

# Projeto de Escadas de Concreto Armado

Apostila



---

# AVISO

Esta apostila tem fins didáticos somente. Os autores não assumem responsabilidades sobre decisões dos indivíduos que a utilizam para seus projetos. É expressamente proibida a divulgação ou cópia deste material sem o consentimento de seus autores. Valorize o trabalho alheio para que o seu também seja valorizado.

---

# Sobre os autores



[@ensonportela](#)



[Enson Portela](#)



[\(85\) 9 8212 3344](#)

## Enson Portela, DSc

- Engenheiro Civil
- Mestre em Engenharia Civil
- Doutor em Engenharia de Estruturas

Mais de 10 anos de experiência em projetos de estruturas de concreto armado e protendido. Ex-sócio dos escritórios E3 Engenharia Estrutural e Hepta Estrutural.



## Guilherme Gomes

- Graduando em Engenharia Civil

Aluno e orientando do professor Enson Portela no IFCE – Campus Fortaleza. Convidado a participar da elaboração deste material.



[@guig4gomes](#)



[Guilherme Gomes](#)

---

# PREFÁCIO

Gosto de pensar em um texto técnico como algo que será sempre mutável. Sempre gostei de ler sobre Karl Popper e suas opiniões sobre o princípio indutivo do método científico. Para Popper uma proposição científica não deve ser considerada verdadeira pela sua verificabilidade, mas tão somente por sua falseabilidade. Em outras palavras, a postura do investigador/analista/engenheiro não é achar elementos que provem sua teoria, mas sim achar elementos que a falsifique.

O texto dessa apostila não tem pretensões de apresentar verdades absolutas. Boa parte do que foi escrito aqui foi baseado em experiências dos autores. Depois de centenas de projetos elaborados, alguns filtros foram aplicados e a metodologia apresentada aqui foi formada. Tenha em mente que não há um único jeito de se projetar uma estrutura, não há uma única forma correta e definitivamente não há um único modelo. A depender da sua concepção estrutural os esforços mudam e o resultado final (detalhamento) também mudará. Em projeto de estruturas a decisão de “o que é melhor” nunca é simples e nunca tem a ver como uma única variável. Existe sempre uma combinação de variáveis, entre elas: segurança, custo, estética, velocidade de construção, disponibilidade de material e mais recentemente sustentabilidade.

Apesar dos esforços de seus autores, é possível e muito provável que alguns erros existam neste texto. Se achar alguma passagem que você acredita precisar de uma correção, por favor, entre em contato conosco. Nos ajude. A ideia é que haja outras versões deste texto e claro você terá acesso a ela. A presente apostila tem 8 capítulos. Você aprenderá desde aspectos básicos como definição de geometria das escadas até questões mais complexas como detalhamento final da estrutura.

Já no Capítulo 1 apresentamos várias questões colocadas pela NBR9050 sobre as dimensões mínimas de uma escada. No Capítulo 2 discutimos sobre as principais ações que ocorrem nas escadas. Falamos de peso próprio, revestimento e pavimentação, sobrecarga e cargas de parapeito. No Capítulo 3 abordamos os aspectos da análise estrutural de escadas. Tratamos de como estimar os esforços e quais esforços são importantes na consideração do dimensionamento deste tipo de elemento estrutural. No Capítulo 4 fazemos uma breve apresentação sobre os tipos de escada.

No 5, discutimos o dimensionamento. Abordamos assuntos como Estadios do concreto e Domínios de Deformação. No Capítulo 6 abordamos o Estado Limite de Serviço – Deformação Excessiva. Mostramos como calcular a flecha nas escadas de

---

concreto armado. No Capítulo 7 apresentamos uma discussão sobre o cálculo do comprimento de ancoragem e emendas por traspasse. Mostramos como essas estimativas são feitas. Finalmente no Capítulo 8 mostramos como o detalhamento dos diversos tipos de escadas devem ser feitos. Desejo que esse texto seja de muito valor a todos.

Enson Portela  
*Fortaleza – Junho de 2020*

---

# Sumário

|   |    |
|---|----|
| Capítulo 1.....   | 10 |
| Definições de Dimensões de Escadas.....                       | 10 |
| 1.1 Definição Padrão de Escadas.....                          | 10 |
| 1.2 Nomenclatura Básica .....                                 | 10 |
| 1.3 Normatização.....   | 12 |
| 1.4 Espessura .....   | 14 |
| 1.5 Destaques .....   | 16 |
| Capítulo 2.....   | 17 |
| Carregamento nas Escadas .....                                | 17 |
| 2.1 Peso Próprio.....   | 17 |
| 2.1.1 Peso Próprio para Escadas Plissadas .....               | 19 |
| 2.2 Sobrecarga .....  | 20 |
| 2.2.1 Verificação específica para degraus em Balanço .....    | 22 |
| 2.3 Pavimentação e Revestimento.....                          | 23 |
| 2.4 Parapeito .....   | 23 |
| 2.5 Destaques .....   | 27 |
| Capítulo 3.....   | 28 |
| Análise Estrutural de Escadas.....                            | 28 |
| 3.1 Esforço Cortante .....                                    | 28 |
| 3.2 Esforço Normal .....                                      | 31 |
| 3.3 Momento Fletor.....                                       | 33 |
| 3.3.1 Momento Fletor Para Escadas Plissadas.....              | 33 |
| 3.3.2 Momento Fletor Para Escadas com Balanços em Degrau..... | 34 |
| 3.3 Destaques .....   | 36 |
| Capítulo 4.....   | 37 |
| Tipos de Escadas .....  | 37 |
| 4.1 Escadas Longitudinais.....                                | 37 |

---

|  |    |
|--|----|
| 4.1.1 Considerações Sobre a Representação em Planta de Escadas Longitudinais ..... | 38 |
| 4.1.2 Fundação de Escadas Armadas Longitudinalmente .....                          | 39 |
| 4.2 Escadas Transversais .....   | 42 |
| 4.2.1 Considerações Sobre a Armadura de Escadas Transversais .....                 | 43 |
| 4.2 Escadas em “L” .....   | 44 |
| 4.2.1 Considerações Sobre Apoios de Escadas em “L”.....                            | 44 |
| 4.3 Escadas em “U” .....   | 45 |
| 4.3.1 Considerações Sobre Apoios de Escadas em “U”.....                            | 46 |
| 4.4 Escadas em “O” .....   | 48 |
| 4.3.1 Considerações Sobre Apoios de Escadas em “O”.....                            | 48 |
| 4.4 Escadas Plissadas .....  | 50 |
| Capítulo 5.....  | 51 |
| Dimensionamento de Escadas .....   | 51 |
| 5.1 Estados-Limites de Serviço e Estado-Límite Último .....                        | 51 |
| 5.1.1 ELU .....  | 51 |
| 5.1.1 ELS.....   | 51 |
| 5.1.2 Síntese.....   | 52 |
| 5.2 Estadios de Flexão – Ensaio de Stuttgart .....                                 | 52 |
| 5.2.1 Estádio I.....   | 54 |
| 5.2.2 Estádio II.....  | 54 |
| 5.2.3 Estádio III.....   | 55 |
| 5.2.4 Síntese.....   | 56 |
| 5.3 Domínios de Deformação.....  | 57 |
| 5.3.1 Domínio 2.....   | 59 |
| 5.3.2 Domínio 3.....   | 59 |
| 5.3.3 Altura da Linha Neutra “x” .....   | 59 |
| 5.4 Dimensionamento a Flexão – Determinação da Área de Aço .....                   | 61 |
| 5.5 Roteiro de Dimensionamento das Áreas de Aço para Escadas .....                 | 64 |
| 5.5.1 Cálculo da Área de Aço Principal ( $A_{sx}$ ) .....                          | 64 |

---

|  |    |
|--|----|
| 5.5.2 Cálculo da Área de Aço Secundária ( $A_{sy}$ ) .....           | 66 |
| 5.5.3 Cálculo da Área de Aço Negativa ( $A_{sneg}$ ) .....           | 66 |
| 5.6 Detalhamento – Escolha das Barras .....                          | 67 |
| 5.6.1 Conversão das Áreas de Aço em Barras Comerciais .....          | 69 |
| Capítulo 6.....  | 72 |
| Estado Limite de Serviço - Deformações Excessivas .....              | 72 |
| 6.1 Flecha Imediata .....  | 73 |
| 6.1.1 Cálculo da Rigidez Equivalente - $(EI)_{eq,t0}$ .....          | 75 |
| 6.2 Flecha Diferida e Total.....                                     | 76 |
| 6.3 Considerações Importantes .....                                  | 77 |
| 6.3.1 Ajuste das Cargas e Geometria Considerada para a Inércia ..... | 77 |
| 6.4 Roteiro de Verificações .....                                    | 78 |
| Capítulo 7.....  | 80 |
| Ancoragem e Emendas por Traspasse.....                               | 80 |
| 7.1 Verificação de Aderência das Barras .....                        | 80 |
| 7.1.1 Regiões de Boa Aderência .....                                 | 81 |
| 7.1.2 Resistência de Aderência $-f_{bd}$ .....                       | 82 |
| 7.2 Ancoragem.....   | 83 |
| 7.2.1 Comprimento de Ancoragem Básico - $L_b$ .....                  | 83 |
| 7.2.2 Comprimento de Ancoragem Necessário - $L_{b,nec}$ .....        | 85 |
| 7.2.3 Tabela de Comprimentos de Ancoragem .....                      | 85 |
| 7.3 Emendas Por Traspasse.....                                       | 86 |
| 7.3.1 Proporção das Barras Emendadas .....                           | 86 |
| 7.3.2 Comprimento de Traspasse.....                                  | 87 |
| Capítulo 8 - Detalhamento .....                                      | 89 |
| 8.1 Prescrições Normativas .....                                     | 89 |
| 8.3 Recomendações de Detalhamento por Tipos de Escadas.....          | 92 |
| 8.3.1 Lances Longitudinais .....                                     | 92 |
| 8.3.2 Detalhamento de Escada Plissada e do “Pé” .....                | 94 |

---

|   |     |
|---|-----|
| 8.3.3 Lances Apoiados em Lances .....                               | 98  |
| 8.3.4 Degraus em Balanço .....                                      | 99  |
| 8.4 Exemplos.....   | 102 |
| 8.4.1 Lance Longitudinal .....                                      | 102 |
| 8.4.1 Lance de Escada Plissada.....                                 | 113 |
| 8.4.1 Escada em “U” e em “O” – Lance Apoiado em Outros Lances ..... | 122 |
| 8.4.4 Degraus em balanço .....                                      | 137 |
| ANEXOS.....   | 148 |

---

# Capítulo 1

## Definições de Dimensões de Escadas

### 1.1 Definição Padrão de Escadas

Escadas podem ser definidas como “elementos que servem para unir, através de degraus sucessivos, os diferentes níveis de uma construção”. Podemos ainda dizer que elas “tem como objetivo comunicar dois espaços verticais diferentes, progredindo diagonalmente.”

Note o destaque para a expressão “diagonalmente”. É necessário perceber que essa característica das escadas não se encontra usualmente nos três principais elementos estruturais presentes numa edificação: as lajes, vigas e pilares. Esses elementos têm sua natureza geométrica essencialmente vertical ou horizontal, o que torna intuitiva a sua representação gráfica através de desenhos técnicos em duas dimensões (2D).

Portanto, é provável que você encontre uma pequena dificuldade quando estiver aprendendo sobre detalhamento de uma escada. Representar um elemento diagonal em um plano às vezes traz algumas complicações. Contudo, o entendimento dos desenhos vai se tornando mais claro com a prática.

### 1.2 Nomenclatura Básica

Esta seção tem o propósito de padronizar as nomenclaturas a serem utilizadas ao longo do texto para que tanto aqueles que já têm contato com o projeto de escadas como os que estão tendo seu primeiro contato através deste texto possam compreender claramente o que está sendo abordado nas seções posteriores. Definiremos degraus, espelho, piso, patamar, armadura principal e secundária, vão livre, altura livre e ainda o ângulo de inclinação  $\alpha$ , conforme mostra a Figura 1.

Antes das definições, vale a pena ressaltar que a unidade de medida utilizada ao longo do curso será o centímetro (cm), pois é a unidade convencional para os projetos de estruturas de concreto armado e protendido.

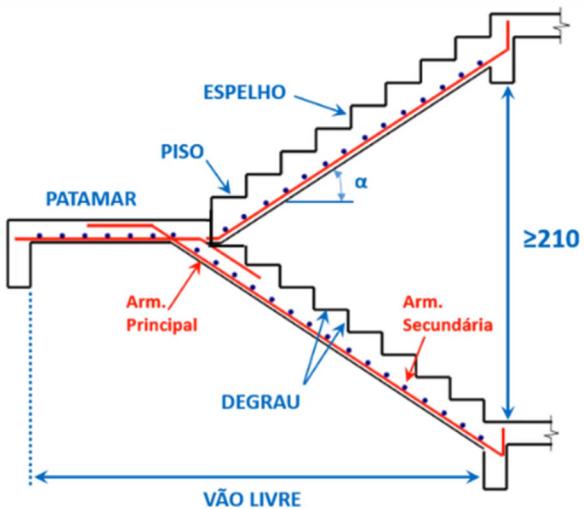


Figura 1 – Definições de termos usuais

Sendo assim, temos:

- **Degrau:** Cada um dos pontos de apoio que permitem a locomoção ascendente ou descendente em uma escada.
- **Espelho:** É a parte vertical do degrau.
- **Piso:** É a parte horizontal do degrau.
- **Patamar:** É uma zona horizontalmente reta que existe para mudança de direção como para descanso do usuário.
- **Ângulo  $\alpha$ :** Ângulo de inclinação da escada.
- **Armadura Principal:** É a armadura que resiste aos esforços de flexão de uma escada. Normalmente está situada mais próxima a face externa da escada uma vez que assim garante uma altura útil de cálculo maior, o que otimiza o dimensionamento à flexão.
- **Armadura Secundária:** É a armadura perpendicular a armadura principal. Em escadas simplesmente apoiadas não trabalham à flexão e são calculadas em função de requisitos normativos.
- **Vão Livre:** Representa a distância entre as faces internas dos apoios. Coloquialmente chamado “de dentro a dentro”.
- **Altura livre:** Altura de topo de piso a fundo do teto, em cada ponto da escada. Vale ressaltar que a altura livre mínima indicada é de 210 cm.

## 1.3 Normatização

A norma NBR 9050:2015 é quem governa as dimensões de escadas no que se refere a acessibilidade e conforto do usuário. Esta norma não é tão conhecida por engenheiros projetista. Esta NBR define escada em seu item 6.8.1 como “qualquer sucessão de três ou mais degraus”.

Ela ainda fornece, ao longo do item 6.8 uma série de critérios geométricos a serem seguidos. O primeiro deles, descrito no item 6.8.2, diz que as dimensões dos espelhos e pisos em toda a escada devem ser constantes e que essas dimensões devem se enquadrar em três parâmetros. O primeiro deles é conhecido também como “fórmula de Blondel, descrita a seguir:

$$0,63 \text{ m} \leq \text{piso} + 2\text{espelho} \leq 0,65 \text{ m} \quad (1.1)$$

Ou seja, a norma impõe que o somatório do piso mais duas vezes o comprimento do espelho da escada deve ter um total variando entre 63cm e 65cm. Os próximos dois parâmetros tratam das dimensões do piso e espelhos. Eles são mostrados a seguir:

$$0,28 \text{ m} \leq \text{piso} \leq 0,32 \text{ m} \quad (1.2)$$

$$0,16 \text{ m} \leq \text{espelho} \leq 0,18 \text{ m} \quad (1.3)$$

Isso não é por acaso. Note que, muito provavelmente, seu pé tem em torno de 26 ou 27 cm descalço e 30 cm calçado. Aos mais desconfiados fica aqui o desafio de medir seu próprio pé! Sendo assim, um piso dentro do intervalo (1.1) proporciona conforto aos usuários não sendo nem curto nem comprido demais. A mesma lógica de conforto é válida para os espelhos. Tente imaginar o quanto inconveniente seria uma escada com espelhos de 50 cm, o quanto cansativo seria para utilizá-la.

Considere também o caso de um incêndio onde os usuários da edificação terão que usar as escadas como rota de fuga, o que seria mais perigoso, as chamas ou a sequência de saltos que se faria necessária devido aos longos espelhos? Pela relevância, essa problemática de conforto foi tratada por nossos colegas arquitetos para que hoje nós tivéssemos esses parâmetros disponíveis.

Geometricamente, a implicação direta da inequação (1.1) é que o ângulo  $\alpha$  de nossas escadas estará sempre entre  $26^\circ$  e  $32^\circ$ . Podemos dizer ainda, a partir disso, que o ângulo  $\alpha$  médio de nossas escadas será  $29^\circ$ .

A NBR 9050:2015 ainda determina, no item 6.8.3, que a largura mínima de escadas seja 120 cm. Todavia, para que haja um maior conforto, o recomendável é uma largura de 150 cm. É uma recomendação, no fim, a decisão final será do cliente. A norma segue dizendo no item 6.8.7 que “as escadas devem ter no mínimo um patamar a cada 3,20 m de desnível e sempre que houver mudança de direção”. O item 6.8.8 complementa dizendo que entre os lances de escadas, deve haver um patamar de no mínimo 120 cm e com dimensões iguais a largura da escada.

É importante entender que todos esses critérios devem ser atendidos mutuamente. Por exemplo, por mais que a altura a se vencer de uma escada hipotética seja, por exemplo, de 280 cm, ela só poderia ser vencida com um único lance de degraus se a fórmula de Blondel também for satisfeita, apesar de não ter atingido o desnível limite de 3,20 m, a inclinação está limitada ao intervalo entre 26° e 32°. Veja a Figura 2 para entender melhor.

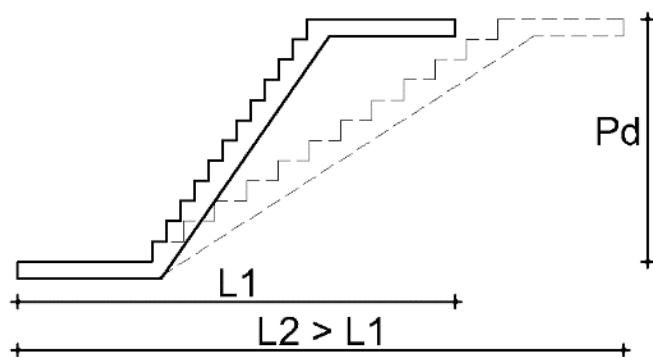


Figura 2 – Inclinação máxima

Perceba que não é possível vencer toda a altura “ $P_d$ ” mantendo-se a projeção horizontal “ $L_1$ ”, seria necessário alongar a projeção horizontal da escada para manter a inclinação adequada. A solução mais comum para esse tipo de impossibilidade é utilizar dois lances em direções opostas, criando uma zona de patamar entre eles. O resultado seria algo similar a Figura 3.

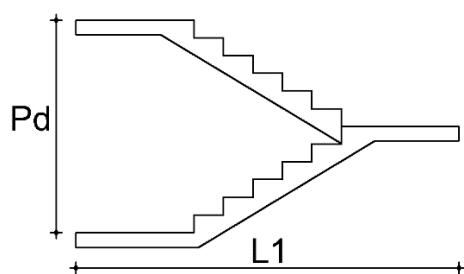


Figura 3 – Exemplo de escada com patamar.

## 1.4 Espessura

Um dos primeiros passos ao projetar uma escada é definir sua espessura. Como mostra a Figura 4 a espessura não leva em conta os degraus. Eles são para nós, do ponto de vista estrutural, apenas carga, peso próprio. Tratam-se, portanto, de enchimentos não tendo armadura ou mesmo função estrutural.



Figura 4 – Definição de espessura de escada

Cientes desse conceito, podemos agora entender os três critérios que utilizaremos para definir a espessura de nossas escadas. Eles não são baseados em normas, mas foram elaborados, principalmente, com base na experiência dos autores, portanto são recomendações para um bom pré-dimensionamento. Os critérios são:

- Fissuras;
- Armadura dupla;
- Flechas significativas (maiores que 1,5 cm)<sup>1</sup>.

Dessa maneira, o ideal é que a espessura que escolhermos para nossas escadas não nos traga problemas com fissuras. Não assumiremos que as fissuras não vão existir, a máxima “o concreto armado trabalha fissurando” continua válida, porém, o que queremos evitar são fissuras grandes o suficiente para prejudicar a inércia de nossas peças. Em relação a armadura dupla, sempre definiremos uma espessura que necessite apenas armadura simples.

A solução da flexão utilizando armadura dupla aparece em situações que temos vigas sujeitas a esforço de flexão suficientemente grande para forçar o cálculo no domínio de deformação IV. Nesse caso o mais recomendado é aumentar a altura da peça, mas aclaro que nem sempre isso é possível (muitas vezes por razões arquitetônicas). Nesses

<sup>1</sup> 1,5 cm é um parâmetro generalizado. Na prática, a flecha máxima admissível por norma é função do vão da escada ( $L_{v\ddot{a}o}/250$ ), portanto é necessário checar caso a caso, principalmente para vãos longos.

---

casos, a utilização de aço como componente resistente na zona comprimida pode viabilizar um dimensionamento no domínio III. Note ainda que um fator bastante influente na utilização de armadura dupla, como citado há pouco, é a impossibilidade em se aumentar a seção da peça, principalmente sua altura, pois esta tem maior impacto na sua inércia à flexão.

Para escadas, aumentar a espessura não é um fator limitante, afinal, na maioria dos casos o espaço debaixo da escada é “morto”. Mesmo nos casos de escadas plissadas ou onde o cliente faça alguma exigência, a segurança do ponto de vista estrutural é um bom argumento para convencê-lo a aumentar a espessura da escada.

O último critério é a flecha. Teremos um modelo de pré-dimensionamento que evita flechas excessivas.

Sem mais delongas, o critério sugerido para um bom pré-dimensionamento de escadas longitudinais é que a espessura da escada seja aproximadamente 3% do vão de cálculo. Em termos práticos, você pode se guiar pela Tabela 1.1.

| Tabela 1.1 – Vãos x espessura |            |
|-------------------------------|------------|
| Vão                           | Espessura  |
| $L \leq 3m$                   | 10 cm      |
| $3m < L \leq 4m$              | 12 cm      |
| $4m < L \leq 5m$              | 14 ~ 15 cm |

Observando a tabela anterior podemos ainda extrair mais algumas recomendações. A primeira delas é que não se recomenda uma espessura menor que 10 cm para qualquer escada, mesmo que permitido por norma. Por último, para vãos próximos de 5 metros é prudente usar 15 cm ou mais como espessura, isso evita prováveis problemas de flecha e facilita o detalhamento.

---

## 1.5 Destaques

As nossas escadas devem seguir alguns parâmetros normativos (NBR 9050:2015), são eles:

- A “fórmula de Blondel”, e os limites de comprimento de espelho e piso:
  - $0,63 \text{ m} \leq \text{piso} + 2\text{espelho} \leq 0,65 \text{ m}$
  - $0,28 \text{ m} \leq \text{piso} \leq 0,32 \text{ m}$
  - $0,16 \text{ m} \leq \text{espelho} \leq 0,18 \text{ m}$
- Largura mínima de escadas:
  - Segundo a norma, largura mínima = 120 cm
  - Recomenda-se 150 cm
- Elevação máxima por lance:
  - “[...]as escadas devem ter no mínimo um patamar a cada 3,20 m de desnível e sempre que houver mudança de direção”.
- Dimensão mínima dos patamares:
  - Entre os lances, deve haver um patamar de no mínimo 120 cm ou da largura da escada, caso essa seja maior do que 120 cm.
  - Para a definição da espessura usaremos como parâmetro de pré-dimensionamento a relação

$$\text{Espessura} = 0,03 \times \text{Vão} \quad (1.4)$$

# Capítulo 2

## Carregamento nas Escadas

Neste capítulo veremos quais carregamentos considerar e quais métodos utilizaremos para definir cada um deles. Na prática, o procedimento não difere em nada da maneira com que tratamos os carregamentos em lajes. Podemos considerar nossas escadas como lajes unidireccionais inclinadas. A única diferença será que, eventualmente, teremos de considerar uma carga de parapeito.

De qualquer forma, teremos um carregamento sempre descrito em unidades de força por unidades de área. Por exemplo, poderemos ter  $1000 \text{ kgf/m}^2$  como carga total de uma escada. Este exemplo não foi escolhido por acaso,  $1000 \text{ kgf/m}^2$  é um “número cabalístico” para escadas, você perceberá, com a prática, que as cargas que calcularmos para nossas escadas tenderão a ficar próximas dele.

A seguir, veremos como estimar os seguintes carregamentos:

- Peso próprio;
- Sobrecarga;
- Pavimentação e revestimento;
- Parapeito.

### 2.1 Peso Próprio

Como já foi abordado, tratamento de carga para escadas é idêntico ao utilizado em lajes. Para o peso próprio, as considerações serão similares a uma laje maciça. Usaremos o peso específico do concreto armado, disponível na NBR 6120:2019 juntamente com alguns cálculos geométricos.

Antes de tratarmos das escadas, segue uma pequena revisão de como se considera o peso próprio em lajes maciças de concreto armado:

Da norma, temos o peso específico do concreto armado como  $25 \text{ kN/m}^3$ , podendo ser facilmente convertido para  $2500 \text{ kgf/m}^3$  ( $1 \text{ kN/m}^3 \cong 100 \text{ kgf/m}^3$ ).

Dessa maneira, queremos estimar uma carga em unidade de força por unidade de área ( $\text{kN/m}^2$  ou  $\text{kgf/m}^2$ ), logo, é fácil ver que se multiplicarmos a espessura da laje, em metros, pelo peso específico do concreto armado, obteremos essa “taxa”. Em termos matemáticos, temos:

$$g = \gamma_c \times h \quad (2.1)$$

Onde:

$g$  = Peso próprio;

$\gamma_c$  = Peso específico do concreto armado;

$h$  = Espessura.

Em outras palavras, considerando o fato de que temos uma espessura constante, obteremos, por essa multiplicação, o peso por unidade de área da laje analisada. Veja o exemplo a seguir.

Exemplo:

Considere uma laje maciça com 12 cm de espessura. Usando o peso específico do concreto como  $2500 \text{ kgf/m}^3$  (NBR 6120:2019), teríamos;

Peso próprio =  $0,12 \text{ m} \times 2500 \text{ kgf/m}^3$

Peso próprio =  $300 \text{ kgf/m}^2$ .

Nas escadas, usaremos o mesmo raciocínio, contudo, é necessário um certo tratamento com a espessura devido aos degraus que compõe os lances. Assim, calculamos uma altura média que nos permita computar o peso próprio da “parte plana” da escada juntamente com seus degraus com uma única multiplicação. Veja a Figura 5. Os amantes da trigonometria podem se aventurar em definir essa espessura média. De qualquer maneira, ela pode ser definida como:

$$h_m = h/\cos(\alpha) + \text{espelho}/2 \quad (2.2)$$

Onde:

$h$  = espessura da escada;

$\alpha$  = ângulo de inclinação da escada.

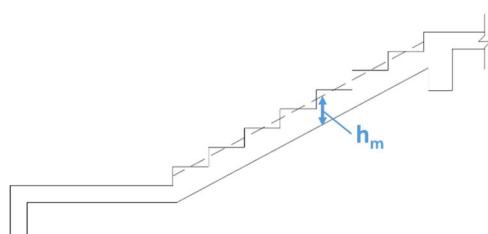


Figura 5 – Espessura Média dos Lances.

Podemos ainda, levando em consideração o ângulo  $\alpha$  médio de 29°, aproximar a altura média como:

$$h_m = 1.15h + \text{espelho}/2 \quad (2.3)$$

Essa abordagem é válida para os lances, ou seja, as regiões da escada onde houver degraus. Nos patamares, basta utilizar a espessura da escada definida no pré-dimensionamento. Dessa maneira, se seguirmos o rigor técnico, teremos carregamentos diferentes para os patamares e para os lances, como mostra a Figura 6.

A recomendação é que se utilize o peso próprio dos lances em toda a escada. Essa abordagem favorece a segurança e, na prática, não gera esforços tão diferentes da consideração mais fiel ao modelo adotado. Isso se dá pelo fato de que os patamares tendem a se conter no limite de 120 cm imposto por normas, ou seja, considerando seu comprimento em relação a projeção horizontal dos lances não teremos um incremento significativo nos esforços gerados.

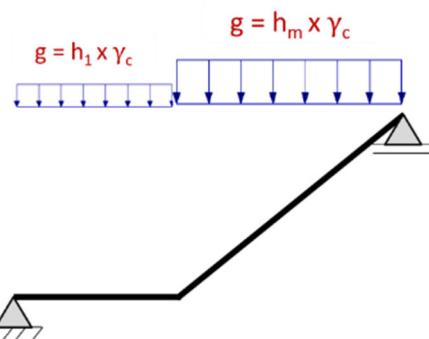


Figura 6 – Carregamento de Peso Próprio “à Rigor”

Todas as considerações mostradas até aqui valem para escadas “convencionais”. Veremos a seguir como calcular a espessura média dos lances em escadas plissadas.

### 2.1.1 Peso Próprio para Escadas Plissadas

Nas escadas plissadas, também calcularemos uma espessura média, contudo, devido a sua geometria própria, utilizaremos outra expressão. Lembre-se que, tanto nas escadas convencionais quanto nas plissadas, o cálculo da espessura média é apenas uma ferramenta para facilitar a estimativa da carga de peso próprio referente à região dos degraus.

Portanto, teremos a seguinte expressão:

$$h_m = h + \operatorname{tg} \alpha \cdot h \quad (2.4)$$

ou

$$h_m = h + (l_{lance}/l_{v\~ao}) \cdot h \quad (2.5)$$

Onde:

$\alpha$  = ângulo de inclinação da escada

$l_{lance}$  é a altura do trecho em cascata (Figura 7)

$l_{v\~ao}$  é o comprimento do trecho em cascata (Figura 7)

Perceba ainda que, podemos calcular facilmente a tangente do ângulo  $\alpha$  pela expressão:

$$\operatorname{tg} \alpha = \text{espelho/piso}. \quad (2.6)$$

Aqui o peso próprio dos lances também é diferente daquele calculado para os patamares, contudo, a recomendação é a mesma, não é má ideia considerar o peso próprio dos lances em toda a escada. Fica a seu critério.

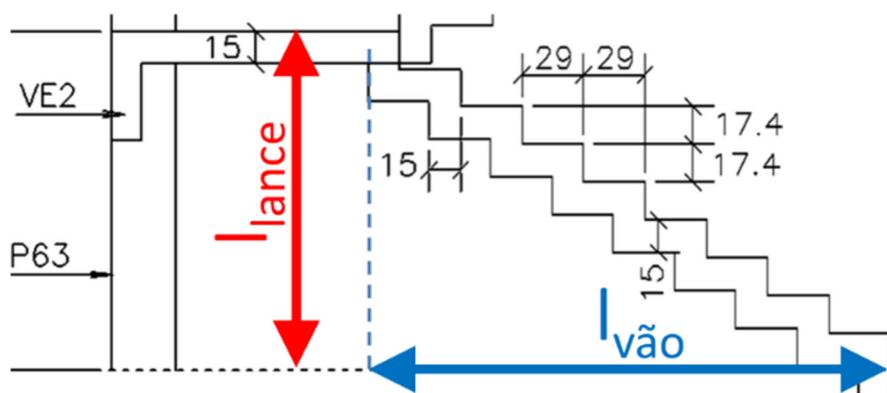


Figura 7 – Espessura média para escada plissada

## 2.2 Sobrecarga

A sobrecarga, como nas lajes, é estimada com base na norma NBR 6120. Certamente é muito agregador ler toda a norma, porém, para estimarmos a sobrecarga em nossas escadas nos atentaremos ao seguinte quadro:

Quadro 2.1– Sobrecarga em escadas (Fonte: NBR 6120:2019 adaptado)

|                      |  |                       |
|----------------------|--|-----------------------|
| Escadas e passarelas | Hospitais  | 3 kN/m <sup>2</sup>   |
|                      | Residenciais, hotéis (dentro de unidades autônomas)                    | 2,5 kN/m <sup>2</sup> |
|                      | Residências, hotéis (uso comum)  | 3 kN/m <sup>2</sup>   |
|                      | Edifícios comerciais, clubes, escritórios, bibliotecas                 | 3 kN/m <sup>2</sup>   |
|                      | Centros de exposição   | 5 kN/m <sup>2</sup>   |
|                      | Centros de convenções e locais de reunião de pessoas, teatros, igrejas | 5 kN/m <sup>2</sup>   |
|                      | Escolas  | 3 kN/m <sup>2</sup>   |
|                      | Cinemas, centros comerciais, <i>shopping centers</i>                   | 4 kN/m <sup>2</sup>   |
|                      | Servindo arquibancadas   | 5 kN/m <sup>2</sup>   |
|                      | Com acesso público   | 3 kN/m <sup>2</sup>   |
|                      | Sem acesso público   | 2,5 kN/m <sup>2</sup> |

O Quadro 2.1 é um trecho da Tabela 10, contida no item 6.2 da norma. Perceba que o quadro mostra as cargas em kN/m<sup>2</sup>. Como já citado anteriormente, a conversão para kgf/m<sup>2</sup> é simples, basta multiplicar por 100. Por exemplo, 2,5 kN/m<sup>2</sup> equivalem a 250 kgf/m<sup>2</sup>.<sup>2</sup>

A utilização desses dados é tão intuitiva quanto sugere a sua leitura. O primeiro passo é identificar em qual “tipo” de edificação a escada que estivermos projetando se encontra e utilizar a sobrecarga indicada.

Note que os carregamentos podem mudar bastante de acordo com a funcionalidade da escada. Isso não se dá por acaso. Tente perceber que a lógica por trás das informações do Quadro 2.1 é a de que ambientes com maior possibilidade de agrupamento de pessoas, ou e de muitas pessoas utilizando a escada, seja de maneira convencional, seja como rota de fuga, terão sobrecargas maiores.

<sup>2</sup> Apesar do SI definir a unidade de força como Newton (N), ainda é muito habitual, no contexto de projeto de estruturas de concreto armado, se pensar em termos de Quilograma-força(kgf). O Quilograma-força nada mais é do que a força gravitacional referente a um objeto com 1 quilograma de massa, na prática, aproximadamente 9,81 Newtons. É mais comum e a favor da segurança considerar 1 kgf como 10 Newtons, isso também facilita os cálculos.

Uma escada de uma residência dificilmente estará totalmente ocupada por pessoas ao mesmo passo que um incêndio em um cinema pode facilmente aglomerar pessoas na região de escadas. Sintetizando, o procedimento é, literalmente, identificar o contexto da escada e usar a sobrecarga indicada em norma.

## 2.2.2 Verificação específica para degraus em Balanço

A NBR 6120 traz, sobre escadas com degraus em balanço, o seguinte texto:

“Nas escadas com trechos em balanço, devem ser verificados os efeitos da alternância das cargas. Para degraus isolados em balanço ou bi apoiados, calcular o degrau com carga concentrada de 2,5 kN aplicada na posição mais desfavorável. A verificação com carga concentrada deve ser feita separadamente, sem consideração simultânea da carga variável uniformemente distribuída...”

Degrus em balanço, como mostra a Figura 8, são aqueles que tem apenas um único ponto de apoio, geralmente, uma viga inclinada em uma das extremidades. É importante entender que deverão ser feitas duas análises nesses casos. Deve-se analisar os esforços gerados pela sobrecarga do Quadro 2.1, e também os esforços gerados por essa força pontual de 2,5 kN (sem a sobrecarga do Quadro 2.1). A situação que gerar o maior esforço característico é a que deverá ser considerada para o dimensionamento da peça.

Vale ressaltar que, nesses casos, a reação a ser considerada no cálculo do apoio é sempre aquela referente a estimada pelo Quadro 2.1. Em outras palavras, a consideração de 2,5 kN deve ser feita apenas para o dimensionamento do degrau.



Figura 8 – Escada com degraus em balanço

## 2.3 Pavimentação e Revestimento

Para a estimativa da carga gerada pela pavimentação e pelo revestimento a regra é avaliar cada caso com base no revestimento que será usado na obra. A rigor, o processo segue o mesmo raciocínio do Item 2.1. A NBR 6120 disponibiliza o peso específico de cinco grupos de materiais, são eles as rochas naturais, blocos artificiais e pisos, argamassas e concretos, metais e madeiras. Dessa maneira, a maioria dos materiais utilizados com essa finalidade são contemplados pela norma. Portanto, basta multiplicar a espessura da pavimentação e do revestimento pelo peso próprio do material utilizado.

No entanto, pode-se dizer que esse tipo de carga sempre tende a estar no intervalo entre 50 e 100 kgf/m<sup>2</sup>. Para efeitos práticos, uma estimativa nesse intervalo é razoável. Perceba que esses valores dependem do peso específico e da espessura do revestimento. Dessa maneira, a recomendação deixada é que sempre se considere os 100 kgf/m<sup>2</sup>, mesmo nas escadas que tem o tipo de revestimento indicado no projeto arquitetônico ou ainda naquelas onde não há revestimento planejado, não podemos garantir que não haverá mudanças que incrementem essa categoria de carga no futuro. Imagine que você projeta uma casa hoje e daqui 5 anos o morador a venda. Inicialmente você tinha um revestimento de madeira. O novo morador poder decidir mudar o revestimento para granito (que tem peso específico maior que a madeira). Como engenheiro você precisa pensar nesse tipo de possibilidade.

## 2.4 Parapeito

A nossa última consideração é a carga gerada por parapeitos. Nem sempre eles estarão presentes. Mas é preciso conhecer como estimar seu carregamento. A maneira de fazer esta estimativa é bastante semelhante ao que fazemos sobre estimativa de cargas de paredes apoiadas em lajes.

Antes de aprendermos como estimar efetivamente essas cargas, precisamos lembrar que todas as cargas que estimarmos para nossas escadas são descritas como uma unidade de força por unidade de área, usualmente kgf/m<sup>2</sup> ou tf/m<sup>2</sup>, com exceção da verificação pertinente aos degraus em balanço. Estar ciente disso é importante pois os parapeitos são elementos essencialmente lineares, ou seja, sua carga é dada em kgf/m.

Além disso, também é interessante lembrar que, no modelo que estamos adotando, as cargas são consideradas como aplicadas ao longo de toda a escada,

lançando-se mão da consideração de que nossas escadas se comportarão como lajes unidirecionais.

Dito isto, a estimativa consiste em calcular o peso total do parapeito e então distribuí-lo em toda a escada, ou seja, divide-se o peso total do parapeito pela área da escada. Para isso, podemos usar os pesos específicos informados pela NBR 6120:2019. Ela também disponibiliza, no seu Item 5.4, a Tabela 2.1, mostrada a seguir.

Tabela 2.1– Carga de Alvenarias (Fonte: NBR 6120:2019 - adaptado)

| Alvenaria  | Espessura nominal do elemento cm | Peso-espessura de revestimento por face kN/m <sup>2</sup> |      |      |
|--|----------------------------------|---|------|------|
|  |                                  | 0 cm  | 1 cm | 2 cm |
| <b>ALVENARIA ESTRUTURAL</b>  |                                  |   |      |      |
| Bloco de concreto vazado<br>(Classes A e B - ABNT NBR 6136)                    | 14                               | 2   | 2,3  | 2,7  |
| Bloco Cerâmico vazado com paredes maciças (Euro vertical - ABNT NBR 15270 - 1) | 19                               | 2,7   | 3    | 3,4  |
| Bloco Cerâmico vazado com paredes vazadas (Euro vertical - ABNT NBR 15270 - 1) | 14                               | 2   | 2,3  | 2,7  |
|  | 9                                | 1,1   | 1,5  | 1,9  |
|  | 11,5                             | 1,4   | 1,8  | 2,2  |
|  | 14                               | 1,7   | 2,1  | 2,5  |
|  | 19                               | 2,3   | 2,7  | 3,1  |
| Tijolo cerâmico maciço (Classe E - ABNT NBR 14974-1)                           | 9                                | 1,6   | 2    | 2,4  |
|  | 11,5                             | 22,1  | 2,5  | 2,9  |
|  | 14                               | 2,5   | 2,9  | 3,3  |
|  | 19                               | 3,4   | 3,8  | 4,2  |
| Bloco sílico-calcário vazado<br>(Classe E - ABNT NBR 14974-1)                  | 9                                | 1,1   | 1,5  | 1,9  |
|  | 14                               | 1,5   | 1,9  | 2,3  |
|  | 19                               | 1,9   | 2,3  | 2,7  |
| Bloco sílico-calcário perfurado<br>(Classes E, F e G - ABNT NBR 14974-1)       | 11,5                             | 1,9   | 2,3  | 2,7  |
|  | 14                               | 2,1   | 2,5  | 2,9  |
|  | 17,5                             | 2,8   | 3,2  | 3,6  |
| <b>ALVENARIA DE VEDAÇÃO</b>  |                                  |   |      |      |
| Bloco de concreto vazado<br>(Classe C - ABNT NBR 15270-1)                      | 6,5                              | 1   | 1,4  | 1,8  |
|  | 9                                | 1,1   | 1,5  | 1,9  |
|  | 11,5                             | 1,3   | 1,7  | 2,1  |
|  | 14                               | 1,4   | 1,8  | 2,2  |
|  | 19                               | 1,8   | 2,2  | 2,6  |
| Bloco cerâmico vazado<br>(Euro horizontal - ABNT NBR 15260-1)                  | 9                                | 0,7   | 1,1  | 1,6  |
|  | 11,5                             | 0,9   | 1,3  | 1,7  |
|  | 14                               | 1,1   | 1,5  | 1,9  |
|  | 19                               | 1,4   | 1,8  | 2,3  |
| Bloco de concreto celular autoclavado<br>(Classe C25 - ABNT NBR 13438)         | 7,5                              | 0,5   | 0,9  | 1,3  |
|  | 10                               | 0,6   | 1    | 1,4  |

|   |      |     |     |     |
|---|------|-----|-----|-----|
|   | 12,5 | 0,8 | 1,2 | 1,6 |
|   | 15   | 0,9 | 1,3 | 1,7 |
|   | 17,5 | 1,1 | 1,5 | 1,9 |
|   | 20   | 1,2 | 1,6 | 2   |
| Bloco de vidro (decorativo, sem resistência a fogo) | 8    | 0,8 | -   | -   |

NOTA Na composição de pesos de alvenarias dessa tabela foi considerado o seguinte:  
- argamassa de assentamento vertical e horizontal de cal, cimento e areia com 1cm de espessura e peso específico de 19 kN/m<sup>3</sup>;  
- revestimento com peso específico médio de 19 kN/m<sup>3</sup>  
- proporção de um meio bloco para cada três blocos inteiros;  
- sem preenchimento de vazios (com graute etc.).

