se p, q"**, em que se omite o "então".

∼b → d: “**Se** [Paulo **não** foi ao banco], [ele está sem dinheiro]”

Veja que **a assertiva não apresenta uma condicional como equivalente**. Logo, **não** se deve utilizar a equivalência **contrapositiva**, dada por **p→q ≡ ∼q→∼p**.

Outra equivalência fundamental que se pode utilizar com o conectivo condicional é a seguinte: **p→q ≡ ∼pVq**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

∼b → d ≡ ∼(∼b)Vd

A dupla negação de **b** corresponde à proposição original. Logo, ficamos com:

∼b → d ≡ bVd

Essa proposição equivalente pode ser descrita por:

bVd: "[Paulo foi ao banco] **ou** [ele está sem dinheiro]."

A assertiva erra ao inserir o conectivo "**e**" no lugar do conectivo "**ou**". O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

12.(CESPE/CAM DEP/2014) C: O candidato X me dará um agrado antes da eleição ou serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer depois de eleito.

A proposição C é equivalente à seguinte proposição: "Se o candidato X não me der um agrado antes da eleição, serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer após ser eleito".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "O candidato X me dará um agrado antes da eleição."

b: "Serei atingido por uma benfeitoria que o candidato X fizer depois de eleito."

A proposição original **C** é descrita por **aVb:**

aVb: "**[**O candidato X me dará um agrado antes da eleição**]** **ou** **[**serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer depois de eleito**]**."

Para transformar a disjunção inclusiva em uma condicional, podemos usar a equivalência **pVq ≡~p→q.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela condicional (→); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

aVb ≡ ~a→b

Observe que a equivalência obtida pode ser descrita por:

~a→b: "**Se** **[**o candidato X **não** me der um agrado antes da eleição**]**, **então** **[**serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer após ser eleito**]**."

A questão apresentou essa condicional na forma em que se omite o "**então**". O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Gabarito: CERTO.

13.(CESPE/TRT17/2013) Considerando a proposição P: "Se estiver sob pressão dos corruptores ou diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido, aquele funcionário público será leniente com a fraude ou dela participará", julgue o item seguinte relativo à lógica sentencial.

A proposição P é equivalente a "Se aquele funcionário público foi leniente com a fraude ou dela participou, então esteve sob pressão dos corruptores ou diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "O funcionário público esteve sob pressão dos corruptores."

b: " O funcionário público esteve diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido."

c: "O funcionário público será leniente com a fraude."

d: "O funcionário público participará da fraude."

A proposição **P** original pode ser descrita por **(a∨b)→(c∨d)**:

(a∨b)→(c∨d): "**Se [**(estiver sob pressão dos corruptores) **ou** (diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido)**], [**(aquele funcionário público será leniente com a fraude) **ou** (dela participará)**]**."

Observe que a proposição a ser avaliada pode ser descrita por **(c∨d)→(a∨b)**:

(c∨d)→(a∨b): "**Se [**(aquele funcionário público foi leniente com a fraude) **ou** (dela participou)**]**, **então** **[**(esteve sob pressão dos corruptores) **ou** (diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido)**]**".

Nota-se que a assertiva simplesmente inverteu a ordem da condicional sem negar as proposições, como deveria ser feito no caso da equivalência contrapositiva, dada por **p→q ≡ ~q→~p**.

Como a troca de posição ocorreu sem se negar as parcelas, as proposições não são equivalentes.

Gabarito: ERRADO.

Negações lógicas

14. (CESPE/POLC AL/2023) Considerando os conectivos lógicos usuais e assumindo que as letras maiúsculas representam proposições lógicas, julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional.

A negação da sentença "Se eu me alimento de forma saudável, então terei uma boa qualidade de vida no período da terceira idade" corresponde à sentença "Se eu não me alimento de forma saudável, então não terei uma boa qualidade de vida no período da terceira idade".

Comentários:

Observe que **originalmente temos uma condicional (se...então; →)** e a questão informa que a sua negação é outra condicional. Conforme visto na teoria, **a negação da condicional é uma conjunção (e; ∧)**. Nesse caso, já poderíamos marcar o item como **ERRADO**.

Para fins didáticos, vamos obter a negação da condicional em questão.

Sejam as proposições simples:

a: "Eu me alimento de forma saudável."

q: "Terei uma boa qualidade de vida no período da terceira idade."

A proposição composta original pode ser definida pela condicional **a→q**:

a→q: "**Se** [eu me alimento de forma saudável], **então** [terei uma boa qualidade de vida no período da terceira idade]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(a\rightarrow q) \equiv a \land \sim q$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

a∧~q: "[Eu me alimento de forma saudável] **e** [**não** terei uma boa qualidade de vida no período da terceira idade]."

Gabarito: ERRADO.

15.(CESPE/SERPRO/2023) P6: Se a assinatura do aluno não consta da lista de presença do dia da prova, então o aluno não fez a prova.

A negação da proposição P6 pode ser corretamente expressa por "a assinatura do aluno não consta da lista de presença do dia da prova, mas o aluno não deixou de fazer a prova".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "A assinatura do aluno consta da lista de presença do dia da prova."

f: "O aluno fez a prova."

A proposição **P6** original pode ser escrita pela conjunção **~a→~f**:

~a→~f: "**Se [**a assinatura do aluno **não** consta da lista de presença do dia da prova**]**, **então [**o aluno **não** fez a prova**]**."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim a \rightarrow \sim f \equiv \sim a \wedge \sim(\sim f)$$

A dupla negação de **f** corresponde à proposição original. Logo, ficamos com:

$$\sim a \rightarrow \sim f \equiv \sim a \wedge f$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~a∧f: "**[**A assinatura do aluno **não** consta da lista de presença do dia da prova**] e [**o aluno fez a prova**]**."

Sabemos que o conectivo conjunção, tradicionalmente representado por "**e**", pode também ser representado por "**mas**". Além disso, podemos entender que "***o aluno não deixou de fazer a prova***" tem o mesmo sentido de "***o aluno fez a prova***". Logo, a negação da condicional, **~a∧f**, também pode ser descrita por:

~a∧f: "**[**A assinatura do aluno **não** consta da lista de presença do dia da prova**]**, **mas [**o aluno não deixou de fazer a prova**]**."

Gabarito: CERTO.

16. (CESPE/TRT 8/2023) Considere-se a seguinte proposição P.

P: "O juiz atendeu ao pedido do promotor e determinou a suspensão do porte de arma do suspeito."

Assinale a opção que indica corretamente a negação da proposição P:

a) O juiz não atendeu ao pedido do promotor ou não determinou a suspensão do porte de arma do suspeito.

b) O juiz atendeu ao pedido do promotor, mas não determinou a suspensão do porte de arma do suspeito.

c) Ou o juiz não atendeu ao pedido do promotor ou não determinou a suspensão do porte de arma do suspeito.

d) O juiz não atendeu ao pedido do promotor, mas determinou a suspensão do porte de arma do suspeito.

e) O juiz não atendeu ao pedido do promotor e não determinou a suspensão do porte de arma do suspeito.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "O juiz atendeu ao pedido do promotor."

d: "O juiz determinou a suspensão do porte de arma do suspeito."

A proposição **P** original pode ser escrita pela conjunção **a∧d**:

a∧d:"**[**O juiz atendeu ao pedido do promotor**]** **e** **[**(o juiz) determinou a suspensão do porte de arma do suspeito**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(a \wedge d) \equiv \sim a \vee \sim d$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~a∨~d: "**[**O juiz **não** atendeu ao pedido do promotor**]** **ou** **[**(o juiz) **não** determinou a suspensão do porte de arma do suspeito**]**."

Gabarito: Letra A.

17. (CESPE/EMPREL/2023) O diálogo a seguir apresenta uma discussão sobre futebol.

Alvin: Seu time é muito ruim...

Bruno: Você está errado, pois meu time é multicampeão de inúmeros torneios.

Alvin: [seu time] nunca foi campeão da Champions League.

Bruno: [meu time] foi campeão da Champions League todas as vezes que disputou esse campeonato.

Assinale a opção que apresenta corretamente uma negação da proposição "Se nunca foi campeão da Champions League, seu time é muito ruim".

a) Se sempre foi campeão da Champions League, seu time é muito bom.

b) Se nunca foi campeão da Champions League, seu time não é muito ruim.

c) Se seu time não é muito ruim, ele sempre foi campeão da Champions League.

d) Nunca foi campeão da Champions League, mas seu time não é muito ruim.

e) Mesmo seu time sendo muito bom, ele nunca será campeão da Champions League.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

n: "(O seu time) nunca foi campeão da Champions League."

r: "Seu time é muito ruim."

A proposição composta original é uma condicional que está escrita na forma em que se omite o "**então**", podendo ser representada por **n→r**:

n→r: "**Se** **[**(o seu time) nunca foi campeão da Champions League**]**, **então** **[**seu time é muito ruim**]**."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(n \rightarrow r) \equiv n \land \sim r$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

n∧~r: "**[**(O seu time) nunca foi campeão da Champions League**]** **e** **[**seu time **não** é muito ruim**]**."

Observando as alternativas, note que **a letra D corresponde à conjunção** **n∧~r** representada com o conectivo "**mas**", que equivale ao conectivo "**e**":

n∧~r: "**[**(O seu time) nunca foi campeão da Champions League**]** **mas** **[**seu time **não** é muito ruim**]**."

Gabarito: Letra D.

18.(CESPE/SERPRO/2023) A negação da proposição "o aluno deixou de fazer a prova, esqueceu-se de colocar seu nome na prova ou o professor perdeu a prova dele" pode ser corretamente expressa por "o aluno não deixou de fazer a prova, não se esqueceu de colocar seu nome na prova e o professor não perdeu a prova dele".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "O aluno deixou de fazer a prova."

e: "(O aluno) esqueceu-se de colocar seu nome na prova."

p: "O professor perdeu a prova dele."

A proposição original pode ser representada por **dVeVp**:

dVeVp: "**[**O aluno deixou de fazer a prova**]**, **(ou)** **[**esqueceu-se de colocar seu nome na prova**]** **ou** **[**o professor perdeu a prova dele**]**."

Observação 01: entre a proposição "*o aluno deixou de fazer a prova*" e a proposição "*esqueceu-se de colocar seu nome na prova*", devemos entender que temos um conectivo "**ou**" implícito. Esse recurso de se omitir o conectivo foi utilizado para **evitar a repetição excessiva do conectivo** "**ou**".

Note que, por meio da **propriedade associativa**, vista no tópico de **álgebra de proposições**, podemos escrever essa disjunção inclusiva como **(dVe)Vp** ou como **dV(eVp)**.

Nesse momento, vamos utilizar a forma **dV(eVp)**. Assim, temos uma disjunção inclusiva entre a parcela **d** e a parcela **(eVp)**.

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência **~(pVq) ≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela conjunção (∧).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

~[dV(eVp)] ≡ ~d∧~(eVp)

Veja que **~(eVp)** também corresponde à negação de uma disjunção inclusiva. Aplicando o mesmo procedimento para essa parcela, obtemos **(~e∧~p)**. Logo, a negação requerida fica assim:

~[dV(eVp)] ≡ ~d∧(~e∧~p)

Novamente, por meio da **propriedade associativa**, podemos remover os parênteses da série de conjunções. Ficamos com:

~[dV(eVp)] ≡ ~d∧~e∧~p

Logo, a negação procurada pode ser descrita por:

~d∧~e∧~p: "[O aluno **não** deixou de fazer a prova] **e** [**não** se esqueceu de colocar seu nome na prova] **e** [o professor **não** perdeu a prova dele]."

Entre a proposição "*o aluno **não** deixou de fazer a prova*" e a proposição "***não** se esqueceu de colocar seu nome na prova*", a questão omite o conectivo "**e**", tornando-o implícito. Esse recurso de se omitir o conectivo foi utilizado para **evitar a repetição excessiva do conectivo** "**e**".

Logo, a negação procurada também pode ser descrita por:

~d∧~e∧~p: "[O aluno **não** deixou de fazer a prova]**,** [**não** se esqueceu de colocar seu nome na prova] **e** [o professor **não** perdeu a prova dele]."

O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Observação 02: a negação de várias disjunções inclusivas em sequência pode ser feita diretamente:

~(pVqVrVs) ≡ ~p∧~q∧~r∧~s

O mesmo vale para a negação de várias conjunções em sequência:

~(p∧q∧r∧s) ≡ ~pV~qV~rV~s

Gabarito: CERTO.

19.(CESPE/TJ CE/2023) Supondo que P represente a afirmação "Há 250 artigos na constituição brasileira" e que Q seja a afirmação "No Brasil existem mais de 34 mil leis", assinale a opção em que é apresentada a simbolização correta para a afirmação "Não há 250 artigos na constituição brasileira e no Brasil não existem mais de 34 mil leis".

a) ~(P∨Q)

b) ~(P→Q)

c) ~(P∧Q)

d) $\sim P \wedge Q$

e) $\sim P \vee \sim Q$

Comentários:

Sejam as proposições simples:

P: "Há 250 artigos na constituição brasileira."

Q: "No Brasil existem mais de 34 mil leis."

Note que a afirmação do enunciado pode ser descrita por $\sim P \wedge \sim Q$:

$\sim P \wedge \sim Q$: "[**Não** há 250 artigos na constituição brasileira] **e** [no Brasil **não** existem mais de 34 mil leis]."

Conhecemos a seguinte equivalência de **De Morgan**: $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$. Se lida de trás para frente, essa equivalência pode ser representada assim:

$$\sim p \wedge \sim q \equiv \sim(p \vee q)$$

Utilizando as proposições **P** e **Q** definidas no enunciado, note que:

$$\sim P \wedge \sim Q \equiv \sim(P \vee Q)$$

Logo, a proposição original, que pode ser representada por $\sim P \wedge \sim Q$, também pode ser representada por sua forma equivalente $\sim(P \vee Q)$.

Gabarito: Letra A.

20.(CESPE/PC RO/2022) Assinale a opção que apresenta a negação da proposição "o candidato subestimou a inteligência dos adversários e não gostou do que viu".

a) O candidato não subestimou a inteligência dos adversários e gostou do que viu.

b) O candidato superestimou a inteligência dos adversários ou gostou do que viu.

c) O candidato não subestimou a inteligência dos adversários e não gostou do que viu.

d) O candidato não subestimou a inteligência dos adversários ou gostou do que viu.

e) O candidato não subestimou a inteligência dos adversários ou não gostou do que viu.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: "O candidato subestimou a inteligência dos adversários."

g: "O candidato gostou do que viu."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **s∧~g**:

s∧~g: "[O candidato subestimou a inteligência dos adversários] **e** [**não** gostou do que viu]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(s∧~g) ≡ ~s∨~(~g)

A dupla negação da proposição simples **g** corresponde à proposição original. Ficamos com:

~(s∧~g) ≡ ~s∨g

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~s∨g: [O candidato **não** subestimou a inteligência dos adversários] **ou** [gostou do que viu].

Gabarito: Letra D.

21.(CESPE/PC RO/2022) P: Se não houver uma virada nos números, nem uma situação de empate técnico, não há concessão possível.

Assinale a opção que apresenta uma forma correta de negar a proposição P.

a) Se houver uma virada nos números ou uma situação de empate técnico, há concessão possível.

b) Não há uma virada nos números, nem uma situação de empate técnico, mas há concessão possível.

c) Se houver uma virada nos números e uma situação de empate técnico, há concessão possível.

d) Se não houver concessão possível, não há uma virada nos números, nem uma situação de empate técnico.

e) Há uma virada nos números ou uma situação de empate técnico, mas não há concessão possível.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

v: "Há uma virada nos números."

e: "Há uma situação de empate técnico."

c: "Há concessão possível."

Sabemos que a expressão "**nem**" corresponde ao conetivo "**e**" seguido na negação "**não**". Logo, a proposição original **P** pode ser descrita pela condicional **(~v∧~e)→~c**:

(~v∧~e)→~c: "**Se [(não** houver uma virada nos números**)**, **e (não** há uma situação de empate técnico**)]**, **(então) [não** há concessão possível**]**."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~[(~v∧~e)→~c] ≡ (~v∧~e)∧~(~c)

A dupla negação da proposição simples **c** corresponde à proposição original. Ficamos com:

~[(~v∧~e)→~c] ≡ (~v∧~e)∧c

Logo, a negação procurada pode ser descrita por:

(~v∧~e)∧c: "**(Não** há uma virada nos números**) e (não** há uma situação de empate técnico**) e (**há concessão possível**)**."

Para chegarmos no gabarito da questão, devemos substituir "**e não**" por "**nem**", bem como devemos substituir o segundo conectivo "**e**" por "**mas**". Ficamos com:

(~v∧~e)∧c: "**(Não** há uma virada nos números**), (nem** (há) uma situação de empate técnico**), mas (**há concessão possível**)**."

Gabarito: Letra B.

22.(CESPE/MP TCE-SC/2022) P2: Nunca serei bom, e isso não é mau.

