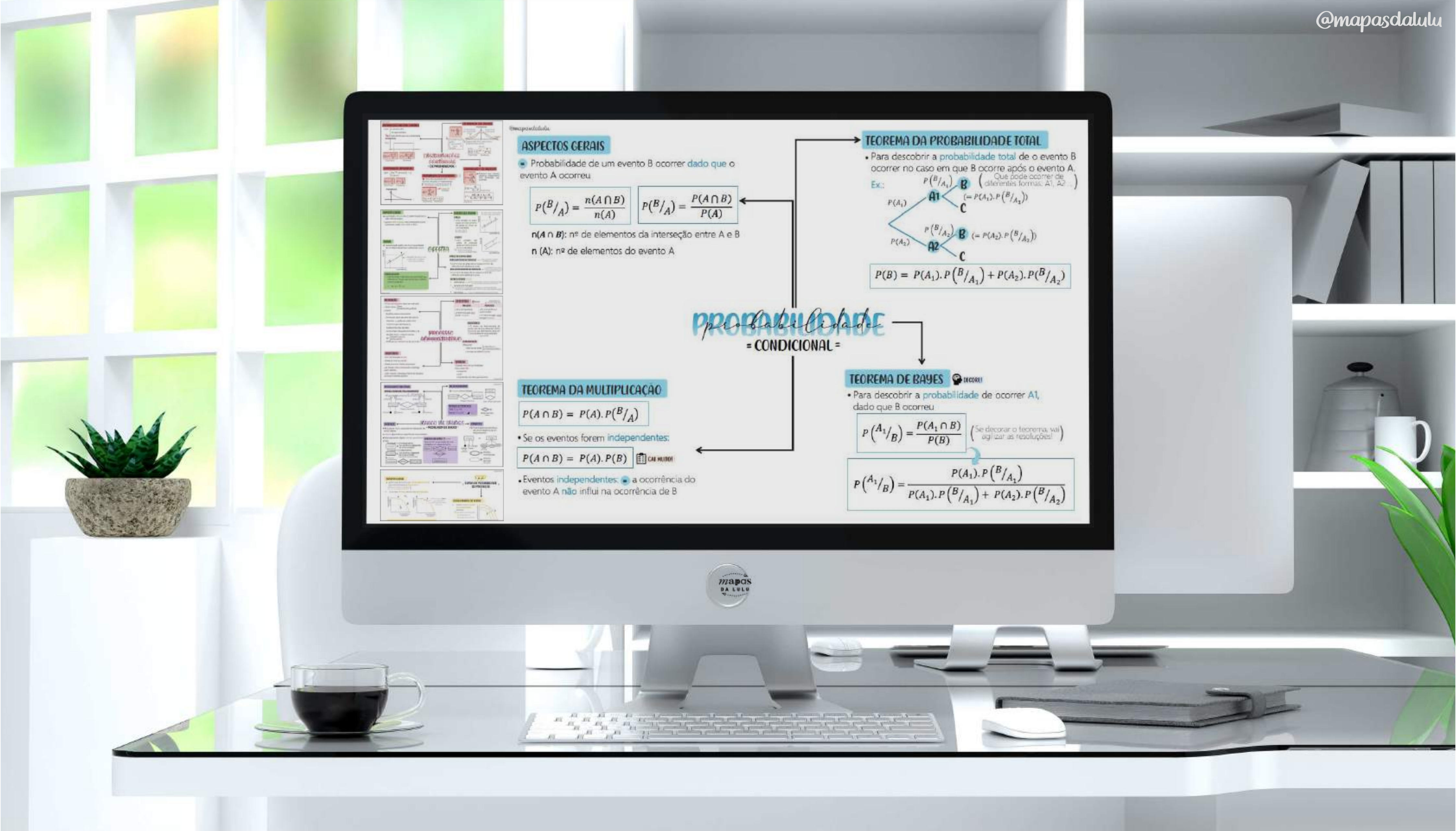


RACIOCÍNIO LÓGICO E MATEMÁTICA

raciocínio lógico e matemática

MAPAS MENTAIS PARA CONCURSOS PÚBLICOS

SEJA MUITO BEM-VINDO!

Obrigada por adquirir os Mapas da Lulu 3.0! Tenho certeza de que esse material fará toda a diferença em seus estudos e será um atalho para a sua tão sonhada aprovação!

Para quem ainda não me conhece, meu nome é Laura Amorim (@lulu.concurseira), tenho 28 anos, e, após pouco mais de um ano e meio de estudos, fui aprovada em quatro concursos concursos públicos: Auditor Fiscal do Estado de Santa Catarina (7º lugar), Auditor Fiscal do Estado de Goiás (23º lugar), Consultor Legislativo (4º lugar) e Agente da Polícia Federal (primeira fase), tendo superado uma concorrência de mais de mil candidatos por vaga!

Aprendi que a revisão, muitas vezes ignorada, é a parte mais importante (e essencial!) do aprendizado! Após testar vários métodos, percebi que os meus mapas mentais são, com toda certeza, os melhores instrumentos de estudo e revisão. Ao longo da minha preparação, fiz e utilizei mais de 700 mapas mentais, desenvolvendo e aperfeiçoando um método próprio de sua construção até chegar aos Mapas da Lulu 3.0, aos quais você terá acesso a partir de agora:

Os Mapas da Lulu 3.0 visam, sobretudo, otimizar suas revisões e aumentar seu número de acertos de questões, te ajudando a chegar mais rápido à aprovação! Após resolver mais de 14.700 questões de concursos públicos nos últimos dois anos, percebi quais são os assuntos mais cobrados pelas bancas e suas principais pegadinhas, e todo esse conhecimento foi incorporado em meus mapas para que você, que confia no meu trabalho, possa sair na frente dos seus concorrentes!

Ah, e se você não quiser perder minhas dicas de estudos e motivação diárias, inscreva-se no meu canal do Youtube: Lulu Concurseira e no meu Instagram: @lulu.concurseira. Já somos uma comunidade de mais de 220 mil concurseiros em busca do mesmo sonho: a aprovação!

Um beijo,
Laura Amorim
@laura.amorimc

PIRATARIA É CRIME

ATENÇÃO:

Este produto é para uso pessoal. Não compartilhe o seu material.

Pessoal, os Mapas da Lulu são resultado de mais de dois anos de dedicação aos estudos. Ainda hoje, reservo boa parte do meu dia para produzir conteúdo, responder dúvidas, aconselhar e dar dicas sobre concursos públicos gratuitamente por meio dos meus perfis no Instagram (@laura.amorimc e @mapasdalulu) e no Youtube (Laura Amorim).

Nunca tive a pretensão de ganhar muito dinheiro com a venda desse material, até mesmo porque prestei concurso público para, dentre outros motivos, alcançar a estabilidade e segurança financeira que queria.

Mas preciso cobrir meus custos com site, servidores, distribuição, design e também minhas horas de trabalho empregadas, debruçada sobre a escrivaninha, dores nas costas, cansaço físico e mental.

São mais de 1.600 Mapas Mentais, com tempo médio de uma hora e meia para elaboração de cada um deles. Recebo menos de 50 centavos por hora trabalhada, para poder contribuir para sua aprovação.

Em razão disso, já agradecida pelo carinho e compreensão de todos, peço que NÃO COMPARTILHE O MATERIAL por nenhum meio (sites, e-mail, grupos de WhatsApp ou Facebook...). Se você vir qualquer compartilhamento suspeito, peço que denuncie essa fonte ilegal, por favor e também me envie no contato@mapasdalulu.com.br. Pirataria é crime e pode resultar penas de até QUATRO anos de prisão, além de multa (art. 184, CP).

O compartilhamento do material pelo aluno importará em seu bloqueio imediato.
Agradeço a todos pelo enorme carinho e respeito. Espero que aproveitem muito os Mapas da Lulu.

Um beijo,
Laura Amorim

ÍNDICE

ÍNDICE

1. RLM e MATEMÁTICA

ÍNDICE

1. RLM e MATEMÁTICA

@mapasdalulu

PROPOSIÇÕES

proposições

LEIS DO PENSAMENTO

- Princípio da identidade → não existem "patamares da verdade"
- Ex.: uma proposição mais V que a outra
- Princípio do terceiro excluído → ou V ou F (Não há meio termo!)

Princípio da não contradição → não pode ser V ou F ao mesmo tempo

DEFINIÇÕES

= oração declarativa que pode ser valorada em V ou F, mas não ambas → Não pode ser exclamativa, interrogativa, imperativa ou optativa CAI MUITO!

- Se não puder assumir V ou F, não é proposição

Ex.: paradoxo (contradição)

- Também não é proposição a sentença aberta ou função proporcional

Ex.: x + 5 = 10

são variáveis! PEGADINHA!

ele ganhou Oscar.

PROPOSIÇÕES SIMPLES E COMPOSTAS

- Simples: declaram algo sem o uso de conectivos

Ex.: o céu é azul

- Compostas: construídas a partir das proposições simples com os operadores lógicos
- Conectivos: e, ou, se ... então, ou..., ou, se e somente se....

MODIFICADOR

= operador lógico que troca o valor lógico de uma proposição

ATENÇÃO! Não é um conectivo!

= negação: símbolos ~ e ¬

@mapasdalulu

CONECTIVOS

CONDICIONAL

- Se p, então q

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

SINÔNIMOS DECORE!

p, logo q

sempre que p, q

quando p, q

p só quando q

CONJUNÇÃO

- "Vamos à praia e vamos ao shopping"

p	q	p ^ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

BICONDICIONAL

- p se e somente se q

p	q	p ⟷ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Equipara-se á conjunção de duas condicionais

p ⟷ q = p → q ^ q → p

DISJUNÇÃO EXCLUSIVA

- "Ou como banana, ou como maçã."
(Não pode ambas!)

p	q	p $\underline{\vee}$ q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

DISJUNÇÃO INCLUSIVA

- "Como banana ou como maçã."
(Ou ambas!)

p	q	p v q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

CONECTIVOS

conectivos

= ORDEM DE PREFERÊNCIA =

EM UMA FÓRMULA PREPOSICIONAL

1. $\neg$ (negação)
2. $\vee$ (ou) ou $\wedge$ (e)
3. $\underline{\vee}$ (ou exclusivo)
4. $\rightarrow$ (se ... então)
5. $\leftrightarrow$ (se e somente se)

Ordem de resolução

DECORE!

EXEMPLOS

(P = F, Q = V, R = V)

1. $\neg P \rightarrow Q \wedge R$

$= \neg F \rightarrow V \wedge V$

$= V \rightarrow V \wedge V$

$= V \rightarrow V$

$= V$

Os parênteses alteram a ordem de preferência dos conectivos

2. $\neg ((P \rightarrow Q) \wedge R)$

$= \neg ((F \rightarrow V \wedge V)$

$= \neg (V \wedge V)$

$= \neg V$

$= F$

SE HOUVER MARCADORES

1. ( )
2. [ ]
3. { }

Ordem de resolução

Fórmula em seu interior

@mapasdalulu

TABELA VERDADE

CASOS ESPECIAIS

CAI MUITO!

TAUTOLOGIA

- Não importa quais valores assumem as proposições simples, a composta resultante será sempre V
- Ex.: (p ∧ r) ⟶ (~q V r)

Dica de prova: tente tornar a proposição falsa

CONTRADIÇÃO

- Não importa quais valores assumem as proposições simples, a composta resultante será sempre F

Ex.: p ∧ ~ p

CONTINGÊNCIA

(Não é tautologia, nem contradição)

- A proposição composta pode ser V ou F, a depender dos valores das proposições simples

NÚMERO DE LINHAS

- $\# = 2^n$ DECORE!

n = número de proposições simples

DICAS PARA MONTAR A TABELA VERDADE

1. Clacule o número de linhas
2. Divida 1. por 2 = número de V_S na primeira coluna
3. Divida 2. por 2 = número de V_S na segunda coluna

- E assim sucessivamente até chegar em 1.

Ex.: 3 proposições simples

2^3 = 8 linhas na T.V.

8 : 2 = 4

4 : 2 = 2

2 : 1 = 1

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

@mapasdalulu

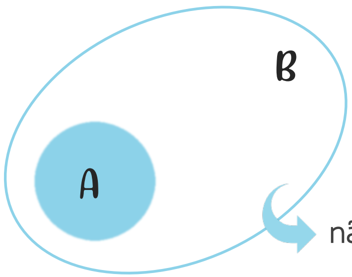
@mapasdalulu

DIAGRAMAS DE EULER-VENN

diagramas de euler-venn

= PROPOSIÇÕES CATEGÓRICAS =

"TODO A É B"

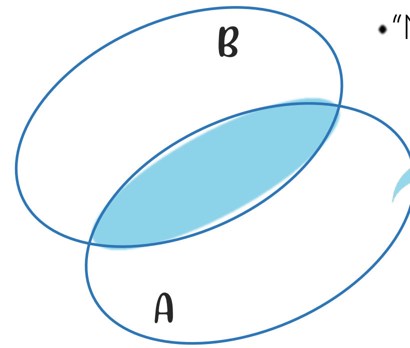


- "Algum A é B" será sempre V
  "Algum A não é B" será sempre F

não é possível afirmar sobre essa região (Se há ou não elementos)

Negação: "Algum A não é B"

"ALGUM A É B"



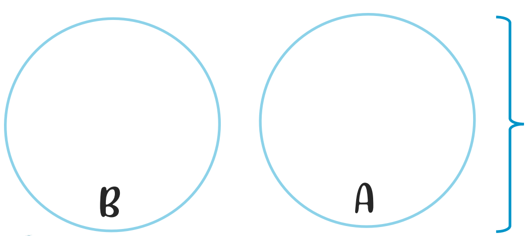
- "Nenhum A é B" será sempre F

não é possível afirmar sobre essa região (Se há ou não elementos)

Negação: "Nenhum A é B"

"NENHUM A É B"

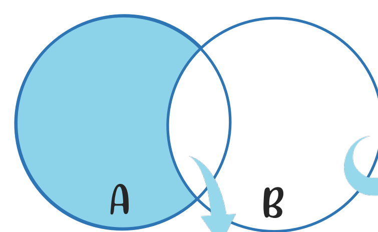
- Logo, "nenhum B é A"



= Conjuntos distintos

Negação: "Algum A é B"

"ALGUM A NÃO É B"



- "Todo A é B " será sempre F

Negação: "Todo A é B"

não é possível afirmar sobre essa região (Se há ou não elementos)

@mapasdalulu

EQUIVALÊNCIAS E NEGAÇÕES

equivalências e negações

ASPECTOS GERAIS

EQUIVALÊNCIA

= quando duas proposições têm a mesma tabela verdade (na dúvida, construa ambas e teste!)

NEGAÇÃO

= quando duas proposições têm valor lógico oposto.

COMUTATIVIDADE DOS CONECTIVOS

$p \wedge q$ = $q \wedge p$

$p \vee q$ = $q \vee p$

$p \underline{\vee} q$ = $q \underline{\vee} p$

$p \leftrightarrow q$ = $q \leftrightarrow p$

CAI MUITO!

EQUIVALÊNCIAS DO "SE ... ENTÃO ..."

$p \rightarrow q$ = $\sim q \rightarrow \sim p$

= contrapositiva

$p \rightarrow q$ = $\sim p \vee q$

$\sim p \rightarrow q$ = $p \vee q$

Condição suficiente para q

"Se p, então q"

Condição necessária para p

DECORE!

NEGAÇÕES

Inverter o sinal e negar ambos

$\sim (p \vee q)$ = $\sim p \wedge \sim q$

$\sim (p \wedge q)$ = $\sim p \vee \sim q$

$\sim (p \wedge q)$ = $p \rightarrow \sim q$

$\sim (p \rightarrow q)$ = $p \wedge \sim q$

$\sim (p \underline{\vee} q)$ = $p \leftrightarrow q$

$\sim (p \leftrightarrow q)$ = $p \underline{\vee} q$

$\sim (p \leftrightarrow q)$ = $p \leftrightarrow \sim q$

$\sim (p \leftrightarrow q)$ = $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

Situações em que p e q têm valores lógicos diferentes

NEGAÇÃO DO "SE ... ENTÃO"

$\sim (p \rightarrow q)$ = $p \wedge \sim q$

DECORE!

p aconteceu, mas q não!

Lógica de argumentação

ARGUMENTO

- Silogismo = 2 premissas + conclusão
- Verdade (Proposições são V ou F) x Validade (Argumentos são válidos ou inválidos)
  - Depende da conexão entre as premissas e a conclusão (Não garante a verdade da conclusão)

ARGUMENTO VÁLIDO

- Ex.: "Todos os cachorros são amigáveis.
  Maggie é um cachorro. } Premissas
  Logo, Maggie é amigável" → Conclusão
- A conclusão será verdadeira sempre que as premissas forem verdadeiras = Argumento válido
  - A lógica é o estudo sistemático de argumentos lógicos

ARGUMENTO INVÁLIDO

- Ex.: "Maggie é amigável.
  Maggie é um cachorro. } Premissas
  Logo, todos os cachorros são amigáveis" → Conclusão
  - Não tem validade!

REGRAS DE INFERÊNCIA

MODUS PONENS

- Se p, então q.
- p.
- Logo, q

MODUS TOLLENS

- Se p, então q.
- Não q.
- Portanto, não p

SILOGISMO HIPOTÉTICO

- Se p, então q.
- Se q, então r
- Logo, se p, então r

SOFISMA OU FALÁCIA

- Argumentos que pretendem demonstrar como verdadeiros os argumentos logicamente falsos
  - = um argumento inválido que aparenta ser válido

@mapasdalulu

@mapasdalulu

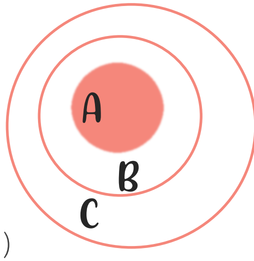
LÓGICA DE ARGUMENTAÇÃO

lógica de argumentação

REPRESENTAÇÃO POR DIAGRAMAS

ARGUMENTO VÁLIDO

- Todo A é B.
- Tobo B é C
- Logo, todo A é C (Válido!)



TESTE SEMÂNTICO:

- Um argumento é válido se, e somente se, não for possível ter uma conclusão falsa de premissas verdadeiras.

Supor que as premissas são verdadeiras e então a conclusão também deve ser

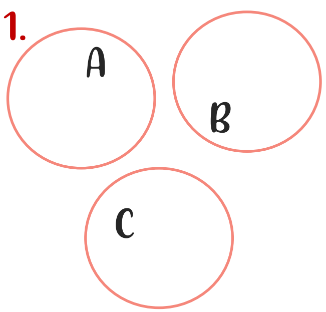
REGRAS

1. De duas premissas negativas nada se conclui CAI MUITO!

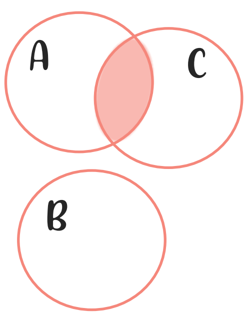
- Nenhum A é B.
- Nenhum C é B
- Logo, nenhum C é A. (Inválido!)

Situações possíveis:

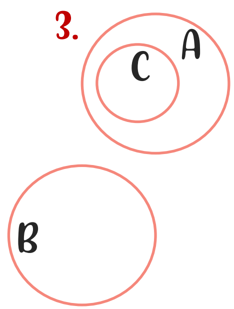
1.



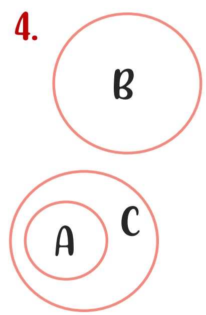
2.



3.

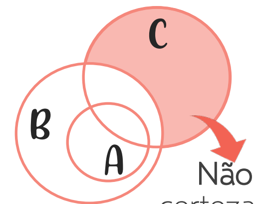


4.



2. De duas premissas afirmativas não se pode tirar uma conclusão negativa

- Todo A é B.
- Algum A é C.
- Logo, Algum C não é B. (Inválido!)



Não podemos ter certeza sobre essa área

3. De duas premissas particulares (algum, existe...) nada se conclui

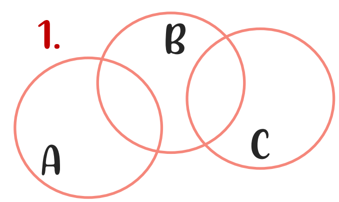
Algum A é B.

Algum C é B

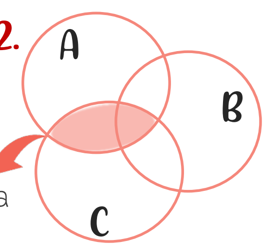
Logo, algum C é A. (Inválido!)

Situações possíveis:

1.



2.



ATENÇÃO!

Não podemos ter certeza sobre essa área

@mapasdalulu

ORIENTAÇÃO TEMPORAL E CALENDÁRIO

DIA DA SEMANA x NÚMERO DE DIAS

1. Calcular o número de semanas completas
2. Avançar os dias restantes

- Ex.: 1º dia = segunda-feira

  # Dias = 180 → qual dia será daqui 180 dias?

  180 : 7 = 25 sobra 5

  25 = semanas completas; 5 = dias restantes

SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB	DOM
	1 →	2 →	3 →	4 →	5	

RELAÇÕES BÁSICAS

1 dia = 24 horas

1 hora = 60 minutos

1 minuto = 60 segundos

MESES →
- 30 dias: ABR. JUN. SET. NOV.
- 31 dias: JAN. MAR. MAI. JUL. AGO. OUT. DEZ.
- 28/29 dias: FEV. (ANO BISSEXTO)

ANO BISSEXTO:

1. Terminando em 00 e divisível por 400
2. 2. Não terminando em 00, mas divisível por 4

Dica: anos de olimpíadas!