Note que o peso específico é fornecido em kN/m<sup>2</sup>, contudo, por mais óbvio que possa parecer, é necessário salientar que eles não são a carga de parapeito. Perceba que, a rigor, o peso específico é uma grandeza medida em unidade de força por unidade de volume, contudo, como as alvenarias têm espessura constante é razoável que a norma disponibilize o peso específico por área.

Portanto, para se calcular o peso total do parapeito, basta multiplicar a altura do parapeito por sua extensão e em seguida pelo valor da Tabela acima. Feito isto teremos o peso total descrito por uma unidade de força, apenas (kgf, tf, kN etc). Então, basta dividir esse valor pela área da escada. Dessa maneira teremos uma carga descrita em unidades de força por unidades de área. Matematicamente teremos:

$$Q_{pp} = (\gamma_{alv} * h_{alv} * L_{alv}) / A_{esc} \quad (2.7)$$

Onde:

$\gamma_{alv}$  = Peso específico da alvenaria;

$h_{alv}$  = Altura da alvenaria/parapeito;

$L_{alv}$  = Extensão da alvenaria/parapeito;

$A_{esc}$  = Área do lance da escada.

Além da carga do peso do parapeito, devemos ainda considerar mais um esforço devido a uma prescrição normativa. A NBR 6120:2019 exige que as estruturas que suportem qualquer tipo de barreira destinadas a reter, parar ou prevenir a queda de pessoas devem resistir a uma força horizontal distribuída ao longo do elemento e determinada pela Tabela 2.2.

Essa força deve ser considerada sempre como sendo aplicada a 1,1 m em relação ao piso acabado, independentemente da altura da barreira (parapeito, nas escadas), como ilustrado na Figura 9. Note que essa consideração implica na presença de um momento aplicado adicional na estrutura que deverá ser considerado na análise dos estrutural.

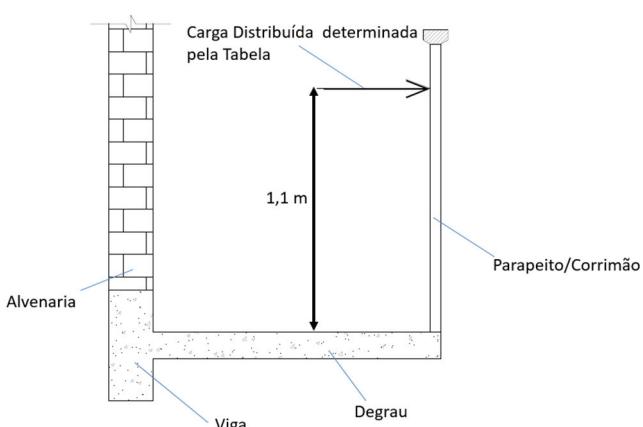


Figura 9 – Carga Horizontal

Tabela 2.2– Carga Horizontais em Parapeitos (Fonte: NBR 6120:2019 - adaptado)

| Localização da barreira  | Força horizontal kN/m |
|--|-----------------------|
| Passarelas acessíveis apenas para inspeção e manutenção  | 0,4                   |
| Área privativas de unidades residenciais, escritórios, quartos de hotéis, quartos e enfermarias de hospitais. Coberturas, terraços, passarelas etc. sem acesso público | 1,0                   |
| Escadas privativas ou sem acesso público, escadas de emergência em edifícios   | 1,0                   |
| Escadas panorâmicas  | 2,0                   |
| Áreas com acesso público (exceto os casos descritos nos itens a seguir)  | 1,0 <sup>b</sup>      |
| Zonas de fluxo de pessoas <sup>a</sup> em áreas de acesso público, barreiras paralelas à direção do fluxo das pessoas  | 2,0 <sup>b</sup>      |
| Zonas de fluxo de pessoas <sup>a</sup> em áreas de acesso público, barreiras perpendiculares à direção do fluxo das pessoas  | 3,0 <sup>b</sup>      |
| Áreas de possível acolhimento de multidões, galerias e <i>shopping centers</i> (exceto dentro de lojas), plataformas de passageiros                                    | 3,0 <sup>b</sup>      |
| Arquibancadas, escadas, rampas e passarelas em locais de eventos esportivos<br>NOTA Necessário consultar normas específicas  | 2,0                   |
| Área de estoque (incluindo livros e documentos) e atividades industriais   | 2,0                   |

<sup>a</sup> Compreende todas as áreas com acesso público delimitadas por barreiras destinadas ao tráfego de pessoas em fluxo direcionado, incluindo rampas, passarelas e escadas.

<sup>b</sup> Para barreiras sujeitas a eventos extremos (como superpopulação, manifestações, tumultos etc.), recomenda-se considerar uma força horizontal igual a no mínimo 5,0 kN/m, aplicada da mesma forma que as forças desta tabela

## 2.5 Destaques

A estimativa de cargas em uma escada é similar a estimativa de cargas em uma laje maciça.

- Peso Próprio:

Basta se multiplicar a espessura da escada pelo peso específico disposto em norma (NBR 6120:2019). Deve-se calcular uma espessura média para as regiões de degraus (lances). A rigor, o peso próprio é diferente nos patamares e lances. Recomenda-se considerar o peso próprio dos lances em toda a escada

Para escadas convencionais, espessura média e peso próprio pode ser estimados pelas equações (2.2) e (2.3), respectivamente.

- Sobrecarga:

A sobrecarga é estimada utilizando-se a tabela 10 do Item 6.2 da NBR 6120:2019 (Quadro 2.1).

Para degraus em balanço ou biapoiados, é preciso atentar a observação “t”, descrita no tópico 2.2.1.

- Pavimentação e Revestimento:

Deve-se estimar essa classe de carga de maneira análoga ao peso próprio, ou seja, considerando sua espessura e o peso específico do material utilizado, disponível na NBR 6120:2019.

Recomenda-se utilizar no mínimo 100kgf/m<sup>2</sup>.

- Parapeito:

Pode ser estimado da mesma maneira utilizada para se estimar cargas de alvenarias em lajes. Resumidamente, calcula-se o peso total do parapeito e então distribui-se esse peso em toda a escada, ou seja, divide-se o peso total do parapeito pela área da escada. Veja a Equação (2.7).

# Capítulo 3

## Análise Estrutural de Escadas

Antes de tudo, precisamos entender que o procedimento de análise estrutural se inicia depois da definição da geometria do elemento, das suas cargas e das condições de contorno, principalmente as condições de apoio. Neste texto trataremos nossas escadas sempre como elementos simplesmente apoiados. Mas nada impede que você use uma outra condição de apoio da escada. Neste texto as escadas sempre terão um modelo estrutural isostático. Isso não só facilita os procedimentos de cálculos, como deixa a escada independente do restante da estrutura, no sentido de que a escada não irá gerar momento adicionais na estrutura da edificação.

Como as escadas são elementos diagonais, teremos que verificar os esforços cortante, normal e de flexão (momento fletor). De antemão, é razoável dizer que o esforço cortante e o esforço normal, quase sempre, são resistidos de maneira satisfatória pelo concreto simples e que, por isso, podemos dimensionar escadas baseados no momento fletor. Os argumentos que sustentam essa posição serão mostrados a seguir.

### 3.1 Esforço Cortante

Como já foi dito, as escadas são um tipo especial de laje. Portanto, elas herdam praticamente todas as características pertinentes desses elementos estruturais, mais especificamente as das lajes maciças. Nas lajes, a NBR 6118:2014 permite que seu dimensionamento seja feito sem armadura transversal caso a Inequação (3.1) seja satisfeita.

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad (3.1)$$

Onde:

$V_{Sd}$  = força cortante solicitante de cálculo

$V_{Rd1}$  = força cortante resistente de cálculo, relativa a elementos sem armadura para força cortante.

$V_{Rd1}$  pode ser calculada através da Equação (3.2) definida pela NBR6118:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (3.2)$$

Sendo,  $\tau_{Rd}$  a tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento dada por:

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd} \quad (3.3)$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c \quad (3.4)$$

Podemos calcular  $f_{ctk,inf}$ , como mostra a NBR 6118:2014 no Item 8.2.5, pela seguinte expressão:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (3.5)$$

$$\rho_1 = A_{s1}/b_w d, \text{ não maior que } |0,02| \quad (3.6)$$

$$\sigma_{cp} = N_{sd} / A_c \quad (3.7)$$

$k$  é um coeficiente que tem os seguintes valores:

— elementos onde 50 % da armadura inferior não chega até o apoio:  $k = |1|$ ;

— os demais casos:  $k = |1,6 - d|$ , não menor que  $|1|$ , com  $d$  em metros;

$A_{s1}$  é área de armadura de tração.

Façamos, então, uma verificação de esforço cortante para uma situação usual. Suponhamos um lance de escada com 3,30 m de projeção horizontal ( $L$ ) e com ângulo  $\alpha$  de 29 °. Vamos considerar a carga total ( $q$ ) como 1000 kgf/m². Pela Tabela 1.1 podemos ainda estimar uma espessura de 12 cm. Consideraremos um  $f_{ck}$  de 30 Mpa.

As expressões para cálculo do momento fletor, esforço cortante e esforço normal máximos são mostradas na considerando a situação simplesmente apoiada a figura a seguir:

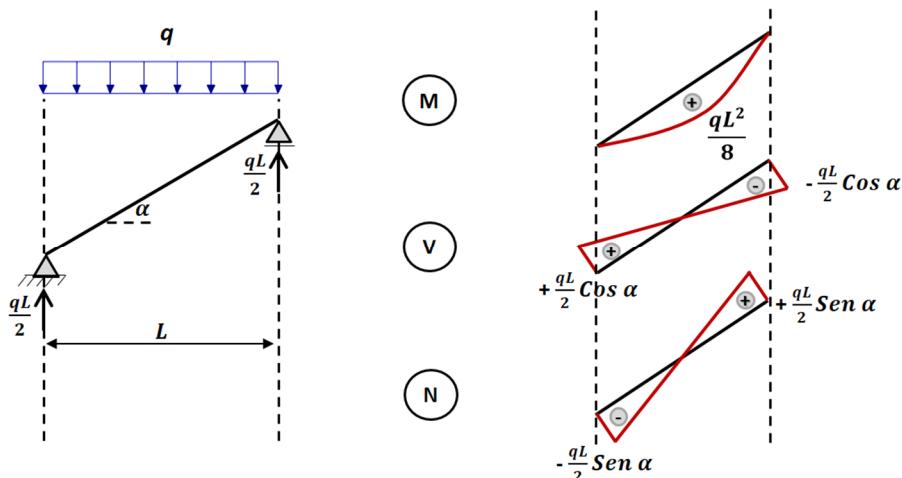


Figura 10 – Análise estrutural de uma escada

Dessa maneira, a força cortante característica ( $V_k$ ) será:

$$V_k = 0,5 \times q \times L \times \cos(\alpha)$$

$$V_k = 0,5 \times (1000 \text{ kgf/m}^2) \times (3,30 \text{ m}) \times \cos 29^\circ$$

---

$$V_k \approx 1450 \text{ kgf/m}^3$$

Vamos calcular  $V_{sd}$  (força cortante característica de cálculo):

$$V_{sd} = V_k \times 1,4$$

$$V_{sd} = (1450 \text{ kgf/m}) \times 1,4$$

$$V_{sd} = 2030 \text{ kgf/m}$$

Com  $V_{sd}$  definido, precisamos agora calcular  $V_{Rd1}$  e então depois checar a Inequação (3.1). Caso ela seja atendida, ou seja, caso  $V_{sd}$  seja menor ou igual  $V_{Rd1}$ , poderemos dispensar o uso de armadura transversal.

$V_{Rd1}$  é dado por (3.2). Tomando:

- $d = 9,5 \text{ cm}$  (altura útil) - Considerando 2cm de cobrimento e barras de  $\phi 10 \text{ mm}$  na armadura principal. Portanto,  $k = 1,505$ , pela relação fornecida na NBR6118.
- $\rho_1 = 0$  - Não consideraremos a influência positiva da armadura longitudinal.
- $\sigma_{cp} = 0$  - Não há protensão.
- $b_w = 1 \text{ m}$  - Convenção para cálculo de esforços resistentes em lajes/escadas.

Dessa maneira, só nos resta definir o valor de  $\tau_{Rd}$ , a tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento. Pelas equações (3.3) e (3.7):

Assim, poderemos determinar  $\tau_{Rd1}$ .

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot 0,3 \cdot 30^{2/3}$$

$$f_{ctk,inf} = 2,03 \text{ Mpa}$$

⋮

$$f_{ctd} = 2,03 \text{ Mpa} / 1,4$$

$$f_{ctd} = 1,45 \text{ Mpa}$$

⋮

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot 1,45 \text{ Mpa}$$

$$\tau_{Rd} = 0,36 \text{ Mpa}$$

Enfim, teremos que  $V_{Rd1}$  será:

$$V_{Rd1} = [0,36 \cdot 1,505 \cdot (1,2 + 40 \cdot 0) + 0,15 \cdot 0] \cdot 1 \cdot 0,095$$

$$V_{Rd1} = 0,06177 \text{ MN/m}$$

$$V_{Rd1} = 61,77 \text{ kN/m}$$

---

<sup>3</sup> Note que apesar de ser uma força pontual,  $V_k$  é calculada em "kgf/m". Essa é uma abordagem típica de lajes. Como as lajes são elementos de área, é conveniente medir seus esforços por cada metro de sua largura. Dessa maneira o resultado de  $V_k$  significa que para cada faixa com 1 metro de largura da laje, a cortante atuante é de 1450 kgf. Isso permite que o calculista dimensione a quantidade de área de aço necessária para cada metro de laje, facilitando o detalhamento.

$$V_{Rd1} = 6177 \text{ kgf/m}$$

Para as condições citadas anteriormente, a força cortante resistente de nossa escada, calculada de acordo com a NBR 6118:2014, é de  $V_{Rd1} = 6177 \text{ kgf}$ . Enquanto o esforço cortante de cálculo é de  $V_{sd} = 2030 \text{ kgf}$  ambos para cada um metro de escada.

Sendo assim, perceba que a capacidade resistente de nosso exemplo ao cisalhamento é três vezes maior do que o esforço solicitante de cálculo, que por sua vez dificilmente chegará a atuar nessa magnitude em toda a vida útil dessa estrutura. Essa situação se repete quase sempre onde a geometria e as cargas são dimensionadas segundo os parâmetros estabelecidos neste texto. Concluímos que o esforço cortante, em escadas, não é significativo a ponto de comandar o dimensionamento deste tipo de elemento estrutural.

## CURIOSIDADE

Caso tomássemos a mesma condição geométrica e de carga do exemplo citado nesta aula mas considerando  $f_{ck}$  do concreto como **25 Mpa**, uma **espessura (h)** de **10cm** (a mínima convencionada na Aula 1) e a **altura útil (d)** com apenas **5 cm** (considerando o maior cobrimento possível para esse tipo de elemento), ainda assim  $V_{Rd1}$  seria maior do que  $V_{sd}$  por uma diferença de quase **900 kgf**. Em números, teríamos:

$$V_{Rd1} = 2981 \text{ Kgf/m} > V_{sd} = 2030 \text{ kgf/m.}$$

## 3.2 Esforço Normal

Nesta seção, espera-se demonstrar que o esforço normal em escadas também não é significante em relação à capacidade resistente dessas estruturas. Sendo assim, tomaremos a mesma hipótese do exemplo descrito no Item 3.1. A mesma geometria e carregamentos. Portanto, pelas equações descritas na Figura 10 poderemos estimar o esforço normal solicitante característico ( $N_k$ ), como:

$$N_k = 0,5 \cdot q \cdot L \cdot \sin(\alpha)$$

$$N_k = 0,5 \cdot 1000 \text{ kgf/m}^2 \cdot 3,30 \text{ m} \cdot \sin 29^\circ$$

$$N_k = 799,94 \text{ kgf/m}$$

Para facilitar os a visualização, consideraremos:

$$N_k = 800 \text{ kgf/m}$$

O esforço normal de cálculo ( $N_d$ ) será, então:

$$N_d = N_k \cdot 1,4$$

$$N_d = 800 \text{ kgf/m} \cdot 1,4$$

$$N_d = 1120 \text{ kgf/m}$$

Portanto, considerando a seção transversal teórica de base ( $b_w$ ) 100 cm (modelo teórico para lajes) e altura (h) 12 cm (espessura da escada), teremos uma tensão normal na seção transversal da escada de:

$$\sigma_n = N_d / (b_w \cdot h)$$

$$\sigma_n = (1120 \text{ kgf/m}) / (1 \text{ m} \cdot 0,12 \text{ m})$$

$$\sigma_n = 9333 \text{ kgf/m}^2/\text{m}$$

$$\sigma_n = 0,933 \text{ kgf/cm}^2/\text{m}$$

Temos que a resistência característica a compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) considerada para o exemplo é de 30 Mpa. Convertendo as unidades, teremos:

$$f_{ck} = 30 \text{ MPa} = 300 \text{ kgf/cm}^2 \quad (1 \text{ Mpa} = 10 \text{ kgf/cm}^2)$$

A resistência característica a compressão de cálculo ( $f_{cd}$ ) será

$$f_{cd} = f_{ck} / 1,4$$

$$f_{cd} = 214,3 \text{ kgf/cm}^2$$

Ou seja, a resistência de cálculo do concreto aos esforços normais de compressão é mais do que 200 vezes maior do que o esforço solicitante, neste exemplo.

Assim, espera-se ter mostrado que, para geometrias e cargas usuais, o esforço normal também não é significante tendo em vista sua proporção muito pequena em relação a resistência do concreto a esse tipo de solicitação.

## CURIOSIDADE

Caso novamente tomássemos a mesma condição geométrica e de carga do exemplo citado nos dois últimos tópicos mas considerando  $f_{ck}$  do concreto como **20 Mpa**, uma **espessura (h)** de **10cm** (a mínima convencionada na Aula 1), ainda assim, a resistência de cálculo a compressão ( $f_{cd}$ ) seria cerca de **140 vezes maior** do que a tensão normal de compressão ( $\sigma_n$ ). Por sua vez, a resistência média a tração ( $f_{ct,m}$ ) seria cerca de **22 vezes maior** do que a tensão normal de tração ( $\sigma_n$ ). Em números, teríamos:

$$\sigma_n = 1,12 \text{ kgf/cm}^2/\text{m}$$

$$f_{cd} = 142,86 \text{ kgf/cm}^2$$

$$f_{ct,m} = 22,10 \text{ kgf/cm}^2$$

### 3.3 Momento Fletor

Estando cientes de que os esforços cortante e normal não se mostram tão significativos em nossas escadas, veremos agora como estimar o momento fletor, uma vez que este esforço governa o dimensionamento das escadas.

Isso ocorre pois, diferentemente da situação que ocorre no cisalhamento e no esforço normal, as características do concreto simples não são suficientes para suportar os esforços devido a flexão. Vale a pena relembrar que a flexão se caracteriza pela existência de tensões normais de tração e compressão na mesma seção. Como as condições de apoio adotadas são as de um modelo simplesmente apoiado, ou seja, isostático, o momento característico será:

$$M_k = (q \cdot L^2)/8 \quad (3.8)$$

Onde:

$q$  = Carga total da escada;

$L$  = Vão de cálculo (de centro a centro dos apoios - Figura 11)

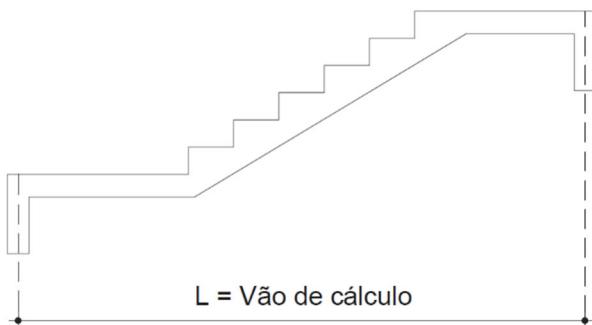


Figura 11 – Vão de cálculo

A Equação (3.8) também é usada para o cálculo dos momentos em escadas longitudinais U, L e O, bastando para isso apenas utilizar um valor de vão de cálculo coerente com o projeto da escada.

#### 3.3.1 Momento Fletor Para Escadas Plissadas

Apesar de sua geometria diferente, nas escadas plissadas (ou em cascata) o cálculo do momento característico também pode ser estimado pela Equação (3.8). Basta considerar a escada como sendo simplesmente apoiada. Usaremos o software *Ftool*, que baseia seus cálculos no método dos deslocamentos, para mostrar, que os resultados são idênticos. A Figura 12 mostra a escada modelado no *Ftool*. Ela tem 392 cm de vão, uma carga de 1tf/m<sup>2</sup> e o lance tem 221 cm de altura.

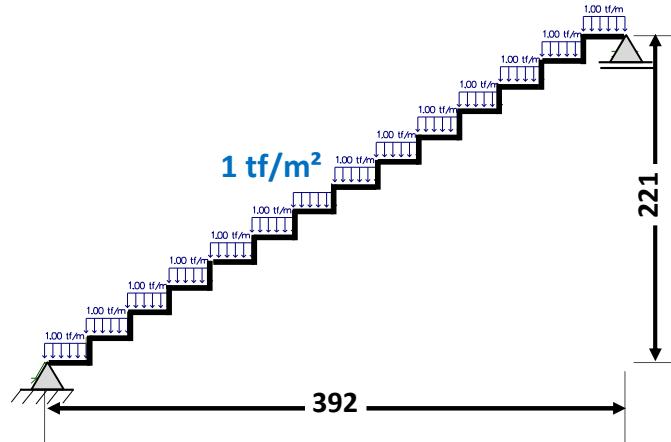


Figura 12 – Exemplo de análise de escada plissada.

A Figura 13 mostra o diagrama de momento fletor (D.M.F.) para esta escada. Repare que o momento máximo encontrado foi de 1,920 tf.m. Note que, calculando manualmente, teremos, pela Equação (3.8):

$$M_k = [1000 \text{ kgf/m} \cdot (3,92 \text{ m})^2]/8$$

$$M_k = 1920,8 \text{ kgfm}$$

∴

$$M_k = 1,921 \text{ tfm.}$$

Portanto, perceba que o momento característico é o mesmo!

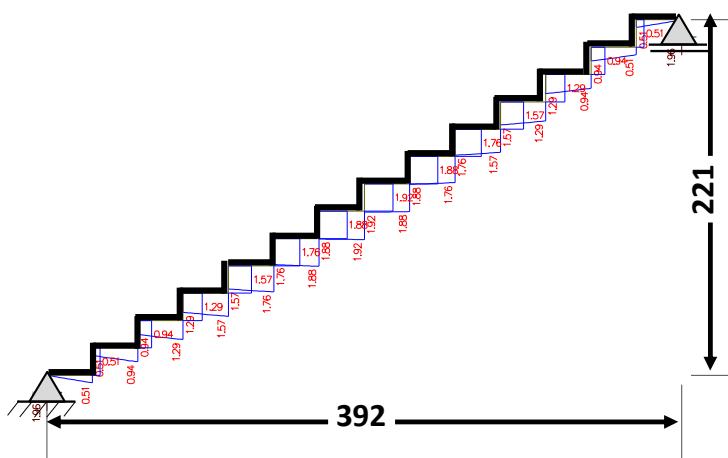


Figura 13 – Escada plissada – D.M.F

### 3.3.2 Momento Fletor Para Escadas com Balanços em Degrau

Um outro tipo de escada que merece um tratamento a parte é a escada com degraus em balanço. Neste tipo de escada a forma de estimar os esforços muda, uma vez que o elemento estrutural está em balanço. Além disso, os degraus desse tipo de

escada estão fisicamente separados. Isso acaba gerando uma análise e detalhamento no nível do degrau e não no lance inteiro como tem sido feito no caso de escadas longitudinais. A Figura 14 mostra as duas situações de cálculo do degrau de concreto armado impostas pela NBR61020. Para a situação (a) o momento e cortante serão dados por:

$$M_k = (q \cdot L^2)/2 \quad (3.9)$$

$$V_k = q \cdot L \quad (3.10)$$

Já para a situação (b) os esforços serão dados por:

$$M_k = (q \cdot L^2)/2 + 250 \cdot L \quad (3.11)$$

$$V_k = q \cdot L + 250 \quad (3.12)$$

Lembrado que:

$q$  é carga total atuante no degrau em kgf/m

$L$  é o vão de cálculo em metros

250 é a carga em kgf imposta como verificação da NBR61200.

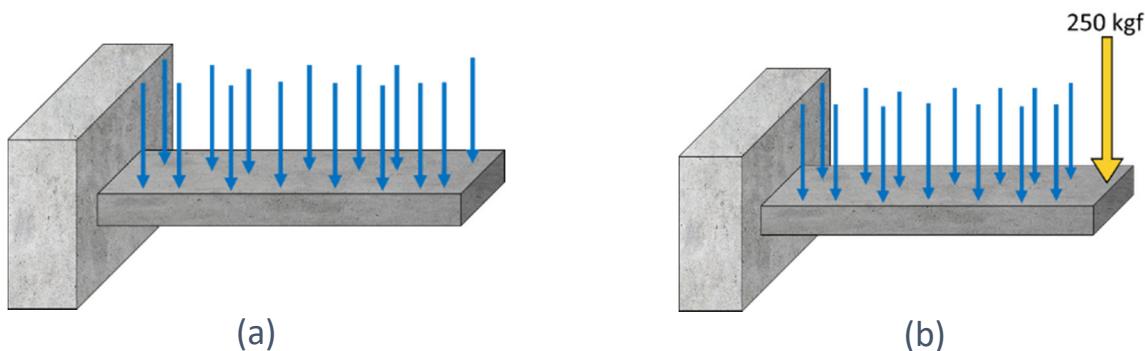


Figura 14 – Escada com degraus em balanço

No caso da estimativa de  $q$ , recomenda-se computar as cargas em kgf/m<sup>2</sup> e depois multiplicar o valor final pela largura da base do degrau, por exemplo, suponha que uma dada escada tenha degraus com  $h = 12\text{cm}$ ,  $b_{\text{piso}} = 28\text{cm}$  e sobrecarga de  $300 \text{ kgf/m}^2$ . A carga total seria dada por  $q = 12 \times 25 + 300 + 100 = 700 \text{ kgf/m}^2$ . Bastando então fazer  $700 \times 0,28 = 196\text{kgf/m}$ . No caso de (b), basta subtrair a sobrecarga usada.

Os modelos de cálculo são mostrados na Figura 15. Para o cálculo dos esforços basta usar as equações (3.9) e (3.10) na Figura 15 (a) e (3.11) e (3.12) na Figura 15 (b). Para o vão  $L$  de cálculo recomenda-se considerar distância da ponta do balanço até o eixo da viga de apoio. Se houver parapeito, esta carga deve ser acrescenda e seu momento adicionado. O momento da carga horizontal também deve ser adicionado. Para a viga de apoio os autores recomendam uma base mínima de 20cm por conta da torção.

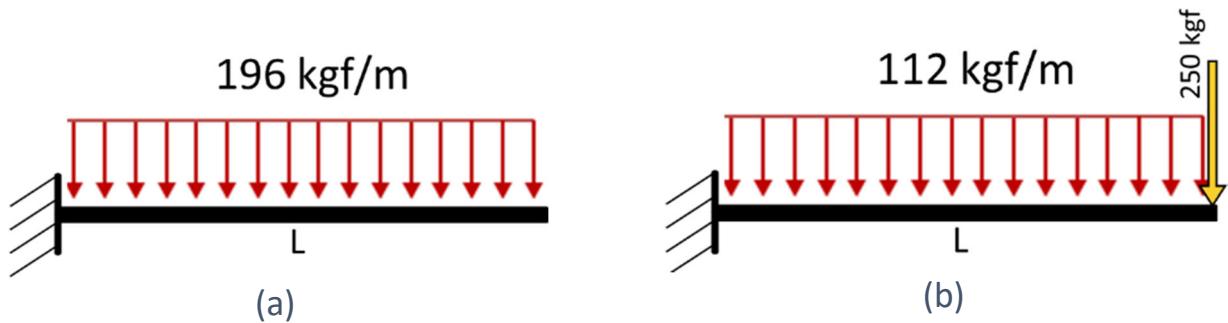


Figura 15 – Modelo estrutural para escada com degraus em balanço

### 3.3 Destaques

Na etapa de análise estrutural, o esforço cortante e o esforço normal não são significativos, pois a resistência mecânica oferecida pelo concreto simples já seria suficiente para resistir a esses esforços, levando em conta uma geometria pré-dimensionada com os critérios mostrados no Capítulo 1.

Portanto, o principal alvo de análise e balizador do dimensionamento é o esforço causado pela flexão. Assim, o momento fletor característico em escadas longitudinais pode ser calculado de acordo com a Equação (3.8):

$$M_k = (q \cdot L^2)/8$$

Onde:

$q$  = Carga total da escada;

$L$  = Vão de cálculo

Para escadas plissadas, a Equação (3.8) também é válida.

Para escadas com Degraus em balanço dois momentos precisam ser estimados: um considerando a sobrecarga de norma e outro considerando uma carga de 250kgf na ponta do balanço como mostrado nas equações (3.9) e (3.11), respectivamente:

$$M_k = (q \cdot L^2)/2$$

$$M_k = (q \cdot L^2)/2 + 250 \cdot L$$

# Capítulo 4

## Tipos de Escadas

Neste capítulo, veremos os tipos de escadas abordadas neste curso. Discutiremos sobre quais fatores determinam cada tipo e suas peculiaridades geométricas. Também serão abordados os principais aspectos estruturais pertinentes a cada tipo de escada.

### 4.1 Escadas Longitudinais

Esse é o tipo mais comum de escada. Na sua vida, você certamente se deparará com várias delas. Se observar os lugares por onde você anda, provavelmente encontrará dezenas. As escadas longitudinais são definidas, a priori, pelo aspecto estrutural, ou seja, o termo “longitudinal” indica a direção onde serão armadas. Em outras palavras, essa categoria de escada é calculada e armada ao longo do seu comprimento, como indicam as Figura 16 e Figura 17.

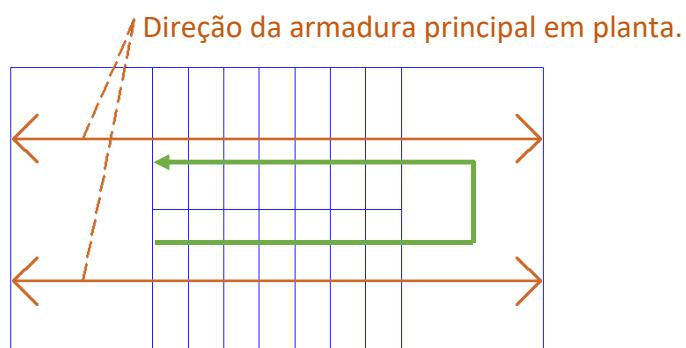


Figura 16 – Escada longitudinal – planta.



Figura 17 – Escada longitudinal – Corte

Essa característica também é compartilhada por outros tipos de escada. Veremos em breve que as escadas em “L”, “U” e “O” são geralmente compostas por trechos armados longitudinalmente. A diferença é que nestes casos lances se apoiam em lances. No Capítulo 8 mostraremos um exemplo de como isso é feito.

#### 4.1.1 Considerações Sobre a Representação em Planta de Escadas Longitudinais

A Figura 18 mostra uma típica planta de escada longitudinal. Os elementos V10 e VE, localizados na parte superior do desenho apesar de estarem representados na mesma planta, não estão na mesma altura. A VE ou “Viga Escada” encontra-se na altura do patamar intermediário, ou seja, na metade do pé direito dos pavimentos aos quais se refere esta planta. Para uma melhor visualização, observe a Figura 19. Nos projetos de escadas é recomendável colocar o texto “NÍVEL PATAMAR” ao lado dessas vigas VEs para facilitar a interpretação. Lembre-se, o desenho do projeto é forma de comunicação entre o projetista e a obra. Você precisa ser muito claro sobre seu projeto.

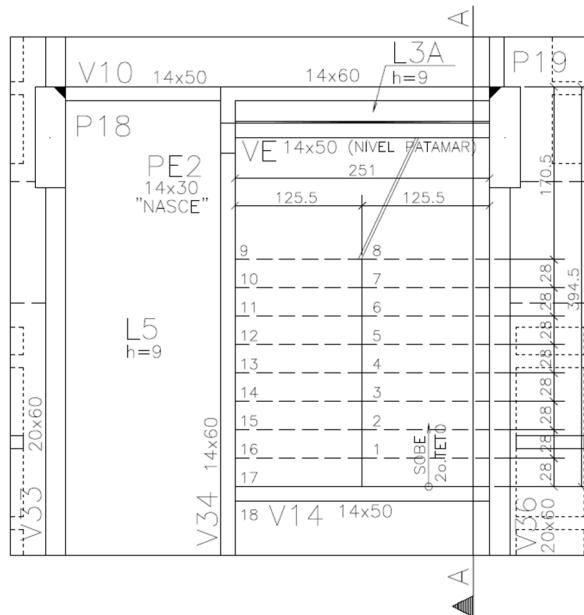


Figura 18 – Escada Longitudinal - Planta

Na Figura 19, a viga V10 é mostrada na cor verde e a VE na cor amarela. Escadas de concreto podem demandar estruturas auxiliares ou intermediárias, como o pilarete PE que nasce na V10. O recomendável é apoiar essas vigas intermediárias em pilares do próprio pavimento. Neste caso, o ideal seria apoiar a VE diretamente nos pilares P18 e P19 (destacados em vermelho na Figura 19), contudo, neste projeto especificamente, o espaço compreendido entre as vigas V33 e V34 (ver Figura 18) é um corredor, ou seja,

nele há circulação de pessoas. Neste caso específico isso impossibilitou o apoio da VE diretamente nos pilares P18 e P19.

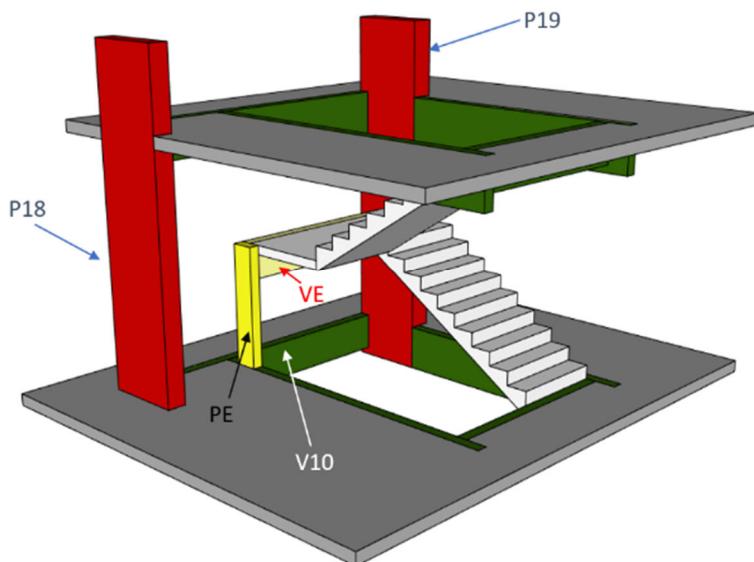


Figura 19 – Escada Longitudinal – 3D

De maneira geral, é uma boa solução, apoiar as eventuais vigas de escada em pilares que já compõem a estrutura lançada, porém isso nem sempre é possível.

#### 4.1.2 Fundação de Escadas Armadas Longitudinalmente

Apesar de existirem muitos casos de lances de escadas se apoiando em estruturas de concreto, principalmente vigas, é muito comum o lance inicial de uma escada começar diretamente no solo. Nesse caso, precisamos dimensionar um elemento de fundação. Em algumas edificações, o ponto inicial da escada pode coincidir com o cintamento. Nesta situação, recomenda-se que a saída do lance seja sobre o cintamento, assim evitamos a construção de uma fundação específica para a escada. Se a opção for lançar a escada sobre as vigas cintas é preciso lembrar de considerar a carga da reação do lance da escada sobre essas vigas.

Para a situação de apoio direto sobre o solo, veremos a seguir uma maneira prática de garantir uma transferência segura e confiável das cargas desse trecho da escada ao solo. Vale ressaltar, antes de tudo, que essa abordagem é válida para todos os tipos de escadas (inclusive escada plissada), caso sejam armadas longitudinalmente. Na

Figura 20, o elemento laranja que se assemelha a um “T” invertido é chamado coloquialmente de “Pé”, este elemento é uma opção comum para a fundação da escada.

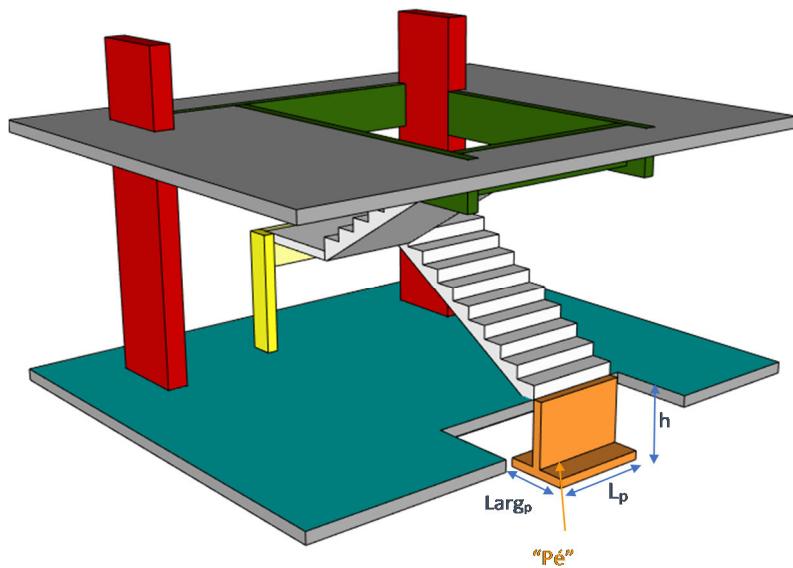


Figura 20 – Escada Longitudinal com “Pé” – 3D

O comprimento do pé ( $L_p$ ) será o mesmo da largura do patamar, pois o elemento é geometricamente uma continuação do lance da escada que ele suporta. (ver

Figura 20). Para a altura ( $h$ ) é recomendada-se 1 m ou 100 cm, recomenda-se essa profundidade para garantir uma resistência mínima do solo. Você pode usar outros valores de profundidade desde que devidamente justificados. A espessura (Esp) será sempre a mesma da escada para garantir inércias compatíveis. Se a escada tiver uma espessura de 12cm, o elemento de fundação também terá 12cm.

Dessa maneira, só nos resta definir a largura do pé ( $Larg_p$ ). O parâmetro que utilizaremos para isso será garantir que uma tensão de no máximo  $0,3 \text{ kgf/cm}^2$  seja transferida ao solo. Assim, estamos afirmando que consideraremos que o solo situado 1 m abaixo do nível térreo garantirá essa resistência mínima. Isso deverá ser comprovado por sondagens, contudo, este é um valor bem conservador, já que a maioria dos solos onde construímos apresentará valores bem acima de  $0,3 \text{ kgf/cm}^2$ . Não se quer aqui estabelecer uma regra intransponível. O valor definido aqui advém da experiência dos autores. No dia a dia de projeto ter esses valores em mente torna a vida do projetista mais fácil, pois funcionam como valores de referência.

