· FUNÇÃO EXPONENCIAL ·

DEFINIÇÃO

Dado um número real $a > 0$ com $a \neq 1$, chamamos de função exponencial de base a a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \to a^x$ } $f(x) = a^x$

EXEMPLOS

a) $f(x) = 2^x$

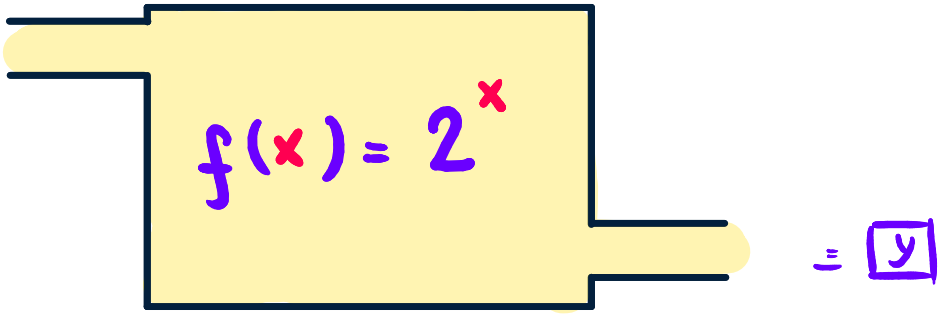
b) $g(x) = 13^x$

c) $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

d) $p(x) = 10^x$

$\mathbb{R}$

$= \boxed{x}$



$= \boxed{y}$

PROPRIEDADES DE $f(x) = a^x$

1 O gráfico sempre corta o eixo vertical em $y = 1$ [o ponto $\overset{(x,y)}{(0,1)} \in f$]

↳ $f(x) = a^x$

$x = 0 : \quad f(0) = a^0 = 1 \implies x = 0 \rightarrow y = 1$

2 . $f(x) = a^x$ é crescente $\longleftrightarrow$ $a > 1$

↳ $f(x) = 5^x$

x	f(x)
0	1
1	5
2	25

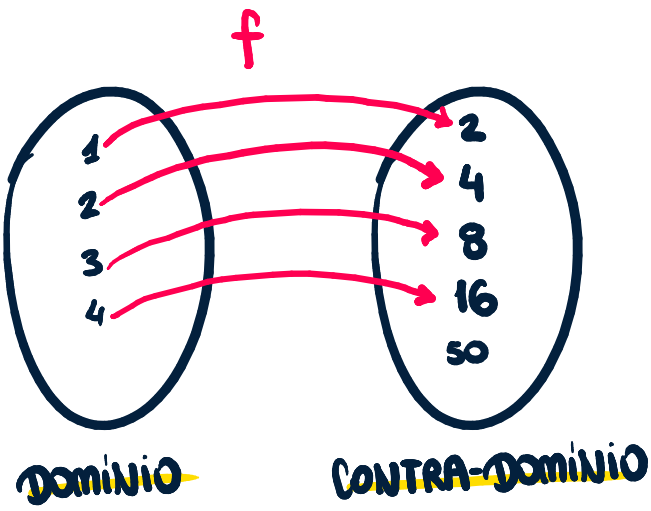
. $f(x) = a^x$ é decrescente $\longleftrightarrow$ $0 < a < 1$

↳ $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

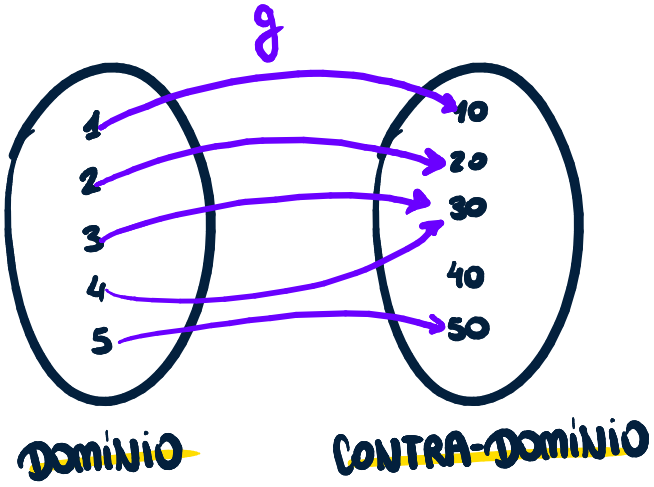
x	f(x)
0	1
1	1/2
2	1/4

3 $f(x) = a^x$ é função injetora

$$x_1 \neq x_2 \leftrightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$



f é injetora



g não é injetora

$$f(x) = 2^x$$

$$2^b = 2^c$$

$$\Downarrow$$

$$b = c$$

$f(x) = a^x$: DOMÍNIO e IMAGEM

↳ $a > 0$ e $a \neq 1$

$f(x) = 2^x$

DOMÍNIO: $D(f) = \mathbb{R}$

IMAGEM: $Im(f) = \mathbb{R}_+^*$

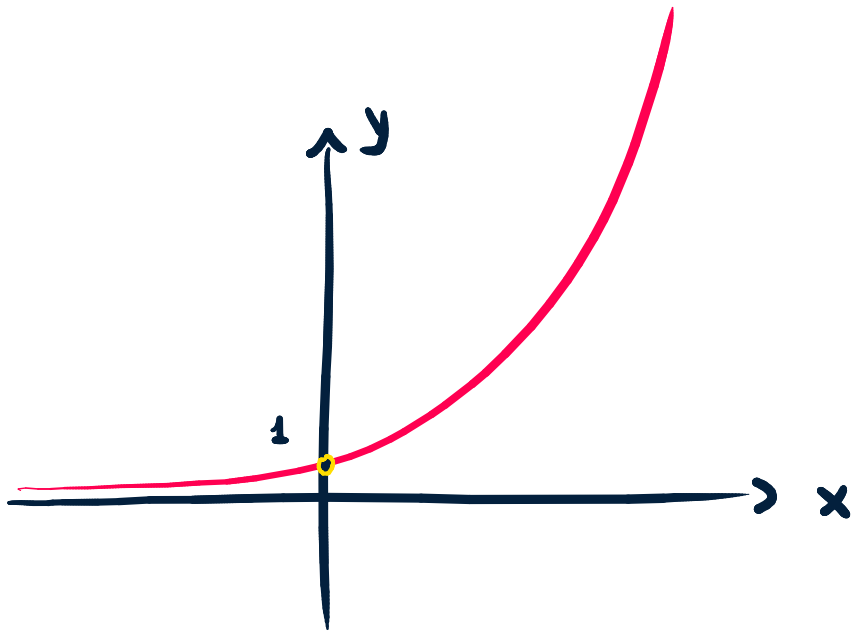
EXEMPLO

$f(x) = 2^x$

x	f(x)
-2	0,25
-1	0,5
0	1
1	2
2	4

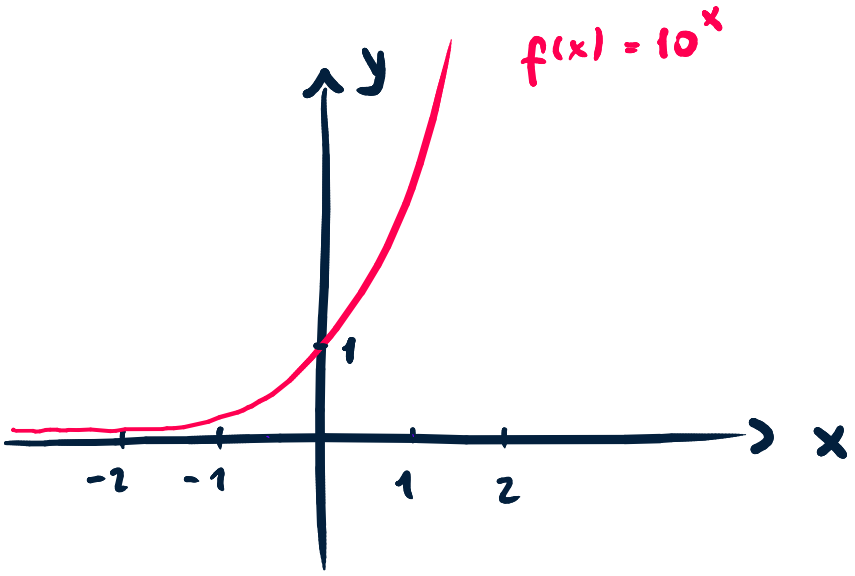
$f(x) = a^x$: GRÁFICOS

$a > 1 \leftrightarrow f(x) = a^x$ é crescente

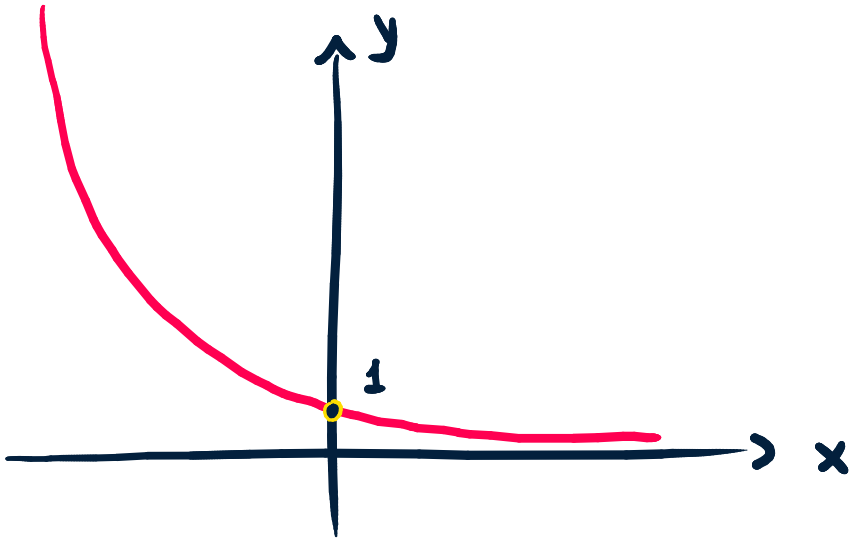


EXEMPLO : $f(x) = 10^x$

x	f(x)
-2	0,01
-1	0,1
0	1
1	10
2	100

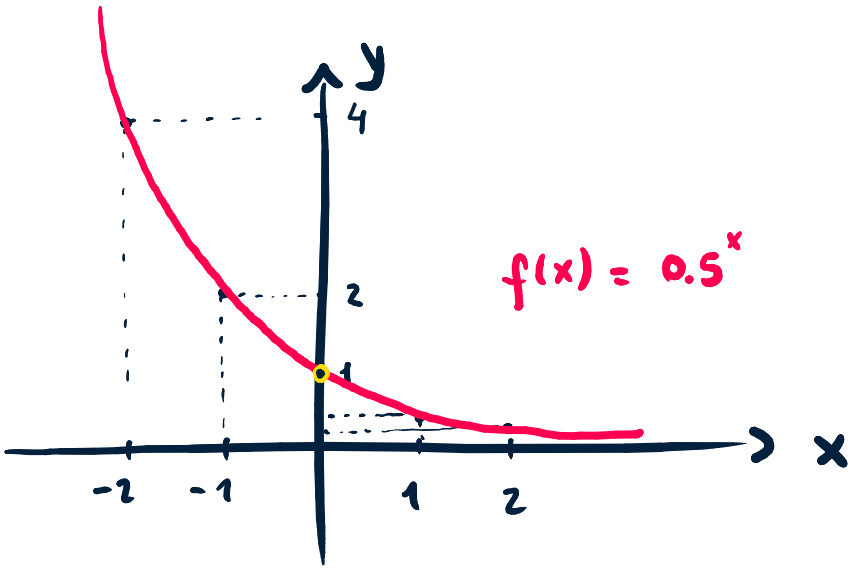


$0 < a < 1 \leftrightarrow f(x) = a^x$ é decrescente



EXEMPLO : $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ $\left(\frac{1}{2}\right)^2$

x	f(x)
-2	4
-1	2
0	1
1	0,5
2	0,25



EQUAÇÕES EXPONENCIAIS

↳ incógnita no expoente

- $2^x = 128$
- $\sqrt{5}^x = 125$
- $3^x + 9^x = 0$

ESTRATÉGIA: colocar na mesma base

$$a^x = a^y \longleftrightarrow x = y$$

EXEMPLO 01

a) $2^x = 128$

$2^x = 2^7 \therefore \boxed{x = 7}$

b) $\sqrt{5}^x = 125$

$(5^{1/2})^x = 5^3 \therefore 5^{x/2} = 5^3 \therefore \frac{x}{2} = 3$

$\boxed{x = 6}$

c) $-3^x + 9^x = 0$

$-3^x + (3^2)^x = 0 \therefore (3^x)^2 - 3^x = 0$

$\boxed{y = 3^x} \therefore y^2 - y = 0 \therefore y(y-1) = 0$

$y \neq 0$ ↙ ↘ $y = 1$

$\boxed{x = 0}$

INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS

↳ incógnita no expoente

- $2^x > 128$
- $\sqrt{5}^x \leq 125$
- $3^x + 9^x > 0$ $\qquad 2^x$

ESTRATÉGIA: colocar na mesma base

$a > 1$

$f(x) = a^x$

$$a^x > a^y \longleftrightarrow x > y$$

$$a^x < a^y \longleftrightarrow x < y$$

$0 < a < 1$

$f(x) = a^x$

$$a^x > a^y \longleftrightarrow x < y$$

$$a^x < a^y \longleftrightarrow x > y$$

EXEMPLOS

a) $2^x > 128$

$2^x > 2^7 \quad \therefore \quad x > 7$

$S: \ x \in \mathbb{R} \mid x > 7$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-1} < 32$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-1} < 2^5$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-1} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$

$3x - 1 > -5 \quad \therefore \quad 3x > -4$

$S: \ x \in \mathbb{R} \mid x > -4/3$