NÚMERO DE SEMANAS EM UM ANO

- Ano não bissexto = 52 semanas + 1 dias

  01/01/X0 = 31/12/X0

- Ano bissexto = $\underbrace{52 \text{ semanas} + 2 \text{ dias}}_{\text{2 dias da semana ocorrerão 53x no ano}}$

  02/01/X0 = 31/12/X0

DIA DA SEMANA x DIA DO MÊS

# dias no mês	Último dia em relação ao primeiro
28	D-1 (SEG)
29	D (TER)
30	D+1 (QUA)
31	D+2 (QUI)

(Ex.: TER)

@mapasdalulu

REGRA DE TRÊS

regra de três

ASPECTOS GERAIS

- Um método para resolver problemas com grandezas direta ou inversamente proporcionais

  É o mesmo para a simples ou composta

PASSO A PASSO

CONSTRUÇÃO DA TABELA

1. Criar uma tabela com as grandezas
2. 1ª linha: situação com todas as grandezas conhecidas
3. 2ª linha: situação com a grandeza desconhecida

COLOCAÇÃO DAS SETAS DE PROPORCIONALIDADE

4. Coloque uma seta para baixo na coluna com a grandeza desconhecida
5. Compare as grandezas conhecidas com a desconhecida:

   5.1 se ambas aumentam ou diminuem juntas, são diretamente proporcionais → seta para baixo

   5.2 se quando uma aumenta (diminui), a outra diminui (aumenta) são inversamente proporcionais → seta para cima

CONSTRUÇÃO DA EQUAÇÃO

6. Do lado esquerdo = grandeza desconhecida
7. Do direito = o produto das demais frações (Inverter aquelas com seta para cima)
8. Resolver a equação e encontrar a grandeza desconhecida

EXEMPLO

- 400 peças são produzidas diariamente por 10 funcionários que trabalham 8hs/dia

  Quantas peças/dia seriam construídas por 15 funcionários que trabalham 6hs/dia com o dobro da dificuldade

1

PEÇAS		FUNCIONÁRIOS		HS/DIA		DIFICULDADE	
2 400	↓ 4	10	↓	8	↓ S.1	1	↑
3 x	↓	15	↓	6	↓	2	↑

Quanto maior o número de funcionários maior o número de peças produzida S.1

Quanto maior a dificuldade, menor o número de peças produzidas (sempre se perguntar a relação com a grandeza desconhecida) S.2

7

6 $$\frac{400}{x} = \frac{10}{15} \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{2}{1}$$

8 $$\frac{400}{x} = \frac{\cancel{10}^{\,2/3}}{\cancel{15}} \cdot \frac{\cancel{8}^{\,4/3}}{\cancel{6}} \cdot \frac{2}{1}$$

$$\frac{\cancel{400}^{\,25}}{x} = \frac{\cancel{16}^{\,1}}{9}$$

$$9.25 = x \quad \therefore \quad \boxed{x = 225}$$

Na situação enunciada, serão produzidas 225 peças por dia

MÉDIAS

MÉDIA ARITMÉTICA SIMPLES

CAI MUITO!

$$\bar{x} = \frac{\text{soma dos termos}}{\text{número de termos}}$$

- Ex.: média aritmética simples dos números $\underbrace{3, 5, 9, 2, 11}_{\text{5 termos}}$:

$$\bar{x} = \frac{3+5+9+2+11}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{30}{5}$$

$$\boxed{\bar{x} = 6}$$

MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA

- Como a simples, mas os elementos (X_i) podem ter pesos diferentes (p)
  (Como em uma prova, em que as questões de uma matéria valem mais que de outra)

$$\overline{x_p} = \frac{\text{soma dos termos multiplicados pelos respectivos pesos}}{\text{soma dos pesos}}$$

ATENÇÃO!

- Ex.: média aritmética ponderada dos seguintes números e seus pesos

3, peso 2

4, peso 1

2, peso 5

$$\overline{x_p} = \frac{3\,.\,2 + 4\,.\,1 + 2\,.\,5}{2+1+5}$$

$$= \frac{6+4+10}{8} = \frac{20}{8}$$

$$\boxed{\overline{x_p} = 2.5}$$

MÉDIA GEOMÉTRICA

- Raiz n-ésima do produto dos termos (n = número de termos)

$$\bar{G} = \sqrt[n]{x_1\,.\,x_2\ \dots\ x_n}$$

- Ex.: média geométrica dos termos $\underbrace{3, 8, 9}_{\text{3 termos}}$:

$$\bar{G} = \sqrt[3]{3\,.\,8\,.\,9} = \sqrt[3]{216}$$

$$\boxed{\bar{G} = 6}$$

@mapasdalulu

MMC

MÚLTIPLOS DE UM NÚMERO

- Basta multiplicá-lo por todos os números naturais
- Ex.: Múltiplos de 4

4x0=0

4x1=4 → M(4) = {0, 4, 8, 12 ...} São infinitos!

+4 +4 +4

4x2=8

4x3=12

CARACTERÍSTICAS IMPORTANTES

- O Zero é múltiplo de todos
- Todo número é múltiplo de 1 e de si mesmo
- O único múltiplo de zero é o próprio zero

MMC: MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

- É o menor dos múltiplos comuns entre dois números

Esse é o MMC!

- Ex.: M(8) = {0, 8, 16, 24, 32, 40, 48...}

  M(12) = {0, 12, 24, 36, 48, 60, ...}

Mas há infinitos múltiplos comuns não nulos

MÉTODOS PARA ENCONTRAR O MMC

1. Escrever os múltiplos de cada número até encontrar um comum

Esse é o MMC!

- Ex.: M(8) = {0, 8, 16, 24, 32, 40, 48...}

  M(12) = {0, 12, 24, 36, 48, 60, ...}

2. Fatoração simultânea:

- Ex.: MMC(8, 12)=

8, 12	2
4, 6	2
2, 3	2
1, 3	3
1, 1	$= 2^3 . 3$

Divide ambos quando possível

Divide apenas um quando não o for

MMC (8,12) = 24

3. Fatoração prima individual dos números:

MMC = fatores comuns elevados aos maiores expoentes x fatores não comuns

- Ex.: MMC entre 470.448 e 87.480:

$= 2^4 . 3^5 . 11^2 \qquad = 2^3 . 3^7 . 5^1$

$\therefore MMC = 2^4 . 3^7 . 5^1 . 11^2$

$= 21.170.160$

@mapasdalulu

MDC

DIVISOR DE UM NÚMERO

- Se A : B é exata, então B é divisor de A e A é divisível por B
- Conjunto de divisores de um número = todos seus divisores

  Diferente dos múltiplos, é um número finito
- Ex.: D(6) = {1, 2, 3, 6}

CARACTERÍSTICAS IMPORTANTES:

- 1 é divisor de todos os números
- Todo número é divisor de si mesmo.

(Maior)

MDC: MÁXIMO DIVISOR COMUM

- Ex.: MDC (8,12):

  Esse é o MDC!

  D(8) = {1, 2, 4, 8}

  D(12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}
- Se MDC (A,B) = 1 A e B são primos entre si (= co-primos)

  A fração A/B é irredutível

MÉTODOS PARA ENCONTRA O MDC

FATORAÇÃO SIMULTÂNEA

- Ex.: MDC (84, 144, 60):

84, 144, 60	2
42, 72, 30	2
21, 36, 15	3
7, 12, 5	2 . 2 . 3
	= 12

Só usar os que dividem todos

Esses são primos entre si (paramos de fatorar)

MDC (84, 144, 60)

ALGORÍTMO DE EUCLIDES (= MÉTODO DAS DIVISÕES SUCESSIVAS)

- Montar uma grade com 3 linhas, ≥ 3 colunas
- Ex.: MDC (117, 81) (Deixar espaço à direita)

QUOCIENTES:		1	2	4
	117	81	36	9
RESTOS:	36	9	0	

Seguimos dividindo até chegarmos ao resto zero

O MDC é o último divisor utilizado

- PASSOS:

1. 117 ⌊81

   81 1

   36

   resto

2. 81 ⌊36

   72 2

   9

   Vira o divisor da operação seguinte

3. 36 ⌊9

   36 4

   0

   Esse é o MDC!

@mapasdalulu

MMC
m.m.c.
E MDC
e m.d.c.

RELAÇÃO ENTRE MMC E MDC DE DOIS NÚMEROS NATURAIS

$$x \,.\, y = MMC\ (x, y) . MDC\ (x, y)$$

O produto entre o MMC e o MDC de 2 números é o produto entre esses 2 números !

- Ex.: x=6 → MMC (6, 8) = 24
  y=8 → MDC (6, 8) = 2

$\therefore$ 6 . 8 = 24 . 2

$\boxed{48 = 48}$

@mapasdalulu

OPERAÇÕES BÁSICAS

operações básicas

= FRAÇÕES =

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

FRAÇÕES COM MESMO DENOMINADOR

- Repetir o denominador e operar com os numeradores
- Ex.: $\frac{4}{5}+\frac{3}{5}=\frac{4+3}{5}=\boxed{\frac{7}{5}}$

$\frac{5}{7}-\frac{2}{7}+\frac{4}{7}=\frac{5-2+4}{7}=\boxed{\frac{7}{7}}$

MULTIPLICAÇÃO

- Basta multiplicar os numeradores e denominadores entre si
- Ex.: $\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{7}=\frac{2\,.\,4}{3\,.\,7}=\boxed{\frac{8}{21}}$
- Ex.: $3\,.\,\frac{5}{7}=\boxed{\frac{15}{7}}$

DIVISÃO

- Repetir a primeira fração e multiplicar pela segunda invertida:
  - Ex.: $\frac{2}{3}:\frac{5}{9}=\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{5}=\frac{18}{15}=\boxed{\frac{6}{5}}$
  - Ex.: $8:\frac{3}{16}=8\,.\,\frac{16}{3}=\boxed{\frac{128}{3}}$
  - Ex.: $\frac{16}{3}:8=\frac{16}{3}\cdot\frac{1}{8}=\frac{16}{24}=\boxed{\frac{2}{3}}$

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

FRAÇÕES COM DENOMINADORES DIFERENTES

1. Calcular o MMC dos denominadores
2. Substituir os denominadores por esse MMC
3. Dividir o MMC pelo denominador original e multiplicar pelo respectivo numerador
4. Substituir o numerador pelo valor encontrado em 3

Ex.: $\frac{5}{6}-\frac{2}{9}+\frac{7}{12}$

fração 1

fração 2

fração 3

MMC (6, 9, 12) = 36 (= novo denominador)

$F_1 = \frac{5}{6} \rightarrow \frac{30}{36}$ (= novo numerador)

x

:

$F_2 = \frac{2}{9} \rightarrow \frac{8}{36}$

$F_3 = \frac{7}{12} \rightarrow \frac{21}{36}$

$\frac{30-8+21}{36}=\boxed{\frac{43}{36}}$

OPERAÇÕES BÁSICAS

operações básicas

= DECIMAIS =

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

- Alinhe a vírgula e realize a operação normalmente
- Ex.: 3 ,12 + 12,4=

$$\begin{array}{r} 3{,}12 \\ +\ 12{,}40 \\ \hline \boxed{15{,}52} \end{array}$$

Adicionar um zero onde não há decimal

- Ex.: 5,1– 2,42 =

$$\begin{array}{r} \overset{4}{\cancel{5}},\overset{10}{\cancel{1}}\overset{10}{0} \\ -\ 2{,}42 \\ \hline \boxed{2{,}68} \end{array}$$

MULTIPLICAÇÃO

Ignorando as casas decimais

1. Multiplique normalmente
2. Conte as casas decimais
3. Coloque no resultado o número de casas encontrado em 2

- Ex.: $\underbrace{23{,}1 \times 1{,}234}_{=\ 4 \text{ casas decimais}} =$

$231 \times 1234 = \underbrace{285.054}_{4 \text{ casas decimais}} = \boxed{28{,}5054}$

Ignore as casas decimais

DIVISÃO

1. Igualar a quantidade de casas decimais do divisor e dividendo (Colocando zeros)
2. Ignorar as vírgulas e realizar a operação normalmente

- Ex.: 80,4 : 0,00025

  = 80,40000 : 0,000025

  = 8040000 : 25 = $\boxed{321.600}$

- Ex.: 40 : 0.8

  = 40 .0 : 0,8 → = 400 : 8 → $\boxed{= 50}$

@mapasdalulu

RAZÃO E PROPORÇÃO

razão e proporção

RAZÃO

- Razão de a para b é o quociente de a por b:

a : b → a/b

Antecedente (numerador)

Consequente (denominador)

- Permite fazer comparações de grandezas entre 2 números
- Ex.: em uma sala há 80 homens e 60 mulheres

80/60 = 4/3 → há 4 homens para cada 3 mulheres

Escala: $\dfrac{\text{Medida do Desenho}}{\text{Medida Real}}$

PROPRIEDADES DAS PROPORÇÕES

1. $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} \rightarrow a\,.\,d = b\,.\,c$

(Multiplicar cruzado)

2. Simplificações:

- Do mesmo lado:

Numerador com denominador → $\dfrac{\cancel{10}^{\,1/2}}{\cancel{20}} = \dfrac{50}{100}$

- De lados diferentes:

Numerador com numerador ou denominador com denominador → $\dfrac{\cancel{10}}{20} = \dfrac{\cancel{50}}{100}$

$\dfrac{10}{\cancel{20}_{\,1}} = \dfrac{50}{\cancel{100}_{\,5}}$

PROPORÇÃO

- É a igualdade entre duas ou mais razões:

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ → a e d: extremos | b e c: meios

Obs.: Proporção contínua: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{b}{d}$

b é a média geométrica de a e d

GRANDEZAS PROPORCIONAIS

- Diretamente proporcionais: o quociente entre seus elementos é constante

$\dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a_2}{b_2} = \cdots = K$

constante de proporcionalidade

- Inversamente proporcionais: o produto entre seus elementos é constante

$a_1\,.\,b_1 = a_2\,.\,b_2 = K$

DIVISÃO PROPROCIONAL

- Dividir uma quantia x em partes proporcionais a outras grandezas (Diretamente)
- Ex.: dividir R$ 250,00 a 3 filhos (de 2, 3 e 5 anos) em partes proporcionais a suas idades

$$\frac{p_1}{2} = \frac{p_2}{3} = \frac{p_3}{5} = \frac{\overbrace{p_1 + p_2 + p_3}^{=250}}{\underbrace{2+3+5}_{=10}} = 25$$

K = constante de proporcionalidade

Aí resolve separadamente

$\dfrac{p_1}{2} = 25 \rightarrow p_1 = 50\ \ (p_2 = 75\ e\ p_3 = 125)$

@mapasdalulu

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

progressão aritmética

CONCEITO

- Sequência de termos

Cada termo (an) é a soma do anterior (an-1) com uma constante (r)

(Chamada de razão)

A partir do segundo termo!

CLASSIFICAÇÃO

1. Crescente: $\boxed{a_n > a_{n-1}}$ $\boxed{r > 0}$
2. Decrescente: $\boxed{a_n < a_{n-1}}$ $\boxed{r < 0}$
3. Constante: $\boxed{a_n = a_{n-1}}$ $\boxed{r = 0}$

CÁLCULO DA RAZÃO

$$\boxed{r = a_n - a_{n-1}}$$

É a diferença entre dois termos consecutivos

e $r = a_{n+1} - a_n$

$$\therefore a_{n+1} - a_n = a_n - a_{n-1}$$

$$2a_n = a_{n+1} + a_{n-1}$$

$$\boxed{\therefore a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}}$$

O termo do meio é a média aritmética dos outros dois

TERMO GERAL

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1).r}$$

DECORE!

- Ex.: qual o milésimo termo da sequência (2, 5, 8, 11 ...) ?

(n = 1000) (a1) + 3

r = 3

$$a_{1000} = 2 + (999).3$$

$$\therefore a_{1000} = 2.999$$

- Termo geral sem conhecer a1

$$\boxed{a_n = a_k + (n-k).r}$$

Termo conhecido

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

progressão aritmética

PROPRIEDADES

$$\boxed{a_n + a_m = a_p + a_q}$$

- Se e somente se $\boxed{n + m = p + q}$ (Em uma P.A. não constante)

A soma de termos equidistantes dos extremos de uma P.A. é constante (S1 = S2 = S3).

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6$$

S3, S2, S1

+

SOMA DOS TERMOS

CAI MUITO!

1. Calcular os n primeiros termos da P.A.

$$S = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \cdots + a_n}_{\text{n termos}}$$

+S

$$2S = \underbrace{\underbrace{(a_1 + a_n)}_{S1} + \underbrace{(a_2 + a_{n-1})}_{S2} + \cdots + \underbrace{(a_n + a_1)}_{Sn}}_{\text{n parcelas}}$$

- Como S1 = S2 = S3 ...,

$$2S = S_n . n$$

$$\boxed{\therefore S = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}}$$

ou $\frac{S}{n} = x_c$

$$\boxed{\therefore S = x_c . n}$$

MÉDIA DE TERMOS DE UMA P.A.

$$\bar{x} = \frac{S_n}{n} \rightarrow \bar{x} = \frac{(a_1 + a_n).n}{2n}$$

= A média entre os termos

$$\boxed{\therefore \bar{x} = \frac{(a_1 + a_n)}{2}}$$

e $\boxed{\bar{x} = x_c}$

Termo central (Quando o número de termos é ímpar)

@mapasdalulu

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

progressão geométrica

CONCEITO

- Sequência de termos

Cada termo (a_n) é igual ao anterior (a_{n-1}) multiplicado por uma constante real (q)

a partir do segundo termo

chamada de razão

- Obs.: se for não-estacionária ($q \neq 0$)
- Ex.: (3, 6, 12, 24, 48 ...)

x 2

CÁLCULO DA RAZÃO

DECORE!

$$\boxed{q = \frac{a_n}{a_{n-1}}}$$

$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

$$\boxed{a_n^2 = a_{n+1} \cdot a_{n-1}}$$

é a média geométrica de a_{n+1} e a_{n-1}

CLASSIFICAÇÃO

1. Crescente: $\boxed{a_n > a_{n-1}}$

- P.G com termos
  - Positivos → $\boxed{q > 1}$
  - Negativos → $\boxed{0 < q < 1}$

2. Decrescente: $\boxed{a_n < a_{n-1}}$

- P.G com termos
  - Positivos → $\boxed{0 < q < 1}$
  - Negativos → $\boxed{q > 1}$

3. Constante: $\boxed{a_n = a_{n-1}}$

$$\boxed{q = 1}$$

- Obs.: Se $a_1=0$, q pode ser qualquer valor real

4. Oscilante (ou alternante/pendular):

= Termos consecutivos têm sinais contrários

$$\boxed{q < 0}$$

- Ex.: (3, -6, 12, -24 ...) → q < -2

5. Estacionária (ou singular):

= $a_1 \neq 0, mas$ $\boxed{q = 0}$

- Ex.: (3, 0, 0, 0, 0, ...)

@mapasdalulu

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

progressão geométrica

TERMO GERAL

$$a_1 \xrightarrow{\times q} a_2 \xrightarrow{\times q} a_3 \xrightarrow{\times q} \dots\ a_n$$

$$\boxed{\therefore\ a_n = a_1 \cdot q^{n-1}}$$

- Termo geral sem conhecer a_1

$$\boxed{a_n = a_k \cdot q^{n-k}}$$

Termo conhecido

SOMA DOS TERMOS

- De uma P.G. finita

$$S = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \dots + a_n}_{n \text{ termos}}$$

$$\boxed{S = \frac{a_1\,(q^n - 1)}{q - 1}}$$

SOMA DOS TERMOS

- De uma P.G. infinita

(n = infinito!)

- $se\ |q| \geq 1,\ \lim\limits_{n\to\infty} S = \infty$

= Sequência divergente

- $se\ |q| < 1,\ \lim\limits_{n\to\infty} S = \dfrac{-a_1}{q-1}$ → $\boxed{S = \dfrac{a_1}{1-q}}$

@mapasdalulu

@mapasdalulu

PORCENTAGEM

porcentagem

ASPECTOS GERAIS

- Razão com denominador 100:

$p\,\% = p/100$

OUTRAS REPRESENTAÇÕES:

80% = 80/100 = 0,8

230% = 230/100 = 2,3

VARIAÇÕES PERCENTUAIS

- Para diminuir p% → multiplicar por: (100 – p)%

Ex.: Redução de 25% em uma mercadoria de R$400,00

Valor final= (100 - 25)% x 400 = 300,00

Desconto = 25% x 400 = 100

- Para aumentar p% → multiplicar por (100 + p)%

Ex.: Aumento de 25% em uma mercadoria de R$ 400,00

Valor final = (100 + 25)% x 400 = 500,00

Aumento = 25% x 400 = 100,00

TRANSFORMAÇÃO DE UMA FRAÇÃO ORDINÁRIA EM PERCENTUAL

- Basta multiplicá-la por 100%

Ex.: 5/2 → 5/2 x 100% = 500%/2 = 250%

3/8 → 3/8 x 100% = 300%/8 = 37,5%

PERCENTUAL DE UM VALOR

- Para calcular x% de um valor, basta multiplicá-lo por x/100

Ex.: 30% de 500

$= 30/1\cancel{00} \times 5\cancel{00} = 150$

20% de 30% de 40% de 1000

$= 2\cancel{0}/1\cancel{00} \times 3\cancel{0}/1\cancel{00} \times 4\cancel{0}/1\cancel{00} \times 1\cancel{000} = 24$

VARIAÇÕES PERCENTUAIS SUCESSIVAS

Basta multiplicar, sucessivamente por (100 – p)% para descontos e (100 + p)% para aumentos

Ex.: há um aumento de 20%, seguido de uma redução de 30% e um posterior aumento de 40% em uma mercadoria que custava inicialmente R$120,00.

$12\cancel{0}/10\cancel{0} \times 7\cancel{0}/10\cancel{0} \times 14\cancel{0}/1\cancel{00} \times 12\cancel{0} = 141{,}12$

@mapasdalulu

CONJUNTOS NUMÉRICOS

conjuntos numéricos

= NÚMEROS NATURAIS =

ASPECTOS GERAIS

- Símbolos: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3. ...\}$

  $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3. ...\}$

  Sem o zero (= "não nulos")

- Para a contagem dos objetos.
- Ex.: livros, árvores, ...

  Não se diz "tenho 3,425 livros" ou "há -1 banana".

OPERAÇÕES

- Podemos definir adição e multiplicação. (O conjunto é fechado)

  + ou x de número naturais resultam em um número natural.

- A subtração e a divisão não são sempre definidas. (O conjunto não é fechado)

  Resultam em número não natural:

2 - 5
2 : 8
5 : 3

FATORAÇÃO

= reescrevê-lo como um produto de números primos:

Só são divisíveis por 1 e por si mesmos (Ex.: 2, 3, 5, 7, 11, 13, ...)

- Ex.: Fatorar 36:

Usar sempre o menor número primo possível

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$= 2^2 . 3^2$

QUADRADO PERFEITO

- É o quadrado de um número natural
- Ex.: $16 = 4^2$

  $9 = 3^2$

  $4 = 2^2$

CUBO PERFEITO

- É o cubo de um número natural
- Ex.: $8 = 2^3$

  $27 = 3^3$

  $64 = 4^3$

@mapasdalulu

CONJUNTOS NUMÉRICOS

conjuntos numéricos

= NÚMEROS NATURAIS =

QUANTIDADE DE DIVISORES DE UM NÚMERO NATURAL

PASSO A PASSO

1. Fatorar em números primos
2. Adicione 1 a cada expoente
3. Multiplique os resultados de 2

- Ex.: número de divisores de 12

1

12	2
6	2
3	3
1	$= 2^2 . 3^1$

2 $12 = 2^2 . 3^1$

$2 + 1 = 3$ $\quad$ $1 + 1 = 2$

3 $3 \times 2 = 6$ 6 divisores!

$D(12) = \underbrace{\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}}_{\text{6 divisores!}}$

QUANTIDADES DE ALGARISMOS EM UMA SEQUÊNCIA

- Ex.: Quantos algarismos são usados para numerar páginas de 1 a 150?
  - $1 \rightarrow 9 = 9 - 1 + 1 = 9$ números de 1 algarismo
    $(9 . 1 = 9)$
  - $10 \rightarrow 99 = 99 - 10 + 1 = 90$ números de 2 algarismos
    $(90 . 2 = 180)$
  - $100 \rightarrow 150 = 150 - 100 + 1 = 51$ números de 3 algarismos
    $(51 . 3 = 153)$

Total: $9 + 180 + 153$

$\boxed{= 342}$

CONJUNTOS NUMÉRICOS

conjuntos numéricos

= NÚMEROS INTEIROS =

ASPECTOS GERAIS

- Símbolos: $\mathbb{Z}$

$\mathbb{Z} = \{ \ldots, \underbrace{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3}_{\text{Números simétricos/opostos}}, \ldots\}$

$\mathbb{Z}^* = \{ \ldots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \ldots\}$

Inteiros não nulos

$\mathbb{Z}_- = \{ \ldots, -3, -2, -1, 0\}$

Inteiros não positivos

$\mathbb{Z}_+ = \{ 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

Inteiros não negativos

$\mathbb{Z}^*_- = \{ \ldots, -3, -2, -1 \}$

Inteiros negativos

$\mathbb{Z}^*_+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$

Inteiros positivos

> O **zero** não é positivo nem negativo: é neutro

OPERAÇÕES

- Podemos definir adição, subtração e multiplicação

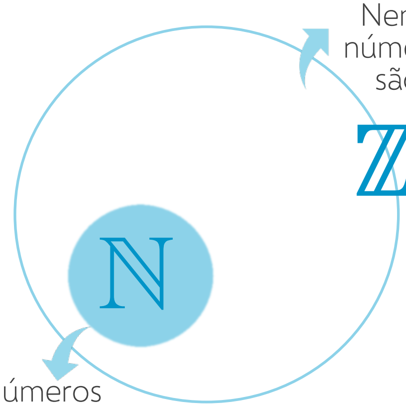
$a - b = a + (-b)$

$\mathbb{Z}$ é fechado nas três opções

- A divisão não é ainda definida

RELAÇÃO ENTRE OS CONJUNTOS

Nem todos os números inteiros são naturais



Todos os números naturais são inteiros

@mapasdalulu

@mapasdalulu

CONJUNTOS NUMÉRICOS

= NÚMEROS INTEIROS =

REGRAS DOS SINAIS COM NÚMEROS INTEIROS

$\boxed{-(-a) = a}$

$\boxed{(-a) \cdot (-b) = a \cdot b}$

$\boxed{a \cdot (-b) = (-a) \cdot b = -(a \cdot b) = -a \cdot b}$

Para multiplicação e divisão:

SINAIS	RESULTADO
Iguais	Positivo
Diferentes	Negativo

- Ex.: $(-2) \cdot (-4) = 8$

  $3 \cdot 6 = 18$

  $(-2) \cdot 4 = -8$

  $(-3) \cdot 6 = -18$

QUANTIDADE DE NÚMEROS EM UMA SEQUÊNCIA

- Ex.: Quantos números há entre {354, 355, ..., 678} ?

$= 678 - 354 + 1 = 325$ números

Subtrair o maior do menor e somar 1

CONJUNTOS NUMÉRICOS

conjuntos numéricos

= NÚMEROS RACIONAIS =

ASPECTOS GERAIS

- Símbolo: $\mathbb{Q} = \{\, p/q \ / \ p \in \mathbb{Z} \text{ e } p \in \mathbb{Z}^* \}$

PROPRIEDADE DA DENSIDADE

- Entre dois números racionais há infinitos outros números racionais

OPERAÇÕES

- Podemos definir adição, subtração, multiplicação e divisão
  - inclui os números decimais finitos e infinitos (Dízimas periódicas)

DÍZIMAS PERIÓDICAS

- Números decimais com infinitas casas decimais periódicas
- Ex.: 0,14141414 ...

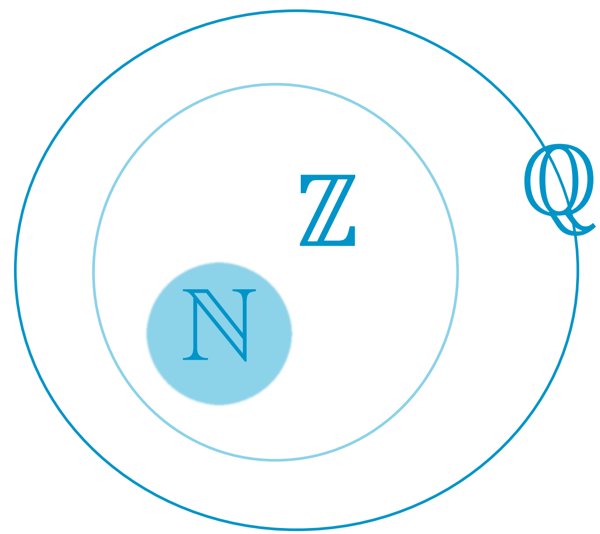
  32, 12546546546... = $32{,}12\overline{546}$
- Para transformar em fração:
- Ex.: $3{,}12\overline{851}$

1. "Número completo" = NC = 312.851
2. "Núm. fora da barra" = NFB = 312
3. Denominador = $\underbrace{999...9}_{\text{Tantos quantos os números abaixo da barra}}\ \underbrace{000...0}_{\text{Tantos quantos os números entre a vírgula e a barra}}$

para o numerador

- Fração → $3{,}12\overline{851} = \dfrac{312.851 - 312}{99.900} = \dfrac{312.539}{99.900}$

RELAÇÃO ENTRE CONJUNTOS



CONJUNTOS NUMÉRICOS
conjuntos numéricos

= NÚMEROS REAIS =

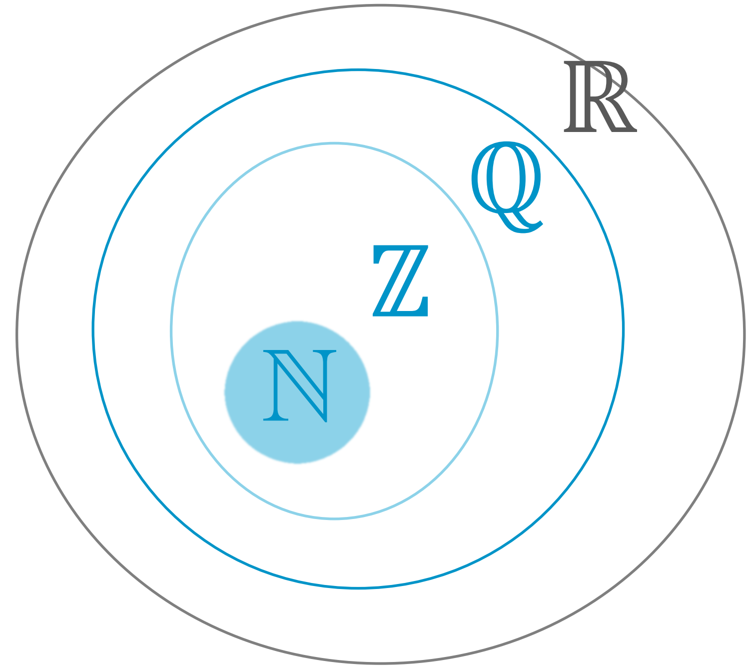
ASPECTOS GERAIS

- Todos os números com representação decimal (finita/ infinita, periódica/não periódica
- Símbolo: $\mathbb{R}$

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \overline{\mathbb{Q}}$

Irracionais (não podem ser escritos como fração)
Ex.: $\sqrt{2}, \pi$

RELAÇÃO ENTRE CONJUNTOS



INTERVALOS REAIS

- $[a, b]$ = intervalo limitado fechado
(Inclui os extremos)
- (a, b) = intervalo limitado aberto
(não inclui os extremos)
- $[a, +\infty)$ = intervalo limitado fechado à esquerda
Infinito é sempre aberto
- $(-\infty, a)$ = intervalo limitado aberto à esquerda

RADICAIS

radicais

ASPECTOS GERAIS

- $\sqrt[n]{a} = b \rightarrow b^n = a$

n = índice | r = radicando | b = raiz

RAÍZES DE ÍNDICE PAR

- Não há raiz de um número negativo se o índice for par

Não existe $\sqrt{-16}$ (nos números reais)

Um número positivo ou negativo elevado a um expoente par sempre resulta em um número **positivo**

RAÍZES DE ÍNDICE ÍMPAR

- Não há esse impedimento:

$\sqrt[3]{-8} = -2$

PROPRIEDADES

IMPORTANTE!

- $\sqrt[n]{a} \,.\, \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$
- $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$
- $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADORES

= eliminar os radicais do denominador da fração
(Sem alterar seu valor)

- Deve-se multiplicar o numerador e denominador pelo fator racionalizante
- Lembre-se das propriedades

- $\sqrt[n]{a^n} = a$

$$\frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{8\sqrt{2}}{2}$$

- $\sqrt[n]{a^m} \,.\, \sqrt[n]{a^{n-m}} = \sqrt[n]{a^n} = a$

$$\frac{8}{\sqrt[5]{2^3}} = \frac{8}{\sqrt[5]{2^3}} \cdot \frac{\sqrt[5]{2^2}}{\sqrt[5]{2^2}}$$

$$= \frac{8\sqrt[5]{2^2}}{\sqrt[5]{2^5}} = \frac{8.\sqrt[5]{2^2}}{2}$$

- $(\sqrt{a} - \sqrt{b}).(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b$

$$\frac{6}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{6\,.(\sqrt{5} - \sqrt{2})}{5 - 2}$$

$$= \frac{6\,.(\sqrt{5} - \sqrt{2})}{3}$$

$$= 2\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$$

@mapasdalulu

EQUAÇÕES

equações

CONCEITO

- Sentença matemática aberta que exprime uma relação de igualdade.

Ex.: $3x + 2 = 9$ — Tem uma variável

$\sqrt{2x+1} = 7$

$2x + 4y = 5$

- Não são equações: $9^2 + 4^2 = 97$

$4 + \sqrt{7}\,x \neq 3$

INCÓGNITA → tem um valor fixo que queremos descobrir (= raiz da equação)

VARIÁVEL → pode assumir qualquer valor

CONJUNTOS IMPORTANTES

CONJUNTO UNIVERSO

- Todos os valores que uma variável pode assumir (U)

CONJUNTO VERDADE

- Elementos de U que satisfazem a equação

SOLUÇÕES DE EQUAÇÕES

- Equações equivalentes → têm as mesmas raízes
- Para resolver → escreva uma série de equações equivalentes até isolar a incógnita.

Ex.:

$3x - 1 = 8$

inverte

$3x = 8 + 1$

$3x = 9$

inverte

$x = \frac{9}{3}$ → $\boxed{x = 3}$

ATENÇÃO!

Ao passar um termo para o outro lado da = inverte-se o sinal

$-$ ⇄ $+$

$\times$ ⇄ $:$

DICA:

- Quando uma equação possuir frações, multiplique os dois lados pelo MMC dos denominadores.

Ex.:

$$\frac{2x}{3} + \frac{5}{2} = 4$$

→ MMC (2,3) = 6

multiplicar os dois lados

$$6\left(\frac{2x}{3} + \frac{5}{2}\right) = 6 \,.\, 4$$

$$\cancel{6}^{2} . \frac{2x}{\cancel{3}} + \cancel{6}^{3} . \frac{5}{\cancel{2}} = 6 \,.\, 4$$ Simplifique!

$$4x + 15 = 24$$

$4x = 9$ → $\boxed{x = \frac{9}{4}}$

@mapasdalulu

EQUAÇÕES DO 2º GRAU

equações do 2º grau

ASPECTOS GERAIS

- Equação que pode ser escrita como:

$ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c são números reais e a $\neq 0$)

Ex.: $x^2 + 2x + 1 = 0$

$x^2 = 9$

CUIDADO!

$\sqrt{9} = 3, mas \sqrt{x^2} = |x|$

$se\ x^2 = 9$

$x = \pm\sqrt{9}$

$\boxed{x = \pm 3}$ $(-3)^2 = 9$ / $3^2 = 9$

SOLUÇÃO GERAL

DECORE!

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2a}$$

$\Delta = b^2 - 4.a.c$ (delta)

Se
- $\Delta > 0$: 2 raízes reais e distintas
- $\Delta = 0$: 2 raízes reais e iguais
- $\Delta < 0$: não há raízes

QUADRADO PERFEITO

DECORE!

$(ax + b)^2 = a^2x^2 + 2abx + b^2$

- Como identificar:

$64x^2 + 80x + 25$

$= 8^2$ $= 5^2$ Tire os quadrados

Multiplique por 2 → $2.5.8 = 80$ → Igual ao termo do meio

Logo, = $(8x + 5)^2$

CASOS ESPECIAIS

(solução imediata)

- $b = c = 0 \rightarrow ax^2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 0}$
- $b = 0 \rightarrow ax^2 + c = 0 \rightarrow \boxed{x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}}$
- $c = 0 \rightarrow ax^2 + bx = 0$

$x\ (ax + b) = 0$

$ax + b = 0$

$\boxed{x = \frac{-b}{a}}$ ou $\boxed{x = 0}$

@mapasdalulu

EQUAÇÕES DO 2º GRAU

RELAÇÕES DE GIRARD

- Soma das raízes → $S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$
- Produto das raízes → $P = x_1 + x_2 = \frac{c}{a}$

$$a\,[x^2 - Sx + P] = 0$$

- Ex.: $3x^2 - 15x - 72 = 0$

Raízes: $\boxed{x_1 = 8 \quad x_2 = -3}$

$\boxed{S = 5 \quad P = -24}$

Logo,

$$3x^2 - 15x - 72 = 3\,(x^2 - 5x - 24)$$

FORMA FATORADA

- $a(x - x_1).(x - x_2) = 0$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1).(x - x_2)$$

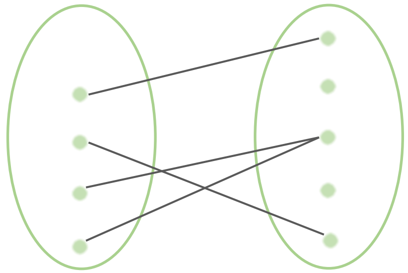
Ex.: $3x^2 - 15x - 72 = 0$

Raízes: $\boxed{x_1 = 8 \quad x_2 = -3}$

$$3x^2 - 15x - 72 = 3\,(x - 8).(x + 3)$$

FUNÇÕES
funções
= CONCEITOS =

DOMÍNIO E CONTRADOMÍNIO



Conjunto domínio (A) (De partida)

Conjunto contradomínio (A) (De chegada)

Usar o domínio mais amplo possível

Para ser função, cada elemento de A deve se relacionar a um elemento em B (apenas uma vez)

IMAGEM

- Subconjunto do contradomínio
- Elementos de B associados a A pela função
- É a projeção do gráfico sobre o eixo y

f(x) = Imagem do elemento x pela função y

ZERO DE UMA FUNÇÃO

Para encontrá-los:

Faça f(x)=0

Resolva a equação resultante

QUALIDADES

FUNÇÃO SOBREJETORA

- Se e somente se o contradomínio é igual ao conjunto imagem (Todos os elementos no contradomínio recebem a cordinha de A)

FUNÇÃO INJETORA

- Se e somente se elementos distintos do domínio têm imagens distintas:

$$f(x_1) \neq f(x_2), se\ x_1 \neq x_2$$

FUNÇÃO BIJETORA

- Se e somente se for simultaneamente sobrejetora e injetora

Só funções bijetoras admitem a existência de função inversa

FUNÇÃO PAR

$$f(x) = f(-x)$$

(O eixo y é como um espelho)

- Todos os expoentes de f(x) devem ser pares

FUNÇÃO ÍMPAR

$$f(-x) = -f(x)$$

(O gráfico é simétrico em relação à origem)

- Todos os expoentes de f(x) devem ser ímpares

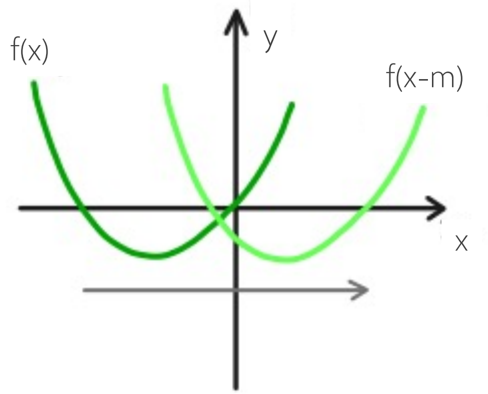
@mapasdalulu

@mapasdalulu

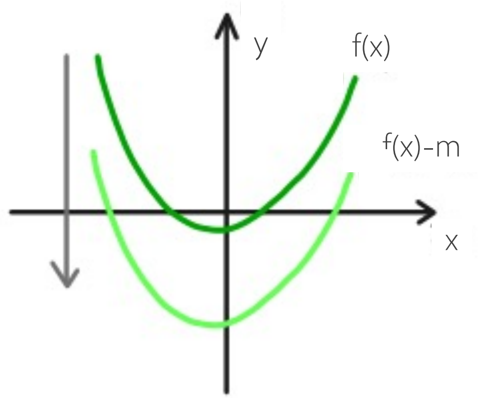
FUNÇÕES

TRANSLAÇÃO NO PLANO CARTESIANO

TRANSLAÇÃO HORIZONTAL

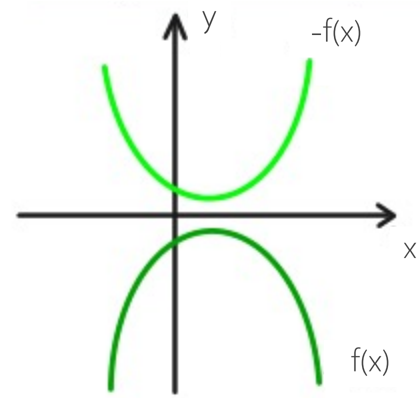


TRANSLAÇÃO VERTICAL

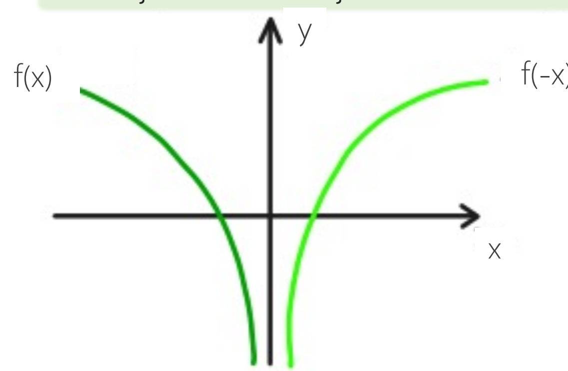


REFLEXÃO NO PLANO CARTESIANO

ROTAÇÃO EM RELAÇÃO AO EIXO X



ROTAÇÃO EM RELAÇÃO AO EIXO Y



FUNÇÕES

funções

= 1º GRAU =

EQUAÇÃO (função afim)

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $\boxed{f(x) = ax + b}$

a: taxa de variação

b: valor inicial/ termo independente

CASOS IMPORTANTES:

b=0 → função linear

b=0 e a=1 → função identidade

a=0 → função constante

GRÁFICO

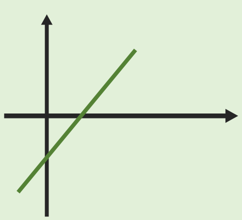
- Para construir:

1. Escolha dois valores para x
2. Calcule y correspondentes
3. Marque os dois pontos
4. Traçar a reta passando por ambos

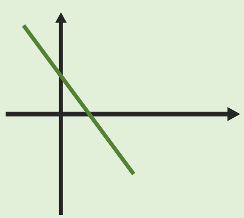
- Intercepta o eixo $\begin{cases} x \rightarrow f(x)=0 \\ y \rightarrow f(0) = b \end{cases}$

- Função será:

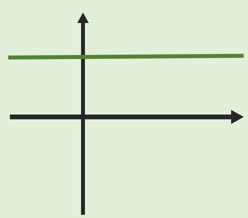
Crescente: a>0



Decrescente: a<0



Constante: a=0



TAXA DE VARIAÇÃO

$$\boxed{a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

RETA QUE PASSA POR UM PONTO

$$a = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

(x_0, y_0)

$$\boxed{y - y_0 = a \,.(x - x_0)}$$

PROPORCIONALIDADE

- Grandezas diretamente proporcionais relacionam-se por:

$\boxed{y = ax}$ b=0

a= constante de proporcionalidade

@mapasdalulu

@mapasdalulu

FUNÇÕES
= 2º GRAU =

DEFINIÇÃO:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $\boxed{f(x) = ax^2 + bx + c}$

a: coeficiente dominante (Único responsável pelo formato da parábola)

b: coeficiente do primeiro grau

c: termo independente (Ponto em que corta o eixo y)

Para calcular c, fazer x=0 → f(0)=c

RAÍZES

- São a solução da equação: $ax^2 + bx + c = 0$ (x1, x2)

$$\boxed{x_i = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$$ em que $$\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$$

- $\Delta < 0$: não há raízes reais
- $\Delta = 0$: há 2 reaízes reais e iguais
- $\Delta > 0$: há 2 raízes reais e distintas

FORMA FATORADA

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

VÉRTICE

$$x_{VÉRTICE} = \frac{-b}{2a}$$

$$y_{VÉRTICE} = \frac{-\Delta}{4a}$$

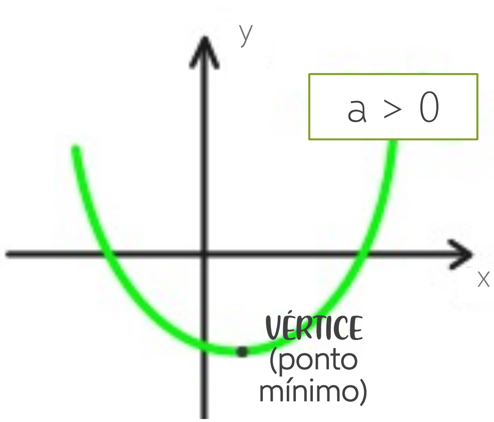
- Forma canônica da equação:

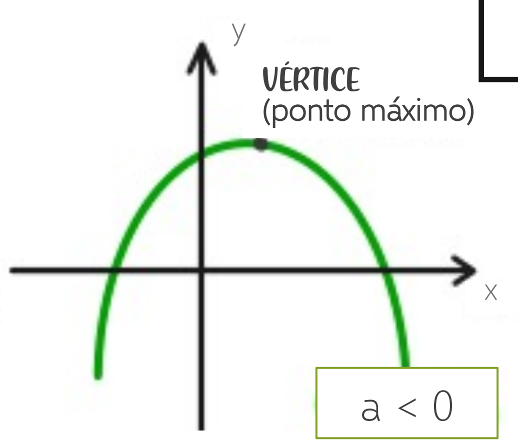
$$\boxed{y = a(x - x_{VÉRTICE})^2 + y_{VÉRTICE}}$$

- Se $\Delta > 0$: $\boxed{x_{VÉRTICE} = \frac{x_1 + x_2}{2}}$

É o ponto médio entre as duas raízes

CONCAVIDADE





@mapasdalulu

INEQUAÇÕES

inequações

ASPECTOS GERAIS

- Sentenças com incógnita x:

$f(x) > g(x)$ | $f(x) < g(x)$

$f(x) \geq g(x)$ | $f(x) \leq g(x)$

SOLUÇÃO

= valores que tornam a sentença **verdadeira**

CONJUNTO SOLUÇÃO (S)

$$\begin{cases} S = \emptyset & \text{se não houver solução} \\ S = \mathbb{R} & \text{se qualquer número real for solução} \end{cases}$$

- Para resolver, opere como uma equação

Para inverter o sinal da inequação, multiplicar ambos os lados por -1 $(< \longleftrightarrow >)$

[ ] ⟶ intervalo **fechado** (Inclui extremidades)

( ) ⟶ intervalo **aberto** (Não inclui as extremidades)

INEQUAÇÕES SIMULTÂNEAS

- Ex.: $f(x) > g(x) > h(x)$

- Para resolvê-las:

- Decomponha o sistema em **duas** inequações simultâneas conectadas por "**e**":

$$\begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) > h(x) \end{cases}$$

- Conjunto solução: = **interseção** dos conjuntos solução das inequações que o compõem

@mapasdalulu

INEQUAÇÕES

inequações

= 2º GRAU =

IMPORTANTE!

ASPECTOS GERAIS

- Sendo f(x) uma função quadrática:

$f(x) > 0$	$f(x) < 0$
$f(x) \geq 0$	$f(x) \leq 0$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

SOLUÇÃO

= fazer um estudo de sinal de f(x)

(Ver quando ela é negativa e quando é positiva)

1. Determinar a concavidade:

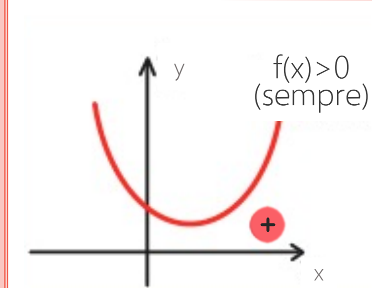
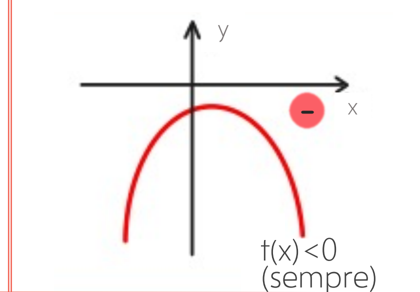
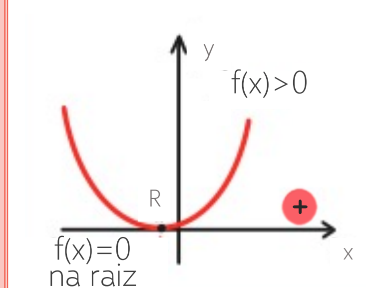
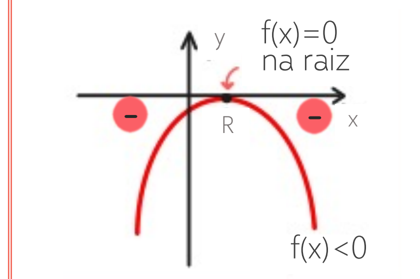
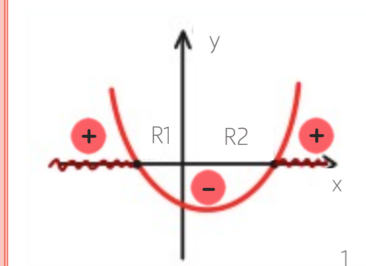
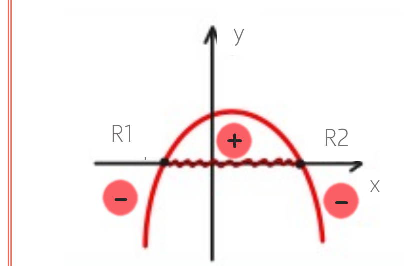
a>0	a<0
Positivo = feliz	Negativo = triste
	

(Depende do sinal de **a**)

2. Calcular o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta < 0$: não há raízes reais
$\Delta = 0$: há 2 reaízes reais e iguais
$\Delta > 0$: há 2 raízes reais e distintas

3. Calcular seus zeros/raízes
4. Encaixar em alguma das situações do quadro ao lado.

	a > 0	a < 0
Δ < 0		
Δ = 0		
Δ > 0		

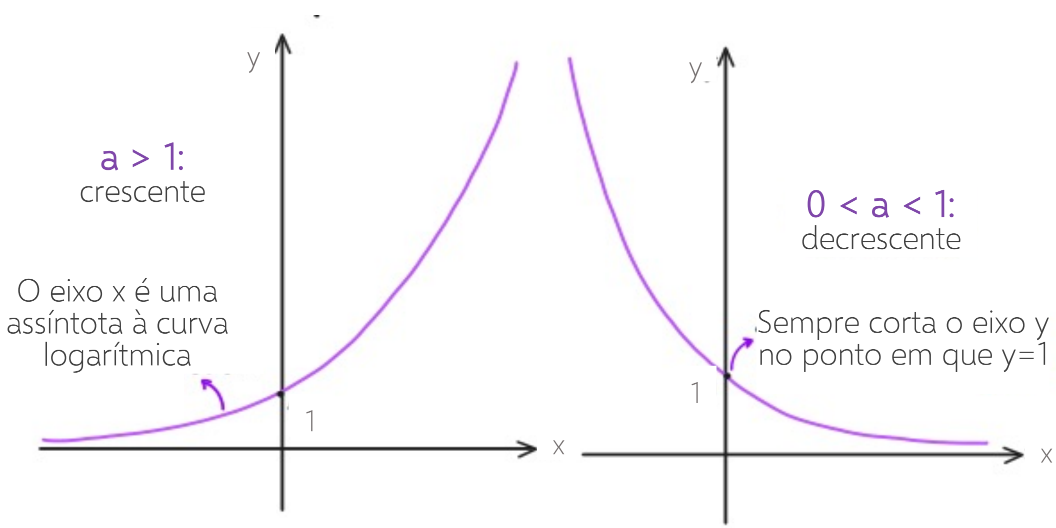
FUNÇÃO EXPONENCIAL

função exponencial

ASPECTOS GERAIS

- $f(x) = a^x$, em que a é um número real tal qual $a > 0$ e $a \neq 1$
- Domínio: $\mathbb{R}$ (Números reais)
- Imagem: $\mathbb{R}_+^*$ (Números reais positivos)

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA



O NÚMERO e:

- É o número de Euler;

  e= 2,718281...

- É um número irracional

$$\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

$$\boxed{y = e^x} \quad (y = \exp(x))$$

EQUAÇÕES EXPONENCIAIS

equações exponenciais

EQUAÇÕES EXPONENCIAIS + LOGARÍTMOS

- Com o uso da operação de logaritmo, não é necessário tentar chegar a uma igualdade de potências de mesma base

$$b^x = a$$

$$\log_b b^x = \log_b a$$

Aplique o logaritmo em ambos os lados da equação

$$x.\log_b b^1 = \log_b a$$

$$\boxed{x = \log_b a}$$

- Ex.:
  - $5^{3x-2} = 4$

    $\frac{5^{3x}}{5^2} = 4$

    $5^{3x} = 25.4$

    $(5^3)^x = 100$

    $125^x = 100$

    $\log_{125} 125^x = \log_{125} 100$

    $x = \log_{125} 100$

  - $6^{\sqrt{x}} = 2$

    $\log_6 6^{\sqrt{x}} = \log_6 2$

    $(\sqrt{x})^2 = (\log_6 2)^2$

    $x = (\log_6 2)^2$

ASPECTOS GERAIS

= equações em que a incógnita se encontra no expoente

Para solucionar: reescrever de modo que se chegue a uma igualdade de potências de mesma base.

- Ex.:
  - $2^x = 128$

    $2^x = 2^7 \rightarrow x = 7$

  - $3^x = 1/81$

    $3^x = 3^{-4} \rightarrow x = -4$

@mapasdalulu

INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS

inequações exponenciais

ASPECTOS GERAIS

= inequações em que a incógnita se encontra no expoente.

- Sendo $f(x) = a^x$

- $a > 1: se\ x > y \rightarrow a^x > a^y$ (crescente)

- $0 < a < 1: se\ x > y \rightarrow a^x < a^y$ (decrescente)

PROCEDIMENTO PARA SOLUÇÃO

- Reduzir todos os membros a uma **base comum**
- **Base>1:** o sentido da desigualdade se mantém

Ex.: $2^x > 2^3$

$x > 3$

- **Base<1:** Inverter o sentido da desigualdade

Ex.: $\left(1/2\right)^x > \left(1/2\right)^3$

$x < 3$

EXEMPLOS

- $2^{3x-2} < 8$

$2^{3x-2} < 2^3$

$3x - 2 < 3$

$x < 5/3$

$\boxed{S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 5/3\} = \left(-\infty, 5/3\right)}$

- $\left(1/3\right)^x \geq 27$

$\left(1/3\right)^x \geq \left(1/3\right)^{-3}$

$x \leq -3$

$\boxed{S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -3\} = (-\infty, -3)}$

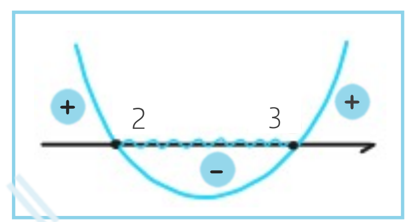
- $2^{x^2-5x} \leq 1/64$

$2^{x^2-5x} \leq 2^{-6}$

$x^2 - 5x \leq -6$

$x^2 - 5x + 6 \leq 0$

$\boxed{S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 3\} = [2, 3]}$ →



@mapasdalulu

LOGARITMOS

DEFINIÇÃO

- Logaritmo = Expoente
- Ex.: $\log_3 9$ = qual expoente devemos dar ao 3 para resultar em 9

$3^2 = 9 \rightarrow \log_3 9 = 2$

$\log_b a \rightarrow b^x = a$

- a: logaritmando (positivo)

  b: base (positivo e $\neq 1$)

  x: logaritmo (qualquer número real)

BASES ESPECIAIS

- Logaritmos decimais

$\log_{10} x = \log x$ Se a base não estiver explícita

- Logaritmos neperiano = natural

Base: e= 2,718281

$\boxed{\log_e x = \ln x}$

PROPRIEDADES IMPORTANTES

- Logaritmo de 1 em qualquer base é igual a zero
- Logaritmo da própria base é 1
- Ex.: $\log_8 8 = 1$
- $\log_a x = \log_a y$ se e somente se $x = y$

LOGARITMO DO PRODUTO

- $\log_a(x.y) = \log_a x + \log_a y$

(Verdadeira em ambos os sentidos!)

LOGARITMO DO QUOCIENTE

- $\log_a(x/y) = \log_a x - \log_a y$

(Verdadeira em ambos os sentidos!)

LOGARÍTMO DA POTÊNCIA

- $\log_a x^y = y.\log_a x$

Logaritmos

= MUDANÇA DE BASE =

MUDANÇA DE BASE

Efetua-se uma divisão com a base desejada:

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

c = nova base

Ex.: $\log_2 3 = \dfrac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2}$

EXPOENTE NA BASE

$$\log_{b^n} x = \frac{\log_b x}{\log_b b^n} = \frac{\log_b x}{n.\log_b b}$$

=1

$$\therefore \log_{b^n} x = \frac{\log_b x}{n}$$

PERMUTAR BASE E LOGARITMANDO

$$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

@mapasdalulu

FUNÇÃO LOGARÍTMICA

função logarítmica

ASPECTOS GERAIS

- $y = \log_a x$ (É a inversa da função exponencial)

Pode se reescrita como $a^y = x$

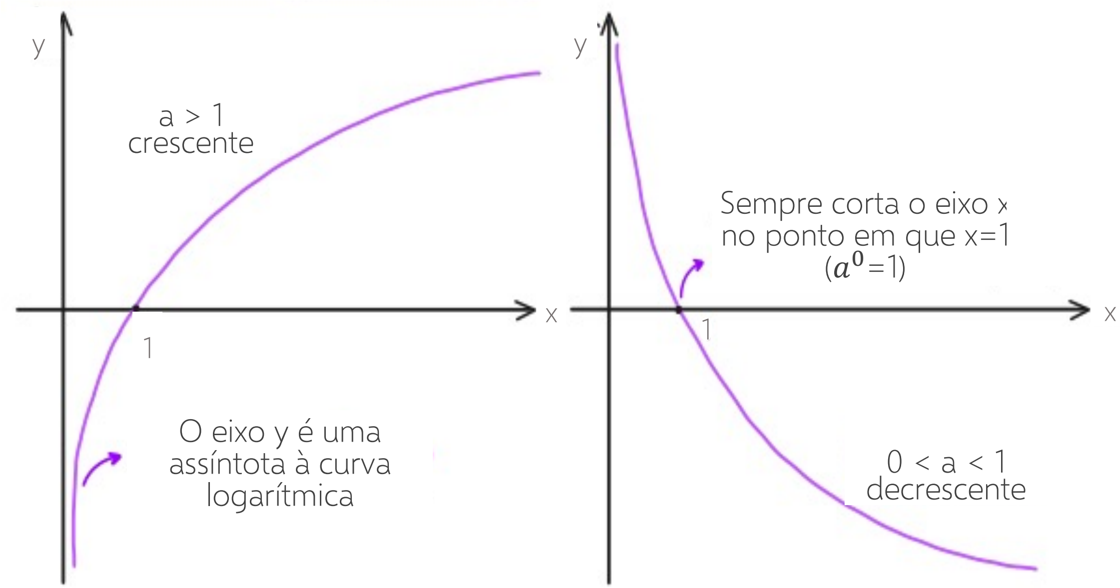
- Domínio: $\mathbb{R}_+^*$ (Números reais positivos)
- Imagem: $\mathbb{R}$ (Números reais)

- Condição de existência do logaritmo:

  a $\neq 1$

  Logaritmando > 0

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA



@mapasdalulu

EQUAÇÃO LOGARÍTMICA

equação logarítmica

ASPECTOS GERAIS

= equações em que a incógnita se encontra no logaritmando

Para solucionar: usar a operação de exponenciação para "tirar" o logaritmo

IMPORTANTE LEMBRAR:

- $\log_b x = a \rightleftarrows x = b^a$
- $\text{se } \log_a f(x) = \log_a g(x), \, então \; f(x) = g(x)$
- O logaritmando é positivo
- A base é positiva e diferente de 1

EXEMPLOS:

- $\log_3(4x+5) = 4$

$$3^{\log_3(4x+5)} = 3^4$$

$$4x + 5 = 81$$

$$\boxed{\therefore x = 19}$$

- $\log_4\underbrace{(4x+5)}_{f(x)} = \log_4\underbrace{(2x+11)}_{g(x)}$

$$f(x) = g(x)$$

$$4x + 5 = 2x + 11$$

$$2x = 6$$

$$\boxed{\therefore x = 3}$$

- $\log_3(2x+1) + \log_3(x-1) = 3$

$$\log_3[(2x+1).(x-1)] = 3$$ (Logaritmo do produto = soma dos logaritmos)

$$3^{\log_3[(2x+1).(x-1)]} = 3^3$$

$$(2x+1).(x-1) = 27$$

$$2x^2 - x - 28 = 0 \rightarrow x = 4 \; ou \; x = \cancel{\frac{-7}{2}}$$

ATENÇÃO! é preciso substituir na equação original para verificar a existência dos logaritmos

$$para\; x = \frac{-7}{2}, o\; logaritmando\; fica < 0$$

(não pode!)

$$logo, \quad \boxed{x = 4}$$

INEQUAÇÃO LOGARÍTMICA

inequação logarítmica

ASPECTOS GERAIS

= inequações em que a incógnita se encontra no logaritmando

sendo $f(x) = \log_a x$

$a > 1$: $se\ x > y \rightarrow \log_a x > \log_a y$
(crescente)

$0 < a < 1$: $se\ x > y \rightarrow \log_a x < \log_a y$
(decrescente)

PROCEDIMENTO PARA SOLUÇÃO

- Reduzir todos os membros a uma **base comum**
$(k = \log_a a^k)$

- **Base>1:** o sentido da desigualdade se **mantém**

Ex.: $\log_a x > \log_a y \rightarrow y > x$

- **Base<1: inverter** o sentido da desigualdade

Ex.: $\log_a x > \log_a y \rightarrow x < y$

EXEMPLOS

- $\log_3(2x-4) \leq \log_3 8$

$2x - 4 \leq 8$ Manter o sinal

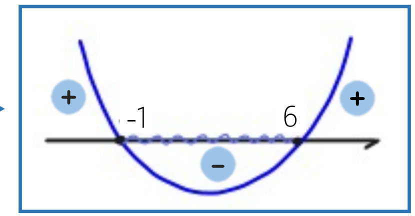
$x < 6$

$$\boxed{S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 6\} = [-\infty, 6]}$$

- $\log_{1/2}(x^2-5x) \geq \log_{1/2} 6$

$x^2 - 5x \leq 6$ Inverter o sinal

$x^2 - 5x - 6 \leq 0$ →



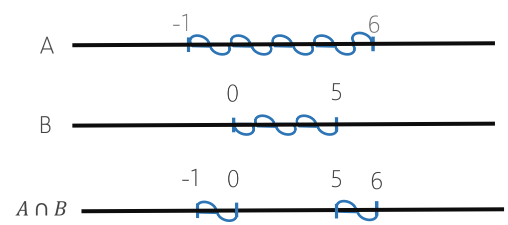
$-1 \leq x \leq 6$

- O logaritmando deve ser positivo *

$x^2 - 5x > 0 \rightarrow x < 0\ ou\ x > 5$

- A solução será a interseção dos intervalos:

$$\boxed{S = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 0\ ou\ 5 < x \leq 6\} = [-1,0) \cup (5,6]}$$



* ⚠ ATENÇÃO!

Lembre-se sempre de verificar a condição de existência do logaritmo (logaritmando > 0)

@mapasdalulu

POLINÔMIOS

MONÔMIOS (Termos algébricos)

= número/ produto de números em que alguns deles são representados por letras

- Ex.: $-5xy^2$ (coeficiente) • $3x$ • ab^2c (parte literal)

OPERAÇÕES

- Opere os coeficientes e repita a parte literal (Monômios semelhantes)
- Ex.: $2x + 3xy + 4y^2 + 3x - 5xy$ Simplifique!

$$= (2+3)x + (3-5)xy + 4y^2$$

$$= 5x - 2xy + 4y^2$$

DECORE!

PRODUTOS NOTÁVEIS

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a+b).(a-b) = a^2 - b^2$

POLINÔMIOS

= monômio ou soma de monômios não semelhantes

- Ex.: • $3x - 14$ • $2x^2 - 4y$
- Polinômios especiais: (Não tendo termos semelhantes)
  - Monômio: 1 termo $(3x)$
  - Binômio: 2 termos $(7x^2 + 5xy)$
  - Trinômio: 3 termos $(2x + 3xy + 4y^2)$

OPERAÇÕES

- Multiplicação:
  - Monômio x Polinômio

    Multiplica cada um dos termos

    $3x.(2x^2 + 8x + 5)$

    $= 6x^3 + 24x^2 + 15x$
  - Polinômio x Polinômio

    Cada termo multiplica cada um dos termos

    $(2x+3).(-3x+4)$

    $= (-6x^2 + 8x) + (-9x + 12)$

    $= -6x^2 - x + 12$

- Divisão:

Dividendo = Quociente . Divisor + Resto

Resolva nessa ordem!

$$\begin{array}{r|l}
-15x^3 + 29x^2 - 33x + 28 & 3x - 4 \\
+15x^3 - 20x^2 \qquad\qquad & -5x^2 + 3x - 7 \\
\hline
9x^2 - 33x + 28 & \text{quociente} \\
-9x^2 + 12x \qquad & \\
\hline
-21x + 28 & \\
+21x - 28 & \\
\hline
0 & \text{resto}
\end{array}$$

@mapasdalulu

MATRIZES

REPRESENTAÇÃO

- Matriz m x n = tabela retangular formada por números reais distribuídos em:
  - m linhas
  - n colunas

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a & b\ \dots & z \\ \dots & \dots & \dots \\ k & \dots & j \end{bmatrix}}_{n} \Bigg\} m$$

- Elemento = a_{ij}

$\mathcal{M} = (a_{ij})\ .m\ x\ n$ (Linha i coluna j)

MATRIZES ESPECIAIS

RETANGULAR

= m ≠ n

QUADRADA

= m = n → matriz quadrada de ordem n

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

diagonal secundária

diagonal principal

Traço = soma dos elementos da diagonal principal

LINHA

- m = 1

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a & b\ \dots & z \end{bmatrix}}_{n}$$

COLUNA

- n = 1

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ . \\ . \\ . \\ k \end{bmatrix} \Bigg\} m$$

MATRIZES ESPECIAIS

DIAGONAL

= matriz quadrada cujos elementos que não pertencem à diagonal principal são nulos

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

IDENTIDADE

= matriz diagonal cujos elementos da diagonal principal são 1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad I_n = matriz\ identidade\ de\ ordem\ n$$

ESCALAR

= matriz diagonal cujos elementos da diagonal principal são iguais

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

NULA

= todos seus elementos são nulos

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

MATRIZES

MATRIZES ESPECIAIS (continuação)

MATRIZ SIMÉTRICA

Matriz quadrada de ordem n tal que $a_{ij} = a_{ji}$, para todo i e todo j

- A diagonal principal atua como um eixo de simetria (não há restrição aos elementos da diagonal principal)

$$\begin{bmatrix} 9 & 8 & 0 \\ 8 & 4 & 7 \\ 0 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

MATRIZ ANTI-SIMÉTRICA

Matriz quadrada de ordem n tal que $a_{ij} = -a_{ji}$, para todo i e todo j

- A diagonal principal deve ser formada por zeros

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 9 \\ -3 & 0 & -5 \\ -9 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

MATRIZ OPOSTA

Quando a soma das duas matrizes resulta em uma matriz nula

- A + B= Matriz Nula

$$a_{ij} = -b_{ij}$$

- A matriz oposta de A é -A

TRIANGULAR SUPERIOR

Matriz quadrada em que todos os elementos abaixo da diagonal principal são nulos (a_{ij}=0, para i > j)

$$\begin{bmatrix} 4 & 8 & 1 \\ 0 & 9 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TRIANGULAR INFERIOR

Matriz quadrada em que todos os elementos acima da diagonal principal são nulos (a_{ij}=0, para i < j)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 8 & 7 & 0 \\ 4 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

@mapasdalulu

MATRIZES

matrizes

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE MATRIZES

- Só se da entre matrizes do **mesmo tipo** (Mesmo número de linhas e colunas)
- O resultado também é uma matriz do **mesmo tipo**

C= A +B

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

Faz-se a operação termo a termo

PROPRIEDADES

- (A + B) + C = A+ (B + C)

  A + B = B + A
- É o equivalente para a **subtração**

  C = A – B

$$c_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$$

- Ex.:

$$\begin{bmatrix} 9 & 8 & 0 \\ 8 & 4 & 7 \\ 0 & 7 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & 7 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 9 & 4 \\ 11 & 6 & 7 \\ 2 & 14 & 5 \end{bmatrix}$$

PRODUTO DE UM NÚMERO POR MATRIZ

- Para **multiplicar** uma matriz A por um número real **k**, basta multiplicar **todos os elementos** de A (a_{ij}) por k
- Ex.:

k=3

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 0 \\ 8 & 4 & 7 \\ 0 & 7 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow k.A =$$

$$= 3 . \begin{bmatrix} 9 & 8 & 0 \\ 8 & 4 & 7 \\ 0 & 7 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 & 24 & 0 \\ 24 & 12 & 21 \\ 0 & 21 & 3 \end{bmatrix}$$

@mapasdalulu

MATRIZES

MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES

- Para multiplicar duas matrizes A, B, é necessário que o número de **colunas de A** seja igual ao de **linhas de B**

$$A_{m \times \underbrace{n}\,}\times B_{\underbrace{n}\, \times p}$$

as dimensões do meio devem coincidir

⚠ ATENÇÃO! Nem sempre é possível multiplicar duas matrizes

DIMENSÕES DA MATRIZ RESULTANTE

$$\underbrace{A\ m \times n \times B\ n \times p}_{\text{As dimensões das extremidades vão para a matriz resultante}} = C\ m \times p$$

- Ex.:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 5 \\ 4 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}}_{2x4} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \\ 3 & -3 & -4 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}}_{4x3} = \underbrace{\begin{bmatrix} 15 & 28 & 39 \\ 1 & 21 & 28 \end{bmatrix}}_{2x3}$$

= 1.1 +3.0+(-2).3 +5.4
=1+0+(-6)+20=15

$$\boxed{c_{ij} = \sum_{r=1}^{n} a_{ir} . a_{rj}}$$

PROPRIEDADES

- (A . B) . C = A . (B . C) (Associativa)
- (A + B) . C = A . C + B . C (Distributiva em relação à adição)
- (kA) . B = A(kB) = k . (A . B)
- I . A = A . I = A (Sendo A uma matriz quadrada)

A matriz identidade é o elemento neutro da multiplicação de matrizes quadradas

POTENCIALIZAÇÃO DE MATRIZES

$$A^n = \underbrace{A . A . A \ldots A}_{\text{n fatores}}$$

- $A^1 = A$
- A = 0

MATRIZES

MATRIZ TRANSPOSTA

- Seja A $= (a_{ij})_{m\,x\,n}$, sua transposta será $A^t{}_{n\,x\,m}$ a matriz que se obtém trocando as linhas pelas colunas
- Ex.:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}}_{A} \qquad \underbrace{\begin{bmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{bmatrix}}_{A^t}$$

PROPRIEDADES

DECORE!

- $(A^t)^t = A$
- $(A + B)^t = A^t + B^t$ (Sendo A e B matrizes do mesmo tipo)
- $(k.A)^t = k.A^t$
- $(A.B)^t = A^t.B^t$ (Sendo A e B matrizes que podem ser multiplicadas)
- Matriz simétrica: $A^t = A$
- Matriz antissimétrica: $A^t = -A$

MATRIZES INVERSAS

- Seja A uma matriz quadrada de ordem n, e B sua inversa:

$$\boxed{A\,.\,B = B\,.\,A = I_n}$$

(B = A^{-1})

- Se A não é inversível = matriz singular

PROPRIEDADES

(Sendo A e B matrizes quadradas de mesma ordem e inversíveis)

- $(A^{-1})^{-1} = A$
- $(A.B)^{-1} = A^{-1}.B^{-1}$
- $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$

- **MATRIZ ORTOGONAL** → se a inversa da matriz é igual a sua transposta. $(A^{-1} = A^t)$

@mapasdalulu

DETERMINANTES

ASPECTOS GERAIS

- = número associado a uma matriz.
- Apenas matrizes quadradas admitem seu cálculo
- Denotado por detA

MENOR COMPLEMENTAR

- Menor complementar do elemento a_{ij} é D_{ij} = determinante da matriz que se obtém suprimindo-se a linha i e a coluna j

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & \pi \end{bmatrix} \rightarrow D_{1,3} = \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 6$$

CÁLCULO

ORDEM 2

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow detA = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

$$detA = a\,.\,d - b\,.\,c$$

ORDEM 3

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \rightarrow detA = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

TÉCNICA DE SAURUS

$$detA = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix}$$

$detA$
$= a.e.i + b.f.g + c.d.h$
$-(c.e.g + a.f.h + b.d.i)$

Soma dos produtos no sentido da diagonal principal

\- Soma dos produtos no sentido contrário

DETERMINANTES

PROPRIEDADES

DECORE!

- Se os elementos de uma fila qualquer (Linha ou coluna) forem todos nulos → detA = 0
- Se A Tem duas filas paralelas (Linha ou coluna) formadas por elementos iguais → detA=0

$$A = \begin{bmatrix} 2\pi & \sqrt{37} & 2\pi \\ 1 & 2 & 1 \\ 15 & -1{,}37 & 15 \end{bmatrix} \rightarrow detA = 0$$

- Se A tem duas filas paralelas (Linha ou coluna) formadas por elementos proporcionais → detA=0

$$A = \begin{bmatrix} 2\pi & \sqrt{37} & 4\pi \\ 1 & 2 & 2 \\ 15 & -1{,}37 & 30 \end{bmatrix} \rightarrow detA = 0$$

- Se uma matriz quadrada A tem uma linha (ou coluna) que é combinação linear de outras linhas (ou colunas) → detA=0

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 19 \\ 3 & 2 & 12 \\ 1 & 7 & 23 \end{bmatrix} \rightarrow detA = 0$$

Coluna 3 = 2 . Coluna1 +3 . Coluna 2

- Se A é uma matriz quadrada: detA = detA^t
- Se

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} a & b & k.c \\ d & e & k.f \\ g & h & k.i \end{bmatrix} \qquad A'' = \begin{bmatrix} a & b & c \\ k.d & k.e & k.f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

(Qualquer coluna) (Qualquer linha)

$$\boxed{detA' = detA'' = k.detA}$$

- Se A é uma matriz quadrada (Ordem >2), ao trocarmos duas filas (Linha ou coluna) de posição, o determinante troca de sinal.
- O determinante de uma matriz triangular ou diagonal é o produto dos elementos da diagonal principal.

DETERMINANTES

COFATORES

- Cofator do elemento $\boldsymbol{a_{ij}}$ é o número $\boldsymbol{A_{ij}}$, tal que :

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} . D_{ij}$$

Menor complementar de A_{ij}

TABELA DE SINAIS 3 X 3

$$\begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix}$$

TABELA DE SINAIS 4 X 4

$$\begin{pmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{pmatrix}$$

TEOREMA DE LAPLACE

- O determinante de uma matriz A (Ordem >1) é a soma dos produtos dos elementos de uma fila qualquer (linha ou coluna) pelos seus respectivos cofatores.

ATENÇÃO! **ESCOLHA BEM A FILA !**

(uma com muitos zeros ou números inteiros, menores ...)

PASSO A PASSO

1. Escolher uma fila qualquer (Linha ou coluna)
2. Calcular os cofatores dos elementos da fila
3. Multiplicas cada elemento por seu cofator
4. Somar os resultados

@mapasdalulu

SISTEMAS LINEARES

sistemas lineares

ASPECTOS GERAIS

EQUAÇÃO LINEAR:

termo independente

$$ax + by + cz + \cdots = k$$

coeficiente

- Os expoentes das incógnitas devem ser 1
- Não pode haver produto de incógnitas

SISTEMAS LINEARES

- Conjunto de equações lineares

REPRESENTAÇÃO MATRICIAL

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = k_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = k_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = k_3 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix}$$

SOLUÇÃO

= Conjunto de números que é solução de todas as equações que compõem sistema

- Ex.: $\begin{cases} 2x + 5y = 9 \\ x - y = 1 \end{cases}$

Solução: (2,1) (x=2 | y=1)

CLASSIFICAÇÕES

POSSÍVEL

= Sistema que admite solução pode ser:

- Determinado: a solução é única
- Indeterminado: Há infinitas soluções

IMPOSSÍVEL

= não admite solução

O conjunto solução é S=Ø (vazio)

HOMOGÊNEO

= o termo independente de cada equação é zero

$$\begin{cases} 2x + 5y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

- Todo sistema linear homogêneo é possível:
  - Solução Trivial: Todas as incógnitas = 0

@mapasdalulu

SISTEMAS LINEARES

sistemas lineares

TEOREMA DE CRAMER

- Seja o sistema representado pelas matrizes:

(O número de incógnitas deve ser igual ao número de equações)

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}}_{\text{A matriz incompleta é uma matriz quadrada}} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix}$$

D= determinante da matriz incompleta

Dx= determinante da matriz incompleta substituindo a coluna de x pelos termos independentes

$$D_x = \begin{vmatrix} k_1 & a_{12} & a_{13} \\ k_2 & a_{22} & a_{23} \\ k_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

(Dy e Dz são o equivalente para y e z)

DETERMINANTES	TIPO DE SISTEMA
$D \neq 0$	possível e determinado
D=Dx=Dy=Dz=...=0	possível e indeterminado
D=0 e algum $D_i \neq 0$	impossível

- Se $D \neq 0$, a solução do sistema será:

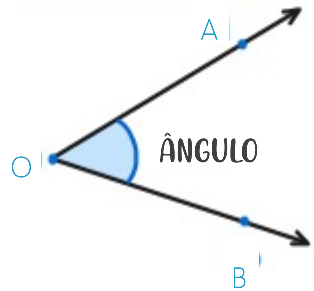
$$x = \frac{D_x}{D} \qquad y = \frac{D_y}{D} \qquad z = \frac{D_z}{D}$$

@mapasdalulu

ÂNGULOS

ângulos

ASPECTOS GERAIS

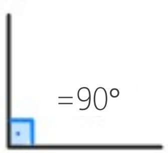


- Ângulo = reunião de duas semirretas de mesma origem
- Podem ser expressos em graus (º) ou radianos (*rad*)

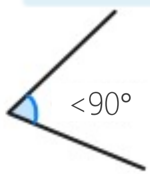
180°	⇄	$\pi\ rad$
360°	⇄	$2\pi\ rad$

CLASSIFICAÇÃO

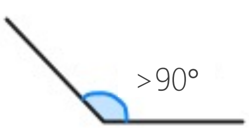
RETO



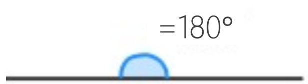
AGUDO



OBTUSO



RASO

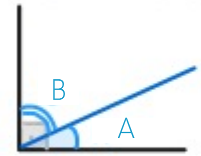


RELAÇÕES ENTRE OS ÂNGULOS

IMPORTANTE!

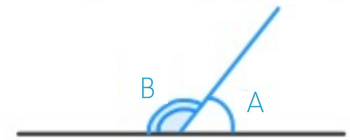
ÂNGULOS COMPLEMENTARES

= a soma de suas medidas é 90°



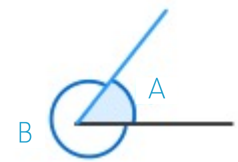
ÂNGULOS SIPLEMENTARES

= a soma de suas medidas é 180°



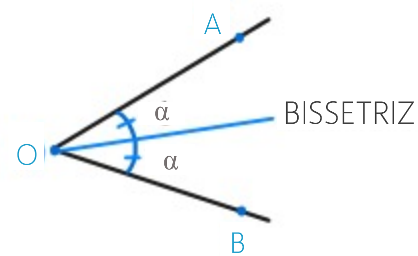
ÂNGULOS REPLEMENTARES

= a soma de suas medidas é 360°



BISSETRIZ DE UM ÂNGULO

= semirreta interna ao ângulo e que o divide em dois ângulos congruentes



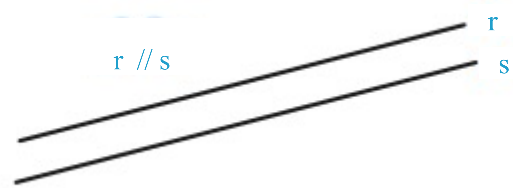
@mapasdalulu

ÂNGULOS

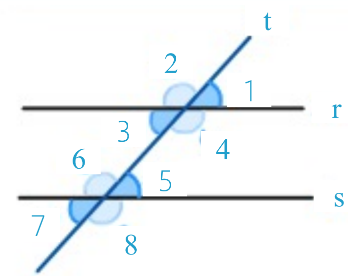
PARALELISMO

Duas retas são paralelas se:

- São coincidentes (iguais) ou
  coplanares (Pertencem ao mesmo plano)
- Não têm pontos comuns



ÂNGULOS E RELAÇÕES IMPORTANTES



- Ângulos 1, 3, 5, 7 são congruentes entre si
- Ângulos 2, 4, 6, 8 congruentes entre si

- Ângulos 1, 3, 5, 7 e 2, 4, 6, 8 são suplementares entre si

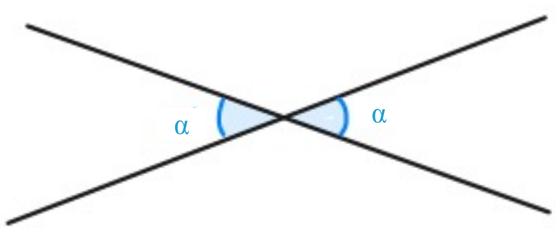
LEI ANGULAR DE TALES — CAI MUITO!

A **soma** dos ângulos internos de um **triângulo** é sempre **180°**

ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE

= os lados de um são semirretas opostas dos lados do outro

- São sempre congruentes (Têm a mesma medida)

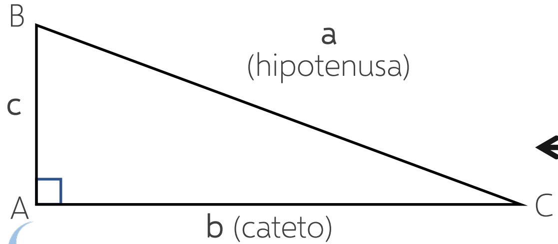


@mapasdalulu

TRIGONOMETRIA

trigonometria

TRIÂNGULO RETÂNGULO



A + B + C = 180°

$\underbrace{\text{B+ C = 90°}}_{}$

São ângulos complementares

ÂNGULO	CATETO OPOSTO	CATETO ADJCENTE
$\hat{C}$	c	b
$\hat{B}$	b	c

- Os ângulos podem ser expressos em graus (º) ou radianos (*rad*)

180°	⇄	$\pi\, rad$
360°	⇄	$2\pi\, rad$

TEOREMA DE PITÁGORAS

CAI MUITO!

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

SENO

= razão entre o cateto oposto ao ângulo e hipotenusa

$$\boxed{\sin(\hat{B}) = \frac{b}{a}} \quad \boxed{\sin(\hat{C}) = \frac{c}{a}}$$

COSSENO

= razão entre o cateto adjacente ao ângulo e hipotenusa

$$\boxed{\cos(\hat{B}) = \frac{c}{a}} \quad \boxed{\cos(\hat{C}) = \frac{b}{a}}$$

TANGENTE

= razão entre o cateto oposto ao ângulo e cateto adjacente

$$\boxed{\tan(\hat{B}) = \frac{b}{c}} \quad \boxed{\tan(\hat{C}) = \frac{c}{b}}$$

ÂNGULOS NOTÁVEIS

DECORE!

	30°	45°	60°
SENO	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$
COSSENO	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$
TANGENTE	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$

@mapasdalulu

TRIGONOMETRIA

RELAÇÕES ENTRE SENO, COSSENO E TANGENTE

$$\boxed{\operatorname{sen}^2 \hat{B} + \cos^2 \hat{B} = 1}$$

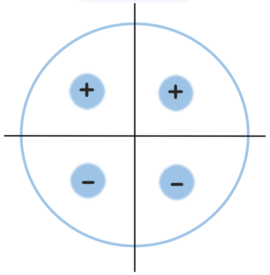
(Relação fundamental da trigonometria)

$$\boxed{\operatorname{tg} \hat{B} = \frac{\operatorname{sen} \hat{B}}{\cos \hat{B}}}$$

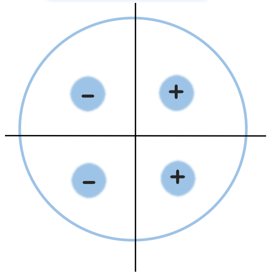
ATENÇÃO!
Quando cosB=0, a tgB não existe

SINAL DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

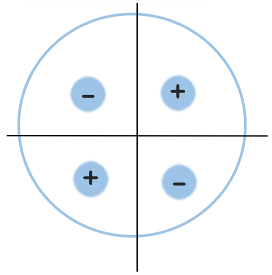
SENO



COSSENO



TANGENTE



SOMA E SUBTRAÇÃO DE ÂNGULOS

- $\operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen} a \,.\, \cos b + \operatorname{sen} b \,.\, \cos a$
- $\operatorname{sen}(a-b) = \operatorname{sen} a \,.\, \cos b - \operatorname{sen} b \,.\, \cos a$
- $\cos(a+b) = \cos a \,.\, \cos b - \operatorname{sen} a \,.\, \operatorname{sen} b$
- $\cos(a-b) = \cos a \,.\, \cos b + \operatorname{sen} a \,.\, \operatorname{sen} b$

GEOMETRIA

geometria

= POLÍGONOS =

NOME DOS POLÍGONOS

NÚMEROS DE LADOS	NOMES
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Undecágono
12	Dodecágono
15	Pentadecágono
20	Icoságono

PERÍMETRO

ATENÇÃO!

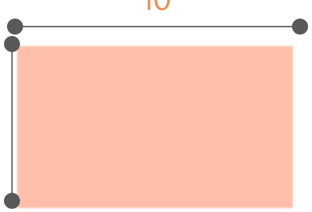
= Soma de seus lados

- Perímetro: 2p
- Semiperímetro: p

Ex.:

10

5



p = 10 + 5 = 15

2p = 30

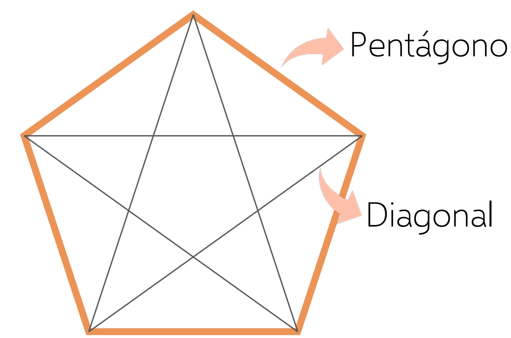
POLÍGONO REGULAR

= Se e somente se é:

- Equilátero (Todos os lados têm a mesma medida) e
- Equiângulo (Todos os ângulos têm a mesma medida)

POLÍGONO REGULAR

- Diagonal = segmento cujas extremidades são vértices não consecutivos do polígono



Número de lados

$$D = \frac{n(n-3)}{2}$$

Número de diagonais

Ex.:

Número de diagonais (D) do icoságono:

$$D_{20} = \frac{20(20-3)}{2} = 170$$

SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS

$$S_i = 180^o \,.\, (n-2)$$

= a medida de cada ângulo de um polígono convexo de n lados:

$$A_i = \frac{180^o \,.\, (n-2)}{n}$$

@mapasdalulu

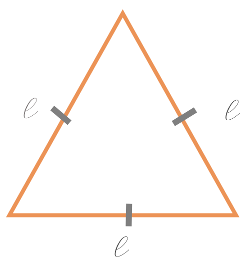
@mapasdalulu

GEOMETRIA
geometria

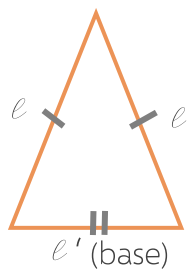
CLASSIFICAÇÃO DOS TRIÂNGULOS

QUANTOS AOS LADOS

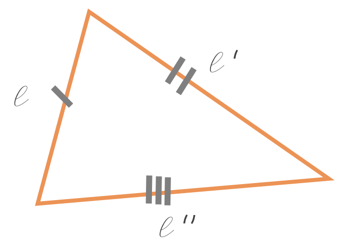
TRIÂNGULO EQUILÁTERO
(Todos os lados são congruentes)



TRIÂNGULO ISÓCELES
(Tem dois lados congruentes)

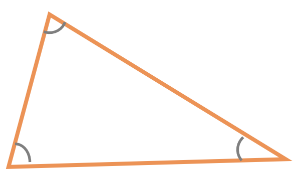


TRIÂNGULO ESCALENO
(Os três lados são não congruentes)

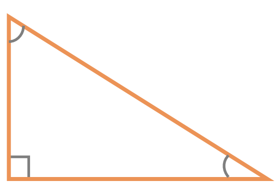


QUANTOS AOS ÂNGULOS

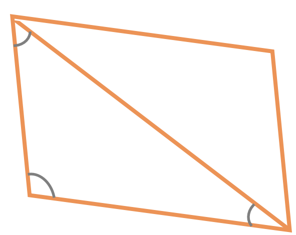
TRIÂNGULO ACUTÂNGULO
(Todos os três ângulos agudos)



TRIÂNGULO RETÂNGULO
(Tem um ângulo reto)

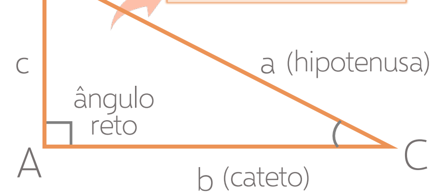


TRIÂNGULO OBTUSÂNGULO
(Tem um ângulo obtuso)



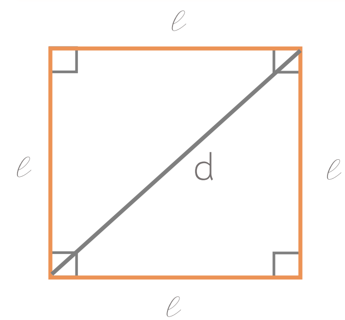
TEOREMA DE PITÁGORAS

$$a^2 = b^2 + c^2$$



APLICAÇÕES:

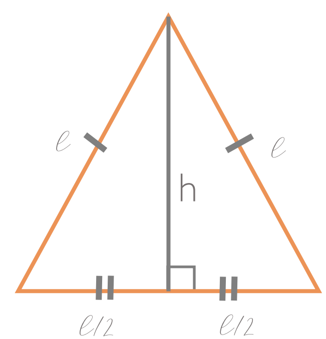
DIAGONAL DO QUADRADO



$$d^2 = l^2 + l^2$$

$$\boxed{d = l.\sqrt{2}}$$

ALTURA DO TRIÂNGULO EQUILÁTERO



$$h^2 = l^2 + \left(l/2\right)^2$$

$$\boxed{h = \frac{l.\sqrt{3}}{2}}$$

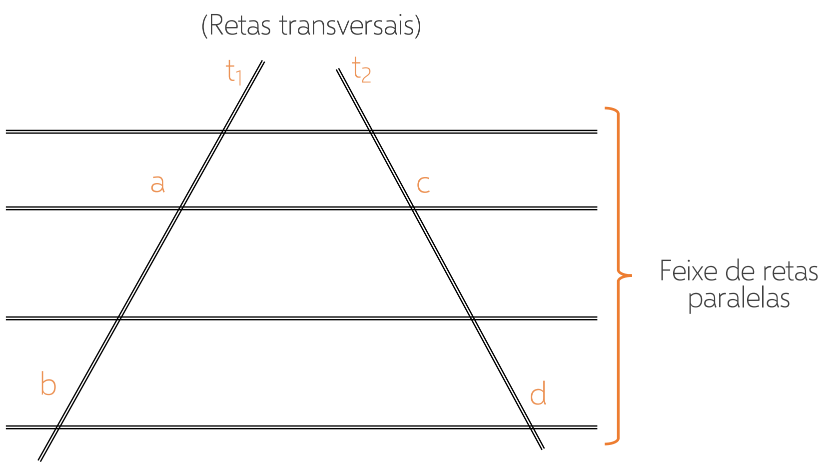
@mapasdalulu

GEOMETRIA

geometria

TEOREMA DE TALES

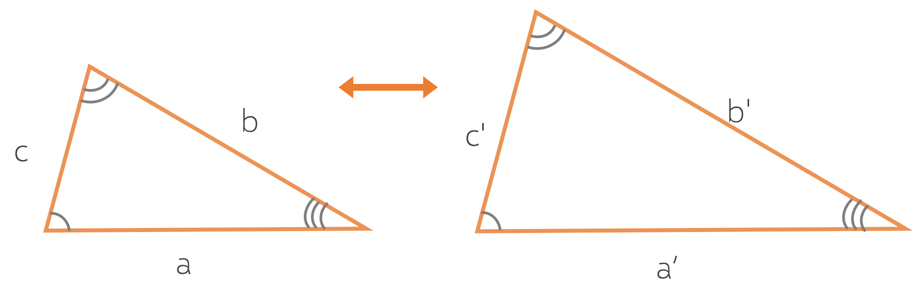
CAI MUITO!



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

A razão entre dois segmentos em uma das retas transversais é igual à razão entre os respectivos segmentos correspondentes na outra

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS



TRIÂNGULOS SEMELHANTES: IMPORTANTE!

Três ângulos ordenadamente congruentes
+ lados homólogos proporcionais

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$$

(Razão de semelhança ou constante de proporcionalidade)

Razão entre as áreas dos triângulos:

$$\frac{A}{A'} = k^2$$

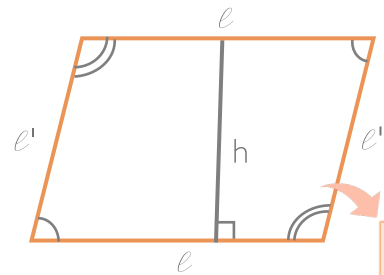
GEOMETRIA

geometria

=QUADRILÁTEROS=

PARALELOGRAMO

= Tem dois lados opostos paralelos



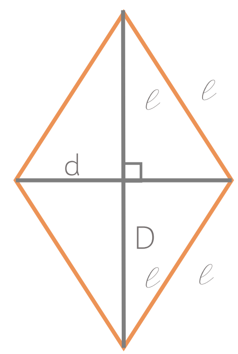
- Ângulos opostos = congruentes
- Ângulos adjacentes = suplementares
- Lados opostos = congruentes

$A = l \,.\, h$

- Suas diagonais cortam-se ao meio

LOSANGO

(Todo losango é um paralelogramo)

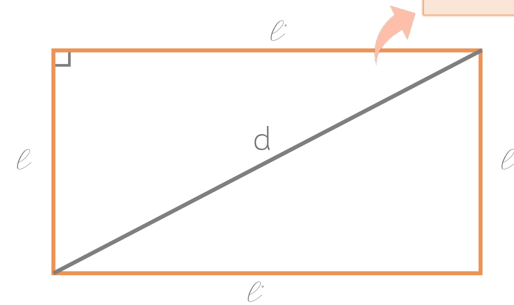


$$A = \frac{D \,.\, d}{2}$$

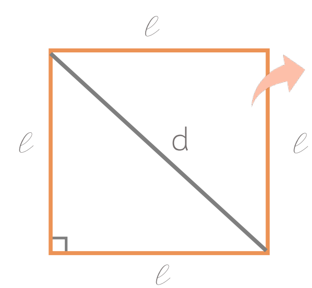
- Suas diagonais são perpendiculares

RETÂNGULO

$A = l' \,.\, l$



QUADRADO



$A = l^2$

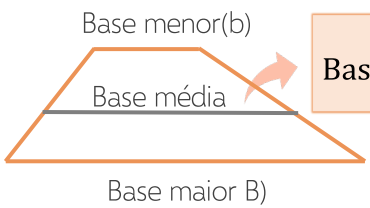
$d = l\sqrt{2}$

TRAPÉZIO

= Tem dois lados paralelos

TRAPÉZIO ESCALENO

(Lados **não** congruentes)



$$\text{Base Média} = \frac{\text{Base menor} + \text{Base maior}}{2}$$

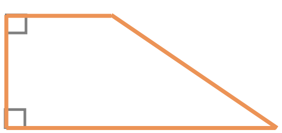
TRAPÉZIO ISÓSCELES

(Seus lados são congruentes)

$$ÁREA = \frac{(B + b).h}{2}$$

TRAPÉZIO RETÂNGULO

(Tem dois ângulos retos)

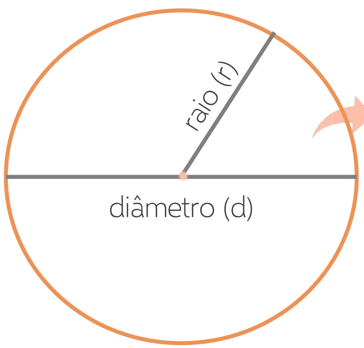


@mapasdalulu

GEOMETRIA

= CÍRCULO =

ASPECTOS GERAIS



Círculo = circunferência + interior

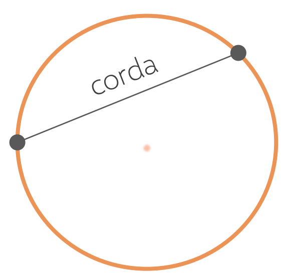
Comprimento: $C = 2\pi r$

Área: A= πr^2

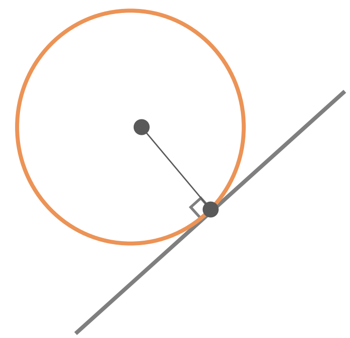
CORDA

= Segmento cujas extremidades pertencem à circunferência

(O diâmetro é uma corda que passa pelo centro)



TANGENTE

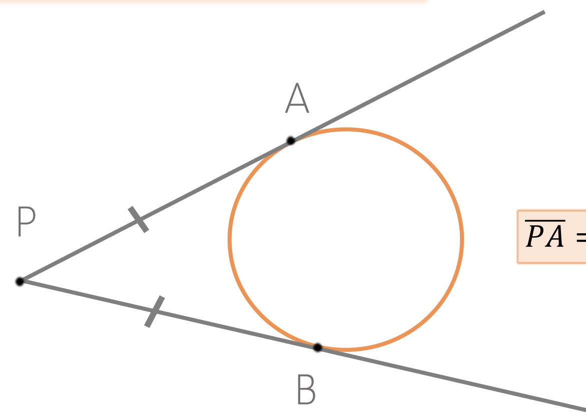


= Reta que intercepta a circunferência em um único ponto

- É perpendicular ao raio no ponto de tangência

PROPRIEDADE IMPORTANTE

ATENÇÃO!



$\overline{PA} = \overline{PB}$

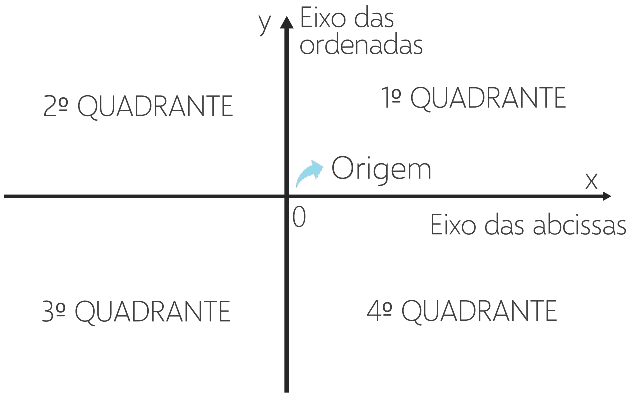
@mapasdalulu

GEOMETRIA ANALÍTICA

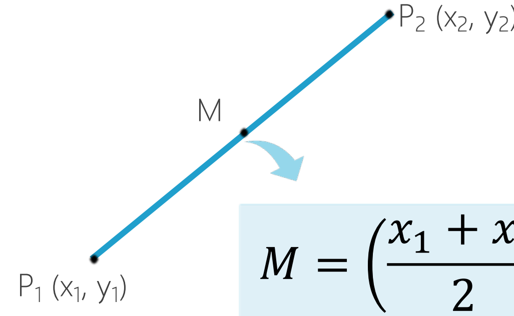
geometria analítica

COORDENADAS NO PLANO CARTESIANO

PLANO CARTESIANO

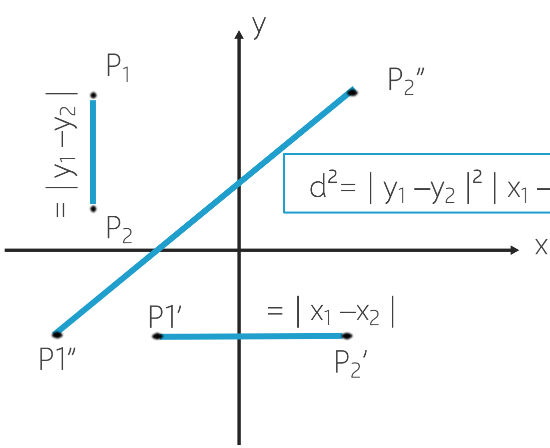


PONTO MÉDIO DE UM SEGMENTO



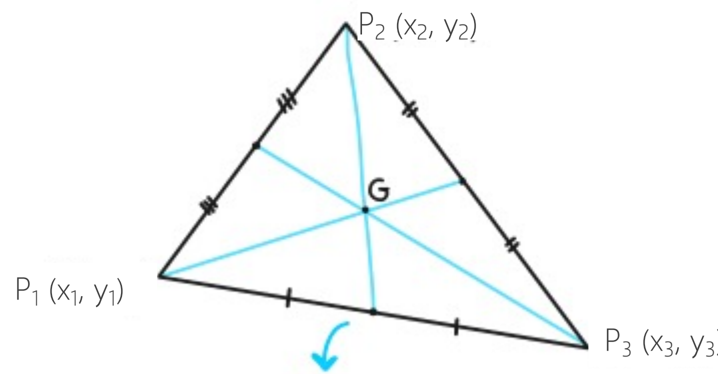
$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS



$d^2 = | y_1 - y_2 |^2 \; | x_1 - x_2 |^2$

BARICENTRO DE UM TRIÂNGULO



$$G = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

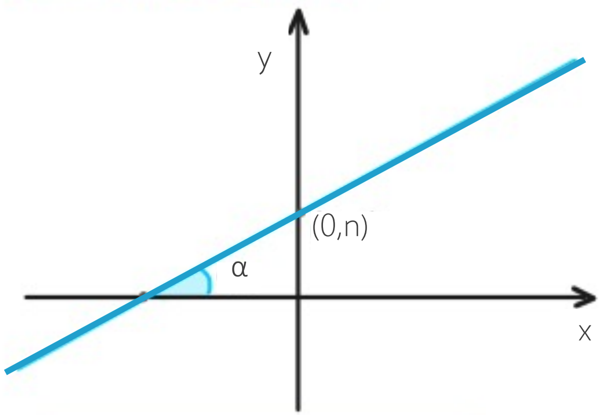
@mapasdalulu

GEOMETRIA ANALÍTICA

geometria analítica

= EQUAÇÃO DA RETA =

ASPECTOS GERAIS



Interseção com eixo x: y=0

Interseção com eixo y: x=0

COEFICIENTE ANGULAR

- Inclinação da reta

$m = tg\ \alpha \rightarrow m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

α	m
0 < α < 90	>0
0 < α < 180	<0
=0	=0

COEFICIENTE LINEAR

- Ordenada do ponto em que a reta corta o Eixo y.