A Figura 21 mostra um projeto de escada feita em um shopping center. Perceba que, a espessura (Esp) do elemento de fundação é a mesma da escada e que sua altura ( $h$ ) é de 1 m. Assim, para definir a sua largura ( $Larg_p$ ) precisaremos primeiro determinar toda a carga que será descarregada no solo. Feito isto, basta achar a dimensão que confira uma área que promoverá uma tensão de no máximo  $0,3 \text{ kgf/cm}^2$  no solo.

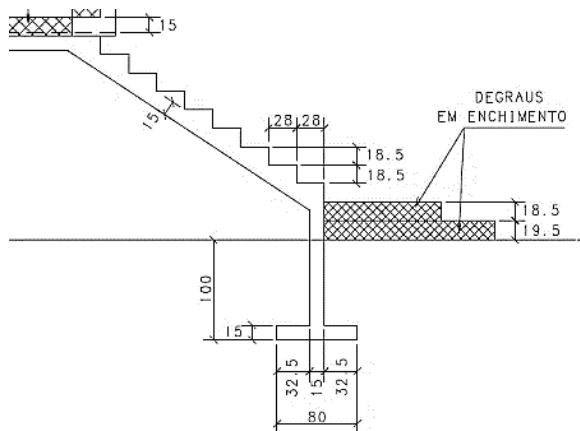


Figura 21 – Corte – “Pé”

Como citado no Capítulo 3 – Análise Estrutural - as nossas escadas serão sempre consideradas como estruturas bi apoiadas. Lembre ainda que no Capítulo 2 – Cargas - convencionamos utilizar uma carga total única atuando sobre todo o vão da escada. Portanto, considerando as condições de apoio e a simetria da carga, adotaremos que metade da carga total determinada será descarregada linearmente na fundação.

Como exemplo, tomamos o trecho de escada mostrado nas Figura 18 a Figura 21 levando em conta o lance que se inicia no nível do solo e se estende até a VE. O comprimento da projeção horizontal dessa escada é de 3,80 m. A largura do patamar é de 1,25 m. Como carga total, usamos 1000 kgf/m<sup>2</sup>. Assim, para calcularmos a carga total efetiva ( $q_t$ ) atuante no lance em questão, basta multiplicar a carga total pela área do lance, teremos:

$$q_t = 1000 \text{ kgf/m}^2 \cdot 3,80 \text{ m} \cdot 1,25 \text{ m}$$

$$q_t = 4750 \text{ kgf.}$$

Como metade da carga será absorvida pela viga VE e a outra metade pela fundação, teremos, como carga no pé ( $q_p$ ):

$$q_p = q_t \cdot 0,5$$

$$q_p = 4750 \text{ kgf} \cdot 0,5$$

$$q_p = 2375 \text{ kgf.}$$

Dessa maneira, para determinar a largura da fundação ( $Larg_p$ ), podemos utilizar a seguinte equação, fundamentada na geometria deste elemento:

$$Larg_p = q_p / (L_p \cdot 0,3) \quad (4.1)$$

Onde:

$q_p$  = Parcela da carga descarregada no “Pé”;

$L_p$  = Comprimento do pé (numericamente igual a largura do lance);

0,3 = Tensão admissível do solo, em kgf/cm<sup>2</sup>.

---

Portanto, aplicando a Equação (4.1) no nosso exemplo, teremos:

$$\text{Larg}_p = 2375 \text{ kgf} / (120 \text{ cm} \cdot 0,3 \text{ kgf/cm}^2)$$

$$\text{Larg}_p = 65,97 \text{ cm}$$

Em termos práticos, adotaríamos 70 cm para  $\text{Larg}_p$ .<sup>4</sup>.

No projeto da Figura 21 foi deixado uma tensão ainda mais baixa e adotado 80cm de largura.

De maneira geral, a sequência para a determinação das dimensões da fundação é:

1. Determinar a carga efetiva atuante no lance em questão;
2. Considerar apenas metade da carga efetiva;
3. Adotar como espessura do “Pé” ( $\text{Esp}$ ) a mesma espessura da escada;
4. Considerar como comprimento ( $L_p$ ) a largura do lance em questão;
5. Calcular a largura do “Pé” ( $\text{Larg}_p$ ) utilizando a equação (4.1).

## 4.2 Escadas Transversais

As escadas transversais também são definidas pela condição de apoio. Portanto, essa classe de escada é modelada e armada transversalmente. Neste caso, apoios laterais serão necessários. Normalmente estes apoios são feitos por vigas, como na Figura 22. Perceba que todo este lance se apoia nas vigas laterais. Essa configuração, do ponto de vista estrutural é vantajosa para o dimensionamento do lance, porque diminui o comprimento do vão de cálculo. Na maioria das escadas a largura ou o comprimento transversal do lance é de 2 a 4 vezes menor que o comprimento longitudinal. Na prática, isso quer dizer que o momento fletor de uma escada transversal pode ser de 4 a 16 vezes menor que o momento da escada longitudinal. O vão da escada pode ser adotado como aproximadamente de eixo a eixo de viga lateral de apoio.

Isso ocorre, pois, apesar de ser apoiada transversalmente, essa classe de escadas é do ponto de vista de análise estrutural uma estrutura bi apoiada. Portanto, a diminuição do vão acaba por diminuir o momento fletor máximo atuante em uma relação quadrática.

---

<sup>4</sup> É interessante dimensionar estruturas sempre com múltiplos de 5 cm pois isso facilita a execução diminuindo a probabilidade de erros.

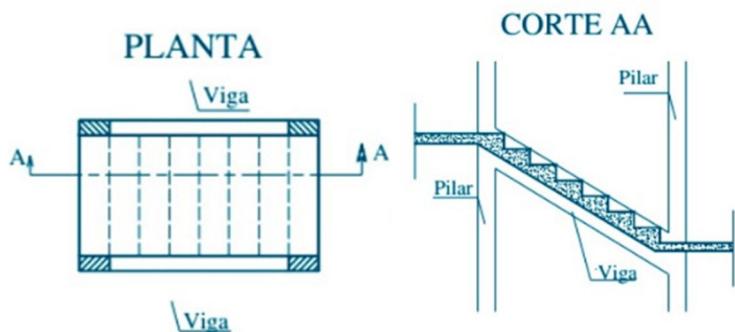


Figura 22 – Escada Transversal.

Contudo, é necessário perceber que esse modelo estrutural apresenta algumas desvantagens que o tornam inconveniente na maioria dos casos, apesar da economia no aspecto estrutural. Considerar esse tipo de apoio é, na prática, adicionar duas vigas auxiliares, inclinadas, para cada lance que compõe a escada, o que complica muito a execução da estrutura. Isso torna bastante incomum a presença deste tipo de escada em projetos de maneira geral.

Imagine uma escada com dois lances por pavimento, apoiada transversalmente numa edificação com 20 pavimentos. Isso demandaria 4 vigas auxiliares inclinadas por pavimento e 80 vigas auxiliares inclinadas no total. Na prática, é melhor evitar esse tipo de condição de apoio.

#### 4.2.1 Considerações Sobre a Armadura de Escadas Transversais

Há um aspecto da armação das escadas transversais que difere das escadas armadas longitudinalmente: a posição da armadura principal na escada. Como mostra a Figura 23 a armadura principal nas escadas transversais é representada cortada. Perceba que as circunferências que representam a armadura principal estão por baixo da armadura longitudinal, que neste caso, será secundária.

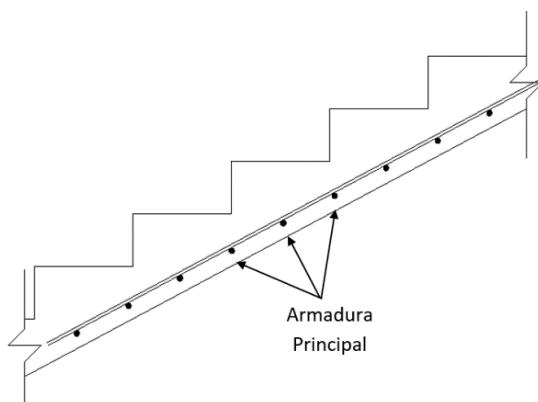


Figura 23 – Armadura Principal em Escadas Transversais

De maneira geral, podemos afirmar que a armadura principal de nossas escadas sempre será posicionada na região mais inferior possível da peça, respeitando-se o cobrimento. Isso ocorre para que se use a maior altura útil possível e, dessa maneira, se dimensione a peça de maneira mais eficiente à flexão. A altura útil será abordada mais detalhadamente no capítulo de dimensionamento. Nas escadas transversais não é incomum que a armadura de flexão acabe sendo a armadura mínima de norma visto que os esforços são bem pequenos.

## 4.2 Escadas em “L”

Este tipo de escada não é comum em edifícios de múltiplos pavimentos pois a sua geometria é inconveniente para tal contexto. Contudo, elas são muito utilizadas em casas de dois pavimentos. Geometricamente, as escadas em “L” podem ser definidas pela direção dos seus lances. Nessas escadas há dois lances perpendiculares que se assemelham a uma letra “L” quando vistos em planta (Figura 24).

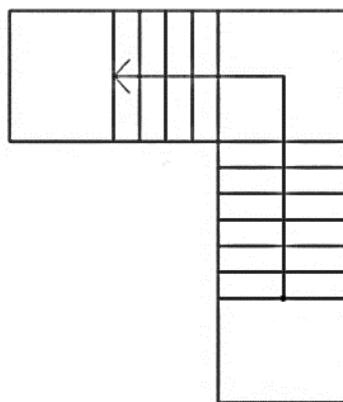


Figura 24 – Escada em “L” - planta

Do ponto de vista estrutural, elas podem ser armadas longitudinalmente ou transversalmente. Contudo, é importante salientar que todas as desvantagens do modelo de apoio transversal são intensificadas nesse tipo de escada, portanto, é incomum projetá-las dessa maneira. A maneira mais eficiente de apoiar essa classe de escada é considerando cada lance longitudinalmente.

### 4.2.1 Considerações Sobre Apoios de Escadas em “L”

Já convencionamos que apoiaremos nossas escadas em “L” de maneira longitudinal. Contudo, nos resta entender como, de fato, consideraremos esse apoio. Observe a Figura 25.

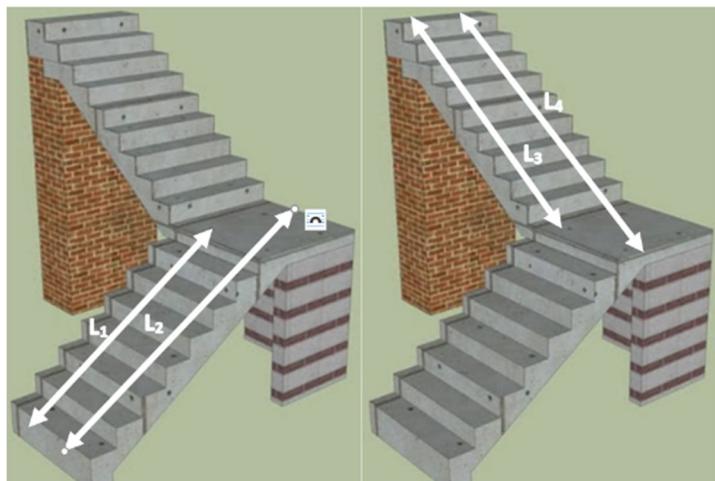


Figura 25 – Escada em “L” – 3D

Perceba que há duas possibilidades de apoio para cada lance, nesse tipo de escada. Os vãos de cálculo  $L_1$  e  $L_3$  representam a situação em que o lance analisado se apoia diretamente no outro lance. Os vãos de cálculo  $L_2$  e  $L_4$  representam a situação onde os lances são apoiados por outras estruturas, geralmente vigas, nas suas extremidades.

Note ainda que, caso desejássemos considerar mutuamente os vãos  $L_2$  e  $L_4$ , precisaríamos ter estruturas auxiliares em duas direções para apoiar os dois lances. Essa situação se mostra bem inconveniente e desnecessária. Portanto, na prática, uma solução bastante eficiente é apoiar um lance em estruturas auxiliares e, consequentemente, apoiar o segundo lance no primeiro. Considerando o exemplo da Figura 25 os arranjos ideais são  $L_1$  e  $L_4$  ou  $L_2$  e  $L_3$ .

A escolha de qual arranjo escolher passa por uma simples análise de flexão. Muitas vezes basta apoiar o maior lance no menor. Isso, na prática, reduz o vão de cálculo do lance maior, promovendo um dimensionamento mais eficiente.

Todavia, é importante lembrar que, metade do carregamento do lance maior será absorvido pelo lance menor o que, em outras palavras, quer dizer que deveremos considerar um incremento na carga total efetiva do lance menor igual a metade da carga total efetiva do lance maior. Mas, apesar desse contraponto, a redução do vão de cálculo pode ainda ser vantajosa, pois ela acarreta uma redução em proporção quadrática no momento fletor característico.

### 4.3 Escadas em “U”

Semelhantemente as escadas em “L”, as escadas em “U” são denominadas desta maneira pois o arranjo dos seus lances em planta se parece com essa letra. Portanto, nessa classe de escadas, teremos sempre três lances de degraus.

As escadas em “U” são muito utilizadas em *shopping centers* e edifícios comerciais por conta de duas características convenientes que oferecem. A primeira é que, por possuírem três lances, têm a capacidade de vencer alturas maiores ocupando uma menor área em planta. A segunda é que, devido também a sua geometria, há a possibilidade de aproveitar o vazio que se gera entre os lances (ver Figura 26) para a locação de elevadores, otimizando o espaço em planta.

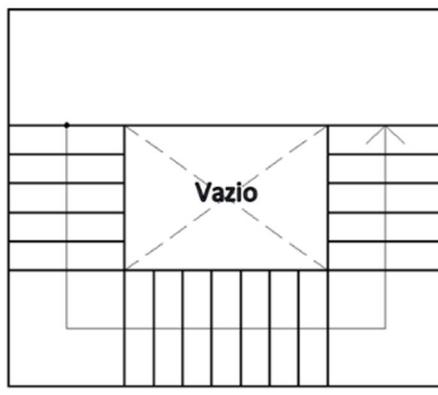


Figura 26 – Escada em “U” – planta

Como já citado, buscaremos sempre apoiar os lances de nossas escadas longitudinalmente. É importante entender que na maioria dos casos vale a pena apoiar lances sobre outros lances, seja para facilitar o projeto, seja para diminuir o vão de cálculo efetivo dos lances apoiados.

#### 4.3.1 Considerações Sobre Apoios de Escadas em “U”

A Figura 27 mostra o projeto de uma escada em U. A solução adotada neste caso foi apoiar os lances verticais (degraus 01 a 06 / 11 a 16) na V11 e V12 e, por consequência, apoiar o lance horizontal (degraus 07 a 10) nos dois lances verticais. Observe a Figura 28 ela mostra essa mesma estrutura modelada em três dimensões. Alguns elementos foram ocultados para facilitar a visualização.

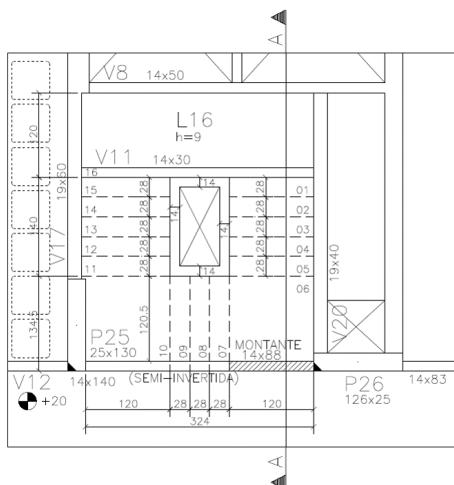


Figura 27 – Escada em “U” – planta detalhada

Perceba que há nas bordas exteriores dos lances um elemento destacado em laranja. Ele serve unicamente para facilitar a colocação de alvenarias que fecharão o vazio central. Elementos como este, que sobram da estrutura principal são chamados coloquialmente de “dente”. Dependendo da região do país esse nome pode mudar. Em alguns lugares chamamos de aba.

Note ainda que o primeiro lance se apoia em um elemento semelhante a uma parede de concreto, destacado em amarelo na Figura 28. Este elemento que apoia o lance em questão é denominado de “montante”. Montantes são comuns em escadas como as em “U” e em “O”.

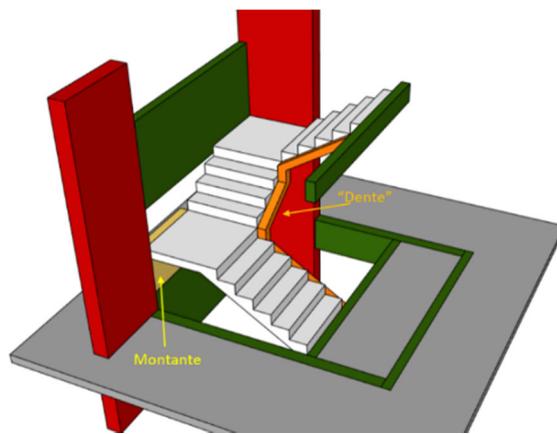


Figura 28 – Escada em “U” – 3D

Estruturalmente, os montantes são uma pequena parede de concreto, armados geralmente com a taxa de armadura mínima ou com a mesma armadura principal da escada, tendo a função única de direcionar a carga do lance que apoiam para uma viga. Os montantes não sofrem flexão uma vez que estão completamente apoiados, ou seja, eles não têm um vão. No exemplo, o montante transfere a carga do primeiro patamar (degraus 01 a 06) para a viga V12. Na Figura 29 podemos ver o montante por outro ângulo. Lances que terminem em uma altura de até 1 m em relação ao pavimento são fortes candidatos de serem apoiados com auxílio de um montante, caso não exista um elemento tipo viga.

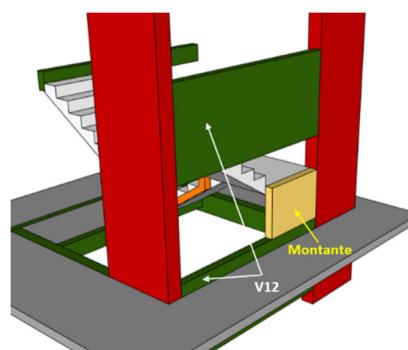


Figura 29 – Escada em “U” – 3D

## 4.4 Escadas em “O”

De maneira análoga as escadas em “L” e em “U”, as escadas em “O” são determinadas assim pois o arranjo dos seus lances, quando vistos em planta, se assemelha a letra “O”. Essa classe de escadas tem como principal vantagem e justificativa de utilização a capacidade de vencer grandes alturas sem ocupar muito espaço em planta, como acontece nas escadas em “U”. Observe a Figura 30.

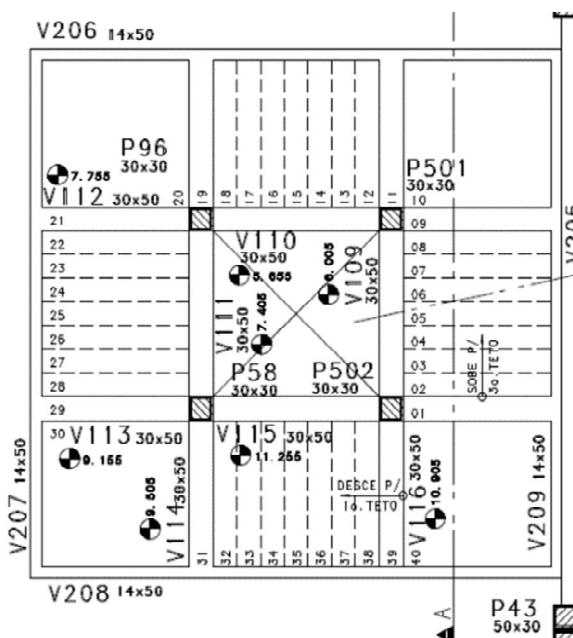


Figura 30 – Escada em “O” – planta

Perceba, que neste exemplo de escada em “O” há 40 degraus. Se estimarmos um espelho mínimo de 16 cm, estamos tratando de uma altura de 6,40 m vencida por essa escada. O grande ponto negativo desse modelo de escada é que o vazio deixado no seu centro se torna espaço inutilizável. Não é possível, por exemplo, utilizá-lo para alocar as caixas de elevador, pois este espaço é sempre cercado por degraus, ou seja, por estruturas inclinadas.

### 4.3.1 Considerações Sobre Apoios de Escadas em “O”

Assim como descrito nas escadas em “L” e “U”, nas escadas em “O” é comum e, por vezes, até recomendável apoiar lance sobre lance. Os vãos de cálculos considerados nessa situação são indicados na Figura 31. Portanto, na prática de projeto, a ideia é tentar utilizar a estratégia de apoiar lances em outros visando sempre diminuir os vãos e facilitar o projeto. Vale a pena ressaltar que é preciso verificar se as escolhas fazem sentido, ou seja, é preciso medir os vãos e estimar os esforços para decidir o que de fato vale a pena.

Pelas Figura 31 e Figura 32 é possível notar a solução de apoios adotada para o projeto. O lance (L1) se apoia nas vigas V8 e V12, com o auxílio de um montante na V12. De maneira similar o último lance (L4) se apoia nas vigas V20 e V17 (há um alongamento na V17 no trecho que apoia o último lance).

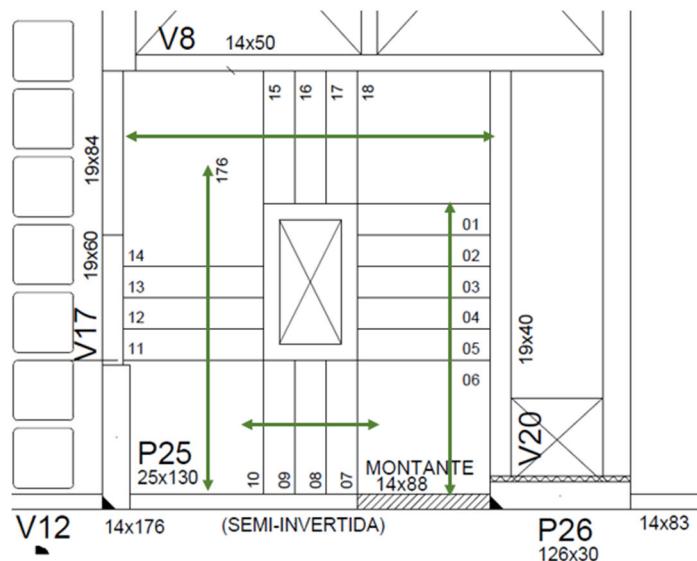


Figura 31 – Vãos de Cálculo – Escada em “O”

O terceiro lance (L3), por sua vez, se apoia na viga semi-invertida V12 e no quarto lance (L4). Por último, o segundo lance (L2) se apoia inteiramente em outros lances, ou seja, diretamente nos lances L1 e L3. Lembre-se sempre de considerar carga de um lance sobre o lance de apoio. No presente caso, a carga total no lance L2 terá que ser imposta aos lances L1 e L3.

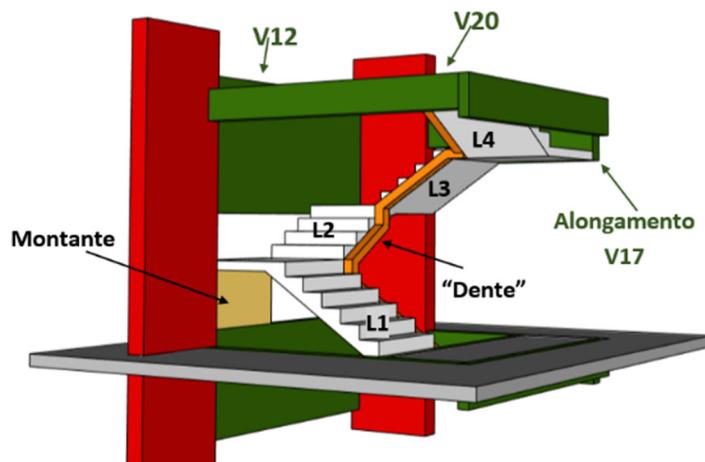


Figura 32 – Escada em “O” – 3D

## 4.4 Escadas Plissadas

As escadas plissadas ou em cascata são caracterizadas pelo formato de seus lances, ou seja, seus degraus têm a espessura horizontal e vertical constante, o que promove o efeito visual característico dessa classe de escadas. Veja a Figura 33.



Figura 33 – Escada Plissada

Em termos práticos, as escadas plissadas podem existir em todas as configurações já citadas. Portanto, as considerações sobre apoio já abordadas também são válidas para esta classe de escadas. A diferença principal, além do formato dos degraus é no detalhamento da armadura desse tipo de escada. Esse aspecto será abordado com mais detalhes no capítulo de detalhamento.

---

# Capítulo 5

## Dimensionamento de Escadas

Neste capítulo abordaremos os principais aspectos do dimensionamento de elementos de concreto armado à flexão.

### 5.1 Estados-Limites de Serviço e Estado-Limite Último

Referenciados pelas siglas ELS e ELU, os estados-limites de serviço e o estado limite último são condições específicas de verificação e dimensionamento da estrutura. Normalmente os critérios de análise para determinação destes estados são normativos.

#### 5.1.1 ELU

A NBR 6118:2014 define o Estado Limite Último, no Item 3.2.1, como:

“Estado-limite relacionado ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura.”

Perceba que, pela definição normativa, o colapso da estrutura não é a única situação que caracteriza o ELU, ou seja, atingir o ELU não significa necessariamente que a estrutura desabou ou desmoronou. Uma boa maneira de interpretar essa ideia é considerar que uma estrutura atingiu o ELU quando perdeu a capacidade de resistir aos esforços. Uma viga, com fissuras da ordem de 2 centímetros, por exemplo, mesmo que ainda mantenha sua posição na estrutura, provavelmente atingiu o ELU.

#### 5.1.1 ELS

Por sua vez, a NBR 6118:2014 define os Estados-Limites de Serviço, Item 10.4, como:

“Estados-limites de serviço são aqueles relacionados ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas, seja em relação aos usuários, seja em relação às máquinas e aos equipamentos suportados pelas estruturas.”

---

Perceba que há mais de um estado-limite de serviço. De maneira geral, todos eles estão associados a utilização e conforto dos usuários. Diferente do ELU, o ELS não implica, necessariamente, a incapacidade da estrutura de resistir as cargas que nela atuam. Toda estrutura de concreto armado é dimensionada no ELU e verificada no ELS.

Pense numa escada com vão de 4 metros e uma flecha de 4 cm ou que vibre excessivamente e de forma perceptível. Mesmo que resista às cargas, o desconforto gerado poderia causar apreensão aos usuários. Para evitar esse tipo de transtorno, a norma discorre sobre exigências relacionadas aos vários tipos de estado-limite de serviço existentes.

As verificações de ELS pertinentes as escadas serão tratadas no Capítulo 6.

### 5.1.2 Síntese

Como dito, nas estruturas de concreto armado, o dimensionamento é feito considerando o ELU e as verificações de deformação considerando os ELS pertinentes. Em outras palavras, o dimensionamento consiste em impor que toda a resistência de um ou dos dois materiais (aço e concreto) será esgotada na seção mais solicitada da peça. Ou seja, a ruptura de peças no ELU pode ocorrer tanto pelo rompimento do aço tracionado, quanto pelo esmagamento do concreto comprimido ou ainda as duas situações ocorrendo simultaneamente.

Assim, projetar uma estrutura, significa garantir que, a partir das situações de cálculo, isto é, considerando cargas majoradas e resistências minoradas por fatores estatísticos, a peça não atingirá o ELU, nem os ELSs durante sua utilização. Então, dimensionar uma peça consiste em definir as resistências dos materiais e suas respectivas geometrias considerando a seção mais solicitada na situação de cálculo.

## 5.2 Estadios de Flexão – Ensaio de Stuttgart

Como citado no Capítulo 3, o esforço de flexão é o principal a ser considerado no dimensionamento de escadas de concreto. Portanto, é válido revisar o conceito de Estadios de Flexão em estruturas de concreto armado. A caracterização desses estadios pode ser feita através de um ensaio mundialmente difundido denominado como “Ensaio de Stuttgart”.

Este ensaio consiste em analisar, com auxílio de vários tipos de sensores, uma viga simplesmente apoiada sujeita a duas cargas pontuais simétricas, como mostra a Figura 34.

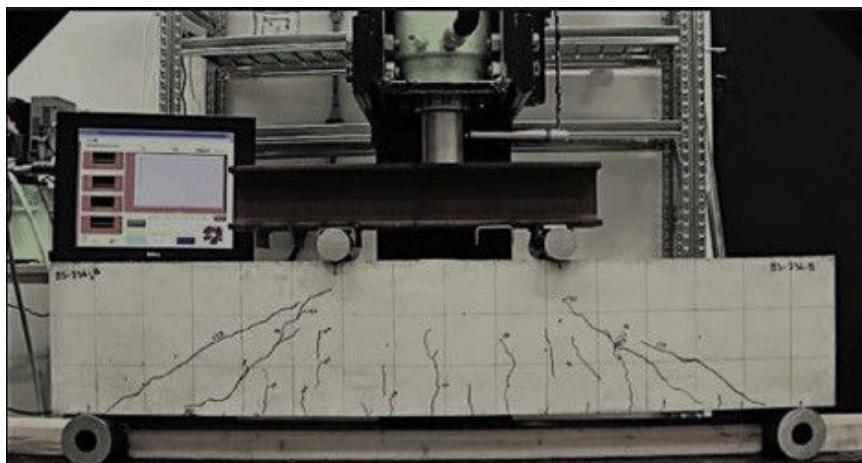


Figura 34 – Ensaio de Stuttgart

Esta configuração de apoio e aplicação das cargas permite, desconsiderando o peso próprio da viga, uma análise da peça em uma situação de flexão pura, ou seja, na ausência de esforço normal e de cisalhamento. Observe a Figura 35, ela demonstra o diagrama de momento fletor para uma situação semelhante a causada pelo Ensaio de Stuttgart considerando uma força de intensidade  $P$  aplicada pela prensa e repartida em duas forças de intensidade  $P/2$  pelo perfil metálico.



Figura 35 – Ensaio de Stuttgart – D.M.F.

Perceba que o momento fletor é constante no centro da viga. Isso caracteriza uma situação de flexão pura uma vez que o cortante é nulo. Lembre-se da heurística “Fletor constante, cortante nulo”. Portanto, o ensaio consiste em incrementar a carga  $P$  gerada pela prensa, consequentemente aumentando as cargas “ $P/2$ ” e o momento fletor no trecho sujeito a flexão pura. Dessa maneira é possível se analisar o comportamento da peça em três diferentes estádios (ou estágios) bem definidos. Eles são denominados, intuitivamente, de Estadio I, Estadio II e Estadio III.

## 5.2.1 Estadio I

Ocorre durante a etapa inicial do ensaio quando o momento fletor no trecho sujeito a flexão pura tem valores ainda pequenos. Nesta etapa, as tensões normais de tração e compressão na seção, geradas pela flexão, ainda estão muito distantes da resistência a compressão do concreto e ainda distantes da resistência a tração do concreto. Dessa maneira, pode-se assumir que não há fissuras no concreto tracionado.

Sendo assim, pode-se considerar uma resposta elástico-linear da estrutura, e um diagrama de tensão x deformação convencional, com as tensões ao longo da seção transversal variando linearmente, como mostra a Figura 36.

Assim, o Estadio I mantém-se até o surgimento das primeiras fissuras na zona tracionada. E é este momento que nos interessa. Mais especificamente, estamos interessados em calcular o valor de momento para o qual nossas estruturas começarão a apresentar fissuras, a NBR 6118:2014 define esse momento como Momento de Fissuração ( $M_f$ ).

Alguns autores definem o instante onde a peça está na iminência de fissurar como Estadio  $I_b$ . Nesse sub-estadio, ocorre a plastificação do concreto na região tracionada. Assim, as tensões deixam de variar linearmente na zona de tração e o concreto passa estar sujeito a fissuração com o mínimo incremento na carga.

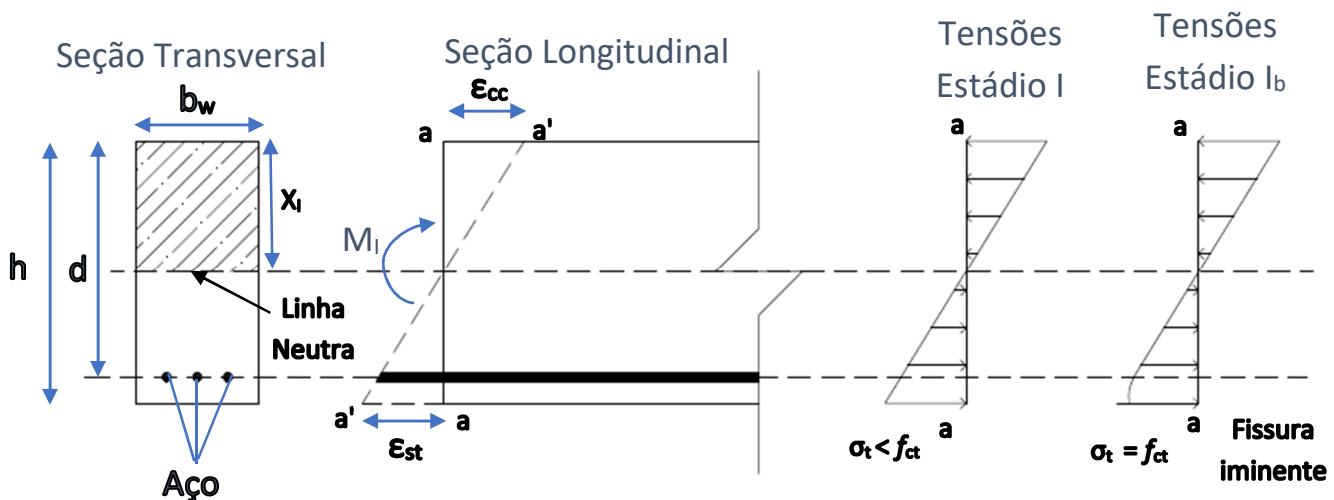


Figura 36 – Diagrama – Estadio I e  $I_b$

## 5.2.2 Estadio II

Nessa fase, a resistência do concreto a tração é superada pelas tensões normais de tração geradas no trecho sujeito a flexão. Dessa maneira, essas tensões passam a ser resistidas inteiramente pelo aço da armadura longitudinal. Contudo, tanto o aço quanto

o concreto presente na região comprimida (acima da linha neutra) ainda continuam atuando no regime elástico-linear, portanto, no Estádio II, o diagrama de tensões normais é semelhante ao mostrado na Figura 37. Dessa maneira, o momento fletor atuante nesse estádio é resistido por um binário de forças resultantes das tensões de compressão no concreto ( $R_{cc}$ ) e de tração no aço ( $R_{st}$ ).

É importante ressaltar que a situação do Estádio II é considerada para as verificações do estado limite de serviço, mais especificamente para nossas escadas, a verificação de deformações excessivas.

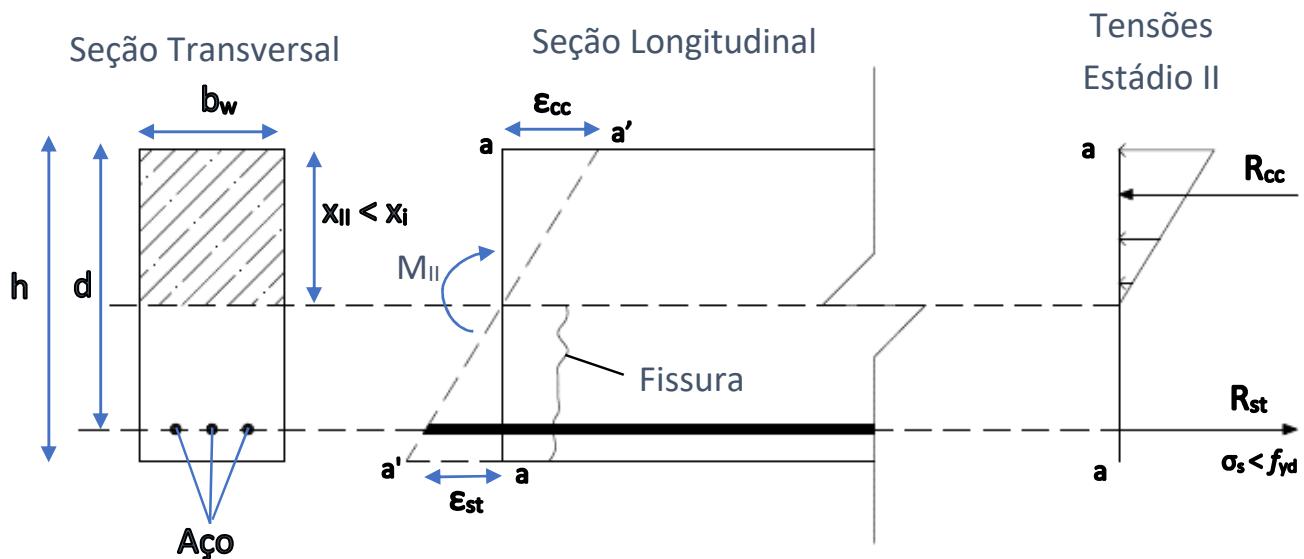


Figura 37 – Diagrama – Estádio II

### 5.2.3 Estádio III

Por fim, com o incremento das cargas a peça atinge o último estádio. Nele, as tensões normais geradas pela flexão são suficientes para que ocorra o esgotamento do aço na tração e do concreto na compressão. Como mostra a Figura 38, não há mais resposta linear na região comprimida. Ao invés disso a distribuição de tensão tem um trecho parabólico e outro retangular. Essa distribuição pode ser aproximada por um retângulo único através de alguns coeficientes descritos na norma (NBR 6118:2014).

Em outras palavras, ao alcançar o Estádio III a estrutura, em teoria, está na iminência de romper, portanto, subentende-se que ela atingiu o ELU. Este será o estádio considerado no dimensionamento.

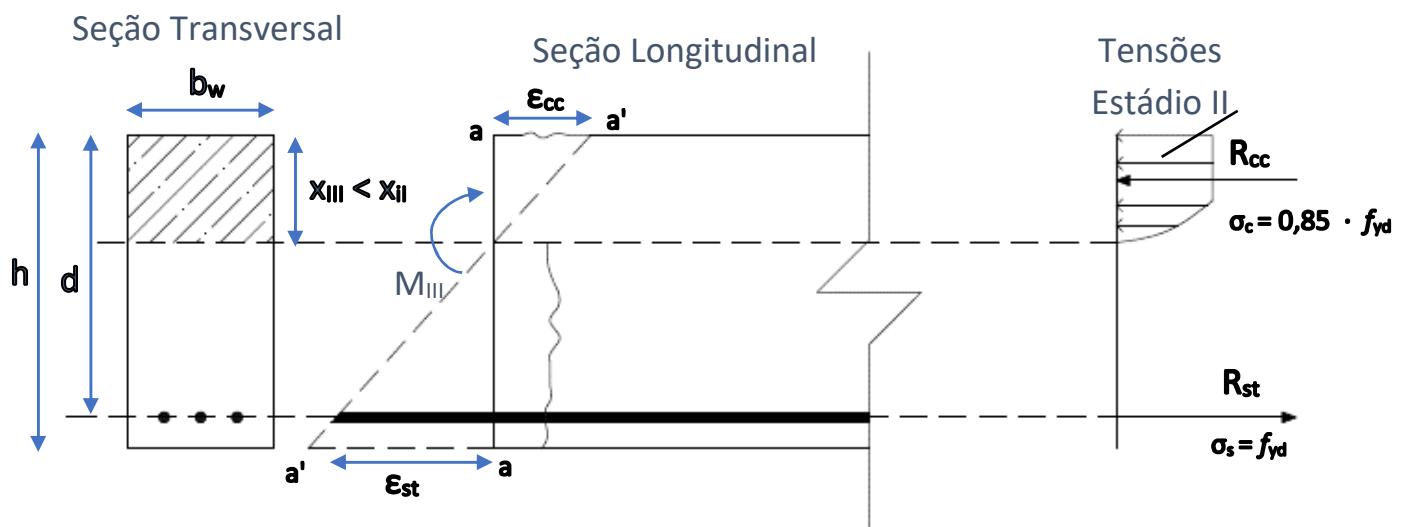


Figura 38 – Diagrama – Estágio III

### 5.2.4 Síntese

Portanto, de maneira geral, podemos destacar os seguintes aspectos para cada Estágio de Flexão:

- **Estágio I**

- Tensões normais não superam a resistência do concreto a compressão e a tração;
- Não há fissuras;
- Resposta linear elástica de toda a seção de concreto;
- Cálculo do Momento de Fissuração ( $M_r$ ).

- **Estágio II**

- O concreto perde a capacidade de resistir aos esforços de tração;
- Esforços de tração são absorvidos inteiramente pelo aço;
- A peça ainda se comporta de maneira linear-elástica;
- As verificações dos ELS de abertura de fissuras e de deformações excessivas são realizadas neste estádio.

- **Estágio III**

- A peça está na iminência da ruptura. O aço está escoado na zona de tração e o concreto plastificado na zona de compressão;
- Tensões de compressão se distribuem de maneira não linear na zona comprimida;

- A NBR 6118:2014 permite a utilização de um diagrama aproximado retangular para as tensões de compressão;
- Esse é o estádio considerado no dimensionamento das estruturas a flexão. Caracteriza o ELU.

## 5.3 Domínios de Deformação

Outro conceito importante a ser relembrado é o de Domínios de Deformação. Eles são uma representação gráfica das situações possíveis de uma seção de um elemento de concreto armado, no ELU, dimensionado considerando-se as tensões normais, no instante do seu rompimento.

De maneira mais direta, os domínios de deformação levam em conta as deformações no aço (encurtamento) e no concreto (alongamento) para classificar diversos tipos de esgotamento da resistência da peça possíveis. Vale a pena dizer que os Domínios de Deformação são outro tipo de análise da peça e independente dos Estadios de Flexão. Os domínios de deformação se aplicam, inclusive em algumas condições de esforços além da flexão pura. Observe a Figura 39.

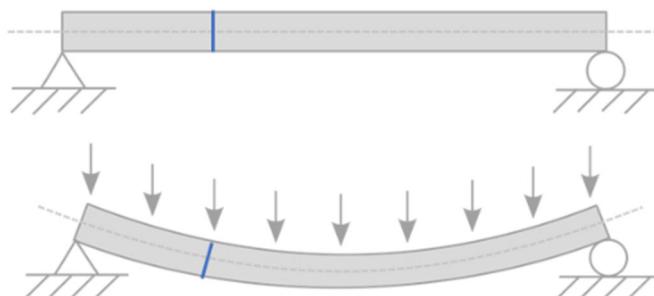


Figura 39 – Flexão em Vigas

A linha azul, representa uma seção transversal qualquer de uma viga simplesmente apoiada antes e depois da aplicação do carregamento. Perceba que a seção se inclina, porém continua reta. Essa é uma das premissas que adotaremos para determinarmos os domínios de deformação. Essa premissa é conhecida como “hipótese das seções planas”.

Assim, há várias configurações de deformações de encurtamento no concreto (na zona comprimida) e de alongamento no aço (na zona tracionada) possíveis. Os domínios de deformação são intervalos bem definidos de acordo com os valores de deformação da seção analisada. Observe a Figura 40.

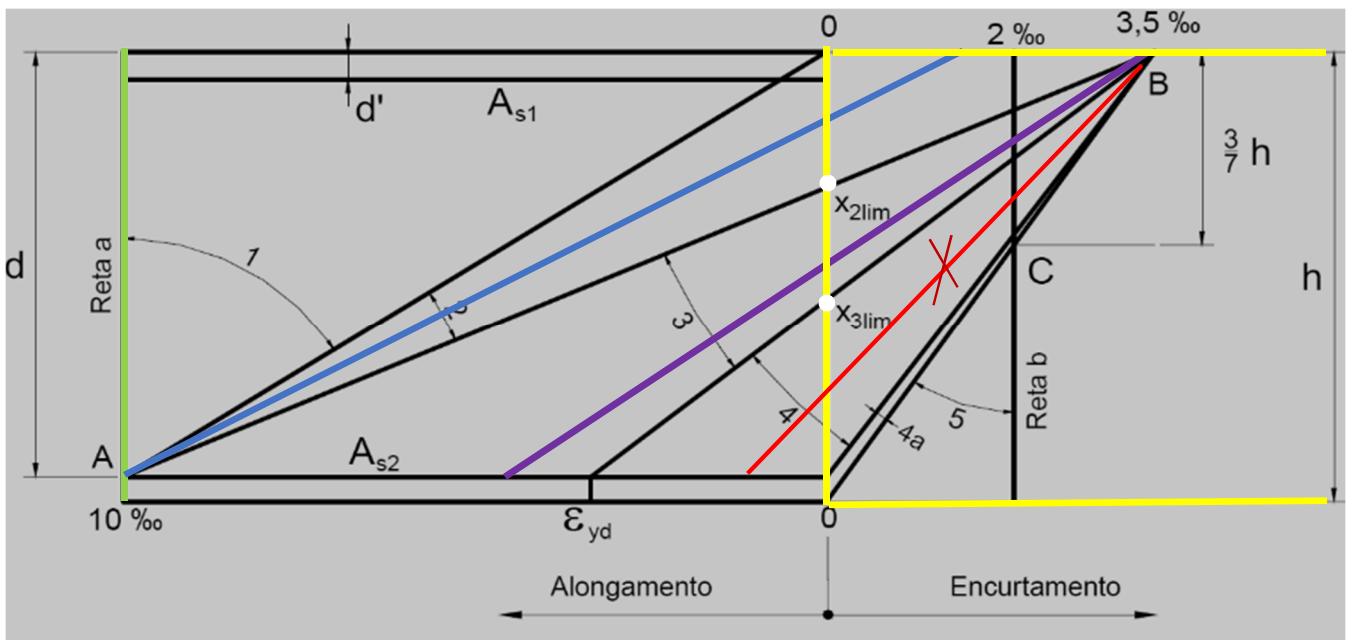


Figura 40 – Domínios de deformação

Deve ser lembrado que as deformações limites de alongamento para o aço e de encurtamento para o concreto são 10 % e 3,5 %, respectivamente. Em termos práticos, isso quer dizer que uma barra de aço para concreto armado pode se alongar em 1% do seu comprimento até que teoricamente se rompa. Portanto, no diagrama, as linhas amarelas representam a viga da Figura 39, vista em perfil e cortada pelo seguimento de reta indicado pelos pontos 0. Os outros múltiplos seguimentos de reta representam as possíveis deformações da seção. Por exemplo, a reta a, representada pela cor verde, representa um rompimento do aço por tração pura.

No dimensionamento de uma estrutura a flexão, estamos interessados nos domínios que representem flexão. Eles são o Domínio 2, Domínio 3 e Domínio 4. É importante ressaltar que não se deve dimensionar peças a flexão no Domínio 4, pois, neste domínio o rompimento da peça ocorre por esmagamento do concreto e sem que haja escoamento do aço, o que acarreta numa ruptura frágil e sem grandes deformações e fissuras prévias, ou seja, um rompimento abrupto.

É possível perceber as características negativas citadas do Domínio 4 no diagrama. Observe a reta vermelha, pertencente a esse domínio. Perceba que na parte superior do diagrama (Figura 40), as deformações de encurtamento no concreto já atingiram o limite de 3,5 % enquanto as deformações de alongamento do aço ainda nem atingiram o seu limite de escoamento, indicado no diagrama pela sigla  $\epsilon_{yd}$ . Na prática, isso caracteriza uma ruptura da peça sem aviso, tipo de situação que devemos evitar a todo custo. Portanto, dimensionaremos nossas escadas sempre no Domínio 2 ou Domínio 3.

### 5.3.1 Domínio 2

No Domínio 2, ocorre o escoamento total do aço sem que ocorra o esmagamento do concreto. Veja na Figura 40 a reta azul. Perceba que, a deformação de alongamento do aço é de 10 % (atingiu seu limite), enquanto a deformação de encurtamento do concreto pode variar entre 0 e 3,5 %.

Na prática, o escoamento total do aço promove a ocorrência de grandes deformações antes do rompimento da peça, proporcionando assim, uma falha com “avisos”. Em outras palavras, uma estrutura dimensionada no domínio 2 sofrerá grandes deformações e intensa fissuração antes de, de fato, desmoronar. Isso emite sinais visuais aos usuários possibilitando uma intervenção na estrutura. Entenda que o surgimento deste fenômeno pode levar dias, meses ou até anos.

### 5.3.2 Domínio 3

No Domínio 3, ocorre o escoamento total ou parcial do aço e o esmagamento do concreto. Veja, na Figura 40, a reta roxa. O Domínio 3 é ideal para o dimensionamento a flexão, pois ele lança mão de toda a capacidade dos dois materiais, o que acarreta num dimensionamento mais eficiente do ponto de vista estrutural. Contudo, devido a geometria característica das escadas, elas tendem a se encontrar no Domínio 2 na maioria dos casos.

Como também ocorre o escoamento do aço no Domínio 3, há também aviso prévio no rompimento de uma estrutura dimensionada neste domínio. As grandes deformações e intensa fissuração são semelhantes às da imagem mostrada na Figura 41.



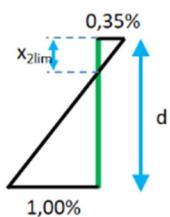
Figura 41 – Rompimento nos Domínios 2 e 3

### 5.3.3 Altura da Linha Neutra “x”

Outro conceito importante para peças dimensionadas a flexão, que é retirado do diagrama dos domínios de deformação, é a altura da linha neutra. Observe através da

Figura 40, que nos domínios onde ocorre flexão pura, a linha neutra da seção (ponto de intercessão com a reta amarela vertical) assume posições diferentes em relação a face superior da peça.

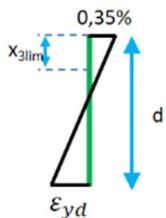
A linha neutra é uma reta longitudinal teórica que passa pelo ponto que determina o limite entre as deformações de encurtamento, geradas por tensões de compressão no concreto, e as deformações de alongamento, geradas pelas tensões de tração no aço. Portanto, a posição da linha neutra em relação a face superior da peça é uma variável que pode indicar o domínio no qual a peça está trabalhando. Dessa maneira é possível se estabelecer alguns limites pertinentes. A Figura 42 mostra, isoladamente, as situações que caracterizam o limite dos domínios 2 e 3. Perceba que, por semelhança de triângulos, é possível se chegar nas expressões dispostas na figura e, portanto, expressar a posição da linha neutra em função da altura útil ( $d$ ), definida como “a distância do centroide das armaduras até a fibra mais comprimida”, e das deformações do concreto e do aço.



$$\frac{X_{2lim}}{0,35} = \frac{d}{1 + 0,35}$$

$$X_{2lim} = 0,26d$$

$$X_{2lim}/d = 0,26$$



$$\frac{X_{3lim}}{0,35} = \frac{d}{0,35 + \varepsilon_{yd}}$$

$$X_{3lim} = \frac{0,35d}{0,35 + \varepsilon_{yd}}$$

$$X_{3lim}/d = \frac{0,35}{0,35 + \varepsilon_{yd}}$$

Figura 42 – Definição da linha neutra -  $x_{2lim}$  e  $x_{3lim}$

Dessa maneira, pode-se definir os limites que determinam, através da posição da linha neutra, em qual domínio se encontra a peça dimensionada. Também é comum se classificar as peças através da relação  $x/d$ , ou seja, a relação entre a posição da linha neutra com a altura útil. Resumindo, para os domínios 2 e 3, temos as expressões:

$$x_{2lim}/d = 0,26 \quad (5.1)$$

$$x_{3\text{lim}}/d = 0,35 / (0,35 + \varepsilon_{yd}) \quad (5.2)$$

Onde:

$\varepsilon_{yd}$  = Deformação de escoamento do aço.

A deformação de escoamento do aço pode ser definida de acordo com a sua categoria. O aço mais utilizado nas estruturas de concreto armado é o CA-50. Observe a Tabela 5.1, ela mostra as deformações específicas dos aços comerciais para concreto armado, bem como as distâncias da linha neutra e as relações  $x/d$  limites do Domínio 3.

Tabela 5.1 –  $x_{3\text{lim}}$  e  $x_{3\text{lim}}/d$

| AÇO                     | $\varepsilon_{yd} (\%)$ | $x_{3\text{lim}}$ | $x_{3\text{lim}}/d$ |
|-------------------------|-------------------------|-------------------|---------------------|
| CA-25 Laminado a quente | 1,04                    | $0,77 \cdot d$    | 0,77                |
| CA-50 Laminado a quente | 2,07                    | $0,63 \cdot d$    | 0,63                |
| CA-60 trefilado a frio  | 2,48                    | $0,59 \cdot d$    | 0,59                |

Contudo, sobre a relação  $x/d$ , a NBR 6118:2014 comenta:

*"A capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no ELU. Quanto menor for  $x/d$ , tanto maior será essa capacidade. Para proporcionar o adequado comportamento dúctil em vigas e lajes, a posição da linha neutra no ELU deve obedecer aos seguintes limites:*

- a)  $x/d \leq 0,45$ , para concretos com  $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ ;
- b)  $x/d \leq 0,35$ , para concretos com  $50 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$ .

Portanto, seguindo a exigência normativa, a relação  $x_{3\text{lim}}/d$  (limite do Domínio 3) é, efetivamente,  $x_{3\text{lim}}/d = 0,45$ . Esse é um valor notável, é prudente internalizá-lo.

## 5.4 Dimensionamento a Flexão – Determinação da Área de Aço

Tomando uma seção sujeita a flexão no instante de seu rompimento, podemos considerar os diagramas de deformação e tensão. Observe a Figura 43.

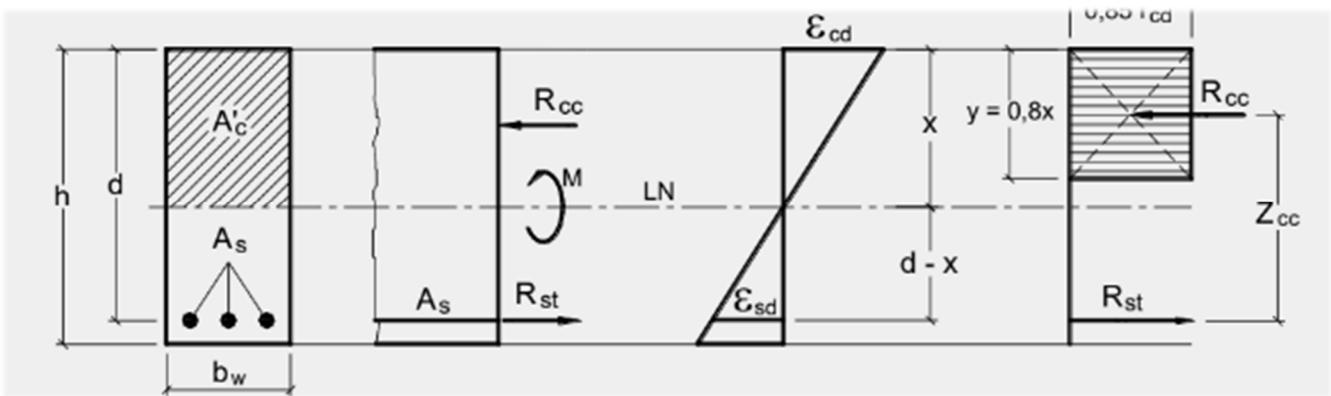


Figura 43 – Tensões e Deformações de Flexão (Adaptado da Apostila do profº José Bastos)

É possível notar que, como já citado anteriormente, consideram-se as tensões relativas a uma peça no Estádio III. Em outras palavras, as tensões de tração são absorvidas pelas barras da armadura positiva (Resultante  $R_{st}$ ). Já as tensões de compressão, aproximadas por um diagrama retangular, são absorvidas pela seção de concreto acima da linha neutra (Resultante  $R_{cc}$ ). Observe a Figura 44.

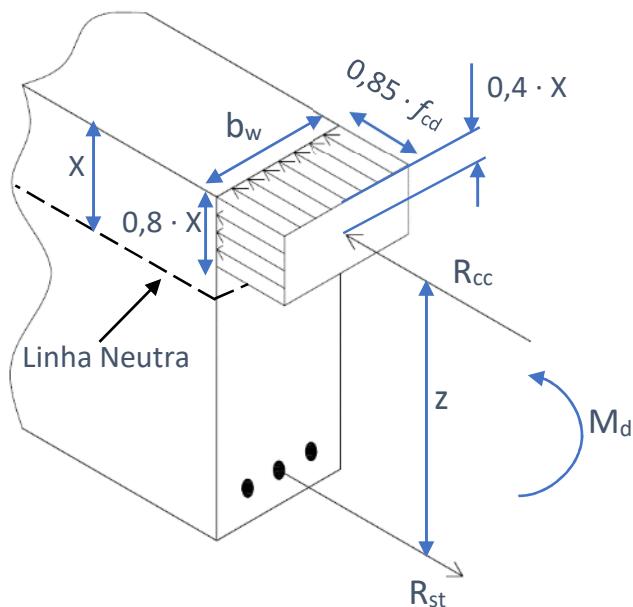


Figura 44 – Tensões e Deformações de Flexão – Perspectiva Isométrica

Como as forças  $R_{cc}$  e  $R_{st}$  são resultantes das tensões de compressão e tração, respectivamente, podemos determiná-las através da multiplicação dessas tensões pela área onde elas atuam. Com o auxílio da Figura 44. É fácil notar que  $R_{cc}$  será:

$$\begin{aligned}
 R_{cc} &= \sigma_{cd} \cdot A_c \\
 \therefore R_{cc} &= 0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b_w \\
 \therefore R_{cc} &= 0,68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd}
 \end{aligned} \tag{5. 3}$$

Onde:

$A_c$  = Área de concreto comprimida;

$\sigma_{cd}$  = Tensão de compressão (para o ELU,  $\sigma_{cd} = 0,85 \cdot f_{cd}$ );

$b_w$  = Base da seção comprimida;

$x$  = Altura da linha neutra.

De semelhante modo, podemos determinar  $R_{st}$ , veja:

$$R_{st} = \sigma_{yd} \cdot A_s$$

$$\therefore R_{st} = f_{yd} \cdot A_s \quad (5.4)$$

Onde:

$A_s$  = Área de aço;

$\sigma_{yd}$  = Tensão de tração (para o ELU nos domínios 2 e 3,  $\sigma_{yd} = 0,85 \cdot f_{yd}$ ).

Além disso, também é necessário garantir o equilíbrio dos momentos da seção. Lembre-se que como consideramos a seção mais solicitada, temos de levar em conta a atuação do momento de cálculo ( $M_d$ ). De maneira resumida, podemos considerar que:

$$M_d = R_{cc} \cdot z = R_{st} \cdot z$$

$$\therefore M_d = 0,68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad (5.5)$$

$$\therefore M_d = f_{yd} \cdot A_s \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad (5.6)$$

Onde:

$M_d$  = Momento de Cálculo;

$b_w$  = Base da seção comprimida.

$f_{cd}$  = Resistência de cálculo do concreto a compressão;

$f_{yd}$  = Resistência de cálculo do aço

$x$  = Altura da linha neutra, em relação a fibra mais comprimida;

$d$  = Altura útil (distância do centroide das armaduras até a fibra mais comprimida).

Assim, usando as equações (5.3) a (5.6), podemos determinar a altura da linha neutra ( $x$ ) e a área de aço necessária ( $A_s$ ), respectivamente, como:

$$x = \frac{d}{0.8} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M_d}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d^2}} \right) \quad (5.7)$$

Onde:

$x$  = Altura da linha neutra, em relação a fibra mais comprimida;

$d$  = Altura útil (distância do centróide das armaduras até a fibra mais comprimida);

$M_d$  = Momento de cálculo ( $M_k \cdot 1,4$ );

$f_{cd}$  = Resistência característica do concreto a compressão ( $f_{ck} / 1,4$ );

$b_w$  = Base da seção transversal (Para lajes e escada sempre igual a 100 cm);

$$A_s = \frac{0.68 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x}{f_{yd}} \quad (5.8)$$

Onde:

$f_{cd}$  = Resistência característica do concreto a compressão de cálculo ( $f_{ck} / 1.4$ );

$f_{yd}$  = Resistência característica do aço ( $f_{yk} / 1.15$ );

$b_w$  = Base da seção transversal (Para lajes e escada sempre igual a 100 cm);

$x$  = Altura da linha neutra, em relação a fibra mais comprimida.

## 5.5 Roteiro de Dimensionamento das Áreas de Aço para Escadas

O roteiro de dimensionamento de escadas segue três etapas:

- Determina-se a área de aço referente a armadura principal (longitudinal);
- Estima-se a área de aço da armadura secundária com base em critérios normativos;
- Estima-se a área de aço da armadura negativa com base em critérios normativos.

### 5.5.1 Cálculo da Área de Aço Principal ( $A_{sx}$ )

Como já citado no Item 5.4, para se determinar a área de aço principal, devemos utilizar as equações:

$$x = \frac{d}{0.8} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M_d}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d^2}} \right) \quad (5.7)$$

$$A_s = \frac{0.68 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x}{f_{yd}} \quad (5.8)$$

Perceba que há 7 variáveis e apenas 2 equações. Contudo, 4 delas são determinadas em etapas anteriores ao dimensionamento. As resistências características do concreto e do aço de cálculo ( $f_{cd}$  e  $f_{yd}$ ) são determinadas diretamente em função das resistências características ( $f_{ck}$  e  $f_{yk}$ ). A base da seção ( $b_w$ ) será sempre 100 cm, uma convenção para lajes, consequentemente para escadas. O momento de cálculo ( $M_d$ ) pode ser calculado a partir do momento característico ( $M_k$ ), determinado através da análise estrutural prévia.

Portanto, restam três varáveis a serem definidas: altura útil (d), linha neutra (x) e área de aço ( $A_s$ ). A grande novidade a se apresentar é como estimar a altura útil (d). Como já citado algumas vezes, a altura útil é definida como a distância do centroide das armaduras a fibra mais comprimida. Pela Figura 45 é possível notar que a altura útil (d)

será sempre menor do que a espessura da peça ( $h$ ). Podemos estimar a altura útil pela expressão:

$$d = h - \text{cob} - \phi/2 \quad (5.9)$$

Onde:

$d$  = Altura útil;

$\text{cob}$  = Cobrimento;

$\phi$  = diâmetro da barra de aço utilizada.

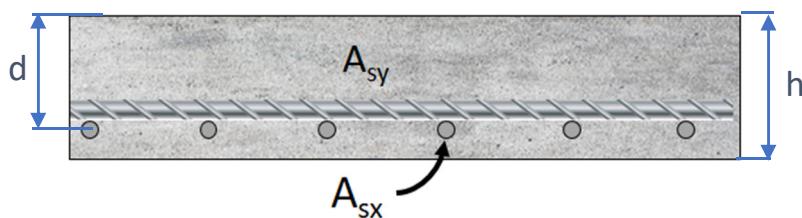


Figura 45 – Altura Útil

Perceba que o cálculo da altura útil demanda que conheçamos qual o diâmetro da barra que usaremos. Precisamos então estimar esse valor. A experiência mostra que considerar barras de 10 mm ou 12,5 mm<sup>5</sup> é razoável, pois, as armaduras de escadas convencionais conseguem ser perfeitamente detalhadas com esses diâmetros.

É importante ressaltar que a NBR 6118:2014 define uma taxa de armadura mínima, ou seja, por mais que seja extremamente incomum, é necessário verificar se a área de aço calculada é maior ou igual do que a mínima exigida para aquela peça. Observe a Tabela 5.2. Nela é informada a taxa de armadura mínima ( $\rho_{\min}$ ), em porcentagem da área da seção de concreto para cada resistência característica ( $f_{ck}$ ) até 50 MPa. Portanto, para definirmos a área de aço mínima basta multiplicar a área da seção transversal da peça pelo fator encontrado na tabela.

Tabela 5.2 – Valores de  $\rho_{\min}$

| Forma da seção | Valores de $\rho_{\min}$ ( $A_{s,min}/A_c$ ) |       |       |       |       |       |       |
|----------------|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                | 20   | 25    | 30    | 35    | 40    | 45    | 50    |
| Retangular     | 0,150  | 0,150 | 0,150 | 0,164 | 0,179 | 0,197 | 0,208 |

Fonte: NBR 6118:2014 adaptado.

<sup>5</sup> O diâmetro das barras de aço para concreto armado é tratado no contexto de cálculo estrutural em unidades de milímetros ou polegadas.

---

Para escadas, como consideraremos a base da seção ( $b_w$ ) sempre como 100 cm, podemos calcular a área de aço mínima como:

$$A_{smín} = 100 \cdot h \cdot \rho_{min} \quad (5.10)$$

Onde:

$A_{smín}$  = Área de aço mínima;

$h$  = Espessura da escada;

$\rho_{min}$  = Taxa de armadura mínima (tabela da Tabela 5.2)

Sendo assim, uma escada com 12cm de espessura e  $f_{ck}$  de 30MPa precisará de um  $A_{smín}$  de 1,8cm<sup>2</sup>/m.

### 5.5.2 Cálculo da Área de Aço Secundária ( $A_{sy}$ )

Já foi comentado em capítulos anteriores que as escadas serão sempre tratadas como lajes unidirecionais. Dessa maneira, a sua área de aço secundária é definida em função do valor calculado para a área de aço principal. Em outras palavras, a área de aço secundária é uma fração da principal como mostrada na Tabela 5.3 adaptada do Item 19.3.3.2 da NBR6118. Devemos lembrar aqui que armadura secundária mesmo não combatendo nenhum momento fletor ela tem uma função de ajudar a peça a resistir ao processo de fissuração.

Via de regra em comum definirmos armaduras mínimas como uma proporção do momento de fissuração. Nas armaduras secundárias, mesmo não existe momento em seu sentido a regra ainda vale. Em outras palavras, é importante que o concreto tenha armadura mínima secundária mesmo para o caso de não existir momento fletor lá.

### 5.5.3 Cálculo da Área de Aço Negativa ( $A_{sneg}$ )

Como já convencionamos, todas as nossas escadas serão consideradas simplesmente apoiadas. Sendo assim, do ponto de vista da análise estrutural, não consideraremos momentos negativos no dimensionamento. Por esse motivo, a armadura considerada será a mínima, calculada como indica o destaque azul na Tabela 5.3. Na prática usaremos a Equação (5.10).

Tabela 5.3– Taxas de Armadura Mínima

| Armadura   | Elementos estruturais sem armaduras ativas   |
|--|--|
| Armadura negativas   | $\rho_s \geq \rho_{min}$   |
| Armadura de bordas sem continuidade  | $\rho_s \geq 0,67 \cdot \rho_{min}$  |
| Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções   | $\rho_s \geq 0,67 \cdot \rho_{min}$  |
| Armadura positiva(principal) de lajes armadas em uma direção   | $\rho_s \geq \rho_{min}$   |
| Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção   | $A_s/s \geq 20\% \text{ da armadura principal}$<br>$A_s/s \geq 0,9 \cdot cm^2/m$<br>$\rho_s \geq 0,5 \cdot \rho_{min}$ |
| <p>Onde</p> $\rho_s = A_s/(b_w \cdot h)$ <p>Os valores de <math>\rho_{min}</math> são definidos na</p> |  |

Fonte: NBR 6118:2014 adaptado.

## 5.6 Detalhamento – Escolha das Barras

Após encontrarmos as áreas de aços referentes a armadura principal ( $A_{sx}$ ), secundária ( $A_{sy}$ ) e negativa ( $A_{sneg}$ ), é necessário escolher o diâmetro ( $\phi$ ) e o espaçamento (Esp) das barras comerciais que serão utilizadas na execução da estrutura.

Portanto, é importante dar atenção há alguns conceitos normativos acerca do detalhamento de lajes que, como exaustivamente comentado, também vale para as escadas. A NBR 6118:2014 comenta, no subitem 20.1, as prescrições gerais para o detalhamento de lajes. Dentre elas, destaca-se:

*[...] Qualquer barra da armadura de flexão deve ter diâmetro no máximo igual a  $h/8$ ...*

*[...] As barras da armadura principal de flexão devem apresentar espaçamento no máximo igual a  $2 \cdot h$  ou 20 cm...*

*[...] A armadura deve ser prolongada no mínimo 4 cm do eixo teórico do apoio...*

*[...] A armadura secundária de flexão deve ser igual ou superior a 20% da armadura principal, mantendo-se, ainda, um espaçamento entre barras de no máximo 33 cm."*

Portanto, podemos entender que:

- O diâmetro ( $\phi$ ) máximo das barras será igual a  $h/8$ , onde  $h$  é a espessura da escada.
- Por exemplo, uma escada com 12 cm de espessura só pode ser armada com barras de diâmetro de até 1,5 cm ou 15 mm. Tendo em vista os diâmetros comerciais, o máximo efetivo seria 1,25 cm ou 12,5 mm, nesse caso.
- O espaçamento máximo será o menor dos valores entre  $2 \cdot h$  ou 20 cm, onde  $h$  é a espessura da escada.
- Como convencionamos no capítulo de geometria que a espessura mínima para nossas escadas será de 10 cm, o espaçamento máximo será sempre de 20 cm.
- As barras que compõe a armadura principal devem entrar pelo menos 4 cm além do eixo teórico dos apoios (geralmente vigas).
- Observe a Figura 46. O eixo teórico é normalmente considerado na metade da largura quando se trata de vigas. É importante ressaltar que a barra deve respeitar o cobrimento da viga.
- Dessa maneira, pode ocorrer de apoiarmos nossas escadas em vigas com bases pequenas o suficiente para impossibilitar essa distância mínima de 4 cm além do eixo. Nesses casos pode-se usar uma dobra para compensar esse impedimento. Recomenda-se que o comprimento da dobra seja a espessura da escada ( $h$ ) subtraída do cobrimento ( $cob$ ). A recomendação é que em todos os casos se use essa dobra mesmo quando a viga tiver uma base suficientemente larga para

atender o requisito de ancoragem sem dobra. É uma maneira de sempre garantir uma boa ancoragem que não representa muito incremento na quantidade de aço utilizada.

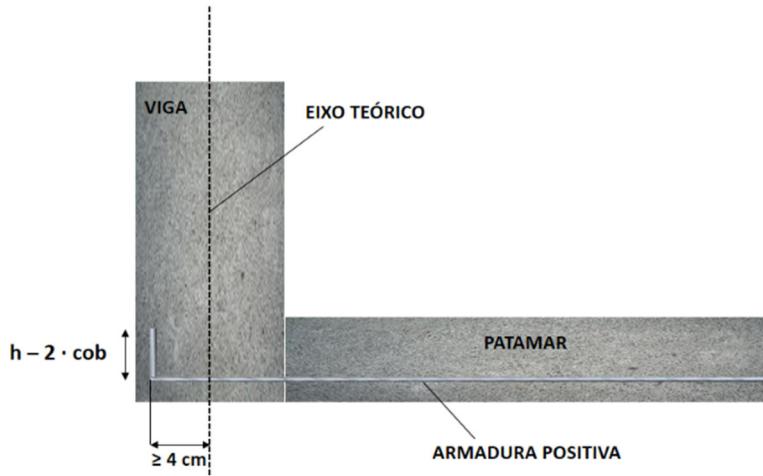


Figura 46 – Eixo teórico de apoio

- Por fim, a norma limita o espaçamento da armadura secundária a ser no máximo 33 cm, ou seja, deverá haver sempre no mínimo 3 barras por cada metro.

### 5.6.1 Conversão das Áreas de Aço em Barras Comerciais

Os diâmetros comerciais ( $\phi$ ) das barras de aço para concreto armado são mostrados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4– Barras Comerciais

| Diâmetros<br>mm | Seção Nominal ( $A_{\phi b}$ ) |                 |
|-----------------|--------------------------------|-----------------|
|                 | mm <sup>2</sup>                | cm <sup>2</sup> |
| 6,3             | 31,2                           | 0,31            |
| 8,0             | 50,3                           | 0,50            |
| 10,0            | 78,5                           | 0,79            |
| 12,5            | 122,7                          | 1,23            |
| 16,0            | 201,1                          | 2,01            |
| 20,0            | 314,2                          | 3,14            |
| 25,0            | 490,9                          | 4,91            |
| 32,0            | 804,2                          | 8,04            |

É importante lembrar de que todas as áreas calculadas em lajes são determinadas em  $\text{cm}^2/\text{m}$ . Em outras palavras, podemos dizer que as áreas de aço calculadas no

dimensionamento são taxas de armadura. Isso ocorre pois todos os cálculos são realizados considerando uma base teórica de 1 m.

Dessa maneira, devemos igualar a taxa de armadura encontrada ( $A_{sx}$ ,  $A_{sxy}$  e  $A_{sneg}$ ) a taxa de armadura referente a razão entre a área da barra escolhida e o espaçamento determinado. Esse conceito pode parecer um pouco confuso, mas matematicamente é simples, observe:

$$\frac{A_{\Phi b}}{Esp} = \frac{A_s}{100}$$

..

$$Esp = \frac{A_{\Phi b} \cdot 100}{A_s} \quad (5.11)$$

Onde:

$A_{\Phi b}$  = Área da seção transversal da barra comercial escolhida;

$A_s$  = Área de aço calculada;

$Esp$  = Espaçamento da armadura principal.

É importante frisar que, em caso de valores não inteiros de espaçamentos calculados, sempre deve-se arredondar o espaçamento “para baixo”. Isso garante que a área de aço efetiva será ligeiramente maior do que a necessária nesses casos, favorecendo a segurança. Portanto, de maneira resumida, podemos definir o espaçamento para cada bitola através da Equação

(5.11). Façamos um exemplo numérico.

## Exemplo

Imagine que desejamos escolher o diâmetro da barra e o espaçamento da armadura principal de uma escada de 12 cm de espessura e com 7,45 cm<sup>2</sup>/m de  $A_{sx}$  calculado.

1. A bitola máxima permitida será:

$$\phi_{max} = 12 \text{ cm} / 8$$

$$\phi_{max} = 1,5 \text{ cm ou } 15 \text{ mm.}$$

Portanto, a maior barra comercial permitida pelos critérios normativos será a de 12,5 mm.

2. O espaçamento máximo será:

$$Esp_{max} = \min (2 \cdot 12 \text{ cm}; 20 \text{ cm})$$

$$Esp_{max} = 20 \text{ cm.}$$

3. Utilizando a equação (5.11) e os dados da Tabela 5.4, os espaçamentos possíveis serão:

- Para  $\phi = 12,5 \text{ mm}$

$$Esp = (100 * 1,25) / 7,45 = 16,8 \text{ cm}$$

$$Esp = 16 \text{ cm}$$

No detalhamento: “ $\phi 12,5 \text{ C/ } 16$ ”

- Para  $\phi = 10 \text{ mm}$

$$Esp = (100 * 0,79) / 7,45 = 10,6 \text{ cm}$$

$$Esp = 10 \text{ cm}$$

No detalhamento: “ $\phi 10 \text{ C/ } 10$ ”

- Para  $\phi = 8 \text{ mm}$

$$Esp = (100 * 0,50) / 7,45 = 6,7 \text{ cm}$$

$$Esp = 6 \text{ cm}$$

No detalhamento: “ $\phi 8 \text{ C/ } 6$ ”

Perceba que para as bitolas abaixo de 10 mm o espaçamento começa a ficar pequeno. De maneira geral, apesar da norma não estabelecer um espaçamento mínimo, sugere-se que não se adote espaçamentos menores do que 8 - 10 cm.

# Capítulo 6

## Estado Limite de Serviço - Deformações Excessivas

Neste capítulo, abordaremos as verificações referentes ao Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas. Em outras palavras, veremos de maneira bem sucinta como estimar as deformações em nossa escada (flecha imediata, deferida e total), além de como interpretar esses resultados levando em consideração as prescrições normativas da NBR 6118:2014. Podemos destacar algumas considerações que a norma expõe quando trata do Estado Limite de Deformações no item 17.3.2. Ela diz:

*"A verificação dos valores-limites estabelecidos na Tabela 13.3 para a deformação da estrutura, mais propriamente rotações e deslocamentos em elementos estruturais lineares, analisados isoladamente e submetidos à combinação de ações conforme a Seção 11, deve ser realizada através de modelos que considerem a rigidez efetiva das seções do elemento estrutural, ou seja, que levem em consideração a presença da armadura, a existência de fissuras no concreto ao longo dessa armadura e as deformações diferidas no tempo.*

*[...]Não se pode esperar, portanto, grande precisão nas previsões de deslocamentos dadas pelos processos analíticos prescritos."*

Perceba que o termo “combinação de ações” é citado. Vale a pena comentar que para a verificação das deformações no ELS não se considera toda a carga estimada, como acontece no dimensionamento no ELU. Ao invés disso, é preciso se considerar uma combinação específica, estabelecida pela norma, das cargas permanentes ( $g$  - peso próprio, pavimentação/revestimento e parapeito) e das cargas variáveis ( $q$  - sobrecarga).

Apesar de parecer óbvio, isso condiz com o objetivo da verificação, ou seja, o estado limite de serviço faz verificações do comportamento da estrutura em serviço. Portanto, devemos usar combinações de carregamento que sejam condizentes com o uso da peça. No caso específico da flecha é claro que 100% do carregamento permanente deve ser considerado, mas nem toda a carga adicional precisa ser levada em conta. De maneira resumida, a combinação de carga que deverá ser utilizada para a verificação de nossas escadas será:

---

$$p = (1 \cdot g + 0,3 \cdot q) \cdot b \quad (6.1)$$

Onde:

p = Carga considerada para estimativa da flecha;

g = Carga permanente (Peso Próprio + Pavimentação/Revestimento + Parapeito);

q = Carga variável (Sobrecarga);

b = Largura total do lance analisado.

A norma também cita que o modelo utilizado para se estimar as deformações deve levar em conta a rigidez efetiva. Portanto, devemos atentar aos conceitos de Estádios de Flexão abordado anteriormente para considerar se há ou não fissuração na peça. Note que a rigidez, que é o produto do módulo de elasticidade (E) pelo momento de inércia (I) da peça, não é a mesma na presença de fissuras. As fissuras representam, na prática, perda de seção transversal, e consequentemente perda de inércia.

Devemos verificar em qual Estádio de Flexão se encontra a seção mais solicitada da peça analisada. Portanto, temos que comparar o momento gerado pela carga p (chamado de  $M_a$ ) com o momento de fissuração ( $M_r$ ). Assim, caso  $M_a < M_r$ , poderemos considerar toda a rigidez da seção transversal. Caso  $M_a > M_r$ , caracteriza-se que a peça atingiu o Estádio II, portanto, deve-se considerar uma rigidez equivalente, referenciada na NBR 6118:2014 como  $(EI)_{eq,t0}$ . O cálculo da rigidez equivalente será mostrado posteriormente.

Além de tudo isso, também é interessante comentar que a norma cita valores limites de deformação. Eles são estabelecidos no seu Item 13.3. Para o contexto de escadas, podemos considerar a deformação admissível ( $Y_{adm}$ ) como  $Y_{adm} = L / 250$ , onde L é o vão de cálculo.

## 6.1 Flecha Imediata

A flecha imediata é aquela causada pela ação das cargas considerando a combinação descrita na Equação (6.1). Observe o seguinte trecho da NBR 6118:2014:

*"O modelo de comportamento da estrutura pode admitir o concreto e o aço como materiais de comportamento elástico e linear, de modo que as seções ao longo do elemento estrutural possam ter as deformações específicas determinadas no estádio I, desde que os esforços não superem aqueles que dão início à fissuração, e no estádio II, em caso contrário."*

Trocando em miúdos, a norma permite que consideremos um comportamento elástico-linear de nossas escadas nos estádios I e II. Portanto, um modelo válido e

endossado pelas prescrições normativas para a estimativa da flecha é a equação da linha elástica. Considerando as condições de apoio e de cargas já convencionadas ao longo dos capítulos anteriores, podemos estimar a flecha imediata ( $Y_i$ ) máxima como:

$$Y_i = \frac{5}{384} \cdot \frac{p \cdot L^4}{E \cdot I} \quad (6.2)$$

Onde:

$p$  = Carga da combinação referente ao ELS (Equação (6.1));

$L$  = Vão de cálculo;

$E_{cs}$  = Módulo de elasticidade do concreto \*;

$I$  = Inércia da peça \*\*.

\* Segundo a norma, o módulo de elasticidade do concreto a ser considerado na estimativa da flecha é o módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ ), que deve ser estimado a partir do módulo de elasticidade ( $E_{ci}$ ). A norma comenta que módulo de elasticidade deve ser determinado por ensaios, contudo, na falta de ensaios, ele pode ser estimado, para concretos com  $f_{ck}$  entre 20 e 50 MPa, pela expressão:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (6.3)$$

Onde:

$f_{ck}$  = Resistência característica do concreto;

$\alpha_E$  = Coeficiente do agregado.

Sendo,

$\alpha_E = 1,2$  para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$  para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$  para calcário;

$\alpha_E = 0,7$  para arenito.

Por sua vez, o módulo secante ( $E_{cs}$ ), pode ser estimado da seguinte maneira:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (6.4)$$

Onde:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot (f_{ck} / 80) \leq 1.$$

\*\*Como já mencionado, a inércia da peça deve ser considerada de acordo com o estádio em que ela se encontra. Vale ressaltar que a norma não trata diretamente da inércia da peça, mas da sua rigidez ( $EI$ ), que é o produto do módulo de elasticidade ( $E$ ) pelo momento de inércia ( $I$ ).

### 6.1.1 Cálculo da Rigidez Equivalente - $(EI)_{eq,t0}$

A estimativa da rigidez equivalente leva em conta o momento de cálculo para a combinação do limite de serviço ( $M_a$ ) e o momento de fissuração ( $M_r$ ). Eles podem ser calculados pelas seguintes expressões:

$$M_a = p \cdot L^2 / 8 \quad (6.5)$$

Onde:

$p$  = Carga da combinação referente ao ELS (Equação (6.1));

$L$  = Vão de cálculo.

$$M_r = \alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c / y_t \quad (6.6)$$

Onde:

$\alpha$  = Fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com resistência à tração direta;

$y_t$  = Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

$I_c$  = Momento de inércia da seção bruta de concreto; \*

$f_{ct}$  = Resistência à tração direta do concreto. \*\*

Sendo,

$\alpha = 1,2$  para seções T ou duplo T;

$\alpha = 1,3$  para seções I ou T invertido;

$\alpha = 1,5$  para seções retangulares;

\*  $I_c$  é calculado pela conhecida expressão:

$$I_c = b \cdot h^3 / 12 \quad (6.7)$$

Onde:

$b$  = Largura total do lance analisado;

$h$  = Espessura da escada.

\*\* A norma determina que, para a verificação no estado-limite de deformações excessivas, deve-se utilizar o  $f_{ct,m}$ , calculado como:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (6.8)$$

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \cdot \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{ii} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (6.9)$$

Por fim, a rigidez equivalente  $[(EI)_{eq,t0}]$  pode ser calculada pela expressão:

Onde:

$E_{cs}$  = Módulo de elasticidade secante do concreto;

$M_a$  = Momento de cálculo (ver Equação (6.5));

$M_r$  = Momento de fissuração (ver equação(6.6));

$I_c$  = Momento de inércia da seção bruta de concreto;

$I_{ii}$  = Momento de inércia da seção fissurada de concreto no Estádio II, calculado com  $\alpha_E = E_{cs} / E_{cs}$

---

$I_{II}$  pode ser calculado com as expressões:

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{12} + b \cdot x_{II} \cdot \left(\frac{x_{II}}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 \quad (6.10)$$

$$x_{II}^2 + \frac{2 \cdot A_s \cdot \alpha_e}{b} x_{II} - \frac{2 \cdot A_s \cdot d \cdot \alpha_e}{b} = 0 \quad (6.11)$$

Onde:

$b$  = Largura total do lance analisado;

$x_{II}$  = Altura da linha neutra para o Estádio II (Estimada pela equação (6.11));

$d$  = Altura útil (Estimada no dimensionamento)

$A_s$  = Área de aço (Determinada no dimensionamento);

$\alpha_E = E_{cs} / E_{cs}$ .

Perceba que o cálculo da rigidez equivalente é extremamente enfadonho, pois leva em conta diversos outros parâmetros que devem ser previamente calculados. Por esse motivo, é pertinente utilizar alguma ferramenta computacional para automatizar esses cálculos, afinal, para o projetista, não é interessante perder tempo e esforço mental com processos repetitivos. Você deve entender o conceito, mas implementar as equações para que este procedimento seja automatizado.

## 6.2 Flecha Diferida e Total

A flecha diferida é a deformação adicional considerada devido ao fenômeno da fluência causado pelas cargas de longa duração. A soma da flecha imediata com a flecha diferida resulta na flecha total. A flecha diferida pode ser estimada, de acordo com a NBR 6118:2014, através da multiplicação da flecha imediata ( $\gamma_I$ ) por um coeficiente  $\alpha_f$ , calculado pela expressão:

$$\alpha_f = \Delta\xi / (1 + 50 \cdot \rho') \quad (6.12)$$

Onde:

$\rho' = A_s'/bd$ ; \*

$\xi$  = Coeficiente em função do tempo. \*\*

\*Na expressão,  $A_s'$  se refere à área de aço da armadura de compressão. Como já sabemos, as escadas são armadas com armadura simples, portanto  $\rho' = 0$ , nas verificações de nossas escadas.

\*\* O coeficiente pode ser calculado pela, ou pelas seguintes expressões:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(0)$$

$$\xi(t) = 0,68 (0,996^t) \cdot t^{0,32} \text{ para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses}$$

Tabela 6.1 – Coeficiente  $\xi$

| Tempo (t)<br>meses      | 0 | 0,5  | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 10   | 20   | 40   | $\geq 70$ |
|-------------------------|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----------|
| Coeficiente<br>$\xi(t)$ | 0 | 0,54 | 0,68 | 0,84 | 0,95 | 1,04 | 1,12 | 1,38 | 1,64 | 1,89 | 2         |

Fonte: NBR 6118:2014

Podemos então estimar a flecha diferida máxima através do coeficiente  $\alpha_f$ , considerando um tempo maior ou igual a 70 meses. Note pela Tabela 6.1, que o valor máximo do coeficiente será  $\alpha_{fmáx} = 2$ . Assim, considerando que a flecha total ( $Y_t$ ) é a soma da flecha imediata com a flecha diferida, teremos que:

$$\begin{aligned} Y_t &= Y_I + 2 \cdot Y_I \\ &\therefore \\ Y_t &= 3 \cdot Y_I \end{aligned} \tag{6.13}$$

Onde:

$Y_I$  = Flecha imediata (ver Equação

(6.2)).

## 6.3 Considerações Importantes

Nas verificações do ELS-DEF é preciso ter ciência de que algumas considerações de carga e geometrias serão ligeiramente diferentes daquelas consideradas nas etapas de análise estrutural e de dimensionamento. Isso já foi mostrado implicitamente nas últimas equações apresentadas. A seguir, serão feitos alguns comentários acerca delas.

### 6.3.1 Ajuste das Cargas e Geometria Considerada para a Inércia

É importante lembrar que, na análise estrutural e no dimensionamento, convencionamos uma base padrão de 1 m de largura. Dessa maneira as cargas e os esforços são calculados “por metro”. Essa abordagem é pertinente para essas etapas, pois ela facilita os cálculos. Já nas verificações do estado-límite de serviço de deformações excessivas, consideraremos toda a largura dos lances analisados. Portanto,

é necessário fazer um pequeno ajuste nas cargas permanentes, variáveis e consequentemente na carga total.

Sintetizando, basta multiplicar o valor da carga total ( $q$ ) pela largura real do lance analisado, como já ocorre implicitamente na Equação (6.1). De semelhante modo, nos cálculos relacionados direta ou indiretamente aos momentos de inércia (equações (6.9) a (6.11)) considera-se a base ( $b$ ) como a largura total do lance analisado e não mais 100cm.

## 6.4 Roteiro de Verificações

Tendo em mente os conceitos necessários para a verificação do ELS -DEF, teremos o seguinte roteiro:

1. Calcula-se a carga referente a combinação considerada para o ELS -DEF ( $q$ ). Usa-se a Equação (6.1);
2. Calcula-se o momento de cálculo ( $M_a$  – Equação (6.5)), para a carga referente a combinação considerada para o ELS -DEF ( $q$ );
3. Calcula-se o momento de fissuração ( $M_r$  – Equação (6.6)).
4. - Se  $M_a \leq M_r$ :  
Calcula-se a flecha imediata pela Equação (6.2) considerando, para a rigidez ( $EI$ ), a inércia da seção bruta ( $I_c$  – Equação (6.7)) e o módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$  - Equação (6.4))  
- Se  $M_a > M_r$ :  
Calcula-se a flecha imediata pela Equação (6.2), considerando a rigidez equivalente  $[(EI)_{eq,to}]$  – Equação (6.9)].
5. Calcula-se a flecha total ( $Y_t$ ) pela Equação (6.13).
6. Compara-se a flecha total ( $Y_t$ ) com a flecha admissível ( $Y_{adm} = L/250$ );  
- Se  $Y_t \leq Y_{adm}$ :  
A escada “passou”. Portanto, pode-se seguir para o detalhamento da peça.  
- Se  $Y_t > Y_{adm}$ :  
A escada “não passou”. Portanto, deve-se aumentar sua espessura, ajustar as cargas e recalcular a flecha total ( $Y_t$ ), refazendo todos os passos anteriores considerando a nova geometria.

Perceba que, o procedimento de análise torna-se complexo pela grande quantidade de análises e cálculos intermediários requeridos. Portanto, recomenda-se a utilização ou desenvolvimento de alguma ferramenta que automatize esses cálculos como uma tabela em Excel.

---

Note ainda que, caso a escada não atenda a verificação, teremos que encontrar um meio de reduzir a flecha total ( $Y_t$ ). Analisando as equações envolvidas na estimativa da flecha total ( $Y_t$ ), percebe-se que isso é possível ao se aumentar o módulo de elasticidade do concreto, diminuir as cargas, diminuir o vão de cálculo, mudar as condições de apoio ou aumentar a espessura da escada. Perceba, portanto, que, a alternativa mais fácil e eficiente é aumentar a espessura da escada, como sugerido no passo 6 uma vez que a inércia da peça varia ao cubo com a espessura.

# Capítulo 7

## Ancoragem e Emendas por Traspasse

Antes de prosseguirmos para a etapa de detalhamento, é interessante abordar os conceitos de ancoragem e emenda por traspasse. A Figura 47 exemplifica como esses conceitos estão presentes no detalhamento de escadas. Do lado esquerdo, no círculo menor nós temos um exemplo de ancoragem, já do lado direito, no círculo maior, nós temos um exemplo de emendas. A razão de ser necessário emendas em escadas será abordada no capítulo de detalhamento. Na NBR 6118:2014 esses conceitos são abordados nos itens 9.4 e 9.5, respectivamente.

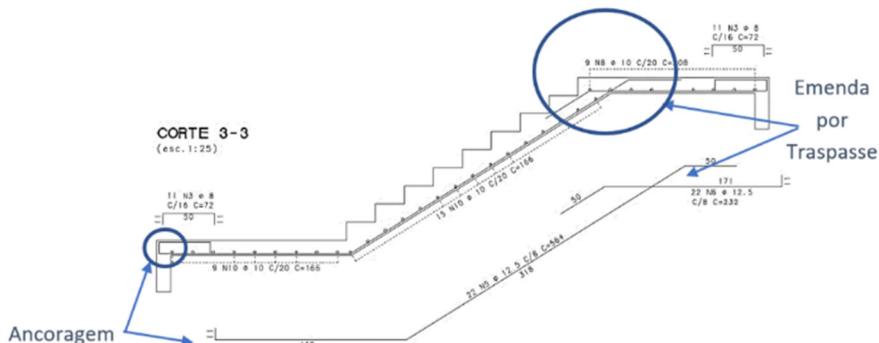


Figura 47 – Ancoragem e Emenda

### 7.1 Verificação de Aderência das Barras

A aderência diz respeito a solidariedade que existe entre aço e concreto e que impede o escorregamento relativo entre a armação e o concreto que a envolve. Esta aderência associada a correta ancoragem das barras é o que garante a capacidade de transferência de esforços através do contato. Portanto, quanto melhor a aderência, mais eficiente será essa transferência. Por outro lado, uma má aderência pode ocasionar em falhas pelo deslizamento ou arrancamento das barras de dentro da peça.

Lembra-se que para barras de aço a aderência por atrito e mecânica são as principais responsáveis pela aderência total do aço ao concreto. A aderência mecânica advém, principalmente, das saliências na superfície da barra. Essas saliências funcionam como apoios. Aumentando a força de ligação entre aço e concreto. Já a aderência por atrito, nasce do contato direto entre os dois materiais. Uma forma de melhorar essa aderência é utilizar barras curvas. Neste tipo de barras (curvas) a força de tração faz surgir elevadas tensões de contanto o que favorece o atrito.

Apesar de separarmos os tipos de aderência, na prática, não é possível determinar cada uma delas isoladamente. É preciso ter em mente que a aderência da barra é função de ponto e seu valor é influenciado pela fissuração, retração e fluênciam do concreto. Podemos dizer que os resultados de ensaios são na realidade valores médios da aderência.

### 7.1.1 Regiões de Boa Aderência

O Item 9.3 da NBR 6118:2014 descreve as verificações necessárias para a classificação da aderência de barras dispostas em um elemento estrutural. Quanto a posição das barras, a norma cita, no subitem 9.3.1:

*"Consideram-se em boa situação quanto à aderência os trechos das barras que estejam em uma das posições seguintes:*

- a) com inclinação maior que  $45^\circ$  sobre a horizontal;
- b) horizontais ou com inclinação menor que  $45^\circ$  sobre a horizontal, desde que:
  - para elementos estruturais com  $h < 60\text{ cm}$ , localizados no máximo  $30\text{ cm}$  acima da face inferior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima;
  - para elementos estruturais com  $h \geq 60\text{ cm}$ , localizados no mínimo  $30\text{ cm}$  abaixo da face superior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima..."

Note que, no contexto geral de escadas, as barras não terão inclinações maiores que  $45^\circ$ , pois, como descrito no Capítulo 2, o ângulo máximo permitido em norma será de  $32^\circ$ . A Figura 48 mostra dois casos distintos de como o texto da NBR6118 classifica barras de boa e má aderência. Todas as barras localizadas dentro das regiões indicadas, para cada situação de altura, são consideradas com boa aderência.

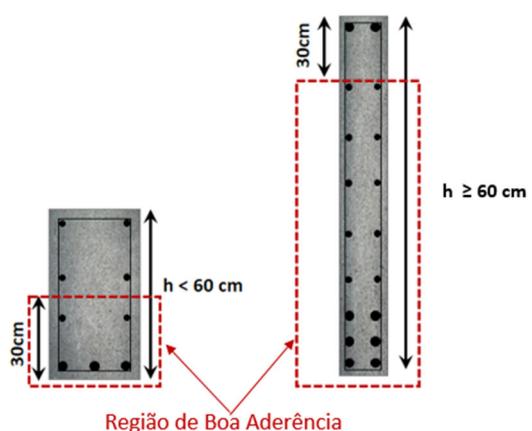


Figura 48 – Regiões de boa aderência

Em termos práticos, é improvável que seja necessária uma altura maior do que  $30\text{ cm}$  em uma escada. Portanto, podemos convencionar que todas as barras de nossas escadas terão boa aderência.

## 7.1.2 Resistência de Aderência – $f_{bd}$

Sabemos que a aderência diz respeito a eficiência da transmissão de tensões e que esse processo ocorre pelo contato. Nesse sentido, a resistência de aderência ( $f_{bd}$ ) pode ser entendida como uma tensão superficial que acontece na interface entre as barras e o concreto que as envolve. Na Figura 49 as tensões de tração, representadas pela seta que aponta para a direita, são transmitidas ao concreto através da tensão superficial (resistência de aderência -  $f_{bd}$ ). A NBR 6118:2014 define essa resistência, para armaduras passivas (concreto armado), através da Equação (7.1).



Figura 49 – Resistência de aderência

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} \quad (7.1)$$

Onde:

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c; *$$

$\eta_1 = 1,0$  para barras lisas;

$\eta_1 = 1,4$  para barras entalhadas;

$\eta_1 = 2,25$  para barras nervuradas;

$\eta_2 = 1,0$  para situações de boa aderência;

$\eta_2 = 0,7$  para situações de má aderência;

$\eta_3 = 1,0$  para  $\phi < 32$  mm;

$\eta_3 = (132 - \phi) / 100$ , para  $\phi \geq 32$  mm;

\* Usando a Equação (3.5), tomado  $\gamma_c = 1,4$ . Podemos definir  $f_{ctd}$  como:

$$\begin{aligned} f_{ctd} &= (0,3 \cdot 0,7 \cdot f_{ck}^{2/3}) / 1,4 \\ &\therefore \\ f_{ctd} &= 0,15 \cdot f_{ck}^{2/3} \end{aligned} \quad (7.2)$$

Para valores de  $f_{ck}$  até 50 MPa. Na expressão acima o valor de  $f_{ck}$  deve estar em MPa. De maneira objetiva, no projeto de estruturas de concreto armado, se usa predominantemente barras de aço CA-50 nervuradas e é incomum a utilização de barras com bitola maior do que 32 mm. Portanto, tomado como base essas premissas, podemos fixar, com uma boa segurança os valores de  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  e  $\eta_3$  como:

---

$\eta_1 = 2,25$ ;  
 $\eta_2 = 1,0$  ou  $0,7$  (boa e má aderência, respectivamente);  
 $\eta_3 = 1,0$ .

Portanto, podemos considerar, no caso de escadas, a expressão:

$$\begin{aligned}
 f_{bd} &= 2,25 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot f_{ctd} \\
 &\therefore \\
 f_{bd} &= 2,25 \cdot f_{ctd}
 \end{aligned} \tag{7.3}$$

## 7.2 Ancoragem

Sobre a ancoragem de armaduras, a NBR 6118:2014 comenta, no Item 9.4:

*"Todas as barras das armaduras devem ser ancoradas de forma que as forças a que estejam submetidas sejam integralmente transmitidas ao concreto, seja por meio de aderência ou de dispositivos mecânicos ou por combinação de ambos."*

Para nossas escadas, utilizaremos sempre a aderência como meio de transmitir as cargas ao concreto. Sobre a ancoragem por aderência, a norma menciona:

*"(A ancoragem por aderência) Acontece quando os esforços são ancorados por meio de um comprimento reto ou com grande raio de curvatura, seguido ou não de gancho..."*

Portanto, devemos dispor de um comprimento reto mínimo que garanta a entrega das tensões presentes na barra para o concreto. A norma, no subitem 9.4.2.4, chama esse tamanho de comprimento de ancoragem básico ( $L_b$ ), definindo-o como:

*"Comprimento reto de uma barra de armadura passiva necessário para ancorar a força-limite  $A_s \cdot f_{yd}$  nessa barra, admitindo-se, ao longo desse comprimento, resistência de aderência uniforme e igual a  $f_{bd}$ ..."*

### 7.2.1 Comprimento de Ancoragem Básico - $L_b$

A Figura 50 mostra em perspectiva o comprimento de ancoragem básico ( $L_b$ ), a área da seção transversal da barra ( $A_s$ ), a tensão normal na barra ( $f_{yd}$  – de cálculo do aço) e a resistência de aderência ( $f_{bd}$ ). Para determinarmos  $L_b$ , devemos considerar o equilíbrio das forças resultantes das tensões normais na barra ( $f_{yd}$ ) com as tensões superficiais de aderência ( $f_{bd}$ )

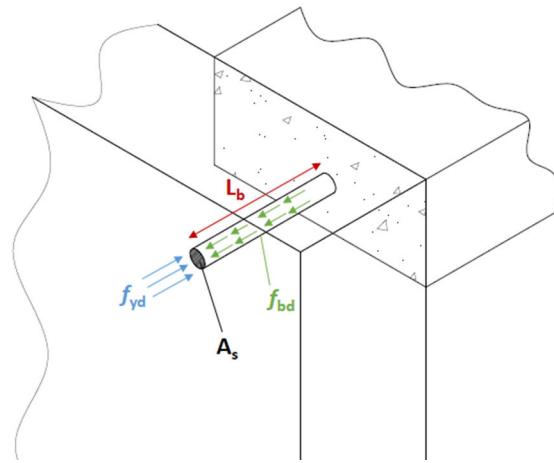


Figura 50 – Comprimento Básico de Ancoragem

Temos que, como indicado pela própria norma, a força resultante das tensões normais será:

$$F_{nr} = f_{yd} \cdot A_s \quad (7.4)$$

Onde:

$F_{nr}$  = Força normal resultante;

$f_{yd}$  = Resistência ao escoamento de cálculo do aço de armadura passiva;

$A_s$  = Área da seção transversal da barra.

Como a barra tem seção circular, de diâmetro  $\phi$ , podemos considerar:

$$F_{nr} = (f_{yd} \cdot \pi \cdot \phi^2) / 4 \quad (7.5)$$

Podemos definir a força resultante das tensões superficiais de aderência como:

$$F_{sr} = f_{bd} \cdot A_L \quad (7.6)$$

Onde:

$F_{nr}$  = Força lateral resultante;

$f_{bd}$  = Resistência de aderência;

$A_L$  = Área da superfície lateral da barra na região de ancoragem.

Calculando a área lateral da barra podemos ainda definir  $F_{sr}$  como:

$$F_{sr} = f_{bd} \cdot L_b \cdot \pi \cdot \phi \quad (7.7)$$

Portanto, podemos equilibrar as forças resultantes e assim isolar o comprimento de ancoragem básico através do seguinte raciocínio:

$$\begin{aligned} F_{nr} &= F_{sr} \\ &\therefore \\ f_{yd} \cdot A_s &= f_{bd} \cdot A_L \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \therefore \\
 & (F_{yd} \cdot \pi \cdot \phi^2) / 4 = F_{bd} \cdot L_b \cdot \pi \cdot \phi \\
 & \therefore \\
 & L_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \geq 25 \cdot \phi
 \end{aligned} \tag{7.8}$$

Lembra-se aqui que a norma exige que  $L_b$  seja maior ou igual  $25 \cdot \phi$ , onde  $\phi$  é o diâmetro da barra.

### 7.2.2 Comprimento de Ancoragem Necessário - $L_{b,nec}$

A NBR 6118:2014 ainda permite um ajuste no comprimento de ancoragem devido ao fato de que, raramente a área de aço efetiva ( $A_{s,ef}$ ) disposta no detalhamento é exatamente igual a área de aço calculado ( $A_{s,calc}$ ). Praticamente em todos os casos ocorre que  $A_{s,ef} > A_{s,calc}$ . Dessa maneira, a norma permite que calculemos um comprimento de ancoragem necessário ( $L_{b,nec}$ ), pela expressão:

$$L_{b,nec} = \alpha \cdot L_b \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq L_{b,min} \tag{7.9}$$

Onde:

$\alpha = 1,0$  para barras sem gancho;

$\alpha = 0,7$  para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho  $> 3 \cdot \phi$ ;

$L_b$  = Comprimento de ancoragem básico (Equação (7.8))

$L_{b,min}$  = é o maior valor entre  $0,3 L_b$ ,  $10 \phi$  e  $100$  mm.

### 7.2.3 Tabela de Comprimentos de Ancoragem

No dia a dia de um escritório de projetos de estruturas de concreto armado, é necessário se fazer alguns cálculos rápidos, manuais algumas vezes. Assim, a seguir, é mostrada uma tabela que resume os comprimentos de ancoragem básicos ( $L_b$ ) de acordo com o  $f_{ck}$ , a situação de aderência, e a presença ou não de gancho na ancoragem.

Utilizando a Equação (7.8), e considerando a resistência de aderência ( $f_{bd}$ ) como na Equação (7.3), podemos definir a seguinte tabela:

Tabela 7.1 – Comprimentos de Ancoragem Básicos

| $f_{ck}$ (MPa) | Boa Aderência   |                 | Má Aderência    |                 |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
|                | Sem Gancho      | Com Gancho      | Sem Gancho      | Com Gancho      |
| 25             | $38 \cdot \phi$ | $27 \cdot \phi$ | $54 \cdot \phi$ | $38 \cdot \phi$ |
| 30             | $34 \cdot \phi$ | $24 \cdot \phi$ | $48 \cdot \phi$ | $34 \cdot \phi$ |
| 35             | $31 \cdot \phi$ | $22 \cdot \phi$ | $43 \cdot \phi$ | $31 \cdot \phi$ |
| 40             | $28 \cdot \phi$ | $20 \cdot \phi$ | $40 \cdot \phi$ | $28 \cdot \phi$ |
| 45             | $26 \cdot \phi$ | $18 \cdot \phi$ | $37 \cdot \phi$ | $26 \cdot \phi$ |
| 50             | $24 \cdot \phi$ | $17 \cdot \phi$ | $34 \cdot \phi$ | $24 \cdot \phi$ |

## 7.3 Emendas Por Traspasse

A emenda de barras se torna necessária nas estruturas de concreto armado por alguns fatores como elementos estruturais longos, por exemplo, vigas com vãos maiores que 12 metros (lembre-se que as barras CA-50 são vendidas com comprimentos máximo de 12m), outra situação é o caso de pilar com pé direito muito alto. Nas escadas, uma emenda por traspasse será necessária nos patamares superiores, reveja a Figura 47.<sup>6</sup>

As emendas por traspasse são permitidas pela NBR 6118:2014 somente para barras com diâmetro inferior a 32 mm. No contexto das escadas, essa limitação não tem grandes implicações pois, como já comentado, é muito comum se armar escadas com barras de diâmetro máximo de 10 ou 12,5 mm.

### 7.3.1 Proporção das Barras Emendadas

Precisamos assimilar o conceito de proporção de barras emendadas. Ele diz respeito à quantidade relativa de barras dispostas em uma mesma seção transversal que podem ser emendadas. A norma comenta:

*“Consideram-se como na mesma seção transversal as emendas que se superpõem ou cujas extremidades mais próximas estejam afastadas de menos que 20 % do comprimento do trecho de traspasse.”*

Assim, tendo em mente os conceitos necessários para identificar se duas ou mais emendas estão ou não na mesma seção transversal teórica, podemos agora entender os

<sup>6</sup>

Mais detalhes e razão dessa necessidade serão abordados posteriormente.

critérios normativos para determinar a proporção de barras que podem ser emendadas em uma mesma seção transversal.

Para isso, a NBR 6118:2014 apresenta na Tabela 7.2. É importante dizer que as limitações impostas pela tabela dizem respeito a mesma seção transversal. Por exemplo, nos casos onde a proporção indicada é de 50 %, o que deve ser interpretado é que apenas 50% das barras que compõe a peça podem ser emendadas em uma mesma seção transversal.

No contexto de escadas, usaremos sempre barras de alta aderência em uma única camada para um carregamento estático. Portanto, podemos emendar por traspasse 100 % das barras em uma seção, como destacado na tabela. Essa possibilidade será de grande importância no detalhamento de escadas onde há um patamar na chegada de um lance (como a escada da Figura 47).

Tabela 7.2 – Proporção máxima de barras tracionadas emendadas

| Tipo de barra  | Situação                  | Tipo de carregamento |          |
|----------------|---------------------------|----------------------|----------|
|                |                           | Estático             | Dinâmico |
| Alta aderência | Em uma camada             | 100 %                | 100 %    |
|                | Em mais de uma camada     | 50 %                 | 50 %     |
| Lisa           | $\phi < 16 \text{ mm}$    | 50 %                 | 25 %     |
|                | $\phi \geq 16 \text{ mm}$ | 25 %                 | 25 %     |

Fonte: 6118:2014

### 7.3.2 Comprimento de Traspasse

Cientes de como determinar a proporção de barras que podem ser emendadas por traspasse na mesma seção (100% nas escadas), podemos agora entender como determinar o comprimento de traspasse para barras tracionadas<sup>7</sup>, isoladas ( $L_{ot}$ ). Observe a Figura 51 e note que  $L_{ot}$  é definido de uma extremidade de uma barra até a outra. Outro conceito que pode ser observado é o da distância livre entre as barras emendadas ( $Dist_L$ ).

<sup>7</sup> A NBR 6118:2014 também define o comprimento de traspasse para barras comprimidas ( $L_{oc}$ ). Contudo, nas escadas, todas as barras estarão tracionadas, como já convencionado ao longo do texto.

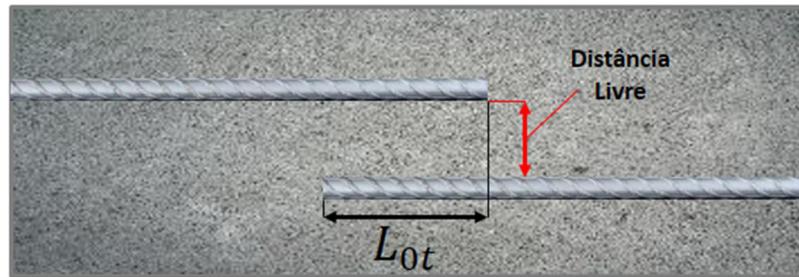


Figura 51 – Comprimento de traspasse

A NBR 6118:2014 comenta que, quando a distância livre entre barras for menor que  $4 \cdot \phi$  ( $0 < \text{Dist}_L \leq 4 \cdot \phi$ ), o comprimento de traspasse ( $L_{0t}$ ) pode ser determinado como:

$$L_{0t} = \alpha_{0t} \cdot L_{b,\text{nec}} \geq L_{0t,\min} \quad (7.10)$$

Onde:

$L_{b,\text{nec}}$  = Comprimento de ancoragem necessário (Equação (7.9));

$L_{0t,\min}$  = Maior valor entre  $[0,3 \cdot \alpha_{0t} \cdot L_b; 15 \cdot \phi; 200 \text{ mm}]$ ;

$\alpha_{0t}$  = Coeficiente da porcentagem das barras emendadas (ver Tabela 7.3).

Tabela 7.3 – Valores de  $\alpha_{0t}$

| Barras emendadas na mesma seção | $\leq 20$ | 25  | 33  | 50  | $> 50$ |
|---------------------------------|-----------|-----|-----|-----|--------|
| Valores de $\alpha_{0t}$        | 1,2       | 1,4 | 1,6 | 1,8 | 2,0    |

Fonte: NBR 6118:2014

Já que para escadas 100 % das barras podem ter emendas por traspasse, o valor do coeficiente  $\alpha_{0t}$  será sempre de  $\alpha_{0t} = 2,0$ . A norma ainda comenta que, quando a distância livre entre as barras for maior do que  $4 \cdot \phi$ , deve-se acrescentar a distância livre entre as barras ao comprimento de traspasse ( $L_{0t}$ ) calculado. Essa situação ocorre nas escadas e será mais bem explicada no próximo capítulo.

Por fim, é importante comentar que, apesar de o comprimento de traspasse ( $L_{0t}$ ) ser calculado em função do comprimento de ancoragem necessário ( $L_{b,\text{nec}}$  - Equação (7.9)), é razoável calculá-lo em função do comprimento de ancoragem básico ( $L_b$  - Equação (7.8), Tabela 7.1). Essa abordagem agiliza os cálculos e resulta sempre num comprimento de traspasse maior, ou seja, a favor da segurança. Teríamos, portanto:

$$L_{0t} = \alpha_{0t} \cdot L_b \geq L_{0t,\min} \quad (7.11)$$

# Capítulo 8

## Detalhamento

Lembre-se sempre que a única informação do seu projeto que chegará à obra são seus desenhos. Portanto, não adianta adotar modelos de cálculo rigorosos, premissas realistas do modelo de análise, realizar os cálculos e verificações com todo o rigor necessário se, no fim, o detalhamento não refletir a estrutura que foi pensada por você. Seu detalhamento deve sempre estar correto, com todas as informações necessárias à execução, deve ser muito claro e de fácil leitura. Neste capítulo, mostramos os elementos essenciais do detalhamento de cada tipo de escada abordado. Além disso, deixamos um anexo ao final da apostila com um checklist para o correto detalhamento.

### 8.1 Prescrições Normativas

Já compreendemos, no item 5.6 do Capítulo 5, como converter as áreas de aço determinadas no dimensionamento em barras. Também entendemos, ao longo de todo o Capítulo 7, como determinar os comprimentos de traspasse e ancoragem necessários. Nos resta apenas mais uma prescrição normativa pertinente e presente em quase todos os tipos de escada.

Trataremos, então, da mudança de direção de armaduras tracionadas. Sobre essa situação, a NBR 6118:2014 comenta:

*“Quando houver tendência à retificação de barra tracionada em regiões em que a resistência a esses deslocamentos seja proporcionada por cobrimento insuficiente de concreto, a permanência da barra em sua posição deve ser garantida por meio de estribos ou grampos convenientemente distribuídos. Deve ser dada preferência à substituição da barra por outras duas, prolongadas além do seu cruzamento e ancoradas conforme a Seção 9.”*

A Figura 52 ilustra as circunstâncias descritas pela norma. Perceba que, caso se utilize uma única barra dobrada (caso a), surgirá uma força resultante ( $R_t$ ) no nó onde ocorre a mudança de direção, fruto das forças de tração ( $F_t$ ) atuantes na barra. Perceba ainda que o sentido da resultante aponta para a região onde não há concreto além do

cobrimento adotado. Nessa situação a espessura que resistirá a essa resultante é pequena. A probabilidade de rompimento da peça aumenta.

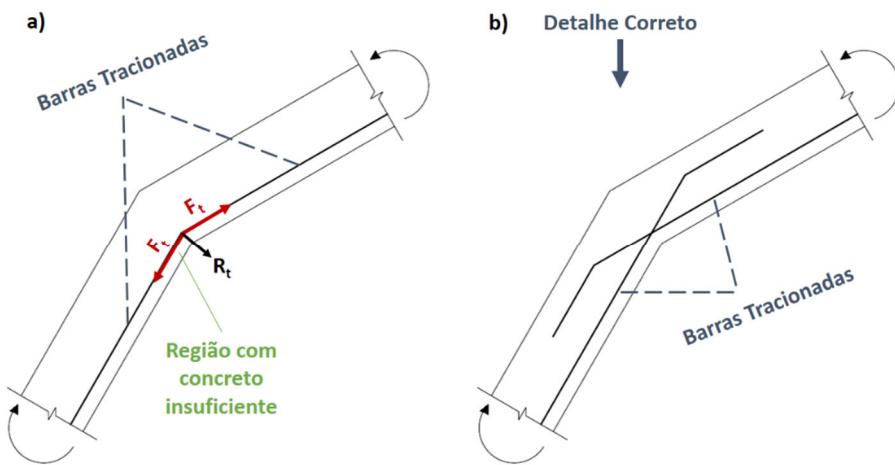


Figura 52 – Mudança de direção das armaduras

Na prática, essa situação gera fissurações no concreto abaixo das barras devido ao esforço gerado pela resultante  $R_t$ . Portanto, deve-se substituir a barra por outras duas, realizando a emenda por traspasse, como já demonstrado no Capítulo 7 e mostrado na Figura 52 b.

Nas escadas, ocorre a mudança de direção de barras tracionadas na interface entre lances e patamares. Isso pode acontecer de duas maneiras possíveis como na Figura 53. Na situação Situação I, não é necessário substituir a barra, pois a resultante  $R_t$  aponta para uma região maciça de concreto suficiente para resistir aos esforços gerados. Por outro lado, na Situação II, tem-se o caso descrito pela norma, portanto, é necessário substituir a barra por duas e realizar uma emenda por traspasse como mostrado.

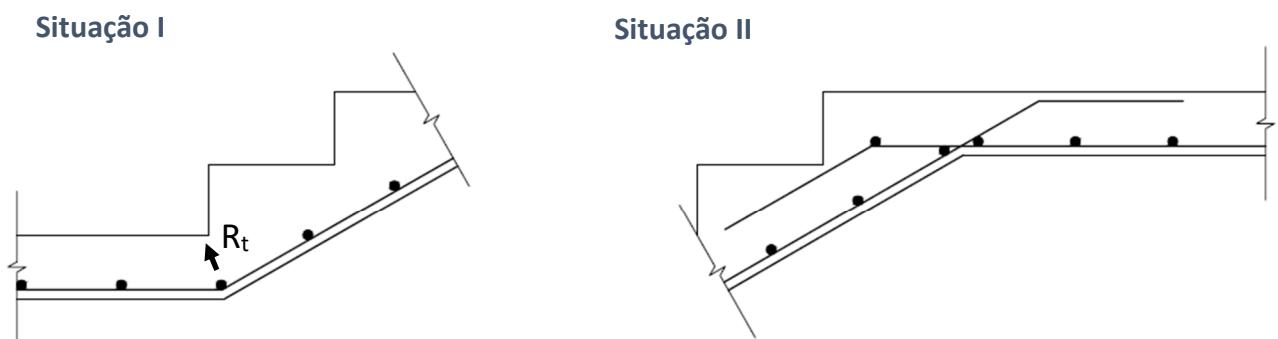


Figura 53 – Mudança de direção das armaduras

## 8.2 Elementos Essenciais de um Detalhamento

Devido a sua geometria diagonal e a armação quase sempre longitudinal, o principal detalhe da armadura de uma escada é o corte dos lances que a compõe, como na Figura 54.

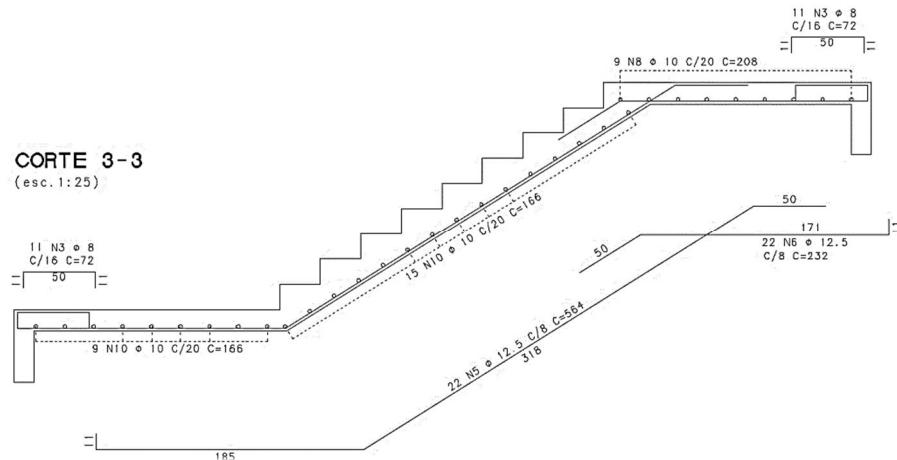


Figura 54 – Mudança de direção das armaduras

Há alguns aspectos a se destacar na imagem que devem estar presentes em qualquer corte de quaisquer um dos tipos de escadas abordados. Lembre-se que isso são recomendações que facilitam o entendimento do seu projeto.

- Deve-se representar lances com seus degraus e eventuais patamares, bem como os apoios, sejam eles vigas, montantes ou um “Pé”.
- As armaduras positivas principal e secundária, bem como a armadura negativa, devem ser representadas em suas posições reais dentro do contorno da escada moldada.
- Também deve-se destacar as armaduras longitudinais (positiva principal e negativa) fora do contorno da escada. Nesses destaque devem ser mostrados a nomenclatura “geral” e o valor de cada comprimento reto da barra (Figura 55).
- Os itens mínimos que devem constar no detalhamento da armadura são: quantidade, posição N, bitola, espaçamento e comprimentos (Figura 55)
- A nomenclatura da armadura secundária é indicada a partir de sua representação no próprio contorno da escada. Recomenda-se que ela seja discretizada para cada mudança de direção, observe que na Figura 54 há 3 indicações. Também é importante notar que a armadura secundária não adentra aos apoios.

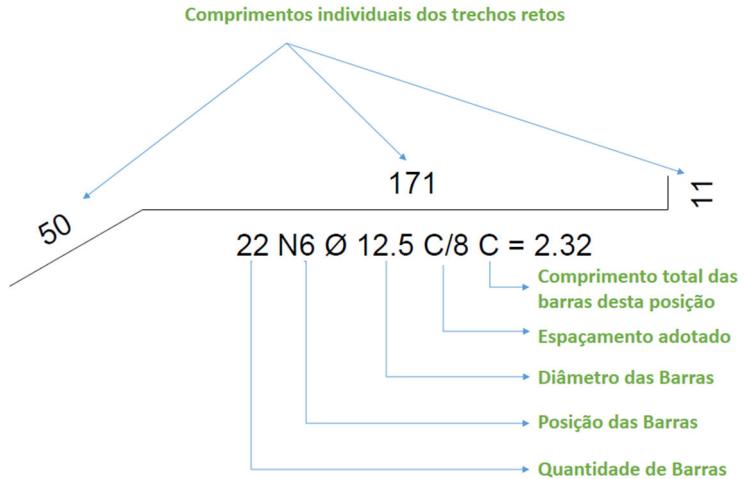


Figura 55 – Detalhe – Armadura Longitudinal - Exemplo

## 8.3 Recomendações de Detalhamento por Tipos de Escadas

### 8.3.1 Lances Longitudinais

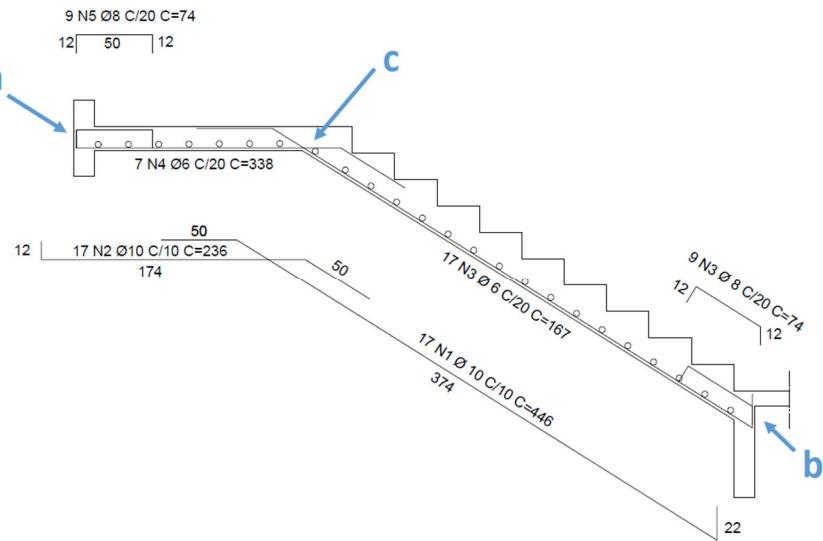


Figura 56 – Detalhamento Longitudinal

Como indicado na ilustração, há três regiões importantes que devem ser comentadas. Elas são os dois apoios e o traspasse:

- Região a:

Como mencionado, no Item 5.6, as barras da armadura longitudinal (positiva principal) da escada devem passar pelo menos 4 cm além do eixo teórico de apoio. Recomenda-se que sempre se use uma dobra para garantir uma melhor ancoragem. Na prática, deve-se levar a armadura principal da escada até a face externa da viga de apoio

(diminuído o cobrimento da viga) e dobrar a barra até uma altura que atinja o cobrimento da escada. A dobra será dada então por: espessura da escada menos duas vezes o cobrimento. No caso da Figura 57, a escada tem 16 cm de espessura e 2 cm de cobrimento.

