

## Sumário

Razão e Proporção.....	2
Razão.....	2
1.1. Razões Especiais .....	2
2. Proporção .....	2
2.1. Propriedades das Proporções .....	2
3. Grandezas Diretamente Proporcionais.....	3
4. Grandezas Inversamente Proporcionais .....	4
5. Divisão Proporcional .....	4
5.1. Divisão em Números Diretamente Proporcionais.....	4
5.2. Divisão em Números Inversamente Proporcionais .....	5
5.3. Conceito Misto – Divisão Direta e Inversamente Proporcional.....	5
6. Regra de Sociedade .....	6

# RAZÃO E PROPORÇÃO

## Razão

Inicialmente, é de grande importância conhecermos o conceito de **Razão**:

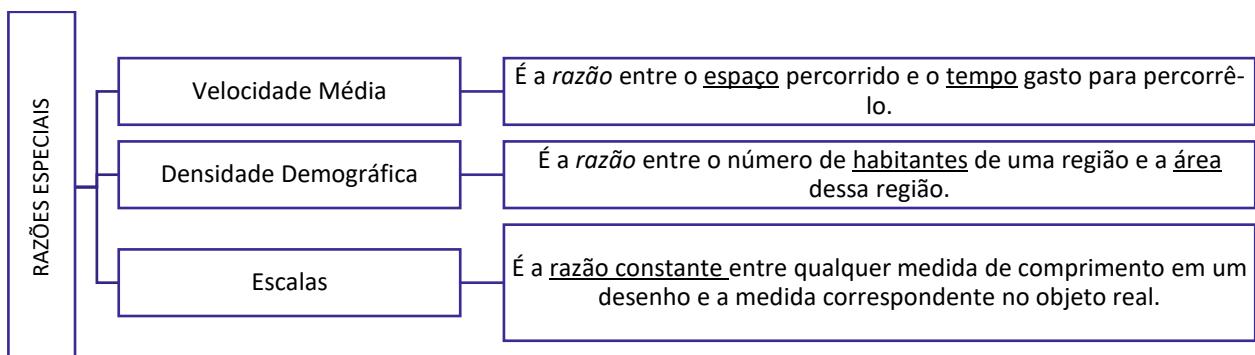
A **razão** entre dois números é o quociente do primeiro pelo segundo.

A razão de **a** para **b** é representada como:

$$\frac{a}{b} \text{ ou } a : b \text{ (com } b \neq 0\text{)}$$

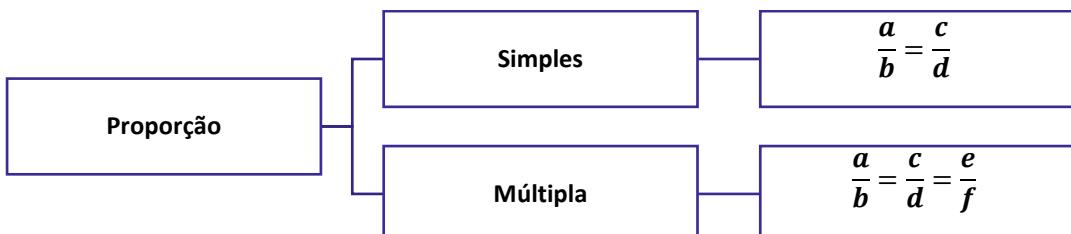
Em que **a** é chamado **antecedente** e **b** é chamado **consequente** da razão, de modo que ela é também representada por uma **fração**.

### 1.1. Razões Especiais



## 2. Proporção

**Proporção** é a relação de igualdade entre duas ou mais **razões**.



### 2.1. Propriedades das Proporções

➤ **Propriedade Fundamental:**

O produto dos **meios** é igual ao produto dos **extremos**.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow b \cdot c = a \cdot d$$

➤ **Propriedade da soma ou da diferença:**

A soma ou a diferença entre os dois primeiros termos de uma proporção está para o **primeiro termo**, assim como a soma ou a diferença entre os dois últimos está para o **terceiro termo**.

$$\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$$
$$\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$$

A soma ou a diferença entre os dois primeiros termos de uma proporção está para o **segundo termo**, assim como a soma ou a diferença entre os dois últimos está para o **quarto termo**.