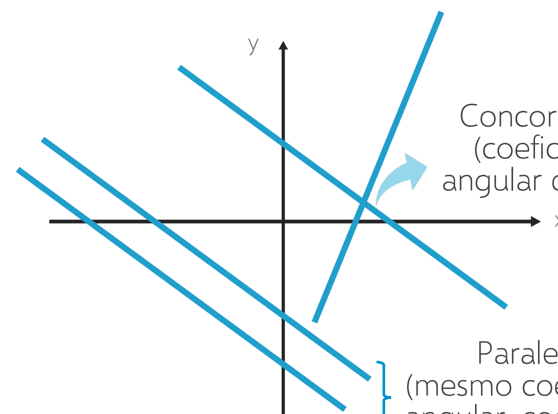
EQUAÇÃO DA RETA

$$\boxed{y = mx + n}$$

Coeficiente angular

Coeficiente linear

POSIÇÃO RELATIVA DE DUAS RETAS



Concorrentes (coeficiente angular diverso)

Paralelas (mesmo coeficiente angular, coeficiente linear diverso)

@mapasdalulu

GEOMETRIA ANALÍTICA

geometria analítica

= EQUAÇÃO DA RETA =

FORMAS DA EQUAÇÃO DA RETA

EQUAÇÃO GERAL DA RETA

$$\boxed{ax + by + c = 0}$$

FORMA REDUZIDA

$$\boxed{y = \left(\frac{-a}{b}\right)x + \left(\frac{-c}{b}\right)}$$

ou

$$y = mx + n$$

Coeficiente Angular ($\frac{-a}{b}$)

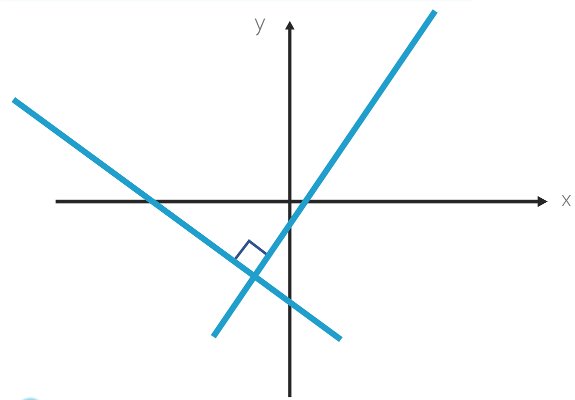
Coeficiente Linear ($\frac{-c}{b}$)

FORMA SEGMENTÁRIA

$$\boxed{\frac{x}{p} + \frac{y}{n} = 1}$$

→ A reta corta:
- eixo x no ponto de abscissa p
- eixo y no ponto de ordenada n

RETAS PERPENDICULARES



= retas concorrentes que formam entre si um ângulo de 90°

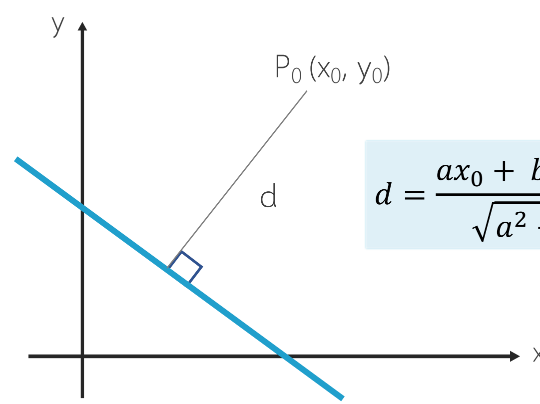
$$m_1 . m_2 = -1$$

- Ex.:

$$y = -2x + 3 \; e \; y = \frac{1}{2}x + 5$$

(-2).(1/2)=-1

DISTÂNCIA DE UM PONTO A RETA



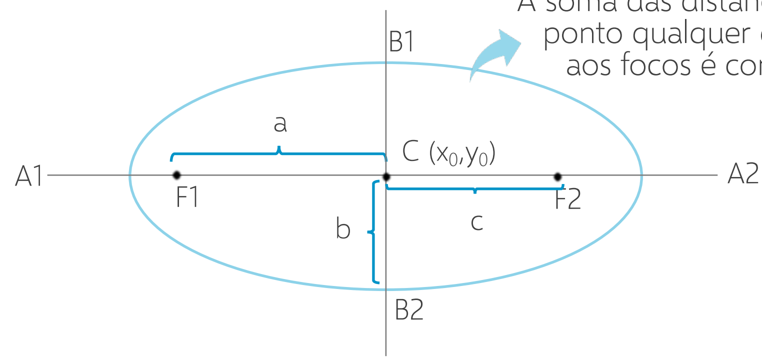
$r: \; ax + by + c$

$$d = \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

@mapasdalulu

GEOMETRIA ANALÍTICA

ELIPSE



A soma das distâncias de um ponto qualquer da elipse aos focos é constante

- $\overline{A_1A_2} = eixo\ maior = 2.a$
- $\overline{B_1B_2} = eixo\ menor = 2.b$
- $\overline{F_1F_2} = distância\ focal = 2.c$
- $Área = \pi ab$
- $\boxed{excentricidade = e = \frac{c}{a}}$ $(0 < e < 1)$

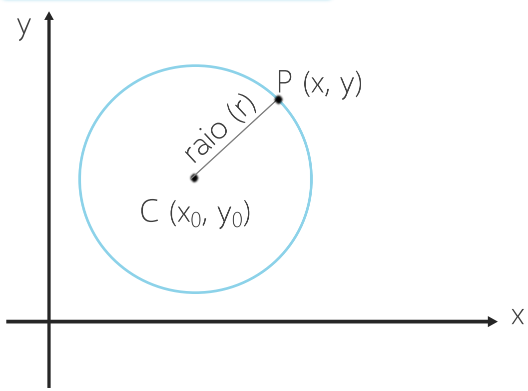
EQUAÇÃO

DECORE!

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$ → Eixo maior horizontal

$$\frac{(x-x_0)^2}{b^2} + \frac{(y-y_0)^2}{a^2} = 1$$ → Eixo maior vertical

CIRCUNFERÊNCIA



$$r: \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$$

$$\boxed{r^2: (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$$

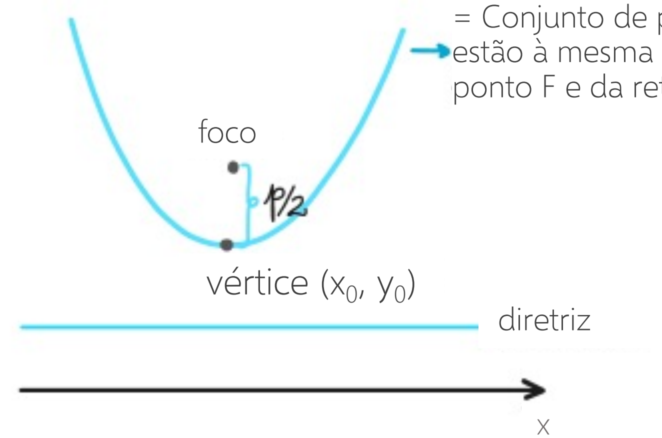
EQUAÇÃO NORMAL

$$x^2 + y^2 - 2x_0x - 2y_0y + x_0^2 + y_0^2 - r^2 = 0$$

@mapasdalulu

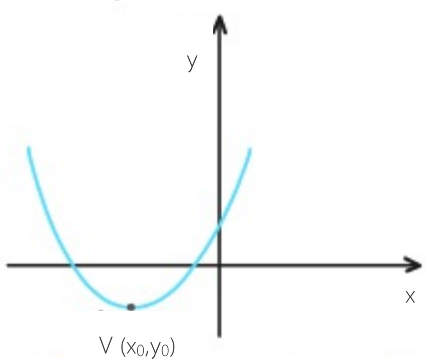
GEOMETRIA ANALÍTICA

PARÁBOLA

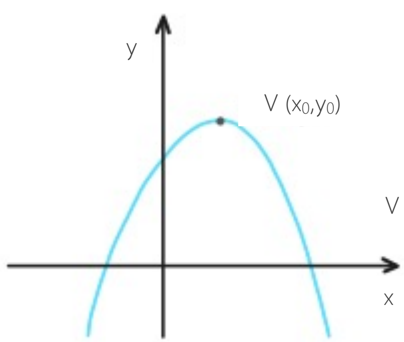


= Conjunto de pontos que estão à mesma distância do ponto F e da reta D

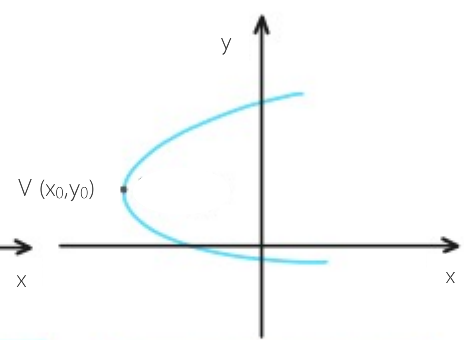
EQUAÇÕES



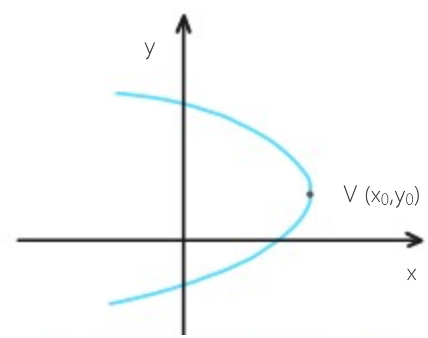
$$(x - x_0)^2 = 2p(y - y_0)$$



$$(x - x_0)^2 = -2p(y - y_0)$$



$$(y - y_0)^2 = 2p(x - x_0)$$



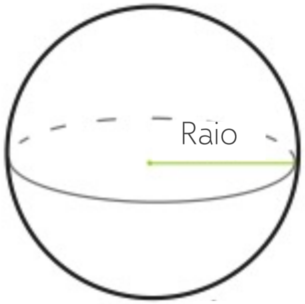
$$(y - y_0)^2 = -2p(x - x_0)$$

@mapasdalulu

GEOMETRIA ESPACIAL

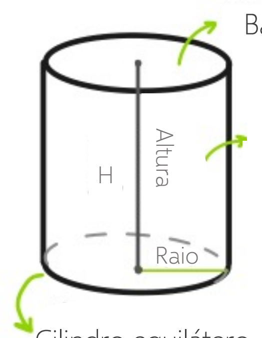
geometria espacial

ESFERA



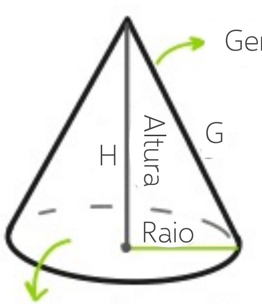
- Volume: $\boxed{V = \frac{4}{3} . \pi r^3}$
- Área da superfície: $\boxed{A = 4 . \pi r^2}$

CILINDRO



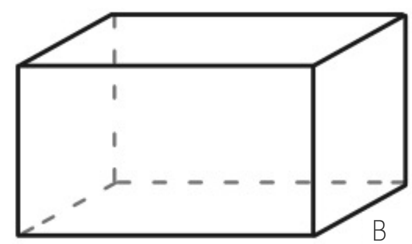
- Volume: $\boxed{V = \pi r^2 h}$
- Área da superfície lateral: $\boxed{A_l = 2\pi r h}$
- Área da base: $\boxed{A_b = \pi r^2}$

CONE



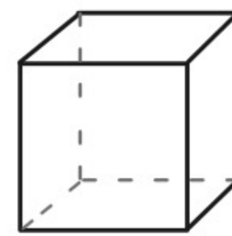
- Volume: $\boxed{V = \frac{\pi r^2 h}{3}}$
- Área da superfície lateral: $\boxed{A_l = \pi r g}$
- Área da base: $\boxed{A_b = \pi r^2}$

PARALELEPÍPEDO RETO-RETÂNGULO



- Volume: $\boxed{V = a . b . c}$
- Área da superfície: $\boxed{A = 2ab + 2bc + 2ac}$

CUBO



- Volume: $\boxed{V = a^3}$
- Área da superfície: $\boxed{A = 6a^2}$

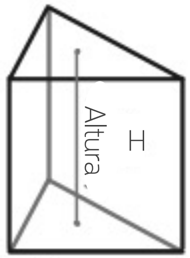
@mapasdalulu

GEOMETRIA ESPACIAL

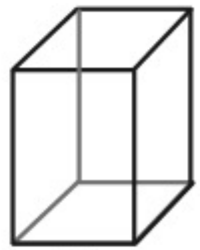
PRISMAS

= semelhante ao cilindro, sua base pode ser qualquer polígono

- Ex.:



Prisma triangular



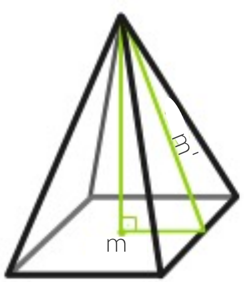
Prisma quadrangular

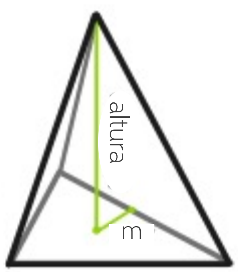
- Volume: $\boxed{V = A_b . h}$ Área da base
- Área da superfície lateral: $\boxed{A_l = 2ph}$ 2p= perímetro da base
- Área da superfície total: $\boxed{A_T = A_l + 2A_b}$

PIRÂMIDES

= semelhante ao cone, sua base pode ser qualquer polígono

Ex.:





- Área da superfície total: $\boxed{A_T = A_l + A_b}$ Área da base
- Área da superfície lateral: $\boxed{A_l = p.m'}$ p= semiperímetro
- Volume: $\boxed{V = \frac{A_b . h}{3}}$

- m = apótema da base
- m' = apótema da pirâmide

$$\boxed{m'^2 = m^2 + h^2}$$

@mapasdalulu

ANÁLISE COMBINATÓRIA

análise combinatória

PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

- = princípio multiplicativo
- Em experimentos que ocorrem em várias etapas sucessivas e independentes

p_1 = nº de possibilidades na 1ª etapa

p_n = nº de possibilidades na n-ésima etapa

- Número total de formas de o acontecimento ocorrer:

$= p_1 . p_2 . \dots \; p_n$ (multiplicação)

PRINCÍPIO ADITIVO

- Em experimentos que podem ser realizados de p modos ou q modos
- Número total de formas de o acontecimento ocorrer = p+q (soma)

PERMUTAÇÃO SIMPLES

- De quantas maneiras é possível ordenar n objetos distintos?

$= n \,.\, (n-1) \,.\, (n-2) \,.\, \dots \,.\, 1 = n!$

PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO

- De quantas maneiras é possível ordenar n objetos, sendo alguns deles repetidos?
- Exemplo: Um termo r_x repetidos e um s_x repetidos:

$$= \frac{n!}{r!\,.\,s!}$$

(Como uma "correção" pela existência das repetições)

COMBINAÇÃO SIMPLES

- De quantas maneiras podemos formar subconjuntos de **p elementos** a partir de um conjunto de n elementos ? (A ordem dos elementos **não** importa)

$$C_{n,p} = C_n^p = \binom{n}{p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

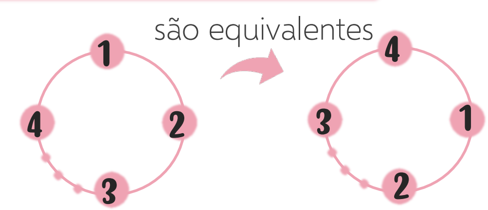
COMBINAÇÃO COM REPETIÇÃO

- De quantas maneiras podemos escolher p elementos a partir de um conjunto com n variedades? (Elementos de uma mesma variedade são considerados repetidos)

$$CR_n^p = \frac{(n+p-1)!}{p!\,(n-1)!}$$

PERMUTAÇÃO CIRCULAR

ATENÇÃO!



- Número total de permutações circulares de n objetos distintos = (n-1)!

@mapasdalulu

PROBABILIDADE

probabilidade

CONCEITOS

ESPAÇO AMOSTRAL (U)

= Conjunto de **todos** os resultados possíveis

EVENTO

= Todo **subconjunto** do espaço amostral

evento impossível = $\emptyset$ (Conjunto Vazio)

PROBABILIDADE

- Considera-se que cada elemento de U tem a **mesma chance** de ocorrer

$$\boxed{P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}}$$

n(A): nº de elementos do evento A
n(U): nº de elementos do espaço amostral

PROPRIEDADES

- Se evento = espaço amostral → evento é **certo**
- Se evento = $\emptyset$ → evento é **impossível**

$$0 \leq P(A) \leq 1 \ (P(U) = 1)$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

$$(se A \cap B = \emptyset, P(A \cup B) = P(A) + P(B))$$

COMBINAÇÃO DE EVENTOS

UNIÃO

$A \cup B$ → Ocorre se ocorrer A **ou** B **ou** ambos

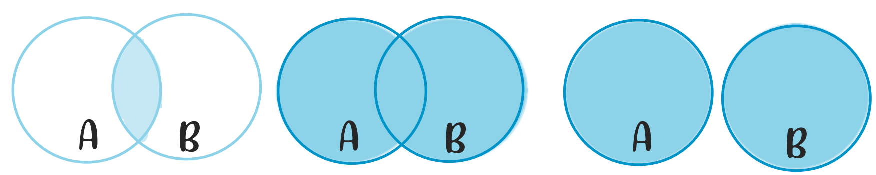
INTERSECÇÃO

$(A \cap B)$ → Ocorre se ocorrer A **e** B (ou seja, ambos)

COMPLEMENTAR

$\bar{A}$ → Ocorre se **não** ocorrer **A**

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA



$A \cap B$ $A \cup B$ mutuamente excludentes

CASOS ESPECIAIS

$A \cup B$ = Espaço amostral → eventos **exaustivos**

$A \cap B = \emptyset$ → eventos mutuamente excludentes/exclusivos

@mapasdalulu

PROBABILIDADE CONDICIONAL

ASPECTOS GERAIS

= Probabilidade de um evento B ocorrer **dado que** o evento A ocorreu

$$P(B/A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)}$$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$n(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B})$: nº de elementos da interseção entre A e B

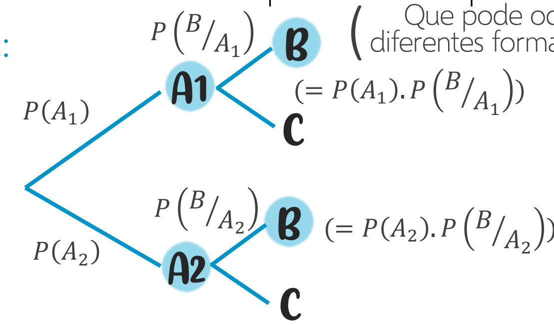
n (A): nº de elementos do evento A

TEOREMA DA PROBABILIDADE TOTAL

- Para descobrir a **probabilidade total** de o evento B ocorrer no caso em que B ocorre após o evento A.

(Que pode ocorrer de diferentes formas: A1, A2 ...)

Ex.:



$$P(B) = P(A_1).P(B/A_1) + P(A_2).P(B/A_2)$$

TEOREMA DE BAYES

DECORE!

- Para descobrir a **probabilidade** de ocorrer **A1**, dado que B ocorreu

$$P(A_1/B) = \frac{P(A_1 \cap B)}{P(B)}$$

(Se decorar o teorema, vai agilizar as resoluções!)

$$P(A_1/B) = \frac{P(A_1).P(B/A_1)}{P(A_1).P(B/A_1) + P(A_2).P(B/A_2)}$$

TEOREMA DA MULTIPLICAÇÃO

$$P(A \cap B) = P(A).P(B/A)$$

- Se os eventos forem **independentes:**

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

CAI MUITO!

- Eventos **independentes:** = a ocorrência do evento A **não** influi na ocorrência de B

@mapasdalulu

APRESENTAÇÃO DE DADOS

apresentação de dados

DIAGRAMA DE RAMOS E FOLHAS

- Outra representação de dados em rol
- ROL: 11 11 12 13 13 20 21 21 30 31 33 42 65 72 73

1	11233
2	011
3	013
4	2
6	5
7	23

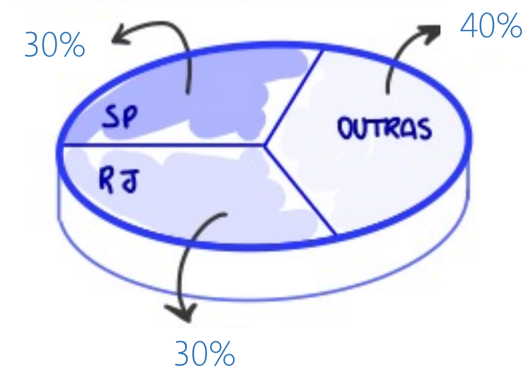
1ª coluna dezena

Unidades correspondentes

GRÁFICO DE SETORES (PIZZA)

- Útil para apresentar para mostrar divisão de um todo em partes

CIDADE NATAL x FREQUÊNCIA



- Cada setor circular é proporcional à respectiva frequência

é possível encontrar o ângulo por regra de três:

100% → 360°

30% → x

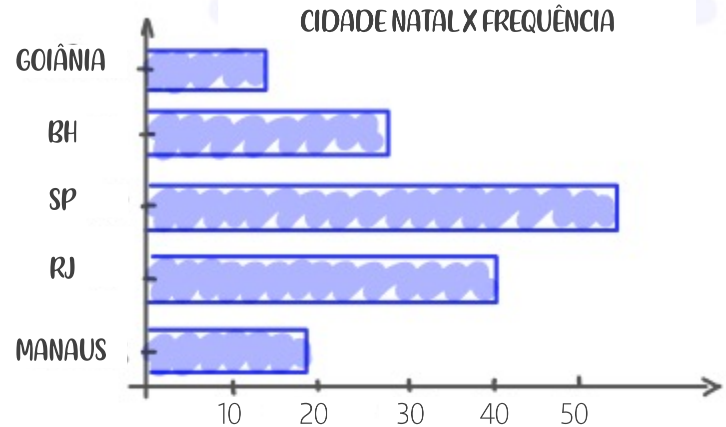
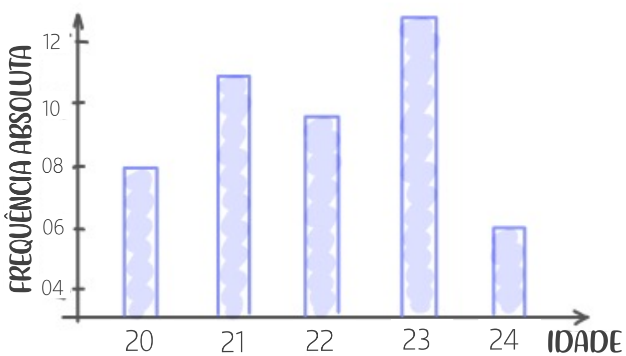


GRÁFICO DE COLUNAS OU BARRAS JUSTAPOSTAS

- Para dados agrupados por valor ou atributo
- Ex.: idade x frequência



@mapasdalulu

APRESENTAÇÃO DE DADOS

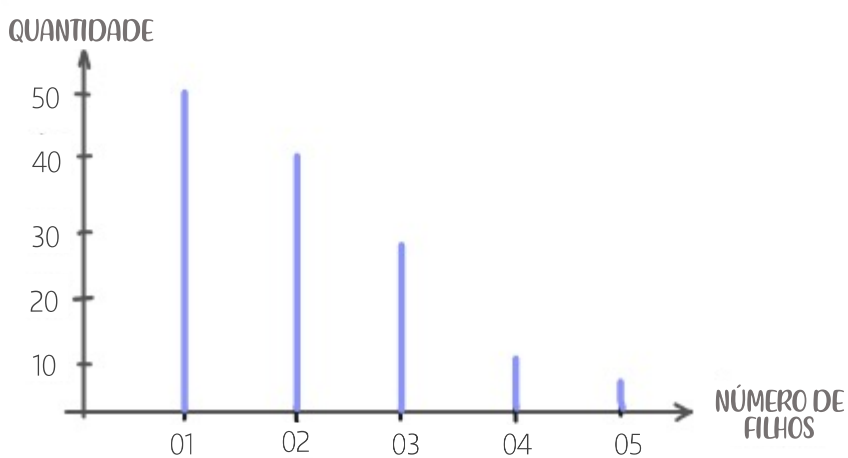
apresentação de dados

GRÁFICO DE LINHAS

- Usados na representação de séries temporais

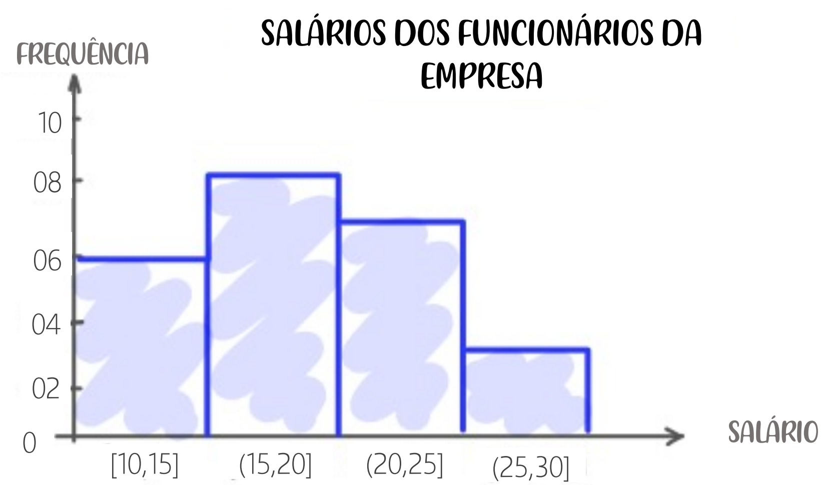
GRÁFICO DE HASTES OU BASTÕES

- Usados para representar dados não agrupados em classes (Normalmente = dados discretos)



HISTOGRAMAS

- Usados para representar dados agrupados em classes (Normalmente = dados contínuos)
  = distribuições de frequências
- Relaciona classe ⟷ frequências por retângulos contínuos
- Área de cada retângulo é proporcional à frequência



DISTRIBUIÇÕES DE FREQUÊNCIAS
= ELEMENTOS =

@mapasdalulu

ASPECTOS GERAIS

- Frequência = número de vezes que um determinado valor aparece no conjunto
- Podemos agrupar os valores em classes
  (Conveniente quando há muitos valores possíveis, ou com variáveis contínuas)
  → Ganhamos simplicidade, mas perdemos detalhes sobre os elementos

SÍMBOLOS

|—| Inclui ambos os limites

|— Inclui limite inferior, exclui limite superior

—| Inclui limite superior, exclui limite inferior

— Exclui ambos os limites

EXEMPLO

- Altura dos alunos de uma escola

Classes

ALTURA	FREQUÊNCIA (f_i)	PONTO MÉDIO (x_i)
150 + 154	04	152
154 + 158	09	156
158 + 162	11	160
162 +166	08	164
166 + 170	05	168
170 + 174	03	172
TOTAL:	40 = Total de alunos	

Número de ocorrências

ELEMENTOS

CLASSES

= cada grupo/ intervalo de valores

- Ex.: classe 3 = 158 ⊢ 162

LIMITES DE CLASSE

= extremos da classe

- Ex.: limites da classe 3: 158 e 162

AMPLITUDE DE UM INTERVALO DE CLASSE

= diferença entre o limite superior (l_{SUP}) e o limite inferior (l_{INF})

$$\boxed{h = l_{SUP} - l_{INF}}$$

AMPLITUDE TOTAL

= A diferença entre o maior e o menor número do conjunto inteiro (elemento)

PONTO MÉDIO DE UMA CLASSE (x_i)

= divide o intervalo em 2 partes iguais
(Média Aritmética dos limites da classe)

$$\boxed{x_i = \frac{l_{SUP} + l_{INF}}{2}}$$

$Ex.: x_i = \frac{150 + 154}{2} = 152$

@mapasdalulu

DISTRIBUIÇÕES DE FREQUÊNCIAS

distribuições de frequências

= TIPOS DE FREQUÊNCIAS =

FREQUÊNCIA ABSOLUTA SIMPLES

- = Número de dados na respectiva classe (f_i) (elementos)
- Soma das frequências simples de todas as classes = total de elementos (n)

$$\sum f_i = n$$

FREQUÊNCIA RELATIVA SIMPLES (Normalmente em porcentagem)

- = razão entre a frequência simples da respectiva classe e a frequência total:

$$f_{ri} = \frac{f_i}{n}$$

DENSIDADE DE FREQUÊNCIA

= Razão entre a frequência da classe e sua amplitude:

$$d = \frac{f_i}{h}$$

EXEMPLO (Frequências simples)

- Altura dos alunos de uma escola

ALTURA	FREQUÊNCIA (f_i)	FREQUÊNCIA RELATIVA (F_{ri})
150 ⊢ 154	04 (Absoluta simples)	4/40 = 0.1 (10%)
154 ⊢ 158	09	9/40 = 0.225 (22,5%)
158 ⊢ 162	11	11/40 = 0.275 (27,5%)
162 ⊢ 166	08	8/40 = 0.2 (20%)
166 ⊢ 170	05	5/40 = 0.125 (12,5%)
170 ⊢ 174	03	3/40 = 0.075 (7,5%)
TOTAL:	**40** (n)	**1.00** (100%)

FREQUÊNCIAS ACUMULADAS

- Pode-se calcular por frequências absolutas ou relativas.

FREQUÊNCIA ACUMULADA CRESCENTE

se decrescente, faz-se o mesmo procedimento, de baixo para cima.

1. Copiar a freq. absoluta da 1ª classe

2. Para o cálculo da frequência seguinte: somar a frequência acumulada anterior com a absoluta da classe correspondente

ALTURA	FREQUÊNCIA (f_i)	FREQ. ACUMULADA (f_{ac})
150 ⊢ 154	04	+ 04
154 ⊢ 158	09	13
158 ⊢ 162	11	+ 24
162 ⊢ 166	08	32
166 ⊢ 170	05	37
170 ⊢ 174	03	40
TOTAL:	**40** (n)	**40**

A freq. acumulada da última classe = total de elementos (n)

- A frequência acumulada de uma classe, indica o número de elementos menores que seu limite superior

@mapasdalulu

MEDIDAS SEPARATRIZES
= MEDIANA =

MEDIDAS SEPARATRIZES

- Dividem os dados em partes
- É necessário que os dados estejam dispostos em ordem crescente (ou decrescente)
  Dispostos em "rol"

MEDIANA (Md)

- = número que se encontra no centro de uma série de números.

MEDIANA PARA DADOS NÃO-AGRUPADOS

NÚMERO ÍMPAR DE TERMOS

mediana

$\underbrace{3, 4, 5, 7}_{\text{4 elementos}}, 8, \underbrace{9, 10, 12, 13}_{\text{4 elementos}}$

- Mediana = termo de ordem $\frac{n+1}{2}$

NÚMERO PAR DE TERMOS

mediana = $\frac{8+9}{2}$ = 8.5 (ponto médio)

$\underbrace{3, 4, 5, 7}_{\text{4 elementos}}, 8, 9, \underbrace{10, 12, 13, 15}_{\text{4 elementos}}$

- Mediana = média aritmética entre o termo de ordem n/2 e n/2 +1

PROPRIEDADES

CAI MUITO!

- A mediana não é influenciada pelo valores extremos do rol (depende da posição)
- Somando-se (subtraindo-se) uma constante c de todos os valores ⟶ a mediana também é somada/subtraída de c.

$$\boxed{M_d{}' = M_d + c} \quad \boxed{M_d{}' = M_d - c}$$

- Multiplicando-se (dividindo-se) todos os valores por uma constante c ⟶ a mediana também é multiplicada/dividida por c.

$$\boxed{M_d{}' = M_d . c} \quad \boxed{M_d{}' = M_d : c}$$

- A soma dos módulos dos desvios da sequência de números x_i em relação a um número é mínima se em relação à mediana

MEDIDAS SEPARATRIZES

medidas separatrizes

= MEDIANA =

MEDIANA PARA DADOS AGRUPADOS

SEM INTERVALOS DE CLASSE

- Ex.: notas de alunos em uma classe

EXEMPLO 1:

Número de alunos

NOTAS	FREQUÊNCIA (f_i)	FREQÊNCIA ACUMULADA (f_{ac})
2	2	2
4	6	8
6	10	18
8	12	30
10	9	39
TOTAL:	39 (n)	39

+ +

Total = 39 (ímpar)

Md= 20º termo

Md= número na posição (n+1)/2

Ele está na classe de nota 8!

Logo, Md = 8

EXEMPLO 2:

NOTAS	FREQUÊNCIA (f_i)	FREQÊNCIA ACUMULADA (f_{ac})
2	2	2
4	6 +	8
6	10 +	18
8	12	30
10	6	36
TOTAL:	36 (n)	36

Total = 36 (par)

Md= média entre n/2 e n/2+1

Md= média entre $x_{(18)}$ e $x_{(19)}$

= 6 = 8

Logo, Md= 7

MEDIANAS PARA DADOS AGRUPADOS

EM CLASSES

ALTURA	FREQUÊNCIA (fi)	FREQÊNCIA ACUMULADA (fac)
40-50	2	2
50-60	5 +	7 fac_{ant}
l_i 60-70	f_i 7 +	14
70-80	8	22
80-90	3	25
TOTAL:	25 (n)	25

- 1º passo.: determinar a classe mediana

Encontrar a classe onde esteja a frequência acumulada n/2

n/2 = 25/2 = 12,5

Está entre f_{ac} 7 e 14 ⟶ logo,
classe mediana = 60 -70

- 2º passo: aplicar a fórmula:

$$M_d = l_i + \left[\frac{{}^{n}/_{2} - fac_{anterior}}{f_i}\right].h$$

DO EXEMPLO

$$M_d = 60 + \left[\frac{12,5 - 7}{7}\right].10$$

$$M_d = 67,85$$

l_i	Limite inferior
fac_{ant}	Frequência acumulada da classe anterior
h	Amplitude da classe
f_i	Frequência simples da classe mediana

70 - 60

@mapasdalulu

@mapasdalulu

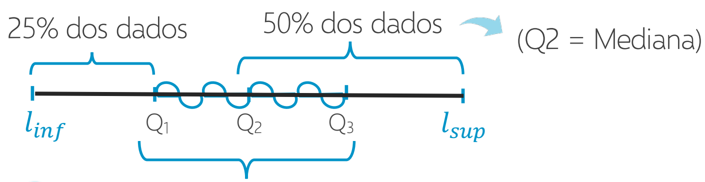
MEDIDAS SEPARATRIZES

medidas separatrizes

QUARTIL

- Divide os dados em 4 partes de mesma frequência

São 3 quartis com 25% dos dados cada



= Amplitude interquartílica = Q_3-Q_1

- Amplitude semi-interquartílica = (Q_3-Q_1)/2

ATENÇÃO!

Q1 = mediana entre l_{inf} e Q_2

Q3 = mediana entre l_{sup} e Q_2

FÓRMULAS

(Procedimento análogo ao da mediana)

DECORE!

$$Q_1 = l_i + \left[\frac{1.{}^{n}/_{4} - fac_{ant}}{f_i}\right].h$$

$$Q_2 = l_i + \left[\frac{2.{}^{n}/_{4} - fac_{ant}}{f_i}\right].h$$

$$Q_3 = l_i + \left[\frac{3.{}^{n}/_{4} - fac_{ant}}{f_i}\right].h$$

DECIL

- Divide os dados em 10 partes de mesma frequência

São 9 decis com 10% dos dados cada

FÓRMULAS

$$D_K = l_i + \left[\frac{k.{}^{n}/_{10} - fac_{ant}}{f_i}\right].h$$

PERCENTIL

- Divide os dados em 100 partes de mesma frequência

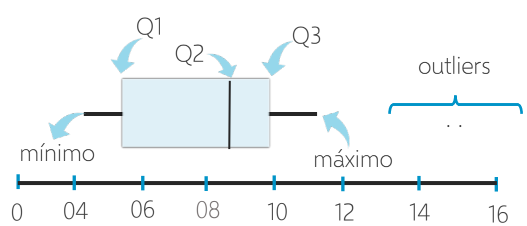
(são 99 percentis com 1% dos dados cada)

FÓRMULAS

$$P_K = l_i + \left[\frac{k.{}^{n}/_{100} - fac_{ant}}{f_i}\right].h$$

BOX PLOT

- Gráficos que usam os quartis para a representação de dados
- Pode ser horizontal ou vertical



@mapasdalulu

MODA

moda

ASPECTOS GERAIS

- = valor que aparece com maior frequência
- Um conjunto de valores pode ter mais de uma moda

MODA PARA DADOS NÃO-AGRUPADOS

- X = { 1, 3, 9, 16, 20, 21, 21, 34 } = conjunto amodal
- X = { 1, 3, 9, 16, 16, 16, 20, 21, 21, 34 } = conjunto unimodal
- X = { 1, 3, 9, 16, 16, 20, 21, 21, 34 } = conjunto bimodal

MODA PARA DADOS AGRUPADOS

SEM INTERVALOS DE CLASSE

- A moda é aquele valor com f_i maior

Frequência simples

- Ex.: notas de alunos em uma classe

NOTAS	FREQUÊNCIA (f_i)
2	2
4	4
6	10
8	12
10	9
TOTAL:	39 (n)

Moda = 8
(Nota 8!)

ATENÇÃO!

A moda não é a f_i, mas o valor em si

PROPRIEDADES DA MODA

- A moda não é influenciada pelos valores extremos do rol (Depende apenas do número de vezes que cada valor aparece!)
- Somando-se (subtraindo-se) uma constante c de todos os valores → a moda também é somada ou subtraída de c

$$\boxed{M_o' = M_o + c} \qquad \boxed{M_o' = M_o - c}$$

- Multiplicando-se (Dividindo-se) todos os valores por uma constante c → a moda também é multiplicada/dividida por c

$$\boxed{M_o' = M_o . c} \qquad \boxed{M_o' = M_o : c}$$

MODA

MODA DE PEARSON

DECORE!

$$\boxed{Mo = 3.\text{Md} - 2\bar{X}}$$

moda, mediana, média

- Utilize apenas quando a questão pedir expressamente

MODA PARA DADOS AGRUPADOS EM CLASSES

MODA BRUTA

Classe com maior frequência

- É o ponto médio da classe modal
- Ex.:

ALTURA	FREQUÊNCIA (f_i)
40-50	2
50-60	5
60-70	7 f_{ant}
l_i 70-80	f_M 8 classe modal
80-90	3 f_{post}
TOTAL:	25 (n)

moda bruta = 75

se a classe modal for:
primeira: $f_{ant} = 0$
última: $f_{post} = 0$

l_i	Limite inferior
h	Amplitude de classe
f_{ant}	Frequência da classe anterior
f_{post}	Frequência da classe posterior
f_M	Frequência simples da classe modal

CAI MUITO!

MODA PARA DADOS AGRUPADOS EM CLASSES

MODA DE CZUBER

$$M_o = l_i + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right].h$$

$$\boxed{\Delta_1 = f_M - f_{ant}}$$

$$\boxed{\Delta_2 = f_M - f_{post}}$$

$$\boxed{M_o = l_i + \left[\frac{f_M - f_{ant}}{(f_M - f_{ant}) + (f_M - f_{post})}\right].h}$$

Alguns livros usam a fórmula assim

MODA DE KING

$$\boxed{M_o = l_i + \left[\frac{f_{post}}{f_{ant} + f_{post}}\right].h}$$

Essas fórmulas de Czuber e King só podem ser aplicadas se as amplitudes das classes (h) forem todas iguais

ATENÇÃO!

@mapasdalulu

MEDIDAS DE DISPERSÃO

ASPECTOS GERAIS

= Analisa o afastamento dos dados

- Exemplos:
  - Amplitudes (Total, interquartílica ....)
  - Desvios (Quartílico, médio, padrão...)
  - Variância
  - Coeficiente de Variação

AMPLITUDE TOTAL

$$\boxed{A = x_{máx} - x_{min}}$$

= Diferença entre o maior e o menor valor de um conjunto de dados

PROPRIEDADES

- Somando-se (subtraindo-se) uma constante c de todos os valores ⟶ a amplitude não é alterada.
- Multiplicando-se (dividindo-se) todos os valores por uma constante c ⟶ a amplitude também é multiplicada (ou dividida) por c.

DESVIOS

= Diferença entre um número do conjunto (x_i) em relação a um número (m).

$$\boxed{d_i = x_i - m}$$

PROPRIEDADES

- Soma algébrica dos desvios relação à média ($\bar{x}$) é zero

$$\sum d_i = \sum (x_i - \bar{x}) = 0$$

- A soma dos quadrados dos desvios ($\sum d_i^2$) em relação a um número m é mínima quando m= $\bar{x}$
- A soma dos módulos dos desvios ($\sum |d_i|$) em relação a um número m é mínima quando m = mediana.

@mapasdalulu

MEDIDAS DE DISPERSÃO

medidas de dispersão

DESVIO MÉDIO

= média dos módulos dos desvios dos termos (x_i) em relação à média ($\bar{x}$)

$$D_m = \frac{\sum(|x_i - \bar{x}|)}{n}$$

- Em dados agrupados, deve-se calcular a média ponderada dos desvios:

$$D_m = \frac{\sum(|x_i - \bar{x}|.f_i)}{n}$$

Os pesos são as frequências (f_i)

VARIÂNCIA (Populacional)

= média aritmética dos quadrados dos desvios

$$\sigma^2 = \frac{\sum(|x_i - \bar{x}|)^2}{n}$$

- Ou $\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$

σ^2 = média dos quadrados – quadrado da média

DESVIO PADRÃO (Populacional)

= raiz quadrada da variância: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}}$

- A variância e o desvio padrão serão nulos quando todos os termos forem iguais.

SIMBOLOGIA:

σ^2 : Variância **populacional**

S^2 : Variância **amostral**

$$S^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \rightarrow S^2 = \left[\overline{x^2} - (\bar{x})^2\right].\frac{n}{n-1}$$

σ : Desvio padrão populacional

S : Desvio padrão amostral

$$S = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

MEDIDAS DE DISPERSÃO

medidas de dispersão

VARIÂNCIA E DESVIO PADRÃO

PROPRIEDADES

- Somando-se (subtraindo-se) uma constante c de todos os valores: a variância e o desvio padrão não se alteram
- Multiplicando-se (dividindo-se) todos os valores por uma constante c:
  - O desvio padrão também é multiplicado (dividido) por c
  - A variância é multiplicada (dividida) por c^2

VARIÂNCIA E DESVIO PADRÃO

PARA DADOS AGRUPADOS

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 . f_i}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 . f_i}{n-1}$$

Deve-se multiplicar cada resultado pela respectiva frequência

COEFCIENTE DE VARIAÇÃO

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

= Razão entre o desvio padrão e a média (É adimensional)

- Dá uma noção relativa da dispersão dos dados: permite "ver" se o desvio padrão é relevante quando comparado à média dos dados
- $C_v{}^2$ = variância relativa