A proposição P2 é equivalente à negação de “se nunca serei bom, isso é mau”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

b: "Nunca serei bom."

m: "Nunca ser bom (isso) é mau."

A proposição *“se nunca serei bom, isso é mau”* pode ser descrita pela condicional **b→m**:

b→m: "**Se** **[**nunca serei bom**]**, **(então)** **[**isso é mau**]**."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(b→m) ≡ **b∧~m**

Logo, a negação de "*se nunca serei bom, isso é mau*" pode ser descrita por:

b∧~m: "**[**Nunca serei bom**]**, **e** **[**isso **não** é mau**]**."

Portanto, a **proposição P2** (que corresponde a **b∧~m**) **é equivalente à negação de "se nunca serei bom, isso é mau"**.

Gabarito: CERTO.

23. (CESPE/INSS/2022) A negação da proposição "meu filho lembrou-se de mim e quer ser lembrado por mim" pode ser expressa por "meu filho não se lembrou de mim nem quer ser lembrado por mim".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

l: "Meu filho lembrou-se de mim."

q: "(Meu filho) quer ser lembrado por mim**."**

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **l∧q**:

l∧q: "**[**Meu filho lembrou-se de mim**]** **e** **[**(meu filho) quer ser lembrado por mim**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(l \wedge q) \equiv \sim l \vee \sim q$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~l∨~q: "[Meu filho **não** se lembrou de mim] **ou** [(meu filho) **não** quer ser lembrado por mim]."

Veja que a assertiva sugere que a negação procurada é **~l∧~q**. Isso porque a expressão "**nem**" corresponde ao conectivo "**e**" seguido da negação "**não**". Logo, a negação sugerida:

~l∧~q "[Meu filho **não** se lembrou de mim] **nem** [quer ser lembrado por mim]."

Corresponde a:

~l∧~q "[Meu filho **não** se lembrou de mim] **e** [**não** quer ser lembrado por mim]."

Perceba que a negação correta apresenta o conectivo "**ou**", não o conectivo "**e**", como presente na assertiva. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

24.(CESPE/PETROBRAS/2022) Acerca de lógica matemática, julgue o item a seguir.

A negativa da sentença composta "Se o preço está elevado, então a compra não será realizada." é "O preço está elevado e a compra será realizada.".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "O preço está elevado."

r: "A compra será realizada."

A proposição composta original pode ser definida pela condicional **p→~r**:

p→~r: "**Se** [o preço está elevado], **então** [a compra **não** será realizada]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(p \to \sim r) \equiv p \wedge \sim(\sim r)$$

A dupla negação de **r** corresponde à proposição original. Logo, temos:

$$\sim(p\rightarrow\sim r) \equiv p\wedge r$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

p∧r: "[O preço está elevado] **e** [a compra será realizada]."

Gabarito: CERTO.

25.(CESPE/PC PB/2022) Assinale a opção que apresenta uma proposição que seja logicamente equivalente à negação da seguinte proposição: "Se João participar do concurso e discursar, ele será premiado".

a) "Se João não participar do concurso e não discursar, ele não será premiado".

b) "Se João não participar do concurso e não discursar, ele será premiado".

c) "João participará do concurso e discursará, mas ele não será premiado".

d) "João não será premiado, não participará do concurso ou não discursará".

e) "João participará do concurso, discursará e será premiado".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "João participa do concurso."

d: "João discursa."

p: "João será premiado."

A proposição composta original pode ser definida pela condicional **(c∧d)→p**:

(c∧d)→p: "**Se** [(João participar do concurso) **e** ((João) discursar)], **(então)** [ele será premiado]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim[(c\wedge d)\rightarrow p] \equiv (c\wedge d)\wedge\sim p$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

(c∧d)∧~p: "**[(**João participará do concurso**)** **e** **(**(João) discursará**)]**, **e** **[**ele (João) **não** será premiado**]**."

Para chegarmos ao gabarito da questão, devemos substituir a segunda conjunção "**e**" por "**mas**". Ficamos com:

(c∧d)∧~p: "**[(**João participará do concurso**)** **e** **(**(João) discursará**)]**, **mas** **[**ele (João) **não** será premiado**]**."

Gabarito: Letra C.

26.(CESPE/TC-DF/2021) Considerando que P e Q sejam, respectivamente, as proposições "Ausência de evidência de um crime não é evidência da ausência do crime." e "Se não há evidência, não há crime.", julgue a seguir.

A negação da proposição Q pode ser corretamente expressa por "Não há evidência, mas há crime.".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Há evidência."

c: "Há crime."

A proposição composta **Q** pode ser definida pela condicional ~**e→~c**:

~**e→~c:** "**Se** **[não** há evidência**]**, **então** **[não** há crime**]**."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(~e→~c) ≡ ~e ∧~(~c)

A dupla negação de **c** corresponde à proposição original. Logo, temos:

~(~e→~c) ≡ ~e ∧c

Logo, a negação pode ser descrita por:

~**e ∧c**: "**[Não** há evidência**]** **e** **[**há crime**]**."

Sabemos que a conjunção "**e**" pode ser representada pela palavra "**mas**". Logo, a negação da condicional em questão também pode ser descrita por:

$\sim$**e** $\wedge$**c**: "[**Não** há evidência] **mas** [há crime]."

Gabarito: CERTO.

27.(CESPE/SEFAZ-AL/2020) A negação da proposição "Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem." é corretamente expressa por "Os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor não padecem."

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: "Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem."

b: "Os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **s**$\wedge$**b**:

s$\wedge$**b**:"[Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem] **e** [os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p\wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção ($\wedge$) pela disjunção inclusiva ($\vee$).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(s\wedge b) \equiv \sim s \vee \sim b$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$\sim s \vee \sim b$: "[Os servidores públicos que atuam nesse setor **não** padecem] **ou** [os beneficiários dos serviços prestados por esse setor **não** padecem]."

Perceba que a negação correta apresenta o conectivo "ou", não o conectivo "e", como presente na assertiva. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

28.(CESPE/COGE-CE/2019) P1: Se os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista ou se a obra foi superfaturada, então a prestação de contas da prefeitura não foi aprovada.

Assinale a opção correspondente à proposição equivalente à negação da proposição P1.

a) "Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista ou a obra foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada".

b) "Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada".

c) "Os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada".

d) "Se os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada, então a prestação de contas da prefeitura foi aprovada".

e) "Se a prestação de contas da prefeitura foi aprovada, então os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista."

s: "A obra foi superfaturada."

p: "A prestação de contas da prefeitura não foi aprovada."

A proposição **P1** pode ser descrita por **(a∨s)→p**:

(a∨s)→p: "Se [(os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista**) ou (**se a obra foi superfaturada**)]**, **então [**a prestação de contas da prefeitura não foi aprovada**]**."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~[(a∨s)→p] ≡ (a∨s)∧~p

Utilizando o conectivo "**mas**" para representar a conjunção, temos:

(a∨s)∧~p: "**[(**Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista**) ou (**a obra foi superfaturada**)]**, **mas [**a prestação de contas da prefeitura foi aprovada**]**".

Gabarito: Letra A.

29.(CESPE/SEFAZ-RS/2018) A negação da proposição "O IPTU, eu pago parcelado; o IPVA, eu pago em parcela única" pode ser escrita como

a) "Eu pago o IPTU em parcela única ou pago o IPVA parcelado".

b) "Eu não pago o IPTU parcelado e não pago o IPVA em parcela única".

c) "Eu não pago o IPTU parcelado e pago o IPVA parcelado".

d) "Eu não pago o IPTU parcelado ou não pago o IPVA em parcela única".

e) "Eu pago o IPTU em parcela única e pago o IPVA parcelado".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

u: "O IPTU, eu pago parcelado."

a: "O IPVA, eu pago em parcela única."

A proposição original da questão se trata da conjunção **u∧a**, pois significa o seguinte:

u∧a: "**[**O IPTU, eu pago parcelado**]** **e** **[**o IPVA, eu pago em parcela única**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(u∧a) ≡ ~u∨~a

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

"**[**O IPTU eu **não** pago parcelado**]** **ou** **[**o IPVA eu **não** pago em parcela única**]**."

Esse resultado corresponde a **alternativa D**, que apresenta uma reescrita das proposições simples sem alteração de sentido.

Gabarito: Letra D.

30.(CESPE/PC MA/2018) A qualidade da educação dos jovens sobe ou a sensação de segurança da sociedade diminui.

Assinale a opção que apresenta uma proposição que constitui uma negação da proposição.

a) A qualidade da educação dos jovens não sobe e a sensação de segurança da sociedade não diminui.

b) A qualidade da educação dos jovens desce ou a sensação de segurança da sociedade aumenta.

c) A qualidade da educação dos jovens não sobe ou a sensação de segurança da sociedade não diminui.

d) A qualidade da educação dos jovens sobe e a sensação de segurança da sociedade diminui.

e) A qualidade da educação dos jovens diminui ou a sensação de segurança da sociedade sobe.

Comentário:

Sejam as proposições simples:

q: "A qualidade da educação dos jovens sobe."

s: "A sensação de segurança da sociedade diminui."

A proposição composta do enunciado é dada por:

q∨s: "**[**A qualidade da educação dos jovens sobe**] ou [**a sensação de segurança da sociedade diminui**]**."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência **~(p∨q) ≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela conjunção (∧).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

~q∧~s: "**[**A qualidade da educação dos jovens **não** sobe**] e [**a sensação de segurança da sociedade **não** diminui**]**."

O **gabarito**, portanto, é a **alternativa A**.

Observação: a palavra "desce" não é a negação de "sobe", bem como a palavra "aumenta" não é a negação de "diminui".

Gabarito: Letra A.

31.(CESPE/EBSERH/2018) A respeito de lógica proposicional, julgue o item que se segue.

A negação da proposição "Se o fogo for desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico, será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma." é equivalente à proposição "O fogo foi desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico e não será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma."

Comentários:

Sejam as proposições simples:

f: "O fogo é desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico."

r: "Será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma."

A proposição original cuja negação se quer obter pode ser descrita por **f→r**:

f→r: "**Se** **[**o fogo for desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico**]**, **[**será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma**]**."

A questão quer uma **equivalência da <u>negação</u>** da proposição original, ou seja, **quer uma expressão equivalente a ~(f→r).**

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q)** **≡** **p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~ (f→r) ≡ f∧~r

Logo, a negação pode ser descrita por:

f∧~r: "[O fogo é desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico**] e [não** será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma**]**.

Gabarito: CERTO.

32.(CESPE/ANVISA/2016) Julgue o seguinte item, relativo a raciocínio lógico, a princípios de contagem e probabilidade e a operações com conjuntos.

A sentença "Se João tem problemas cardíacos, então ele toma remédios que controlam a pressão." pode ser corretamente negada pela sentença "João tem problemas cardíacos e ele não toma remédios que controlam a pressão".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "João tem problemas cardíacos."

r: "João toma remédios que controlam a pressão."

A proposição composta original pode ser definida pela condicional **p→r**:

p→r: "**Se [**João tem problemas cardíacos**]**, **então [**ele toma remédios que controlam a pressão**]**."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(**p→r**) ≡ **p∧~r**

Logo, a negação pode ser descrita por:

p∧~r: "**[**João tem problemas cardíacos**]** **e** **[não** toma remédios que controlam a pressão**]**."

Gabarito: CERTO.

33.(CESPE/MPOG/2015) Considerando a proposição P: "Se João se esforçar o bastante, então João conseguirá o que desejar", julgue o item a seguir.

A negação da proposição P pode ser corretamente expressa por "João não se esforçou o bastante, mas, mesmo assim, conseguiu o que desejava".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "João se esforçou bastante."

d: "João conseguiu o que desejava."

A proposição composta original pode ser definida pela condicional **e→d**:

e→d: "**Se [**João se esforçar o bastante**]**, **então [**João conseguirá o que desejar**]**."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(e \rightarrow d) \equiv e \wedge \sim d$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

e∧~d: "[João se esforçou o bastante] **e** [**não** conseguiu o que desejava]".

A negação apresentada está errada, pois corresponde a **~e∧d.** Observe que a expressão "mas, mesmo assim" corresponde à conjunção "e".

~e∧d: "[João **não** se esforçou o bastante], **mas, mesmo assim,** [conseguiu o que desejava]."

Gabarito: ERRADO.

34.(CESPE/MEC/2014) A negação da proposição "O candidato é pós-graduado ou sabe falar inglês" pode ser corretamente expressa por "O candidato não é pós-graduado nem sabe falar inglês".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: " O candidato é pós-graduado."

i: "O candidato sabe falar inglês."

A proposição composta original pode ser descrita por **p∨i**:

p∨i: "[O candidato é pós-graduado] **ou** [sabe falar inglês]."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência **~(p∨q) ≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela conjunção (∧).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(p \vee i) \equiv \sim p \wedge \sim i$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

~p ∧ ~i: "[O candidato **não** é pós-graduado] **e** [o candidato **não** sabe falar inglês]**."**

A equivalência sugerida pelo enunciado expressa a mesma frase anterior substituindo o conectivo "**e**" e a negação "**não**" pela palavra "**nem**"**.**

~p∧~i: "[O candidato **não** é pós-graduado] **[nem** sabe falar inglês]."

Gabarito: CERTO.

35.(CESPE/MDIC/2014) A negação da proposição "A Brasil Central é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade e lá o preço dos aluguéis é alto" está corretamente expressa por "A Brasil Central não é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade ou lá o preço dos aluguéis não é alto".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

m: "A Brasil Central é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade."

p: "Lá (na Brasil Central) o preço dos aluguéis é alto."

A proposição original pode ser descrita por **m∧p**:

m∧p:"[A Brasil Central é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade] **e** [lá o preço dos aluguéis é alto]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(m∧p) ≡ ~m∨~p

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~m∨~p: "[A Brasil Central **não** é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade] **ou** [lá o preço dos aluguéis **não** é alto]".

Gabarito: CERTO.

36.(CESPE/TRE MS/2013) A negação da proposição "Crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo" é equivalente a

a) Crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários ou não é um mau negócio para o mundo.

b) Não crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo.

c) Não crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo.

d) Não crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, nem um mau negócio para o mundo.

e) Crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, nem um mau negócio para o mundo.

Comentário:

Sejam as proposições simples:

e: "Crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários."

m: "Crescer além de certo porte é um mau negócio para o mundo."

Observe que na proposição original o conectivo "**mas**" corresponde a uma conjunção "**e**". Isso significa que a proposição original pode ser descrita por **e∧m**:

e∧m: "**[**Crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários**]**, **mas** **[**um mau negócio para o mundo**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(e∧m) ≡ ~e∨~m

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~e∨~m: "[Crescer além de certo porte **não** é um ótimo negócio para empresário**]** **ou** **[não** é um mau negócio para o mundo**]**."

Gabarito: Letra A.

37.(CESPE/SERPRO/2013) A negação da proposição "O síndico troca de carro ou reforma seu apartamento" pode ser corretamente expressa por "O síndico não troca de carro nem reforma seu apartamento".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "O síndico troca de carro"

a: "O síndico reforma seu apartamento"

A proposição original pode ser descrita por **c∨a**:

c∨a: "**[**O síndico troca de carro**]** **ou** **[**reforma seu apartamento**]**."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência **~(p∨q) ≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela conjunção (∧).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

~(c∨a) ≡ ~c∧~a

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~c∧~a: "[O síndico **não** troca de carro**]** **e** **[não** reforma seu apartamento**]**."

A equivalência sugerida pelo enunciado expressa a mesma frase anterior substituindo o conectivo "**e**" e a negação "**não**" pela palavra "**nem**".

~c∧~a: "[O síndico **não** troca de carro**]** **[nem** reforma seu apartamento**]**."

Gabarito: CERTO.

Questões com mais de um item

Texto para as próximas questões

Considere as proposições P1, P2 e P3 a seguir e a conclusão C subsequente.

P1: "Se o fiador toma uma decisão que prejudica as finanças do devedor, este fica sem condições de pagar a dívida."

P2: "Se o devedor fica sem condições de pagar a dívida, o fiador é chamado a quitar o débito."

P3: "Se o fiador é chamado a quitar o débito, suas finanças ficam prejudicadas."

C: "Se o fiador toma uma decisão que prejudica as finanças do devedor, as finanças do fiador ficam prejudicadas."

Tendo como referência essas proposições e a referida conclusão, julgue o item a seguir, à luz da lógica sentencial.

38. (CESPE/MP TCE-SC/2022) A proposição P3 é logicamente equivalente a "Se as finanças do fiador não ficam prejudicadas, ele não é chamado a quitar o débito.".

39.(CESPE/MP TCE-SC/2022) "O fiador é chamado a quitar o débito, mas suas finanças não ficam prejudicadas." é uma maneira adequada de se negar a proposição P3.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

q: "O fiador é chamado a quitar o débito."

f: "As finanças do fiador ficam prejudicadas."