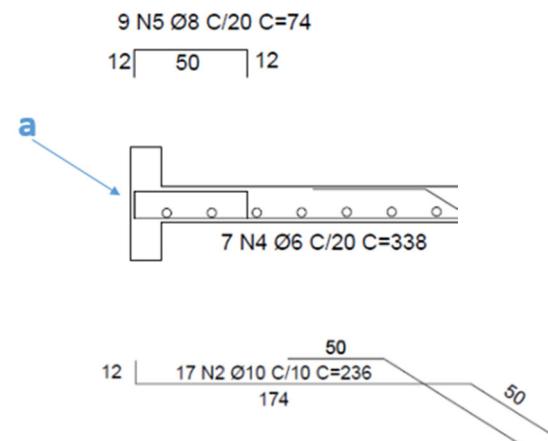


Figura 57 – Detalhe – Armadura Longitudinal – Região “a”

- Região b:

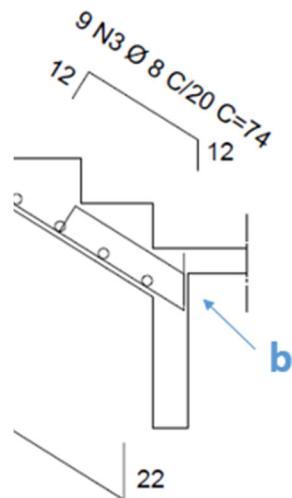


Figura 58 – Detalhe – Armadura Longitudinal – Região “b”

Na região b segue-se um raciocínio similar, contudo, como se trata de um lance chegando diretamente em uma viga, temos um encontro inclinado. Portanto, é importante que a barra seja prolongada na mesma direção do lance até o cobrimento da viga. Também deve-se notar que a dobra vai até o cobrimento superior da viga, nesses casos. Não é incomum, nesses casos, que dobra seja feita para baixo.

- Região c:

Nesta região ocorre a emenda por traspasse, como explicado no Item 8.1. No exemplo, temos:

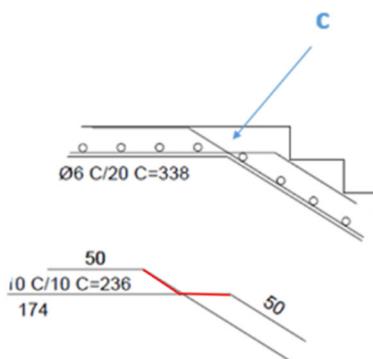


Figura 59 – Detalhe – Armadura Longitudinal – Região “c”

Para o diâmetro de 10 mm deste detalhamento, considerando que escadas são elementos de boa aderência, podemos determinar o comprimento de traspasse, utilizando a Equação (7.11), como:

$$L_{0,t} = 2 \cdot 34 \cdot 1 \text{ cm}$$

$$L_{0,t} = 2 \cdot 34 \cdot 1 \text{ cm} + 12$$

$$L_{0,t} = 80 \text{ cm.}$$

Na prática, teríamos 40 cm, para cada barra a contar do ponto de cruzamento. Os autores recomendam o uso de 50 cm no trecho reto como mostrado na Figura 59. Assim, se evita a necessidade de fazer contas e se ganha em agilidade no processo. Mesmo para barras de 125 mm de diâmetro esse valor é válido.

Adotar sempre 50 cm após o prolongamento das barras até o limite do cobrimento é uma abordagem “padrão” para se resolver esses traspasses. Vale ressaltar que ela resulta em um comprimento de traspasse maior do que o necessário, portanto, fica a critério do projetista calcular o valor “exato” ou adotar sempre esses 50 cm.

### 8.3.2 Detalhamento de Escada Plissada e do “Pé”

Nas escadas plissadas, com exceção de considerações específicas para determinação do peso próprio, todas as etapas a serem seguidas no projeto até a determinação da armadura são as mesmas de uma escada longitudinal. Veremos, portanto, as individualidades das armaduras de escadas plissadas e como representá-las em um corte.

A Figura 60 mostra o detalhamento de um lance de escada plissada. As duas principais diferenças são os nós ou dobras da armadura longitudinal e a presença de uma armadura superior.

É preciso pontuar que nas escadas plissadas simplesmente apoiadas, apesar de não haver momentos negativos, ocorre uma transferência de esforços dos pisos para os espelhos e vice versa. Nas escadas plissadas os nós dos degraus e os próprios degraus são elementos “vivos”, ou seja, eles têm função estrutural. Desta forma, devemos combater mecanismos de fissuração tanto no piso quanto no espelho. Deve haver aço suficiente nessas regiões para garantir que os esforços sejam devidamente resistidos e o concreto fissure o mínimo possível. Lembra-se que na escada longitudinal os degraus são meramente elementos de enchimento e sem função de resistir aos esforços, por isso não há necessidade de armadura.

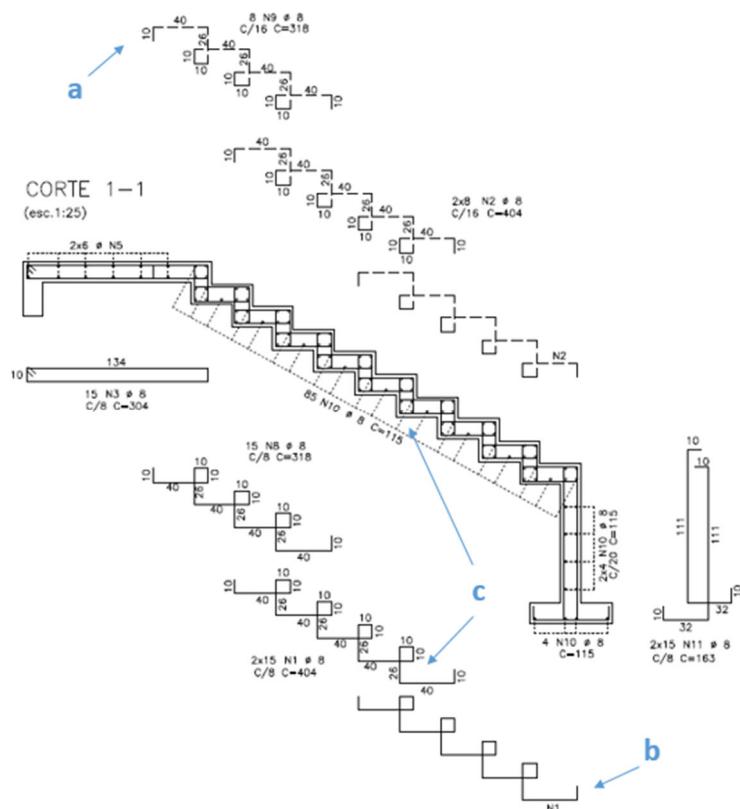


Figura 60 – Detalhe – Escada Plissada

Podemos ainda notar que:

- A armadura longitudinal deve ser ancorada de maneira idêntica as escadas longitudinais nas duas extremidades, com a dobra no limite do cobrimento do elemento de apoio, como mostram os destaques “a” e “b”. A definição de quantidade de barras, posição, bitola, espaçamento segue as indicações dispostas no item 8.2

- Perceba que as dobras da armadura positiva e superior seguem um certo padrão na maior parte do seu comprimento, com exceção das extremidades onde há a dobra de ancoragem. Observe a Figura 61.

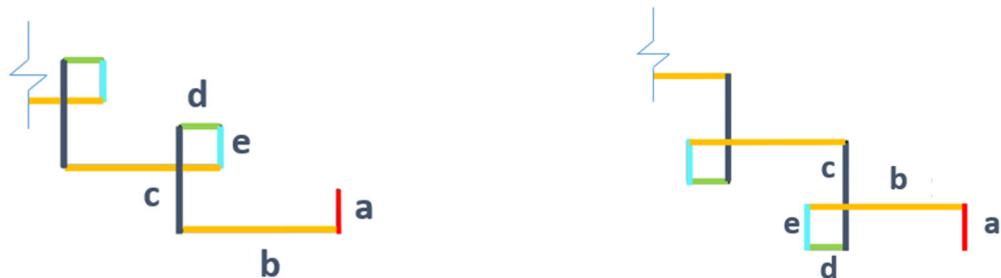


Figura 61 – Detalhe – Escada Plissada – Comprimentos Retos

Os comprimentos serão dados da seguinte forma:

$$a = \text{espessura} - 2 \cdot \text{cobrimento}; \quad (8.1)$$

$$b = \text{piso} + \text{espessura} - 2 \cdot \text{cobrimento}; \quad (8.2)$$

$$c = \text{espelho} + \text{espessura} - 2 \cdot \text{cobrimento}; \quad (8.3)$$

$$d = \text{espessura} - 2 \cdot \text{cobrimento}; \quad (8.4)$$

$$e = \text{espessura} - 2 \cdot \text{cobrimento}. \quad (8.5)$$

- Não se recomenda realizar mais do que 4 nós afim de não prejudicar a montagem, ou seja, se a barra dobrada ficar muito longa isso pode tornar lento o processo de montagem. Deve-se, portanto, realizar emendas por traspasse seguindo os critérios já comentados anteriormente. Recomenda-se que pelo menos um nó esteja na região de traspasse, como mostra indica o destaque “c” e na Figura 60.
- É critério normativo alocar uma barra em cada vértice da dobra da armadura\*. Essa função, nas escadas plissadas, é desenvolvida pela armadura secundária. Além disso, é recomendável colocar-se uma barra no meio de cada piso dependendo do tamanho do piso. Perceba também que a indicação da armadura secundária é feita de maneira similar as escadas longitudinais comuns. Esses detalhes são mostrados na Figura 62.

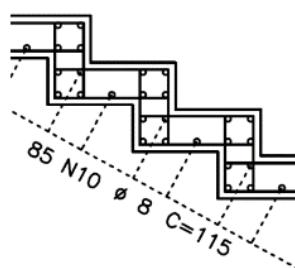


Figura 62 – Barras em vértices

\*O detalhe da escada “montada” pode parecer poluído de barras de armadura secundária, contudo, a exigência normativa é que apenas os vértices formados por dobra tenham uma barra transversal, como mostrado na Figura 63.

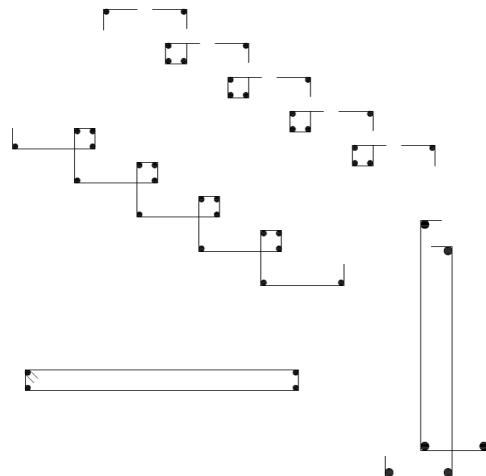


Figura 63 – Barras transversais nos vértices

- O arranjo geométrico da armadura do “Pé” é mostrado na Figura 64. Nele é utilizado o mesmo diâmetro e espaçamento das barras da armadura principal. Este elemento de suporte funciona como montante. Portanto não há flexão no seu eixo longitudinal.
- Também deve haver, no “Pé”, barras da armadura secundária, espaçadas geralmente de 20 cm, ao longo do comprimento vertical.
- O detalhamento do “Pé” aqui demonstrado se aplica também aos outros tipos de escada.

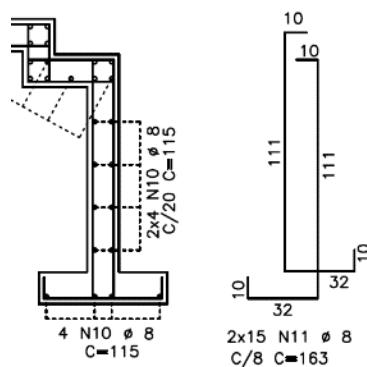


Figura 64 – Detalhe do pé

### 8.3.3 Lances Apoiados em Lances

Já foi comentado ao longo do Capítulo 4 que apoiar lances sobre lances nas escadas em “L”, “U” e em “O” é uma prática comum. Assim, nesta seção, pretende-se mostrar as principais nuances de como detalhar o apoio de um lance em outros lances. Tomaremos como exemplo a mesma escada demonstrada no Item 4.3 (Figura 65), com destaque em vermelho para os vãos de cálculo considerados.

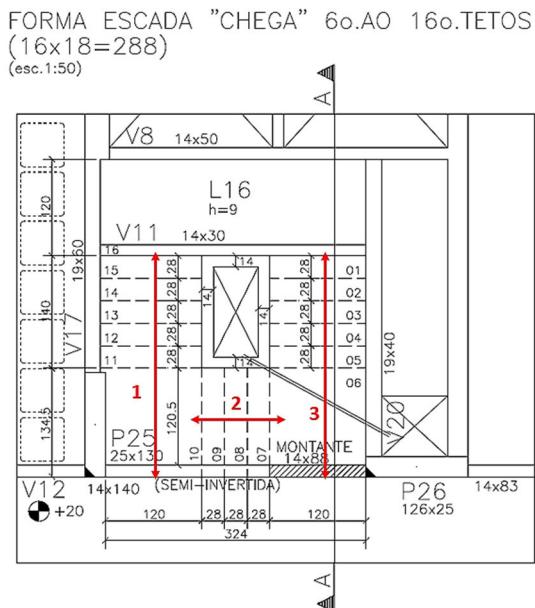


Figura 65 – Escada em “U” – planta detalhada

Os lances 1 e 3 são armados seguindo os mesmos critérios citados no Item 8.1, como pode ser observado na Figura 66 e Figura 67. Contudo, vale a pena ressaltar que na etapa de definição de cargas, deve ser adicionada a parcela da carga referente ao lance que está sendo apoiado. Ou seja, metade de toda a carga do Lance 2 será transferida e deverá ser considerada nos lances 1 e 3. Em outras palavras, o peso próprio, sobrecarga, pavimento e revestimento do Lance 2 deve ser considerado no cálculo do lance 1 e 3.

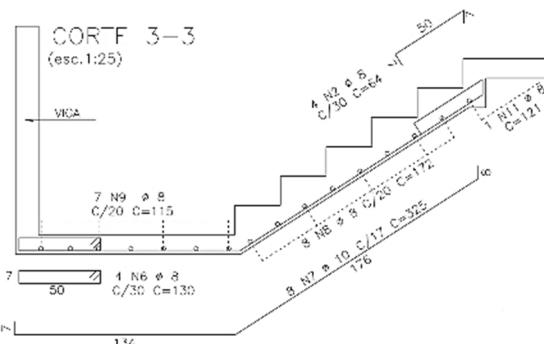


Figura 66 – Escada em “U” – Corte - Lance 1

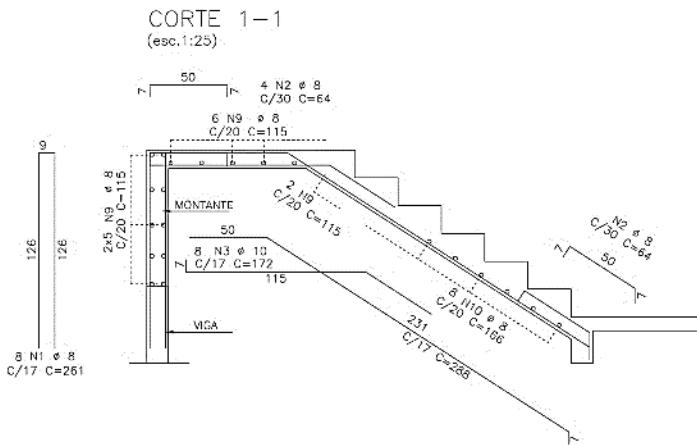


Figura 67 – Escada em “U” – Corte - Lance 3

O Lance 3 é mostrado na Figura 68. Perceba que a armadura principal é ancorada diretamente nos outros lances. Também é importante comentar que a mudança de direção nas barras tracionadas (N5) ocorre de maneira que a tendência de retificação da barra produz esforços na direção onde há espessura suficiente de concreto. Os textos e indicações seguem as mesmas orientações dispostas nos itens 8.2 e 8.3.1.

Perceba que há ainda uma indicação dizendo “APOIA SOBRE ARM. LANCE LONGITUDINAL”. Ela reforça para os executores que a armadura principal do Lance 2 deve ser apoiada sobre a armadura do Lance 3.

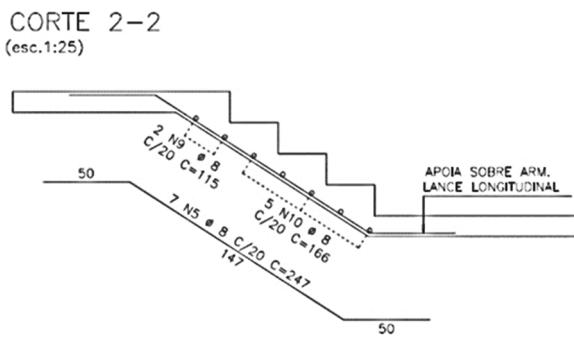


Figura 68 – Escada em “U” – Corte - Lance 2

### 8.3.4 Degraus em Balanço

Assim como seu modelo de análise estrutural, o detalhamento dos degraus em balanço é bem diferente dos projetos de escadas longitudinais e plissada. Só para exemplificar: existe momentos negativos ao longo de toda a peça e a armadura negativa

passa a ser principal. Além disso, há ainda a necessidade de estribos para combater os esforços de cisalhamento.

Vale ressaltar que apesar de serem elementos isolados, os degraus em balanço de uma mesma escada estarão sujeitos as mesmas hipóteses e considerações de carga e esforços que as escadas plissadas e em lajes longitudinais. Dessa maneira, basta que haja o detalhe de um degrau e uma indicação que sinalize que esse detalhe se aplica a todos os outros.

Como os degraus são armados individualmente, o corte é feito na direção longitudinal dos degraus e não no sentido do lance da escada. A Figura 69 mostra um exemplo de detalhamento de uma escada com degraus em balanço.

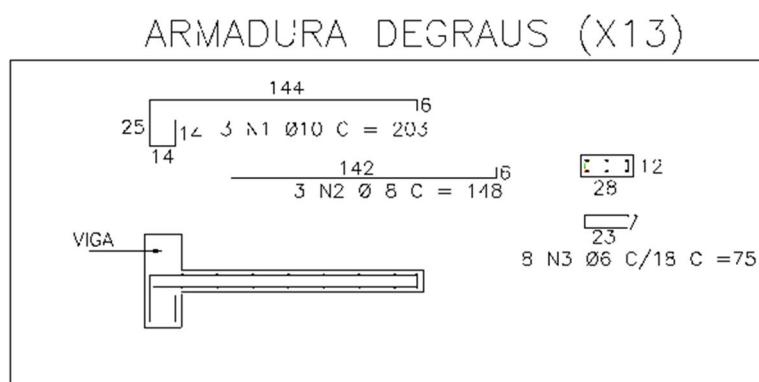


Figura 69 – Corte – Degrau em balanço

Destaca-se a seguir os principais aspectos de um detalhamento de um degrau em balanço:

- Observe a Figura 70. Deve-se ressaltar que a escada deve obedecer a Equação de Blondel. Contudo, a espessura do degrau (que compõe parte do espelho) deve ser determinada com base no aspecto estrutural. Em outras palavras, os espelhos serão considerados para a Equação de Blondel como a soma da altura livre entre os degraus com a espessura destes.

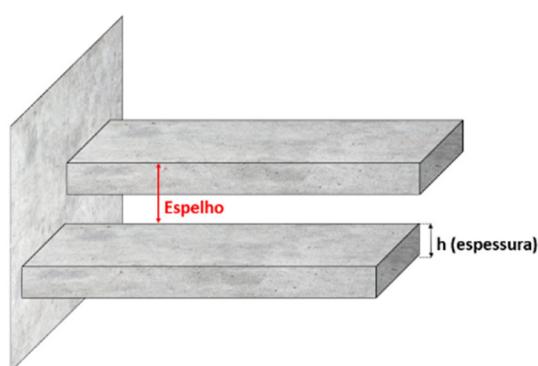


Figura 70 – Degraus em balanço - Espessura

- 
- Ancoragem da armadura principal (Negativa) e inferior:

Note que a ancoragem da armadura negativa na N1 (Figura 69) é realizada por meio de três dobras que formam uma espécie de “U”. Essa é uma postura conservadora que visa garantir o engaste do degrau na viga de apoio. Perceba também que a dobra ocorre “para baixo”, na direção do fundo da viga. A ancoragem das barras N2 não são rigorosas pois elas não têm função estrutural neste caso.

A dobra em “u” deve respeitar o cobrimento da viga nas duas primeiras dobras, a última dobra pode ser estendida até a altura da base do degrau.

- Quantidade de barras longitudinais de armadura negativa:

Recomenda-se que se utilize 3 ou 4 barras para compor a armadura principal. Vale ressaltar que a área de aço determinada nos degraus em balanço não é definida como uma taxa de armadura por metro, portanto, para se determinar a quantidade de barras necessárias para cada diâmetro comercial basta dividir a área de aço calculada pela área de uma barra do diâmetro analisado.

Uma abordagem mais profunda sobre o projeto deste tipo de escada será dada no item a seguir.

## 8.4 Exemplos

A seguir serão mostrados exemplos com abordagens um pouco mais detalhadas acerca do projeto de escadas. Serão abordadas as fases de definição de geometria, definição dos carregamentos, análise estrutural, dimensionamento, verificação e mostrados os detalhamentos prontos de alguns tipos de escadas. Todos esses exemplos foram retirados do curso online “PROJETO DE ESCADAS DE CONCRETO ARMADO”.

### 8.4.1 Lance Longitudinal

Considere o lance de escada com a geometria ilustrada abaixo, que será construída em uma escola. O pé direito é de 3,50 m. A largura do patamar é de 171 cm. Considere  $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$  e cobrimento de 2 cm.

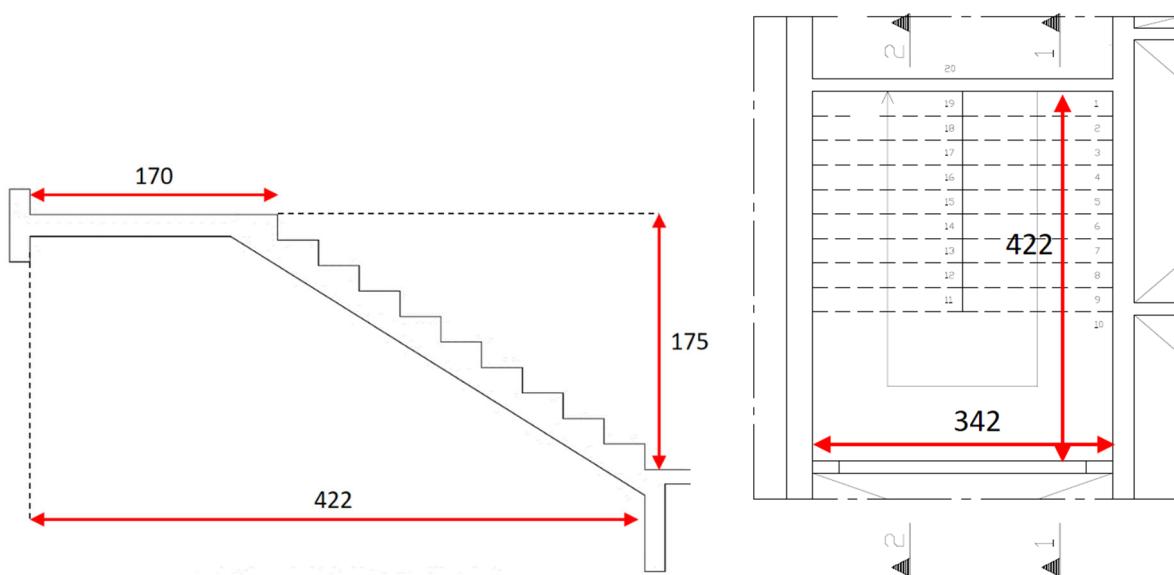


Figura 71 – Degraus em balanço - Espessura

## Geometria

Perceba que, neste caso, o comprimento máximo da projeção horizontal dos degraus será 252 cm (422 cm – 170 cm). Utilizando a equação de Blondel (equações (1.1), (1.2), (1.3)), temos as dimensões possíveis de espelhos e pisos:

| Comprimento do Espelho | Número de espelhos | Comprimento do Piso | Número de pisos |
|------------------------|--------------------|---------------------|-----------------|
| 16                     | 10,9               | 28                  | 9,0             |
| 16,5                   | 10,6               | 29                  | 8,7             |
| 17                     | 10,3               | 30                  | 8,4             |
| 17,5                   | 10,0               | 31                  | 8,1             |
| 18                     | 9,7                | 32                  | 7,9             |

Como os lances são simétricos, o número de pisos por lance é determinado devindo-se a projeção horizontal dos degraus pelo comprimento do piso analisado. De modo semelhante, o número de espelhos é determinado devindo-se o pé direito pela altura do espelho analisado.

Adotaremos 9 pisos de 28 cm e 10 espelhos de 17,5 cm, para cada um dos dois lances.

Para a espessura estimaremos a princípio 15 cm, com base na Tabela 1.1.

Considerando vigas de 14 cm de base, teremos um vão de cálculo  $L = 436\text{ cm}$  ( $422\text{ cm} + 7\text{ cm} + 7\text{ cm}$ ).

## Carregamentos

- Peso Próprio:

A altura média da escada será calculada pela Equação (2.2):

$$h_m = 1,15 \cdot 15 + 17,5/2$$

$$h_m = 26\text{ cm.}$$

$$PP = 2500 \cdot 0,26 = 650\text{ kgf/m}^2 \text{ (peso específico do concreto armado } 2500\text{ kgf/m}^3)$$

- Sobrecarga:

Pelo Quadro 2.1, temos:

$$SC = 300\text{ kgf/m}^2$$

- Pavimentação e Revestimento:

Estimaremos:

$$Pav + Rev = 100\text{ kgf/m}^2$$

- Carga Total:

$$q = 650 + 300 + 100 = 1050\text{ kgf/m}^2$$

## Análise Estrutural

Conforme a Equação (3.8), o momento característico será:

$$M_k = 1050 \cdot 4,36^2 / 8$$

$$M_k = 2495 \text{ kgf}\cdot\text{m}/\text{m}$$

O momento de cálculo será

$$M_d = 1,4 \cdot 2495 \text{ kgf}\cdot\text{m}/\text{m}$$

$$M_d = 3493 \text{ kgf}\cdot\text{m}/\text{m}$$

## Dimensionamento

1 – Armadura Principal:

Estimaremos  $d$  pela Equação (5.9):

$$d = 15 - 2 - 0,5$$

$$d = 12,5 \text{ cm}$$

Para garantir a compatibilidade de unidades, converteremos  $M_d$  de  $\text{kgf}\cdot\text{m}/\text{m}$  para  $\text{kgf}\cdot\text{cm}/\text{m}$ . Temos:

$$M_d = 349300 \text{ kgf}\cdot\text{cm}/\text{m}$$

Temos ainda que:

$$f_{cd} = 30 \text{ MPa}/1,4$$

$$f_{cd} = 21,43 \text{ MPa} \Rightarrow f_{cd} = 214,3 \text{ kgf}/\text{cm}^2$$

$$f_{yd} = 500 \text{ MPa}/1,15$$

$$f_{cd} = 434,8 \text{ MPa} \Rightarrow f_{cd} = 4348 \text{ kgf}/\text{cm}^2$$

Calcularemos a altura da linha neutra pela equação (5.7):

$$x = \frac{12,5}{0,8} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 349300}{0,85 \cdot 214,3 \cdot 100 \cdot 12,5^2}} \right)$$

$$x = 2,05 \text{ cm}$$

A área de aço principal será determinada pela Equação (5.8):

$$A_s = (0,68 \cdot 214,3 \cdot 100 \cdot 2,05) / 4348$$

$$A_s = 6,87 \text{ cm}^2/\text{m}$$

## 2 – Armadura Secundária:

Seguindo as indicações da Tabela 5.3, determinaremos:

$$i) A_s = 0,2 \cdot 6,87 = 1,37 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$ii) A_s = 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$iii) A_s = 0,5 \cdot 0,0015 \cdot 100 \cdot 15 = 1,13 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Portanto, teremos:

$$A_{sy} = 1,37 \text{ cm}^2/\text{m}$$

## 3 – Armadura Negativa:

$$A_{sneg} = 0,0015 \cdot 100 \cdot 15 = 2,25 \text{ cm}^2/\text{m}$$

## Verificação – ELS-DEF

Seguindo o roteiro apresentado no Item 6.4, teremos:

1 - A combinação de carga para o ELS será:

$$p = (1 \cdot 750 + 0,3 \cdot 350) \cdot 1,71 \quad (1,71 \text{ é a espessura do lance})$$

$$p = 1462,05 \text{ kgf/m}$$

2 - O momento de cálculo ( $M_a$ ) será:

$$M_a = 1462,05 \cdot 4,36^2 / 8$$

$$M_a = 3474,12 \text{ kgf}\cdot\text{m}$$

3 - Para o cálculo do momento de fissuração ( $M_r$ ), consideraremos a inércia bruta da peça ( $I_c$ ) e a resistência a tração direta do concreto ( $f_{ct}$ ), respectivamente como:

$$I_c = 1,71 \cdot 0,15^3 / 12$$

$$I_c = 0,0004809375 \text{ m}^4 \text{ ou } I_c = 48093,75 \text{ cm}^4$$

$$f_{ct} = f_{ct,m} = 0,3 \cdot 30^{2/3}$$

$$f_{ct} = f_{ct,m} = 2,90 \text{ MPa} \text{ ou } f_{ct} = f_{ct,m} = 29,0 \text{ kgf/cm}^2$$

daí,

$$M_r = 1,5 \cdot 29,0 \cdot 48093,75 / 7,5$$

$$M_r = 278943,75 \text{ kgf}\cdot\text{cm} \text{ ou } M_r = 2789,44 \text{ kgf}\cdot\text{m}$$

4 - Como  $M_a = 3474,12 \text{ kgf}\cdot\text{m} > M_r = 2789,44 \text{ kgf}\cdot\text{m}$ , deveremos determinar a inércia equivalente. Para isso, é necessário determinar o módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ ) e o momento de inércia da seção fissurada de concreto no Estádio II ( $I_{II}$ ), que por sua vez, exige que determinemos a altura da linha neutra para o Estádio II ( $x_{II}$ ):

$$E_{ci} = 1,0 \cdot 5600 \cdot \sqrt{30}$$

$$E_{ci} = 30672,46 \text{ MPa} \quad \text{ou} \quad E_{ci} = 306724,6 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_{cs} = [0,8 + 0,2 \cdot (30/80)] \cdot 30672,46 \text{ MPa}$$

$$E_{cs} = 26838,40 \text{ MPa} \quad \text{ou} \quad E_{cs} = 268384,0 \text{ kgf/cm}^2.$$

Para o aço CA-50,

$$E_s = 210000 \text{ Mpa} \quad \text{ou} \quad E_s = 2100000 \text{ kgf/cm}^2.$$

Podemos então determinar  $x_{II}$  e  $I_{II}$ , pela Equação (6.11) e (6.10), respectivamente:

$$x_{II}^2 + \frac{2 \cdot 6,87 \cdot \frac{2100000}{268384}}{171} x_{II} - \frac{2 \cdot 6,87 \cdot 12,5 \cdot \frac{2100000}{268384}}{171} = 0$$

$$x_{II}^2 + 0,628714 \cdot x_{II} - 7,858928 = 0$$

$$x_{II} = \frac{-0,628714 \pm \sqrt{0,628714^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7,858928)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{II} = 2,51 \text{ cm}$$

ou

$$x_{II} = -3,14 \text{ cm}$$

Portanto,  $x_{II} = 2,51 \text{ cm}$ .

Daí, teremos:

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{12} + b \cdot x_{II} \cdot \left(\frac{x_{II}}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2$$

$$I_{II} = \frac{171 \cdot 2,51^3}{12} + 171 \cdot 2,51 \cdot \left(\frac{2,51}{2}\right)^2 + \frac{2100000}{268384,0} \cdot 6,87 \cdot (12,5 - 2,51)^2$$

$$I_{II} = 6266,1164 \text{ cm}^4$$

A rigidez equivalente será (Equação (6.9)):

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \cdot \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{ii} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

$$(EI)_{eq,t0} = 268384 \cdot \left\{ \left( \frac{2789,44}{3474,12} \right)^3 \cdot 48093,75 + \left[ 1 - \left( \frac{2789,44}{3474,12} \right)^3 \right] \cdot 6266,1164 \right\}$$

$$(EI)_{eq,t0} = 7492533616 \text{ kgf} \cdot \text{cm}^2$$

---

5 - A flecha imediata será, de acordo com a Equação (6.2):

Note que  $p = 14,6205 \text{ kgf/cm}$

$$Y_i = \frac{5}{384} \cdot \frac{p \cdot L^4}{E \cdot I}$$

$$Y_i = \frac{5}{384} \cdot \frac{14,6205 \cdot 436^4}{7492533616 \text{ kgf}}$$

$$Y_i = 0,9182 \text{ cm}$$

A flecha máxima estimada será, pela Equação (6.13):

$$Y_t = 3 \cdot Y$$

$$Y_t = 3 \cdot 0,9182 \text{ cm}$$

$$Y_t = 2,75 \text{ cm}$$

A flecha limite para o vão desta escada será:

$$Y_{\lim} = L/250$$

$$Y_{\lim} = 436/250$$

$$Y_{\lim} = 1,74 \text{ cm}$$

6 - Portanto,  $Y_t = 2,75 \text{ cm} > Y_{\lim} = 1,74 \text{ cm}$ , ou seja, no critério de flecha nossa escada está reprovada. Devemos então aumentar a espessura da escada, redimensioná-la e então recalcular a flecha. Adotaremos 17 cm como nova espessura. A partir deste ponto, para fins didáticos, alguns cálculos serão abreviados e outros omitidos.

7 - Devemos então recalcular as cargas e redimensionar a escada para a nova espessura. Teremos:

- Peso Próprio:

A altura média da escada será recalculada pela equação (2.2):

$$h_m = 1,15 \cdot 17 + 17,5/2$$

$$h_m = 28,3 \text{ cm.}$$

$$p = 2500 \cdot 0,2830 \approx 708 \text{ kgf/m}^2$$

8 - As cargas de sobrecarga e a pavimentação e revestimento não dependem da espessura da escada, portanto, teremos como carga total:

$$q = 708 + 100 + 300$$

$$q = 1108 \text{ kgf/m}^2$$

9 - Os momentos característico e de cálculo novos serão:

$$M_k = 1108 \cdot 4,36^2 / 8$$

$$M_k \approx 2633 \text{ kgf} \cdot \text{m/m}$$

$$M_d = 2633 \cdot 1,4$$

$$M_d \approx 3686 \text{ kgf} \cdot \text{m/m}$$

$$M_d \approx 368600 \text{ kgf} \cdot \text{cm/m}$$

10 – A nova altura da linha neutra e área de aço serão:

- Armadura principal:

$$d = 17 - 2 - 0,5$$

$$d = 14,5 \text{ cm}$$

$$x = \frac{14,5}{0,8} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 368600}{0,85 \cdot 214,3 \cdot 100 \cdot 14,5^2}} \right)$$

$$x = 1,84 \text{ cm}$$

$$A_s = (0,68 \cdot 214,3 \cdot 100 \cdot 1,84) / 4348$$

$$A_s = 6,17 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Armadura Secundária:

$$A_s/s' = 0,2 \cdot 6,17 = 1,23 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s/s'' = 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s/s''' = 0,5 \cdot 0,0015 \cdot 100 \cdot 17 = 1,28 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Portanto, teremos:

$$A_{sy} = 1,28 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Armadura Negativa:

$$A_{sneg} = 0,0015 \cdot 100 \cdot 17 = 2,55 \text{ cm}^2/\text{m}$$

11 – Para a nova verificação de flecha, deveremos redefinir a combinação de carga p. Teremos:

$$p = (1 \cdot 808 + 0,3 \cdot 350) \cdot 1,71$$

$$p = 1561,23 \text{ kgf/m}$$

12 – O novo momento de cálculo para o ELS será:

$$M_a = 1561,23 \cdot 4,36^2 / 8$$

$$M_a = 3709,79 \text{ kgf}\cdot\text{m}$$

13 – O novo momento de fissuração será:

$$I_c = 1,71 \cdot 0,17^3 / 12$$

$$I_c = 0,0007001025 \text{ m}^4 \quad \text{Ou} \quad I_c = 70010,25 \text{ cm}^4$$

$$f_{ct} = f_{ct;m} = 2,90 \text{ MPa} \quad \text{ou} \quad f_{ct} = f_{ct;m} = 29,0 \text{ kgf/cm}^2$$

Portanto:

$$M_r = 1,5 \cdot 29,0 \cdot 70010,25 / 8,5$$

$$M_r = 358287,75 \text{ kgf}\cdot\text{cm} \quad \text{ou} \quad M_r = 3582,88 \text{ kgf}\cdot\text{m}$$

14 – Como  $M_a = 3709,79 \text{ kgf}\cdot\text{m} > M_r = 3582,88 \text{ kgf}\cdot\text{m}$ , deveremos estimar a rigidez equivalente para esta nova configuração. Sabemos que:

$$I_c = 70010,25 \text{ cm}^4$$

$$E_{cs} = 268384 \text{ kgf/cm}^2.$$

$$E_s = 2100000 \text{ kgf/cm}^2.$$

Podemos então determinar  $x_{II}$  e  $I_{II}$ , pela equação (6.11) e (6.10), respectivamente:

$$x_{II}^2 + \frac{2 \cdot 6,17 \cdot \frac{2100000}{268384}}{171} x_{II} - \frac{2 \cdot 6,17 \cdot 14,5 \cdot \frac{2100000}{268384}}{171} = 0$$

$$x_{II} = 2,59 \text{ cm}$$

ou

$$x_{II} = -3,16 \text{ cm}$$

Assim,  $x_{II} = 2,59 \text{ cm}$ .

Daí, teremos:

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{12} + b \cdot x_{II} \cdot \left(\frac{x_{II}}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2$$

$$I_{II} = \frac{171 \cdot 2,59^3}{12} + 171 \cdot 2,59 \cdot \left(\frac{2,59}{2}\right)^2 + \frac{2100000}{268384} \cdot 6,17 \cdot (14,5 - 2,59)^2$$

$$I_{II} = 7838,4368 \text{ cm}^4$$

A rigidez equivalente será (equação (6.9)):

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \cdot \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{ii} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

$$(EI)_{eq,t0} = 268384 \cdot \left\{ \left( \frac{3582,88}{3709,79} \right)^3 \cdot 70010,25 + \left[ 1 - \left( \frac{3582,88}{3709,79} \right)^3 \right] \cdot 7838,4368 \right\}$$

$$(EI)_{eq,t0} = 17135094840 \text{ kgf} \cdot \text{cm}^2$$

15 – As novas flechas imediata e total serão:

$$Y_i = \frac{5}{384} \cdot \frac{p \cdot L^4}{E \cdot I}$$

$$Y_i = \frac{5}{384} \cdot \frac{15,6123 \cdot 436^4}{17135094840 \text{ kgf}}$$

$$Y_i = 0,4287 \text{ cm}$$

A flecha máxima estimada será, pela equação (6.13):

$$Y_t = 3 \cdot Y$$

$$Y_t = 3 \cdot 0,4287 \text{ cm}$$

$$Y_t = 1,29 \text{ cm}$$

16 – Portanto  $Y_t = 1,29 \text{ cm} < Y_{lim} = 1,74 \text{ cm}$ . Com 17 cm de espessura, a escada “passou”. Podemos então partir para o detalhamento.

## Detalhamento

Dimensionamos uma escada com as seguintes características:

Espessura:  $h = 17 \text{ cm}$ ;

Área de aço da armadura principal:  $A_{sx} = 6,17 \text{ cm}^2/\text{m}$ ;

Área de aço da armadura secundária:  $A_{sy} = 1,28 \text{ cm}^2/\text{m}$ ;

Área de aço da armadura negativa:  $A_{sneg} = 2,55 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

A bitola máxima permitida será:

$$\phi_{\max} = 17 \text{ cm} / 8$$

$$\phi_{\max} = 2,125 \text{ cm} \text{ ou } 21,25 \text{ mm.}$$

Efetivamente,  $\phi_{\max} = 20 \text{ mm}$

O espaçamento máximo para a armadura principal será:

$$Esp_{\max} = \min(2 \cdot 17 \text{ cm}; 20 \text{ cm})$$

$$Esp_{\max} = 20 \text{ cm.}$$

Com base na Equação (5.11), teremos os espaçamentos possíveis:

| Diâmetro da Barra ( $\phi$ ) (mm) | Espaçamento da Armadura Principal (cm) | Espaçamento da Armadura Secundária (cm) | Espaçamento da Armadura Negativa (cm) |
|-----------------------------------|--|---|---------------------------------------|
| 6,3                               | 5                                      | 24                                      | 12                                    |
| 8                                 | 8                                      | 33                                      | 19                                    |
| 10                                | 12                                     | 33                                      | 30                                    |
| 12,5                              | 19                                     | 33                                      | 33                                    |
| 16                                | 20                                     | 33                                      | 33                                    |
| 20                                | 20                                     | 33                                      | 33                                    |

Adotaremos, portanto:

Armadura principal:  $\phi 10 \text{ C/ 12}$

Armadura secundária:  $\phi 6,3 \text{ C/ 20}$

Armadura negativa:  $\phi 10 \text{ C/ 24}$

Deste modo, podemos estimar a quantidade de barras para cada tipo de armadura.

Teremos:

- Armadura principal:

$$N_{bp} = 171 / 12$$

$$N_{bp} \approx 15 \text{ barras}$$

- Armadura secundária:

Como a armadura secundária é detalhada de maneira individual para cada trecho da escada (patamares e lances existentes) é mais prático definir a quantidade pelo próprio desenho.

- Armadura negativa:

$$N_{bs} = 171 / 24$$

$$N_{bs} \approx 8 \text{ barras}$$

O último parâmetro a ser determinado é o comprimento de traspasse das barras da armadura principal devido a mudança de direção que se faz necessária no patamar superior. Com base na Equação (7.10) e na Tabela 7.1, para uma situação de boa aderência sem gancho, teremos:

$$L_{0,t} = 2 \cdot 34 \cdot 1,0 + 13^*$$

$$L_{0,t} = 81 \text{ cm}$$

\* Como citado no Capítulo 7, a distância livre entre as barras deve ser adicionada ao comprimento de traspasse. Neste exemplo, com 17 cm de espessura e 2 cm de cobrimento, a distância livre será  $17 \text{ cm} - 2\text{cm} - 2 \text{ cm} = 13 \text{ cm}$ .

Precisaríamos, portanto, “avançar” 40,5 cm com cada barra, na mudança de direção do patamar superior. Contudo, adotaremos 50 cm de dobra, como mostra a Figura 72.

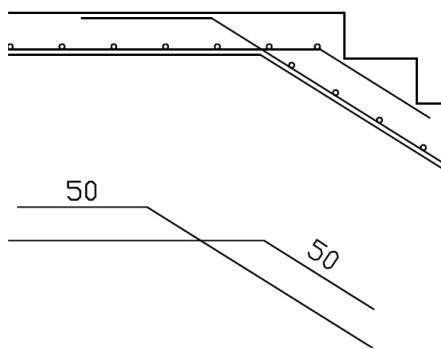


Figura 72 – Exemplo Longitudinal - Traspasse

Portanto, o detalhamento final do lance é mostrado na Figura 73.

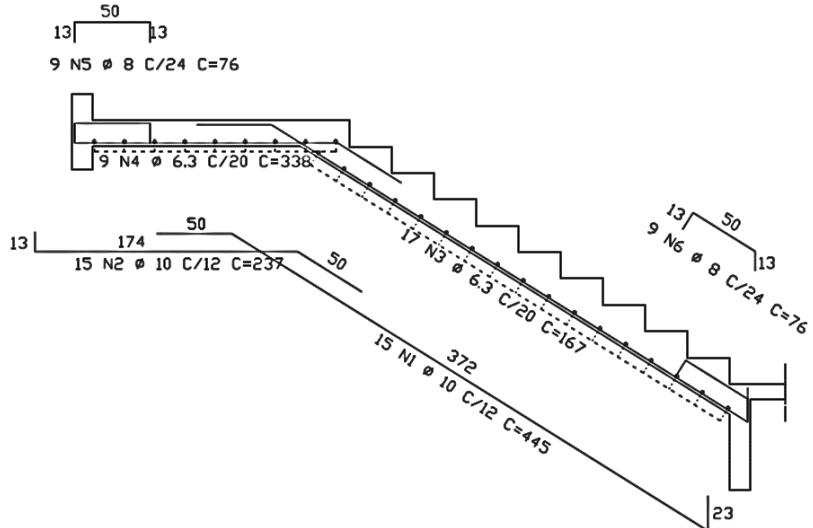


Figura 73 – Exemplo Longitudinal – Corte 1

### 8.4.1 Lance de Escada Plissada

Considere o lance de escada plissada com a geometria ilustrada abaixo, construída em uma residência. O pé direito é de 3,30 m. A largura do patamar é de 240 cm. Considere  $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$  e cobrimento de 2 cm.

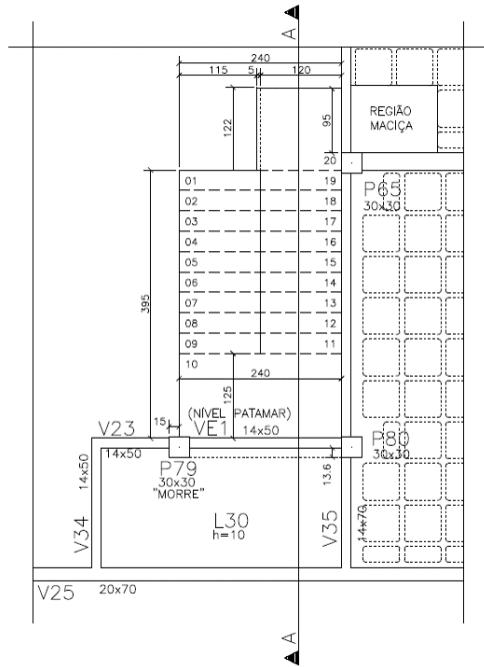


Figura 74 – Exemplo Escada Plissada – Planta

## Geometria

Neste exemplo, o comprimento máximo da projeção horizontal dos degraus é indicado como 395 cm. Vale comentar que o patamar superior (piso 20) da escada, do

ponto de vista estrutural, é uma extensão da laje em balanço. Portanto, utilizando a Equação de Blondel (equações (1.1), a (1.3)), teremos os arranjos possíveis:

| Comprimento do Espelho | Número de espelhos | Comprimento do Piso | Número de pisos |
|------------------------|--------------------|---------------------|-----------------|
| 16                     | 10,3               | 28                  | 9,7             |
| 16,5                   | 10,0               | 29                  | 9,3             |
| 17                     | 9,7                | 30                  | 9,0             |
| 17,5                   | 9,4                | 31                  | 8,7             |
| 18                     | 9,2                | 32                  | 8,5             |

Considerando que os lances são simétricos, o número de pisos por lance é determinado devindo-se a projeção horizontal dos degraus pelo comprimento do piso analisado. De semelhante modo, o número de espelhos é determinado devindo-se o pé direito pela altura do espelho analisado. Adotaremos 9 pisos de 30 cm e 10 espelhos de 6,5 cm, para cada um dos lances.

Para determinar a espessura consideraremos a Tabela 1.1. Porém, convém adicionar 1 cm ao valor estimado pela tabela. Essa abordagem visa garantir que, para a combinação quase permanente (combinação para a verificação do ELS-DEF – Equação (6.1)), a peça trabalhará sem alcançar o momento de fissuração ( $M_r$ ). O intuito é mitigar o surgimento de fissuras. Portanto, considerando a Tabela 1.1 com um vão de cálculo de  $395 \text{ cm} + 7 \text{ cm} + 10 \text{ cm} = 412 \text{ cm}$ :

$$h = 14 \text{ cm} + 1 \text{ cm}$$

$$h = 15 \text{ cm.}$$

## Carregamentos

- Peso Próprio:

A altura média da escada será calculada pela Equação (2.5):

$$h_m = 15 + (165/285) \cdot 15$$

$$h_m = 23,7 \text{ cm.}$$

$$PP = 2500 \cdot 0,237 = 593 \text{ kgf/m}^2 - (\text{peso específico do concreto armado } 2500 \text{ kgf/m}^3)$$

- Sobrecarga:

Pelo Quadro 2.1, temos:

---

$$SC = 250 \text{ kgf/m}^2$$

- Pavimentação e Revestimento:

Estimaremos:

$$Pav + Ver = 100 \text{ kgf/m}^2$$

- Carga Total:

$$q = 593 + 250 + 100 = 943 \text{ kgf/m}^2$$

## Análise Estrutural

Conforme a Equação (3.8), teremos que o momento característico será:

$$M_k = 943 \cdot 4,12^2 / 8$$

$$M_k \approx 2000 \text{ kgf}\cdot\text{m}/\text{m}$$

O momento de cálculo será

$$M_d = 1,4 \cdot 2000 \text{ kgf}\cdot\text{m}/\text{m}$$

$$M_d \approx 2800 \text{ kgf}\cdot\text{m}/\text{m}$$

## Dimensionamento

- 1 – Armadura Principal:

Estimaremos  $d$ , pela Equação (5.9):

$$d = 15 - 2,5 - 0,5^*$$

$$d = 12 \text{ cm}$$

\*Consideraremos um cobrimento de 2,5 devido a presença do estribo. Para garantir a compatibilidade de unidades, converteremos  $M_d$  de  $\text{kgf}\cdot\text{m}/\text{m}$  para  $\text{kgf}\cdot\text{cm}/\text{m}$ . Temos:

$$M_d = 280000 \text{ kgf}\cdot\text{cm}/\text{m}$$

Temos ainda que:

$$f_{cd} = 30 \text{ MPa}/1,4$$

$$f_{cd} = 21,43 \text{ MPa} \Rightarrow f_{cd} = 214,3 \text{ kgf/cm}^2$$

$$f_{yd} = 500 \text{ MPa}/1,15$$

$$f_{cd} = 434,8 \text{ MPa} \Rightarrow f_{cd} = 4348 \text{ kgf/cm}^2$$

Calcularemos a altura da linha neutra pela equação (5.7):

$$x = \frac{12}{0,8} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 280000}{0,85 \cdot 214,3 \cdot 100 \cdot 12^2}} \right)$$

$$x \approx 1,70 \text{ cm}$$

A área de aço principal será determinada pela equação (5.8):

$$A_s = (0,68 \cdot 214,3 \cdot 100 \cdot 1,70)/4348$$

$$A_s \approx 5,70 \text{ cm}^2/\text{m}$$

## 2 – Armadura Secundária:

Seguindo as indicações da Tabela 5.3, determinaremos:

$$A_s/s' = 0,2 \cdot 5,70 = 1,14 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s/s'' = 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s/s''' = 0,5 \cdot 0,0015 \cdot 100 \cdot 15 = 1,13 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Portanto, teremos:

$$A_{sy} = 1,14 \text{ cm}^2/\text{m}$$

## 3 – Armadura Negativa:

$$A_{sneg} = 0,0015 \cdot 100 \cdot 15 = 2,25 \text{ cm}^2/\text{m}$$

## Verificação – ELS-DEF

Seguindo o roteiro apresentado no Item 6.4, teremos:

1 - A combinação de carga para o ELS será:

$$p = (1 \cdot 692 + 0,3 \cdot 250) \cdot 1,20$$

---

$$p = 920,4 \text{ kgf/m}$$

2 - O momento de cálculo ( $M_a$ ) será (Equação (6.5)):

$$M_a = 920,4 \cdot 4,12^2 / 8$$

$$M_a = 1952,90 \text{ kgf}\cdot\text{m}$$

3 - Para o calculo do momento de fissuração ( $M_r$  – Equação (6.6)), consideraremos a inércia bruta da peça ( $I_c$ - Equação (6.7)) e a resistência a tração direta do concreto ( $f_{ct}$  - Equação (6.8)), respectivamente como:

$$I_c = 1,20 \cdot 0,15^3 / 12$$

$$I_c = 0,0003375 \text{ m}^4 \text{ ou } I_c = 33750 \text{ cm}^4$$

$$f_{ct} = f_{ct;m} = 0,3 \cdot 30^{2/3}$$

$$f_{ct} = f_{ct;m} = 2,90 \text{ MPa} \text{ ou } f_{ct} = f_{ct;m} = 29,0 \text{ kgf/cm}^2$$

daí,

$$M_r = 1,5 \cdot 29,0 \cdot 33750 / 7,5$$

$$M_r = 195750 \text{ kgf}\cdot\text{cm} \text{ ou } M_r = 1957,50 \text{ kgf}\cdot\text{m}$$

4 - Como  $M_a = 1952,90 \text{ kgf}\cdot\text{m} < M_r = 1957,50 \text{ kgf}\cdot\text{m}$  poderemos assumir que a peça trabalhará, para a carga  $p$ , no Eestádio I – sem fissura. Assim, poderemos utilizar o momento de inércia bruto da seção. Deveremos então determinar o módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ – Equação (6.4)):

$$E_{ci} = 1,0 \cdot 5600 \cdot \sqrt{30} \text{ (Equação (6.3))}$$

$$E_{ci} = 30672,46 \text{ Mpa} \text{ ou } E_{ci} = 306724,6 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_{cs} = [0,8 + 0,2 \cdot (30/80)] \cdot 30672,46 \text{ MPa}$$

$$E_{cs} = 26838,40 \text{ Mpa} \text{ ou } E_{cs} = 268384,0 \text{ kgf/cm}^2.$$

Portanto, poderemos determinar a rigidez da peça será:

$$EI = 268384 \cdot 33750$$

$$EI = 9057960000 \text{ kgf} \cdot \text{cm}^2$$

---

5 - A flecha imediata será, de acordo com a Equação (6.2):

Note que  $p = 9,204 \text{ kgf/cm}$

$$Y_i = \frac{5}{384} \cdot \frac{p \cdot L^4}{E \cdot I}$$

$$Y_i = \frac{5}{384} \cdot \frac{9,204 \cdot 412^4}{9057960000 \text{ kgf}}$$

$$Y_i = 0,3812 \text{ cm}$$

A flecha máxima estimada será, pela equação (6.13):

$$Y_t = 3 \cdot Y$$

$$Y_t = 3 \cdot 0,3812 \text{ cm}$$

$$Y_t = 1,14 \text{ cm}$$

A flecha limite para o vão desta escada será:

$$Y_{\lim} = L/250$$

$$Y_{\lim} = 412/250$$

$$Y_{\lim} = 1,65 \text{ cm}$$

6 - Portanto,  $Y_t = 1,14 \text{ cm} < Y_{\lim} = 1,65 \text{ cm}$ . A escada “passou”. Podemos então seguir para o detalhamento.

## Detalhamento

Dimensionamos uma escada com as seguintes características:

Espessura:  $h = 15 \text{ cm}$ ;

Área de aço da armadura principal:  $A_{sx} = 5,70 \text{ cm}^2/\text{m}$ ;

Área de aço da armadura secundária:  $A_{sy} = 1,14 \text{ cm}^2/\text{m}$ ;

Área de aço da armadura negativa:  $A_{sneg} = 2,55 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

A bitola máxima permitida será:

$$\phi_{\max} = 15 \text{ cm} / 8$$

$$\phi_{\max} = 1,875 \text{ cm ou } 1,875 \text{ mm.}$$

Efetivamente,  $\phi_{\max} = 16 \text{ mm}$

O espaçamento máximo para a armadura principal será:

$$Esp_{\max} = \min(2 \cdot 15 \text{ cm}; 20 \text{ cm})$$

$$Esp_{\max} = 20 \text{ cm.}$$

Com base na Equação (5.11), teremos os espaçamentos possíveis:

| Diâmetro da Barra ( $\phi$ ) (mm) | Espaçamento da Armadura Principal (cm) |
|-----------------------------------|--|
| 6,3                               | 5                                      |
| 8                                 | 8                                      |
| 10                                | 13                                     |
| 12,5                              | 20                                     |
| 16                                | 20                                     |

Adotaremos, portanto:

Armadura principal:  $\phi 8 \text{ C/8}$ .

Sabemos que nas escadas plissadas, as armaduras secundárias são dispostas nos vértices das dobras da armadura principal e ao longo dos patamares. Utilizaremos dessa maneira o mesmo diâmetro da armadura principal. Nos patamares utilizaremos um espaçamento de 20 cm.

Armadura secundária nos lances:  $\phi 8$  nos vértices e meio dos pisos.

Armadura secundária nos patamares:  $\phi 8 \text{ C/20}$ .

Devemos também lembrar que, por ser uma escada plissada, utilizaremos uma armadura superior ao longo dos lances e dos patamares. Como vimos, o  $A_s$  para essa armadura negativa é  $2,25 \text{ cm}^2$ . Adotaremos então para esta armadura o mesmo diâmetro da armadura positiva, contudo o seu espaçamento será dobrado nos lances. Assim, a montagem é facilitada. Nos patamares, as armaduras principal e superior são formadas pela mesma barra, dobrada de modo semelhante a um estribo.

Armadura superior:  $\phi 8 \text{ C/16}$ .

Deste modo, podemos estimar a quantidade de barras da armadura principal e superior. Teremos:

- Armadura principal:

$$N_{bp} = 120 / 8$$

$$N_{bp} \approx 15 \text{ barras}$$

- Armadura superior:

$$N_{bs} = 120 / 16$$

$$N_{bs} \approx 8 \text{ barras}$$

O último parâmetro a ser determinado é o comprimento de traspasse das barras da armadura principal. Vale lembrar, que nas escadas plissadas armadas com “nós de cachorro”, como será o caso desta, não se recomenda fazer mais do que 4 nós seguidos. Por isso devemos verificar o comprimento de traspasse. Com base na Equação (7.10) e na Tabela 7.1, considerando uma situação de boa aderência sem gancho, teremos:

$$L_{0,t} = 2 \cdot 34 \cdot 0,8$$

$$L_{0,t} = 55 \text{ cm}$$

Precisaríamos, portanto, de um traspasse de 55 cm entre barras. Como já recomendado, vamos garantir que pelos menos um nó de cada barra seja comum ao traspasse, como mostra a Figura 75.

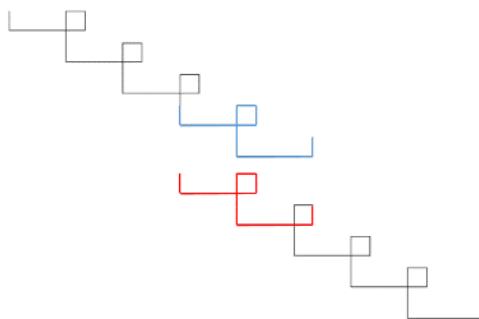


Figura 75 – Exemplo Escada Plissada – Comprimento de Traspasse

Além disso, podemos determinar os comprimentos de cada trecho do nó, conforme as equações (8.1) a (8.5). Teremos:

$$a = 15 - 2 \cdot 2,5 = 10 \text{ cm}$$

$$b = 30 + 15 - 2 \cdot 2,5 = 40 \text{ cm}$$

$$c = 16,5 + 15 - 2 \cdot 2,5 = 26,5 \text{ cm (usaremos 26)}$$

$$d = 15 - 2 \cdot 2,5 = 10 \text{ cm}$$

$$e = 15 - 2 \cdot 2,5 = 10 \text{ cm}$$

Dessa maneira, a barra terá os comprimentos como indicado na Figura 76.

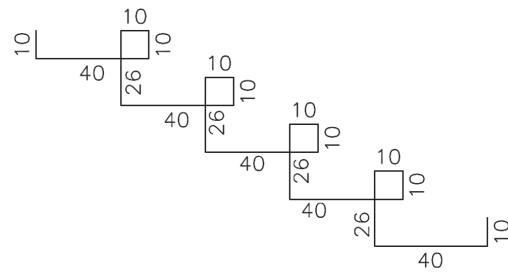


Figura 76 – Exemplo Escada Plissada – Comprimentos de Trechos Retos

Portanto, o detalhamento final para o corte 1 é mostrado na Figura 77.

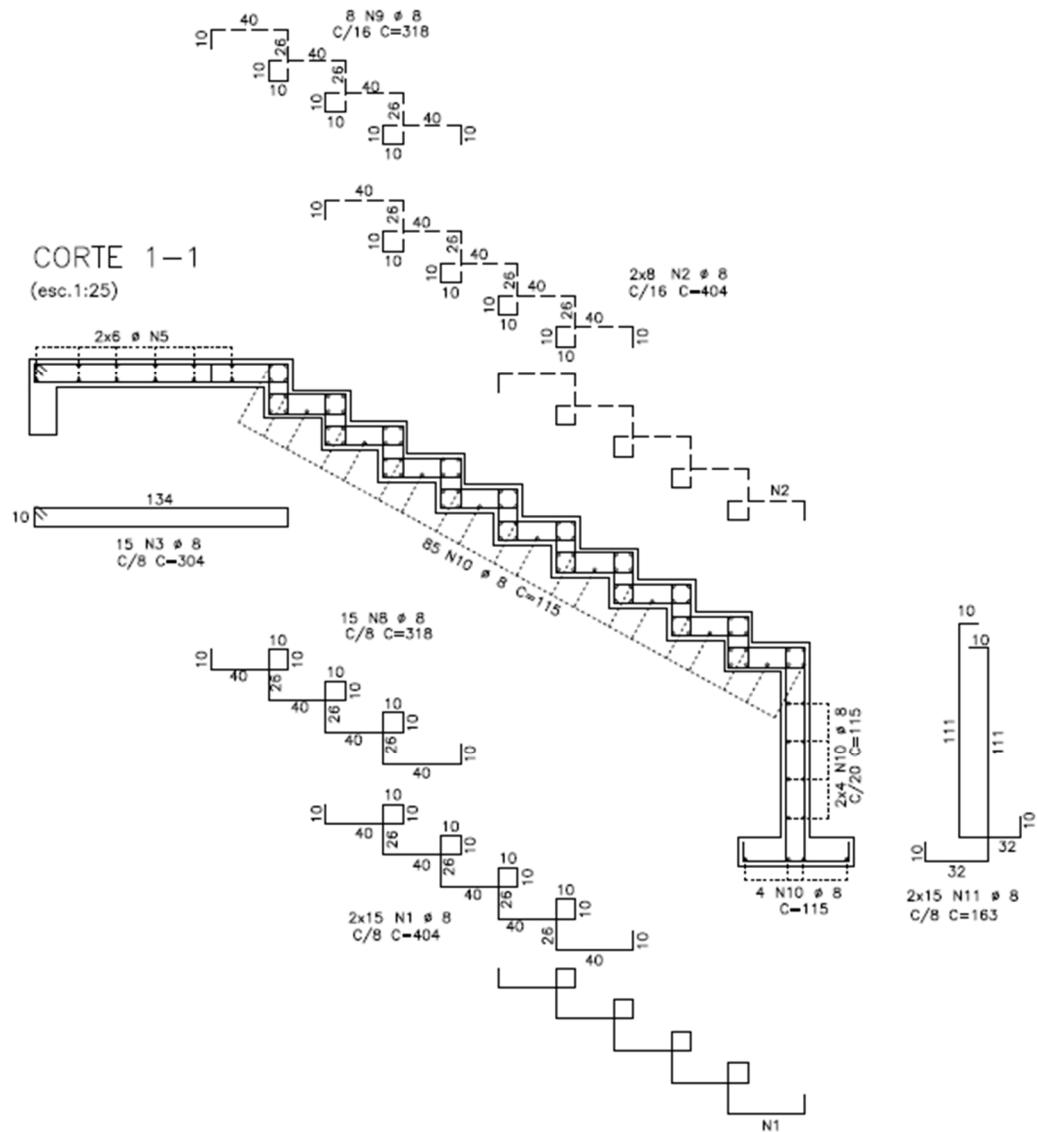


Figura 77 – Exemplo Escada Plissada – Corte 1

## 8.4.1 Escada em “U” e em “O” – Lance Apoiado em Outros Lances

A definição da geometria, a análise estrutural e o dimensionamento de cada lance seguem os mesmos passos e recomendações das escadas longitudinais. A diferença nas escadas em U e O é a necessidade da consideração das cargas que “chegam” do(s) lance(s) apoiado(s). Em outras palavras, neste tipo de escada é comum termos lances que são suportados por outros lances. Nesse caso é preciso computar as reações nos lances que servem de apoio. Neste exemplo é mostrado como proceder nestes casos. Usaremos como exemplo o trecho da escada em “U” mostrado na Figura 78.

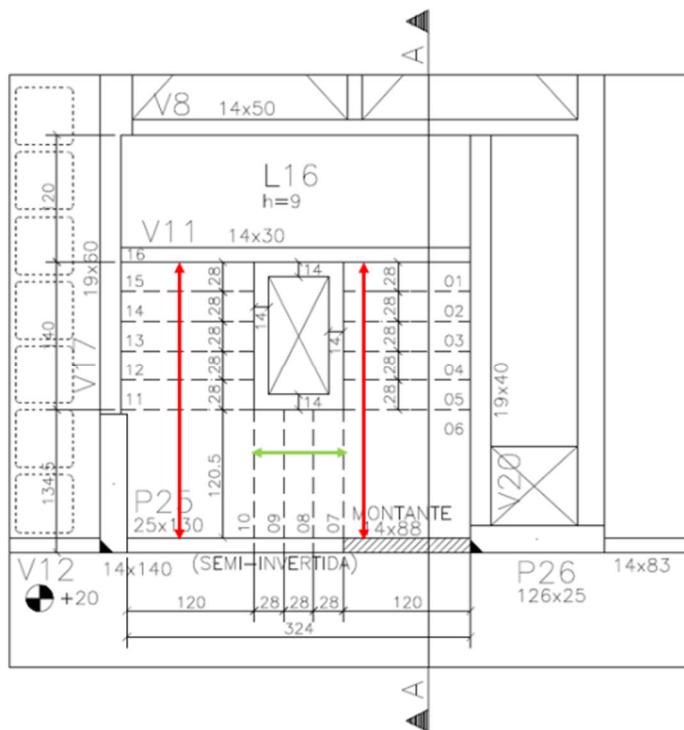


Figura 78 – Exemplo Escada em “U”

## Geometria

A geometria determinada para este trecho de escada segue a Equação de Blondel (). São 16 degraus de 18 cm de espelho (contando com os patamares) e pisos de 28 cm. Para a definição da espessura, devemos fazer a análise considerando os “vãos principais” (em vermelho na Figura 78), ou seja, aqueles que apoiarão um ou mais lances. A Tabela 1.1 e a Equação não devem ser aplicadas diretamente nestes casos, pois as cargas deste lance serão maiores do que usualmente seriam devido a reação que receberão do lance apoio. Portanto, como recomendamos que seja adicionados 2 cm além dos determinados pela Tabela 1.1. No lance apoiado, a espessura será a mesma dos lances principais. Para o comprimento de 260,5 cm dos lances, teremos:

$$h = 10 \text{ cm (Tabela 1.1)} + 2 \text{ cm}$$

$$h = 12 \text{ cm.}$$

Vale lembrar que neste tipo de escada, há um “dente” (ver Figura 28) nas bordas internas dos lances da escada. Esse dente existe para servir de suporte à alvenaria de fechamento do fosso. A carga dessa parede deve ser considerada no lance da escada.

## Carregamentos

Devemos estimar as cargas dos lances apoiados e que apoiam, nesta ordem, separadamente.

### Lance apoiado (Degraus 07 a 09Figura 78)

- Peso Próprio:

A altura média da escada será calculada pela Equação (2.2):

$$h_m = 1,15 \cdot 12 + 16/2$$

$$h_m = 21,8 \text{ cm.}$$

$$PP = 2500 \cdot 0,218 = 545 \text{ kgf/m}^2$$

- Sobrecarga:

Pelo Quadro 2.1, temos:

$$SC = 300 \text{ kgf/m}^2$$

- Pavimentação e Revestimento, estimaremos:

$$Pav + Rev = 100 \text{ kgf/m}^2$$

Como mostra a Figura 79, também deveremos computar a carga da alvenaria que se apoia no “dente” presente neste lance. Pela Tabela 2.1, considerando uma alvenaria de blocos cerâmicos vazados ( $\gamma_{alv} = 200 \text{ kgf/m}^3$ ) e utilizando a Equação (2.7), teremos:

$$Q_{pp} = (200 \cdot 2,88 \cdot 0,56)/(1,20 \cdot 0,84)$$

$$Q_{pp} = 320 \text{ kgf/m}^2$$

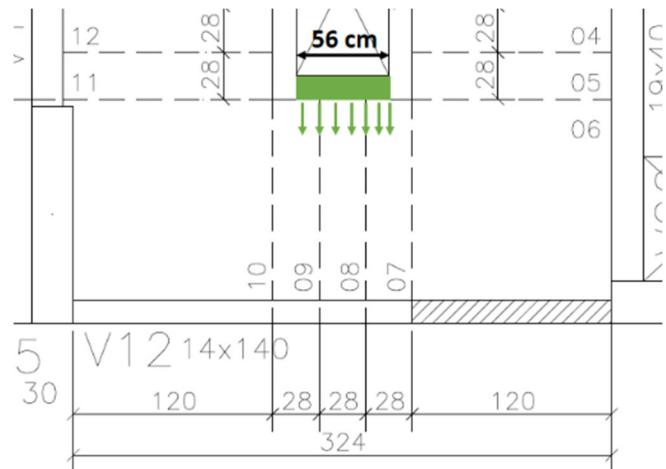


Figura 79 – Exemplo Escada em “U” - Lance Apoiado

A carga total será, portanto:

$$q_t = 545 + 300 + 100 + 320$$

$$q_t = 1265 \text{ kgf/m}^2$$

Devemos então calcular a carga total efetiva para então distribuir metade dela aos lances de apoio como ilustrado na Figura 80.

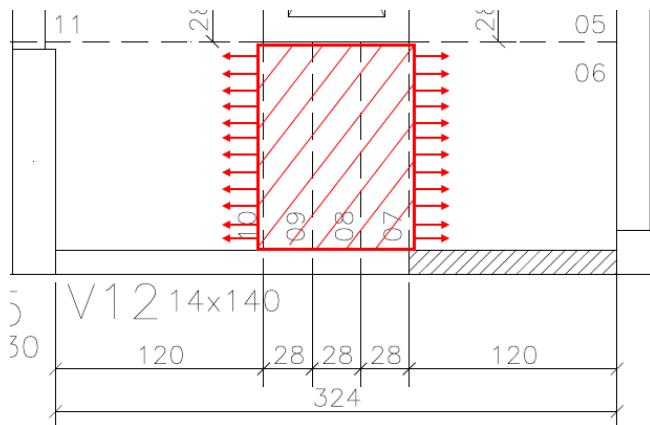


Figura 80 – Exemplo Escada em “U” – Distribuição das Cargas

Sabendo que a largura do lance é de 120 cm e o comprimento  $3 \cdot 28 = 84 \text{ cm}$ , teremos:

$$q_{\text{ef}} = 1265 \cdot (1,20 \cdot 0,84)$$

$$q_{\text{ef}} \approx 1275 \text{ kgf}$$

Consideraremos que metade desta carga efetiva será transferida aos lances de apoio. Para fins didáticos, chamaremos essa carga de “carga de apoio” ( $q_{\text{ap}}$ ). Assim:

$$q_{\text{ap}} = 1275 \text{ kgf /2}$$

$$q_{\text{ap}} = 637,5 \text{ kgf}$$

### Lances que apoiam (Degraus 01 a 06 e 10 a 16)

Perceba que, do ponto de vista estrutural, esses dois lances são iguais, pela semelhança geométrica, das cargas e condições de apoio. Portanto, analisaremos o lance que vai dos degraus 01 ao 06 e o que for determinado para ele também valerá para o lance que vai dos degraus 10 a 16. Teremos:

- Peso Próprio:

A altura média da escada será calculada pela Equação (2.2):

$$h_m = 1,15 \cdot 12 + 16/2$$

$$h_m = 21,8 \text{ cm}$$

$$PP = 2500 \cdot 0,218 = 545 \text{ kgf/m}^2$$

- Sobrecarga:

Pelo Quadro 2.1, temos:

$$SC = 300 \text{ kgf/m}^2$$

- Pavimentação e Revestimento, estimaremos:

$$Pav + Rev = 100 \text{ kgf/m}^2$$

Devemos ainda considerar a carga de alvenaria apoiada no dente na região dos degraus e a carga de apoio que vem do lance apoiado na região do patamar (Figura 81). Teremos:

- Alvenaria:

A alvenaria se distribui ao longo de 5 degraus, com pé direito de 2,88, temos:

$$q_{pp} = (200 \cdot 2,88 \cdot 1,40)/(1,20 \cdot 1,40)$$

$$q_{pp} = 480 \text{ kgf/m}^2$$

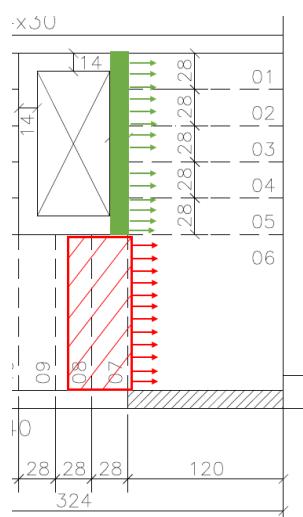


Figura 81 – Exemplo Escada em “U” – Distribuição das Cargas – Lance 01 a 06

- Carga de apoio:

A reação de apoio do vão secundário foi de  $q_{ap} = 637,5 \text{ kgf}$ . Distribuindo essa carga somente no patamar do lance teremos:  $637,5/(1,2 \cdot 1,2) = 442,7 \text{ kgf/m}^2$ . Como esta carga é da mesma ordem de grandeza da carga de alvenaria da região dos degraus ( $480 \text{ kgf/m}^2$ ) assumiremos que todo o lance está submetido a esta carga extra de  $480 \text{ kgf/m}^2$ . A carga total será, portanto:

$$q_t = 545 + 300 + 100 + 480 = 1425 \text{ kgf/m}^2$$

## Análise Estrutural

### Lance apoiado (Degraus 07 a 09):

Conforme a Equação (3.8), teremos que o momento característico será:

$$M_{k1} = 1265 \cdot 1,14^2 / 8 ^*$$

$$M_{k1} = 205,50 \text{ kgf}\cdot\text{m}/\text{m}$$

\*Consideraremos o vão de cálculo a partir dos três degraus que compõe o lance e considerando 15 cm de avanço nos apoios em cada uma das extremidades. Alguns projetistas preferem assumir 20cm. Sinta-se a vontade para resolver este exemplo com essa consideração.

$$L = 0,28 \cdot 3 + 0,30 = 1,14 \text{ m}$$

O momento de cálculo será

$$M_{d1} = 1,4 \cdot 205,50 \text{ kgf}\cdot\text{m}/\text{m}$$

$$M_{d1} \approx 288 \text{ kgf}\cdot\text{m}/\text{m}$$

### Lance que apoiam (Degraus 01 a 06 e 10 a 16):

Conforme a Equação (3.8), teremos que o momento característico será:

$$M_{k2} = 1425 \cdot 2,74^2 / 8$$

$$M_{k2} = 1337,29 \text{ kgf}\cdot\text{m}/\text{m}$$

O momento de cálculo será

$$M_{d2} = 1,4 \cdot 1337,29 \text{ kgf}\cdot\text{m}/\text{m}$$

$$M_{d2} \approx 1872 \text{ kgf}\cdot\text{m}/\text{m}$$

## Dimensionamento

### Lance apoiado (Degraus 07 a 09):

1 – Armadura Principal:

Estimaremos  $d$  pela Equação (5.9):

$$d = 12 - 2 - 0,5$$

$$d = 9,5 \text{ cm}$$

Para garantir a compatibilidade de unidades, converteremos  $M_d$  de  $\text{kgf}\cdot\text{m}/\text{m}$  para  $\text{kgf}\cdot\text{cm}/\text{m}$ . Temos:

$$M_d = 28800 \text{ kgf}\cdot\text{cm}/\text{m}$$

Temos ainda que:

$$f_{cd} = 30 \text{ MPa}/1,4$$

$$f_{cd} = 21,43 \text{ MPa} \Rightarrow f_{cd} = 214,3 \text{ kgf}/\text{cm}^2$$

$$f_{yd} = 500 \text{ MPa}/1,15$$

$$f_{cd} = 434,8 \text{ MPa} \Rightarrow f_{cd} = 4348 \text{ kgf}/\text{cm}^2$$

Calcularemos a altura da linha neutra pela Equação (5.7):

$$x = \frac{9,5}{0,8} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 28800}{0,85 \cdot 214,3 \cdot 100 \cdot 9,5^2}} \right)$$

$$x = 0,21 \text{ cm}$$

A área de aço principal será determinada pela Equação (5.8):

$$A_s = (0,68 \cdot 214,3 \cdot 100 \cdot 0,21)/4348$$

$$A_s = 0,70 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Note que:

$$A_{s,\min} = 0,0015 \cdot 100 \cdot 12 = 1,80 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (Equação (5.10))}, \text{ daí:}$$

$$A_s = 1,80 \text{ cm}^2/\text{m}$$

2 – Armadura Secundária:

Seguindo as indicações da Tabela 5.3, determinaremos:

$$A_s/s' = 0,2 \cdot 1,80 = 0,36 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s/s'' = 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s/s''' = 0,5 \cdot 0,0015 \cdot 100 \cdot 12 = 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Portanto, teremos:

$$A_{sy} = 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}$$

### 3 – Armadura Negativa:

Seguindo as indicações da Tabela 5.3, determinaremos:

$$A_{sneg} = 0,0015 \cdot 100 \cdot 12 = 1,80 \text{ cm}^2/\text{m}^*$$

\* Na situação onde o apoio é outro lance, não se faz necessário o uso de armadura negativa, portanto, neste exemplo, não haverá armadura negativa no lance apoiado.

### Lance que apoiam (Degraus 01 a 06 e 10 a 16):

#### 1 – Armadura Principal:

Estimaremos  $d$  pela Equação (5.9):

$$d = 12 - 2 - 0,5$$

$$d = 9,5 \text{ cm}$$

Para garantir a compatibilidade de unidades, converteremos  $M_d$  de  $\text{k}\text{gf}\cdot\text{m}/\text{m}$  para  $\text{k}\text{gf}\cdot\text{cm}/\text{m}$ . Temos:

$$M_d = 187200 \text{ kgf}\cdot\text{cm}/\text{m}$$

Temos ainda que:

$$f_{cd} = 30 \text{ MPa}/1,4$$

$$f_{cd} = 21,43 \text{ MPa} \Rightarrow f_{cd} = 214,3 \text{ kgf}/\text{cm}^2$$

$$f_{yd} = 500 \text{ MPa}/1,15$$

$$f_{cd} = 434,8 \text{ MPa} \Rightarrow f_{cd} = 4348 \text{ kgf}/\text{cm}^2$$

Calcularemos a altura da linha neutra pela Equação (5.7):

$$x = \frac{9,5}{0,8} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 187200}{0,85 \cdot 214,3 \cdot 100 \cdot 9,5^2}} \right)$$

$$x = 1,44 \text{ cm}$$

A área de aço principal será determinada pela Equação (5.8):

$$A_s = (0,68 \cdot 214,3 \cdot 100 \cdot 1,44)/4348$$

$$A_s = 4,83 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Note que:

$$A_{s,min} = 0,0015 \cdot 100 \cdot 12 = 1,80 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (Equação (5.10))}, \text{ daí:}$$

$$A_s = 4,83 \text{ cm}^2/\text{m}$$

## 2 – Armadura Secundária:

Seguindo as indicações da Tabela 5.3, determinaremos:

$$A_s/s' = 0,2 \cdot 4,83 = 0,97 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s/s'' = 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s/s''' = 0,5 \cdot 0,0015 \cdot 100 \cdot 12 = 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Portanto, teremos:

$$A_{sy} = 0,97 \text{ cm}^2/\text{m}$$

## 3 – Armadura Negativa:

Seguindo as indicações da Tabela 5.3, determinaremos:

$$A_{sneg} = 0,0015 \cdot 100 \cdot 12 = 1,80 \text{ cm}^2/\text{m}$$

## Verificação – ELS-DEF

### Lance apoiado (Degraus 07 a 09):

Seguindo o roteiro apresentado no Item 6.4, teremos:

1 - A combinação de carga para o ELS será:

$$p = (1 \cdot 965 + 0,3 \cdot 300) \cdot 1,20^*$$

$$p = 1266 \text{ kgf/m}$$

\* A carga de alvenaria foi considerada como permanente.

2 - O momento de cálculo ( $M_a$ ) será:

$$M_a = 1266 \cdot 1,14^2 / 8$$

$$M_a = 205,66 \text{ kgf}\cdot\text{m}$$

3 - Para o cálculo do momento de fissuração ( $M_r$ ), consideraremos a inércia bruta da peça ( $I_c$ ) e a resistência a tração direta do concreto ( $f_{ct}$ ), respectivamente como:

$$I_c = 1,20 \cdot 0,12^3 / 12$$

$$I_c = 0,0001728 \text{ m}^4 \text{ ou } I_c = 17280 \text{ cm}^4$$

$$f_{ct} = f_{ct,m} = 0,3 \cdot 30^{2/3}$$

$$f_{ct} = f_{ct,m} = 2,90 \text{ MPa} \text{ ou } f_{ct} = f_{ct,m} = 29,0 \text{ kgf/cm}^2$$

daí,

$$M_r = 1,5 \cdot 29,0 \cdot 17280 / 6$$

$$M_r = 125280 \text{ kgf}\cdot\text{cm} \text{ ou } M_r = 1252,80 \text{ kgf}\cdot\text{m}$$

4 - Como  $M_a = 205,66 \text{ kgf}\cdot\text{m} < M_r = M_r = 1252,80 \text{ kgf}\cdot\text{m}$  poderemos assumir que a peça trabalhará, para a carga p, no Estádio I – sem fissura. Assim, poderemos utilizar o momento de inércia bruto da seção. Deveremos então determinar o módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ ):

$$E_{ci} = 1,0 \cdot 5600 \cdot \sqrt{30}$$

$$E_{ci} = 30672,46 \text{ MPa} \text{ ou } E_{ci} = 306724,6 \text{ kgf}/\text{cm}^2$$

$$E_{cs} = [0,8 + 0,2 \cdot (30/80)] \cdot 30672,46 \text{ MPa}$$

$$E_{cs} = 26838,40 \text{ MPa} \text{ ou } E_{cs} = 268384,0 \text{ kgf}/\text{cm}^2.$$

Portanto, poderemos determinar a rigidez da peça será:

$$EI = 268384 \cdot 17280$$

$$EI = 4637675520 \text{ kgf} \cdot \text{cm}^2$$

5 - A flecha imediata será, pela Equação (6.2):

Note que  $p = 12,66 \text{ kgf}/\text{cm}$

$$Y_i = \frac{5}{384} \cdot \frac{p \cdot L^4}{E \cdot I}$$

$$Y_i = \frac{5}{384} \cdot \frac{12,66 \cdot 114^4}{4637675520 \text{ kgf}}$$

$$Y_i \cong 0,01 \text{ cm}$$

A flecha máxima estimada será, pela Equação (6.13):

$$Y_t = 3 \cdot Y$$

$$Y_t = 3 \cdot 0,01 \text{ cm}$$

$$Y_t = 0,03 \text{ cm}$$

A flecha limite para este vão será:

$$Y_{lim} = L/250$$

$$Y_{lim} = 114/250$$

$$Y_{lim} = 0,456 \text{ cm}$$

6 - Portanto,  $Y_t = 0,03 \text{ cm} < Y_{\lim} = 0,456 \text{ cm}$ . Esse lance “passou”.

Lance que apoiam (Degraus 01 a 06 e 10 a 16):

Seguindo o roteiro apresentado no Item 6.4, teremos:

1 - A combinação de carga para o ELS será:

$$p = (1 \cdot 1125 + 0,3 \cdot 300) \cdot 1,20^*$$

$$p = 1458 \text{ kgf/m}$$

\* A carga de alvenaria foi considerada como permanente.

2 - O momento de cálculo ( $M_a$ ) será:

$$M_a = 1458 \cdot 2,74^2 / 8$$

$$M_a = 1368,26 \text{ kgf}\cdot\text{m}$$

3 - O cálculo do momento de fissuração ( $M_r$ ) depende apenas de parâmetros geométricos, portanto podemos aproveitá-lo do lance apoiado, teremos:

$$M_r = 125280 \text{ kgf}\cdot\text{cm} \text{ ou } M_r = 1252,80 \text{ kgf}\cdot\text{m}$$

4 – Como  $M_a = 1368,26 \text{ kgf}\cdot\text{m} > M_r = 1252,80 \text{ kgf}\cdot\text{m}$ , deveremos estimar a rigidez equivalente para esta nova configuração. Sabemos que:

$$I_c = 17280 \text{ cm}^4$$

$$E_{cs} = 268384 \text{ kgf/cm}^2.$$

$$E_s = 2100000 \text{ kgf/cm}^2.$$

Podemos então determinar  $x_{II}$  e  $I_{II}$ , pela Equação (6.11) e (6.10), respectivamente:

$$x_{II}^2 + \frac{2 \cdot 4,83 \cdot \frac{2100000}{268384}}{120} x_{II} - \frac{2 \cdot 4,83 \cdot 9,5 \cdot \frac{2100000}{268384}}{120} = 0$$

$$x_{II} = 2,15 \text{ cm}$$

ou

$$x_{II} = -2,78 \text{ cm}$$

Assim,  $x_{II} = 2,15 \text{ cm}$ .

Daí, teremos:

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{12} + b \cdot x_{II} \cdot \left(\frac{x_{II}}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2$$

$$I_{II} = \frac{120 \cdot 2,15^3}{12} + 120 \cdot 2,15 \cdot \left(\frac{2,15}{2}\right)^2 + \frac{2100000}{268384} \cdot 4,83 \cdot (9,5 - 2,15)^2$$

$$I_{II} = 2439,20 \text{ cm}^4$$

A rigidez equivalente será (Equação (6.9)):

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \cdot \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{ii} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

$$(EI)_{eq,t0} = 268384 \cdot \left\{ \left( \frac{1252,80}{1368,26} \right)^3 \cdot 17280 + \left[ 1 - \left( \frac{1252,80}{1368,26} \right)^3 \right] \cdot 2439,20 \right\}$$

$$(EI)_{eq,t0} = 3712049391 \text{ kgf} \cdot \text{cm}^2$$

5 – As novas flechas imediata será, pela Equação (6.2):

$$Y_i = \frac{5}{384} \cdot \frac{p \cdot L^4}{E \cdot I}$$

$$Y_i = \frac{5}{384} \cdot \frac{13,6826 \cdot 274^4}{3712049391 \text{ kgf}}$$

$$Y_i = 0,27 \text{ cm}$$

A flecha máxima estimada será, pela Equação (6.13):

$$Y_t = 3 \cdot Y$$

$$Y_t = 3 \cdot 0,27 \text{ cm}$$

$$Y_t = 0,81 \text{ cm}$$

A flecha limite para este vão será:

$$Y_{lim} = L/250$$

$$Y_{lim} = 274/250$$

$$Y_{lim} \approx 1,10 \text{ cm}$$

6 – Portanto  $Y_t = 0,81 \text{ cm} < Y_{lim} = 1,10 \text{ cm}$ . Este lance também “passou”. Podemos então avançar para o detalhamento.

## Detalhamento

Dimensionamos uma escada com as seguintes características:

Espessura:  $h = 12 \text{ cm}$ ;

O lance apoiado terá:

Área de aço da armadura principal:  $A_{sx} = 1,80 \text{ cm}^2/\text{m}$ ;

Área de aço da armadura secundária:  $A_{sy} = 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}$ ;

Os lances que apoiam terão:

Área de aço da armadura principal:  $A_{sx} = 4,88 \text{ cm}^2/\text{m}$ ;

Área de aço da armadura secundária:  $A_{sy} = 0,97 \text{ cm}^2/\text{m}$ ;

Área de aço da armadura negativa:  $A_{sneg} = 1,80 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

A bitola máxima permitida em todos os lances será:

$$\phi_{\max} = 12 \text{ cm} / 8$$

$$\phi_{\max} = 1,5 \text{ cm ou } 15 \text{ mm.}$$

Efetivamente,  $\phi_{\max} = 12,5 \text{ mm}$

O espaçamento máximo para a armadura principal será:

$$Esp_{\max} = \min(2 \cdot 12 \text{ cm}; 20 \text{ cm})$$

$$Esp_{\max} = 20 \text{ cm.}$$

Com base na Equação (5.11), teremos os espaçamentos possíveis:

| Diâmetro da Barra ( $\phi$ ) (mm) | Espaçamento da Armadura Principal (cm) |                   | Espaçamento da Armadura Secundária (cm) |                   | Espaçamento da Armadura Negativa (cm) |                   |
|-----------------------------------|--|-------------------|---|-------------------|---------------------------------------|-------------------|
|                                   | Lance Apoiado                          | Lances que apoiam | Lance Apoiado                           | Lances que apoiam | Lance Apoiado                         | Lances que apoiam |
| 6,3                               | 17                                     | 6                 | 33                                      | 32                | -                                     | 17                |
| 8                                 | 20                                     | 10                | 33                                      | 33                | -                                     | 27                |
| 10                                | 20                                     | 16                | 33                                      | 33                | -                                     | 33                |
| 12,5                              | 20                                     | 25                | 33                                      | 33                | -                                     | 33                |

---

Para o lance apoiado, adotaremos:

Armadura principal:  $\phi 8 \text{ C/ 20}$

Armadura secundária:  $\phi 8 \text{ C/20}$

Para os lances que apoiam, adotaremos:

Armadura principal:  $\phi 10 \text{ C/ 16}$

Armadura secundária:  $\phi 8 \text{ C/20}$

Armadura negativa:  $\phi 8 \text{ C/30}$

Deste modo, podemos estimar a quantidade de barras para cada tipo de armadura em cada um dos lances. Teremos, para o lance apoiado:

- Armadura principal:

$$N_{bp} = 134 / 20$$

$$N_{bp} \approx 7 \text{ barras}$$

- Armadura secundária:

É mais prático contar as barras após o desenho. Nesse caso teremos também 7 barras.

Devemos então calcular o comprimento de ancoragem da armadura principal necessário para garantir a transferência das cargas aos patamares de apoio, pela Tabela 7.1, considerando uma situação de boa aderência, sem gancho, teremos:

$$L_b = 34 \cdot 0,8 \text{ cm}$$

$$L_b = 27,2 \text{ cm.}$$

Como em outros casos, adorremos 50 cm horizontais após se atingir o cobrimento.

Para os lances que apoiam, adotaremos:

- Armadura principal:

$$N_{bp} = 134 / 16$$

---

$$N_{bp} \approx 9 \text{ barras}$$

- Armadura secundária:

É mais prático contar as barras após o desenho. Neste exemplo precisaremos de 10 barras.

- Armadura negativa:

$$N_{bs} = 134 / 30$$

$$N_{bs} \approx 5 \text{ barras}$$

O último parâmetro a ser determinado é o comprimento de traspasse das barras da armadura principal destes lances pela mudança de direção que ocorre nos patamares superiores. Com base na Equação (7.10) e na Tabela 7.1, considerando uma situação de boa aderência sem gancho, teremos:

$$L_{0,t} = 2 \cdot 34 \cdot 1 + 8^*$$

$$L_{0,t} = 76 \text{ cm}$$

\* Como citado no Capítulo 7, a distância livre entre as barras deve ser adicionada ao comprimento de traspasse. Neste exemplo, com 12 cm de espessura e 2 cm de cobrimento, a distância livre será 12 cm - 2cm - 2 cm = 8 cm.

Precisaríamos, portanto, “avançar” 38 cm com cada barra, na mudança de direção do patamar superior. Contudo, adotaremos dobras de 50 cm, como já considerado em outros exemplos. Assim, os detalhes serão:

O Lance apoiado é mostrado na Figura 82. Os lances que apoiam são mostrados na Figura 83 e Figura 84

## CORTE 2-2

(esc.1:25)

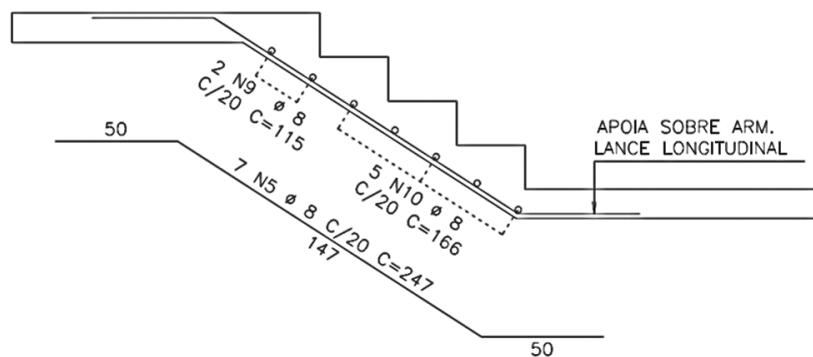


Figura 82 – Exemplo Escada em “U” – Lance 07 a 09 - Corte

## CORTE 1-1

(esc.1:25)

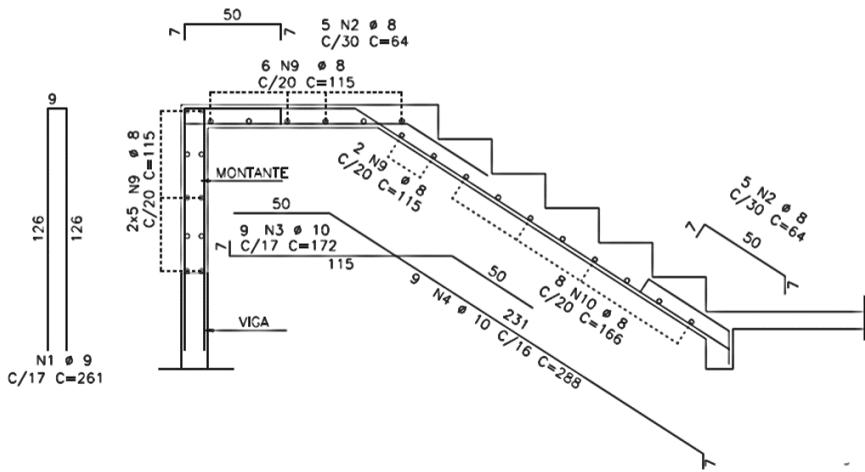


Figura 83 – Exemplo Escada em “U” – Lance 01 a 06 - Corte

## CORTE 3-3

(esc.1:25)

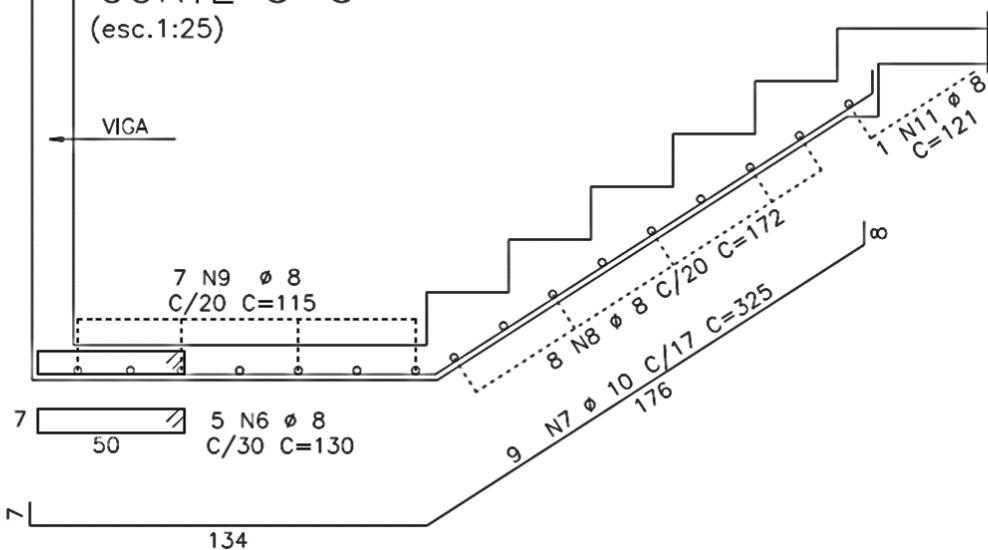


Figura 84 – Exemplo Escada em “U” – Lance 10 a 16 - Corte

#### 8.4.4 Degraus em balanço

Considere o lance de escada com degraus em balanço, construída em uma residência. A largura livre dos degraus é de 130 cm, como ilustrado na Figura 85. Considere  $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$  e cobrimento de 2 cm. A viga de apoio tem seção de 20 cm x 50 cm

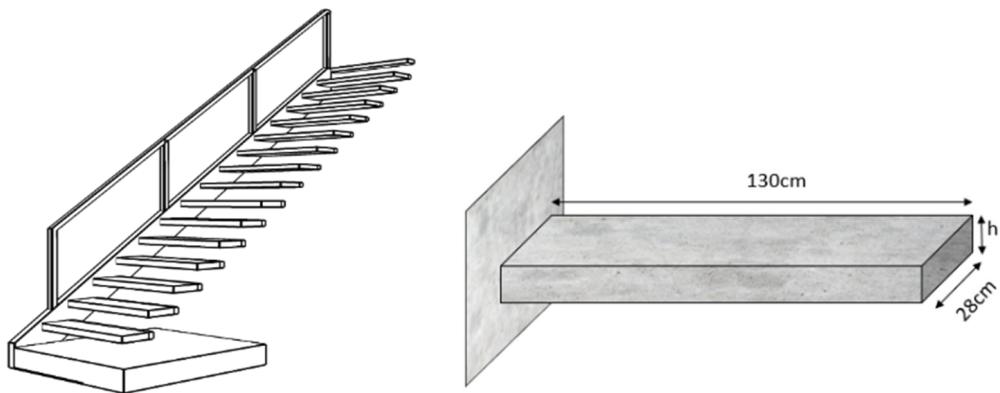


Figura 85 – Escada com degraus em balanço

#### Geometria

Sabemos que os degraus em balanço são calculados isoladamente e que sua espessura ( $h$ ) tem função estrutural. Devemos então estimar essa variável com base neste aspecto. Não devemos utilizar a Tabela 1.1, pois estamos tratando de outras condições de apoio. Os degraus em balanço se comportam mais como vigas engastadas, portanto estimaremos sua espessura, com base no seu vão livre ( $L_{vão}$ ) como:

$$h = 0,09 \cdot L_{vão} \quad (8.6)$$

Portanto, teremos:

$$h = 0,09 \cdot 130 \text{ cm}$$

$$h = 12 \text{ cm}$$

#### Carregamentos

Note que os degraus têm larguras de 28 cm, portanto, não convém pensar em calcular os esforços “por metro” como nas outras escadas, devemos “converter” as cargas para que possamos analisar os degraus como uma estrutura plana.

- Peso Próprio:

$$PP = 2500 \cdot 0,12 = 300 \text{ kgf/m}^2 - \text{considerando o peso específico do concreto armado como } 2500 \text{ kgf/m}^3.$$

Pavimentação e Revestimento, estimaremos:

$$Pav + Ver = 100 \text{ kgf/m}^2$$

- Sobrecarga:

Pelo Quadro 2.1, temos:

$$SC = 250 \text{ kgf/m}^2$$

Convertendo as cargas calculadas até aqui ( $q_1$ ) para um contexto plano, teremos:

$$q_1 = 650 \text{ kgf/m}^2$$

$$q_1 = 650 \cdot 0,28 = 182 \text{ kgf/m}$$

- Parapeito:

Consideraremos o peso específico do parapeito como 130 kgf/m (verticalmente).

Distribuindo ao longo de todo o vão do degrau, teremos:

$$q_p = (130 \cdot 0,28) / 1,30$$

$$q_p = 28 \text{ kgf/m}$$

Além dessas cargas, devemos também considerar a carga horizontal no parapeito, de acordo com a Tabela 2.2, aplicada a 1,1 m em relação ao degrau. À rigor, deveríamos considerar 100 kgf/m distribuídos horizontalmente nos degraus de 28 cm de largura, o que resultaria em uma força de 28 kgf aplicada a 1,1 m. Todavia, adotaremos 100 kgf aplicados a 1,1 m para sermos mais conservadores. Na prática essa força produzirá um momento aplicado no sentido horário na ponta do balanço de módulo:

$$M_p = 100 \text{ kgf} \cdot 1,1 \text{ m}$$

$$M_p = 110 \text{ kgf} \cdot \text{m}$$

## Análise Estrutural

Como demonstrado em 2.2.1, deveremos considerar duas situações distintas. Primeiramente consideraremos a sobrecarga do Quadro 2.1 distribuída ao longo de todo o degrau, juntamente com o peso próprio, pavimentação e revestimento e o parapeito (Caso 1). Então, consideraremos as mesmas cargas apenas trocando a sobrecarga por

uma cara pontual de 250 kgf na ponta do balanço, como manda a prescrição normativa. Será considerado no dimensionamento a carga que gerar o maior esforço (Caso 2). Para o vão de cálculo, consideraremos uma adição de metade da largura da viga de apoio, portanto,  $L = 140$  cm. Em números, temos:

Caso 1:

Carga distribuída = 210 kgf/m ( $q_1 + q_p$ ).

Momento aplicado = 110 kgf · m

O modelo estrutural será semelhante ao mostrado na Figura 86.

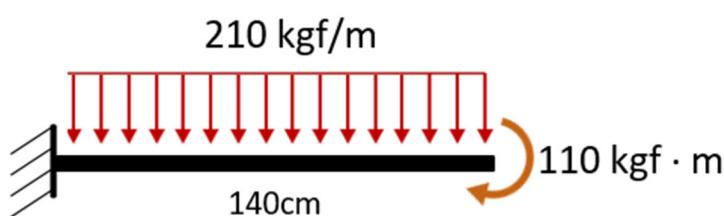


Figura 86 – Escada com degraus – Caso de Carga 1

O momento fletor característico e o esforço cortante característico serão, com base equações (3.9) e (3.10):

$$M_{k1} = (210 \cdot 1,40^2)/2 + 110 \text{ kgf} \cdot \text{m}$$

$$M_{k1} = 315,8 \text{ kgf} \cdot \text{m}$$

$$V_{k1} = 210 \cdot 1,4$$

$$V_{k1} = 294 \text{ kgf}$$

Caso 2:

“Convertendo” apenas o peso próprio, pavimentação e revestimento para o contexto plano e adicionando a carga de parapeito, teremos:

Carga distribuída =  $(300 + 100) \cdot 0,28 + 28 = 149 \text{ kgf}/\text{m}$

Carga aplicada = 250 kgf

Momento aplicado = 110 kgf · m

O modelo estrutural será semelhante ao mostrado na Figura 87.

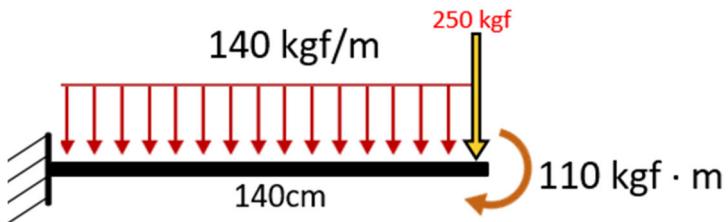


Figura 87 – Escada com degraus – Caso de Carga 2

O momento fletor característico e o esforço cortante característico serão, com base equações (3.11) e (3.12):

$$M_{k1} = (140 \cdot 1,40^2)/2 + 250 \cdot 1,40 + 110 \text{ kgf} \cdot \text{m}$$

$$M_{k1} = 597,2 \text{ kgf} \cdot \text{m}$$

$$V_{k1} = 140 \cdot 1,4 + 250$$

$$V_{k1} = 446 \text{ kgf}$$

Adotaremos os maiores esforços (caso 2). Daí o momento e o esforço cortante de cálculo serão:

$$M_d = 597,2 \cdot 1,4$$

$$M_d = 836,08 \text{ kgf} \cdot \text{m}$$

$$V_{sd} = 446 \cdot 1,4$$

$$V_{sd} = 624,4 \text{ kgf}$$

## Dimensionamento

Devemos que lembrar os degraus em balanço são dimensionados individualmente de maneira similar a uma viga engastada. Portanto, devemos determinar a área de aço referente a flexão (longitudinalmente) e a área de aço relacionada ao cisalhamento (transversalmente).

Flexão:

1 – Armadura Principal:

Estimaremos d pela Equação (5.9):

$$d = 12 - 2 - 0,5 - 0,6^*$$

$$d = 8,9 \text{ cm}$$

\*A armadura principal é envolvida pela armadura transversal (de cisalhamento), por isso devemos estimar e considerar seu diâmetro ao estimarmos a altura útil.

Para garantir a compatibilidade de unidades, converteremos  $M_d$  de  $\text{kgf}\cdot\text{m}/\text{m}$  para  $\text{kgf}\cdot\text{cm}/\text{m}$ . Temos:

$$M_d = 83608 \text{ kgf}\cdot\text{cm}/\text{m}$$

Temos ainda que:

$$f_{cd} = 30 \text{ MPa}/1,4$$

$$f_{cd} = 21,43 \text{ MPa} \Rightarrow f_{cd} = 214,3 \text{ kgf}/\text{cm}^2$$

$$f_{yd} = 500 \text{ MPa}/1,15$$

$$f_{cd} = 434,8 \text{ MPa} \Rightarrow f_{cd} = 4348 \text{ kgf}/\text{cm}^2$$

Calcularemos a altura da linha neutra pela Equação (5.7). Vale ressaltar que a base deverá ser a do degrau (28 cm) e não os 100 cm teóricos utilizados em outros casos:

$$x = \frac{8,9}{0,8} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 83608}{0,85 \cdot 214,3 \cdot 28 \cdot 8,9^2}} \right)$$

$$x = 2,61 \text{ cm}$$

A área de aço principal será determinada pela equação (5.8):

$$A_s = (0,68 \cdot 214,3 \cdot 28 \cdot 2,61)/4348$$

$$A_s = 2,45 \text{ cm}^2$$

Cisalhamento:

Devemos calcular taxa de armadura necessária para se resistir ao esforço cortante. Na maioria esmagadora dos casos, estruturas deste tipo demandarão da taxa armadura mínima. Verificaremos isso, portanto. Não convém demonstrar toda a teoria que embasa as equações que utilizaremos neste passo.

A taxa de armadura mínima, para estribos a  $90^\circ$  e  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ , será:

$$A_{swmin} = 4 \cdot b_w \cdot f_{ct,m} \quad (8.7)$$

Onde:

$b_w$  = Base do elemento (em m);

$f_{ct,m}$  = Resistência média do concreto a tração (calculado pela Equação (6.8)).

Portanto, no exemplo, teremos:

$$A_{sw} = A_{swmin} = 4 \cdot 0,28 \cdot 0,3 \cdot 30^{2/3}$$

$$A_{sw} = 3,24 \text{ cm}^2$$

Podemos verificar a força cortante característica ( $V_{kres}$ ) resistida por essa área de aço pela expressão:

$$V_{kres} = [0,9 \cdot A_{swmin} \cdot d \cdot f_{yd} + (0,3 \cdot f_{ct,m} \cdot d \cdot b_w) \cdot 10^5]/1,4 \quad (8.8)$$

Onde:

$A_{swmin}$  = Taxa de armadura mínima (calculada pela equação(8.7) – sempre em  $\text{cm}^2/\text{m}$ , nesta equação);

$d$  = Altura útil (sempre em metros, nesta equação);

$b_w$  = Base do degrau (sempre em metros, nesta equação);

$f_{yd}$  = Resistência de cálculo do aço (sempre em  $\text{kgf}/\text{cm}^2$ , nesta equação);

$f_{ct,m}$  = Resistência média do concreto a tração (calculado pela equação (6.8)).

Portanto, neste exemplo, teremos:

$$f_{yk} = 5000/1,4 \approx 4348 \text{ kgf}/\text{cm}^2$$

$$V_{kres} = [0,9 \cdot 3,24 \cdot 0,089 \cdot 4348 + (0,3 \cdot 0,3 \cdot 30^{2/3} \cdot 0,089 \cdot 0,28) \cdot 10^5]/1,4$$

$$V_{kres} \approx 2353 \text{ kgf}$$

Note que, no exemplo,  $V_{kres} = 2353 > V_{sd} = 446$ . Portanto, perceba que o esforço cortante característico resistido pela taxa de armadura mínima é mais do que 5 vezes maior do que o esforço característico estimado na análise estrutural.

## Verificação – ELS-DEF

O roteiro a ser seguido nas verificações é praticamente igual ao mostrado no item 6.4. A diferença será na equação que determinará a flecha imediata. É fácil notar que devido a mudança nas condições de apoio, devemos considerar outra equação para determinar a flecha. Ela será:

$$Y_i = \frac{1}{8} \cdot \frac{p \cdot L^4}{E \cdot I} \quad (8.9)$$

1 - A combinação de carga para o ELS será:

$$p = (1 \cdot 400 + 0,3 \cdot 250) \cdot 0,28 + 28 \text{ (parapeito)}$$

$$p = 161 \text{ kgf/m}$$

2 - O momento de cálculo ( $M_a$ ) será, devido as condições de apoio:

$$M_a = p \cdot L^2 / 2$$

$$M_a = 161 \cdot 1,40^2 / 2$$

$$M_a = 157,78 \text{ kgf}\cdot\text{m}$$

3 - Para o cálculo do momento de fissuração ( $M_r$  – Equação (6.6)), consideraremos a inércia bruta da peça ( $I_c$  - Equação (6.7)) e a resistência a tração direta do concreto ( $f_{ct}$  - Equação (6.8)), respectivamente como:

$$I_c = 0,28 \cdot 0,12^3 / 12$$

$$I_c = 0,00004032 \text{ m}^4 \text{ ou } I_c = 4032 \text{ cm}^4$$

$$f_{ct} = f_{ct;m} = 0,3 \cdot 30^{2/3}$$

$$f_{ct} = f_{ct;m} = 2,90 \text{ MPa} \text{ ou } f_{ct} = f_{ct;m} = 29,0 \text{ kgf/cm}^2$$

daí,

$$M_r = 1,5 \cdot 29,0 \cdot 4032 / 6$$

$$M_r = 29232 \text{ kgf}\cdot\text{cm} \text{ ou } M_r = 292,32 \text{ kgf}\cdot\text{m}$$

4 - Como  $M_a = 157,78 \text{ kgf}\cdot\text{m} < M_r = 292,32 \text{ kgf}\cdot\text{m}$  poderemos assumir que a peça trabalhará, para a carga  $p$ , no estádio I – sem fissura. Assim, poderemos utilizar o momento de inércia bruto da seção. Deveremos então determinar o módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ – Equação (6.4)):

$$E_{ci} = 1,0 \cdot 5600 \cdot \sqrt{30} \text{ (Equação (6.3))}$$

$$E_{ci} = 30672,46 \text{ MPa} \text{ ou } E_{ci} = 306724,6 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_{cs} = [0,8 + 0,2 \cdot (30/80)] \cdot 30672,46 \text{ MPa}$$

$$E_{cs} = 26838,40 \text{ MPa} \text{ ou } E_{cs} = 268384,0 \text{ kgf/cm}^2.$$

Portanto, podemos determinar a rigidez da peça será:

$$EI = 268384 \cdot 4032$$

$$EI = 1082124288 \text{ kgf} \cdot \text{cm}^2$$

---

5 - A flecha imediata será, de acordo com a Equação (6.2):

Note que  $p = 1,61 \text{ kgf/cm}$

$$Y_i = \frac{1}{8} \cdot \frac{p \cdot L^4}{E \cdot I}$$

$$Y_i = \frac{1}{8} \cdot \frac{1,61 \cdot 140^4}{1082144288 \text{ kgf}}$$

$$Y_i = 0,071 \text{ cm}$$

A flecha máxima estimada será, pela Equação (6.13):

$$Y_t = 3 \cdot Y$$

$$Y_t = 3 \cdot 0,071 = 0,213 \text{ cm}$$

A flecha limite para o vão desta escada será:

$$Y_{\lim} = L/250$$

$$Y_{\lim} = 140/250 = 0,56 \text{ cm}$$

6 - Portanto,  $Y_t = 0,213 \text{ cm} < Y_{\lim} = 0,56 \text{ cm}$ . A escada “passou”. Podemos então seguir para o detalhamento.

## Detalhamento

Dimensionamos os degraus desta escada com as seguintes características:

Espessura:  $h = 12 \text{ cm}$ ;

Área de para armadura longitudinal de flexão:  $2,45 \text{ cm}^2$ .

Taxa de armadura transversal de cisalhamento:  $3,24 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

- Armadura longitudinal:

Como calculamos uma área de aço necessária total, para determinarmos a quantidade de barras para cada bitola comercial, basta dividir a área de aço encontrada pela área da seção transversal de cada barra. Assim teremos as quantidades possíveis mostradas abaixo:

| Diâmetro da Barra (mm) | Quantidade de Barras Necessária |
|------------------------|---------------------------------|
| 6,3                    | 8                               |
| 8                      | 5                               |
| 10                     | 4                               |
| 12,5                   | 2                               |
| 16                     | 2                               |
| 20                     | 8                               |

Escolheremos, portanto, 4 barras de 10 mm – 4 φ 10.

- Armadura transversal:

A armadura transversal é calculada como uma taxa de armadura ( $\text{cm}^2/\text{m}$ ), portanto a equação (5.11) também é válida. Deve-se, contudo, considerar a área da seção transversal do estribo duas vezes. Vale lembrar que a NBR 6118:2014 diz que o diâmetro dos estribos ( $\phi_t$ ) deve ser:  $5 \text{ mm} \leq \phi_t \leq b_w/10$ . Neste exemplo, portanto, o diâmetro máximo será 28 mm. Contudo, recomenda-se utilizar no máximo barras de 10 mm de diâmetro para facilitar o processo de execução. De maneira geral, esse diâmetro “resolverá” a área de aço necessária com um espaçamento entre 15 cm e 25 cm, que é a recomendação a se utilizar.

O espaçamento máximo será, quanto utilizarmos a armadura mínima:

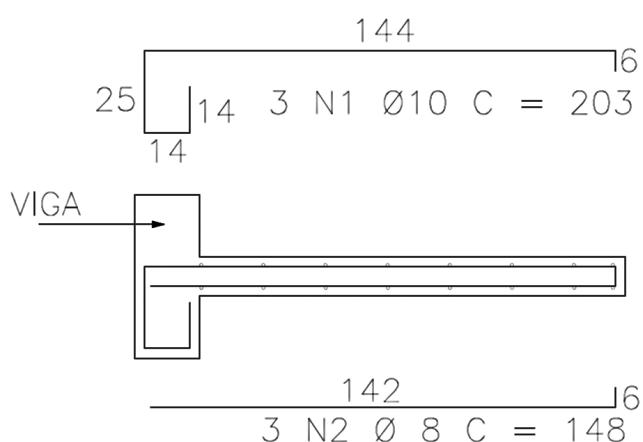
| Diâmetro da Barra ( $\phi$ ) (mm) | Espaçamento da Armadura Transversal (cm) |
|-----------------------------------|--|
| 6,3                               | 19                                       |
| 8                                 | 31                                       |
| 10                                | 48                                       |

Escolheremos, portanto, φ 6,3 C/ 19.

Com o vão livre é de 130 cm, teremos  $130/19 \approx 7$  estribos ao longo do degrau, a princípio.

Determinando-se as barras que vão ser utilizadas, pode-se então desenhar o detalhamento. Nos degraus em balanço, o que indispensável é o corte longitudinal de um degrau além de um corte transversal. Os textos das barras seguem as mesmas indicações do Item 8.2.

O corte e a representação da armadura longitudinal são mostrados na Figura 88. Utilizaremos o gancho em “U”, como comentado no Item 8.4.3 e ilustrado na, juntamente com a armadura inferior de montagem.



As dobras, com exceção da ancoragem da armadura principal, seguem o mesmo raciocínio de todas as outras escadas, sendo estendidas até o limite do cobrimento. Além disso, a armadura transversal também é representada no corte, através de circunferências, como mostra a Figura 89.

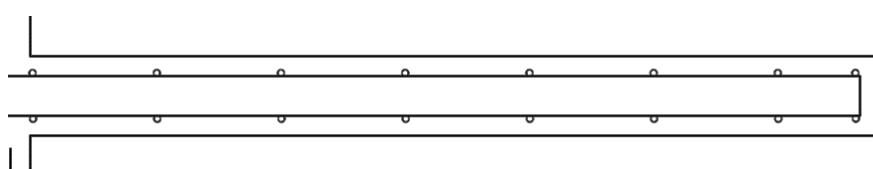


Figura 89 – Escada com degraus – Geometria – Armadura Transversal

Também vale a pena comentar que o cobrimento deve ser obedecido pelas faces externas dos estribos. Essa é a razão de estimarmos uma altura útil menor do que usual. A armadura transversal deve ser mostrada no corte transversal do degrau, como ilustra a Figura 90. Note ainda que devem ser indicadas, além do texto padrão de armaduras, as dimensões da seção transversal e dos trechos retos dos estribos.

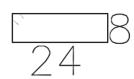
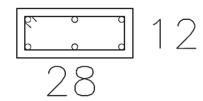
Devemos também calcular o comprimento total do estribo, considerando uma adição para que seja feito o traspasse de montagem. Essa adição pode ser estimada como  $24 \cdot \phi_t$ , onde  $\phi_t$  é o diâmetro escolhido para o estribo. Neste exemplo, considerando a seção do degrau de 12x28 e o cobrimento de 2 cm, o comprimento do estribo será:

$$C = (12 - 2 \cdot 2) \cdot 2 + (28 - 2 \cdot 2) \cdot 2 + 25 \cdot 0,63$$

$$C = 79,12 \text{ cm}$$

$$C \approx 80 \text{ cm}$$

Portanto o detalhe do estribo será como mostrado na Figura 90.



$$\begin{array}{c} 8 \\ 24 \\ 8 \text{ N3 } \emptyset 6.3 \\ C/18 \text{ C } = 80 \end{array}$$

Figura 90 – Escada com degraus – Geometria – Corte Transversal

---

## ANEXOS

### CHECK LIST - DETALHAMENTO (RECOMENDAÇÕES)

#### 1 - EM PLANTA - Esc 1:25

- [ ] Cotar e numerar degraus
- [ ] Cotar patamar
- [ ] Cotar escada em relação a algum pilar ou elemento do pavimento
- [ ] Indicar o corte
- [ ] Deixar textos de elemento do pavimento para situação da escada
- [ ] Indicar com uma seta onde sobe ou desce
- [ ] Indicar com texto elementos no nível patamar
- [ ] Planta com título "Chega ao XXº teto"

#### 2 - EM CORTE - Esc 1:50

- [ ] Indicar e cotar espessura
- [ ] Cotar alguns pisos
- [ ] Cotar alguns espelhos
- [ ] Indicar elementos auxiliares: viga de saída e chegada
- [ ] Cotar  $P_d$  e meio  $P_d$
- [ ] Layer da linha do corte deve ser mais escura
- [ ] Indicar pavimento
- [ ] Indicar a cota altimétrica do pavimento

#### 3- O CARIMBO

- [ ] Deixar  $f_{ck}$  visível
- [ ] Nome do responsável (quando se trabalha em equipe)
- [ ] Nº CREA e Nome do projetista
- [ ] Data de elaboração
- [ ] Quadro de revisões (Nº da revisão | Data | Conteúdo)
- [ ] Número da prancha
- [ ] Indicar escala
- [ ] Nome do empreendimento/Obra

---

[ ] Nome construtora/Cliente

#### 4 -ARMADURAS - Esc 1:25

- [ ] Indicar: Quantidade, Posição N, bitola, espaçamento, comprimentos
- [ ] Indicar título do andar
- [ ] Diâmetro principal  $\leq h/8$ ; onde h é a espessura da escada
- [ ] Espaçamento  $\leq (2h \text{ ou } 20\text{cm})$
- [ ] Armaduras negativas são desenhadas na parte de cima da escada
- [ ] Armaduras positivas são detalhadas na parte de baixo
- [ ] Indicar os comprimentos parciais (inclusive dobradas)
- [ ] A *layer* da escada fica clara, a *layer* da ferragem fica em negrito
- [ ] Detalhar cada lance em cada teto diferente
- [ ] Indicar a armadura em planta baixa (Esc 1:50)
- [ ] Ter corte para cada lance da escada
- [ ] Incluir PEs e VEs - pilarete e vigas escada
- [ ] Lembrar do multiplicador de cada elemento
- [ ] Extrair quadro de armadura
- [ ] Sempre usar dobradas na ferragem positiva principal

---

## CHECKLIST - ELABORAÇÃO PROJETO (RECOMENDAÇÕES)

### GEOMETRIA

- [ ] Definir Espelho e Piso atendendo Blondel
- [ ] Verificar se a largura da escada  $\geq 120$
- [ ] Se o lance for maior que 320 precisa de um patamar.
- [ ] Definir espessura da escada (0,03L<sub>vão</sub>)
- [ ] Definir vão de cálculo da escada

### CARREGAMENTO E ANÁLISE ESTRUTURAL

- [ ] Estimar Peso Próprio
- [ ] Usar 100 kgf/m<sup>2</sup> para carga de revestimento e pavimentação
- [ ] Definir sobrecarga com base na NBR6120:2019
- [ ] Verificar a existência de parapeito
- [ ] Estimar momento fletor ( $qL^2/8$ )

### DIMENSIONAMENTO

- [ ] Verificar se a flecha total  $< L_{vão}/250$
- [ ] Garantir x no Domínio 2 ou 3
- [ ] Garantir  $x/d < 0,45$ ; onde “x” é Linha Neutra e “d” Altura útil
- [ ] Estimar As principal
- [ ] Estimar As mínimo
- [ ] Estimar As secundário
- [ ] Estimar As Negativo