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$
$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

➤ **Propriedade da soma ou diferença dos antecedentes e consequentes:**

A soma ou a diferença dos **antecedentes** está para a soma ou a diferença dos **consequentes**, assim como qualquer **antecedente** está para o seu **consequente**.

$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-d}$$
$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$$

### 3. Grandezas Diretamente Proporcionais

São grandezas que **crescem juntas** e **diminuem juntas**.

Do conceito acima, podemos chegar na conclusão de que **a razão entre elas é constante**.

$$\frac{a}{b} = k$$

Os números **a** e **b** são chamados **termos da proporção**. O resultado constante das razões entre dois termos correspondentes, **k**, é chamado de **constante de proporcionalidade**.

## 4. Grandezas Inversamente Proporcionais

Aqui a proporcionalidade de crescimento ou de decréscimo é inversa. Resumindo, **AUMENTANDO** uma delas, a outra **DIMINUI** na mesma proporção, ou, **DIMINUINDO** uma delas, a outra **AUMENTA** na mesma proporção.

Do conceito acima, podemos chegar a conclusão de que o **produto entre duas grandezas dessa natureza é constante**.

$$a \cdot b = k$$

## 5. Divisão Proporcional

### 5.1. Divisão em Números Diretamente Proporcionais

Dividir um número  $T$  em  $n$  partes **diretamente** proporcionais a um grupo de números dados,  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ , significa encontrar um outro grupo,  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ , que satisfaz duas propriedades, ou seja, vamos dividir algo que cumpra as duas condições abaixo:

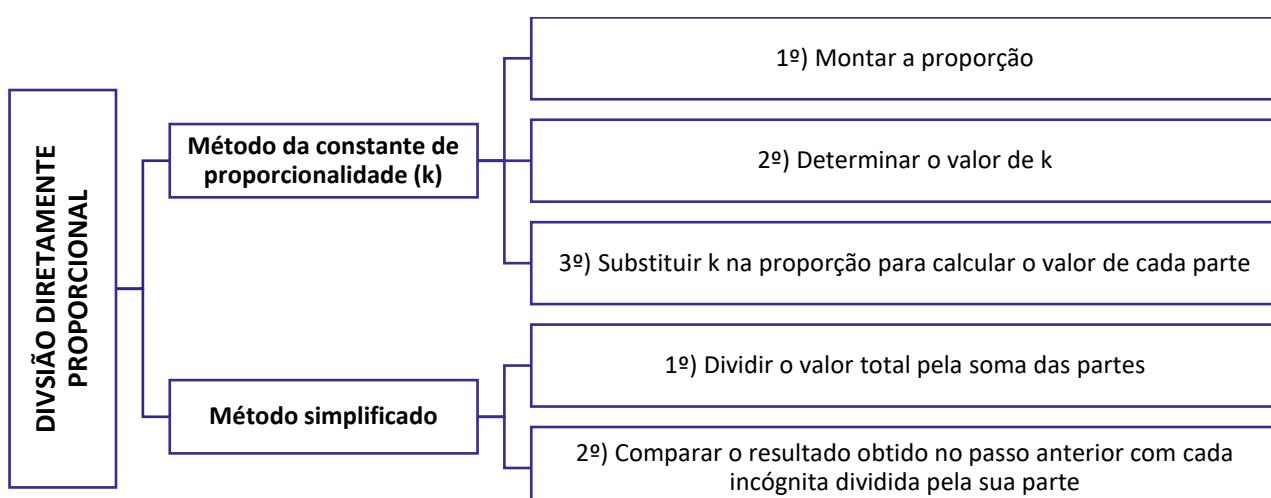
1º) As **razões** entre cada uma das partes procuradas e os respectivos membros do grupo proporcional devem ser **todas iguais**:

$$\frac{X_1}{a_1} = \frac{X_2}{a_2} = \frac{X_3}{a_3} = \dots = \frac{X_n}{a_n} = k$$