A proposição original **P3** pode ser descrita por **q→f**:

q→f: "**Se** **[**o fiador é chamado a quitar o débito**]**, **(então)** **[**suas finanças ficam prejudicadas**]**."

Vamos agora julgar os itens.

Questão 38

Queremos obter uma proposição equivalente à condicional **q→f**. Note que a equivalência sugerida é uma condicional e, portanto, devemos utilizar a **equivalência contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

q→f ≡ ~f→~q

Logo, ficamos com a seguinte equivalência:

~f→~q: "**Se [**as finanças do fiador **não** ficam prejudicadas**]**, **(então) [**ele **não** é chamado a quitar o débito**]**."

O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Questão 39

Queremos obter a negação da condicional **q→f**.

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(q→f) ≡ q∧~f

Logo, a negação pode ser descrita por:

q∧~f: " **[**O fiador é chamado a quitar o débito**]** **e** **[**suas finanças **não** ficam prejudicadas**]**."

Na lógica proposicional, sabemos que a conjunção, que costumeiramente é representada pelo conectivo "**e**", pode ser representada por "**mas**". Nesse caso, ficamos com a seguinte negação:

q∧~f: " **[**O fiador é chamado a quitar o débito**]**, **mas** **[**suas finanças **não** ficam prejudicadas**]**."

O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Gabarito: 38 - CERTO. 39 - CERTO.

Texto para as próximas questões

P: "Eu aceito o risco ou perco a chance".

Acerca da proposição P, julgue o item a seguir.

40.(CESPE/BNB/2022) A proposição "Se aceito o risco, perco a chance" é equivalente a P.

41.(CESPE/BNB/2022) A proposição "Se perco a chance, aceito o risco" é equivalente a P.

42.(CESPE/BNB/2022) A proposição "Se não aceito o risco, perco a chance" é equivalente a P.

43.(CESPE/BNB/2022) A proposição "Se não perco a chance, aceito o risco" é equivalente a P.

44.(CESPE/BNB/2022) A proposição "Eu não aceito o risco e não perco a chance" é equivalente a P.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Eu aceito o risco."

p: "(Eu) perco a chance."

A proposição original **P** pode ser descrita por **aVp**:

aVp: "**[**Eu aceito o risco**]** **ou** **[**perco a chance**]**."

Note que a maioria dos itens questionam se a proposição original, que é uma disjunção inclusiva, é equivalente a uma condicional.

Para transformar a disjunção inclusiva em uma condicional, podemos usar a equivalência **pVq ≡~p→q.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela condicional (→); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

aVp ≡ ~a→p

Observe que a equivalência obtida pode ser descrita por:

~a→p: "**Se** **[não** aceito o risco**]**, **então** **[**perco a chance**]**."

Além disso, podemos fazer a **contrapositiva** da condicional que acabamos obter, utilizando a equivalência **p→q ≡ ~q→~p**. Logo, também temos a seguinte equivalência para a proposição original:

aVp ≡ ~p→~(~a)

A dupla negação de **a** corresponde à proposição original. Ficamos com:

aVp ≡ ~p→a

Logo, outra equivalência possível para **aVp** na forma condicional pode ser descrita por:

~p→a: "**Se** **[não** perco a chance**]**, **então** **[**aceito o risco**]**."

Com base nessas equivalências obtidas para **aVp**, dadas por **~a→p** e ~**p→a**, vamos avaliar os itens.

Questão 40

A proposição sugerida nesse item corresponde à condicional **a→p** escrita na forma em que se omite o "**então**":

a→p: “**Se** **[**aceito o risco**]**, **[**perco a chance**]**.”

Essa condicional não corresponde às condicionais **~a→p** e ~**p→a** obtidas como equivalentes à proposição original **P**. O gabarito, portanto, é **ERRADO**.

Questão 41

A proposição sugerida nesse item corresponde à condicional **p→a** escrita na forma em que se omite o "**então**":

p→a: “**Se** **[**perco a chance**]**, **[**aceito o risco**]**.”

Essa condicional não corresponde às condicionais **~a→p** e ~**p→a** obtidas como equivalentes à proposição original **P**. O gabarito, portanto, é **ERRADO**.

Questão 42

A proposição sugerida nesse item corresponde à condicional **~a→p** escrita na forma em que se omite o "**então**":

~a→p: "**Se** **[não** aceito o risco**]**, **[**perco a chance**]**."

Conforme já vimos, ~**a→p** é equivalente à proposição original **P**. O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Questão 43

A proposição sugerida nesse item corresponde à condicional **~p→a** escrita na forma em que se omite o "**então**":

~p→a: "**Se** **[não** perco a chance**]**, **[**aceito o risco**]**."

Conforme já vimos, **~p→a** é equivalente à proposição original **P**. O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Questão 44

A proposição sugerida nesse item corresponde à conjunção ~**a∧~p**:

~**a∧~p:** "**[**Eu **não** aceito o risco**]** **e** **[não** perco a chance**]**."

Note que a proposição original é a disjunção inclusiva **a∨p**, e a equivalência sugerida é uma conjunção. Como **não existe equivalência entre disjunção inclusiva e conjunção**, o **gabarito** desse item é **ERRADO**.

Cumpre destacar que ~**a∧~p** **é a negação de** **a∨p**, obtida por **De Morgan:** ~**(a∨p) ≡ ~a∧~p**.

Gabarito: 40 - ERRADO. 41 - ERRADO. 42 - CERTO. 43 - CERTO. 44 - ERRADO.

Texto para as próximas questões

Considere as proposições lógicas P e Q, a seguir, a respeito de um condômino chamado Marcos.

P: "Se Marcos figura no quadro de associados e está com os pagamentos em dia, então ele tem direito a receber os benefícios providos pela associação de moradores de seu condomínio.".

Q: "Marcos não figura no quadro de associados, mas ele está com os pagamentos em dia."

Tendo como referência essas proposições, julgue os itens a seguir.

45.(CESPE/SEFAZ AL/2021) Considerando-se verdadeira a proposição P, é correto concluir que, se Marcos não tem direito a receber os benefícios providos pela associação de moradores de seu condomínio, então, necessariamente, ele não figura no quadro de associados nem está com os pagamentos em dia.

46.(CESPE/SEFAZ AL/2021) A proposição P é equivalente à proposição "Se Marcos não figura no quadro de associados ou não está com os pagamentos em dia, então ele não tem direito a receber os benefícios providos pela associação de moradores de seu condomínio.".

47.(CESPE/SEFAZ AL/2021) A proposição P é equivalente à proposição "Se Marcos tem direito a receber os benefícios providos pela associação de moradores de seu condomínio, então ele figura no quadro de associados e está com os pagamentos em dia.".

48.(CESPE/SEFAZ AL/2021) A proposição Q é uma negação da proposição "Se Marcos está com os pagamentos em dia, então ele figura no quadro de associados.".

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

a: "Marcos figura no quadro de associados."

d: "Marcos está com os pagamentos em dia."

b: "Marcos tem direito a receber os benefícios providos pela associação de moradores de seu condomínio."

Note que a proposição composta **P** pode ser descrita por **a∧d→b**.

a∧d→b: "**Se** **[(**Marcos figura no quadro de associados**)** **e** **(**está com os pagamentos em dia**)]**, **então** **[**ele tem direito a receber os benefícios providos pela associação de moradores de seu condomínio**]**."

Além disso, a proposição composta **Q** é uma conjunção representada pela palavra "**mas**", podendo ser descrita por ~**a∧d**.

~**a∧d**: "**[**Marcos **não** figura no quadro de associados**]**, **mas** **[**ele está com os pagamentos em dia**]**."

Feitas essas observações, vamos avaliar os itens da questão.

Questão 45

Sabemos que a proposição composta **P** pode ser descrita por **a∧d→b**.

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

a∧d→b ≡ ~b→~(a∧d)

~(a∧d) pode ser desenvolvida por **De Morgan**, correspondendo a **(~a∨~d)**. Ficamos com:

a∧d→b ≡ ~b→(~a∨~d)

Logo, considerando verdadeira a proposição **P**, é correto afirmar que:

~b→(~a∨~d): "**Se** [Marcos **não** tem direito a receber os benefícios providos pela associação de moradores de seu condomínio], **então** [(ele **não** figura no quadro de associados) **ou** (**não** está com os pagamentos em dia)]."

Veja que o item da questão traz como equivalente à proposição **P** a seguinte proposição composta:

[Marcos **não** tem direito a receber os benefícios providos pela associação de moradores de seu condomínio], **então**, necessariamente, [(ele **não** figura no quadro de associados) (**nem** está com os pagamentos em dia)]

No item, temos uma condicional em que **o consequente apresenta uma conjunção**, pois "**nem**" corresponde a "**e não**". Veja que **essa condicional apresentada no item corresponde a ~b→(~a∧~d), que é diferente da proposição equivalente ~b→(~a∨~d).**

~b→(~a∧~d): "**Se** [Marcos **não** tem direito a receber os benefícios providos pela associação de moradores de seu condomínio], **então** [(ele **não** figura no quadro de associados) **e** (**não** está com os pagamentos em dia)]."

O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Questão 46

Sabemos que a proposição composta **P** pode ser descrita por **a∧d→b**.

Note que o item apresenta como supostamente equivalente a **P** a proposição composta **~a∨~d→~b**:

~a∨~d→~b: "**Se [(**Marcos **não** figura no quadro de associados**) ou (não** está com os pagamentos em dia**)]**, **então [**ele **não** tem direito a receber os benefícios providos pela associação de moradores de seu condomínio**]**."

Veja que **~a∨~d→~b** **não é equivalente** a **a∧d→b**, pois nesse caso negou-se o antecedente e o consequente sem invertê-los de posição. A equivalência seria corretamente executada se fosse utilizada a **contrapositiva**, em que:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Questão 47

Sabemos que a proposição composta **P** pode ser descrita por **a∧d→b**.

Note que o item apresenta como equivalente a **P** a seguinte proposição composta **b→a∧d**:

b→a∧d: "**Se [**Marcos tem direito a receber os benefícios providos pela associação de moradores de seu condomínio**]**, **então [(**ele figura no quadro de associados**) e (**está com os pagamentos em dia**)**."

Veja que **b→a∧d** **não é equivalente** a **a∧d→b**, pois nesse caso inverteu-se o antecedente e o consequente de posição sem negar ambas as parcelas. A equivalência seria corretamente executada se fosse utilizada a **contrapositiva**, em que:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Questão 48

Sabemos que a proposição composta **Q** pode ser descrita por **~a∧d**. O item apresenta uma condicional como correspondente à negação de **Q**.

Para transformar a negação de uma conjunção para a condicional, podemos utilizar a seguinte equivalência:

$$\sim(p \land q) \equiv p \rightarrow \sim q$$

Para realizar essa equivalência, note que:

- O **primeiro termo da condicional** é o **primeiro termo** da conjunção a ser negada;
- O **segundo termo da condicional** é a **negação do segundo termo** da conjunção.

Para o caso em questão, temos que a negação de **~a∧d**, dada por **~(~a∧d)**, é:

$$\sim(\sim a \land d) \equiv \sim a \rightarrow \sim d$$

Logo, a negação da proposição composta **Q** pode ser descrita por:

~a→~d: "**Se** [Marcos **não** figura no quadro de associados], **então** [Marcos **não** está com os pagamentos em dia]."

Aplicando a equivalência **contrapositiva** em **~a→~d**, obtemos **d→a**, que é a equivalência apresentada no item:

d→a: "**Se** [Marcos está com os pagamentos em dia], **então** [ele figura no quadro de associados]".

O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Gabarito: 45 - ERRADO. 46 - ERRADO. 47 - ERRADO. 48 - CERTO.

Texto para as próximas questões

P1: Se a fiscalização foi deficiente, as falhas construtivas não foram corrigidas.

P2: Se as falhas construtivas foram corrigidas, os mutuários não tiveram prejuízos.

P3: A fiscalização foi deficiente.

C: Os mutuários tiveram prejuízos.

Considerando um argumento formado pelas proposições precedentes, em que C é a conclusão, e P1 a P3 são as premissas, julgue os itens a seguir.

49. (CESPE/PF/2021) A proposição P1 é equivalente a "Não é verdade que a fiscalização foi deficiente e que as falhas construtivas foram corrigidas".

50.(CESPE/PF/2021) Uma negação correta da proposição P1 pode ser expressa por: "Se a fiscalização não foi deficiente, as falhas construtivas foram corrigidas".

51.(CESPE/PF/2021) A proposição P2 é equivalente a "Se as falhas construtivas não foram corrigidas, os mutuários tiveram prejuízos".

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

d: "A fiscalização foi deficiente."

c: "As falhas construtivas foram corrigidas."

p: "Os mutuários tiveram prejuízos."

Note que a proposição **P1** corresponde à condicional **d→~c** escrita na forma em que se omite o "**então**":

d→~c: "**Se** [a fiscalização foi deficiente], [as falhas construtivas **não** foram corrigidas]."

Além disso, a proposição **P2** corresponde à condicional **c→~p** escrita na forma em que se omite o "**então**":

c→~p: "**Se** [as falhas construtivas foram corrigidas], [os mutuários **não** tiveram prejuízos]."

Feitas essas observações, vamos avaliar os itens da questão.

Questão 49

Note que o item apresenta a proposição **~(d∧c)** como equivalente à proposição **P1**.

~(d∧c): Não é verdade que [(a fiscalização foi deficiente**) e (**que as falhas construtivas foram corrigidas**)]**

Para transformar a negação de uma conjunção para a condicional, podemos utilizar a seguinte equivalência:

~(p∧q) ≡ p→~q

Para realizar essa equivalência, note que:

- O **primeiro termo da condicional** é o **primeiro termo** da conjunção a ser negada;
- O **segundo termo da condicional** é a **negação do segundo termo** da conjunção.

Para o caso em questão, temos que a negação de **d∧c**, dada por **~(d∧c)**, é:

~(d∧c) ≡ d→~c

Logo, a proposição composta apresentada no item, dada por **~(d∧c)**, é equivalente a **P1**, que é dada por **d→~c**.

O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Questão 50

Note que o item apresenta a proposição **~d→c** como se fosse a negação da proposição **P1.**

~d→c: "**Se** [a fiscalização **não** foi deficiente], [as falhas construtivas foram corrigidas]."

Já vimos que **P1** é dada por **d→~c**. Observe, então, que **a assertiva simplesmente negou ambas as parcelas da condicional original**.

Sabemos que, na verdade, **a negação de uma condicional é uma conjunção**, expressa pela seguinte equivalência: **p→q** ≡ **p∧~q**. Para o caso em questão, a negação de **P1** é dada por:

~(d→~c) ≡ d∧~(~c)

A dupla negação em **c** corresponde à proposição original, de modo que a negação de **P1** é dada por:

$$\sim(d \to \sim c) \equiv d \wedge c$$

Logo, a negação correta é:

d∧c: "(A fiscalização foi deficiente) **e** (as falhas construtivas foram corrigidas)"

O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Questão 51

Vimos que **P2** é dada por **c→~p**.

Note que o item apresenta a proposição **~c→p** como se fosse equivalente à proposição **P2.**

~c→p: "**Se** [as falhas construtivas **não** foram corrigidas], [os mutuários tiveram prejuízos]."

Veja que **~c→p não é equivalente** a **c→~p**, pois nesse caso negou-se o antecedente e o consequente sem invertê-los de posição. A equivalência seria corretamente executada se fosse utilizada a **contrapositiva**, em que:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: 49 - CERTO. 50 - ERRADO. 51 - ERRADO.

Texto para as próximas questões

Julgue os seguintes itens, considerando a proposição P: "Se o responsável pela indicação fizer sua parte e seus aliados trabalharem duro, vencerão.".

52. (CESPE/MJSP/2021) A proposição P é equivalente a "Se não vencermos, o responsável pela indicação não terá feito sua parte ou seus aliados não terão trabalhado duro.".

53. (CESPE/MJSP/2021) A negação da proposição P pode ser expressa por "Se o responsável pela indicação não fizer sua parte ou seus aliados não trabalharem duro, não vencerão.".

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

f: "O responsável pela indicação faz sua parte."

d: "Os aliados (do responsável pela indicação) trabalharam duro."

v: "(Eles) vencerão."

Note que a proposição **P** pode ser descrita pela condicional **f∧a→v** na forma em que se omite o "**então**".

f∧a→v: "**Se** **[(**o responsável pela indicação fizer sua parte**)** **e** **(**seus aliados trabalharem duro**)]**, **[**vencerão**]**."

Feitas essas observações, vamos avaliar os itens da questão.

Questão 52

Note que o item apresenta a proposição **~v→(~f V~a)** como equivalente à proposição **P**.

~v→(~f V~a): "**Se** **[não** vencermos**]**, **[(**o responsável pela indicação **não** terá feito sua parte**)** **ou** **(**seus aliados **não** terão trabalhado duro**)]**."

