10

O que aprendemos?

Nesta aula nós aprendemos um dos mais eficientes e poderosos métodos de otimização para sistemas que apresentam vínculos: o método dos multiplicadores de Lagrange.

Este método aplica-se a toda função objetivo de duas ou mais variáveis que se pretende maximizar ou minimizar, sujeita a uma série de vínculos de igualdade ou desigualdade. Tais sistemas possuem a estrutura;

![Max (ou Min) f(x,y)] Sujeita a:

![g(x,y)=K1, h(x,y)=K2, etc]

Este método é baseado na direção da maximização da função e esta pode ser obtida via a aplicação do operador gradiente. Para isto usa-se o seguinte algoritmo:

1) adicione um parâmetro, que se chama multiplicador de Lagrange, para cada restrição existente: ![g(x,y)=K].

2) Monte o sistema:

![\nabla{f(x,y)={\lambda}\nabla{g(x,y)},g(x,y)=K]

Resolva o sistema acima, encontrando todos valores de ![(x,y,\lambda)].

3) Calcule: ![f(x,y)] em todos os pontos solução encontrados nos passos 1 e 2 acima.

O método dos multiplicadores de Lagrange é muito robusto, mas ele não funciona nos casos onde o gradiente da função vínculo não puder ser calculada (quando as derivadas parciais não existirem).

No caso de uma função objetivo que não apresenta máximos ou mínimos locais este método não pode ser aplicado.

Para encerrar esta aula, resolvemos o problema da otimização da velocidade de um foguete de um e dois estágios, sem usar o método de Lagrange e por último resolvemos a otimização de produção de energia de uma hidroelétrica, usando os multiplicadores de Lagrange.

No primeiro caso, analisamos o desempenho de um foguete usando a equação de Tsiolkovski. Usamos um procedimento por fases: calculamos a razão de massa em cada caso, e verificamos que o gráfico da evolução da velocidade do foguete é sempre crescente sem máximo local, sugerindo não ser aplicável o método de multiplicadores de Lagrange (pelo menos formulando-se o problema desta maneira).

Por último, resolvemos o problema de otimização da produção de energia de uma usina com 3 turbinas, sujeita ao vínculo de que a vazão máxima de água não pode ser desconsiderada. Funções que descrevem o quanto cada turbina produz são apresentadas, para se montar a função objetivo. Usamos o Maxima, resolvendo-se um sistema de 4 variáveis: Q1, Q2, Q3 e lambda, onde cada Qi é a vazão de água que passa na i-ésima turbina. Este é um problema de otimização com desigualdade, mas usamos o valor máximo de cada desigualdade, para verificarmos se todos os vínculos são satisfeitos no ponto de máximo. Finalmente, apresentamos um resumo de todo o curso, nas conclusões do mesmo.