2º) A **soma das partes** procuradas deve ser **igual ao valor original**:

$$X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n = T$$

O quadro abaixo mostra dois métodos de resolução de questões dessa natureza:



## 5.2. Divisão em Números Inversamente Proporcionais

Dividir um número  $T$  em  $n$  partes **inversamente** proporcionais a um grupo de números dados,  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ , significa encontrar um outro grupo,  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ , que satisfaz as seguintes propriedades:

1º) As **razões** de cada uma das partes procuradas pelos respectivos **inversos** dos membros do grupo proporcional devem ser **todos iguais**:

$$\frac{\frac{X_1}{1}}{a_1} = \frac{\frac{X_2}{1}}{a_2} = \frac{\frac{X_3}{1}}{a_3} = \dots = \frac{\frac{X_n}{1}}{a_n} = k$$

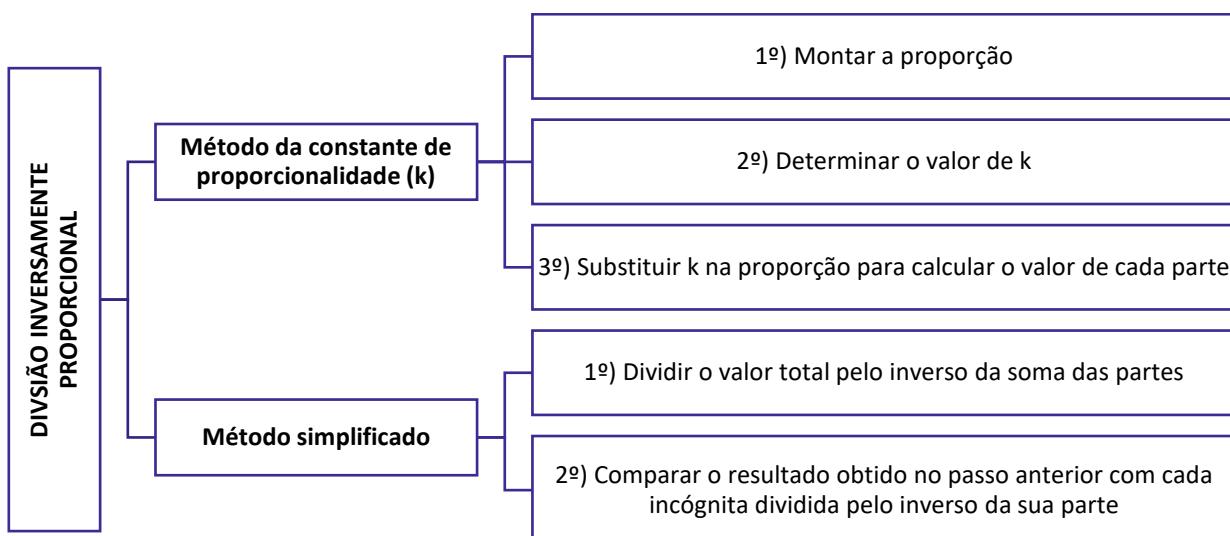
Repare que isso equivale a afirmar que os **produtos** de cada uma das partes procuradas pelos respectivos membros do grupo proporcional devem ser **todos iguais**:

$$a_1 \cdot X_1 = a_2 \cdot X_2 = a_3 \cdot X_3 = \dots = a_n \cdot X_n = k$$

2º) A **soma das partes** procuradas deve ser **igual ao valor original**:

$$X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n = T$$

O quadro abaixo mostra dois métodos de resolução de questões dessa natureza:



## 5.3. Conceito Misto – Divisão Direta e Inversamente Proporcional

O **conceito misto** implica a divisão de um número em certa quantidade de partes, de tal forma que cada uma dessas partes seja, **ao mesmo tempo**, diretamente proporcional a pelo menos uma sucessão de números dados e inversamente proporcional a pelo menos uma outra.