Sabemos que equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos que a proposição **f∧a→v** é equivalente a:

f∧a→v ≡ ~v→~(f∧a)

~(f∧a) pode ser desenvolvida por **De Morgan**, correspondendo a **(~f V~a)**. Ficamos com:

f∧a→v ≡ ~v→(~f V~a)

Logo, a proposição **P**, dada por **f∧a→v**, de fato é equivalente à proposição sugerida na assertiva, dada por **~v→(~f V~a)**. O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Questão 53

Note que o item apresenta a proposição **(~f V~a)→~v** como sendo a negação de **P**.

(~f V~a)→~v: **Se** **[(**o responsável pela indicação **não** fizer sua parte**)** **ou** **(**seus aliados **não** trabalharem duro**)]**, **[não** vencerão**]**."

Já vimos que **P** é dada por **f∧a→v**. Observe que **a assertiva simplesmente negou ambas as parcelas da condicional original**, sendo a negação do antecedente ~**(f∧a)** realizada por **De Morgan**, correspondendo a **(~f V~a)**.

Sabemos que, na verdade, **a negação de uma condicional é uma conjunção**, expressa pela seguinte equivalência: **p→q** ≡ **p∧~q**. Para o caso em questão, a negação de **P** é dada por:

~(f∧a→v) ≡ (f∧a)∧~v

Logo, a negação correta é:

(f∧a)∧~v: "(O responsável pela indicação faz sua parte) e (seus aliados trabalharam duro) e (não vencerão)"

O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: 52 - CERTO. 53 - ERRADO.

Texto para as próximas questões

Considerando a proposição P: "Se o servidor gosta do que faz, então o cidadão-cliente fica satisfeito", julgue os itens a seguir.

54.(CESPE/SEFAZ DF/2020) A proposição P é logicamente equivalente à seguinte proposição: "Se o cidadão-cliente não fica satisfeito, então o servidor não gosta do que faz".

55.(CESPE/SEFAZ DF/2020) A proposição "O servidor não gosta do que faz, ou o cidadão-cliente não fica satisfeito" é uma maneira correta de negar a proposição P.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

g: "O servidor gosta do que faz."

s: " O cidadão-cliente fica satisfeito."

A proposição composta **P** pode ser definida pela condicional **g→s**:

g→s:"**Se** [o servidor gosta do que faz], **então** [o cidadão-cliente fica satisfeito]."

Vamos agora verificar as assertivas.

Questão 54

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

g→s ≡ ~s→~g

A proposição equivalente pode ser escrita por:

~s→~g: " **Se** [o cidadão-cliente **não** fica satisfeito], **então** [o servidor **não** gosta do que faz]."

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Questão 55

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(**g**→**s**) ≡ **g∧~s**

Logo, a negação pode ser descrita por:

g∧~s: "[O servidor gosta do que faz] **e** [o cidadão-cliente **não** fica satisfeito]."

O gabarito, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: 54 - CERTO. 55 - ERRADO.

Texto para as próximas questões

Julgue os itens, considerando a proposição P a seguir.

P: “O bom jornalista não faz reportagem em benefício próprio nem deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses”.

56.(CESPE/PF/2018) A proposição P é logicamente equivalente à proposição: “Não é verdade que o bom jornalista faça reportagem em benefício próprio ou que deixe de fazer aquela que prejudique seus interesses”.

57.(CESPE/PF/2018) A negação da proposição P está corretamente expressa por: “O bom jornalista faz reportagem em benefício próprio e deixa de fazer aquela que não prejudique seus interesses”.

58.(CESPE/PF/2018) A negação da proposição P está corretamente expressa por: “Se o bom jornalista não faz reportagem em benefício próprio, então ele deixa de fazer aquela reportagem que prejudica seus interesses”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

r: "O bom jornalista faz reportagem em benefício próprio."

p: "O bom jornalista deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses."

Observe que "**nem**" corresponde a "**e não**". Logo, a proposição original **P** pode ser descrita por **~r∧~p:**

~r∧~p: "[O bom jornalista **não** faz reportagem em benefício próprio] **e** [**não** deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses]".

Vamos agora verificar as assertivas.

Questão 56

Veja que nova proposição apresentada pode ser descrita por ~(**r∨p**), uma vez que o termo "**não é verdade que**" nega a proposição composta como um todo:

~(r∨ p): "**Não é verdade que** [(o bom jornalista faça reportagem em benefício próprio) **ou** (que deixe de fazer aquela que prejudique seus interesses)]."

Por **De Morgan**, conhecemos a equivalência ~(**p∨q**) ≡ **~p∧~q.** Aplicando essa equivalência ao caso, observe que as duas proposições compostas são equivalentes:

~(r∨ p) ≡ **~r∧~p**

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Questão 57

A assertiva pede a negação de **~r∧~p**.

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência ~(**p∧q**) ≡ **~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~r∧~p ≡ ~(~r)∨~(~p)

A dupla negação corresponde à proposição original. Ficamos com:

~r∧~p ≡ r∨p

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

r∨p: "[O bom jornalista faz reportagem em benefício próprio] **ou** [deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses]."

Perceba que a questão apresenta a negação de **~r∧~p** como **r∧~p** ao invés de **r∨p**.

r∧~p: "[O bom jornalista faz reportagem em benefício próprio] **e** [deixa de fazer aquela que **não** prejudique seus interesses]."

O gabarito, portanto, é **ERRADO**.

Questão 58

A questão pede a negação de **~r∧~p** e pergunta se essa negação é uma determinada condicional. Para tanto, podemos utilizar a seguinte equivalência: ~**(p∧q) ≡ p→~q**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim((\sim r)\wedge(\sim p)) \equiv (\sim r)\rightarrow\sim(\sim q)$$

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição original. Logo, a negação de **(~r) ∧ (~p)** é:

$$\sim((\sim r)\wedge(\sim p)) \equiv (\sim r)\rightarrow q$$

Em português, **(~r)→q** corresponde à negação apresentada pelo item:

(~r) → q: "**Se** [o bom jornalista **não** faz reportagem em benefício próprio], **então** [ele deixa de fazer aquela reportagem que prejudica seus interesses]."

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Gabarito: 56 - CERTO. 57 - ERRADO. 58 - CERTO.

Texto para as próximas questões

Considerando a proposição P: "Se João se esforçar o bastante, então João conseguirá o que desejar", julgue os itens a seguir.

59.(CESPE/MPOG/2015) A proposição "João não se esforça o bastante ou João conseguirá o que desejar" é logicamente equivalente à proposição P.

60.(CESPE/MPOG/2015) A proposição "Se João não conseguiu o que desejava, então João não se esforçou o bastante" é logicamente equivalente à proposição P.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "João se esforça o bastante."

d: "João consegue o que deseja."

A proposição composta **P** pode ser definida pela condicional **e→d**:

e→d:"**Se [**João se esforçar o bastante**]**, **então [**João conseguirá o que desejar**]**.”

Vamos agora verificar as assertivas.

Questão 59

Veja que **a assertiva não apresenta uma condicional como equivalente**. Logo, **não** se deve utilizar a equivalência **contrapositiva**, dada por **p→q ≡ ~q→~p**.

Uma outra equivalência fundamental que se pode utilizar com o conectivo condicional é a seguinte: **p→q ≡ ~pVq**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

e→d ≡ ~eVd

Essa proposição equivalente pode ser descrita por:

~eVd: “**[**João **não** se esforça o bastante**]** **ou** **[**João conseguirá o que desejar**]**.”

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Questão 60

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

e→d ≡ ~d →~e

A proposição equivalente pode ser escrita por:

~d→~e: " **Se [**João **não** conseguiu o que desejava**]**, **então [**João **não** se esforçou o bastante**]**."

Gabarito: 59 - CERTO. 60 - CERTO.

Texto para as próximas questões

Considere a proposição P a seguir.

P: Se não condenarmos a corrupção por ser imoral ou não a condenarmos por corroer a legitimidade da democracia, a condenaremos por motivos econômicos.

Tendo como referência a proposição apresentada, julgue os itens seguintes.

61.(CESPE/TC-DF/2014) A proposição P é logicamente equivalente à proposição “Se não condenarmos a corrupção por motivos econômicos, a condenaremos por ser imoral e por corroer a legitimidade da democracia”.

62.(CESPE/TC-DF/2014) A proposição P é logicamente equivalente à proposição “Condenaremos a corrupção por ser imoral ou por corroer a legitimidade da democracia ou por motivos econômicos”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

i: "Condenamos a corrupção por ser imoral"

d: "Condenamos a corrupção por corroer a legitimidade da democracia."

e: "Condenaremos a corrupção por motivos econômicos."

A proposição composta **P** é uma condicional escrita na forma na forma **"Se p, q"**, em que se omite o "então". Em linguagem proposicional, podemos descrever **P** por $(\sim i \vee \sim d) \rightarrow e$.

$(\sim i \vee \sim d) \rightarrow e$: "**Se** [(**não** condenarmos a corrupção por ser imoral) **ou** (não a condenarmos por corroer a legitimidade da democracia)], [a condenaremos por motivos econômicos]."

Vamos agora verificar as assertivas.

Questão 61

Observe que a questão pede uma proposição equivalente à condicional $(\sim i \vee \sim d) \rightarrow e$ e nos apresenta uma nova condicional para avaliarmos. Devemos, então, utilizar a equivalência **contrapositiva** $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$(\sim i \vee \sim d) \rightarrow e \equiv \sim e \rightarrow \sim(\sim i \vee \sim d)$$

Podemos aplicar De Morgan no consequente da nova condicional obtida. Ficamos com:

$$\sim e \rightarrow \sim(\sim i) \land \sim(\sim d)$$

A dupla negação de uma proposição corresponde a proposição original. Logo:

$$\sim e \rightarrow i \land d$$

Essa proposição equivalente obtida pode ser escrita como:

~e → i ∧ d: "**Se** [**não** condenarmos a corrupção por motivos econômicos], [(a condenaremos por ser imoral) **e** (por corroer a legitimidade da democracia)]."

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Questão 62

Observe que a questão pede uma proposição equivalente à condicional **(~i V~d) →e** e nos apresenta uma disjunção inclusiva para avaliarmos. Nesse caso, vamos utilizar a equivalência **p→q ≡ ~pVq.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$(\sim i \lor \sim d) \rightarrow e \equiv \sim(\sim i \lor \sim d) \lor e$$

Podemos ainda desenvolver **~(~i V~d)** por De Morgan:

$$(\sim i \lor \sim d) \rightarrow e \equiv [\sim(\sim i) \land \sim(\sim d)] \lor e$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Logo:

$$(\sim i \lor \sim d) \rightarrow e \equiv [i \land d] \lor e$$

Observe que a equivalência sugerida pelo enunciado é **i V d V e**, apresentando o conectivo "**ou**" no lugar do conectivo "**e**". O gabarito, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: 61 - CERTO. 62 - ERRADO.

Questões com mais de uma equivalência

63.(CESPE/PC PB/2022) Assinale a opção que apresenta uma proposição que seja logicamente equivalente à seguinte proposição: "Se uma pessoa gosta de nadar e está de férias, ela vai ao clube".

a) "Se uma pessoa não vai ao clube, ela não gosta de nadar ou não está de férias".

b) "Se uma pessoa não gosta de nadar e não está de férias, ela não vai ao clube".

c) "Se uma pessoa não gosta de nadar ou não está de férias, ela não vai ao clube".

d) "Se uma pessoa gosta de nadar, ela está de férias e vai ao clube".

e) "Se uma pessoa vai ao clube, ela gosta de nadar e está de férias".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

g: "A pessoa gosta de nadar."

f: "A pessoa está de férias."

c: "A pessoa vai ao clube."

A proposição original é uma condicional que pode ser descrita por **(g∧f)→c**:

(g∧f)→c: "**Se** **[**uma pessoa gosta de nadar e está de férias**]**, **(então)** **[**ela vai ao clube**]**."

Queremos uma proposição equivalente à condicional em questão. Como nas alternativas temos somente condicionais como possíveis equivalências, devemos utilizar a **equivalência contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

(g∧f)→c ≡ ~c→~(g∧f)

Note que a parcela **~(g∧f)** também pode ser desenvolvida por **De Morgan**, e corresponde a **~g∨~f**. Portanto, temos a seguinte equivalência:

(g∧f)→c ≡ ~c→(~g∨~f)

Logo, a proposição equivalente pode ser descrita por:

~c→(~g∨~f): "**Se** **[**uma pessoa **não** vai ao clube**]**, **(então)** **[(**ela **não** gosta de nadar**)** **ou** **(não** está de férias**)]**."

Gabarito: Letra A.

64.(CESPE/PC RO/2022) P: Se não houver uma virada nos números, nem uma situação de empate técnico, não há concessão possível.

Assinale a opção que apresenta uma proposição logicamente equivalente à proposição P.

a) Se há concessão possível, houve uma virada nos números ou uma situação de empate técnico.

b) Se houver uma virada nos números ou uma situação de empate técnico, há concessão possível.

c) Dado que não há concessão possível, não houve uma virada nos números, nem uma situação de empate técnico.

d) Não há uma virada nos números, nem uma situação de empate técnico, ou não há concessão possível.

e) Não há uma virada nos números, nem uma situação de empate técnico, mas há concessão possível.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

v: "Há uma virada nos números."

e: "Há uma situação de empate técnico."

c: "Há concessão possível."

Sabemos que a expressão "**nem**" corresponde ao conetivo "**e**" seguido na negação "**não**". Logo, a proposição original **P** pode ser descrita pela condicional $(\sim v \wedge \sim e) \rightarrow \sim c$:

$(\sim v \wedge \sim e) \rightarrow \sim c$: "**Se** [(**não** houver uma virada nos números), **e** (**não** há uma situação de empate técnico)], **(então)** [**não** há concessão possível]."

As alternativas apresentam tanto condicionais (se...então; →) quanto uma disjunção inclusiva (ou; ∨) como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ (contrapositiva)
- $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$(\sim v \wedge \sim e) \rightarrow \sim c \equiv \sim(\sim c) \rightarrow \sim(\sim v \wedge \sim e)$$

A dupla negação da proposição simples **c** corresponde à proposição original **c**. Além disso, podemos desenvolver a negação $\sim(\sim v \wedge \sim e)$ por **De Morgan**, obtendo-se $(v \vee e)$. Logo, temos a seguinte equivalência:

$$(\sim v \wedge \sim e) \rightarrow \sim c \equiv c \rightarrow (v \vee e)$$

Portanto, temos a seguinte proposição equivalente:

c→(vVe): " **Se** [há concessão possível], **(então)** [(houve uma virada nos números) **ou** (uma situação de empate técnico)]."

O **gabarito**, portanto, é **letra A**.

Para fins didáticos, utilizar a segunda equivalência. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$(\sim v \wedge \sim e) \rightarrow \sim c \equiv \sim(\sim v \wedge \sim e) \vee \sim c$$

Podemos desenvolver a negação **~(~v∧~e)** por **De Morgan**, obtendo-se **(vVe)**. Logo, temos a seguinte equivalência:

$$(\sim v \wedge \sim e) \rightarrow \sim c \equiv (v \vee e) \vee \sim c$$

Logo, temos a seguinte possível equivalência:

(vVe)V~c: "[(Há uma virada nos números) **e** ((há) uma situação de empate técnico)], **ou** [**não** há concessão possível]."

Veja que não temos essa equivalência nas alternativas.

Gabarito: Letra A.

65.(CESPE/DEPEN/2021) Com relação a lógica proposicional, julgue o item a seguir.

Considere as seguintes proposições

p: "Paola é feliz";

q: "Paola pinta um quadro".

Assim, a proposição "Paola é feliz apenas se ela pinta um quadro" pode ser representada por ~(p∧~q).

Comentários:

Sabemos que o conectivo "**somente se**" é do tipo condicional. Esse conectivo difere do "**se e somente se**", que é do tipo bicondicional.

Note que a proposição sugerida pelo enunciado é:

“[Paola é feliz] **apenas se** [ela pinta um quadro]”

O conectivo “**apenas se**” apresentado na questão corresponde ao condicional “**somente se**”. Logo, a proposição pode ser descrita por **p→q**.

Veja que o enunciado sugere que a proposição composta pode ser representada por **~(p∧~q)**. Podemos desenvolver essa negação por De Morgan. Para negar a conjunção “e”, negam-se ambas as parcelas e troca-se o “e” pelo “ou”. Ficamos com:

$$\sim(p\wedge\sim q) \equiv \sim p\vee\sim(\sim q)$$

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição original. Logo:

$$\sim(p\wedge\sim q) \equiv \sim p\vee q$$

Nesse momento, você deve se lembrar da equivalência conhecida por “transformação do condicional em disjunção inclusiva”, dada por **p→q ≡ ~pVq**.

Conhecendo essa equivalência, observe que **~(p∧~q)** é equivalente a **~pVq** que, por sua vez, é equivalente a **p→q**. Portanto:

$$\sim(p\wedge\sim q) \equiv p\rightarrow q$$

Isso significa que a proposição **p→q**, “Paola é feliz apenas se ela pinta um quadro”, de fato pode ser representada por sua forma equivalente **~(p∧~q)**. O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Gabarito: CERTO.

66.(CESPE/PC DF/2021) A proposição “Se Marcos é culpado, então Paulo ou Carlos são inocentes.” equivale à proposição “Se Paulo ou Carlos são culpados, então Marcos é inocente.”.

Comentários:

Nessa questão, a banca utilizou “**é inocente**” como forma de se **negar** “**é culpado**”. Sabemos que a utilização de antônimos deve ser evitada, pois muitas vezes esse tipo de negação não abarca todas as possibilidades. Ocorre que o CESPE não costuma entrar nesse nível de detalhe, especialmente em questões envolvendo **equivalências lógicas** ou **lógica de argumentação**. Portanto, nesse tipo de questão, via de regra você pode negar usando antônimos.

Considere as seguintes proposições simples:

m: “Marcos é inocente.”

p: “Paulo é inocente.”

c: “Carlos é inocente.”

Vamos considerar que a negação dessas proposições simples são, respectivamente:

~m: “Marcos é culpado.”

~p: “Paulo é culpado.”

~c: “Carlos é culpado.”

Note que a proposição original pode ser descrita por **~m→pVc**, pois pode ser escrita da seguinte maneira:

~m→pVc: “**Se** [Marcos é culpado], **então** [(Paulo é inocente) **ou** (Carlos é inocente)].”

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

~m→pVc ≡ ~(pVc)→~(~m)

A dupla negação de **m** corresponde à proposição original. Ficamos com:

~m→pVc ≡ ~(pVc)→m

~(pVc) pode ser desenvolvida por **De Morgan**, correspondendo a **(~p∧~c)**. Ficamos com:

~m→pVc ≡ (~p∧~c)→m

Logo, temos a seguinte equivalência:

(~p∧~c)→m: “Se [(Paulo é culpado) **e** (Carlos é culpado)], **então** [Marcos é inocente].”

Essa proposição equivalente pode ser entendida da seguinte forma:

“Se [Paulo e Carlos são culpados], **então** [Marcos é inocente].”

Note que a assertiva está errada, pois ela apresenta a disjunção inclusiva “ou” no antecedente da condicional, quando deveria apresentar a conjunção “e”.

“**Se** [Paulo ou Carlos são culpados], **então** [Marcos é inocente]”

Gabarito: ERRADO.

67.(CESPE/PGE-PE/2019) Acerca da lógica sentencial, julgue o item que se segue.

Se P, Q, R e S forem proposições simples, então as proposições PVR→Q∧S e (~Q)V(~S)→(~P)∧(~R) serão equivalentes

Comentários:

A questão pede a equivalência entre **duas condicionais**. Podemos então utilizar a equivalência contrapositiva em **PVR→Q∧S.** Para tanto, devemos negar ambas as parcelas e trocar de posição o antecedente com o consequente.

PVR→Q∧S ≡ ~(Q∧S)→~(PVR)

Aplicando De Morgan para ambos os lados da nova condicional obtida, obtemos:

PVR→Q∧S ≡ (~Q)V(~S)→(~P)∧(~R)

Veja que, a partir de **PVR→Q∧S**, obtemos **(~Q)V(~S)→(~P)∧(~R)**. Logo, essas proposições são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

68. (CESPE/SERPRO/2013) Considerando que o símbolo lógico ∧ corresponda à conjunção "e"; V, à disjunção "ou"; →, à condicional "se..., então"; ↔, à bicondicional "se, e somente se"; ~ corresponda à negação "não"; P, Q e R sejam proposições simples; e S seja a seguinte proposição composta: [P∧~(QVR)]→ [R∧(P↔Q)], julgue o próximo item.

A negação de S – ~S – pode ser corretamente expressa por [~PV(QVR)]∧[(~R)V~(P↔Q)].

Comentários:

A proposição **S** é dada por **[P∧~(QVR)]→[R∧(P↔Q)].** A pergunta pede a negação de **S**.

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

[P∧~(QVR)] ∧ ~[R∧(P↔Q)]

O segundo termo é a negação de uma conjunção. Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~pV~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Ficamos com:

[P∧~(Q∨R)] ∧ [(~R) ∨ ~(P↔Q)]

Acabamos de obter a negação de S. Observe a negação sugerida pela assertiva:

[~P∨(Q∨R)] ∧ [(~R)∨~(P↔Q)]

Podemos observar que a **negação sugerida está errada**, pois o primeiro termo, dado por **[~P∨(Q∨R)]**, é a negação de **[P∧~(Q∨R)]**.

Gabarito: ERRADO.

69.(CESPE/CBM AL/2017) A respeito de proposições lógicas, julgue o item a seguir.

Considere que P e Q sejam as seguintes proposições:

P: Se a humanidade não diminuir a produção de material plástico ou não encontrar uma solução para o problema do lixo desse material, então o acúmulo de plástico no meio ambiente irá degradar a vida no planeta.

Q: A humanidade diminui a produção de material plástico e encontra uma solução para o problema do lixo desse material ou o acúmulo de plástico no meio ambiente degradará a vida no planeta.

Nesse caso, é correto afirmar que as proposições P e Q são equivalentes.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "A humanidade diminui a produção de material plástico."

s: "A humanidade encontra solução para o problema do lixo desse material."

a: "O acúmulo de plástico no meio ambiente degrada a vida no planeta."

A proposição **P** pode ser descrita por (**~d ∨~s**)**→a:**

(**~d ∨~s**)**→a**: "**Se [**(a humanidade **não** diminuir a produção de material plástico**) ou (não** encontrar uma solução para o problema do lixo desse material)**]**, **então [**o acúmulo de plástico no meio ambiente irá degradar a vida no planeta**]**."

A segunda proposição pode ser descrita por (**d ∧ s**) **∨ a:**

(**d ∧ s**) **∨ a: "[**A humanidade diminui a produção de material plástico**] e [**encontra uma solução para o problema do lixo desse material**] ou [**o acúmulo de plástico no meio ambiente degradará a vida no planeta**]**."

Devemos verificar se (**~d** V**~s**)**→a** é equivalente a (**d ∧ s**) V **a**.

Perceba que a primeira proposição é uma condicional e a segunda é uma disjunção inclusiva de (**d ∧ s**) com **a**. Logo, **não** devemos usar a equivalência **contrapositiva** para a primeira proposição.

Uma equivalência fundamental que se pode utilizar com o conectivo condicional é a seguinte: **p→q ≡ ~pVq**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

(~d V~s)→ a ≡ ~(~d V~s) V a

Aplicando De Morgan para o termo **~(~d V~s)**, temos:

(~d V~s)→ a ≡ (~(~d)∧~(~s)) V a

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição não negada. Logo:

(~d V~s)→ a ≡ (d ∧ s) V a

Veja, portanto, que as proposições P e Q são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

70. (CESPE/TCE-ES/2012) Proposições são sentenças que podem ser julgadas como verdadeiras — V — ou falsas — F —, de forma que um julgamento exclui o outro, e são simbolizadas por letras maiúsculas, como P, Q, R e S. A partir de proposições conhecidas, novas proposições podem ser construídas usando-se símbolos especiais. Alguns desses símbolos são apresentados na tabela abaixo.

símbolo	nome	notação	leitura	valor
~	negação	~P	não P	contrário ao de P: V, se P for F; ou F, se P for V
∧	conjunção	P∧Q	P e Q	V, se P e Q forem V; caso contrário, será F
∨	disjunção	P∨Q	P ou Q	F, se P e Q forem F; caso contrário, será V
→	condicional	P→Q	se P, então Q	F, se P for V e Q for F; caso contrário, será V
↔	bicondicional	P↔Q	P se, e somente se, Q	V, se P e Q tiverem os mesmos valores; caso contrário, será F

Considerando as definições acima e a proposição {(P∨Q)→[R∧(~S)]}∨[(P∧S)↔(Q∧R)], julgue o item a seguir.

Essa proposição é logicamente equivalente à proposição {[(~R)∨S]→[(~P)∧(~Q)]}∨[(P∧S)↔(Q∧R)].

Comentários:

Em um primeiro momento a questão parece ser mais difícil do que realmente é por conta do excesso do uso de parênteses, colchetes e chaves. Uma vez que conhecemos a ordem de precedência dos conectivos, podemos reescrever a primeira e a segunda proposição da seguinte maneira:

Primeira: **(P∨Q → R∧~S)**∨**(P∧S ↔ Q∧R)**

Segunda: **(~R∨S →~P∧~Q)**∨**(P∧S↔Q∧R)**

Observe que o termo da direita da disjunção inclusiva "ou", dado por **(P∧S↔Q∧R)**, é o mesmo para ambas as proposições.

Desse modo, para demonstrar a equivalência, **vamos desenvolver o termo da esquerda (P∨Q → R∧~S)** da **primeira proposição** e **chegar no termo (~R∨S →~P∧~Q).**

A equivalência clássica que envolve duas condicionais é a contrapositiva: **p→q ≡ ~q→~p**. Aplicando em **(P∨Q → R∧~S),** temos:

~ (R∧~S) → ~ (P∨Q)

Utilizando as equivalências de De Morgan para os dois termos da condicional acima, temos:

~ R ∨~(~S) → ~ P∧~Q

A dupla negação **~(~S)** é equivalente a **S**. Ficamos com:

~ R ∨ S → ~ P∧~Q

Finalmente, podemos constatar que os termos da esquerda de ambas as proposições são equivalentes e os termos da direita são iguais. Logo, as proposições são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

71. (CESPE/SEFAZ-ES/2010) Considerando os símbolos lógicos ¬ (negação), ∧ (conjunção), ∨ (disjunção), → (condicional) e as proposições

S:(p∧¬q)∨(¬p∧r)→q∨r

e

T:((p∧¬q)∨(¬p∧r))∧(¬q∧¬r)

julgue o item que se segue.

As proposições compostas ¬S e T são equivalentes, ou seja, têm a mesma tabela-verdade, independentemente dos valores lógicos das proposições simples p, q, e r que as constituem.

Comentários:

Em um primeiro momento a questão parece ser complicada. Porém, se observarmos mais atentamente, podemos ver que parte das proposições **S** e **T** são iguais:

$$S: (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge r) \rightarrow q \vee r$$

$$T: ((p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge r)) \wedge (\sim q \wedge \sim r)$$

Note que **S** é uma condicional em que o antecedente é **$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge r)$.** Vamos negar **S,** como pede o enunciado, por meio da equivalência $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$**:**

$$((p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge r)) \wedge (\sim(q \vee r))$$

Podemos desenvolver **$\sim(q \vee r)$** por De Morgan. A expressão de $\sim$ **S** fica:

$$((p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge r)) \wedge (\sim q \wedge \sim r)$$

Observe que, ao desenvolver $\sim$ **S**, chegamos à proposição **T**. Logo, essas proposições são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

Outras equivalências e negações

72.(CESPE/PETROBRAS/2022) Acerca de lógica matemática, julgue o item a seguir.

Dadas três proposições p, q e r, tem-se que p∨q→r é equivalente a (p→r)∨(q→r).

Comentários:

Na teoria da aula, aprendemos duas equivalências relacionadas à **conjunção de condicionais**. Para resolver essa questão, teríamos que conhecer a seguinte equivalência:

(p→r)∧(q→r) ≡ (p∨q)→r

Note que a questão sugere que **(p∨q)→r** é equivalente a **(p→r)∨(q→r)**. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Outra forma de resolver o problema sem conhecer a equivalência supracitada é desenhar as tabelas-verdade de **p∨q→r** e de **(p→r)∨(q→r)**. Como as tabelas-verdade não são iguais, as proposições compostas não são equivalentes.

p	q	r	pvq	p→r	q→r	(pvq)→r	(p→r)v(q→r)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	F	V
F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V

Gabarito: ERRADO.

73. (CESPE/TCE-RS/2013) Com base na proposição P: "Quando o cliente vai ao banco solicitar um empréstimo, ou ele aceita as regras ditadas pelo banco, ou ele não obtém o dinheiro", julgue o item que se segue.

A negação da proposição "Ou o cliente aceita as regras ditadas pelo banco, ou o cliente não obtém o dinheiro" é logicamente equivalente a "O cliente aceita as regras ditadas pelo banco se, e somente se, o cliente não obtém o dinheiro"

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "O cliente aceita as regras ditadas pelo banco."

q: "O cliente não obtém o dinheiro."

A proposição a ser negada é **p$\underline{\vee}$q.** Sabemos que a negação da disjunção exclusiva é a bicondicional:

$$\sim(p\underline{\vee}q) \equiv p\leftrightarrow q$$

A bicondicional pode ser descrita por:

"**[**O cliente aceita as regras ditadas pelo banco**] se, e somente se**, **[**o cliente não obtém o dinheiro**]**."

Gabarito: CERTO.

74.(CESPE/PC-CE/2012) Considere as proposições:

P1: Se se deixa dominar pela emoção ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins.

P2: Se não tem informações precisas ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins.

A proposição formada pela conjunção de P1 e P2 é logicamente equivalente à proposição "Se se deixa dominar pela emoção ou não tem informações precisas ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "O policial se deixa dominar pela emoção ao tomar decisões."

t: "O policial toma decisões ruins."

i: "O policial **não** tem informações precisas ao tomar decisões."

Definidas as proposições, **P1** pode ser definida como **d→t** e **P2** pode ser definida por **i→t.** Logo, a conjunção de **P1 e P2** pode ser descrita por:

$$(d\rightarrow t)\wedge(i\rightarrow t)$$

Devemos, portanto, avaliar se **(d→t)∧(i→t)** é equivalente a:

"**Se [(**se deixa dominar pela emoção**) ou (não** tem informações precisas ao tomar decisões**)]**, **então [**o policial toma decisões ruins**]**".

Isto é, devemos avaliar se **(d→t)∧(i→t)** é equivalente a **(d∨i)→t**. Sabemos que ambas as proposições são equivalentes, pois correspondem à seguinte equivalência:

$$(p\rightarrow r)\wedge(q\rightarrow r) \equiv (p\vee q)\rightarrow r$$

Caso você não se lembre dessa equivalência na hora da prova, não se esqueça que **SEMPRE** podemos recorrer à **tabela-verdade** para verificar se duas proposições são equivalentes.

d	i	t	d→t	i→t	dVi	(d→t)∧(i→t)	(dVi)→t
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V

Veja que ambas as proposições apresentam a mesma tabela-verdade e, portanto, são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

75.(CESPE/PRF/2012) Um jovem, visando ganhar um novo smartphone no dia das crianças, apresentou à sua mãe a seguinte argumentação: “Mãe, se tenho 25 anos, moro com você e papai, dou despesas a vocês e dependo de mesada, então eu não ajo como um homem da minha idade. Se estou há 7 anos na faculdade e não tenho capacidade para assumir minhas responsabilidades, então não tenho um mínimo de maturidade. Se não ajo como um homem da minha idade, sou tratado como criança. Se não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança. Logo, se sou tratado como criança, mereço ganhar um novo smartphone no dia das crianças”.

Com base nessa argumentação, julgue o item a seguir.

A proposição “Se não ajo como um homem da minha idade, sou tratado como criança, e se não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança” é equivalente a “Se não ajo como um homem da minha idade ou não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança”

Comentários:

Primeiro vamos definir as proposições:

a: "Não ajo como um homem da minha idade."

c: "Sou tratado como criança."

m: "Não tenho um mínimo de maturidade."

Note que a questão pergunta se **(a→c)∧(m→c)** é equivalente a **(aVm)→c**. Sabemos que ambas as proposições são equivalentes, pois correspondem à seguinte equivalência:

(p→r)∧(q→r) ≡ (pVq)→r

Caso você não se lembre dessa equivalência na hora da prova, não se esqueça que **SEMPRE** podemos recorrer à **tabela-verdade** para verificar se duas proposições são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

QUESTÕES COMENTADAS – CEBRASPE

Álgebra de proposições

1.(CESPE/CBM AL/2021) Considerando os conectivos lógicos usuais, assumindo que as letras maiúsculas representam proposições lógicas e considerando que o símbolo ~ representa a negação, julgue o item a seguir, relacionados à lógica proposicional.

A expressão ~(P∧(~Q))↔(Q∨(~P)) é uma tautologia.

Comentários:

Devemos verificar se a bicondicional **~(P∧(~Q))↔(Q∨(~P))** é uma tautologia.

Observe que a primeira parcela, dada por **~(P∧(~Q))**, é a negação de uma conjunção. Para negar uma conjunção, podemos utilizar **De Morgan**: **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Ficamos com:

~(P∧(~Q)) ≡ ((~P)∨~(~Q))

A dupla negação da proposição simples **Q** corresponde à proposição original. Logo, temos:

~(P∧(~Q)) ≡ ((~P)∨Q)

Substituindo na bicondicional a parcela **~(P∧(~Q))** pelo equivalente **((~P)∨Q)**, ficamos com:

((~P)∨Q)↔(Q∨(~P))

Pela **propriedade comutativa**, note que podemos trocar de posição as parcelas da disjunção inclusiva **(Q∨(~P))**, ficando com **((~P)∨Q)**. Portanto, a bicondicional original pode ser reescrita da seguinte forma:

((~P)∨Q)↔((~P)∨Q)

Sabemos que, para a bicondicional ser verdadeira, ambas **as parcelas devem apresentar o mesmo valor lógico**.

Como a bicondicional em questão apresenta **duas parcelas iguais**, então essa bicondicional **sempre apresentará o mesmo valor lógico nas duas parcelas**. Consequentemente, a bicondicional em questão será **sempre verdadeira**. Logo, é **correto** afirmar que a bicondicional é uma **tautologia**.

Gabarito: CERTO.

2.(CESPE/EMAP/2018) Julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional e de argumentação.

Se P e Q são proposições lógicas simples, então a proposição composta S = [P→Q] ↔ [QV(~P)] é uma tautologia, isto é, independentemente dos valores lógicos V ou F atribuídos a P e Q, o valor lógico de S será sempre V

Comentários:

Poderíamos resolver essa questão por **tabela-verdade** ou **provando por absurdo**. Observe, porém, que o lado direito da bicondicional **[Qv(~P)]**, pela **propriedade comutativa**, pode ser reescrito por:

[(~P)vQ]

Para transformar a disjunção inclusiva em uma condicional, podemos usar a equivalência **pVq ≡~p→q.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela condicional (→); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Aplicando-se para o caso em questão, temos:

[~(~P)→Q]

A dupla negação corresponde à proposição original. Ficamos com:

[P→Q]

Observe então que o lado direito da bicondicional é a condicional acima, de modo que podemos reescrever a nossa bicondicional como:

[P→Q] ↔ [P→Q]

Como os dois lados da bicondicional sempre vão apresentar o mesmo valor, essa bicondicional é sempre verdadeira e, portanto, trata-se de uma tautologia.

Gabarito: CERTO.

3.(CESPE/BACEN/2013) P1: O governo quer que a ferrovia seja construída, há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção e não haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação.

A negação da proposição P1 estará corretamente expressa por "O governo não quer que a ferrovia seja construída, não há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção ou haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

g: " O governo quer que a ferrovia seja construída."

i: "Há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção."

d: "Haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação."

Note que a proposição **P1** pode ser descrita por **$g \wedge i \wedge \sim d$.** Observe, também, que a primeira conjunção tem o conectivo "e" omitido:

$g \wedge i \wedge \sim d$: "**[**O governo quer que a ferrovia seja construída**]**, **[**há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção**]** **e** **[não** haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação**]**."

A negação de **P1** pode ser pode ser desenvolvida por De Morgan, pois temos conjunções nessa proposição composta. Pela **propriedade associativa**, podemos separar a proposição **P1** em duas parcelas, sendo essa separação indiferente. Vamos então separar **P1** como **$(g \wedge i) \wedge \sim d$.**

Para negar essa conjunção composta pelas parcelas **$(g \wedge i)$** e **$\sim d$**, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção ($\wedge$) pela disjunção inclusiva ($\vee$).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Temos:

$$\sim[(g \wedge i) \wedge \sim d] \equiv \sim (g \wedge i) \vee \sim(\sim d)$$

A dupla negação corresponde à proposição original. Logo, ficamos com:

$$\sim[(g \wedge i) \wedge \sim d] \equiv \sim(g \wedge i) \vee d$$

A parcela **$\sim(g \wedge i)$** pode ser desenvolvida novamente por De Morgan: **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Temos:

$$\sim[(g \wedge i) \wedge \sim d] \equiv (\sim g \vee \sim i) \vee d$$

Pela propriedade associativa, podemos remover os parênteses de **$[(g \wedge i) \wedge \sim d]$** e de **$(\sim g \vee \sim i) \vee d$**. Ficamos com:

$$\sim[g \wedge i \wedge \sim d] \equiv \sim g \vee \sim i \vee d$$

Podemos descrever a **negação** de **P1** proposição como:

$\sim g \vee \sim i \vee$ d: "**[**O governo **não** quer que a ferrovia seja construída**]** **ou** **[não** há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção**]** **ou** **[**haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação**]**."

A proposição que obtivemos difere da apresentada na assertiva somente pelo primeiro **ou**, que não é apresentado no item a ser julgado como certo errado. **No lugar desse conectivo é apresentada uma vírgula**. Veja:

"[O governo **não** quer que a ferrovia seja construída]**,** [**não** há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção] **ou** [haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação]."

Nesse caso, a banca quis que a vírgula fosse interpretada como um "ou". Na proposição original **P1**, a vírgula funcionou como um conectivo "e" porque havia um conectivo "e" ao final da proposição composta. Já na negação, a banca entendeu que vírgula funcionou como um conectivo "ou" porque havia um conectivo "ou" ao final da proposição composta. O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Gabarito: CERTO.

4.(CESPE/SEFAZ RS/2018) Se P, Q e R são proposições simples, então a proposição ¬[P→(Q→R)] é equivalente a

a) (R→Q)→P

b) (~P)→[(~Q)→(~R)].

c) (~P)∧Q∧R

d) P∧Q∧(~R).

e) (~P)→(Q→R)

Comentários:

Podemos desenvolver a proposição ~**[P→(Q→R)]** realizando a negação da condicional formada pelo antecedente **P** e pelo consequente **(Q→R)**.

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Aplicando essa equivalência em **~[P→(Q→R)]**, devemos manter **P,** tocar a primeira condicional por uma conjunção e negar **(Q→R)**:

$$\sim[P\rightarrow (Q\rightarrow R)] \equiv P\wedge[\sim(Q\rightarrow R)]$$

A segunda parcela da conjunção obtida, **~(Q→R)**, também é a negação de uma condicional. Portanto, podemos aplicar a mesma equivalência nessa parcela:

$$\sim[P\rightarrow(Q\rightarrow R)] \equiv P\wedge[Q\wedge(\sim R)]$$

A equivalência obtida corresponde à alternativa D, que não apresenta os colchetes. Isso porque, pela **propriedade associativa**, podemos executar as conjunções em qualquer ordem.

Gabarito: Letra D.

5.(CESPE/PF/2018) As proposições P, Q e R a seguir referem-se a um ilícito penal envolvendo João, Carlos, Paulo e Maria:

P: "João e Carlos não são culpados".

Q: "Paulo não é mentiroso".

R: "Maria é inocente".

Considerando que ~X representa a negação da proposição X, julgue o item a seguir.

Independentemente de quem seja culpado, a proposição {P→(¬Q)}→{QV[(¬Q)VR]} será sempre verdadeira, isto é, será uma tautologia.

Comentários:

Primeiramente, vale notar que a construção da **tabela-verdade** é uma solução possível. Veja que, de fato, a proposição em questão será sempre verdadeira, isto é, uma tautologia.

P	Q	R	~Q	P →~Q	~Q v R	Q v [~Q v R]	{P →~Q}→{Q v [~Q v R]}
V	V	V	F	F	V	V	V
V	V	F	F	F	F	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Vamos agora resolver de uma outra forma. Observe a proposição composta sugerida pelo enunciado:

{P→(~Q)}→{QV[(~Q)VR]}

Podemos aplicar a **propriedade associativa** no consequente **{QV[(~Q)VR]}**, obtendo:

(QV~Q)VR

Observe que **(QV~Q)** é uma tautologia, pois se trata de uma disjunção inclusiva em que necessariamente uma das duas parcelas é verdadeira. Isso significa que o nosso consequente fica:

t ∨ **R**

Observe que **t** $\vee$ **R** é uma disjunção inclusiva com um dos termos sempre verdadeiro **t**. Trata-se de uma tautologia. O nosso consequente fica:

$$\mathbf{t}$$

Finalmente, a condicional fica:

$$\{P\rightarrow(\sim Q)\}\rightarrow \mathbf{t}$$

O fato do consequente da condicional ser sempre verdadeiro garante que tal condicional é sempre verdadeira, pois o **único caso** em que uma **condicional é falsa** é quando o **antecedente é V** e o **consequente é F**. Temos, então, uma **tautologia**.

Caso não tivéssemos percebido isso, poderíamos continuar desenvolvendo a expressão. Utilizando a equivalência entre condicional e disjunção inclusiva, dada por $\mathbf{p\rightarrow q \equiv \sim p \vee q}$, teríamos:

$$\sim\{P\rightarrow(\sim Q)\}\vee \mathbf{t}$$

Novamente, observe que temos uma disjunção inclusiva com um dos termos sempre verdadeiro (**t**). Trata-se de uma **tautologia**.

Gabarito: CERTO.

6.(CESPE/PF/2018) As proposições P, Q e R a seguir referem-se a um ilícito penal envolvendo João, Carlos, Paulo e Maria:

P: "João e Carlos não são culpados".

Q: "Paulo não é mentiroso".

R: "Maria é inocente".

Considerando que ~X representa a negação da proposição X, julgue o item a seguir.

As proposições $P\wedge(\sim Q)\rightarrow(\sim R)$ e $R\rightarrow[Q\wedge(\sim P)]$ são equivalentes.

Comentários:

Primeiramente, vale notar que a construção da **tabela-verdade** é uma solução possível. Veja que, ao colocar as duas proposições compostas em uma mesma tabela, percebe-se que elas não são equivalentes, pois seus valores são diferentes na primeira e na sétima linha.

P	Q	R	~P	~Q	~R	P∧~Q	Q∧~P	[P∧~Q]→~R	R→[Q∧~P]
V	V	V	F	F	F	F	F	V	F
V	V	F	F	F	V	F	F	V	V
V	F	V	F	V	F	V	F	F	F
V	F	F	F	V	V	V	F	V	V
F	V	V	V	F	F	F	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	F	F	F	V	F
F	F	F	V	V	V	F	F	V	V

Vamos agora resolver de outra forma.

A questão pergunta sobre a equivalência entre duas condicionais. Isso nos faz lembrar da contrapositiva **p→q ≡ ~q→~p.** Vamos aplicar essa equivalência na primeira proposição:

P∧(~Q)→(~R) ≡ ~(~R) → ~[P∧(~Q)]

A dupla negação **~(~R)** corresponde à proposição original **R**, logo:

P∧(~Q)→(~R) ≡ R → ~[P∧(~Q)]

Aplicando De Morgan em **~[P∧(~Q)]**, ficamos com:

P∧(~Q)→(~R) ≡ R → [(~P)∨Q]

Para melhor visualização, aplicaremos a **propriedade comutativa** em **~P∨Q**:

P∧(~Q)→(~R) ≡ R → [Q∨(~P)]

Perceba que a questão apresentou **R → [Q∧(~P)]** como equivalente a **P∧(~Q)→(~R)**, tornando a assertiva errada.

Gabarito: ERRADO.

7.(CESPE/TRE-GO/2015)

Q: Se L for um número natural divisível por 3 e por 5, então L será divisível por 15.

Julgue o item que se segue, acerca de lógica proposicional.

Se L for um número natural e se U, V e W forem as seguintes proposições:

U: " é divisível por 3";

V: "é divisível por 5";

W: "é divisível por 15";

então a proposição ¬Q, a negação de Q, poderá ser corretamente expressa por U∧V∧(¬W).

Comentários:

Q é uma condicional que pode ser escrita do seguinte modo:

(U∧ V) → W

Para resolver a questão, podemos construir a tabela-verdade da **negação** de **(U∧ V) → W** e comparar com **U∧V∧(¬W).**

Veja, na tabela abaixo, que de fato a **negação** da proposição sugerida pode ser expressa por **U∧V∧(¬W)**, pois elas apresentam a mesma tabela-verdade. O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

U	V	W	~W	U∧V	U∧V→W	~[U∧V→W]	[U∧V]∧~W
V	V	V	F	V	V	F	F
V	V	F	V	V	F	V	V
V	F	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	F	V	F	F
F	F	V	F	F	V	F	F
F	F	F	V	F	V	F	F

Uma outra forma de resolver é utilizando equivalências lógicas. Para negar **Q,** devemos negar a condicional acima. Assim, utilizaremos a equivalência **~(p→ q) ≡ p∧~ q.**

~ [(U∧ V) → W] ≡ (U∧ V) ∧ (~W)

Sabemos que, pela **propriedade associativa**, a ordem de execução das três conjunções do lado direito é indiferente. Logo, podemos representar:

~ [(U∧ V) → W] ≡ U∧ V ∧ (~W)

Logo, **~Q** pode ser expressa por **U∧ V ∧ (~W).**

Gabarito: CERTO.

8.(CESPE/TJ SE/2014) Julgue o próximo item, considerando os conectivos lógicos usuais ¬, ∧, ∨, →, ↔ e que P, Q e R representam proposições lógicas simples.

A proposição [P→(Q∧R)]↔{[(¬P)∨Q]∧[(¬P)∨R]} é uma tautologia.

Comentários:

Primeiramente, vale notar que a construção da **tabela-verdade** é uma solução possível. Ocorre que essa não é a melhor forma de se resolver a questão, pois levaria mais tempo.

Vamos resolver o problema por **álgebra de proposições**.

Utilizando a equivalência **p→q ≡ ~pVq**, o lado direito da bicondicional, **[P→(Q∧R)]**, pode ser descrito por **~PV(Q∧R)**.

Já no lado esquerdo da bicondicional, dado por **(~PVQ)∧(~PVR)**, podemos colocar "**~PV**" em evidência (**propriedade distributiva**):

(~PVQ)∧(~PVR) ≡ ~PV(Q∧R)

Veja, portanto, que tanto o lado direito quanto o lado esquerdo da bicondicional correspondem a **~PV(Q∧R)**. Temos uma bicondicional em que ambos os lados terão sempre o mesmo valor lógico. Como essa bicondicional será sempre verdadeira, temos uma tautologia.

Gabarito: CERTO.

9.(CESPE/AFT/2013)

P	Q	R	S
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

A tabela acima corresponde ao início da construção da tabela-verdade da proposição S, composta das proposições simples P, Q e R. Julgue o item seguinte a respeito da tabela-verdade de S.

Se S = (P∧Q)V(P∧R), então a última coluna da tabela-verdade de S conterá, de cima para baixo e na ordem em que aparecem, os seguintes elementos: V, F, V, V, F, V, F e F.

Comentários:

Pessoal, é claro que uma das formas de resolver a questão é construindo a **tabela-verdade**. Ocorre que, ao "bater o olho" em **(P∧Q)V(P∧R)**, é importante que você já perceba que podemos colocar "**P∧**" em evidência:

(P∧Q)V(P∧R) ≡ P∧(QVR)

Note, portanto, que temos uma conjunção entre **P** e **(QVR)**. Para a conjunção ser verdadeira, tanto **P** quanto **(QVR)** devem ser verdadeiras.

Analisando a assertiva, veja que ela sugere que a sexta linha é verdadeira: **V, F, V, V, F, V, F e F**. Note que na sexta linha temos **P** falso, logo, a conjunção de **P** com **(QVR)** é falsa, não verdadeira. O gabarito, portanto, é ERRADO.

Gabarito: ERRADO.

10.(CESPE/CADE/2014) Considerando os conectivos lógicos usuais e que as letras maiúsculas representem proposições lógicas simples, julgue o item seguinte acerca da lógica proposicional.

A proposição $[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [Q \land (R \lor S)] \lor [(P \land R) \lor (P \land S)]$ é uma tautologia.

Comentários:

Observe que temos quatro proposições simples nessa questão. Realizar a **tabela-verdade** resultaria em **16 linhas e muitas colunas**, sendo inviável gastar esse tempo com uma única questão em uma prova de certo e errado. A melhor solução para esse problema é utilizar álgebra de proposições.

Propriedade **distributiva** "colocando $P\land$ em evidência":

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [Q \land (R \lor S)] \lor [(P \land R) \lor (P \land S)]$$

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [Q \land (R \lor S)] \lor [P \land (R \lor S)]$$

Aplicação da propriedade **comutativa** duas vezes:

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [Q \land (R \lor S)] \lor [P \land (R \lor S)]$$

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [(R \lor S) \land Q] \lor [(R \lor S) \land P]$$

Propriedade **distributiva** colocando "$(R \lor S)\land$" em evidência:

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [(R \lor S) \land Q] \lor [(R \lor S) \land P]$$

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [(R \lor S) \land (Q \lor P)]$$

Já podemos perceber que ambos os lados da bicondicional tem as mesmas proposições simples, bastando realizar a propriedade **comutativa** em alguns termos.

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [(R \lor S) \land (Q \lor P)]$$

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [(R \lor S) \land (P \lor Q)]$$

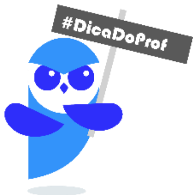
$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [(P \lor Q) \land (R \lor S)]$$

Como a bicondicional apresentada apresenta dois termos iguais, eles sempre apresentarão o mesmo valor lógico. Sendo assim, a bicondicional sempre será verdadeira, tratando-se de uma tautologia.

Gabarito: CERTO.

LISTA DE QUESTÕES – CEBRASPE

Equivalências lógicas



As questões estão divididas em cinco tópicos:

- **Equivalências fundamentais**
- **Negações lógicas**
- **Questões com mais de um item**
- **Questões com mais de uma equivalência**
- **Outras equivalências e negações**

Equivalências fundamentais

1.(CESPE/SERPRO/2023) P4: Se não há prova sem nome nos arquivos do professor, então o aluno não se esqueceu de colocar seu nome na prova.

A proposição P4 é equivalente a "Se o aluno não se esqueceu de colocar seu nome na prova, então não há prova sem nome nos arquivos do professor".

2.(CESPE/PC DF/2021) Com relação a estruturas lógicas, lógica de argumentação e lógica proposicional, julgue o item subsequente.

A proposição "Se Paulo está mentindo, então Maria não está mentindo" é equivalente à proposição "Se Maria está mentindo, então Paulo não está mentindo".

3.(CESPE/PM TO/2021) A proposição "Se André é culpado então Bruno não é suspeito" é equivalente à

a) "Se Bruno é suspeito então André é inocente".

b) "Se Bruno não é suspeito então André é culpado".

c) "Se Bruno é suspeito então André não é inocente".

d) "Se André é inocente então Bruno é culpado".

e) "Se André não é culpado então Bruno é suspeito".

4.(CESPE/SEFAZ AL/2020) P: "Se o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem.".

A proposição P é equivalente à proposição "Se os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem, então o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa não fica prejudicado."

5.(CESPE/EMAP/2018) Julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional e de argumentação.

A proposição "Se Sônia é baixa, então Sônia pratica ginástica olímpica." é logicamente equivalente à sentença "Se Sônia é alta, então Sônia não pratica ginástica olímpica."

6.(CESPE/PF/2018) P: "A nomeação do novo servidor público ocorre para reposição de vacância em área essencial, ou o candidato aprovado não será nomeado".

A proposição P é logicamente equivalente à proposição: "Se não for para reposição de vacância em área essencial, então o candidato aprovado não será nomeado".

7.(CESPE/ANVISA/2016) Considerando os símbolos normalmente usados para representar os conectivos lógicos, julgue os itens seguintes, relativos a lógica proposicional e à lógica de argumentação. Nesse sentido, considere, ainda, que as proposições lógicas simples sejam representadas por letras maiúsculas.

A sentença "Alberto é advogado, pois Bruno não é arquiteto" é logicamente equivalente à sentença "Bruno é arquiteto, pois Alberto não é advogado".

8.(CESPE/TRE-GO/2015) P: Se L for um triângulo retângulo em que a medida da hipotenusa seja igual a c e os catetos meçam a e b, então $c^2 = a^2 + b^2$.

Julgue o item que se segue, acerca de lógica proposicional.

A proposição P será equivalente à proposição $(\neg R) \vee S$, desde que R e S sejam proposições convenientemente escolhidas.

9.(CESPE/TJ-SE/2014) Considerando que P seja a proposição “Se os seres humanos soubessem se comportar, haveria menos conflitos entre os povos”, julgue o item seguinte.

A proposição P é logicamente equivalente à proposição “Se houvesse menos conflitos entre os povos, os seres humanos saberiam se comportar”.

10.(CESPE/MDIC/2014) A proposição “Se o interessado der três passos, alugará a pouca distância uma loja por um valor baixo” é equivalente à proposição “Se o interessado não der três passos, não alugará a pouca distância uma loja por um valor baixo”.

11.(CESPE/CEF/2014) Considerando a proposição “Se Paulo não foi ao banco, ele está sem dinheiro”, julgue o item seguinte.

A proposição em apreço equivale à proposição “Paulo foi ao banco e está sem dinheiro”.

12.(CESPE/CAM DEP/2014) C: O candidato X me dará um agrado antes da eleição ou serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer depois de eleito.

A proposição C é equivalente à seguinte proposição: “Se o candidato X não me der um agrado antes da eleição, serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer após ser eleito”.

13.(CESPE/TRT17/2013) Considerando a proposição P: “Se estiver sob pressão dos corruptores ou diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido, aquele funcionário público será leniente com a fraude ou dela participará”, julgue o item seguinte relativo à lógica sentencial.

A proposição P é equivalente a “Se aquele funcionário público foi leniente com a fraude ou dela participou, então esteve sob pressão dos corruptores ou diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido”.

Negações lógicas

14. (CESPE/POLC AL/2023) Considerando os conectivos lógicos usuais e assumindo que as letras maiúsculas representam proposições lógicas, julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional.

A negação da sentença "Se eu me alimento de forma saudável, então terei uma boa qualidade de vida no período da terceira idade" corresponde à sentença "Se eu não me alimento de forma saudável, então não terei uma boa qualidade de vida no período da terceira idade".

15.(CESPE/SERPRO/2023) P6: Se a assinatura do aluno não consta da lista de presença do dia da prova, então o aluno não fez a prova.

A negação da proposição P6 pode ser corretamente expressa por "a assinatura do aluno não consta da lista de presença do dia da prova, mas o aluno não deixou de fazer a prova".

16.(CESPE/TRT 8/2023) Considere-se a seguinte proposição P.

P: "O juiz atendeu ao pedido do promotor e determinou a suspensão do porte de arma do suspeito."

Assinale a opção que indica corretamente a negação da proposição P:

a) O juiz não atendeu ao pedido do promotor ou não determinou a suspensão do porte de arma do suspeito.

b) O juiz atendeu ao pedido do promotor, mas não determinou a suspensão do porte de arma do suspeito.

c) Ou o juiz não atendeu ao pedido do promotor ou não determinou a suspensão do porte de arma do suspeito.

d) O juiz não atendeu ao pedido do promotor, mas determinou a suspensão do porte de arma do suspeito.

e) O juiz não atendeu ao pedido do promotor e não determinou a suspensão do porte de arma do suspeito.

17. (CESPE/EMPREL/2023) O diálogo a seguir apresenta uma discussão sobre futebol.

Alvin: Seu time é muito ruim...

Bruno: Você está errado, pois meu time é multicampeão de inúmeros torneios.

Alvin: [seu time] nunca foi campeão da Champions League.

Bruno: [meu time] foi campeão da Champions League todas as vezes que disputou esse campeonato.

Assinale a opção que apresenta corretamente uma negação da proposição "Se nunca foi campeão da Champions League, seu time é muito ruim".

a) Se sempre foi campeão da Champions League, seu time é muito bom.

b) Se nunca foi campeão da Champions League, seu time não é muito ruim.

c) Se seu time não é muito ruim, ele sempre foi campeão da Champions League.

d) Nunca foi campeão da Champions League, mas seu time não é muito ruim.

e) Mesmo seu time sendo muito bom, ele nunca será campeão da Champions League.

18.(CESPE/SERPRO/2023) A negação da proposição "o aluno deixou de fazer a prova, esqueceu-se de colocar seu nome na prova ou o professor perdeu a prova dele" pode ser corretamente expressa por "o aluno não deixou de fazer a prova, não se esqueceu de colocar seu nome na prova e o professor não perdeu a prova dele".

19.(CESPE/TJ CE/2023) Supondo que P represente a afirmação "Há 250 artigos na constituição brasileira" e que Q seja a afirmação "No Brasil existem mais de 34 mil leis", assinale a opção em que é apresentada a simbolização correta para a afirmação "Não há 250 artigos na constituição brasileira e no Brasil não existem mais de 34 mil leis".

a) $\sim(P \vee Q)$

b) $\sim(P \rightarrow Q)$

c) $\sim(P \wedge Q)$

d) $\sim P \wedge Q$

e) $\sim P \vee \sim Q$

20.(CESPE/PC RO/2022) Assinale a opção que apresenta a negação da proposição "o candidato subestimou a inteligência dos adversários e não gostou do que viu".

a) O candidato não subestimou a inteligência dos adversários e gostou do que viu.

b) O candidato superestimou a inteligência dos adversários ou gostou do que viu.

c) O candidato não subestimou a inteligência dos adversários e não gostou do que viu.

d) O candidato não subestimou a inteligência dos adversários ou gostou do que viu.

e) O candidato não subestimou a inteligência dos adversários ou não gostou do que viu.

21.(CESPE/PC RO/2022) P: Se não houver uma virada nos números, nem uma situação de empate técnico, não há concessão possível.

Assinale a opção que apresenta uma forma correta de negar a proposição P.

a) Se houver uma virada nos números ou uma situação de empate técnico, há concessão possível.

b) Não há uma virada nos números, nem uma situação de empate técnico, mas há concessão possível.

c) Se houver uma virada nos números e uma situação de empate técnico, há concessão possível.

d) Se não houver concessão possível, não há uma virada nos números, nem uma situação de empate técnico.

e) Há uma virada nos números ou uma situação de empate técnico, mas não há concessão possível.

22.(CESPE/MP TCE-SC/2022) P2: Nunca serei bom, e isso não é mau.

A proposição P2 é equivalente à negação de "se nunca serei bom, isso é mau".

23. (CESPE/INSS/2022) A negação da proposição "meu filho lembrou-se de mim e quer ser lembrado por mim" pode ser expressa por "meu filho não se lembrou de mim nem quer ser lembrado por mim".

24.(CESPE/PETROBRAS/2022) Acerca de lógica matemática, julgue o item a seguir.

A negativa da sentença composta "Se o preço está elevado, então a compra não será realizada." é "O preço está elevado e a compra será realizada.".

25.(CESPE/PC PB/2022) Assinale a opção que apresenta uma proposição que seja logicamente equivalente à negação da seguinte proposição: "Se João participar do concurso e discursar, ele será premiado".

a) "Se João não participar do concurso e não discursar, ele não será premiado".

b) "Se João não participar do concurso e não discursar, ele será premiado".

c) "João participará do concurso e discursará, mas ele não será premiado".

d) "João não será premiado, não participará do concurso ou não discursará".

e) "João participará do concurso, discursará e será premiado".

26.(CESPE/TC-DF/2021) Considerando que P e Q sejam, respectivamente, as proposições "Ausência de evidência de um crime não é evidência da ausência do crime." e "Se não há evidência, não há crime.", julgue a seguir.

A negação da proposição Q pode ser corretamente expressa por "Não há evidência, mas há crime.".

27.(CESPE/SEFAZ-AL/2020) A negação da proposição "Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem." é corretamente expressa por "Os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor não padecem."

28.(CESPE/COGE-CE/2019) P1: Se os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista ou se a obra foi superfaturada, então a prestação de contas da prefeitura não foi aprovada.

Assinale a opção correspondente à proposição equivalente à negação da proposição P1.

a) "Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista ou a obra foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada".

b) "Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada".

c) "Os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada".

d) "Se os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada, então a prestação de contas da prefeitura foi aprovada".

e) "Se a prestação de contas da prefeitura foi aprovada, então os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada".

29.(CESPE/SEFAZ-RS/2018) A negação da proposição "O IPTU, eu pago parcelado; o IPVA, eu pago em parcela única" pode ser escrita como

a) "Eu pago o IPTU em parcela única ou pago o IPVA parcelado".

b) "Eu não pago o IPTU parcelado e não pago o IPVA em parcela única".

c) "Eu não pago o IPTU parcelado e pago o IPVA parcelado".

d) "Eu não pago o IPTU parcelado ou não pago o IPVA em parcela única".

e) "Eu pago o IPTU em parcela única e pago o IPVA parcelado".

30.(CESPE/PC MA/2018) A qualidade da educação dos jovens sobe ou a sensação de segurança da sociedade diminui.

Assinale a opção que apresenta uma proposição que constitui uma negação da proposição.

a) A qualidade da educação dos jovens não sobe e a sensação de segurança da sociedade não diminui.

b) A qualidade da educação dos jovens desce ou a sensação de segurança da sociedade aumenta.

c) A qualidade da educação dos jovens não sobe ou a sensação de segurança da sociedade não diminui.

d) A qualidade da educação dos jovens sobe e a sensação de segurança da sociedade diminui.

e) A qualidade da educação dos jovens diminui ou a sensação de segurança da sociedade sobe.

31.(CESPE/EBSERH/2018) A respeito de lógica proposicional, julgue o item que se segue.

A negação da proposição "Se o fogo for desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico, será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma." é equivalente à proposição "O fogo foi desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico e não será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma."

32.(CESPE/ANVISA/2016) Julgue o seguinte item, relativo a raciocínio lógico, a princípios de contagem e probabilidade e a operações com conjuntos.

A sentença "Se João tem problemas cardíacos, então ele toma remédios que controlam a pressão." pode ser corretamente negada pela sentença "João tem problemas cardíacos e ele não toma remédios que controlam a pressão".

33.(CESPE/MPOG/2015) Considerando a proposição P: "Se João se esforçar o bastante, então João conseguirá o que desejar", julgue o item a seguir.

A negação da proposição P pode ser corretamente expressa por "João não se esforçou o bastante, mas, mesmo assim, conseguiu o que desejava".

34.(CESPE/MEC/2014) A negação da proposição "O candidato é pós-graduado ou sabe falar inglês" pode ser corretamente expressa por "O candidato não é pós-graduado nem sabe falar inglês".

35.(CESPE/MDIC/2014) A negação da proposição "A Brasil Central é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade e lá o preço dos aluguéis é alto" está corretamente expressa por "A Brasil Central não é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade ou lá o preço dos aluguéis não é alto".

36.(CESPE/TRE MS/2013) A negação da proposição "Crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo" é equivalente a

a) Crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários ou não é um mau negócio para o mundo.

b) Não crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo.

c) Não crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo.

d) Não crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, nem um mau negócio para o mundo.

e) Crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, nem um mau negócio para o mundo.

37.(CESPE/SERPRO/2013) A negação da proposição "O síndico troca de carro ou reforma seu apartamento" pode ser corretamente expressa por "O síndico não troca de carro nem reforma seu apartamento".

Questões com mais de um item

Texto para as próximas questões

Considere as proposições P1, P2 e P3 a seguir e a conclusão C subsequente.

P1: "Se o fiador toma uma decisão que prejudica as finanças do devedor, este fica sem condições de pagar a dívida."

P2: "Se o devedor fica sem condições de pagar a dívida, o fiador é chamado a quitar o débito."

P3: "Se o fiador é chamado a quitar o débito, suas finanças ficam prejudicadas."

C: "Se o fiador toma uma decisão que prejudica as finanças do devedor, as finanças do fiador ficam prejudicadas."

Tendo como referência essas proposições e a referida conclusão, julgue o item a seguir, à luz da lógica sentencial.

38. (CESPE/MP TCE-SC/2022) A proposição P3 é logicamente equivalente a "Se as finanças do fiador não ficam prejudicadas, ele não é chamado a quitar o débito.".

39.(CESPE/MP TCE-SC/2022) "O fiador é chamado a quitar o débito, mas suas finanças não ficam prejudicadas." é uma maneira adequada de se negar a proposição P3.

Texto para as próximas questões

P: "Eu aceito o risco ou perco a chance".

Acerca da proposição P, julgue o item a seguir.

40.(CESPE/BNB/2022) A proposição "Se aceito o risco, perco a chance" é equivalente a P.

41.(CESPE/BNB/2022) A proposição "Se perco a chance, aceito o risco" é equivalente a P.

42.(CESPE/BNB/2022) A proposição "Se não aceito o risco, perco a chance" é equivalente a P.

43.(CESPE/BNB/2022) A proposição "Se não perco a chance, aceito o risco" é equivalente a P.

44.(CESPE/BNB/2022) A proposição "Eu não aceito o risco e não perco a chance" é equivalente a P.

Texto para as próximas questões

Considere as proposições lógicas P e Q, a seguir, a respeito de um condômino chamado Marcos.

P: "Se Marcos figura no quadro de associados e está com os pagamentos em dia, então ele tem direito a receber os benefícios providos pela associação de moradores de seu condomínio."·

Q: "Marcos não figura no quadro de associados, mas ele está com os pagamentos em dia."

Tendo como referência essas proposições, julgue os itens a seguir.

45.(CESPE/SEFAZ AL/2021) Considerando-se verdadeira a proposição P, é correto concluir que, se Marcos não tem direito a receber os benefícios providos pela associação de moradores de seu condomínio, então, necessariamente, ele não figura no quadro de associados nem está com os pagamentos em dia.

46.(CESPE/SEFAZ AL/2021) A proposição P é equivalente à proposição "Se Marcos não figura no quadro de associados ou não está com os pagamentos em dia, então ele não tem direito a receber os benefícios providos pela associação de moradores de seu condomínio.".

47.(CESPE/SEFAZ AL/2021) A proposição P é equivalente à proposição "Se Marcos tem direito a receber os benefícios providos pela associação de moradores de seu condomínio, então ele figura no quadro de associados e está com os pagamentos em dia.".

48.(CESPE/SEFAZ AL/2021) A proposição Q é uma negação da proposição "Se Marcos está com os pagamentos em dia, então ele figura no quadro de associados.".

Texto para as próximas questões

P1: Se a fiscalização foi deficiente, as falhas construtivas não foram corrigidas.

P2: Se as falhas construtivas foram corrigidas, os mutuários não tiveram prejuízos.

P3: A fiscalização foi deficiente.

C: Os mutuários tiveram prejuízos.

Considerando um argumento formado pelas proposições precedentes, em que C é a conclusão, e P1 a P3 são as premissas, julgue os itens a seguir.

49. (CESPE/PF/2021) A proposição P1 é equivalente a "Não é verdade que a fiscalização foi deficiente e que as falhas construtivas foram corrigidas".

50.(CESPE/PF/2021) Uma negação correta da proposição P1 pode ser expressa por: "Se a fiscalização não foi deficiente, as falhas construtivas foram corrigidas".

51.(CESPE/PF/2021) A proposição P2 é equivalente a "Se as falhas construtivas não foram corrigidas, os mutuários tiveram prejuízos".

Texto para as próximas questões

Julgue os seguintes itens, considerando a proposição P: "Se o responsável pela indicação fizer sua parte e seus aliados trabalharem duro, vencerão.".

52. (CESPE/MJSP/2021) A proposição P é equivalente a "Se não vencermos, o responsável pela indicação não terá feito sua parte ou seus aliados não terão trabalhado duro.".

53. (CESPE/MJSP/2021) A negação da proposição P pode ser expressa por "Se o responsável pela indicação não fizer sua parte ou seus aliados não trabalharem duro, não vencerão.".

Texto para as próximas questões

Considerando a proposição P: "Se o servidor gosta do que faz, então o cidadão-cliente fica satisfeito", julgue os itens a seguir.

54.(CESPE/SEFAZ DF/2020) A proposição P é logicamente equivalente à seguinte proposição: "Se o cidadão-cliente não fica satisfeito, então o servidor não gosta do que faz".

55.(CESPE/SEFAZ DF/2020) A proposição "O servidor não gosta do que faz, ou o cidadão-cliente não fica satisfeito" é uma maneira correta de negar a proposição P.

Texto para as próximas questões

Julgue os itens, considerando a proposição P a seguir.

P: "O bom jornalista não faz reportagem em benefício próprio nem deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses".

56.(CESPE/PF/2018) A proposição P é logicamente equivalente à proposição: "Não é verdade que o bom jornalista faça reportagem em benefício próprio ou que deixe de fazer aquela que prejudique seus interesses".

57.(CESPE/PF/2018) A negação da proposição P está corretamente expressa por: "O bom jornalista faz reportagem em benefício próprio e deixa de fazer aquela que não prejudique seus interesses".

58.(CESPE/PF/2018) A negação da proposição P está corretamente expressa por: "Se o bom jornalista não faz reportagem em benefício próprio, então ele deixa de fazer aquela reportagem que prejudica seus interesses".

Texto para as próximas questões

Considerando a proposição P: "Se João se esforçar o bastante, então João conseguirá o que desejar", julgue os itens a seguir.

59.(CESPE/MPOG/2015) A proposição "João não se esforça o bastante ou João conseguirá o que desejar" é logicamente equivalente à proposição P.

60.(CESPE/MPOG/2015) A proposição "Se João não conseguiu o que desejava, então João não se esforçou o bastante" é logicamente equivalente à proposição P.

Texto para as próximas questões

Considere a proposição P a seguir.

P: Se não condenarmos a corrupção por ser imoral ou não a condenarmos por corroer a legitimidade da democracia, a condenaremos por motivos econômicos.

Tendo como referência a proposição apresentada, julgue os itens seguintes.

61.(CESPE/TC-DF/2014) A proposição P é logicamente equivalente à proposição "Se não condenarmos a corrupção por motivos econômicos, a condenaremos por ser imoral e por corroer a legitimidade da democracia".

62.(CESPE/TC-DF/2014) A proposição P é logicamente equivalente à proposição "Condenaremos a corrupção por ser imoral ou por corroer a legitimidade da democracia ou por motivos econômicos".

Questões com mais de uma equivalência

63.(CESPE/PC PB/2022) Assinale a opção que apresenta uma proposição que seja logicamente equivalente à seguinte proposição: "Se uma pessoa gosta de nadar e está de férias, ela vai ao clube".

a) "Se uma pessoa não vai ao clube, ela não gosta de nadar ou não está de férias".

b) "Se uma pessoa não gosta de nadar e não está de férias, ela não vai ao clube".

c) "Se uma pessoa não gosta de nadar ou não está de férias, ela não vai ao clube".

d) "Se uma pessoa gosta de nadar, ela está de férias e vai ao clube".

e) "Se uma pessoa vai ao clube, ela gosta de nadar e está de férias".

64.(CESPE/PC RO/2022) P: Se não houver uma virada nos números, nem uma situação de empate técnico, não há concessão possível.

Assinale a opção que apresenta uma proposição logicamente equivalente à proposição P.

a) Se há concessão possível, houve uma virada nos números ou uma situação de empate técnico.

b) Se houver uma virada nos números ou uma situação de empate técnico, há concessão possível.

c) Dado que não há concessão possível, não houve uma virada nos números, nem uma situação de empate técnico.

d) Não há uma virada nos números, nem uma situação de empate técnico, ou não há concessão possível.

e) Não há uma virada nos números, nem uma situação de empate técnico, mas há concessão possível.

65.(CESPE/DEPEN/2021) Com relação a lógica proposicional, julgue o item a seguir.

Considere as seguintes proposições

p: "Paola é feliz";

q: "Paola pinta um quadro".

Assim, a proposição "Paola é feliz apenas se ela pinta um quadro" pode ser representada por $\sim(p \wedge \sim q)$.

66.(CESPE/PC DF/2021) A proposição "Se Marcos é culpado, então Paulo ou Carlos são inocentes." equivale à proposição "Se Paulo ou Carlos são culpados, então Marcos é inocente.".

67.(CESPE/PGE-PE/2019) Acerca da lógica sentencial, julgue o item que se segue.

Se P, Q, R e S forem proposições simples, então as proposições $P \vee R \rightarrow Q \wedge S$ e $(\sim Q) \vee (\sim S) \rightarrow (\sim P) \wedge (\sim R)$ serão equivalentes

68. (CESPE/SERPRO/2013) Considerando que o símbolo lógico ∧ corresponda à conjunção "e"; ∨, à disjunção "ou"; →, à condicional "se..., então"; ↔, à bicondicional "se, e somente se"; ~ corresponda à negação "não"; P, Q e R sejam proposições simples; e S seja a seguinte proposição composta: [P∧~(Q∨R)]→ [R∧(P↔Q)], julgue o próximo item.

A negação de S – ~S – pode ser corretamente expressa por [~P∨(Q∨R)]∧[(~R)∨~(P↔Q)].

69.(CESPE/CBM AL/2017) A respeito de proposições lógicas, julgue o item a seguir.

Considere que P e Q sejam as seguintes proposições:

P: Se a humanidade não diminuir a produção de material plástico ou não encontrar uma solução para o problema do lixo desse material, então o acúmulo de plástico no meio ambiente irá degradar a vida no planeta.

Q: A humanidade diminui a produção de material plástico e encontra uma solução para o problema do lixo desse material ou o acúmulo de plástico no meio ambiente degradará a vida no planeta.

Nesse caso, é correto afirmar que as proposições P e Q são equivalentes.

70. (CESPE/TCE-ES/2012) Proposições são sentenças que podem ser julgadas como verdadeiras — V — ou falsas — F —, de forma que um julgamento exclui o outro, e são simbolizadas por letras maiúsculas, como P, Q, R e S. A partir de proposições conhecidas, novas proposições podem ser construídas usando-se símbolos especiais. Alguns desses símbolos são apresentados na tabela abaixo.

símbolo	nome	notação	leitura	valor
~	negação	~P	não P	contrário ao de P: V, se P for F; ou F, se P for V
∧	conjunção	P∧Q	P e Q	V, se P e Q forem V; caso contrário, será F
∨	disjunção	P∨Q	P ou Q	F, se P e Q forem F; caso contrário, será V
→	condicional	P→Q	se P, então Q	F, se P for V e Q for F; caso contrário, será V
↔	bicondicional	P↔Q	P se, e somente se, Q	V, se P e Q tiverem os mesmos valores; caso contrário, será F

Considerando as definições acima e a proposição {(P∨Q)→[R∧(~S)]}∨[(P∧S)↔(Q∧R)], julgue o item a seguir.

Essa proposição é logicamente equivalente à proposição {[(~R)∨S]→[(~P)∧(~Q)]}∨[(P∧S)↔(Q∧R)].

71.(CESPE/SEFAZ-ES/2010) Considerando os símbolos lógicos ¬ (negação), ∧ (conjunção), ∨ (disjunção), → (condicional) e as proposições

S:(p∧¬q)∨(¬p∧r)→q∨r

e

T:((p∧¬q)∨(¬p∧r))∧(¬q∧¬r)

julgue o item que se segue.

As proposições compostas ¬S e T são equivalentes, ou seja, têm a mesma tabela-verdade, independentemente dos valores lógicos das proposições simples p, q, e r que as constituem.

Outras equivalências e negações

72.(CESPE/PETROBRAS/2022) Acerca de lógica matemática, julgue o item a seguir.

Dadas três proposições p, q e r, tem-se que $p \vee q \rightarrow r$ é equivalente a $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$.

73. (CESPE/TCE-RS/2013) Com base na proposição P: "Quando o cliente vai ao banco solicitar um empréstimo, ou ele aceita as regras ditadas pelo banco, ou ele não obtém o dinheiro", julgue o item que se segue.

A negação da proposição "Ou o cliente aceita as regras ditadas pelo banco, ou o cliente não obtém o dinheiro" é logicamente equivalente a "O cliente aceita as regras ditadas pelo banco se, e somente se, o cliente não obtém o dinheiro"

74.(CESPE/PC-CE/2012) Considere as proposições:

P1: Se se deixa dominar pela emoção ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins.

P2: Se não tem informações precisas ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins.

A proposição formada pela conjunção de P1 e P2 é logicamente equivalente à proposição "Se se deixa dominar pela emoção ou não tem informações precisas ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins".

75.(CESPE/PRF/2012) Um jovem, visando ganhar um novo smartphone no dia das crianças, apresentou à sua mãe a seguinte argumentação: "Mãe, se tenho 25 anos, moro com você e papai, dou despesas a vocês e dependo de mesada, então eu não ajo como um homem da minha idade. Se estou há 7 anos na faculdade e não tenho capacidade para assumir minhas responsabilidades, então não tenho um mínimo de maturidade. Se não ajo como um homem da minha idade, sou tratado como criança. Se não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança. Logo, se sou tratado como criança, mereço ganhar um novo smartphone no dia das crianças".

Com base nessa argumentação, julgue o item a seguir.

A proposição "Se não ajo como um homem da minha idade, sou tratado como criança, e se não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança" é equivalente a "Se não ajo como um homem da minha idade ou não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança"

GABARITO – CEBRASPE

Equivalências lógicas

1. ERRADO
2. CERTO
3. LETRA A
4. CERTO
5. ERRADO
6. CERTO
7. CERTO
8. CERTO
9. ERRADO
10. ERRADO
11. ERRADO
12. CERTO
13. ERRADO
14. ERRADO
15. CERTO
16. LETRA A
17. LETRA D
18. CERTO
19. LETRA A
20. LETRA D
21. LETRA B
22. CERTO
23. ERRADO
24. CERTO
25. LETRA C
26. CERTO
27. ERRADO
28. LETRA A
29. LETRA D
30. LETRA A
31. CERTO
32. CERTO
33. ERRADO
34. CERTO
35. CERTO
36. LETRA A
37. CERTO
38. CERTO
39. CERTO
40. ERRADO
41. ERRADO
42. CERTO
43. CERTO
44. ERRADO
45. ERRADO
46. ERRADO
47. ERRADO
48. CERTO
49. CERTO
50. ERRADO
51. ERRADO
52. CERTO
53. ERRADO
54. CERTO
55. ERRADO
56. CERTO
57. ERRADO
58. CERTO
59. CERTO
60. CERTO
61. CERTO
62. ERRADO
63. LETRA A
64. LETRA A
65. CERTO
66. ERRADO
67. CERTO
68. ERRADO
69. CERTO
70. CERTO
71. CERTO
72. ERRADO
73. CERTO
74. CERTO
75. CERTO

LISTA DE QUESTÕES – CEBRASPE

Álgebra de proposições

1.(CESPE/CBM AL/2021) Considerando os conectivos lógicos usuais, assumindo que as letras maiúsculas representam proposições lógicas e considerando que o símbolo ~ representa a negação, julgue o item a seguir, relacionados à lógica proposicional.

A expressão ~(P∧(~Q))↔(Q∨(~P)) é uma tautologia.

2.(CESPE/EMAP/2018) Julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional e de argumentação.

Se P e Q são proposições lógicas simples, então a proposição composta S = [P→Q] ↔ [Q∨(~P)] é uma tautologia, isto é, independentemente dos valores lógicos V ou F atribuídos a P e Q, o valor lógico de S será sempre V

3.(CESPE/BACEN/2013) P1: O governo quer que a ferrovia seja construída, há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção e não haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação.

A negação da proposição P1 estará corretamente expressa por "O governo não quer que a ferrovia seja construída, não há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção ou haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação".

4.(CESPE/SEFAZ-RS/2018) Se P, Q e R são proposições simples, então a proposição ¬[P→(Q→R)] é equivalente a

a) (R→Q)→P

b) (~P)→[(~Q)→(~R)].

c) (~P)∧Q∧R

d) P∧Q∧(~R).

e) (~P)→(Q→R)

5.(CESPE/PF/2018) As proposições P, Q e R a seguir referem-se a um ilícito penal envolvendo João, Carlos, Paulo e Maria:

P: "João e Carlos não são culpados".

Q: "Paulo não é mentiroso".

R: "Maria é inocente".

Considerando que ~X representa a negação da proposição X, julgue o item a seguir.

Independentemente de quem seja culpado, a proposição $\{P\rightarrow(\neg Q)\}\rightarrow\{Q\vee[(\neg Q)\vee R]\}$ será sempre verdadeira, isto é, será uma tautologia.

6.(CESPE/PF/2018) As proposições P, Q e R a seguir referem-se a um ilícito penal envolvendo João, Carlos, Paulo e Maria:

P: "João e Carlos não são culpados".

Q: "Paulo não é mentiroso".

R: "Maria é inocente".

Considerando que ~X representa a negação da proposição X, julgue o item a seguir.

As proposições $P\wedge(\sim Q)\rightarrow(\sim R)$ e $R\rightarrow[Q\wedge(\sim P)]$ são equivalentes.

7.(CESPE/TRE-GO/2015)

Q: Se L for um número natural divisível por 3 e por 5, então L será divisível por 15.

Julgue o item que se segue, acerca de lógica proposicional.

Se L for um número natural e se U, V e W forem as seguintes proposições:

U: " é divisível por 3";

V: "é divisível por 5";

W: "é divisível por 15";

então a proposição ¬Q, a negação de Q, poderá ser corretamente expressa por $U\wedge V\wedge(\neg W)$.

8.(CESPE/TJ SE/2014) Julgue o próximo item, considerando os conectivos lógicos usuais ¬, ∧, ∨, →, ↔ e que P, Q e R representam proposições lógicas simples.

A proposição $[P\rightarrow(Q\wedge R)]\leftrightarrow\{[(\neg P)\vee Q]\wedge[(\neg P)\vee R]\}$ é uma tautologia.

9.(CESPE/AFT/2013)

P	Q	R	S
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

A tabela acima corresponde ao início da construção da tabela-verdade da proposição S, composta das proposições simples P, Q e R. Julgue o item seguinte a respeito da tabela-verdade de S.

Se S = (P∧Q)∨(P∧R), então a última coluna da tabela-verdade de S conterá, de cima para baixo e na ordem em que aparecem, os seguintes elementos: V, F, V, V, F, V, F e F.

10. (CESPE/CADE/2014) Considerando os conectivos lógicos usuais e que as letras maiúsculas representem proposições lógicas simples, julgue o item seguinte acerca da lógica proposicional.

A proposição [(P∨Q)∧(R∨S)] ↔ [Q∧(R∨S)]∨[(P∧R)∨(P∧S)] é uma tautologia.

Gabarito – Cebraspe

Álgebra de proposições

1. CERTO
2. CERTO
3. CERTO
4. LETRA D
5. CERTO
6. ERRADO
7. CERTO
8. CERTO
9. ERRADO
10. CERTO

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.