Portanto, a fim de dividirmos um número  $T$  em  $n$  partes que sejam **diretamente** proporcionais à sucessão  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  e, ao mesmo tempo, **inversamente** proporcional à sucessão  $(b_1, b_2, \dots, b_n)$ , devemos encontrar a sucessão de números  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , de tal forma que:

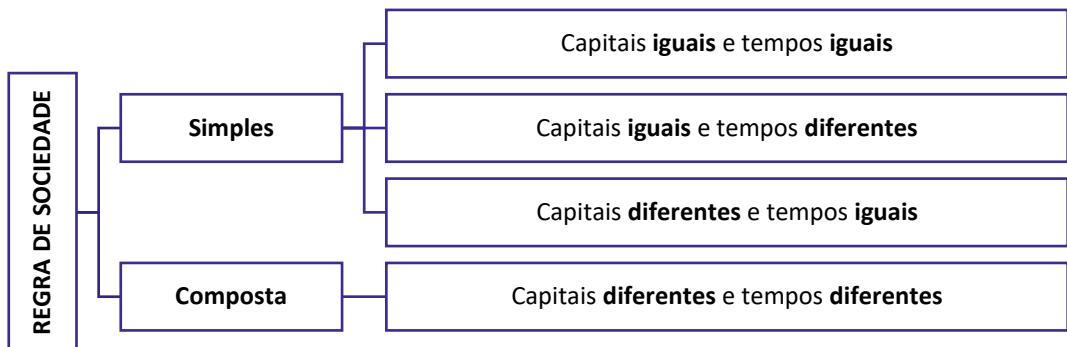
$$\frac{x_1}{a_1/b_1} = \frac{x_2}{a_2/b_2} = \dots = \frac{x_n}{a_n/b_n} = k$$

Dessa maneira, fica claro que dividir um número, **ao mesmo tempo**, de forma direta e inversamente proporcional a outros significa dividi-lo de forma **diretamente** proporcional ao **produto** entre as parcelas diretas e as parcelas inversas de cada uma das partes.

Em outras palavras, no numerador de cada igualdade da proporção ficarão as partes procuradas, e no denominador teremos uma fração, em que a parte dividida diretamente proporcional (DP) de cada um fica “em cima” e a inversamente proporcional (IP) fica “embaixo”:

$$\frac{\text{Parte procurada}}{\frac{\text{Parte DP}}{\text{Parte IP}}}$$

## 6. Regra de Sociedade



Dessa maneira, **quatro casos** podem ocorrer:

### 1º CASO

Os capitais investidos são iguais e os tempos de permanência dos sócios na empresa são iguais.

Nessa situação, o lucro/prejuízo será dividido pelo **número de sócios da empresa**. Na verdade, trata-se do caso mais óbvio e fácil, de forma que não costuma ser cobrado em provas.

### 2º CASO

Os capitais dos sócios são iguais e os tempos de permanência de cada um na empresa são diferentes.

Nessa situação, a divisão do lucro/prejuízo será **diretamente proporcional aos tempos de cada um**.

### 3º CASO

Os capitais investidos são diferentes e os tempos de permanência dos sócios na empresa são iguais.

Nessa situação, a divisão do lucro/prejuízo será **diretamente proporcional aos valores dos capitais**.

#### 4º CASO

Os capitais e os tempos de permanência são diferentes.

Nessa situação, estamos diante da **Regra de Sociedade Composta**, em que a divisão do lucro/prejuízo será **diretamente proporcional ao produto dos capitais pelos tempos**.

Resumindo os **quatro casos** que estudamos:

