Aula 06

TSE - Concurso Unificado (Analista Judiciário - Área Administrativa) Raciocínio Lógico e Matemática - 2023 (Pré-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

26 de Janeiro de 2023

Índice

Operações Fundamentais

Operações Básicas

Introdução

Galera, vou ser sincero aqui. Se você tem facilidade com as operações básicas, sugiro pular diretamente para os exercícios ou ir para a parte da teoria que julgar que tem mais dificuldade. A proposta dessa parte inicial da teoria é abordar conceitos elementares. No entanto, caso queira revisar, sinta-se à vontade! Vamos lá?!

Acredito que todos nós, em algum momento da vida, já tivemos que utilizar as operações básicas algumas (muitas) vezes. Nos dias atuais, em que precisamos trabalhar com dinheiro constantemente, atos como **somar, subtrair, multiplicar e dividir** estão sempre presentes.

Imagine que você tem R$ 100,00 na sua conta bancária e ganhou seu primeiro salário como **servidor**, no valor de **R$ 3.000,00**. É capaz de, sem nem perceber, você realizar uma soma e concluir que ficou com o saldo de R$ 3.100,00.

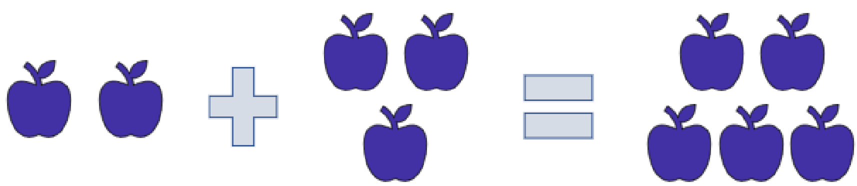
Com o seu primeiro salário, você vai no centro da cidade e decide comprar um novo celular. Entra em algumas lojas, acha aquele que tanto queria e consegue comprá-lo por R$ 1.500,00. Observe que se você tinha R$ 3.100,00 e gastou R$ 1.500,00, agora ficou com **R$ 1.600,00 de saldo**.

Quando chega em casa, seu pai lembra que você prometeu metade da quantia que sobrasse após a compra do celular, para ajudar nas despesas domésticas. Você pega e **divide R$ 1.600,00 por 2** e entrega R$ 800,00 para ele.

Observe que corriqueiramente estamos trabalhando com as operações básicas e nem nos damos conta. Acontece que nem sempre as "continhas" vão fluir assim. Por vezes, **elas podem se tornar complexas** e acabam exigindo o conhecimento de algumas regras. Vamos conhecer esse assunto um pouco melhor?

Soma

Em uma soma, nós pegamos dois ou mais números e os combinamos para formar um único número. **Essa combinação é feita adicionando (daí também o nome "adição") um número ao outro**. Particularmente, eu acho muito difícil entender a soma pensando apenas em números. Lembre-se que tudo se originou com **a necessidade de contar coisas**. Por exemplo, se você compra **duas maçãs** e ganha **mais três de brinde**. Com quantas maçãs você ficará?



Veja que você tinha duas maçãs (representamos a quantidade com o número "2") ganhou mais três ("3"), resultando em cinco ("5") maçãs. Portanto, $2 + 3 = 5$. O sinal que usamos para denotar a operação da soma é o **"mais" (+)**. Sempre que a intenção for somar dois números, usaremos ele. Tudo bem?

Uma vez entendida essa noção elementar de soma, vamos fazer alguns exemplos para explicar o método que usamos para somar quaisquer dois números ou mais.

Exemplo 1) $45 + 7$
O primeiro passo é **colocar um número abaixo do outro**, lembrando que o algarismo da unidade fica abaixo do algarismo da unidade, o da dezena abaixo do da dezena e assim sucessivamente.

III - Esse número "**1**" veio do "**1**2" que obtivemos na primeira soma. Vamos somá-lo com o 4, para obter o algarismo "5".

IV - O resultado ficará aqui. No caso, temos que $45 + 7 = 52$.

$$\begin{array}{crr} & {}^{1}4 & 5 \\ + & & 7 \\ \hline & 5 & 2 \end{array}$$

I - Começamos somando os algarismos das unidades. Note que $5 + 7 = 12$.

II - Abaixo da linha escrevemos o algarismo da unidade da soma de cima.

Caso não lembre bem quais são os algarismos das unidades, das dezenas, das centenas, etc. segue abaixo **uma tabela que resume bem os principais grupos** (vocês estudarão com mais detalhes esses grupos na próxima aula com o prof. Eduardo!).

Número	Unidade de milhão	Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
145257	-	1	4	5	2	5	7
3520	-	-	-	3	5	2	0
256	-	-	-	-	2	5	6

Exemplo 2) $2450 + 731$
Mesma coisa aqui, pessoal! Colocaremos um abaixo do outro e somaremos algarismo por algarismo!

$$\begin{array}{crrrr} & {}^{1}2 & 4 & 5 & 0 \\ + & & 7 & 3 & 1 \\ \hline & 3 & 1 & 8 & 1 \end{array}$$

Exemplo 3) $120 + 13{,}25$
E agora que temos vírgula? Prosseguiremos quase igual! Veja como ficaria:

$$\begin{array}{crrrcrr} & 1 & 2 & 0 & , & 0 & 0 \\ + & & 1 & 3 & , & 2 & 5 \\ \hline & 1 & 3 & 3 & , & 2 & 5 \end{array}$$

Para efeitos dessa soma em particular, escrevemos $120 = 120{,}00$. Dessa forma, conseguimos fazer o famoso "vírgula abaixo da vírgula"! Tudo bem? Vamos fazer uma questão!

HORA DE PRATICAR!

(PREF. LOUVEIRA/2020) Assinale a alternativa que apresenta corretamente o resultado para a seguinte operação com números decimais:

$$11{,}5 + 10{,}9 + 4{,}8$$

A) 25,6.
B) 26,2.
C) 26,8.
D) 27,0.
E) 27,2.

Comentários:
Opa! Aqui temos uma **soma de três números**. Vamos prosseguir conforme anteriormente. Lembre-se que, na hora de somar, vamos sempre escrever **vírgula abaixo da vírgula**.

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & {}^{2}1 & , & 5 \\ + & 1 & 0 & , & 9 \\ & & 4 & , & 8 \\ \hline & \mathbf{2} & \mathbf{7} & \mathbf{,} & \mathbf{2} \end{array}$$

Gabarito: LETRA E

Pessoal, a soma possui algumas propriedades. Elas não costumam cair muito em prova e muitas vezes usamos elas sem mesmo perceber. Vamos ver quais são!

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

1) Propriedade do Elemento Neutro
O elemento neutro da adição é o número tal que, somado a qualquer outro número, **não produzirá efeito prático algum** (terá uma ação neutra). Imagine que x representa um número qualquer.

$$x + 0 = x$$
$$0 + x = x$$

Veja que tínhamos um número x e somamos ele com o número zero. *Qual o resultado?* **O próprio x**. Isso ocorre pois **o zero é o elemento neutro da adição**. Tudo bem, galera?!

Usamos o "x" para indicar que pode ser qualquer número. Vamos exemplificar!

$$10 + \mathbf{0} = 10$$
$$\mathbf{0} + 10 = 10$$

Observe que quando somamos o "0", nada acontece com o "10"!

2) Propriedade da Comutatividade

Essa propriedade serve para nos dizer que, **NA SOMA**, **não importa a ordem dos fatores**, o resultado será o mesmo. Observe:

$$7 + 3 = 10$$
$$3 + 7 = 10$$

Não importa a ordem! Tanto faz: "sete mais três" ou "três mais sete", o resultado será sempre 10. Genericamente, representamos essa propriedade assim:

$$a + b = b + a$$

3) Propriedade da Associatividade

Por sua vez, a propriedade associativa fornece para nós uma **certa flexibilidade na hora de somarmos mais de dois termos**. Por exemplo, imagine que você quer fazer a seguinte soma:

$$7 + 3 + 10$$

Primeiro, você soma $7 + 3$ ou deve fazer $3 + 10$? A propriedade vai nos dizer que **tanto faz**. Em uma soma de mais de dois termos, **você pode escolher a ordem que for melhor para trabalhar**.

$$(7 + 3) + 10 = 10 + 10 = 20$$

$$7 + (3 + 10) = 7 + 13 = 20$$

De um modo geral, representamos essa propriedade assim:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

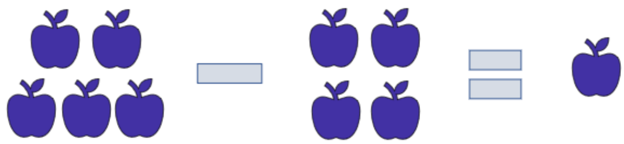
4) Propriedade do Fechamento

Já vimos essa propriedade na aula anterior. Lembra quando falamos **que a soma de dois números naturais é um número natural?** É exatamente a propriedade do fechamento. Ela é válida para o conjunto dos naturais, dos inteiros, dos racionais e dos reais. **O único conjunto numérico que fica de fora é o dos irracionais.**

Propriedade do Elemento Neutro	$a + 0 = a \;\; \vert \;\; 0 + a = a$
Propriedade da Comutatividade	$a + b = b + a$
Propriedade da Associatividade	$(a + b) + c = a + (b + c)$
Propriedade do Fechamento	$a, b \in \mathbb{N} \rightarrow a + b \in \mathbb{N}$ $a, b \in \mathbb{Z} \rightarrow a + b \in \mathbb{Z}$ $a, b \in \mathbb{Q} \rightarrow a + b \in \mathbb{Q}$ $a, b \in \mathbb{R} \rightarrow a + b \in \mathbb{R}$

Subtração

A subtração vai ser o oposto da soma. Se ao somar, nós adicionamos determinada quantidade em outra; **na subtração, nós vamos retirar essa quantidade**. Mais uma vez, imagine que você tinha aquelas 5 maçãs. Aconteceu que, seu cachorro conseguiu comer 4 delas sem você ver. Ele foi lá e, sorrateiramente, devorou quase todas as suas maçãs. *Com quantas maçãs você ficou?*



Veja, portanto, que $5 - 4 = 1$. Representamos a subtração com o sinal de $(-)$ **"menos"**. *Tem algum método para subtrair quaisquer dois números?* Tem e ele é muito parecido com o que já desenvolvemos na soma. Vamos continuar **escrevendo um algarismo abaixo do outro** (respeitando: unidade abaixo de unidade, dezena abaixo de dezena...) e sempre **começando a subtrair pelo algarismo mais à direita**.

Exemplo 4) $39 - 17$

II - Vamos fazendo a subtração "coluna por coluna" e o resultado colocamos abaixo da linha.

$$\begin{array}{cc} & \mathbf{3} \;\; \mathbf{9} \\ - & \mathbf{1} \;\; \mathbf{7} \\ \hline & \mathbf{2} \;\; \mathbf{2} \end{array}$$

I - Começamos subtraindo os algarismos mais a direta. No caso, $9 - 7 = 2$

Um detalhe da subtração é que os termos ganham nomes! **O primeiro termo é chamado de "minuendo"** (ou "diminuendo") e **o segundo termo de "subtraendo"**. Olhando para o nosso exemplo, o minuendo seria o 39, enquanto o subtraendo é o 17.

Exemplo 5) $152 - 35$

$$\begin{array}{cccc} & 1 & 5 & 2 \\ - & & 3 & 5 \\ \hline & & & \end{array}$$

Aqui iremos com mais calma. Quando olhamos para a coluna de algarismo mais à direita, temos que fazer a subtração $2 - 5$. Note que **2 <u>é menor</u> do que 5**, e, portanto, o resultado seria um número negativo. Nessa situação, devemos "pegar emprestado" do vizinho, **para que o número não fique negativo**.

$$
\begin{array}{r@{\quad}c@{\quad}c@{\quad}c}
 & 1 & 4\cancel{5} & 12 \\
- & & 3 & 5 \\
\hline
 & & & 7
\end{array}
$$

Veja que quando pegamos esse número "emprestado", o número que antes era 2, vira 12 e agora é possível efetuar a subtração: $12 - 5 = 7$. **Como pegamos um número do vizinho, o "5" acaba virando o 4 para efeitos da subtração.** Daí, fazemos $4 - 3 = 1$.

$$
\begin{array}{r@{\quad}c@{\quad}c@{\quad}c}
 & 1 & 4\cancel{5} & 12 \\
- & & 3 & 5 \\
\hline
 & 1 & 1 & 7
\end{array}
$$

Portanto, $152 - 35 = 117$. Esse negócio de "pegar do vizinho" **pode confundir** muita gente, por isso tenha bastante atenção. Para ver como cai em prova, vamos fazer uma questão.

(CEMNIL/2020) Calcule a operação decimal abaixo e assinale a alternativa correspondente

$$1935 - 1098 \ = ?$$

A) 575
B) 044
C) 837
D) 924

Comentários:

Vamos organizar naquele esquema. Sempre **cada algarismo abaixo do seu correspondente** (unidade abaixo de unidade, dezena abaixo de dezena e assim vai!)

$$
\begin{array}{r@{\quad}c@{\quad}c@{\quad}c@{\quad}c}
 & 1 & 9 & 2\cancel{3} & 15 \\
- & 1 & 0 & 9 & 8 \\
\hline
 & & & & 7
\end{array}
$$

Observe que quando avançamos para a "segunda coluna", o número "2" também é menor que o "9". **Devemos olhar para o número vizinho novamente**.

$$
\begin{array}{r@{\quad}c@{\quad}c@{\quad}c@{\quad}c}
 & 1 & 8\cancel{9} & 12\cancel{3} & 15 \\
- & 1 & 0 & 9 & 8 \\
\hline
 & & & 3 & 7
\end{array}
$$

Agora, temos que "12" é maior do que "9" e conseguimos subtrair: $12 - 9 = 3$. **Como os outros algarismos do diminuendo são maiores do que os do subtraendo**, conseguimos fazer a subtração sem mais pegar número de outros.

$$
\begin{array}{r@{\quad}c@{\quad}c@{\quad}c@{\quad}c}
 & 1 & 8\cancel{9} & 12\cancel{3} & 15 \\
- & 1 & 0 & 9 & 8 \\
\hline
 & 0 & 8 & 3 & 7
\end{array}
$$

Agora, vamos fazer alguns comentários sobre as propriedades. **Na subtração, não vamos ter propriedade associativa, comutativa ou do elemento neutro.** Para começar, observe que:

$$(7-2)-3=5-3=2$$

$$7-(2-3)=7-(-1)=7+1=8$$

Portanto, temos que $(7-2)-3 \neq 7-(2-3)$. Podemos concluir que **a propriedade associativa não se aplica aqui**. Além disso, veja que $7-3 \neq 3-7$, mostrando que **a comutatividade também não vale**. Você deve estar se perguntando sobre o elemento neutro, né?

De fato, quando temos $x-0=x$, o zero não vai ter efeito algum. No entanto, quando fazemos $0-x=-x$, o zero tem um pequeno efeito. É como se ele agisse **invertendo o sinal do subtraendo**. Tudo bem? Por isso, dizemos que **na subtração, não temos elemento neutro**.

Multiplicação

Na prática, **multiplicar é fazer a adição de um mesmo número repetidas vezes**. Por exemplo,

$$2\times 5=\underbrace{2+2+2+2+2}_{2\ aparece\ 5\ vezes}=10$$

$$5\times 7=\underbrace{5+5+5+5+5+5+5}_{5\ aparece\ 7\ vezes}=35$$

É bem mais "compacto" expressar várias somas de um mesmo número na forma de uma multiplicação. Ao invés de escrever $5+5+5+5+5+5+5=35$, simplesmente dizemos que $5\times 7=35$.

Para conseguirmos ir bem nessa parte da matéria, é muito importante que você tenha facilidade com a tabuada. Vamos relembrá-la?

ATENÇÃO DECORE!

1	2	3	4	5
$1\times 1=1$	$2\times 1=2$	$3\times 1=3$	$4\times 1=4$	$5\times 1=5$
$1\times 2=2$	$2\times 2=4$	$3\times 2=6$	$4\times 2=8$	$5\times 2=10$
$1\times 3=3$	$2\times 3=6$	$3\times 3=9$	$4\times 3=12$	$5\times 3=15$
$1\times 4=4$	$2\times 4=8$	$3\times 4=12$	$4\times 4=16$	$5\times 4=20$
$1\times 5=5$	$2\times 5=10$	$3\times 5=15$	$4\times 5=20$	$5\times 5=25$
$1\times 6=6$	$2\times 6=12$	$3\times 6=18$	$4\times 6=24$	$5\times 6=30$
$1\times 7=7$	$2\times 7=14$	$3\times 7=21$	$4\times 7=28$	$5\times 7=35$
$1\times 8=8$	$2\times 8=16$	$3\times 8=24$	$4\times 8=32$	$5\times 8=40$
$1\times 9=9$	$2\times 9=18$	$3\times 9=27$	$4\times 9=36$	$5\times 9=45$
$1\times 10=10$	$2\times 10=20$	$3\times 10=30$	$4\times 10=40$	$5\times 10=50$

6	7	8	9	10
$6 \times 1 = 6$	$7 \times 1 = 7$	$8 \times 1 = 8$	$9 \times 1 = 9$	$10 \times 1 = 10$
$6 \times 2 = 12$	$7 \times 2 = 14$	$8 \times 2 = 16$	$9 \times 2 = 18$	$10 \times 2 = 20$
$6 \times 3 = 18$	$7 \times 3 = 21$	$8 \times 3 = 24$	$9 \times 3 = 27$	$10 \times 3 = 30$
$6 \times 4 = 24$	$7 \times 4 = 28$	$8 \times 4 = 32$	$9 \times 4 = 36$	$10 \times 4 = 40$
$6 \times 5 = 30$	$7 \times 5 = 35$	$8 \times 5 = 40$	$9 \times 5 = 45$	$10 \times 5 = 50$
$6 \times 6 = 36$	$7 \times 6 = 42$	$8 \times 6 = 48$	$9 \times 6 = 54$	$10 \times 6 = 60$
$6 \times 7 = 42$	$7 \times 7 = 49$	$8 \times 7 = 56$	$9 \times 7 = 63$	$10 \times 7 = 70$
$6 \times 8 = 48$	$7 \times 8 = 56$	$8 \times 8 = 64$	$9 \times 8 = 72$	$10 \times 8 = 80$
$6 \times 9 = 54$	$7 \times 9 = 63$	$8 \times 9 = 72$	$9 \times 9 = 81$	$10 \times 9 = 90$
$6 \times 10 = 60$	$7 \times 10 = 70$	$8 \times 10 = 80$	$9 \times 10 = 90$	$10 \times 10 = 100$

Assim como na soma e na subtração, também temos um método para calcular o produto de dois números. Quanto seria, por exemplo, 731×12? Note que **não é uma conta que normalmente temos na cabeça**. Como calculá-la, então?

$$\begin{array}{cccc} & 7 & 3 & 1 \\ \times & & 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

Fazemos o esquema acima, pois **multiplicaremos algarismo por algarismo**. Com isso, transformamos nosso problema de multiplicar números "estranhos" em multiplicações da tabuada. Observe.

$$\begin{array}{cccc} & 7 & 3 & \mathbf{1} \\ \times & & 1 & \mathbf{2} \\ \hline & & & \mathbf{2} \end{array}$$

Multiplicamos $2 \times 1 = 2$. Colocamos o resultado abaixo da linha. Depois, fazemos o seguinte:

$$\begin{array}{cccc} & 7 & \mathbf{3} & 1 \\ \times & & 1 & \mathbf{2} \\ \hline & & \mathbf{6} & 2 \end{array}$$

Diferentemente da soma e da subtração, aqui não vamos coluna por coluna. O "2" multiplicará o algarismo das dezenas do número de cima. Assim, $3 \times 2 = 6$.

$$\begin{array}{ccccc} & & \mathbf{7} & 3 & 1 \\ \times & & & 1 & \mathbf{2} \\ \hline & \mathbf{1} & \mathbf{4} & 6 & 2 \end{array}$$

Faremos a multiplicação do "2" pelo "7". O resultado é $2 \times 7 = 14$. Note que multiplicamos todos os algarismos de 731 por 2. Agora, vamos fazer a mesma coisa, mas multiplicando todos os algarismos de 731 por "1".

$$\begin{array}{ccccc} & & 7 & 3 & \mathbf{1} \\ \times & & & \mathbf{1} & 2 \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 2 \\ + & & & \mathbf{1} & \\ \hline \end{array}$$

Nesse momento, temos mais novidades. Como vamos fazer novas multiplicações, **iniciamos uma nova linha** e colocamos o resultado da primeira multiplicação **deslocado de uma coluna para esquerda**. Essas duas linhas de resultado **serão <u>somadas</u> ao final**.

$$\begin{array}{ccccc} & & 7 & \mathbf{3} & 1 \\ \times & & & \mathbf{1} & 2 \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 2 \\ + & & \mathbf{3} & 1 & \\ \hline \end{array}$$

Dessa vez, fizemos $1 \times 3 = 3$.

$$\begin{array}{ccccc} & & \mathbf{7} & 3 & 1 \\ \times & & & \mathbf{1} & 2 \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 2 \\ + & \mathbf{7} & 3 & 1 & \\ \hline \end{array}$$

Agora, vamos **somar as duas linhas de resultado**, coluna por coluna.

$$\begin{array}{ccccc} & & 7 & 3 & 1 \\ \times & & & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 2 \\ + & 7 & 3 & 1 & \\ \hline & \mathbf{8} & \mathbf{7} & \mathbf{7} & \mathbf{2} \end{array}$$

Portanto, $731 \times 12 = 8772$.

HORA DE PRATICAR!

(AVAREPREV/2020) Júlia vai guardar R$ 25,00 por mês, para comprar um brinquedo. O total que ela juntará em 7 meses é:

A) R$ 32,00.

B) R$ 65,00.

C) R$ 120,00.

D) R$ 175,00.

Comentários:

Podemos fazer essa questão de dois jeitos: por soma ou por multiplicação. Temos 25 reais que são guardados por 7 meses. Assim,

$$V = (25 + 25) + (25 + 25) + (25 + 25) + 25$$

$$V = (50 + 50) + (50 + 25)$$

$$V = 100 + 75$$

$$V = 175$$

Ou, podemos fazer:

$$\begin{array}{rrr} & 3 & \\ & 2 & \mathbf{5} \\ \times & & \mathbf{7} \\ \hline & & 5 \end{array}$$

Veja que $7 \times 5 = 35$. O "5" ficou abaixo da linha, enquanto o "3" levamos para cima do "2". **Esse "3" será somado com resultado da próxima multiplicação**.

$$\begin{array}{rrr} & 3 & \\ & \mathbf{2} & 5 \\ \times & & \mathbf{7} \\ \hline \mathbf{1} & \mathbf{7} & 5 \end{array}$$

Temos que $\mathbf{7 \times 2 = 14}$. No entanto, devemos somar o resultado dessa multiplicação com o "3" que levamos para cima, resultado do produto anterior. Assim, $\mathbf{14 + 3 = 17}$. Esse é o resultado que levamos para abaixo da linha. Pronto, temos que $\mathbf{25 \times 7 = 175}$.

Gabarito: LETRA D

(PREF. LOUVEIRA/2020) Assinale a alternativa que apresenta corretamente o resultado para a seguinte operação com números decimais:

$$78{,}3 \times 10{,}2$$

A) 798,24.
B) 798,56.
C) 798,66.
D) 799,16.
E) 799,66.

Comentários:
Na multiplicação de número decimais, vamos fingir que não tem vírgula (rsrs)! Observe como ficaria:

$$\begin{array}{rrrr} & 7 & 8 & 3 \\ \times & 1 & 0 & 2 \\ \hline \end{array}$$

Mas, professoorr?!! Como assim?! Podemos fazer isso? Podemos sim, **mas ao final, <u>devemos colocar a vírgula de volta</u>! Não pode esquecer!** Quando terminarmos de multiplicar tudo, te ensinarei como colocá-la no lugar certo. Vamos lá?!

1) $3 \times 2 = 6$

$$\begin{array}{cccccc} & & & 7 & 8 & 3 \\ \times & & & 1 & 0 & 2 \\ \hline & & & & & 6 \end{array}$$

2) $2 \times 8 = 16$

$$\begin{array}{cccccc} & & & 1 & & \\ & & & 7 & 8 & 3 \\ \times & & & 1 & 0 & 2 \\ \hline & & & & 6 & 6 \end{array}$$

3) $2 \times 7 + 1 = 15$

$$\begin{array}{cccccc} & & & 1 & & \\ & & & 7 & 8 & 3 \\ \times & & & 1 & 0 & 2 \\ \hline & & 1 & 5 & 6 & 6 \end{array}$$

4) Quando multiplicamos 0 por qualquer um dos algarismos de cima, vamos ter sempre 0.

$$\begin{array}{cccccc} & & & 7 & 8 & 3 \\ \times & & & 1 & 0 & 2 \\ \hline & & 1 & 5 & 6 & 6 \\ & & 0 & 0 & 0 & \end{array}$$

5) $1 \times 3 = 3$

$$\begin{array}{cccccc} & & & 7 & 8 & 3 \\ \times & & & 1 & 0 & 2 \\ \hline & & 1 & 5 & 6 & 6 \\ & & 0 & 0 & 0 & \\ & & & 3 & & \\ \hline \end{array}$$

6) $1 \times 8 = 8$

$$\begin{array}{cccccc} & & & 7 & 8 & 3 \\ \times & & & 1 & 0 & 2 \\ \hline & & 1 & 5 & 6 & 6 \\ & & 0 & 0 & 0 & \\ & & 8 & 3 & & \\ \hline \end{array}$$

7) $1 \times 7 = 7$

$$\begin{array}{cccccc} & & & 7 & 8 & 3 \\ \times & & & 1 & 0 & 2 \\ \hline & & 1 & 5 & 6 & 6 \\ & & 0 & 0 & 0 & \\ & 7 & 8 & 3 & & \\ \hline \end{array}$$

8) Agora somamos as linhas que obtivemos, coluna por coluna.

$$\begin{array}{cccccc} & & & 7 & 8 & 3 \\ \times & & & 1 & 0 & 2 \\ \hline & & 1 & 5 & 6 & 6 \\ + & & 0 & 0 & 0 & \\ & 7 & 8 & 3 & & \\ \hline & 7 & 9 & 8 & 6 & 6 \end{array}$$

9) Pronto, terminamos a multiplicação! *Agora, onde colocamos a vírgula?* Olhando para as alternativas, já existe um bom indicativo onde ela está, no entanto, nem sempre teremos as alternativas para nos balizar.

Vamos olhar para os números 78,3 e 10,2. **Cada um tem uma casa decimal.** **<u>O produto dos dois terá 2 casas decimais</u>**. É como se ele tivesse pegado uma casa de cada um (rsrs). *Ahhh!! Quer dizer então que se fosse* 78,32 e 10,21*, o resultado teria <u>quatro casas</u> decimais*? Sim!!

Assim, sabendo que **o resultado deve ter duas casas decimais**, podemos devolver a vírgula que havíamos tirado!

$$78{,}3 \times 10{,}2 = 798{,}66$$

Gabarito: LETRA C.

Beleza, agora vamos ver algumas propriedades dessa operação tão importante! Na multiplicação, teremos aquelas quatro propriedades que vimos na adição e ainda duas a mais!

1) Propriedade do Elemento Neutro

Adianto para vocês que **o elemento neutro da multiplicação <u>não é o zero</u>**. Afinal, quando multiplicamos qualquer número por 0, o resultado será zero. O zero acaba tendo uma ação bem característica. Por sua vez, veja o que acontece quando multiplicamos um número x por 1.

$$x \cdot 1 = x$$
$$1 \cdot x = x$$

Veja que a multiplicação de um número x por 1, não acarreta mudanças. Terminamos com o número x. Logo, o **"1" é o nosso elemento neutro** da multiplicação.

2) Propriedade do Elemento Inverso

O elemento inverso é aquele que, ao multiplicarmos um número por ele, **resultará no 1**.

$$x \cdot \frac{1}{x} = 1 \quad \text{e} \quad \frac{1}{x} \cdot x = 1$$

Observe que **o inverso multiplicativo de qualquer número x será sempre a fração de "$1/x$".**

3) Propriedade Associativa

A propriedade da associatividade garante que **podemos fazer uma sequência de multiplicações na ordem mais conveniente para nós**. Por exemplo, em uma multiplicação $2 \times 3 \times 5$, nós multiplicamos primeiro o 2 com o 3? ou o 3 com o 5? A resposta é: você escolhe. Veja:

$$2 \times (3 \times 5) = 2 \times 15 = 30$$

$$(2 \times 3) \times 5 = 6 \times 5 = 30$$

De uma forma **genérica**, representamos essa propriedade assim:

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

4) Propriedade Comutativa

A comutatividade nos garante que **a ordem dos fatores não altera o produto**! Particularmente, lembro de ter ouvido bastante isso na escola (rsrs). De um modo geral, representamos esse fato assim:

$$a \times b = b \times a$$

5) Propriedade do Fechamento

Também falamos dessa propriedade na aula! Mas não demos esse nome explicitamente. Lembre-se que **a multiplicação de dois números racionais será sempre um racional** (o mesmo vale para os naturais e os inteiros). O único conjunto em que **a multiplicação não será "fechada" é o conjuntos dos irracionais**.

6) Propriedade Distributiva

É aqui que justificamos a famosa multiplicação "chuveirinho". Representamos assim:

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

Ela será muito útil quando estivermos estudando **expressões algébricas**, último tópico dessa aula! O inverso dela é o que chamamos de colocar em "evidência". Observe.

$$\boldsymbol{a} \times b + \boldsymbol{a} \times c = \boldsymbol{a} \times (b + c)$$

Podemos colocar um número "em evidência", quando tivermos uma soma e/ou subtração de produtos e houver um ou mais termos em comum. Explico melhor, observe a expressão abaixo.

$$2 + 2x$$

Perceba que o número "2" é comum as duas parcelas da soma.

$$\mathbf{2} \cdot 1 + \mathbf{2} \cdot x$$

Por mais que o número "2" não esteja expressamente em um produto, podemos considerá-lo como "$2 \cdot 1$".

É possível colocá-lo em evidência e escrevendo-o apenas uma vez.

$$\mathbf{2} \cdot (1 + x)$$

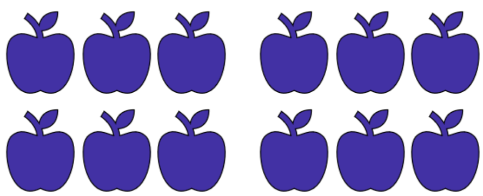
Observe que é justamente o inverso da multiplicação chuveirinho.

$$2 + 2x = 2 \cdot (1 + x)$$

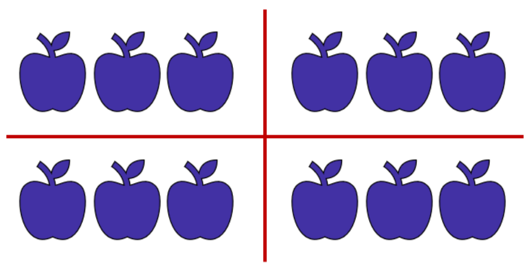
Não se preocupe! Voltaremos para aplicarmos essa propriedade em breve! No momento, vamos avançar um pouco mais no conteúdo!

Divisão

A grande maioria dos alunos tem algum problema com a divisão. Existem muitas regrinhas que podem dificultar a vida do concurseiro. Não se preocupe! Depois de hoje, garanto que não terá mais medo de enfrentar uma divisão. O primeiro passo nesse objetivo é ter uma **noção intuitiva do que significa dividir**. Imagine que você colheu 12 maçãs em sua fazenda.



Você resolve repartir, em quantidades iguais, as **12 maçãs para 4 amigos** que foram te visitar. *Quantas maçãs cada amigo levará pra casa?*



Observe que, para fornecer **a mesma quantidade para** os amigos, **cada um deverá ficar com 3 maçãs**. Assim, escrevemos $12 \div 4 = 3$. O **símbolo** " $\div$ " é o que usamos para representar a divisão. As frações são usadas com esse objetivo também, mas teremos uma aula especial só para elas. Portanto, não se preocupe agora.

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

Para resolver divisões, normalmente utilizamos um algoritmo específico. Podemos esquematizá-lo assim:

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \cline{2-2} R & Q \end{array}$$

- D: dividendo (é o número que será dividido);
- d: divisor (é o número que dividirá o dividendo);
- Q: quociente (é o resultado da divisão);
- R: resto (às vezes, não conseguimos dividir o número em partes inteiras iguais, forma-se, então, o "resto").

Existe uma expressão que relaciona essas quatro quantidades. É a **"Relação Fundamental da Divisão".**

$$D = Q \times d + R$$

ou

$$\text{DIVIDENDO} = \text{DIVISOR} \times \text{QUOCIENTE} + \text{RESTO}$$

HORA DE PRATICAR!

(CM ORIZÂNIA - MG/2020) A imagem a seguir ilustra a representação correta de uma divisão.

$$\begin{array}{l|l} ABC & 13 \\ \cline{2-2} 5 & 8 \end{array}$$

De acordo com a representação, A, B e C são os algarismos do dividendo. Assim, o resultado da soma de A + B + C é:
A) 5.
B) 10.
C) 15.
D) 20.
E) 25.

Comentários:
Questão para aplicarmos o que acabamos de ver. Vamos identificar cada um dos números.

$$\begin{array}{rcr|lcl} \text{Dividendo} & \longleftarrow & ABC & 13 & \longrightarrow & \text{Divisor} \\ \cline{4-4} \text{Resto} & \longleftarrow & 5 & 8 & \longrightarrow & \text{Quociente} \end{array}$$

Usando a Relação Fundamental da Divisão:

$$\text{DIVIDENDO} = \text{DIVISOR} \times \text{QUOCIENTE} + \text{RESTO}$$

$$ABC = 13 \times 8 + 5$$

$$ABC = 104 + 5$$

$$ABC = 109$$

Assim, somando os algarismos: $A + B + C = 1 + 0 + 9 = 10$.

Gabarito: LETRA B.

Agora, vamos resolver algumas divisões para pegar o jeito.

Exemplo 6) $635 \div 5$

$$\begin{array}{r|l} 635 & \;5\; \\ \cline{2-2} \end{array}$$

Ao contrário do que vínhamos fazendo anteriormente, na divisão, **começaremos do algarismo mais à esquerda, ou seja, pelo "6"**. Vamos nos fazer a pergunta: *que número devemos multiplicar o 5 de modo que o resultado seja o mais próximo possível de 6 (sem ultrapassá-lo)?* **É o número 1**, pois $5 \times 1 = 5$.

$$\begin{array}{rl|l} & 635 & \;5\; \\ \cline{3-3} - & \underline{5} & 1 \\ & 1 & \end{array}$$

Colocamos o "1" no quociente e o "5" abaixo do 6. Após esse passo, **devemos efetuar a subtração dos elementos que estão na coluna**. No caso $6 - 5 = 1$. Agora, descemos o próximo algarismo.

$$\begin{array}{rl|l} & 635 & \;5\; \\ \cline{3-3} - & \underline{5} & 1 \\ & 13 & \end{array}$$

Como descemos um número, devemos nos perguntar novamente: *qual número devemos multiplicar o 5, de modo que o resultado seja o mais próximo possível de 13 (sem ultrapassá-lo)?* **Ora, é o 2!** Veja que $5 \times 2 = 10$. Assim, ficamos com:

$$\begin{array}{r|l} 635 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 12 \\ \cline{1-1} 13 & \\ -10 & \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

Não podemos esquecer de fazer a subtração do resultado: $13 - 10 = 3$. Agora, vamos descer o "5".

$$\begin{array}{r|l} 635 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 12 \\ \cline{1-1} 13 & \\ -10 & \\ \cline{1-1} 35 & \end{array}$$

Qual número que devemos multiplicar o 5, que vai resultar no número mais próximo de 35 (sem ultrapassá-lo? **Ora, é o 7**, pois $5 \times 7 = 35$. O número pode ser igual, só não pode ser maior!!

$$\begin{array}{r|l} 635 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 127 \\ \cline{1-1} 13 & \\ -10 & \\ \cline{1-1} 35 & \\ -35 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Pronto, finalizamos nossa divisão. Veja que **o resto deu 0**. Nessas situações, dizemos que **a divisão é exata**. Já quando obtemos um **resto diferente de zero, temos uma divisão não exata**. Para finalizar, vamos fazer um exemplo com alguns detalhes diferentes.

Exemplo 6) $14563 \div 18$

$$\begin{array}{r|l} 14563 & 18 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

Observe que, quando olhamos para os dois algarismos mais à esquerda, temos apenas "14", que é menor do que "18". Nesses casos, podemos pegar mais um algarismo, ou seja, considerar "145". Vamos fazer a pergunta: *qual número devemos multiplicar 18, que resulta no número mais próximo possível de 145?* Ora, **é o número 8**, pois, $18 \times 8 = 144$. Assim,

$$\begin{array}{r|l} 14563 & 18 \\ \cline{2-2} -144 & 8 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Uma vez que fizemos a subtração, podemos descer o "6".

$$
\begin{array}{r|l}
14563 & \ 18 \\ \cline{2-2}
-\underline{144} & \ 8 \\
16 &
\end{array}
$$

Note que "16" é menor do que "18". **Temos que baixar o próximo número**. No entanto, para isso, **devemos que acrescentar um zero no quociente**.

$$
\begin{array}{r|l}
14563 & \ 18 \\ \cline{2-2}
-\underline{144} & \ 80 \\
163 &
\end{array}
$$

Pronto. A pergunta da vez é: *que número multiplicamos o 18 que dará um resultado mais próximo de 163 (lembrando sempre que não pode ultrapassá-lo)?* **É o 9!** Veja que $18 \times 9 = 162$. Assim,

$$
\begin{array}{r|l}
14563 & \ 18 \\ \cline{2-2}
-\underline{144} & \ 809 \\
163 & \\
-\underline{162} & \\
1 &
\end{array}
$$

Terminamos a divisão! Note que **o resto foi diferente de zero**. É o caso de uma divisão não exata. **O quociente foi de 809**. Observe que:

$$14563 = 18 \times 809 + 1$$

Pessoal, terminamos, por hoje, essa parte relativa à divisão. Dificilmente, uma questão vai pedir um cálculo “cru”. Teremos que fazer divisões no meio de um problema. Temos uma lista bem grande ao final desse livro para você treinar. Agora, recomendo que você estique as pernas, tome uma água, coma algo. Faça um intervalo, pois vamos avançar no conteúdo.

Potenciação e Radiciação

Você já deve ter ouvido falar da **potenciação e da radiciação**. Na potenciação, temos números que estão elevados a um outro número, como $2^3, 2^{10}, 10^5$ e 3^7. Mas você sabe o que significa isso? Esse tipo de operação nada mais é do que **uma multiplicação escrita de uma forma simplificada**. Imagine que, por algum motivo, você se depare com a multiplicação $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$. Note que é uma notação extensa e tem o número 2 repetido 7 vezes.

Para evitar isso, **você pode condensar toda essa expressão em um único número: 2^7**. É um jeito melhor de representar, não concorda? Observe mais alguns exemplos.

- $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
- $2^{10} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1024$
- $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$
- $5^2 = 5 \times 5 = 25$

Muitas vezes vocês irão encontrar o termo **exponenciação**, que pode ser utilizado no lugar de potenciação. Eles significam exatamente a mesma coisa! De modo geral, nós podemos representar uma potência da seguinte forma:

Expoente

$$b = a^n$$

Base

Potência

E a radiciação? Vocês lembram da famosa raiz quadrada? **Ela é um exemplo clássico dessa operação**. Mas o que significa tirar a raiz de um número? Nós sabemos, por exemplo, que $9^2 = 9 \times 9 = 81$. Quando queremos calcular $\sqrt{81}$, **estamos fazendo uma operação inversa da potenciação**. Você deve se perguntar: **qual número que multiplicado por ele mesmo dá 81? Ora, é o 9!** Logo, $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$.

Isso é válido se for uma raiz quadrada. No entanto, podemos ter raízes cúbicas, raízes quartas, etc. Acompanhe mais alguns exemplos.

- Para calcular $\sqrt[3]{\mathbf{8}}$, você deve se perguntar: qual número que multiplicado por ele mesmo três vezes dá 8? Ora, é o 2! Veja: $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$. Com isso, $\boldsymbol{\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2;}$

- Para calcular $\sqrt[4]{\mathbf{10000}}$, você deve se perguntar: qual número que multiplicado por ele mesmo quatro vezes vai fornecer 10000? Veja: $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$. Logo, $\boldsymbol{\sqrt[4]{10000} = \sqrt[4]{10^4} = 10}$.

Note que, nos nossos exemplos, os resultados foram números inteiros. Acontece que, nem sempre isso ocorrerá. Por exemplo, a raiz quadrada de 2: $\sqrt{2}$. **Qual número que multiplicado por ele mesmo fornece 2?** A resposta para essa pergunta é um número irracional: 1,41421356237309504880168872420969 ... Isso significa que:

$$1{,}142135623730950488016887242\ldots \times 1{,}142135623730950488016887242\ldots = 2$$

O processo de determinar raízes <u>não é trivial</u>! O quadro a seguir traz as principais potências e raízes que **você deve ter na ponta da língua**. Galera, anotem esses valores em um papel e durmam com ele. Ter esses valores decorados vai fazer com que economizem muito tempo durante a prova. Além disso, tenha a certeza que eles aparecerão!

Resultados Importantes	
Potências	**Raízes**
$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$
$4^2 = 16$	$\sqrt{16} = 4$
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$
$6^2 = 36$	$\sqrt{36} = 6$
$7^2 = 49$	$\sqrt{49} = 7$
$8^2 = 64$	$\sqrt{64} = 8$
$9^2 = 81$	$\sqrt{81} = 9$
$10^2 = 100$	$\sqrt{100} = 10$
$11^2 = 121$	$\sqrt{121} = 11$
$12^2 = 144$	$\sqrt{144} = 12$
$13^2 = 169$	$\sqrt{169} = 13$
$14^2 = 196$	$\sqrt{196} = 14$
$15^2 = 225$	$\sqrt{225} = 15$

Potências de 2
$2^0 = 1$
$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$
$2^4 = 16$
$2^5 = 32$
$2^6 = 64$
$2^7 = 128$
$2^8 = 256$
$2^9 = 512$
$2^{10} = 1024$
$2^{11} = 2048$
$2^{12} = 4096$
$2^{13} = 8192$

HORA DE PRATICAR!

(PREF. SA SUDOESTE/2020) Assinale a alternativa que representa corretamente o resultado da raiz quadrada $\sqrt{81}$.

A) 4

B) 7

C) 8

D) 9

Comentários:

Pessoal, **alguns quadrados nós devemos guardar na memória!** Lembre-se que $\mathbf{9^2 = 81}$, logo:

$$\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$$

Gabarito: Letra D.

(PREF. STO AGOSTINHO/2019) Brincando com uma calculadora, Carlos digitou um número N qualquer e realizou, nesta ordem, as seguintes operações: elevou o número ao quadrado; multiplicou o resultado por 2; tirou a raiz quadrada do novo resultado; multiplicou o novo resultado por três; e, por fim, elevou este último valor ao cubo. Acerca do resultado final obtido por Carlos, assinale a alternativa correta.

A) $27\sqrt{2}\,N^2$

B) $54\sqrt{3}\,N^2$

C) $54\sqrt{2}\,N^3$

D) $81\sqrt{3}\,N^3$

Comentários:

Temos **o número N** e vamos realizar as operações na ordem em que foram ditas no enunciado.

Elevou o número ao quadrado: $\mathbf{N^2}$

Multiplicou o resultado por 2: $\mathbf{2N^2}$

Tirou a raiz quadrada do novo resultado: $\mathbf{\sqrt{2}\,N}$

Multiplicou o novo resultado por 3: $\mathbf{3\sqrt{2}\,N}$

Elevou esse último resultado ao cubo: $\mathbf{\left(3\sqrt{2}\,N\right)^3 = 27 \cdot 2\sqrt{2} \cdot N^3 = 54\sqrt{2}\,N^3}$

Gabarito: Letra C.

Propriedades da Potenciação

Agora que começamos a ter uma noção intuitiva do que é potenciação, é importante fazer algumas definições e mostrar algumas propriedades.

1) $\boldsymbol{a^0 = 1}$

2) $\boldsymbol{a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a \cdot a}_{n\ vezes}}$

Pessoal, lembre-se que qualquer número elevado a 0 é igual a 1! Isso é uma definição, não há demonstrações. *Quanto é* 2^0? É $\mathbf{1}$! *Quanto é* 1000^0? É $\mathbf{1}$! *Quanto é* 10000000000000^0? É $\mathbf{1}$! **Não importa quão grande o número seja, se ele está elevado a zero, então essa potência vale 1!** E as propriedades, quais são?

P1) Quando multiplicamos duas potências de mesma base, **mantemos a base e somamos os expoentes**.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

EXEMPLIFICANDO

$$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$$

$$3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9$$

$$5^1 \cdot 5^{10} = 5^{1+10} = 5^{11}$$

P2) Quando dividimos duas potências de mesma base, **mantemos a base e subtraímos os expoentes**.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

EXEMPLIFICANDO

$$\frac{2^2}{2^3} = 2^{2-3} = 2^{-1}$$

$$\frac{3^{10}}{3^5} = 3^{10-5} = 3^5$$

$$\frac{5^1}{5^{10}} = 5^{1-10} = 5^{-11}$$

P3) Quando calculamos uma potência de potência, **mantemos a base e multiplicamos os expoentes**.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

EXEMPLIFICANDO

$$(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6$$

$$(3^4)^5 = 3^{4 \cdot 5} = 3^{20}$$

$$(5^1)^{10} = 5^{1 \cdot 10} = 5^{10}$$

P4) Quando queremos elevar a determinado expoente uma multiplicação, **o expoente entra em cada um dos fatores**.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

EXEMPLIFICANDO

$$(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3$$

$$(5 \cdot 7)^5 = 5^5 \cdot 7^5$$

$$(4 \cdot 8)^{10} = 4^{10} \cdot 8^{10}$$

P5) Quando queremos elevar a determinado expoente uma divisão, **o expoente entra no denominador e no numerador normalmente**.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

EXEMPLIFICANDO

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{2^2}$$

$$\left(\frac{7}{5}\right)^5 = \frac{7^5}{5^5}$$

Existem **duas pequenas consequências** do que vimos até aqui que vocês devem ter em mente:

- Ao elevar o número 0 a qualquer expoente, **o resultado será sempre zero**!

$$0^n = \underbrace{0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot \ldots \cdot\cdot\, 0 \cdot 0}_{n\ vezes} = 0$$

- Ao elevar o número 1 a qualquer expoente, **o resultado será sempre um**!

$$1^n = \underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \ldots \cdot 1 \cdot 1}_{n\ vezes} = 1$$

HORA DE PRATICAR!

(PREF. GASPAR/2019) Assinale a propriedade INCORRETA sobre potenciação?

A) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

B) $a^0 = 0$

C) $(a \cdot b)^n = (a^n \cdot b^n)$

D) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Comentários:

Pessoal, lembrem-se que **qualquer número elevado a 0 é igual a 1!** Quando olhamos para a letra B percebemos de imediato o erro! **Não existe expoente que ao elevarmos uma base resulte no valor 0**. **Guarde isso**! Nas demais alternativas, temos algumas das propriedades que acabamos de ver.

Gabarito: Letra B.

(PREF. TREMEMBÉ/2019) Usando propriedades de potenciação, qual a solução da equação $\frac{(3^2)^3 \cdot 3^6}{3^7}$?

A) 243.

B) 2187.

C) 81.

D) Nenhuma das alternativas

Comentários:

Para resolver essa questão, devemos lembrar das seguintes propriedades de potenciação:

P1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

P2) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

P3) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$E = \frac{(3^2)^3 \cdot 3^6}{3^7} \overset{P3}{\Longrightarrow} E = \frac{3^6 \cdot 3^6}{3^7} \overset{P1}{\Longrightarrow}$$

$$E = \frac{3^{12}}{3^7} \overset{P2}{\Longrightarrow} E = 3^5$$

$$E = 243$$

Gabarito: Letra A.

Para finalizarmos essa primeira parte, é importante fazermos mais algumas considerações. Até agora vimos **apenas potências com expoentes naturais**. O que acontece **se o expoente for <u>um número inteiro negativo</u>**? Lembre-se que a propriedade $P2$ diz o seguinte:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Vamos fazer $m = 0$?

$$\frac{a^0}{a^n} = a^{0-n} \quad \Longrightarrow \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Perceba, então, que **quando tivermos expoentes negativos, basta invertemos a potência!** Acompanhe.

- $2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$
- $10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$
- $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64}$
- $\left(\frac{1}{10}\right)^{-5} = \left(\frac{10}{1}\right)^5 = 10^5 = 100.000$

Todas as propriedades que vimos continuam válidas, independentemente se o expoente é um número positivo ou negativo.

HORA DE PRATICAR!

(PREF. QUARAÍ/2019) Todas as operações fundamentais possuem propriedades que facilitam o seu desenvolvimento e tornam o resultado mais confiável. Dentre todas as operações, a potenciação tem diversas propriedades que ajudam na resolução de suas operações. Sobre a resolução da operação $(2^3.2^2)^2$, assinale a alternativa correta.

A) Basta conservar a base e somar os expoentes.

B) Basta conservar os expoentes e somar as bases.

C) Deve-se conservar a base, multiplicar os expoentes de dentro dos parênteses e, então, somar com o de fora.

D) Deve-se conservar a base, somar os expoentes de dentro dos parênteses e, então, multiplicar o resultado pelo expoente de fora dos parênteses.

E) O resultado final, independentemente da forma de resolução, será 512.

Comentários:

Veja que temos que resolver a expressão $(2^3.2^2)^2$. Para isso, utilizaremos as seguintes propriedades:

$$\text{P1)} \quad a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$
$$\text{P3)} \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Iniciamos com **a multiplicação dentro dos parênteses**. Sabemos que, na multiplicação de potências de mesma base, **mantemos a base e somamos os expoentes** (P1). Logo,

$$(2^3.2^2)^2 = (2^{3+2})^2 = (2^5)^2$$

Agora temos **uma potência de potência**. Nesse caso, devemos multiplicar os expoentes (P3).

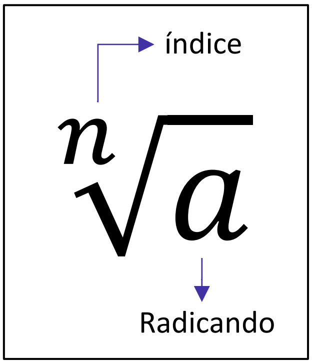
$$(2^5)^2 = 2^{10}$$

Esse raciocínio que seguimos é o que está descrito exatamente na alternativa D.

Gabarito: Letra D.

Propriedades da Radiciação

Antes de entrarmos nas propriedades da radiciação, é fundamental definirmos alguns elementos das raízes.



Note que **cada raiz possui dois elementos principais**: **o índice**, que vai dizer se estamos lidando com uma raiz quadrada, uma raiz cúbica, etc. e **o radicando** que é o número que está envolvido na operação em si. A raiz acima é lida da seguinte forma: **raiz enésima de a**.

$P5)$ **Toda raiz pode ser escrita na forma de uma potência**, em que **o expoente é uma fração**.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Pessoal, essa é **a propriedade mais importante** em se tratando de raízes. Uma vez que a transformamos em uma potência, **todas as propriedades que vimos anteriormente também valem para ela**. Isso facilita muito a compreensão das próximas propriedades que veremos. Confira alguns exemplos.

- $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$
- $\sqrt[3]{3^4} = 3^{\frac{4}{3}}$
- $\sqrt[5]{7^3} = 7^{\frac{3}{5}}$
- $\sqrt[10]{13^3} = 13^{\frac{3}{10}}$

Existe uma frase que ajuda a **lembrar quem vira numerador e quem vira denominador** na conversão de uma raiz para a forma de uma potência.

Quem está por dentro, está por cima. Quem está por fora, está por baixo.

Quem está por dentro, está por cima.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Quem está por fora, está por baixo.

(PREF. QUARAÍ/2019) A linguagem matemática permite que se represente de várias maneiras o mesmo número. Assinale a alternativa que representa outra forma de escrever $\sqrt{3}$.

A) $\frac{1}{3}$

B) 3^{-1}

C) $3^{\frac{1}{2}}$

D) 3×1

E) 3

Comentários:

As raízes podem ser representadas na forma de **potências de expoentes fracionários**. Sua forma geral é:

$$\boldsymbol{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}}$$

Assim, podemos escrever que $\boldsymbol{\sqrt{3} = \sqrt[2]{3^1} = 3^{\frac{1}{2}}}$.

Gabarito: Letra C.

$P6$) Na multiplicação de raízes com índices iguais, **conservamos o índice e multiplicamos os radicandos**.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

- $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2 \cdot 4} = \sqrt[3]{8} = 2$
- $\sqrt[2]{100} \cdot \sqrt[2]{10} = \sqrt[2]{100 \cdot 10} = \sqrt[2]{1000}$

***P*7)** Na divisão de raízes com índices iguais, **conservamos o índice e dividimos os radicandos**.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

- $\frac{\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{12}{3}} = \sqrt[3]{4}$
- $\frac{\sqrt[4]{100}}{\sqrt[4]{50}} = \sqrt[4]{\frac{100}{50}} = \sqrt[4]{2}$
- $\frac{\sqrt[26]{4096}}{\sqrt[26]{512}} = \sqrt[26]{\frac{4096}{512}} = \sqrt[26]{8}$

***P*8)** Na potência de raízes, **o expoente pode ser levado para o radicando**

.

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

- $\left(\sqrt{3}\right)^5 = \sqrt{3^5} = \sqrt{243}$
- $\left(\sqrt[3]{5}\right)^3 = \sqrt[3]{5^3} = \sqrt[3]{125} = 5$
- $\left(\sqrt[5]{10}\right)^6 = \sqrt[5]{10^6} = \sqrt[5]{1000000}$

***P*9)** Quando precisamos tirar uma raiz de uma raiz, **mantemos o radical e multiplicamos os índices**.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}$$

- $\sqrt[3]{\sqrt[2]{2}} = \sqrt[3\cdot 2]{2} = \sqrt[6]{2}$
- $\sqrt[2]{\sqrt[5]{5}} = \sqrt[2\cdot 5]{5} = \sqrt[10]{5}$
- $\sqrt[7]{\sqrt[6]{9}} = \sqrt[7\cdot 6]{9} = \sqrt[42]{9}$

HORA DE PRATICAR!

(Colégio Pedro II/2017) Uma pessoa, com uma calculadora, extraiu a raiz quarta de x e encontrou y. Em seguida, calculou a raiz quadrada de y e encontrou 10. O valor de x é

A) um milhão

B) dez milhões

C) cem milhões

D) um bilhão

Comentários:

Vamos realizar o passo a passo do enunciado.

1) Uma pessoa, com uma calculadora, **extraiu a raiz quarta de x e encontrou y**.

$$y = \sqrt[4]{x}$$

2) Calculou **a raiz quadrada de y e encontrou 10**.

$$\sqrt{y} = \sqrt{\sqrt[4]{x}} = \sqrt[2\cdot 4]{x} = \sqrt[8]{x} = 10$$

Com isso, queremos o número que, **quando tiramos a raiz oitava dele, obtemos 10**. Ora, só pode ser 10^8.

$$\sqrt[8]{10^8} = 10$$

Se $x = 10^8$, então $x = 100.000.000$. Esse valor equivale a **cem milhões.**

Gabarito: Letra C.

Detalhes Importantes

Vamos fazer algumas observações sobre aspectos da matéria que os alunos confundem bastante. Observe.

- $(2+3)^2 = 5^2 = 25$
- $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

Note que $(2+3)^2 \neq 2^2 + 3^2$. O expoente não entra **em cada membro da soma individualmente**. Primeiro **resolva o que está dentro do parênteses e, em seguida, resolva a potenciação**. O mesmo raciocínio vale para a subtração. Já quando estamos lidando com raízes, um **erro comum** entre os alunos é esse:

- $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{2+3} = \sqrt{5}$

Galera, **isso está muito errado**. Observe que:

$$\sqrt{2} = 1{,}4142\ldots \qquad \sqrt{3} = 1{,}7320\ldots \qquad \sqrt{5} = 2{,}2360\ldots$$

Com isso, veja que $\sqrt{2} + \sqrt{3} = 1{,}4142\ldots + 1{,}7320\ldots = 3{,}1462\ldots \neq 2{,}2360\ldots$

Não podemos cometer esse tipo de erro. **Quando somamos duas raízes que possuem índices iguais mais radicandos diferentes, não temos o que fazer**. Devemos deixar do jeito que está. Então, da próxima vez, por exemplo, que você chegar ao resultado $\sqrt{\mathbf{2}} + \sqrt{\mathbf{3}}$**,** esse será o resultado. Não há mais o que fazer, **você representará sua resposta como uma soma de duas raízes e estará correto!**

Agora, você poderá somar duas raízes que são iguais.

- $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
- $\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5} = 3\sqrt[3]{5}$
- $\sqrt[7]{10} + \sqrt[7]{10} + \sqrt[7]{10} + \sqrt[7]{10} = 4\sqrt[7]{10}$

Apesar de **entrarmos mais a fundo em frações somente na próxima aula**, vamos adiantar um conteúdo aqui para vocês: **a racionalização de denominadores**. Esse assunto pode gerar um pouco de ansiedade nos alunos, apesar de ser simples. Galera, *o que seria racionalizar um denominador?* É apenas **tirar a raiz da parte de baixo de uma fração**. Mas não é tirar de qualquer jeito! Devemos obter uma fração equivalente.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Observe que multiplicamos a fração $\frac{1}{\sqrt{2}}$ por $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$, mas note que $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$. Então, no fim, você multiplicou sua fração por 1! **Quando multiplicamos por 1, não alteramos o resultado**. Logo,

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Essa é a chamada **racionalização de denominadores** no seu caso mais simples. Acompanhe mais alguns racionalizações.

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}$$

$$\frac{81}{\sqrt{27}} = \frac{81}{\sqrt{27}} \cdot \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{27}} = \frac{81\sqrt{27}}{27} = 3\sqrt{27}$$

A racionalização que fizemos acima é para quando o denominador for uma raiz quadrada. E quando não for?

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3 \cdot 3^2}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{3}$$

Continue notando que $\sqrt[3]{3^2}/\sqrt[3]{3^2} = 1$. Ou seja, **continuamos multiplicando a nossa fração pelo número 1**. Veja que o radicando das raízes do numerador e denominador da fração equivalente a 1 possui o expoente 2. Isso acontece, pois**, precisamos obter o expoente 3 para cortar com o índice do radical e eliminar assim a raiz**! Acompanhe mais alguns exemplos para melhor entendimento.

$$\frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \cdot \frac{\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2^3}} = \frac{\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{\sqrt[4]{8}}{2}$$

$$\frac{7}{\sqrt[10]{2}} = \frac{7}{\sqrt[10]{2}} \cdot \frac{\sqrt[10]{2^9}}{\sqrt[10]{2^9}} = \frac{7\sqrt[10]{2^9}}{\sqrt[10]{2^{10}}} = \frac{7\sqrt[10]{512}}{2}$$

$$\frac{3}{\sqrt[5]{5}} = \frac{3}{\sqrt[5]{5}} \cdot \frac{\sqrt[5]{5^4}}{\sqrt[5]{5^4}} = \frac{3\sqrt[5]{5^4}}{\sqrt[5]{5^5}} = \frac{3\sqrt[5]{625}}{5}$$

$$\frac{10}{\sqrt[40]{7}} = \frac{10}{\sqrt[40]{7}} \cdot \frac{\sqrt[40]{7^{39}}}{\sqrt[40]{7^{39}}} = \frac{10\sqrt[40]{7^{39}}}{\sqrt[40]{7^{40}}} = \frac{10\sqrt[40]{7^{39}}}{7}$$

(PREF. PADRE BERNADO/2015) Aplicando-se as propriedades de racionalização para frações, temos o seguinte resultado para a fração abaixo:

$$\frac{7}{a^{\frac{2}{5}}}$$

A) $\frac{7a^{\frac{2}{5}}}{a}$

B) $\frac{7a^{\frac{3}{5}}}{a}$

C) $\frac{7a}{a^{\frac{2}{5}}}$

D) $\frac{7a}{a^{\frac{3}{5}}}$

Comentários:

Temos que lembrar duas coisas sobre as raízes: i) **potências na forma de frações podem ser escrito como raízes e vice-versa**; ii) **podemos racionalizar denominadores**. Veja que $a^{\frac{2}{5}}$ **equivale a** $\sqrt[5]{a^2}$. *Quem está por cima, está por dentro. Quem está por fora, está por baixo!* Sendo assim:

$$\frac{7}{a^{\frac{2}{5}}} = \frac{7}{\sqrt[5]{a^2}}$$

Podemos **racionalizar essa raiz no denominador**.

$$\frac{7}{\sqrt[5]{a^2}} = \frac{7}{\sqrt[5]{a^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[5]{a^3}} = \frac{7\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[5]{a^5}} = \frac{7\sqrt[5]{a^3}}{a} = \frac{7a^{\frac{3}{5}}}{a}$$

Gabarito: Letra B.

Situações-Problemas

Essa parte do nosso livro cobrirá **os principais tipos de problemas que envolvem os conteúdos vistos nessa aula**. Quero ressaltar que **a cobrança "mais crua" do conteúdo**, assim como está na teoria, não acontece com muita frequência. Normalmente, toda **essa matéria é requisitada de uma forma mais contextualizada**. No entanto, é de fundamental importância dominar essa parte mais técnica, pois só assim saberemos **interpretar corretamente os problemas** e **não erraremos as manipulações algébricas**.

HORA DE PRATICAR!

(SSP-AM/2022) Um encontro de família foi organizado por 5 casais. Cada um desses casais teve 4 filhos, todos casados e com 3 filhos cada um. Todas as pessoas citadas compareceram ao encontro. O número de pessoas nesse encontro de família é

A) 70.
B) 80.
C) 90.
D) 100.
E) 110.

Comentários:

Vamos por partes. O encontro foi organizado por 5 casais. Logo, temos aí **10 pessoas**.

Cada um desses 5 casais, teve 4 filhos. Com isso, temos **20 filhos ao todo**.

Cada um desses filhos, é casado. Assim, podemos contar mais **20 cônjuges**.

Por fim, cada um desses 20, tem 3 filhos. Portanto, são **60 filhos** (netos dos primeiros casais).

Agora, basta somarmos essas quantidades.

$$10 + 20 + 20 + 60 = \mathbf{110\ pessoas}$$

Gabarito: LETRA E.

(PC-AM/2022) Em um grupo de 64 policiais civis e militares, 24 são civis. Metade dos policiais militares é casada e há um total de 36 policiais solteiros. Nesse grupo, o número de policiais civis casados é igual a

A) 8.
B) 10.
C) 12.
D) 13.
E) 16.

Comentários:

Galera, temos 64 policiais. Se 24 deles são civis, então temos **40 militares**.

$$64 - 24 = 40$$

Se metade dos policiais militares é casado, então temos **20 militares casados** no grupo.

Como o total de solteiros desse grupo é 36, podemos concluir que, no total, temos **28 casados**.

$$64 - 36 = 28$$

Ora, já descobrimos que 20 militares são casados. Sendo assim**, a diferença de 8** é justamente a quantidade de **policiais civis** que são casados.

$$28 - 20 = 8$$

Gabarito: LETRA A.

Expressões Numéricas

De modo bem simplificado, **as expressões numéricas são contas prontas para serem resolvidas**. Observe um exemplo de questão com esse assunto.

EXEMPLIFICANDO

(SABESP) O resultado da expressão numérica $(2-3)\cdot(3-4)\cdot(4-5)\cdot(5-6)^2$ é igual a
A) 4
B) -3
C) -1
D) 3
E) 1

Antes de resolvermos a questão acima, é importante ter algumas ideias em mente. Existem **determinadas sequências** que devemos seguir quando estamos lidando com expressões numéricas. A primeira sequência surge a partir da pergunta: *o que resolver primeiro?*

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

- **Primeiro**, resolvemos o que está dentro **de parênteses** $(\ \ )$;
- **Depois**, resolvemos o que está dentro **de colchetes** $[\ \ ]$;
- **Por fim**, resolvemos para o que está dentro **de chaves** $\{\ \ \}$.

Então, a ordem é a seguinte: $(\ \ )\ ->\ [\ \ ]\ ->\ \{\ \ \}$.

Pode ser que dentro do parênteses, do colchetes ou de chaves, **você se depare com mais de uma operação para resolver**. Logo, é preciso uma sequência para a resolução das operações também.

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

- **Primeiro**, resolvemos as **potências ou raízes**;
- **Depois**, resolvemos as **multiplicações ou divisões**;
- **Por fim**, resolvemos as **adições ou subtrações**.

Vamos resolver a questão que mostramos a pouco.

Comentários:

O primeiro passo é sempre olhar para o que está **dentro do parênteses** e efetuar as operações do que está dentro dele. No nosso caso, temos **apenas subtrações, então é ela que faremos**. Além disso, vamos chamar toda nossa **expressão de E**.

$$E = (2-3)\cdot(3-4)\cdot(4-5)\cdot(5-6)^2$$

$$E = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)^2$$

Agora que resolvemos as operações dentro do parênteses e não há colchetes nem chaves, **vamos considerar toda a expressão**. Agora, primeiro resolvemos **as potências ou raízes**. Note que $(-1)^2 = (-1)\cdot(-1) = 1.$ Nesse ponto da matéria **é importante aprendermos o "jogo de sinais".** Quando temos uma multiplicação ou divisão de dois números, devemos nos atentar aos sinais dos mesmos.

1) **Se os dois números forem positivos**, o resultado da multiplicação/divisão **também será positivo**.
2) **Se os dois números forem negativos**, o resultado da multiplicação/divisão **será positivo**.
3) **Se os números possuírem sinais trocados**, o resultado da multiplicação/divisão **será negativo**.

Podemos reunir essas informações em uma **tabela ilustrativa**.

	+	-
+	+	-
-	-	+

É por isso que $(-1)^2 = (-1)\cdot(-1) = 1.$ É aquela famosa frase em ação: ***"menos com menos dá mais!"***. Então guarde: **A multiplicação/divisão de dois números negativos é um número positivo!!.**

$$E = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)^2$$

$$E = (-1)\cdot\underbrace{(-1)\cdot(-1)}_{1}\cdot 1$$

$$E = (-1)\cdot 1$$

$$E = -1$$

Gabarito: Letra C

Pessoal, é muito importante que vocês executem as operações na ordem correta! Essas contas estão aparecendo com uma certa frequência nas últimas provas! Por isso, recomendo que resolva muitas questões sobre esse tema para que os cálculos fiquem cada vez mais naturais.

HORA DE PRATICAR!

(SEMSA-MANAUS/2022) O resultado da operação $17 - 3 \times 4 + 1$ é

A) 2.
B) 6.
C) 17.
D) 57.
E) 70.

Comentários:
Nesse tipo de questão, devemos resolver as operações **na ordem devida**!

- Primeiro, resolvemos as potências ou raízes;
- Depois, resolvemos as multiplicações ou divisões;
- Por fim, resolvemos as adições ou subtrações.

Como não temos potências ou raízes, resolvemos **primeiro a multiplicação**!

$$E = 17 - 12 + 1$$

Agora, temos só adições e subtrações! Podemos resolvê-las em qualquer ordem.

$$E = 5 + 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{E = 6}$$

Gabarito: LETRA B.

(IBGE/2022) O valor da expressão a seguir é

$$\frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14}$$

A) 1.
B) 1/7.
C) 11520.
D) 12800.
E) 25616.

Comentários:
O jeito mais direto de resolver o exercício é fazendo as contas mesmo! No entanto, podemos simplificar a expressão! Para isso, vamos primeiro **resolver a soma do denominador**.

$$E = \frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14} \quad \rightarrow \quad E = \frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}{56}$$

Vamos escrever o "56" como "$14 \cdot 4$".

$$E = \frac{2 \times \cancel{4} \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times \cancel{14}}{\cancel{14} \cdot \cancel{4}}$$

Veja que simplificamos um pouco nossa vida.

$$E = 2 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{E = 11520}$$

Gabarito: LETRA C.

(ELETROBRÁS/2016) A expressão numérica $(0,2)^2 + 3 \cdot (7-4) + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - 101^3$ supera a expressão numérica $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + 3 \cdot (4-11) - 101^3 + (0,2)^2$ em um número igual a

A) 30
B) 3/4
C) 16/9
D) 12

Comentários:

Temos o seguinte:

$$E_1 = (0,2)^2 + 3 \cdot (7-4) + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - 101^3$$

$$E_2 = \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + 3 \cdot (4-11) - 101^3 + (0,2)^2$$

Queremos saber **quanto E_1 é maior que E_2**. Para isso, devemos **calcular a diferença entre as duas**.

$$\Delta E = E_1 - E_2$$

$$\Delta E = (0,2)^2 + 3 \cdot (7-4) + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - 101^3 - \left(\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + 3 \cdot (4-11) - 101^3 + (0,2)^2\right)$$

$$\Delta E = \cancel{(0,2)^2} + 3 \cdot (7-4) + \cancel{\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}} - \cancel{101^3} - \cancel{\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}} - 3 \cdot (4-11) + \cancel{101^3} - \cancel{(0,2)^2}$$

$$\Delta E = 3 \cdot (7-4) - 3 \cdot (4-11)$$

$$\Delta E = 3 \cdot 3 - 3 \cdot (-7)$$

$$\Delta E = 9 - (-21)$$

$$\Delta E = 9 + 21$$

$$\Delta E = 30$$

Gabarito: Letra A

Expressões Algébricas

Pessoal, enquanto nas expressões numéricas tínhamos apenas números, nas expressões algébricas teremos **números e letras**! Para visualizar melhor, confira alguns exemplos de expressões algébricas:

$$E_1 = 10mn^2p \qquad E_2 = ac^2 + b \qquad E_3 = bc + \frac{a}{2} + 3ad^2$$

Cada parcela de uma expressão algébrica é chamada de "**termo algébrico**". Em todo termo algébrico, temos uma **parte literal** e uma **parte numérica (coeficiente)**. Por exemplo:

$$\underset{\downarrow \atop \text{Coeficiente}}{10}\underbrace{mn^2p}_{\text{Parte Literal}}$$

Ademais, quando uma expressão algébrica possui um único termo algébrico, ela é chamada de monômio. Já quando possui dois termos, ela é chamada de binômio; se tem três termos, é um trinômio e, por fim, quando possui mais de três termos, vira um polinômio. Vamos resumir!

RESUMINDO

	Exemplos
Monômios	$x^2, \quad ab, \quad 10mn^2p, \quad xy^2wz$
Binômios	$x^2 + y^2, \quad ab + c, \quad dx + 10$
Trinômios	$x + y + z, \quad x^2 - x + 1, \quad y + zx + d^2$
Polinômios	$x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 1, \quad a + b - c + d - 1$

Professor, tô entendendo. Mas como esse assunto cai em prova?

Vamos lá! Quero trabalhar com vocês de forma bem objetiva, abordando os tipos de problema sobre o tema que mais caem em prova. Inicialmente, saiba que uma **cobrança bem comum** é o enunciado fornecer uma expressão algébrica e pedir para substituirmos as letras por números! *Vamos dar uma conferida?*

EXEMPLIFICANDO

(PREF. ARAPONGAS/2020) Dada a expressão algébrica:

$$2^x + 9x + \sqrt{169} + 2^{2x} + \sqrt[3]{27}$$

Qual será o valor dessa expressão algébrica para $x = 4$?
A) 1000
B) 500
C) 324
D) 100.
E) 75

Comentários:
Pessoal, nessas situações, basta realmente **fazer a substituição** e **resolver os cálculos**.

$$E = 2^4 + 9 \cdot 4 + \sqrt{169} + 2^{2 \cdot 4} + \sqrt[3]{27}$$

$$E = 16 + 36 + 13 + 256 + 3$$

$$\boldsymbol{E = 324}$$

Veja que começamos com uma expressão algébrica e caímos em uma expressão numérica!

Gabarito: LETRA C.

Beleza, professor, entendi! E o que mais?

Nesse contexto de cálculo algébrico, é importante que você saiba que quando temos binômios, trinômios ou polinômios, isto é, **expressões algébricas com mais de dois termos**, vamos conseguir somar ou subtrair apenas aqueles termos que são semelhantes.

TOME NOTA!

Termos algébricos semelhantes são aqueles termos que possuem a mesma parte literal.

São exemplos de termos semelhantes:

- "$5x$" e "$3x$"
- "abc" e "$-10abc$"
- "x^2y" e "$4x^2y$"
- "x^3y^2" e "$-50x^3y^2$"

Não são termos semelhantes:

- "ab" e "cb"
- "x^2y" e "xy"
- "x^3" e "y^3"
- "x^3" e "x^2"

Por exemplo, considere a seguinte expressão algébrica:

$$E = ab + 3xy + ab + 4xy + 5abc$$

Nós conseguimos simplificá-la, ao **identificar os termos semelhantes**. Por exemplo, veja que temos dois termos "ab" que são semelhantes, logo, conseguimos somá-los.

$$E = ab + 3xy + ab + 4xy + 5abc$$

$$E = \mathbf{2ab} + 3xy + 4xy + 5abc$$

Além disso, temos que "3xy" é semelhante com "4xy". Também podemos somá-los.

$$E = 2ab + 3xy + 4xy + 5abc$$

$$E = 2ab + \mathbf{7xy} + 5abc$$

Pronto pessoal, conseguimos dar uma simplificada na nossa expressão! Para isso, usamos **apenas operações com termos semelhantes!** No entanto, conseguimos dar ainda mais uma "arrumada" na expressão, colocando o termo "ab" em evidência. Observe!

$$E = 2ab + 7xy + 5abc$$

$$E = 2ab + 5abc + 7xy$$

Note que "2ab" e "5abc" não são termos semelhantes, pois **não possuem a mesma parte literal**! Assim, não podemos somá-los. No entanto, são termos bem parecidos, pois "ab" está presente nos dois.

$$E = 2ab + 5abc + 7xy$$

Colocar em evidência significa fazer o caminho inverso da propriedade distributiva.

$$E = ab \cdot (2 + 5c) + 7xy$$

Observe que quando fazemos o "**chuveirinho**", vamos obter exatamente a expressão que tínhamos antes de colocar o "ab" em evidência.

$$E = ab \cdot (2 + 5c) + 7xy \quad \rightarrow \quad E = 2ab + 5abc + 7xy$$

Explicado isso, gostaria que vocês fizessem a questão abaixo!

HORA DE PRATICAR!

(PREF. ESTÂNCIA VELHA/2020 - adaptada) Assinale a alternativa que apresenta a forma agrupada e reduzida da seguinte expressão algébrica:

$$3ax + 5bx - 12ax - 15bx + 4x$$

A) $ab(-9x - 10x + 4x)$
B) $x(-9a - 10b + 4)$
C) $b(-9a - 10x + 4x)$
D) $ax(-9 - 10b + 4)$

Comentários:
O primeiro passo é identificar os termos semelhantes!

- "3ax" é semelhante com "-12ax"

$$E = 3ax + 5bx - 12ax - 15bx + 4x$$

$$E = \mathbf{-9ax} + 5bx - 15bx + 4x$$

- Agora, note que "5bx" e "-15bx" são semelhantes também.

$$E = -9ax + 5bx - 15bx + 4x$$

$$E = -9ax \mathbf{- 10bx} + 4x$$

- Por fim, note que "x" **está presente** em todos os termos algébricos. Logo, podemos colocá-lo **em evidência**.

$$E = x \cdot (-9a - 10b + 4)$$

Gabarito: LETRA B.

Produtos Notáveis

Agora, quero mostrar para vocês mais um recurso que usamos para simplificar expressões algébricas! São os famosos "Produtos Notáveis"! Pessoal, esse tópico é muito importante. Conhecer bem os produtos notáveis vai te ajudar em muitos outros tópicos que estudamos aqui na matemática! Por isso, não dá para estudar esse tópico de qualquer jeito! Se estiver cansado, dê uma descansada! Estique as pernas, beba uma água e/ou um café e vamos nessa!

Para começar, já vou apresentar os principais produtos notáveis e depois detalharemos um por um!

Produtos Notáveis	
Quadrado da Soma	$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
Quadrado da Diferença	$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
Produto da Soma pela Diferença	$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$
Cubo da Soma	$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
Cubo da Diferença	$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

Para chegarmos nesses resultados, devemos usar a propriedade distributiva da multiplicação. É claro que sempre podemos fazer na hora da prova, mas, esses resultados aparecem tanto, que saber de antemão vai nos poupar muito tempo!

- Quadrado da Soma

$$(x+y)^2 \quad = \quad (x+y)(x+y) \quad = \quad x^2 + xy + yx + y^2 \quad = \quad x^2 + 2xy + y^2$$

- Quadrado da Diferença

$$(x-y)^2 \quad = \quad (x-y)(x-y) \quad = \quad x^2 - xy - yx + y^2 \quad = \quad x^2 - 2xy + y^2$$

- Produto da Soma pela Diferença

$$(x-y)(x+y) \quad = \quad x^2 + xy - yx - y^2 \quad = \quad x^2 - y^2$$

- Cubo da Soma

$$(x+y)^3 = (x+y)(x+y)^2 = (x+y)(x^2+2xy+y^2)$$

$$= x^3+2x^2y+xy^2+yx^2+2xy^2+y^3 = x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$$

- Cubo da Diferença

$$(x-y)^3 = (x-y)(x-y)^2 = (x-y)(x^2-2xy+y^2)$$

$$= x^3-2x^2y+xy^2-yx^2+2xy^2-y^3 = x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$$

Vamos resolver uma questão para entender como isso pode cair na nossa prova!

HORA DE PRATICAR!

(PREF. ITAJÁI/2021) Desenvolvendo o produto notável $(x^3+x)^2$ temos:

A) x^6+x^2

B) $x^6+2x^4+x^2$

C) x^6+2x^2+1

D) x^6+x^2+1

Comentários:

Opa! Aqui temos o quadrado da soma! Na nossa teoria, vimos que:

$$(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$$

Para nos adaptarmos a questão, é só substituirmos, pessoal!

Onde tiver "x" na equação acima, vamos colocar "x^3" e, onde tiver "y", colocamos o "x".

$$(x^3+x)^2 = (x^3)^2+2(x^3)(x)+x^2$$

$$(x^3+x)^2 = x^6+2x^4+x^2$$

Gabarito: LETRA B.

No contexto do Cálculo Algébrico, muitas vezes vamos ter que fazer também a "volta".

Como assim professor?

Explico melhor! Quando a questão traz $(a+b)^2$, você identifica o **produto notável** e lembra que o resultado é $a^2+2ab+b^2$. Agora, saber/fazer a "volta" é perceber que $a^2+2ab+b^2$ é igual a $(a+b)^2$ **e usar esse resultado para simplificar as expressões**! Nada melhor que uma questão para exemplificarmos.

EXEMPLIFICANDO

(IPREV-SANTOS/2022) Simplificando a expressão

$$\frac{3ax+6ay+bx+2by}{b^2+6ab+9a^2}$$

com $b^2+6ab+9a^2 \neq 0$, obtém-se

A) $\frac{x+2y}{b+3a}$

B) $\frac{2x+y}{3b+a}$

C) $\frac{3x+y}{2b+a}$

D) $\frac{x+3y}{b+2a}$

Comentários:

Observe que, em um primeiro momento, **não é trivial** identificarmos o produto notável. Mas, se olharmos atentamente para o denominador, vamos encontrá-lo!

$$b^2+6ab+9a^2 \quad = \quad b^2+2\cdot b\cdot(3a)+(3a)^2 \quad = \quad (b+3a)^2$$

Observe que conseguimos escrever o denominador como um **quadrado da soma**!

Agora, vamos dar uma olhada no numerador.

$$3ac+6ay+bc+2by$$

Note que temos "3a" presente em dois termos e "b" presente em mais dois termos. Vamos colocá-los em evidência.

$$3a(c+2y)+b(c+2y)$$

Opa! (c+2y) é comum aos dois termos. Podemos colocá-lo em evidência também.

$$(c+2y)(b+3a)$$

Isso que acabamos de fazer é chamado de **fatoração**!

Nós transformamos a expressão $3ac + 6ay + bc + 2by$ em um **produto de fatores**: $(c + 2y)(b + 3a)$.

A fatoração é uma outra forma que temos para **simplificar expressões algébricas**.

Vamos usar os resultados que obtivemos para reescrever a expressão do enunciado.

$$E = \frac{3ax + 6ay + bx + 2by}{b^2 + 6ab + 9a^2}$$

$$E = \frac{(c + 2y)(b + 3a)}{(b + 3a)^2}$$

Temos $(b + 3a)$ no numerador e no denominador, podemos **cortá-los**!

$$E = \frac{c + 2y}{b + 3a}$$

Como no denominador **o expoente era "2"**, quando fizemos o corte, ainda sobra "1"! *Tudo certo?*

Gabarito: LETRA A.

Pessoal, para finalizar essa parte, vamos dar uma olhada em mais alguns produtos notáveis.

INDO MAIS FUNDO!

Produtos Notáveis II	
Quadrado da Soma de Três Termos	$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2 \cdot (xy + yz + xz)$
Produto de Warring I	$(x + y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + y^3$
Produto de Warring II	$(x - y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3$

Professor, e isso cai??

Cai sim! A seguir, faremos exemplos com cada um dos produtos acima e você verá! Minha recomendação é que você faça seu próprio resumo, reunindo todos os produtos notáveis que vimos nessa aula. Volte sempre nele e, claro, faça muitos exercícios!

EXEMPLIFICANDO

(SAD-PE) A expressão $\frac{(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)}{2}$ é igual a:

A) 0.

B)1.

C) abc.

D) $ab+bc+ac$

E) $a^2b+b^2c+c^2a$

Comentários:

Temos a seguinte expressão algébrica:

$$E=\frac{(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)}{2}$$

Lembre-se que na teoria vimos que:

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2\cdot(ab+bc+ca)$$

Podemos usar esse resultado diretamente em "E":

$$E=\frac{(a^2+b^2+c^2)+2\cdot(ab+bc+ca)-(a^2+b^2+c^2)}{2}$$

Assim, ficamos com:

$$E=\frac{2\cdot(ab+bc+ca)}{2} \qquad \rightarrow \qquad \boxed{E=ab+bc+ca}$$

Gabarito: LETRA D.

(PREF. FORTALEZA/2017) Sabendo que $a\neq b$, uma expressão que simplifica $\frac{a^3-b^3}{a-b}$ é:

A) a^2+ab+b^2

B) a^2-ab+b^2

C) a^2+b^2

D) a^2-b^2

Comentários:

De cara, quando você visualizar o a^3-b^3 você pode associar ao Produto de Warring II. Com isso,

$$E=\frac{a^3-b^3}{a-b} \qquad \rightarrow \qquad E=\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a-b)}$$

Note que, ao escrever a^3-b^3 na forma de **um produto de dois fatores**, conseguimos **cortar** o $(a-b)$ que está presente tanto no numerador quanto no denominador. Com isso, ficamos assim:

$$E = \frac{\cancel{(a-b)}(a^2+ab+b^2)}{\cancel{(a-b)}}$$

$$E = a^2 + ab + b^2$$

Gabarito: LETRA A.

Questões Comentadas

Operações Fundamentais

CESGRANRIO

1. (Cesgranrio/BB/2015) Observe a adição:

$$\begin{array}{r} U \\ U \\ +\;E\,U \\ \hline U\,E \end{array}$$

Sendo E e U dois algarismos não nulos e distintos, a soma E + U é igual a
a) 13
b) 14
c) 15
d) 16
e) 17

Comentários:
Pessoal, esse é um tipo de questão **que a Cesgranrio parece gostar muito**! Peço especial atenção! Primeiro, note que o enunciado disse que E e U são dois algarismos não nulos! Ou seja, são diferentes de zero!

$$E \neq 0 \; e \; U \neq 0$$

Ademais, o enunciado fala que são **E e U são distintos**.

$$E \neq U$$

É bom ficar atento a essas considerações, para chegarmos a um resultado coerente com elas.

A primeira coisa que você deve lembrar quando olhar para questões assim é que nossos números são escritos na base decimal. Na pratica, **significa que podemos decompor qualquer número em uma soma de potências de 10**. Vou dar alguns exemplos para vocês.

$$56 = 5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 = 50 + 6$$

$$1320 = 1 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0 = 1000 + 300 + 20 + 0$$

$$451789 = 4 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$$

Portanto, se você tem um número formado por algarismos desconhecidos, digamos $abcd$, você pode escrevê-lo assim:

$$abcd = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10^1 + d \cdot 10^0 = a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$$

Lembrando dessa explicação, podemos voltar para o problema.

$$\begin{array}{r} U \\ U \\ +\,EU \\ \hline UE \end{array}$$

Veja, portanto, que podemos escrever que:

$$EU = E \cdot 10^1 + U \cdot 10^0 = 10E + U$$

$$UE = U \cdot 10^1 + E \cdot 10^0 = 10U + E$$

Assim, a soma do enunciado pode ser representada como:

$$U + U + (10E + U) = 10U + E$$

$$10E + 3U = 10U + E$$

$$9E = 7U$$

$$\boldsymbol{E = 7 \cdot \left(\frac{U}{9}\right)}$$

Sabemos que E e U são dois algarismos, e, portanto, podem assumir os seguintes valores: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9**. Para que **E seja inteiro**, **U deve ser divisível por 9**. Qual o único número entre 1 e 9 que é divisível por 9? Oras, é o próprio 9! Assim, $U = 9$ e, como consequência, $E = 7$.

O enunciado pede a soma $E + U$. Logo,

$$E + U = 7 + 9 = 16$$

Gabarito: LETRA D.

2. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2014) Na operação a seguir, A, B, C, D e E são algarismos distintos. Nos numerais ABE, ACE e ADE, o algarismo A ocupa a ordem das centenas, e o algarismo E, a ordem das unidades.

$$\begin{array}{r} ABE \\ ACE \\ +\;ADE \\ \hline 2014 \end{array}$$

A soma A + B + C + D + E vale

a) 33

b) 32

c) 31

d) 30

e) 29

Comentários:

Essa questão envolve uma **abordagem parecida com a anterior**, no entanto, tem detalhes a mais! Vamos lá! Primeiro, lembre-se que podemos representar um número assim:

$$(abc) = a \cdot 10^2 + b \cdot 10^1 + c \cdot 10^0$$

Vamos aplicar isso para escrever os números da soma do enunciado.

$$\begin{array}{r} A\,B\,E \\ A\,C\,E \\ +\ A\,D\,E \\ \hline 2\,0\,1\,4 \end{array}$$

$$(ABE) = A \cdot 10^2 + B \cdot 10^1 + E \cdot 10^0 = 100A + 10B + E$$

$$(ACE) = A \cdot 10^2 + C \cdot 10^1 + E \cdot 10^0 = 100A + 10C + E$$

$$(ADE) = A \cdot 10^2 + D \cdot 10^1 + E \cdot 10^0 = 100A + 10D + E$$

Quando somamos tudo, temos:

$$(ABE) + (ACE) + (ADE) = 2014$$

$$(100A + 10B + E) + (100A + 10C + E) + (100A + 10D + E) = 2014$$

$$\mathbf{300A + 10B + 10C + 10D + 3E = 2014}$$

Segure um pouco a resolução e volte a atenção para a soma. Olhe bem para a coluna das unidades.

$$\begin{array}{r} A\,B\,E \\ A\,C\,E \\ +\ A\,D\,E \\ \hline 2\,0\,1\,4 \end{array}$$

Estamos **somando 3 E's e o resultando logo abaixo é 4**. Vamos visualizar cada uma das situações possíveis.

- $0 + 0 + 0 = 0$
- $1 + 1 + 1 = 3$
- $2 + 2 + 2 = 6$
- $3 + 3 + 3 = 9$
- $4 + 4 + 4 = 12$
- $5 + 5 + 5 = 15$

- $6 + 6 + 6 = 18$
- $7 + 7 + 7 = 21$
- $\mathbf{8 + 8 + 8 = 2\underline{4}}$
- $9 + 9 + 9 = 27$

Perceba que apenas quando $E = 8$ é que vai aparecer o "4". Portanto, já encontramos um dos algarismos. Devemos substituir esse valor na expressão que achamos anteriormente.

$$300\text{A} + 10\text{B} + 10\text{C} + 10\text{D} + 3\text{E} = 2014$$

$$300\text{A} + 10\text{B} + 10\text{C} + 10\text{D} + 3 \cdot 8 = 2014$$

$$300\text{A} + 10\text{B} + 10\text{C} + 10\text{D} + 24 = 2014$$

$$300\text{A} + 10\text{B} + 10\text{C} + 10\text{D} = 1990$$

Podemos dividir os dois lados por 10.

$$30\text{A} + \text{B} + \text{C} + \text{D} = 199$$

Minha sugestão agora é tentar decompor o 199 em algo parecido com o lado esquerdo. Note que:

$$199 = 180 + 19 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{30A} + (\boldsymbol{B} + \boldsymbol{C} + \boldsymbol{D}) = 180 + 19 = \mathbf{30 \cdot 6} + \mathbf{19}$$

180 é um múltiplo de 30 (30×6). Logo, conseguimos concluir que $\boldsymbol{A = 6}$ e $\boldsymbol{B + C + D = 19}$.

Podemos, portanto, calcular a soma dos algarismos proposta no enunciado.

$$\boldsymbol{A + (B + C + D) + E = 6 + 19 + 8 = 33}$$

É importante observar que **não precisamos encontrar os valores de B, C e D individualmente**. No meio do caminho, acabamos encontrando a "soma pronta".

Você deve ter percebido que esse tipo de questão não é trivial. Não é simplesmente aplicar uma receitinha de bolo. **É preciso fazer algumas ponderações e pensar em possibilidades**. É natural sentir dificuldade, mas nada que mais questões não ajude você a conseguir superá-las! Minha sugestão é que você **guarde essas questões para uma revisão próxima da prova**. Tudo bem?!

Gabarito: LETRA A.

3. (Cesgranrio/IBGE/2013) Ariovaldo escolheu um número natural de 5 algarismos e retirou dele um de seus algarismos, obtendo assim um número de 4 algarismos (por exemplo, se o número escolhido é 56.787 e o algarismo retirado é o 8, então o número obtido é 5.677). A soma do número inicial de 5 algarismos, escolhido por Ariovaldo, com o de 4 algarismos, obtido retirando-se um dos algarismos do número escolhido, é 81.937. O algarismo retirado do número inicial de 5 algarismos foi o algarismo das

a) dezenas de milhares
b) unidades de milhares
c) centenas
d) dezenas

e) unidades

Comentários:
Pessoal, para resolver esse exercício, precisaríamos ter lembrado do seguinte:

- $PAR \pm PAR = PAR$
- $ÍMPAR \pm ÍMPAR = PAR$
- $PAR \pm ÍMPAR = ÍMPAR$

Observe que **o número é 81.937 é um número ímpar**. Logo, como **ele é resultado de uma soma**, um dos números que deu origem a ele foi um número par e o outro, um ímpar.

Imagine que o número do enunciado é ABCDE, com E sendo um algarismo ímpar. Se o algarismo retirado for A ou B ou C ou D, o número resultante continuará sendo ímpar, pois continuará terminando com E. Quando somarmos os dois números, **obteríamos um número par**. Afinal, $ÍMPAR \pm ÍMPAR = PAR$.

Pensamento análogo vale quando temos ABCDE e E é um algarismo par. Se o algarismo retirado for A ou B ou C ou D, **o número resultante continuará sendo par**, pois continuará terminando com E (que é par). Assim, quando somarmos os dois números, a soma resultará em um número par também. Afinal, $PAR \pm PAR = PAR$.

Logo, para que seja possível o resultado da soma ser um número ímpar, **o algarismo que deve ser retirado é o próprio E (que é o algarismo das unidades)**. Caso contrário, o número que fosse par permaneceria par (ou o ímpar permaneceria ímpar) e o resultado da soma seria um número par.

Gabarito: LETRA E.

4. (Cesgranrio/BNDES/2013) Multiplicando-se o maior número inteiro menor do que 8 pelo menor número inteiro maior do que -8, o resultado encontrado será
a) -72
b) -63
c) -56
d) -49
e) -42

Comentários:
Vamos lá, questão que tenta confundir o candidato! Observe o esquema abaixo.

-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8

Menor número inteiro maior do que -8.

Maior número inteiro menor do que 8.

O enunciado pede **a multiplicação desses dois números**!

$$(-7) \times 7 = \mathbf{-49}$$

Gabarito: LETRA D.

5. (Cesgranrio/BR/2010) O triplo da metade de um número real positivo corresponde

a) a menos da metade desse número.
b) à metade desse número.
c) ao próprio número.
d) ao próprio número mais a sua metade.
e) ao dobro desse número.

Comentários:

Seja n esse número real positivo. A metade de n é:

$$\frac{n}{2}$$

Portanto, o triplo da metade fica:

$$\frac{3n}{2}$$

Agora, vamos analisar as alternativas.

a) a menos da metade desse número.

Errada. Galera, o triplo da metade do número não pode ser menor que a metade. **É 3x maior**!!

b) à metade desse número.

Errada. O triplo da metade de um número não pode corresponder a metade do número. A única situação em que isso seria verdade era se o número fosse o zero. No entanto, o enunciado deixa claro que **o número é positivo, portanto, maior que zero**.

c) ao próprio número.

Errada. O triplo da metade de um número não corresponde ao próprio número. Na prática, **é um número 50% maior**. Afinal, $\frac{3n}{2}$ é $1{,}5n$.

d) ao próprio número mais a sua metade.

Certo. É isso mesmo, moçada! Veja que $\frac{3n}{2}$ é igual a $1{,}5n$. Podemos ainda escrever da seguinte forma

$$1{,}5n = n + 0{,}5n$$

É exatamente o que diz a alternativa. **O número é igual ao próprio número somado com a sua metade**.

e) ao dobro desse número.

Errado. O triplo da metade de um número é diferente do dobro do número. Observe que:

$$\frac{3n}{2} = \mathbf{1,5n \neq 2n}$$

Gabarito: LETRA D.

6. (Cesgranrio/IBGE/2009) Seja n um número inteiro e par. É correto afirmar que, qualquer que seja n, a(o)

a) metade do seu sucessor pode ser representada por $\frac{n}{2}+1$.

b) sucessor do seu triplo pode ser representado por $3\cdot(n\ +\ 1)$.

c) quadrado do seu dobro pode ser representado por $2n^2$.

d) quadrado da sua metade pode ser representado por $\frac{n^2}{2}$.

e) antecessor do seu quadrado pode ser representado por $n^2 - 1$.

Comentários:

Devemos analisar alternativa por alternativa.

a) metade do seu sucessor pode ser representada por $\frac{n}{2}+1$.

Errado. O sucesso de n é $n+1$. Logo, a metade do sucessor será $\frac{(n+1)}{2}$

b) sucessor do seu triplo pode ser representado por $3\cdot(n\ +\ 1)$.

Errado. O triplo de n é $3n$. Logo, o sucessor do seu triplo é $3n+1$.

c) quadrado do seu dobro pode ser representado por $2n^2$.

Errado. O dobro de n é $2n$. Assim, o quadrado do dobro é $(2n)^2 = 4n^2$.

d) quadrado da sua metade pode ser representado por $\frac{n^2}{2}$.

Errado. A metade de n é d $\frac{n}{2}$. Portanto, o quadrado da metade é $\left(\frac{n}{2}\right)^2 = \frac{n^2}{4}$.

e) antecessor do seu quadrado pode ser representado por $n^2 - 1$.

Certo. O quadrado de n é n^2. Logo, o antecessor do quadrado de n é $n^2 - 1$.

Gabarito: LETRA E.

QUESTÕES COMENTADAS

Potenciação e Radiciação

CEBRASPE

1. (CESPE/SEDF/2017) A respeito de números reais e números complexos, julgue o item subsecutivo. Se r for um número real positivo, então $\sqrt[3]{r} < \sqrt{r}$.

Comentários:

Quando estamos lidando com potências de números reais, **devemos nos atentar a generalizações** como a presente nesse enunciado. **Potências e raízes se comportam de maneiras diferentes** e **dependem do número que está <u>na base ou no radicando</u>**. Por exemplo, potências de números **maiores do que um** produzem resultados **maiores que a base**.

$$2^2 = 4 \quad (4 > 2)$$

Quando a base é um número menor do que um, o resultado é contrário.

$$0{,}1^2 = 0{,}01 \quad (0{,}01 < 0{,}1)$$

O raciocínio para as raízes é o inverso do que vimos até agora. Por exemplo, quando tirando a raiz quadrada de um número maior do que um, **nosso resultado será menor <u>do que o radicando</u>**.

$$\sqrt{2} = 1{,}41 \ldots (1{,}41 < 2)$$

Quando queremos a raiz cúbica, o resultado é menor ainda.

$$\sqrt[3]{2} = 1{,}25 \ldots (1{,}25 < 2)$$

Nessa situação, temos que $\sqrt[3]{2} < \sqrt{2}$, conforme o enunciado fala. No entanto, **quando o radicando é menor que um, há uma inversão**.

$$\sqrt{0{,}64} = 0{,}8 \qquad (0{,}8 > 0{,}64)$$

Quando **tiramos a raiz de um número menor do que um**, **o resultado é maior do que o radicando!** Se é uma raiz cúbica, o número é maior ainda.

$$\sqrt[3]{0{,}64} = 0{,}86 \ldots (0{,}86 > 0{,}64)$$

Nessa situação, temos que $\sqrt[3]{r} > \sqrt{r}$. Portanto, o item está incorreto.

Gabarito: ERRADO.

2. (CESPE/MDIC/2014) Lúcio, Breno, Cláudia e Denise abriram a loja virtual Lik, para a qual, no ato de abertura, Lúcio contribuiu com R$ 10.000,00; Breno, com R$ 15.000,00; Cláudia, com R$ 12.000,00; e Denise, com R$ 13.000,00. Os lucros obtidos por essa loja serão distribuídos de forma diretamente proporcional à participação financeira de cada um dos sócios no ato de abertura da loja. A partir dessas informações, julgue o item a seguir: Se M for a quantidade média de acessos por minuto ao sítio eletrônico da loja Lik e $M^2 = 0,8$, então M será um número irracional menor que 0,8.

Comentários:

Como ***M* é um número positivo**, podemos dizer que $M = \sqrt{0{,}8}$. Sabemos que **raízes de números menores do que um produzem resultados maiores do que o radicando**. Por exemplo, lembre-se:

$$\sqrt{0{,}64} = 0{,}8 \qquad (0{,}8 > 0{,}64)$$

$$\sqrt{0{,}25} = 0{,}5 \qquad (0{,}5 > 0{,}25)$$

Nesse raciocínio, M, que é a **raiz quadrada positiva de 0,8**, **é maior do que 0,8** e não menor.

Gabarito: ERRADO.

Texto para as próximas questões

Determinado jogo consiste em explorar o fato de que todo número natural não nulo pode ser escrito como a soma de potências de base 2, distintas, com expoentes inteiros (por exemplo: $14 = 2 + 4 + 8 = 2 + 2^2 + 2^3$; $17 = 1 + 17 = 2^0 + 2^4$). No jogo entre os jogadores A e B, B indica expoentes e A aponta qual é o número natural correspondente. A respeito desse jogo e do fato mencionado, julgue o item seguinte.

3. (CESPE/TJ-RR/2012) Se o jogador A apontar corretamente que o número correspondente é um número par, então entre os expoentes indicados por B não estará o número 1.

Comentários:

O item está **incorreto**. Para provar isso, **é suficiente encontrarmos um contraexemplo**.

$$\mathbf{14 = 2 + 4 + 8 = 2^1 + 2^2 + 2^3.}$$

Você concorda comigo que **14 é um número par** e que, mesmo assim, **ainda temos o expoente 1**? Logo, não procede a informação que entre os expoentes indicados por B **não estará o número 1**.

Gabarito: ERRADO.

4. (CESPE/TJ-RR/2012) Suponha que A tenha acertado ao apontar que o número correspondente é o 37. Então, nesse caso, B indicou os números 0, 2 e 5.

Comentários:

Seja n o número que estamos procurando. Se os expoentes são 0, 2 e 5, então

$$\boldsymbol{n = 2^0 + 2^2 + 2^5}$$

$$\boldsymbol{n = 1 + 4 + 32}$$

$$\boldsymbol{n = 37}$$

Gabarito: CERTO.

5. (CESPE/TJ-RR/2012) Se B indicar os expoentes 1, 2, 5 e 6, então A acertará se apontar um número menor que 100.

Comentários:
Seja n o número que estamos procurando. Se os expoentes são 0, 2 e 5, então

$$\boldsymbol{n = 2^1 + 2^2 + 2^5 + 2^6}$$

$$\boldsymbol{n = 2 + 4 + 32 + 64}$$

$$\boldsymbol{n = 102}$$

Os expoentes indicados por B **resultam no número 102**. Se A falar um número menor que 100, **ele errará**.

Gabarito: ERRADO.

6. (CESPE/PRF/2012)

Criança A				
Idade (anos completados)	**0**	**1**	**2**	**3**
Peso (em kg)	**3,3**	**10,1**	**13,0**	**15,5**
Estatura (em cm)	**50**	**70**	**86**	**98**

Criança B				
Idade (anos completados)	**0**	**1**	**2**	**3**
Peso (em kg)	**3,9**	**10,6**	**13,4**	*****

Considerando as tabelas acima, que apresentam, respectivamente, o peso e a estatura da criança A, desde o nascimento (0 ano) até o 3º ano de vida, bem como o peso da criança B, desde o nascimento até o 2º ano de vida, julgue o item a seguir.

Sabendo-se que o índice de massa corporal de um indivíduo corresponde ao quociente entre o peso, em quilogramas, e o quadrado da altura, em metros, é correto afirmar que, se o índice de massa corporal da criança B ao nascer era de $15,6\ kg/m^2$, então, ela nasceu com mais de 52 cm de altura.

Comentários:

De acordo com o enunciado, **o índice de massa corporal (IMC)** é dado pela relação:

$$IMC = \frac{PESO}{ALTURA^2}$$

Assim quando nasce, **a criança B possui $3,9$ kg**.

Criança B				
Idade (anos completados)	**0**	**1**	**2**	**3**
Peso (em kg)	**3,9**	**10,6**	**13,4**	*

O IMC dessa criança é de $15{,}6\ kg/m^2$. Podemos utilizar a fórmula **para obter a sua altura**.

$$15{,}6 = \frac{3{,}9}{ALTURA^2} \quad \Rightarrow \quad ALTURA^2 = \frac{3{,}9}{15{,}6} \quad \Rightarrow \quad ALTURA = \sqrt{\frac{3{,}9}{15{,}6}}$$

$$ALTURA = \sqrt{0{,}25} \quad \Rightarrow \quad ALTURA = 0{,}5\ m$$

Logo, **a altura que a criança nasceu foi $0,5$ metros (<u>50 centímetros</u>)**. O item diz que a criança nasceu **com mais de 52 cm de altura**, o que, como percebemos, **<u>está errado</u>**.

Gabarito: ERRADO.

7. (CESPE/FINEP/2009) Uma árvore cuja altura é igual a $8^{\frac{2}{3}}$ m mede

A) menos de 3 m de altura.
B) mais de 3 m e menos de 5 m de altura.
C) mais de 5 m e menos de 7 m de altura.
D) mais de 7 m e menos de 9 m de altura.
E) mais de 9 m de altura.

Comentários:

Lembre-se que $8 = 2^3$!

$$\mathbf{8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{\cancel{3}\times\frac{2}{\cancel{3}}} = 2^2 = 4}$$

Logo, o número $8^{\frac{2}{3}}$ é apenas um jeito mais complicado de falar o número 4! O 4 está entre o 3 e o 5.

Gabarito: Letra B.

CESGRANRIO

8. (Cesgranrio/BB/2015) O número natural $(2^{103} + 2^{102} + 2^{101} - 2^{100})$ é divisível por

a) 6

b) 10
c) 14
d) 22
e) 26

Comentários:
O primeiro passo é perceber que **conseguimos colocar 2^{100} em evidência**, uma vez que é comum a todos os termos da expressão. Assim,

$$E = 2^{103} + 2^{102} + 2^{101} - 2^{100}$$
$$E = 2^{100} \cdot (2^3 + 2^2 + 2^1 - 2^0)$$
$$E = 2^{100} \cdot (8 + 4 + 2 - 1)$$
$$E = 2^{100} \cdot 13$$

Observe que fizemos aparecer um 13, mas na questão não tem 13. No entanto, olhe para a letra E. Tem 26, que é 13×2. Podemos "ajeitar" a expressão.

$$E = 2^{99} \cdot 2^1 \cdot 13 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{E = 2^{99} \cdot 26}$$

Portanto, a expressão em estudo é divisível por 26.

Gabarito: LETRA E.

9. (Cesgranrio/BB/2013) Uma empresa gera números que são chamados de protocolos de atendimento a clientes. Cada protocolo é formado por uma sequência de sete algarismos, sendo o último, que aparece separado dos seis primeiros por um hífen, chamado de dígito controlador. Se a sequência dos seis primeiros algarismos forma o número n, então o dígito controlador é o algarismo das unidades de $n^3 - n^2$. Assim, no protocolo 897687-d, o valor do dígito controlador d é o algarismo das unidades do número natural que é resultado da expressão $897687^3 - 897687^2$, ou seja, d é igual a
a) 0
b) 1
c) 4
d) 3
e) 2

Comentários:
Questão com o enunciado cheio de informação e que pode dificultar a vida do aluno. O enunciado nos diz, em muitas palavras, que o digito controlador **"d" é o algarismo das unidades** do resultado da expressão $897687^3 - 897687^2$. Ou seja, precisamos calculá-la para encontrar o valor de d.

$$E = 897687^3 - 897687^2$$

Precisamos notar que $\mathbf{897687^2}$ é comum aos dois termos da expressão e podemos colocá-lo em evidência.

$$E = 897687^2 \cdot (897687 - 1)$$

$$\boldsymbol{E = 897687^2 \cdot 897686}$$

Professor, vou precisar elevar 897687 *ao quadrado e depois multiplicar por* 897686*?*

Não vamos precisar fazer toda essa conta, galera! **Atente-se que ele quer apenas <u>o algarismo da unidade</u>**. É a primeira multiplicação que fazemos, veja!

$$\begin{array}{r} 8\quad 9\quad 7\quad 6\quad {}^{4}8\quad 7 \\ \times \quad 8\quad 9\quad 7\quad 6\quad 8\quad 7 \\ \hline x\quad x\quad x\quad x\quad x\quad \mathbf{9} \end{array}$$

Precisamos apenas **focar no produto $\mathbf{7 \times 7 = 49}$**, uma vez que, com isso, já obtemos o algarismo das unidades do resultado. Da mesma forma, quando pegamos esse resultado e multiplicamos por 897686, precisamos apenas olhar para o primeiro passo da multiplicação.

$$\begin{array}{r} x\quad x\quad x\quad x\quad {}^{5}x\quad 9 \\ \times \quad 8\quad 9\quad 7\quad 6\quad 8\quad 6 \\ \hline x\quad x\quad x\quad x\quad x\quad \mathbf{4} \end{array}$$

Portanto, **o digito controlador é "4"**, correspondendo ao algarismo das unidades da expressão calculada.

Gabarito: LETRA C.

FCC

10. (FCC/SABESP/2018) Os computadores utilizam sistema binário de numeração e, nesse sistema, as operações são feitas com potências de base 2. Norberto precisa saber qual é a quarta parte da potência 2^{100} para conseguir um número para o sistema binário. Se ele fizer a conta corretamente, o resultado encontrado será igual a

A) $0,5^{100}$
B) 2^{25}
C) 2^{98}
D) $0,5^{25}$
E) 2^{96}

Comentários:
Para descobrir a quarta parte de um número, **basta dividi-lo por 4**. Queremos a quarta parte de 2^{100}:

$$\frac{2^{100}}{4} = \frac{2^{100}}{2^2} = 2^{100-2} = 2^{98}$$

Gabarito: Letra C.

11. (FCC/SEDU-ES/2018) O número 10^{100} é chamado de gugol. Chamaremos de "dugol" o número 2^{100}. Com as definições de gugol e dugol, é correto afirmar que a quinta parte de 1 gugol é igual a

A) 5^{99} dugol
B) 10^{20} dugol
C) 2^{-80} dugol
D) 1 dugol
E) 5^{100} dugol

Comentários:

O enunciado definiu as seguintes quantidades:

- $1 \text{gugol} = 10^{100}$
- $1 \text{ dugol} = 2^{100}$

Para descobrir a quinta parte de um 1 gugol, **devemos dividir 1 gugol por 5**.

$$\frac{10^{100}}{5} = \frac{(5 \cdot 2)^{100}}{5} = \frac{5^{100} \cdot 2^{100}}{5} = 5^{99} \cdot 2^{100}$$

Note que 2^{100} **representa 1 dugol**. Logo, a quinta parte de 10^{100} equivale a 5^{99}**dugol**.

Gabarito: Letra A.

12. (FCC/SABESP/2017) Se $a = 5^{3000}$, $b = 2^{7000}$ e $c = 3^{5000}$, então

A) $b > c > a$
B) $c > a > b$
C) $c > b > a$
D) $b > a > c$
E) $a > b > c$

Comentários:

Para resolver essa questão, você deve lembrar da seguinte propriedade:

$$a^{m \cdot n} = (a^m)^n$$

Note que

$$a = 5^{3000} = 5^{3 \cdot 1000} = (5^3)^{1000}$$

$$b = 2^{7000} = 2^{7 \cdot 1000} = (2^7)^{1000}$$

$$c = 3^{5000} = 3^{5 \cdot 1000} = (3^5)^{1000}$$

Temos 3 números que estão elevados a 1000:

- $5^3 = 125$
- $2^7 = 128$
- $3^5 = 243$

Logo,

- $a = 125^{1000}$
- $b = 128^{1000}$
- $c = 243^{1000}$

Agora que conseguimos deixar todo mundo **com o mesmo expoente**, **o maior valor entre os números será dado pelo próprio valor da base**. Assim,

$$c > b > a$$

Gabarito: Letra A.

13. (FCC/SEDU-ES/2016) Sendo $A = \sqrt{14}$, $B = \sqrt{7}$ e $C = \sqrt{2}$, o valor da expressão numérica $\frac{A \cdot B}{C}$ é igual a

A) $\sqrt{98}/2$
B) $\sqrt{7}/7$
C) 7
D) $2\sqrt{7}$
E) 24,5

Comentários:
A resolução dessa questão se dá por meio da **substituição dos valores de A, B e C na expressão**.

$$\boldsymbol{E = \frac{A \cdot B}{C}}$$

$$\boldsymbol{E = \frac{\sqrt{14} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{2}}}$$

$$\boldsymbol{E = \frac{\sqrt{7 \cdot 2} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{2}}}$$

$$\boldsymbol{E = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{2}}}$$

$$E = \sqrt{7} \cdot \sqrt{7}$$

$$E = 7$$

Gabarito: Letra C.

FGV

14. (FGV/SEE-PE/2016) Considere os números $A = 2^{0,3}$ e $B = 2^{0,7}$. Um valor aproximado, com 2 decimais, para A é 1,23. Um valor aproximado para B é

A) 1,47.

B) 1,51.

C) 1,58.

D) 1,63.

E) 1,69.

Comentários:

Para responder essa questão, devemos perceber que:

$$A \cdot B = 2^{0,3} \cdot 2^{0,7} \quad \rightarrow \quad A \cdot B = 2^{0,3+0,7} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{A \cdot B = 2}$$

Como **o valor de A é 1,23**, podemos substituir na expressão acima e encontrar B.

$$1,23 \cdot B = 2 \quad \rightarrow \quad B = \frac{2}{1,23} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{B = 1,63}$$

Gabarito: LETRA D.

15. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Na expressão

$$\frac{\sqrt{14} + \sqrt{10}}{\sqrt{14} - \sqrt{10}} = a + \sqrt{b}$$

Os números a e b são inteiros. Então, $b - a$ é igual a

A) 25.

B) 26.

C) 27.

D) 28.

E) 29.

Comentários:

Vamos **racionalizar o denominador** dessa fração, acompanhe!

$$E = \frac{\sqrt{14} + \sqrt{10}}{\sqrt{14} - \sqrt{10}} \quad \rightarrow \quad E = \frac{\left(\sqrt{14} + \sqrt{10}\right)}{\left(\sqrt{14} - \sqrt{10}\right)} \cdot \frac{\left(\sqrt{14} + \sqrt{10}\right)}{\left(\sqrt{14} + \sqrt{10}\right)}$$

Observe que para racionalizar, multiplicamos o numerador e o denominador da fração **por um mesmo número**. Esse número é basicamente o denominador original, mas com **o sinal entre os radicais trocado**, tudo bem? Em situações análogas, você **sempre poderá se valer dessa técnica**. Assim,

$$E = \frac{\left(\sqrt{14}+\sqrt{10}\right)^2}{14-10} \quad \rightarrow \quad E = \frac{14 - 2\sqrt{14}\sqrt{10} + 10}{4} \quad \rightarrow \quad E = \frac{24 - 4\sqrt{35}}{4}$$

Por fim,

$$E = 6 - \sqrt{35}$$

Comparando com $\boldsymbol{a + \sqrt{b}}$, tiramos que:

$$a = 6 \quad \text{e} \quad b = 35$$

Quando fazemos $b - a$:

$$b - a = 35 - 6 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{b - a = 29}$$

Gabarito: LETRA E.

16. (FGV/SEE-PE/2016) Considere o conjunto de números $\{1, 2, 2^2, 2^3, \ldots, 2^{2015}, 2^{2016}\}$. A diferença entre o maior elemento desse conjunto e a soma dos demais elementos é

A) 0.
B) 1.
C) 2.
D) 2^{2015}.
E) -2^{2015}.

Comentários:

Questão bem interessante! Tente visualizar comigo o seguinte:

- Soma dos **<u>dois</u>** primeiros números:

$$1 + 2 = 3$$

- Soma dos **<u>três</u>** primeiros números:

$$1 + 2 + 2^2 = 7$$

-Soma dos **<u>quatro</u>** primeiros números:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15$$

- Soma dos **<u>cinco</u>** primeiro números:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 31$$

Galera, perceba que quando somamos os **dois primeiros números**, o resultado da soma foi $2^2 - 1$.

Quando somamos os **três primeiros números**, o resultado da soma foi $2^3 - 1$.

Quando somamos os **quatro primeiros números**, o resultado da soma foi $2^4 - 1$.

Quando somamos os **cinco primeiros números**, o resultado da soma foi $2^5 - 1$.

Assim, podemos generalizar e dizer que **a soma dos "n" primeiros termos** desse conjunto será da forma:

$$S_n = 2^n - 1$$

Note que queremos **somar os termos de 1 até 2^{2015}**. Assim, teremos 2016 termos.

$$S_{2016} = 2^{2016} - 1$$

A diferença entre **o maior termo** (2^{2016}) e **a soma dos demais** é:

$$\text{Diferença} = 2^{2016} - (2^{2016} - 1) \quad \rightarrow \quad \text{Diferença} = \cancel{2^{2016}} - \cancel{2^{2016}} + 1$$

$$\mathbf{Diferença = 1}$$

Gabarito: LETRA B.

17. (FGV/CM-PE/2014) O corpo humano possui cerca de 50 bilhões de células e a população brasileira é de cerca de 200 milhões de habitantes. A quantidade de células de toda a população brasileira é cerca de:

A) 10^{16}
B) 10^{17}
C) 10^{18}
D) 10^{19}
E) 10^{20}

Comentários:

Lembre-se o seguinte:

$$1 \text{ milhão} = 1.000.000 = 10^6$$

$$1 \text{ bilhão} = 1.000.000.000 = 10^9$$

Assim,

$$50 \text{ bilhões} = 50.000.000.000 = 50 \cdot 10^9 = 5 \cdot 10^{10}$$

Da mesma forma,

$$200 \text{ milhões} = 200.000.000 = 200 \cdot 10^6 = 2 \cdot 10^8$$

Para encontrar a quantidade de células em toda a população brasileira, basta **multiplicar as 2 quantidades**.

$$\text{Total de Células} = (5 \cdot 10^{10}) \cdot (2 \cdot 10^8)$$

$$\text{Total de Células} = 10 \cdot 10^{10+8} = 10 \cdot 10^{18} = 10^{19}$$

Gabarito: LETRA D.

VUNESP

18. (VUNESP/PREF. DOIS CÓRREGOS/2019) Ao ser modelada e resolvida uma situação real, chegou-se à conclusão que $y = 64^{1,5}$. Sendo assim, o valor de y é

A) 1024.
B) 512.
C) 256.
D) 96.
E) 72.

Comentários:

Aqui, devemos usar que $\frac{3}{2} = 1,5$. Dessa forma, podemos escrever y como:

$$y = 64^{1,5} \quad \rightarrow \quad y = 64^{\frac{3}{2}}$$

Ademais, lembre-se que $64 = 2^6$. Assim,

$$y = (2^6)^{\frac{3}{2}} \quad \rightarrow \quad y = 2^{\frac{6 \cdot 3}{2}} \quad \rightarrow \quad y = 2^{3 \cdot 3} \quad \rightarrow \quad y = 2^9$$

Dando uma conferida naquela nossa tabela, sabemos que $2^9 = 512$.

$$y = 512$$

Pessoal, essa questão mostra **a importância de sabermos as potências de 2**. É verdade que **podemos ir multiplicando** até encontrarmos o valor procurado. Mas, ao ter os valores na cabeça, a questão vai ser desenvolvida de uma forma bem mais rápida e **você ganhará tempo**.

2^0	1
2^1	2
2^2	4
2^3	8
2^4	16
2^5	32

2^6	64
2^7	128
2^8	256
2^9	512
2^{10}	1024
2^{11}	2048

Gabarito: LETRA B.

19. (VUNESP/PREF. DE OLÍMPIA/2019) Carmem contratou um plano de telefone celular pelo qual ela paga a quantia fixa de R$ 60,00 por mês, com direito a 300 minutos de ligações para telefones, celulares ou fixos, de qualquer operadora. Se ela utilizar mais de 300 minutos, pagará R$ 0,90 por minuto extra. Se no final do mês Carmem pagou R$ 78,00 de conta, o número de minutos extras que ela utilizou foi
A) 14.
B) 16.
C) 18.
D) 20.
E) 22.

Comentários:
O plano custa uma quantia fixa de R$ 60,00. Se Carmem pagou R$ 78,00 foi porque ela gastou

$$\text{R\$ } 78 - \text{R\$ } 60 = \textbf{R\$ 18} \text{ com minutos extras.}$$

Se **cada minuto extra custa R$ 0,90**, então o total de minutos extras é dado por:

$$\frac{18}{0{,}9} = \textbf{20 minutos}$$

Gabarito: LETRA D.

20. (VUNESP/PREF. MARÍLIA/2017) Ao realizar um cálculo, um profissional, que estava sem acesso a uma calculadora, chegou ao seguinte resultado: $x = \sqrt{128^{\frac{4}{7}}}$. Após realizar corretamente as operações, esse profissional identificou que o valor de x é:
A) 2.
B) 4.
C) 8.
D) 16.
E) 32.

Comentários:
Podemos escrever uma raiz na forma de uma **potência de expoente fracionário**. Lembre-se:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Vamos usar esse fato para reescrever x.

$$x = \sqrt{128^{\frac{4}{7}}} \quad \rightarrow \quad x = \left(128^{\frac{4}{7}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Na potência de potência, **multiplicamos os expoentes**.

$$x = \left(128^{\frac{4}{7}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \rightarrow \quad x = 128^{\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{2}} \quad \rightarrow \quad x = 128^{\frac{2}{7}}$$

Agora, devemos lembrar que $\mathbf{128 = 2^7}$.

$$x = 128^{\frac{2}{7}} \quad \rightarrow \quad x = (2^7)^{\frac{2}{7}} \quad \rightarrow \quad x = 2^{\frac{7\cdot 2}{7}} \quad \rightarrow \quad x = 2^2 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 4}$$

Gabarito: LETRA B.

21. (VUNESP/PREF. MOGI DAS CRUZES/2017) No contrato de um plano de assistência médica, uma cláusula de reembolso de valores gastos com médicos particulares não credenciados apresenta a seguinte relação para o reembolso R de um gasto G:

$$\boldsymbol{R = 10 \cdot G^{\frac{2}{3}}}$$

Desprovida de meios tecnológicos, uma pessoa calculou corretamente o valor de R relativo a um gasto de R$ 8.000,00, determinado, conforme a referida cláusula do contrato, o reembolso de

A) R$ 2.500,00.
B) R$ 3.000,00.
C) R$ 3.500,00.
D) R$ 4.000,00.
E) R$ 4.500,00.

Comentários:

Pessoal, a questão quer saber o valor do reembolso R relativo a um gasto $\boldsymbol{G = 8000}$. Para isso, devemos **substituir o valor de G na fórmula dada**.

$$R = 10 \cdot G^{\frac{2}{3}} \quad \rightarrow \quad R = 10 \cdot (8000)^{\frac{2}{3}}$$

Note que $\mathbf{8000 = 20 \cdot 20 \cdot 20 = 20^3}$. Assim,

$$R = 10 \cdot (8000)^{\frac{2}{3}} \quad \rightarrow \quad R = 10 \cdot (20^3)^{\frac{2}{3}} \quad \rightarrow \quad R = 10 \cdot 20^{\frac{3\cdot 2}{3}} \quad \rightarrow \quad R = 10 \cdot 20^2$$

Usando que $20^2 = 20 \cdot 20 = 400$, ficamos com:

$$R = 10 \cdot 20^2 \quad \rightarrow \quad R = 10 \cdot 400 \quad \rightarrow \quad R = 4000$$

Portanto, **o reembolso será de R$ 4.000,00**.

Gabarito: LETRA D.

22. (VUNESP/FAPESP/2012) Desprovido de meios tecnológicos, um analista calculou corretamente o valor do reembolso R relativo a um gasto G de R$ 49,00, determinado, conforme termos de um contrato assinado, pela expressão

$$\boldsymbol{R = 6 \cdot G^{\frac{1}{2}}}$$

O valor desse reembolso é de

A) R$ 34,00.
B) R$ 36,00.
C) R$ 38,00.
D) R$ 40,00.
E) R$ 42,00.

Comentários:

Pessoal, essa questão é bem parecida com uma que já fizemos, não é verdade? Ele deu uma fórmula do **reembolso em função do gasto**. Para achar o valor do reembolso, basta substituirmos **o gasto G de R$ 49,00** na fórmula e **efetuar as operações**.

$$R = 6 \cdot G^{\frac{1}{2}} \quad \rightarrow \quad R = 6 \cdot (49)^{\frac{1}{2}}$$

Lembre-se que $\boldsymbol{49 = 7^2}$.

$$R = 6 \cdot (49)^{\frac{1}{2}} \quad \rightarrow \quad R = 6 \cdot (7^2)^{\frac{1}{2}} \quad \rightarrow \quad R = 6 \cdot 7^{\frac{2}{2}} \quad \rightarrow \quad R = 6 \cdot 7 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{R = 42}$$

Assim, **o reembolso é de R$ 42,00**.

Gabarito: LETRA E.

23. (VUNESP/PREF. SJC/2012) Sendo $\boldsymbol{J = \frac{22^3}{11^2 \cdot 2}}$, $\boldsymbol{K = 2^{2^2} \cdot 3}$, $\boldsymbol{L = \frac{3^{3^2}}{3^5 \cdot 2}}$ e $\boldsymbol{M = \frac{2 \cdot 7^3}{14}}$, a lista que foi escrita em ordem crescente dos valores calculados é:

A) J, K, L, M.
B) M, L, J, K.
C) L, J, K, M.
D) M, K, L, J.
E) L, J, M, K.

Comentários:

Vamos **efetuar cada uma das contas** e depois comparar os seus valores!

- Cálculo de J:

$$J = \frac{22^3}{11^2 \cdot 2} \quad \rightarrow \quad J = \left(\frac{22}{11}\right)^2 \cdot \frac{22}{2} \quad \rightarrow \quad J = 2^2 \cdot 11 \quad \rightarrow \quad J = 4 \cdot 11 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{J = 44}$$

- Cálculo de K:

$$K = 2^{2^2} \cdot 3 \quad \rightarrow \quad K = 2^4 \cdot 3 \quad \rightarrow \quad K = 16 \cdot 3 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{K = 48}$$

- Cálculo de L:

$$L = \frac{3^{3^2}}{3^5 \cdot 2} \quad \rightarrow \quad L = \frac{3^9}{3^5 \cdot 2} \quad \rightarrow \quad L = \frac{3^{9-5}}{2} \quad \rightarrow \quad L = \frac{3^4}{2} \quad \rightarrow \quad L = \frac{81}{2} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{L = 40,5}$$

- Cálculo de M:

$$M = \frac{2 \cdot 7^3}{14} \quad \rightarrow \quad M = \frac{7^3}{7} \quad \rightarrow \quad M = 7^{3-1} \quad \rightarrow \quad M = 7^2 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 49}$$

Observe que **o menor valor é L, seguido de J, depois K e, por fim, o M**.

A alternativa que mostra essa ordem **é a letra C**.

Gabarito: LETRA C.

Bancas Menores

24. (FAUEL/CM DOURADINA/2022) O número $\sqrt[3]{2^6 \cdot 5^9}$ é:
A) primo.
B) par.
C) ímpar.
D) negativo.

Comentários:
O primeiro passo é lembrar da seguinte propriedade:

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Sendo assim,

$$\sqrt[3]{2^6 \cdot 5^9} = \sqrt[3]{2^6} \cdot \sqrt[3]{5^9}$$

O segundo passo é lembrar que podemos escrever **uma raiz na forma de uma potência**.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Com isso em mente,

$$\sqrt[3]{2^6} \cdot \sqrt[3]{5^9} = 2^{\frac{6}{3}} \cdot 5^{\frac{9}{3}}$$

Resolvendo as frações,

$$2^{\frac{6}{3}} \cdot 5^{\frac{9}{3}} = 2^2 \cdot 5^3$$

Pronto, temos agora apenas potências.

$$2^2 \cdot 5^3 = 4 \cdot 125 = 500$$

Note que **500 é um número par**. Logo, podemos marcar a alternativa B.

Gabarito: LETRA B.

25. (MAIS/IPREV SANTOS/2022) Sejam os números racionais $\boldsymbol{A = (2^7 - 3)^{0,333}}$ e $\boldsymbol{B = (2,4 \cdot 10^3 + 1)^{0,25}}$. Então o valor do produto $\boldsymbol{A \cdot B}$ é

A) 25
B) 30
C) 35
D) 40

Comentários:

Inicialmente, vamos determinar **o valor das <u>potências</u>**.

$$2^7 = 128$$

$$2{,}4 \cdot 10^3 = 2{,}4 \cdot 1000 = 2400$$

Com essas informações, podemos encontrar A e B.

$$A = (2^7 - 3)^{0,333} \quad \rightarrow \quad A = (128 - 3)^{0,333} \quad \rightarrow \quad A = 125^{0,333}$$

Nesse momento, você teria que perceber **duas coisas**:

$$125 = 5^3 \text{ e } 0{,}333 = \frac{1}{3}$$

Sabendo disso, podemos reescrever A:

$$A = (5^3)^{\frac{1}{3}} \quad \rightarrow \quad A = 5^{3 \cdot \frac{1}{3}} \quad \rightarrow \quad A = 5$$

Pronto! "A" já foi. Vamos calcular B.

$$B = (2{,}4 \cdot 10^4 + 1)^{0,25} \quad \rightarrow \quad B = (2400 + 1)^{0,25} \quad \rightarrow \quad B = 2401^{0,25}$$

Nessa parte da resolução, você teria que perceber mais **duas coisas**:

$$2401 = 7^4 \text{ e } 0{,}25 = \frac{1}{4}$$

Com isso em mente, podemos reescrever B:

$$B = (7^4)^{\frac{1}{4}} \quad \rightarrow \quad B = 7^{4 \cdot \frac{1}{4}} \quad \rightarrow \quad B = 7$$

Agora vai! Com os valores de A e B, podemos calcular **o produto**.

$$A \cdot B = 5 \cdot 7 \quad \rightarrow \quad \boxed{A \cdot B = 35}$$

Gabarito: LETRA C.

26. (OMNI/PREF. SJ BATISTA/2021) Considerando 56, elevado ao cubo, igual a X. O valor de X dividido por dois, menos um, é:
A) 175.616.
B) 3.135.
C) 87.807.
D) Nenhuma das alternativas.

Comentários:
O enunciado disse que X é **56 elevado ao cubo**. Logo,

$$X = 56^3$$

Infelizmente, não vi um jeito de fugir das contas, **precisaremos enfrentá-las**!

$$X = 56 \cdot 56 \cdot 56 \quad \rightarrow \quad X = 3136 \cdot 56 \quad \rightarrow \quad X = 175616$$

Pronto, esse é o valor de X.

Agora, vamos **dividi-lo por 2**.

$$\frac{X}{2} = 87808$$

O enunciado pede ainda para **subtrairmos um**.

$$87808 - 1 = 87807$$

Podemos marcar a alternativa C.

Gabarito: LETRA C.

27. (UNIVALE/PREF ITAJAÍ/2022) Simplificando a expressão abaixo temos:

$$\sqrt{12 + 2\sqrt{6 - \sqrt{4}}}$$

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

Comentários:
Pessoal, vamos começar **da raiz mais <u>interna</u> para a mais <u>externa</u>**. Ok?! Lembre-se que $\sqrt{4}=2$.

$$\sqrt{12+2\sqrt{6-\sqrt{4}}}=\sqrt{12+2\sqrt{6-2}}=\sqrt{12+2\sqrt{4}}$$

Mais uma vez, vamos usar o fato de que $\sqrt{4}=2$.

$$\sqrt{12+2\cdot 2}=\sqrt{12+4}=\sqrt{16}$$

Por fim, temos que $\sqrt{16}=4$. Logo, podemos marcar a alternativa D.

Gabarito: LETRA D.

28. (OMNI/PREF. SERTÃOZINHO/2021) Sabendo que $a=2$ e $b=8$, o valor numérico da expressão $\sqrt{\sqrt{a\cdot b}}$ é:
A) 1
B) 2
C) 4
D) 8

Comentários:
Primeiramente, gostaria que vocês lembrassem da seguinte **propriedade** que vimos na teoria:

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[m\cdot n]{a}$$

Com ela, podemos **reescrever a expressão do enunciado** da seguinte maneira:

$$\sqrt{\sqrt{a\cdot b}}=\sqrt[2\cdot 2]{a\cdot b}=\sqrt[4]{a\cdot b}$$

Agora, vamos **substituir os valores** de "a" e de "b".

$$\sqrt[4]{2\cdot 8}=\sqrt[4]{16}$$

Observe que $16=2^4$. Assim,

$$\sqrt[4]{16}=\sqrt[4]{2^4}=2$$

Portanto, podemos marcar a alternativa B.

Gabarito: LETRA B.

29. (AOCP/SANESUL/2022 - ADAPTADA) Sobre radiciação, são feitas algumas afirmações:

I. $\sqrt{3} - \sqrt{2} < 0,5$
II. $3 + \sqrt{5} > 5$
III. $\sqrt{3} + \sqrt{2} < 4$

Sobre tais afirmações, pode-se dizer que
A) apenas I é verdadeira.
B) apenas I e II são verdadeiras.
C) apenas II e III são verdadeiras.
D) apenas I e III são verdadeiras.
E) todas são verdadeiras.

Comentários:
Pessoal, essa é uma questão que, se o aluno sabe os valores aproximados das raízes, mata com facilidade. Por esse motivo, recomendo muito que você **guarde no coração** o valor aproximado de **pelo menos** essas duas raízes:

$$\sqrt{2} \cong 1,41 \qquad\qquad \sqrt{3} \cong 1,73$$

Com esses valores em mente, vamos analisar as afirmativas.

I. $\sqrt{3} - \sqrt{2} < 0,5$
Correto.

$$\sqrt{3} - \sqrt{2} \cong 1,73 - 1,41 = 0,32 < 0,5$$

II. $3 + \sqrt{5} > 5$
Correto.

Professor, aqui tem $\sqrt{5}$! O que eu faço se não sei decorado?

Como estamos lidando com desigualdades, minha sugestão é que você **aproxime para a raiz mais próxima que você conhece**. Por exemplo, sei que você sabe qual é a raiz de 4.

$$3 + \sqrt{4} = 3 + 2 = 5$$

Observe que **se** fosse raiz de 4, o resultado da expressão já seria 5! Logo, como **queremos a raiz de 5**, que com certeza **é maior do que a raiz de 4**, o resultado será maior que 5! *Tudo ok?!*

III. $\sqrt{3}+\sqrt{2}<4$
Correto.

$$\sqrt{3}+\sqrt{2}\cong 1{,}73+1{,}41=3{,}14<4$$

Gabarito: LETRA E.

Questões Comentadas

Problemas

CEBRASPE

1. (CESPE/PREF. DOS COQUEIROS/2020) Carlos cumpre a seguinte jornada de trabalho semanal:

- **segundas, quartas e sextas — das 8 horas às 12 horas e das 14 horas às 18 horas;**
- **terças e quintas — das 15 horas às 19 horas;**
- **sábados — das 8 horas às 14 horas.**

Com base nessas informações, é correto afirmar que, semanalmente, Carlos trabalha
A) 24 horas.
B) 32 horas.
C) 38 horas.
D) 40 horas.
E) 44 horas.

Comentários:
Existem questões que cobram as **operações básicas de uma forma mais contextualizada**. Perceba que, nesse exercício, devemos apenas contabilizar as horas trabalhadas por dia e **somá-las**. Durante três dias (segunda, quarta e sexta), Carlos trabalha 4 horas pela manhã (de 8:00 às 12:00) e quatro horas pela tarde (14:00 às 18:00). Logo, nesses dias, ele cumpre $4 + 4 =$ **8 horas diárias**.

Nas terças e quintas, ele trabalha apenas **4 horas à tarde** (15:00 às 19:00). Por fim, no sábado, trabalha **6 horas corridas** (08:00 às 14:00). Seja HT a quantidade de horas trabalhadas na semana, então:

$$HT = 3 \times 8 + 2 \times 4 + 6$$

$$HT = 24 + 8 + 6$$

$$HT = 38$$

Gabarito: Letra C.

2. (CESPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal cearatransparente.ce.gov.br, em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada $j = 0, 1, 2, ...,$ n_j indicar a quantidade de municípios cearenses que celebraram, pelo menos, j convênios com o governo estadual, então n_1 será igual a:
A) 2.
B) 18.

C) 134.
D) 178.
E) 182.

Comentários:
n_j indica **a quantidade de municípios** cearenses que celebraram, **PELO MENOS**, j **convênios**. Quando o examinador pergunta o valor de n_1, então ele quer saber **quantos munícipios celebraram pelo menos 1 convênio**.

Ele disse que **4 celebraram 1 convênio** (vai pra conta), **22 celebraram 2 convênios** (vai pra conta) e **156 munícipios celebraram três ou mais**. Ora, veja que **todos esses munícipios celebraram pelo menos um** convênio, então devemos somar todos eles.

$$S = 4 + 22 + 156$$

$$S = 182$$

Gabarito: Letra E.

3. (CESPE/SEFAZ-RS/2019) Ao organizar uma prova de concurso público com 24 questões, uma instituição estabeleceu o seguinte critério de correção:

- **o candidato receberá 4 pontos por cada resposta correta (ou seja, em concordância com o gabarito oficial);**
- **o candidato perderá 1 ponto por cada resposta errada;**
- **o candidato não ganhará nem perderá pontos por questões deixadas por ele em branco (ou seja, sem resposta) ou por questões anuladas.**

Nessa situação hipotética, a quantidade máxima de respostas corretas que podem ser dadas por um candidato que obtiver 52 pontos na prova é igual a
A) 14
B) 15
C) 16
D) 17
E) 18

Comentários:
Vamos chamar **a quantidade de acertos de c**, **a quantidade de questões erradas de e** e **a quantidade de questões deixadas em branco ou anuladas de b**. Se temos 24 questões, o somatório dessas quantidades deve ser o total de questões da prova. Logo,

$$c + e + a = 24$$

Além disso, foi dito que **o candidato obteve 52 pontos na prova**. Ora, o enunciado falou que **cada acerto vale 4 pontos, se ele acertou c questões, então pontuou $4c$ pontos**. Só que o candidato pode ter errado questões. **Cada questão errada tira um ponto dele!** Se ele errou e questões, então a quantidade de pontos que vai descontada dele vale e. Como **questão anuladas ou em branco não valem pontos**, a pontuação do candidato é assim formada:

$$4c - e = 52$$

Somando as duas equações acima **membro a membro**, obtemos a seguinte expressão:

$$5c + a = 76$$

A questão pergunta **a quantidade máxima de acertos c que o candidato pode ter feito**. Vamos isolar o c na expressão acima.

$$c = \frac{76 - a}{5}$$

Observe que **para c ser máximo, a tem que ser mínimo**. O primeiro valor que podemos imaginar é $a = 0$, ou seja, que não houveram questões anuladas ou deixadas em branco. Mas, se isso for verdade, c vale:

$$c = \frac{76 - 0}{5} = \frac{76}{5} = 15{,}2$$

Note que obtivemos $c = 15{,}2$. Ora, **isso não pode acontecer**, c deve ser um número inteiro pois **é a quantidade de questões acertadas na prova**. Você não pode acertar **$0{,}2$ de uma questão objetiva**. Logo, devemos procurar **o próximo valor mínimo de a**. Nesse caso, devemos tentar com $a = 1$.

$$c = \frac{76 - 1}{5} = \frac{75}{5} = 15$$

Opa, agora sim temos um valor inteiro para a quantidade de questões acertadas! É um número válido e, portanto, **reflete a quantidade máxima de questões** que o candidato pode acertar.

Gabarito: Letra B.

4. (CESPE/SEFAZ-RS/2019) Uma repartição com 6 auditores fiscais responsabilizou-se por fiscalizar 18 empresas. Cada empresa foi fiscalizada por exatamente 4 auditores, e cada auditor fiscalizou exatamente a mesma quantidade de empresas. Nessa situação, cada auditor fiscalizou

A) 8 empresas.
B) 10 empresas.
C) 12 empresas.
D) 14 empresas.
E) 16 empresas.

Comentários:

São **18 empresas** e cada empresa é fiscalizada por **4 auditores**. Quantas fiscalizações ocorrerão?

$$18 \times 4 = 72$$

Perceba que serão necessárias **72 fiscalizações para dividir entre os 6 auditores**.

$$\frac{72}{6} = 12$$

Cada auditor realizará **12 fiscalizações**, em que cada fiscalização ocorre em empresas diferentes.

Gabarito: Letra C.

5. (CESPE/SEFAZ-RS/2018) No ato de pagamento por um produto, um cliente entregou ao caixa uma nota de R$ 50. Informado de que o dinheiro entregue não era suficiente, o cliente entregou mais uma nota de R$ 50 e recebeu do caixa R$ 27 de troco. O cliente reclamou que ainda faltavam R$ 9 de troco e foi imediatamente atendido pelo caixa. Nessa situação hipotética, o valor da compra foi

A) R$ 52.
B) R$ 53.
C) R$ 57.
D) R$ 63.
E) R$ 64.

Comentários:

O cliente entregou $R\$\ 50{,}00 + R\$\ 50{,}00 = \boldsymbol{R\$\ 100{,}00}$ para o caixa. O atendente, apesar de inicialmente ter errado o troco, devolveu $R\$\ 27{,}00 + R\$\ 9{,}00 = \boldsymbol{R\$\ 36{,}00}$. O valor da compra foi:

$$R\$\ 100{,}00 - R\$\ 36{,}00 = R\$\ 64{,}00$$

Gabarito: Letra E.

6. (CESPE/ABIN/2018)

	Evolução da Quantidade de Docentes por Etapa de Ensino Brasil 2013 - 2017			
Ano	**Educação Infantil**	**Anos Iniciais do Ensino Fundamental**	**Anos Finais do Ensino Fundamental**	**Ensino Médio**
2013	478.811	750.366	802.902	507.617
2014	502.445	757.950	797.577	522.426
2015	518.308	758.840	786.140	522.826
2016	540.567	763.927	778.561	519.883
2017	557.541	761.737	764.731	509.814
Soma total das quantidades de docentes no período	2.597.672	3.792.820	3.929.911	2.582.566

Com base nos dados da tabela anterior, extraídos do Relatório das Notas Estatísticas do Censo Escolar de 2017, do INEP, julgue o item a seguir. A menor diferença entre as quantidades de professores dos anos iniciais do ensino fundamental e do ensino médio ocorreu em 2014.

Comentários:

Para resolver essa questão, devemos fazer algumas subtrações. Podemos facilitar nossa vida **e construir um tabela** apenas com os valores que queremos analisar.

Ano	Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Ensino Médio	Diferença
2013	750.366	507.617	$750.366 - 507.617 = 242.749$
2014	757.950	522.426	$757.950 - 522.426 = 235.524$
2015	758.840	522.826	$758.840 - 522.826 = 236.014$
2016	763.927	519.883	$763.927 - 519.883 = 244.044$
2017	761.737	509.814	$761.737 - 509.814 = 251.293$

Observe que o ano de **2014 possui a menor diferença** entre o número de professores dos anos iniciais do ensino fundamental e do ensino. Portanto, o item está correto.

Gabarito: CERTO.

7. (CESPE/PF/2018) Em uma operação de busca e apreensão na residência de um suspeito de tráfico de drogas, foram encontrados R$ 5.555 em notas de R$ 2, de R$ 5 e de R$ 20. A respeito dessa situação, julgue o item seguinte: a menor quantidade de notas em moeda corrente brasileira pelas quais o montante apreendido poderia ser trocado é superior a 60.

Comentários:

Na época da prova ainda **não existia a nota de R$ 200**. Por isso, vamos considerar que a nota de maior valor em circulação **seja a nota de R$ 100**. Como a questão quer trocar o valor de R$ 5.555 **usando a menor quantidade de notas**, devemos **usar o maior número de notas de R$ 100 possível**. Com 55 notas de R$ 100, ficamos com R$ 5.500. Falta 55 reais. Devemos pegar uma de R$ 50 e mais uma de R$ 5. Logo, são 55 notas de R$ 100, 1 nota de R$ 50 e 1 nota de R$ 5.

$$n = 55 + 1 + 1$$

$$n = 57$$

O item diz que a quantidade de notas para fazer essa **troca é superior a 60, o que não é verdade**. Vimos que **são necessárias 57 notas**.

Gabarito: ERRADO.

8. (CESPE/PF/2014) Um batalhão é composto por 20 policiais: 12 do sexo masculino e 8 do sexo feminino. A região atendida pelo batalhão é composta por 10 quadras e, em cada dia da semana, uma dupla de policiais policia cada uma das quadras. Com referência a essa situação, julgue o item subsequente: se, dos 20 policiais do batalhão, 15 tiverem, no mínimo, 10 anos de serviço, e 13 tiverem, no máximo, 20 anos de serviço, então mais de 6 policiais terão menos de 10 anos de serviço.

Comentários:
São 20 policiais. A questão informa que **15 possuem no mínimo 10 anos de serviço**. Logo, sobram $\mathbf{20-15=5}$ **policiais que terão menos de 10 anos de serviço**. O item afirma que são 6 policiais nessa situação, por isso, encontra-se errada.

Gabarito: ERRADO.

9. (CESPE/SEGER-ES/2013) Com a finalidade de conquistar novos clientes, uma empresa de turismo oferece gratuitamente um pacote de serviços que dá direito a até sete dias de estadia em hotéis de sua rede conveniada, sendo necessário pagar somente uma taxa fixa — mas que pode variar de um hotel para outro — de uso por dia e por pessoa. Caso o cliente deseje, poderá adquirir, por R$ 3.600,00, um título de sócio que lhe dará direito a sessenta diárias por ano em qualquer hotel da rede. Se um cliente, ao usufruir do pacote de serviços, pagou, para ele e para sua esposa, a quantia de R$ 300,00 de taxa de uso, por três dias de estadia em um hotel da rede, então, para passar os quatro dias restantes com a esposa e com dois filhos no mesmo hotel, o cliente pagará
A) R$ 800,00.
B) R$ 900,00.
C) R$ 1.200,00.
D) R$ 400,00.
E) R$ 600,00.

Comentários:
O cliente e sua esposa gastaram $\boldsymbol{R\$\,300,00}$ **para passar três** dias no hotel. Logo, **a diária é de R$ 100,00**. Nos primeiros três dias **só havia o casal, então ele gastou R$ 50,00 por dia e <u>por pessoa</u>**. Se ele quer passar mais **quatro dias com quatro pessoas** (o casal + dois filhos), então a diária custará $50\times 4=R\$\,200$. Como ele deseja passar mais quatro dias: $\boldsymbol{R\$\,200\ \times 4=R\$\,800,00}$**.**

Gabarito: Letra A.

10. (CESPE/TRT-10/2013) Em um jogo para dois jogadores constituído por uma pilha de 1.000 palitos, cada jogador retira da pilha, alternadamente e sem reposição, uma quantidade de palitos, a qual pode consistir em 1 palito, 2 palitos, 3 palitos, 4 palitos ou 5 palitos. Nesse jogo, ganha o jogador que retirar o último palito da pilha. Acerca do jogo acima descrito, julgue o item que se segue: do início ao término do jogo, é possível que algum dos jogadores faça menos de 100 retiradas de palitos.

Comentários:
Para algum jogador **fazer a menor quantidade de retiradas possível**, eles devem sempre **retirar a maior quantidade de palitos por vez**, no caso, 5 palitos. Logo, como são 1.000 palitos,

$$\frac{1000}{5} = 200$$

Retirando 5 palitos, precisamos de **200 retiradas para esgotar os 1000 palitos**. Como **são dois jogadores**, então cada um retira $200/2 = \mathbf{100}$ **vezes.** Logo, é preciso, no mínimo, **100 retiradas por jogador**. O item diz que é possível algum jogador fazer menos de 100 retiradas, **o que está errado**, pois concluímos que é preciso **pelo menos** 100 retiradas por jogador.

Gabarito: ERRADO.

CESGRANRIO

11. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) A capacidade máxima de carga de um caminhão é de 2,670 toneladas (t). Duas cargas de grãos estão destinadas a esse caminhão: a primeira, de 2,500 t e, a segunda, de 0,720 t. A soma das massas das duas cargas destinadas ao caminhão excede a sua capacidade máxima em

a) 0,100 t
b) 0,550 t
c) 0,593 t
d) 1,450 t
e) 1,648 t

Comentários:
O primeiro passo é **somar as duas cargas** destinadas a esse caminhão.

$$\begin{array}{rcccc} & ^{+1}2, & 5 & 0 & 0 \\ + & 0, & 7 & 2 & 0 \\ \hline & 3, & 2 & 2 & 0 \end{array}$$

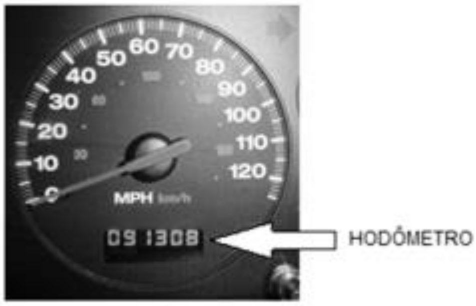
Logo, a soma das duas cargas **resulta em 3,220 toneladas**. O próximo passo é subtrair essa soma da capacidade máxima do caminhão.

$$\begin{array}{rcccc} & 3, & 2 & 2 & 0 \\ - & 2, & 6 & 7 & 0 \\ \hline & 0, & 5 & 5 & 0 \end{array}$$

Assim, a soma das duas massas destinadas ao caminhão excede a sua capacidade máxima **em 0,550 t**.

Gabarito: LETRA B.

12. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) Pouca gente sabe, mas uma volta completa no planeta Terra, no perímetro do Equador, corresponde a cerca de 40.000 km. Observe, na imagem, a quilometragem indicada no hodômetro de um veículo.



Considerando-se os dados do texto e a imagem acima, quantos quilômetros esse veículo ainda terá que percorrer para completar o equivalente a três voltas no perímetro do Equador da Terra?

a) 51.308

b) 38.602

c) 31.308

d) 28.692

e) 28.620

Comentários:

Pessoal, se uma volta no perímetro do Equador da Terra é **40.000 km**, então para achar a distância que o veículo deverá percorrer para realizar três voltas, **devemos multiplicar esse perímetro por três**.

$$\begin{array}{r} 40000 \\ \times \quad 3 \\ \hline 120000 \end{array}$$

Note que **três voltas ao redor da Terra equivalem a 120.000 km**. Para descobrir quanto o veículo ainda deverá percorrer, precisamos subtrair essa quantidade do total apontado pelo hodômetro (91.308 km).

$$\begin{array}{r} 120000 \\ - \quad 91308 \\ \hline 28692 \end{array}$$

Assim, o veículo ainda deve percorrer **28.692 km** para completar as 3 voltas.

Gabarito: LETRA D.

13. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) Marcela colocou 62 livros em três prateleiras. Na primeira prateleira, ela colocou 19 livros. Na segunda prateleira, ela colocou 25. Quantos livros Marcela colocou na terceira prateleira?

a) 12

b) 18

c) 22

d) 26

e) 28

Comentários:
Temos **62 livros distribuídos em 3 prateleiras**. Na primeira tem 19 livros, na segunda tem 25, e na terceira tem x. Quando somarmos as quantidades em cada prateleira, **devemos obter o total de livros**. Assim,

$$19 + 25 + x = 62 \quad \rightarrow \quad 44 + x = 62 \quad \rightarrow \quad x = 62 - 44 \quad \rightarrow \quad x = 18$$

Portanto, **a terceira prateleira tem 18 livros**.

Gabarito: LETRA B.

14. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) Seis amigos ganharam um prêmio de R$ 36.480,00 na loteria. O prêmio foi dividido igualmente entre os seis. Quanto cada um recebeu?
a) R$ 7.200,00
b) R$ 6.800,00
c) R$ 6.080,00
d) R$ 5.200,00
e) R$ 4.600,00

Comentários:
Devemos **dividir o prêmio de R$ 36.480,00 pra os seis amigos**.

$$\begin{array}{r|l} 36.480 & \;6 \\ \cline{2-2} -\underline{36} & 6080 \\ 0\,48 & \\ -\underline{48} & \\ 0 & \end{array}$$

Veja que quando fazemos a divisão, descobrimos que **cada amigo fica com R$ 6.080,00**.

Gabarito: LETRA C.

15. (Cesgranrio/IBGE/2016) Considere cinco punhados idênticos de feijões, ou seja, com a mesma quantidade de feijão. Tais punhados estão enfileirados e numerados do primeiro ao quinto. Uma pessoa retira de cada punhado, exceto do terceiro, três feijões e os coloca no terceiro punhado. Em seguida, essa pessoa retira do terceiro punhado tantos feijões quantos restaram no segundo e os coloca no primeiro punhado. Após os procedimentos realizados por essa pessoa, quantos feijões sobraram no terceiro punhado?
a) 7
b) 15
c) 9
d) 12
e) 10

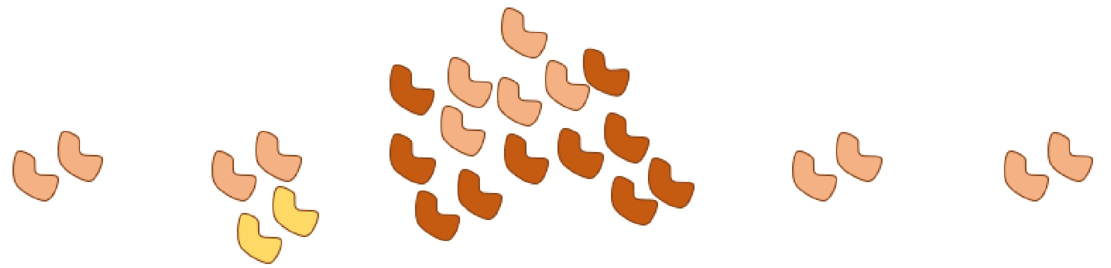
Comentários:

Vamos considerar que **cada punhado de feijão tenha 5 feijões**. Você pode considerar qualquer quantidade, pois o resultado final da questão independe dela. Como **são cinco punhados**, imagine algo do tipo:

A primeira informação que temos é que **uma pessoa retira <u>três</u> feijões de cada punhado, <u>exceto do terceiro</u>**, e coloca toda essa quantidade no terceiro.

Quando colocamos esses feijões no 3º punhado, ficamos assim:

Depois, a pessoa retira do terceiro punhado **tantos feijões quanto sobraram no segundo**. Oras, veja que no segundo punhado **<u>restaram 2 feijões</u>**. Assim, **ela retirará 2 feijões do 3º punhado e colocará no primeiro**.



1º punhado 2º punhado 3º punhado 4º punhado 5º punhado

Quando contamos quantos feijões sobraram no terceiro punhado, **obtemos exatamente 15**.

Gabarito: LETRA B.

16. (Cesgranrio/BB/2013) Durante 185 dias úteis, 5 funcionários de uma agência bancária participaram de um rodízio. Nesse rodízio, a cada dia, exatamente 4 dos 5 funcionários foram designados para trabalhar no setor X, e cada um dos 5 funcionários trabalhou no setor X o mesmo número N de dias úteis. O resto de N na divisão por 5 é

a) 4
b) 3
c) 0
d) 1
e) 2

Comentários:

Pessoal, **185 dias úteis são 37 semanas, contando 5 dias úteis em cada uma delas**. Vamos chamar os cinco funcionários de "A", "B", "C", "D" e "E". Quando distribuímos eles ao longo da semana, ficamos com:

1º dia útil	2º dia útil	3º dia útil	4º dia útil	5º dia útil
A	A	A	A	B
B	B	B	C	C
C	C	D	D	D
D	E	E	E	E

Note que 4 funcionários trabalham por dia útil. Dessa forma, **cada funcionário trabalha 4 dias na semana no setor X**. Assim, como são 37 semanas, o total de dias trabalhados será:

$$N = 37 \times 4 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{N = 148}$$

Agora, **vamos dividir N por 5**.

$$\begin{array}{r|l} 148 & 5 \\ -\underline{10} & 29 \\ 48 & \\ -\underline{45} & \\ 3 & \end{array}$$

Logo, o resto da divisão de N por 5 é **3**.

Gabarito: LETRA B.

17. (Cesgranrio/BB/2013) Apenas três equipes participaram de uma olimpíada estudantil: as equipes X, Y e Z. A Tabela a seguir apresenta o número de medalhas de ouro, de prata e de bronze obtidas por essas equipes.

	Ouro	Prata	Bronze	Total
Equipe X	3	4	2	9
Equipe Y	1	6	8	15
Equipe Z	0	9	5	14

De acordo com os critérios adotados nessa competição, cada medalha dá a equipe uma pontuação diferente: 4 pontos por cada medalha de ouro, 3 pontos por cada medalha de prata e 1 ponto por cada medalha de bronze. A classificação final das equipes é dada pela ordem decrescente da soma dos pontos de cada equipe, e a equipe que somar mais pontos ocupa o primeiro lugar. Qual foi a diferença entre as pontuações obtidas pelas equipes que ficaram em segundo e em terceiro lugares?

a) 6
b) 5
c) 1
d) 2
e) 4

Comentários:
Beleza, vamos organizar a pontuação de cada medalha em uma tabela.

Medalha	Pontos
Ouro	4
Prata	3
Bronze	1

Agora, **vamos calcular a pontuação de cada equipe**. Para isso, multiplicamos os pontos que cada medalha fornece pelo número de medalhas obtidas de cada tipo e somamos tudo.

- $Equipe\ X = 4 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 2 = 12 + 12 + 2 = 26$
- $Equipe\ Y = 4 \cdot 1 + 3 \cdot 6 + 1 \cdot 8 = 4 + 18 + 8 = 30$
- $Equipe\ Z = 4 \cdot 0 + 3 \cdot 9 + 1 \cdot 5 = 0 + 27 + 5 = 32$

Temos a pontuação de cada equipe, podemos organizá-la em ordem decrescente.

Classificação	Equipe	Pontuação
1º	Equipe Z	32
2º	Equipe Y	30
3º	Equipe X	26

Assim, a diferença de pontuação entre o 2º e 3º colocado é $\mathbf{30 - 26 = 4}$ **pontos**.

Gabarito: LETRA E.

18. (Cesgranrio/PETROBRÁS/2012) Uma empresa conta com 300 clientes em carteira atualmente e identifica ainda que haja 60 clientes potenciais. A frequência média ideal de visitação é de 2 visitas por mês, cada visita durando, em média, 2 horas. Com base no método do tempo de duração de uma visita, o administrador considera que o tempo real de vendas de um vendedor, em horas, uma vez que a empresa conta com 24 vendedores, é de

a) 48
b) 60
c) 90
d) 120
e) 180

Comentários:

Questão com redação um pouco chatinha. S**ão 300 clientes em carteira e 60 clientes potenciais**. Você acha que a empresa deve investir tempo para tornar esses clientes potenciais em clientes efetivos? Com certeza, né?! Logo, **os clientes em potenciais também são visitados pelos vendedores!** Tudo bem?

Com isso, são **360 clientes para serem visitados**. Se a frequência de visitação é 2 visitas por mês, então, ao todo, teremos $360 \times 2 = \mathbf{720}$ **visitas por mês**. O enunciado também informou que **cada visita dura, em média, 2 horas**. *Quantas horas serão gastas, por mês, com essas visitas?* Basta fazermos $720 \times 2 = 1440$ horas.

Pronto! Temos o total de horas gasto com visitas por mês! Se **são 24 vendedores**, então o tempo real de vendas de cada vendedor é dado por:

$$\frac{1.440}{24} = \boldsymbol{60\ horas}$$

Gabarito: LETRA B.

19. (Cesgranrio/BR/2012) O gerente de uma distribuidora de combustíveis deseja determinar o número de vendedores com base no tempo de duração de uma visita. O número atual de clientes da distribuidora é de 300, e os clientes potenciais somam 50. Se a frequência mensal ideal de visitação é de 3 visitas, o tempo médio de cada visita é de 2 horas e a avaliação do tempo real de vendas de um vendedor é de 50 horas, o número ideal de vendedores para o corpo de vendas dessa distribuidora é

a) 14
b) 42
c) 50
d) 110
e) 350

Comentários:

Questão muito parecida com o anterior, só que agora **ela pede o número de vendedores**. Observe que são 300 clientes na carteira e 50 clientes em potencial. Logo, **a empresa terá 350 clientes para visitar**. Como cada empresa recebe 3 visitas por mês, então o total de visitas mensal será:

$$350 \times 3 = 1050 \; visitas$$

Cada visita dura 2 horas, assim, o total de tempo despendido pelos vendedores será de:

$$1050 \times 2 = \mathbf{2100 \; horas}$$

O tempo real de vendas de **um vendedor** é de 50 horas, para cobrir as 2100 horas, a empresa precisará de:

$$\frac{2100}{50} = 42 \; vendedores$$

Gabarito: LETRA B.

20. (Cesgranrio/BB/2015) Em certo concurso, a pontuação de cada candidato é obtida da seguinte forma: por cada acerto o candidato recebe 3 pontos e, por cada erro, perde 1 ponto. Os candidatos A e B fizeram a mesma prova, porém A acertou 5 questões a mais do que B. Qual foi a diferença entre as pontuações obtidas pelos dois candidatos?

a) 15
b) 25
c) 5
d) 10
e) 20

Comentários:

Vamos organizar as informações do enunciado em duas tabelas para melhor visualização.

Acerto	+3 pontos
Erro	-1 ponto

	Qtd. de Acertos	Qtd. de Erros
Candidato A	$X + 5$	$Y - 5$
Candidato B	X	Y

Para cada certo o candidato ganha 3 pontos. Para cada erro o candidato perde 1. Ademais, veja que o enunciado disse que **o candidato A acertou 5 questões a mais que o candidato B**. Assim, se o candidato B tiver acertado X questões, o candidato A acertou $X + 5$.

Da mesma forma, **se o candidato B tiver errado Y questões, o candidato A terá errado $Y - 5$** (afinal, o candidato A terá errado menos, já que acertou 5 questões a mais). Sabendo disso, podemos calcular as pontuações de cada candidato.

$$\text{CANDIDATO A} = (\text{X} + 5) \cdot 3 - 1 \cdot (Y - 5) \quad \rightarrow \quad \text{CANDIDATO A} = 3X - Y + 20$$

$$\text{CANDIDATO B} = \text{X} \cdot 3 - 1 \cdot Y \quad \rightarrow \quad \text{CANDIDATO B} = 3X - Y$$

O enunciado pede **a diferença entre as duas pontuações**.

$$\begin{aligned} CANDIDATO\ A - CANDIDATO\ B &= (3X - Y + 10) - (3X - Y) \\ &= (3X - Y + 10) - 3X + Y \\ &= \mathbf{20} \end{aligned}$$

Portanto, a diferença de pontos entre os dois candidatos **é de 20 pontos**.

Gabarito: LETRA D.

FGV

21. (FGV/SSP-AM/2022) Um encontro de família foi organizado por 5 casais. Cada um desses casais teve 4 filhos, todos casados e com 3 filhos cada um. Todas as pessoas citadas compareceram ao encontro. O número de pessoas nesse encontro de família é

A) 70.
B) 80.
C) 90.
D) 100.
E) 110.

Comentários:

Vamos por partes. O encontro foi organizado por 5 casais. Logo, temos aí **10 pessoas**.

Cada um desses 5 casais, teve 4 filhos. Com isso, temos **20 filhos ao todo**.

Cada um desses filhos, é casado. Assim, podemos contar mais **20 cônjuges**.

Por fim, cada um desses 20, tem 3 filhos. Portanto, são **60 filhos** (netos dos primeiros casais).

Agora, basta somarmos essas quantidades.

$$10 + 20 + 20 + 60 = \mathbf{110\ pessoas}$$

Gabarito: LETRA E.

22. (FGV/PC-RJ/2022) João tem hoje 22 anos e lembrou que, há oito anos, nesse mesmo dia do ano, sua irmã Maria disse para ele: "Eu tenho a metade da sua idade". Nesse mesmo dia do ano, quando Maria tiver 35 anos, João terá:

A) 42 anos;
B) 43 anos;
C) 57 anos;
D) 65 anos;
E) 70 anos;

Comentários:

Inicialmente, vamos voltar 8 anos. Se João tem **22 anos hoje**, então **8 anos atrás ele tinha 14**.

Nesse momento do passado, a irmã dele falou que tinha **a metade** da idade dele, ou seja, 7 anos.

Diante desse fato, conseguimos perceber que **a diferença de idade entre João e Maria é de 7 anos**. Logo, quando Maria tiver 35 anos, João terá 7 anos a mais que ela, ou seja, **42 anos**.

Gabarito: LETRA A.

23. (FGV/PC-RN/2021) Em um grupo de policiais civis há agentes e escrivães, sendo que 20% deles são escrivães e os demais são agentes. Dez escrivães saem do grupo e, agora, 96% dos policiais civis do grupo são agentes. O número de escrivães que restaram no grupo é:

A) 2;

B) 4;

C) 6;

D) 8;

E) 10;

Comentários:

Como 20% dos policiais são escrivães, então **teremos 80% de agentes**. Considerando que o total de policiais no grupo é "n", podemos escrever o seguinte:

$$AGENTES = 0{,}8 \cdot n \qquad (1)$$

$$ESCRIVÃES = 0{,}2 \cdot n \qquad (2)$$

Observe que quando **10 escrivães saem do grupo**, a porcentagem de agentes sobe para 96%. Com isso,

$$AGENTES = 0{,}96 \cdot (n - 10) \qquad (3)$$

Para entender a equação acima, note que o número de policiais diminui 10. Logo, seu total não será mais "n", mas sim "$n - 10$". Como a quantidade de agentes é **96% desse novo total**, para encontrar a quantidade de agentes, devemos **multiplicar 0,96 pelo novo total de policiais ($n - 10$).**

Como **a quantidade de agentes não mudou**, podemos igualar (1) e (3).

$$0{,}8n = 0{,}96(n - 10)$$

Aplicando a **propriedade distributiva** e isolando o "n":

$$0{,}8n = 0{,}96n - 9{,}6 \quad \rightarrow \quad 0{,}16n = 9{,}6 \quad \rightarrow \quad n = \frac{9{,}6}{0{,}16} \quad \rightarrow \quad n = 60$$

Pronto, com isso descobrimos que **o número inicial de policiais no grupo era 60**. Como tivemos a saída de 10 escrivães, **o total de policial no grupo fica 50**.

O enunciado pergunta **quantos escrivães restaram**. Para determinarmos essa quantidade, devemos perceber que após a saída dos 10, temos 96% de agentes. Isso significa que apenas **4% do que sobrou são escrivães**. Assim, a quantidade de escrivães após a saída dos 10 é:

$$\text{ESCRIVÃES} = 4\% \cdot 50 \quad \rightarrow \quad \text{ESCRIVÃES} = \frac{4}{100} \cdot 50 \quad \rightarrow \quad \text{ESCRIVÃES} = 2$$

Restaram apenas **2 escrivães** no grupo.

Gabarito: LETRA A.

24. (FGV/PC-RN/2021) O número de ocorrências em certa delegacia de polícia diminuiu 10% no primeiro semestre de 2020 em relação ao semestre anterior. Entretanto, no segundo semestre de 2020, o número de ocorrências aumentou 30% em relação ao semestre anterior. Durante todo o ano de 2020 o número de ocorrências nessa delegacia aumentou em:

A) 10%

B) 12%

C) 15%

D) 17%

E) 20%

Comentários:

No primeiro semestre de 2020, **houve redução de 10% em relação ao semestre anterior**. Considere que no semestre anterior tenham sido registradas "n" ocorrências. Assim, com essa redução de 10%, o número de ocorrências no primeiro semestre de 2020 foi de:

$$1^{\underline{o}} \text{ semestre de } 2020 = 0{,}9\text{n}$$

No segundo semestre de 2020, **tivemos um aumento de 30% nos casos** em relação ao semestre anterior. Assim, o aumento foi de:

$$\text{Aumento no } 2^{\underline{o}} \text{ semestre de } 2020 = 0{,}3 \cdot 0{,}9\text{n}$$

$$\text{Aumento no } 2^{\underline{o}} \text{ semestre de } 2020 = 0{,}27\text{n}$$

Note que para calcularmos o aumento, fazemos 30% da quantidade de ocorrências no primeiro semestre (0,9n). **Muita atenção para não achar que é 0,3n**. Tudo certo? Assim, o número de casos aumentou em 0,27n. Com isso, no 2º semestre ficamos com o seguinte total de casos:

$$2^{\underline{o}} \text{ semestre de } 2020 = 0{,}9\text{n} + 0{,}27\text{n}$$

$$2^{\underline{o}} \text{ semestre de } 2020 = 1{,}17\text{n}$$

Assim, em 2020 tivemos um **aumento de 17%** em relação ao último semestre do ano anterior.

Gabarito: LETRA D.

25. (FGV/PC-RN/2021) Uma delegacia de polícia atende aos cidadãos todos os dias. O novo escrivão foi designado para fazer um relatório das atividades da delegacia de 4 em 4 dias. Em cada relatório ele deve registrar as ocorrências do dia e dos três dias anteriores, e o primeiro relatório que ele fez foi num sábado. O novo escrivão fez seu 40º relatório em uma:

A) segunda-feira;

B) terça-feira;

C) quarta-feira;

D) quinta-feira;

E) sexta-feira.

Comentários:

Vamos tentar desenhar uma espécie de calendário que nos auxilie a enxergar melhor o problema.

	Sábado	Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
4 semanas (1º mês)	1º relatório				2º relatório		
		3º relatório				4º relatório	
			5º relatório				6º relatório
				7º relatório			
4 semanas (2º mês)	8º relatório				9º relatório		
		10º relatório				11º relatório	
			12º relatório				13º relatório
				14º relatório			

Note que **os dias de entrega voltam a se repetir de 4 em 4 semanas**. Vamos considerar 4 semanas = 1 mês. Assim, todo mês ele entrega 7 relatórios. **Após 5 meses, ele terá entregue 35 relatórios**, concorda? Dessa forma, **o 40º relatório estará no 6º mês**.

	Sábado	Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
4 semanas (6º mês)	36º relatório				37º relatório		
		38º relatório				39º relatório	
			40º relatório				41º relatório
				42º relatório			

Logo, o **40º relatório será entregue na segunda-feira**.

Gabarito: LETRA A.

26. (FGV/PC-RN/2021) Em um grupo de esportistas, 1/3 deles só gostam de vôlei e, dos demais, 2/5 gostam de vôlei e também de basquete. Todos os esportistas desse grupo gostam de, pelo menos, um desses dois esportes. Em relação ao total de membros desse grupo, a fração daqueles que só gostam de basquete é:

A) 2/3

B) 2/5

C) 3/5

D) 4/15

E) 1/15

Comentários:

Vamos considerar que esse grupo de esportistas tenha "n" membros.

- Como **1/3** deles só gostam de vôlei, podemos escrever que:

$$\frac{n_{\text{só vôlei}}}{n}=\frac{1}{3} \quad \rightarrow \quad n_{\text{só vôlei}}=\frac{n}{3} \qquad (1)$$

$n_{\text{só vôlei}}$ é a quantidade de membros com **só gostam de vôlei**.

- Como **2/5** gostam de vôlei e basquete, podemos escrever que:

$$\frac{n_{\text{vôlei e basquete}}}{n}=\frac{2}{5} \quad \rightarrow \quad n_{\text{vôlei e basquete}}=\frac{2n}{5} \qquad (2)$$

$n_{\text{vôlei e basquete}}$ é a quantidade de membros que **gostam de vôlei e basquete**.

Agora, perceba o seguinte:

$$n=n_{\text{só vôlei}}+n_{\text{vôlei e basquetee}}+n_{\text{só basquete}} \qquad (3)$$

Lembre-se que **todos os membros gostam de pelo menos um dos esportes**. Substituindo (1) e (2) em (3):

$$n=\frac{n}{3}+\frac{2n}{5}+n_{\text{só basquete}}$$

Agora, vamos resolver, dividindo toda expressão por "n" e isolando o $n_{\text{só basquete}}/n$.

$$\frac{n_{\text{só basquete}}}{n}=1-\frac{1}{3}-\frac{2}{5} \quad \rightarrow \quad \frac{n_{\text{só basquete}}}{n}=\frac{15-5-6}{15} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{n_{\text{só basquete}}}{n}=\frac{4}{15}}$$

Gabarito: LETRA B.

27. (FGV/PC-RN/2021) Sabe-se que 3 botas custam tanto quanto 5 sapatos e que 2 sapatos custam tanto quanto 3 chinelos. O preço de uma bota em relação ao preço de um chinelo é:
A) 15% menor;
B) 15% maior;
C) 25% maior;
D) 150% maior;
E) 250% maior.

Comentários:
Considere que "B", "S" e "C" o preço da bota, do sapato e do chinelo, respectivamente.

- Se **3 botas custam tanto quanto 5 sapatos**, podemos escrever que:

$$3B = 5S \qquad (1)$$

- Ademais, **2 sapatos custam tanto quanto 3 chinelos**. Com isso,

$$2S = 3C \qquad (2)$$

Queremos **o preço da bota com relação ao preço do chinelo**. Para isso, vamos isolar "S" em (1) e substituir em (2):

$$S = \frac{3B}{5}$$

Assim,

$$2 \cdot \left(\frac{3B}{5}\right) = 3C \quad \rightarrow \quad \frac{2B}{5} = C \quad \rightarrow \quad B = \frac{5C}{2} \quad \rightarrow \quad B = 2{,}5C$$

Note que o preço da bota é 2,5 maior que o preço do chinelo. **Isso corresponde a um valor 150% maior.**

Cuidado para não marcar 250%! Por exemplo, quando algo for 100% maior, então esse algo **será o dobro** do que está sendo avaliado. Quando for 200% maior, **será o triplo**... Cuidado com essas coisas!

Gabarito: LETRA D.

28. (FGV/IMBEL/2021) Antônio pegou um taxi de uma empresa que oferecia a promoção divulgada no cartaz a seguir.

Ao chegar ao seu destino, Antônio viu que o taxímetro marcava R$ 19,00. Ele então pediu ao motorista que desse uma volta no quarteirão e parasse no mesmo lugar. Depois disso, o taxímetro passou a marcar R$ 21,00. Assim, Antônio economizou

A) R$ 4,00.
B) R$ 4,10.
C) R$ 4,20.
D) R$ 4,30.
E) R$ 4,40.

Comentários:

Vamos encontrar **quanto foi o desconto** que Antônio conseguiu.

$$\text{Desconto} = 30\% \cdot 21 \quad \rightarrow \quad \text{Desconto} = \frac{30}{100} \cdot 21 \quad \rightarrow \quad \text{Desconto} = 6{,}3$$

Logo, **o desconto foi de R$ 6,30**. Se **ele pagaria R$ 21,00 sem o desconto**, o valor a pagar fica de:

$$\text{Valor a pagar} = 21 - 6{,}30 \quad \rightarrow \quad \text{Valor a pagar} = 14{,}7$$

Como **antes ele pagaria R$ 19,00**, o valor que ele economizou foi de:

$$\text{Economizou} = 19 - 14{,}7 \quad \rightarrow \quad \mathbf{Economizou = 4,20}$$

Gabarito: LETRA D.

29. (FGV/IMBEL/2021) O número inteiro N dividido por 7 deixa resto 3. O número N + 50 dividido por 7 deixa resto

A) 0.
B) 1.
C) 2.
D) 4.
E) 5.

Comentários:

Vamos usar **a relação fundamental da divisão**.

$$\text{DIVIDENDO} = \text{QUOCIENTE} \cdot \text{DIVISOR} + \text{RESTO}$$

- **O número inteiro N dividido por 7 deixa resto 3.** Assim,

$$N = 7q + 3 \quad (1)$$

"q" representa o quociente dessa divisão. Analogamente, vamos escrever essa relação agora considerando que vamos **dividir apenas o número 50 por 7**.

$$50 = 7 \cdot 7 + 1 \quad (2)$$

Note que **essa divisão fornece <u>quociente 7</u> e <u>resto 1</u>**. Somando as duas equações acima membro a membro.

$$N + 50 = (7q + 3) + (7 \cdot 7 + 1)$$

Reorganizando,

$$N + 50 = 7q + 7 \cdot 7 + 3 + 1 \quad \rightarrow \quad N + 50 = 7 \cdot \underbrace{(q + 7)}_{Q} + 4 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{N + 50 = 7Q + 4}$$

Note que a expressão que obtivemos é exatamente a relação fundamental da divisão escrita para um **dividendo igual a "N+50"**, **divisor igual a 7**, quociente igual a Q e **resto igual 4**.

Gabarito: LETRA D.

30. (FGV/IMBEL/2021) Cinco dezenas e meia de laranjas excedem quatro dúzias e meia de laranjas em
A) 1 laranja.
B) 2 laranjas.
C) 3 laranjas.
D) 4 laranjas.
E) 5 laranjas.

Comentários:
Pessoal, 1 dezena corresponde a 10 unidades. Assim,

$$\text{cinco dezenas e meia} = 5 \cdot 10 + 5 \quad \rightarrow \quad \textbf{cinco dezenas e meia} = \mathbf{55}$$

Além disso, 1 dúzia corresponde a 12 unidades. Logo,

$$\text{quatro dúzias e meia} = 4 \cdot 12 + 6 \quad \rightarrow \quad \textbf{quatro dúziais e meia} = \mathbf{54}$$

Com isso, a primeira quantidade de laranjas **excede em uma unidade** a segunda.

Gabarito: LETRA A.

31. (FGV/IMBEL/2021) Assinale a opção que indica o resultado de 6 + 4 × 5 – 8 ÷ 2.
A) 21.
B) 22.
C) 23.
D) 24.
E) 25.

Comentários:
Pessoal, não temos parênteses, nem chaves, nem colchetes. Isso significa que devemos usar as operações como prioridade. Lembre-se que sempre **começamos com as divisões/multiplicações e depois partimos para as soma/subtrações**. A ordem é da esquerda para a direita.

$$E = \mathbf{6} + \underbrace{\mathbf{4} \times \mathbf{5}}_{\mathbf{20}} - \underbrace{\mathbf{8} \div \mathbf{2}}_{\mathbf{4}}$$

$$E = 6 + 20 - 4$$

$$E = 26 - 4$$

$$E = 22$$

Gabarito: LETRA B.

32. (FGV/IMBEL/2021) Assinale a opção que indica o valor de

$$\mathbf{2 + 4 + 6 + \ldots + 2020 + 2022 - 1 - 3 - 5 - \ldots - 2019 - 2021}$$

A) -1011.
B) -1010.
C) 1009.
D) 1010.
E) 1011.

Comentários:
Para calcular o valor da expressão do enunciado, precisamos **reorganizá-la** de uma forma mais eficiente.

$$E = 2 + 4 + 6 + \ldots + 2020 + 2022 - 1 - 3 - 5 - \ldots - 2019 - 2021$$

$$E = (2 - 1) + (4 - 3) + (5 - 4) + \cdots + (2020 - 2019) + (2022 - 2021)$$

Perceba que **o valor de cada subtração dessa é igual a 1**.

$$E = 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 + 1$$

Observe que **inicialmente tínhamos todos os números do 1 ao 2022**, alternando os sinais. Como **juntamos os pares** para realizar a operação de subtração, então **a quantidade de números caiu pela metade**, ou seja, 1011.

$$\mathrm{E} = 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 + 1 \quad \rightarrow \quad \mathrm{E} = 1011$$

Gabarito: LETRA E.

VUNESP

33. (VUNESP/PREF. TAUBATÉ/2022) Tenho menos de duas dúzias e meia de tomates, e essa quantidade de tomates pode ser distribuída em caixas com 6 tomates cada, ou caixas com 8 tomates cada, sendo que, em ambos os casos, não sobra tomate fora das caixas. Para o que pretendo fazer, eu preciso de exatamente duas dúzias e meia de tomates. Sendo assim, preciso de mais
A) 4 tomates.
B) 5 tomates.

C) 6 tomates.
D) 7 tomates.
E) 8 tomates.

Comentários:
Inicialmente, lembre-se que **uma dúzia corresponde a 12 unidades**. Sendo assim, quando o enunciado fala que se tem menos de duas dúzias e meia de tomates, então é por que temos menos de 30 tomates.

$$2 \cdot 12 + 6 = 24 + 6 = 30$$

Se, ao distribuir essa quantidade de tomates por caixas de 6 ou de 8 não sobram tomates, então podemos concluir que **essa quantidade é um múltiplo de 6 e de 8**. Agora, vamos pensar: *qual é o múltiplo de 6 e de 8 que é menor que 30?* Ora, **só pode ser o 24**!

Múltiplos de 6 = {0, 6, 12, 18, **24**, 30, 36, ...}
Múltiplos de 8 = {0, 8, 16, **24**, 32, 40, 48, ...}

Se a quantidade que **ele precisa é 30** e ele tem 24, então **ele precisa de mais 6 tomates**.

$$30 - 24 = 6$$

Obs.: Moçada, eu sei que nem todos vocês já estudaram os múltiplos. Coloquei essa questão com o intuito de **estimular a lembrança** daqueles que já estudaram e de começar a **formar uma ponte** para o que veremos nas próximas aulas. Assim, se a solução ficou um pouco obscura para você, não se preocupe! Os múltiplos ainda serão estudados com detalhes e tenho certeza de que **você ficará fera** no assunto.

Gabarito: LETRA C.

34. (VUNESP/PREF. TAUBATÉ/2022) Certo dia, Carlos estava com sua conta corrente negativa no banco, em R$ 130,00. Nesse dia, ele recebeu o salário na conta corrente, no valor de R$1.300,00, e pagou algumas contas, no valor total de R$ 320,00. Se, nesse dia, houve somente essa movimentação em sua conta corrente, no final do dia, o saldo em conta era de
A) R$ 840,00.
B) R$ 850,00.
C) R$ 860,00.
D) R$ 870,00.
E) R$ 880,00.

Comentários:
Vamos lá, realizando cada uma das operações por vez! Saldo inicial:

$$\mathbf{-130}$$

Recebeu 1300 reais de salário:

$$\mathbf{-130 + 1300 = 1170}$$

Pagou 320 reais em algumas contas:

$$1170 - 320 = \boxed{850}$$

Logo, o saldo final na conta de Carlos foi de **R$ 850,00**.

Gabarito: LETRA B.

35. (VUNESP/TJ-SP/2019) Uma banqueteira quer preparar pratos com salgadinhos para uma festa. Cada prato deve conter 3 coxinhas, 5 empadas e 7 croquetes. O responsável pelos salgadinhos enviou 200 coxinhas, 300 empadas e 400 croquetes. A banqueteira preparou o maior número de pratos possível, conforme o plano original. O número de salgadinhos que não foram colocados nos pratos é

A) 53.
B) 62.
C) 45.
D) 48.
E) 55.

Comentários:

Pessoal, um prato é feito com 3 coxinhas, 5 empadas e 7 croquetes.

1 prato	3 coxinhas
	5 empadas
	7 croquetes

Vamos tentar encontrar quantos pratos conseguimos fazer com cada uma das quantidades dos salgados: **200 coxinhas, 300 empadas e 400 croquetes**. Para começar, vamos dividir a quantidade de coxinhas que temos pela quantidade que precisamos para fazer 1 prato.

$$\begin{array}{r|l} 200 & 3 \\ \cline{2-2} -18 & 66 \\ \cline{1-1} 20 & \\ -18 & \\ \cline{1-1} 2 & \end{array}$$

Veja que **com 200 coxinhas, conseguimos fazer 66 pratos e sobram duas**. Devemos repetir essa mesma conta para os demais salgados e ver quantos pratos conseguimos organizar. Como temos 300 empadas e cada prato vão 5, ficamos com:

$$
\begin{array}{r|l}
300 & \underline{\;5\;} \\
-\underline{30}\downarrow & 60 \\
00 & \\
-\underline{00} & \\
0 &
\end{array}
$$

Assim, **com as 300 empadas conseguimos fazer 60 pratos e não sobra nenhuma**. Por último, se temos 400 croquetes e cada prato vão 7, temos que:

$$
\begin{array}{r|l}
400 & \underline{\;7\;} \\
-\underline{35}\downarrow & 57 \\
50 & \\
-\underline{49} & \\
1 &
\end{array}
$$

Com os 400 croquetes, conseguimos fazer 57 pratos e sobra um croquete. Note que o croquete é o salgado que **vai limitar** o número do pratos! Quando a banqueteira terminar seu 57º prato, ela ficará sem croquetes para fazer o próximo, **por mais que ainda tenha quantidades suficientes de coxinha e empadas**. Assim, para fazer esses 57 pratos, ela usará:

57 pratos	$3 \times 57 = 171$ coxinhas
	$5 \times 57 = 285$ empadas
	$7 \times 57 = 399$ croquetes

Estamos interessados na **quantidade de salgados que sobrou**.

	Quantidade Inicial	Quantidade Usada	Sobrou
Coxinhas	200	171	$200 - 171 = 29$
Empadas	300	285	$300 - 285 = 15$
Croquetes	400	399	$400 - 399 = 1$

Para obter o total, basta **somarmos o que sobrou de cada salgado**.

$$\text{Sobrou (total)} = 29 + 15 + 1$$

$$\text{Sobrou (total)} = 45$$

Gabarito: LETRA C.

36. (VUNESP/TJ-SP/2019) Considere três números naturais, representados por x, y e z, respectivamente. Sabe-se que a divisão de x por 5 resulta no quociente y e resto 3, e que a divisão de y por 5 resulta no quociente z e resto 1, e que a divisão de z por 5 resulta no quociente 3 e resto 4. O resultado de x – y é

A) 391.
B) 413.
C) 402.
D) 425.
E) 387.

Comentários:

Opa, muita informação nesse enunciado! Vamos com calma.

- **A divisão de x por 5 resulta no quociente y e resto 3**. Assim,

$$\begin{array}{l|l} x & 5 \\ \hline 3 & y \end{array}$$

Usando a relação fundamental da divisão, podemos escrever que: $\boldsymbol{x = 5y + 3} \qquad (1)$

- **A divisão de y por 5 resulta no quociente z e resto 1**. Assim,

$$\begin{array}{l|l} y & 5 \\ \hline 1 & z \end{array}$$

Usando a relação fundamental da divisão, podemos escrever que: $\boldsymbol{y = 5z + 1} \qquad (2)$

- Por fim, **a divisão de z por 5 resulta no quociente 3 e resto 4**. Logo,

$$\begin{array}{l|l} z & 5 \\ \hline 4 & 3 \end{array}$$

Usando a relação fundamental da divisão, podemos escrever que: $z = 5 \cdot 3 + 4 = 15 + 4 = 19$.

Conseguimos encontrar o valor de z diretamente. Podemos **usá-lo em (2) para determinar y**.

$$y = 5z + 1 \quad \rightarrow \quad y = 5 \cdot 19 + 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{y = 96}$$

Com o valor de y, podemos **usá-lo em (1) e determinar x**.

$$x = 5y + 3 \quad \rightarrow \quad x = 5 \cdot 96 + 3 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 483}$$

O enunciado quer $x - y$.

$$x - y = 483 - 96 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x - y = 387}$$

Gabarito: LETRA E.

37. (VUNESP/PM-SP/2021) Uma empresa está propondo a implementação de eletrificação da frota de ônibus coletivos de uma cidade. O projeto envolve a venda do ônibus elétrico e o aluguel da bateria pelo período de 10 anos, no qual a empresa se responsabiliza pelo fornecimento, manutenção e recarga da bateria. Para esse período, o projeto determina um custo de R$1.860.000,00 por ônibus. Segundo a empresa, a grande vantagem desse projeto é que a parte desse custo, referente ao aluguel das baterias, é pago com mensalidades fixas de R$10.000,00, que é o valor aproximado do gasto mensal com diesel dos ônibus convencionais. Descontado o valor do aluguel da bateria, tem-se que esse projeto considera a venda do ônibus elétrico no valor de

A) R$ 1.760.000,00.
B) R$ 660.000,00.
C) R$ 760.000,00.
D) R$ 860.000,00.
E) R$ 1.740.000,00.

Comentários:

Galera, o aluguel da bateria é de R$ 10.000,00 por mês De acordo com o enunciado**, pretende-se alugá-la por <u>10 anos</u>**. Quanto vamos gastar com esse aluguel? Como **cada ano tem 12 meses**, os 10 anos têm:

$$10 \times 12 = 120 \text{ meses}$$

Assim, será pago **R$ 10.000,00 por mês durante 120 meses**. O total gasto com o aluguel da bateria é:

$$\text{R\$ } 10.000{,}00 \times 120 = \text{R\$ } 1.200.000{,}00$$

Logo, **o aluguel da bateria custará R$ 1.200.000,00**. No entanto, de acordo com a empresa, **esse valor <u>já está incluso</u> no custo de R$ 1.860.000,00 por ônibus**. Diante disso, o ônibus em si custaria o valor de:

$$\text{R\$ } 1.860.000{,}00 - \text{R\$ } 1.200.000{,}00 = \boldsymbol{\text{R\$ } 660.000,00}$$

Gabarito: LETRA B.

38. (VUNESP/CODEN/2021) Jorge comprou 9 pacotinhos de parafusos, cada um com 8 parafusos. Utilizou 19 parafusos na realização de um serviço. O número total de parafusos que restaram foi

A) 53.
B) 56.
C) 59.
D) 64.
E) 67.

Comentários:

Se cada pacote tem 8 parafusos, então com 9 pacotes temos $8 \times 9 = 72$ **parafusos**. Como **houve a utilização de 19**, o total de parafusos restantes é: $72 - 19 = 53$. Assim, restaram **53 parafusos**.

Gabarito: LETRA A.

39. (VUNESP/TJ-SP/2019) Saí de casa com uma certa quantia comigo. Gastei metade do que tinha e em seguida dei R$ 3,00 de gorjeta. Continuei e gastei metade do que ainda tinha e novamente dei R$ 3,00 de gorjeta. Além dessas duas vezes, fiz exatamente a mesma coisa outras duas vezes. Ao final estava com R$ 17,00. Sendo assim, havia saído de casa com

A) R$ 298,00.
B) R$ 344,00.
C) R$ 384,00.
D) R$ 362,00.
E) R$ 280,00.

Comentários:

Um jeito interessante de resolver esse tipo de questão é **de trás para frente**. Observe que a pessoa do enunciado realiza uma mesma ação **quatro vezes**:

- Primeiro ela gasta metade do que tem,
- Depois, ela dá três reais de gorjeta.

Esses dois passos se repetem quatro vezes e nessa ordem. Agora, se vamos fazer o problema de trás para frente, para determinar quanto ela tinha inicialmente, **devemos inverter essas operações.**

- Recebe 3 reais; e
- Dobra o que tem.

É interessante perceber que, quando fazemos o problema de trás para frente, **primeiro ela vai receber** (ao invés de dar) os três reais e **depois que ela dobra o que tem** (ao invés de gastar metade). É tudo invertido, pessoal. Com isso em mente, vamos resolver o problema.

Se ela terminou com R$ 17,00, então, de trás para frente:

- Recebe 3 reais: $R\$ \, 17{,}00 \ + \ R\$ \, 3{,}00 \ = \ R\$ \, 20{,}00$;
- Dobra o que tem: $2 \times R\$ \, 20{,}00 = R\$ \, 40{,}00$

- Recebe 3 reais: $R\$ \, 40{,}00 \ + \ R\$ \, 3{,}00 \ = \ R\$ \, 43{,}00$;
- Dobra o que tem: $2 \times R\$ \, 43{,}00 = R\$ \, 86{,}00$

- Recebe 3 reais: $R\$ \, 86{,}00 \ + \ R\$ \, 3{,}00 \ = \ R\$ \, 89{,}00$;
- Dobra o que tem: $2 \times R\$ \, 89{,}00 = R\$ \, 178{,}00$

- Recebe 3 reais: $R\$ \, 178{,}00 \ + \ R\$ \, 3{,}00 \ = \ R\$ \, 181{,}00$;
- Dobra o que tem: $2 \times R\$ \, 181{,}00 = R\$ \, 362{,}00$

Assim, depois de completado as **4 repetições**, percebemos que a quantia encontrada é de $R\$\ 362{,}00$.

Gabarito: LETRA D.

40. (VUNESP/TJ-SP/2015) Três meninas têm um irmão cada uma. No total, esses seis jovens já ganharam 43 medalhas em competições de natação, sendo que Renato ganhou 2 medalhas, Márcio 3 e Rogério 5. Renata ganhou 7 medalhas a mais que seu irmão, Márcia ganhou 4 vezes mais medalhas que seu irmão e Rogéria ganhou 3 vezes mais medalhas que seu irmão. A diferença entre as medalhas recebidas por Renata e Márcia é igual a

A) 4.
B) 1.
C) 2.
D) 3.
E) 5.

Comentários:

O enunciado disse quantas medalhas cada um dos meninos ganhou. Vamos esquematizar uma tabela.

Renato	Márcio	Rogério
2	3	5

Ademais, o enunciado ainda disse que:

- Renata ganhou **7 medalhas a mais** que seu irmão;
- Márcia ganhou **4 vezes mais medalhas** que seu irmão;
- Rogéria ganhou **3 vezes mais medalhas** que seu irmão;

Se os seis jovens ganharam ao todo **43 medalhas e temos 10 medalhas com os irmãos**, então as irmãs acumulam $43 - 10 =$ **33 medalhas**.

Perceba que **não sabemos quem é irmão de quem**. Para resolver esse problema, a melhor saída que pensei foi fazer suposições. Vamos organizar em tabelas.

- Para Renata

	Irmã de:	Quantidade
Renata	Renato	$7 + 2 = 9$ medalhas
	Márcio	$7 + 3 = 10$ medalhas
	Rogério	$7 + 5 = 12$ medalhas

- Para Márcia

	Irmã de:	Quantidade
Márcia	Renato	$4 \times 2 = 8$ medalhas.
	Márcio	$4 \times 3 = 12$ medalhas

	Rogério	$4 \times 5 = 20$ medalhas

- Para Rogéria

	Irmã de:	Quantidade
Rogéria	Renato	$3 \times 2 = 6$ medalhas
	Márcio	$3 \times 3 = 9$ medalhas
	Rogério	$3 \times 5 = 15$ medalhas

Podemos combinar esses irmãos de **6 maneiras distintas**. Moçada, vai ser uma trabalheira, de fato... Na prática, esse exercício agrega muito pouco e, muito provavelmente, foi colocada na prova **apenas para fazer o aluno perder tempo** e acabar se complicando.

Minha recomendação é: se você perceber que a questão vai exigir muito tempo de você, deixa ela por último. Não caia no **ciclo vicioso** de querer resolvê-la a todo custo. Para fazer uma boa prova, é preciso ter estratégia.

Arregace as mangas e vamos lá:

	Irmão:	Irmã:	Quantidade de medalhas da irmã	Total das irmãs
1ª possibilidade	Renato	Renata	9	36
	Márcio	Márcia	12	
	Rogério	Rogéria	15	

	Irmão:	Irmã:	Quantidade de medalhas da irmã	Total das irmãs
2ª possibilidade	Renato	Renata	9	38
	Márcio	Rogéria	9	
	Rogério	Márcia	20	

	Irmão:	Irmã:	Quantidade de medalhas da irmã	Total das irmãs
3ª possibilidade	Renato	Rogéria	6	36
	Márcio	Renata	10	
	Rogério	Márcia	20	

	Irmão:	Irmã:	Quantidade de medalhas da irmã	Total das irmãs
4ª possibilidade	Renato	Rogéria	6	30
	Márcio	Márcia	12	
	Rogério	Renata	12	

	Irmão:	Irmã:	Quantidade de medalhas da irmã	Total das irmãs

	Irmão:	Irmã:	Quantidade de medalhas da irmã	Total das irmãs
5ª possibilidade	Renato	Márcia	8	33
	Márcio	Renata	10	
	Rogério	Rogéria	15	

	Irmão:	Irmã:	Quantidade de medalhas da irmã	Total das irmãs
6ª possibilidade	Renato	Márcia	8	28
	Márcio	Rogéria	9	
	Rogério	Renata	12	

Observe que nossa 5ª possibilidade é a que fornece um total de 33 medalhas paras as irmãs.

	Irmão:	Irmã:	Quantidade de medalhas da irmã	Total das irmãs
5ª possibilidade	Renato	Márcia	8	33
	Márcio	Renata	10	
	Rogério	Rogéria	15	

Queremos saber **a diferença de medalhas entre Renata e Márcia**.

$$Dif = 10 - 8$$

$$\boldsymbol{Dif = 2}$$

Gabarito: LETRA C.

41. (VUNESP/CODEN/2021) Pedro comprou 5 garrafas iguais de refrigerante e pagou o total de R$ 24,00. O preço de uma garrafa é

A) R$ 4,40.
B) R$ 4,50.
C) R$ 4,60.
D) R$ 4,70.
E) R$ 4,80.

Comentários:

Para determinar o preço de cada garrafa, devemos pegar **o total pago e dividir por 5**.

$$\begin{array}{rl} 24 & \underline{|\ 5\ \ } \\ -20 & \ 4,8 \\ \hline 40 & \\ -40 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Assim, **o preço de cada garrafa é R$ 4,80.**

Gabarito: LETRA E.

42. (VUNESP/PM-SP/2021) Uma reportagem lançada em 2015 trazia que, segundo o Livro Guinness dos Recordes, o lago Maracaibo, na Venezuela, era o lugar com a mais alta concentração de relâmpagos do mundo, com 250 deles por quilômetro quadrado, todo ano. O número de tempestades atinge seu ponto mais espetacular no ápice da estação chuvosa, em outubro, quando os registros indicam uma média de 40 mil relâmpagos por dia. Sendo assim, nesses dias de ápice, a média de relâmpagos por minuto é de, aproximadamente,

A) 16.

B) 33.

C) 333.

D) 275.

E) 28.

Comentários:

Temos uma média de **40 mil relâmpagos por dia**. O enunciado pede a quantidade de relâmpagos por minuto. Para isso, precisamos saber quantos minutos possui um dia. Ora, se **1 hora tem 60 minutos**, então 24 horas têm:

$$60 \times 24 = 1.440 \text{ minutos}$$

Assim, **1 dia tem 1.440 minutos**. Agora, para determinarmos **a média de relâmpagos <u>por minuto</u>**, temos que dividir a média de relâmpagos por dia por 1.440.

$$\begin{array}{r|l}
40000 & 1440 \\
\cline{2-2}
-\underline{2880}\downarrow & 27{,}7\ldots \\
11200 & \\
-\underline{10080} & \\
11200 & \\
-\underline{10080} & \\
1120 & \\
\ldots &
\end{array}$$

Observe que o último passo da divisão acima começa a se **<u>repetir infinitamente</u>**. Isso significa que o resultado dessa divisão **é uma dízima** (27,777777777...). Estudaremos elas com mais detalhes na aula de frações. Como a questão pede o valor aproximado, **o valor inteiro mais próximo de 27,7... é 28**. Então, podemos marcar a alternativa E.

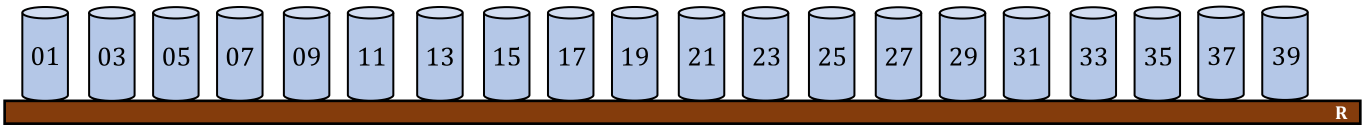
Gabarito: LETRA E.

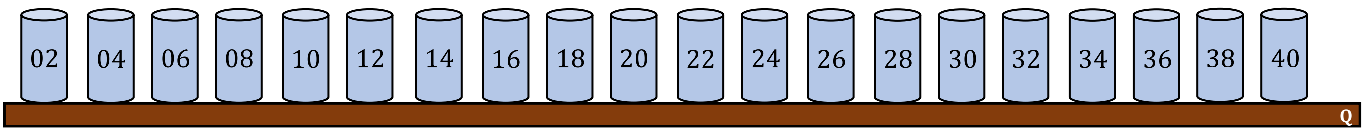
43. (VUNESP/TJ-SP/2016) Em um laboratório, há 40 frascos contendo amostras de drogas distintas. Esses frascos estão numerados de 01 a 40, sendo que os frascos de numeração par estão posicionados na prateleira Q e os de numeração ímpar estão posicionados na prateleira R. Sabe-se que o volume, em cm^3, de cada amostra é igual à soma dos algarismos do número de cada frasco. Nessas condições, é correto afirmar que a quantidade de frascos cujas amostras têm mais de 8 cm^3 é

A) maior na prateleira R do que na Q.

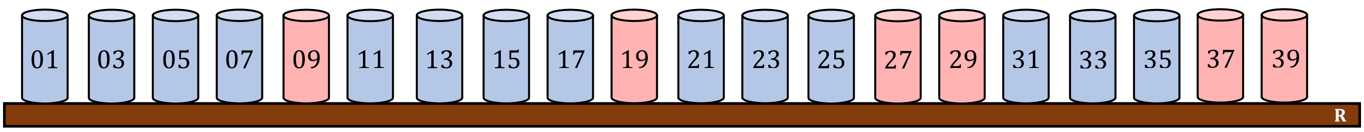
B) maior na prateleira Q do que na R.
C) igual em ambas as prateleiras.
D) igual a 8.
E) maior que 13.

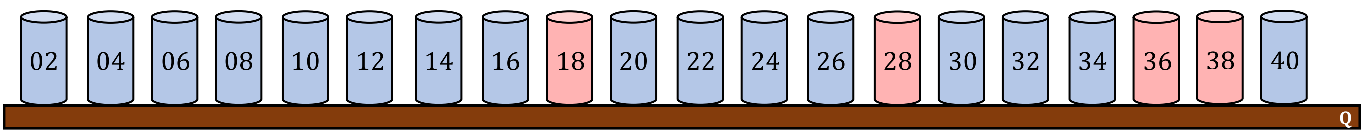
Comentários:
Temos que o volume de cada amostra é igual à soma dos algarismos do número de cada frasco. Por exemplo, **no frasco de número 09, temos $0 + 9 = 9$ cm³**. Da mesma forma, **no frasco de número 33, temos $3 + 3 = 6$ cm³**. Como os frascos estão numerados de 01 a 40, então teremos **20 frascos com números pares** (que estarão na prateleira Q) e **mais 20 frascos com números ímpares** (que estarão na prateleira R).





Vamos agora procurar os frascos cuja soma dos algarismos seja superior a 8.





Na prateleira R temos 6 frascos cuja soma dos algarismos resultam em um número superior 8, indicando que o volume do frasco é superior a 8 cm³. Por sua vez, a prateleira Q tem apenas 4 frascos cuja soma dos algarismos é superior a 8.

Assim, podemos marcar a alternativa que diz que o número de frascos com volume superior a 8 cm³ **é maior na prateleira R do que na Q**.

Gabarito: LETRA A.

44. (VUNESP/TJ-SP/2013) Para numerar as páginas de um livro, uma impressora gasta 0,001 mL por cada algarismo impresso. Por exemplo, para numerar as páginas 7, 58 e 290 gasta-se, respectivamente, 0,001

mL, 0,002 mL e 0,003 mL de tinta. O total de tinta que será gasto para numerar da página 1 até a página 1000 de um livro, em mL, será

A) 1,111.
B) 2,003.
C) 2,893.
D) 1,003.
E) 2,561.

Comentários:

Pessoal, precisamos contar **quantos algarismos temos de 1 até 1000**.

- De 1 a 9, cada número tem apenas **um algarismo**.
De 1 a 9 são 9 números, então serão 9 algarismos.

- Da 10 a 99, cada número tem **dois algarismos**.
De 10 a 99 são 90 números, assim teremos $90 \times 2 = 180$ algarismos.

- De 100 a 999, cada número tem **três algarismos**.
De 100 a 999 são 900 números, ficamos então com $900 \times 3 = 2700$ algarismos.

- O número 1000 tem **quatro algarismos**.

Assim, somando a quantidade de algarismos que vamos ter nesse intervalo, ficamos com:

$$9 + 180 + 2700 + 4 = 2.893 \text{ algarismos}$$

Cada algarismo gasta $\mathbf{0,001\ mL}$ de tinta. Assim, para determinar o consumo total, basta multiplicarmos o número de algarismos por 0,001.

$$2.893 \times 0{,}001 = \mathbf{2,893\ mL}$$

Gabarito: LETRA C.

Bancas Menores

45. (OBJETIVA/PREF. SÃO SIMÃO/2022) Gabriela compra 2 chaveiros e 5 selos para a sua coleção em cada mês. Sabendo-se que ela possui um total de 175 selos, ao todo, quantos chaveiros ela possui?

A) 68
B) 76
C) 72
D) 74
E) 70

Comentários:

O primeiro passo nessa questão é encontrar quantos meses foram necessários para Gabriela juntar os 175 selos, sabendo que ela compra 5 todo mês. Para isso, basta dividir 175 por 5.

$$\text{Meses} = \frac{175}{5} \quad \rightarrow \quad \text{Meses} = 35$$

Assim, podemos concluir que Gabriela juntou os 175 selos em 35 meses.

Agora vamos analisar a quantidade de chaveiros!

Se ela compra **2 chaveiros por mês** e **já se passaram 35 meses**, então ela tem:

$$2 \cdot 35 = 70 \text{ chaveiros}$$

Gabarito: LETRA E.

46. (AOCP/IPE PREV/2022) Em determinado evento a ser promovido por uma empresa, é do conhecimento dos planejadores que, utilizando-se copos descartáveis de 150 mL, é possível servir 136 pessoas com determinada bebida. Caso ocorra uma mudança de planos e decida-se utilizar copos descartáveis de 80 mL, a quantidade de pessoas a mais que serão servidas com essa bebida, além da quantidade inicial prevista, é igual a

A) 259 pessoas.
B) 55 pessoas.
C) 119 pessoas.
D) 155 pessoas.
E) 89 pessoas.

Comentários:

O enunciado fala que **é possível servir 136 pessoas com copos de $150\ mL$**. Com essa informação podemos determinar quanto de bebida há nesse evento.

$$136 \cdot 150 = 20400 \text{ mL}$$

Logo, temos $20400\ mL$ de bebida nesse evento. Se essa quantidade de bebida for servida em **copos de $80\ mL$**, será possível encher a seguinte quantidade de copos:

$$\frac{20400}{80} = \mathbf{255\ copos} \text{ de } 80 \text{ mL}$$

Ora, se são 136 pessoas e conseguiremos servir 255 copos, então **poderemos servir 119 pessoas a mais**.

$$255 - 136 = 119$$

Gabarito: LETRA C.

47. (UEPB/PREF. SOUSA/2022) Um pote cheio de sorvete pesa 420 g e, com apenas metade do sorvete, pesa 240 g. É CORRETO afirmar que o peso do pote vazio é de:

A) 80 g
B) 60 g
C) 50 g
D) 70 g
E) 90 g

Comentários:
Galera, temos um pote cheio de sorvete que pesa 420 g. Observe que esse peso corresponde **a soma** do peso do pote vazio com o peso de sorvete propriamente dito.

Quando a **metade do sorvete foi retirada**, fica-se com 240 g.

Ora, a diferença entre essas quantidades é justamente **o peso da metade do sorvete que foi retirada**.

$$420 - 240 = 180\ g$$

Ora, se **180 g é o peso de metade do sorvete**, então no pote cheio temos a seguinte quantidade de sorvete:

$$180 \cdot \mathbf{2} = 360\ g$$

Logo, podemos concluir que **o pote tem 360 gramas de sorvete**. A diferença entre o peso do pote cheio e o peso de sorvete é justamente o peso do pote vazio.

$$420 - 360 = 60\ g$$

Com isso, podemos concluir que **o peso do pote é de 60 g**.

Gabarito: LETRA B.

48. (AOCP/IPE-PREV/2022) Considere que o número de identificação de um processo em andamento seja formado por cinco algarismos, seguidos de um dígito verificador. Para a obtenção do dígito verificador, seguem-se as seguintes regras, nesta ordem:

1º) efetua-se a multiplicação dos cinco primeiros algarismos que identificam o processo;

2º) efetua-se a divisão do resultado da multiplicação, obtida anteriormente, por 9;

3º) o algarismo que identifica o resto dessa divisão será o dígito verificador.

Com base nessas informações, considere que um processo em andamento possua o número de identificação 12377-W, em que W é o dígito verificador. Então, é correto afirmar que o valor de W, nesse número de identificação, é igual a
A) 8.
B) 6.
C) 4.

D) 2.
E) 0.

Comentários:
Temos o seguinte número de identificação:

12377-W

O primeiro passo é **multiplicar os cinco primeiros algarismos**.

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 = 294$$

O segundo passo é pegar esse resultado e **dividir por 9**.

$$\begin{array}{r|l} 294 & 9 \\ \cline{2-2} -\underline{27} & 32 \\ 24 & \\ -\underline{18} & \\ 6 & \end{array}$$

O terceiro passo é **observar o <u>resto</u> da divisão**. Note que ele é igual a 6. Esse é o valor do dígito verificador.

Gabarito: LETRA B.

49. (FCM/PREF. TIMÓTEO/2022) Em um sacolão onde abacaxis e brócolis são vendidos na unidade, Cecília comprou uma dúzia de abacaxis por R$ 60,00. Se a unidade do brócolis é R$1,00 mais barata que a de cada abacaxi, o valor correto de uma dezena de brócolis, em reais, é igual a
A) 30
B) 35
C) 40
D) 45

Comentários:
Vamos lá! Primeiramente, lembre-se que **uma dúzia corresponde a <u>12 unidades</u>**. Quando o enunciado fala que Cecília comprou uma dúzia de abacaxis por 60 reais, devemos entender que 12 abacaxis custaram 60 reais. Sendo assim, **o preço de cada abacaxi pode ser encontrado dividindo 60 por 12**.

$$\frac{60}{12} = 5 \text{ reais}$$

Como a unidade do brócolis é R$ 1,00 mais barato, então cada brócolis custa 4 reais. Sendo assim, **<u>uma dezena</u> (10 unidades) de brócolis custa <u>40 reais</u>**.

$$4 \cdot 10 = 40$$

Gabarito: LETRA C.

50. (RBO/CESAMA/2022) Um estacionamento cobra R$ 27,00 pela primeira hora e mais R$ 12,50 por hora adicional, e não trabalha com fração de hora. Num certo dia entrou 18 veículos e o proprietário obteve lucro bruto de R$ 961,00, então, o total de horas adicionais cobradas nesse dia foi:

A) 38
B) 34
C) 29
D) 43

Comentários:

Moçada, a primeira hora custa 27 reais. Como não existe fração de hora e entraram 18 veículos, então **todos eles pagaram esses 27 reais iniciais**. Ao todo, **apenas com essa primeira hora**, esse estacionamento lucrou:

$$27 \cdot 18 = 486 \text{ reais}$$

Se o lucro bruto foi de 961 reais, então o estacionamento teve de hora adicional o seguinte lucro:

$$961 - 486 = \mathbf{475\ reais}$$

Se **cada hora adicional custa R$ 12,50**, então o total de horas **adicionais** foi de:

$$\frac{475}{12{,}5} = 38 \text{ horas}$$

Gabarito: LETRA A.

QUESTÕES COMENTADAS

Expressões Numéricas

FGV

1. (FGV/SEMSA-MANAUS/2022) O resultado da operação $17 - 3 \times 4 + 1$ é

A) 2.
B) 6.
C) 17.
D) 57.
E) 70.

Comentários:

Nesse tipo de questão, devemos resolver as operações **na ordem <u>devida</u>**!

- Primeiro, resolvemos as potências ou raízes;
- Depois, resolvemos as multiplicações ou divisões;
- Por fim, resolvemos as adições ou subtrações.

Como não temos potências ou raízes, resolvemos **primeiro a multiplicação**!

$$E = 17 - 12 + 1$$

Agora, temos só adições e subtrações! Podemos resolvê-las em qualquer ordem.

$$E = 5 + 1 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\boldsymbol{E = 6}}$$

Gabarito: LETRA B.

2. (FGV/IBGE/2022) O valor da expressão a seguir é

$$\frac{\mathbf{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}}{\mathbf{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14}}$$

A) 1.
B) 1/7.
C) 11520.
D) 12800.
E) 25616.

Comentários:

O jeito mais direto de resolver o exercício é fazendo as contas mesmo! No entanto, podemos simplificar a expressão! Para isso, vamos primeiro **resolver a soma do denominador**.

$$E = \frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14} \quad \rightarrow \quad E = \frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}{56}$$

Vamos escrever o "56" como "$\mathbf{14 \cdot 4}$".

$$E = \frac{2 \times \cancel{4} \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times \cancel{14}}{\cancel{14} \cdot \cancel{4}}$$

Veja que simplificamos um pouco nossa vida.

$$E = 2 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{E = 11520}}$$

Gabarito: LETRA C.

3. (FGV/CM ARACAJU/2021) O resultado da operação $\mathbf{4 + 2 \times 4 - 2}$ é:
A) 24
B) 22
C) 12
D) 10
E) 8

Comentários:
Nesse tipo de questão, devemos resolver as operações **na ordem <u>devida</u>**!

• Primeiro, resolvemos as potências ou raízes;
• Depois, resolvemos as multiplicações ou divisões;
• Por fim, resolvemos as adições ou subtrações.

Como não temos potências ou raízes, resolvemos **primeiro a multiplicação**!

$$E = 4 + 8 - 2$$

Agora, temos só adições e subtrações! Podemos resolvê-las em qualquer ordem.

$$E = 12 - 2 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{E = 10}}$$

Gabarito: LETRA D.

4. (FGV/IMBEL/2021) Assinale a opção que indica o resultado de $\mathbf{6 + 4 \times 5 - 8 \div 2}$.
A) 21.
B) 22.
C) 23.
D) 24.
E) 25.

Comentários:

Pessoal, não temos parênteses, nem chaves, nem colchetes. Isso significa que devemos usar as operações como prioridade. Lembre-se que sempre **começamos com as divisões/multiplicações e depois partimos para as somas/subtrações**. A ordem é da esquerda para a direita.

$$E = \mathbf{6} + \underbrace{\mathbf{4} \times \mathbf{5}}_{\mathbf{20}} - \underbrace{\mathbf{8} \div \mathbf{2}}_{\mathbf{4}}$$

$$E = 6 + 20 - 4$$

$$E = 26 - 4$$

$$E = 22$$

Gabarito: LETRA B.

5. (FGV/IMBEL/2021) Assinale a opção que indica o valor de

$$\mathbf{2 + 4 + 6 + \ldots + 2020 + 2022 - 1 - 3 - 5 - \ldots - 2019 - 2021}$$

A) -1011.
B) -1010.
C) 1009.
D) 1010.
E) 1011.

Comentários:

Para calcular o valor da expressão do enunciado, precisamos **reorganizá-la** de uma forma mais eficiente.

$$E = 2 + 4 + 6 + \ldots + 2020 + 2022 - 1 - 3 - 5 - \ldots - 2019 - 2021$$

$$E = (2 - 1) + (4 - 3) + (5 - 4) + \cdots + (2020 - 2019) + (2022 - 2021)$$

Perceba que **o valor de cada subtração dessa é igual a 1**.

$$E = 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 + 1$$

Observe que **inicialmente tínhamos todos os números do 1 ao 2022**, alternando os sinais. Como **juntamos os pares** para realizar a operação de subtração, então **a quantidade de números caiu pela metade**, ou seja, 1011.

$$\mathrm{E} = 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 + 1 \quad \rightarrow \quad \mathrm{E} = 1011$$

Gabarito: LETRA E.

6. (FGV/PREF. ANGRA DOS REIS/2019) Calcule o valor da expressão aritmética

$$\mathbf{2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot (2 + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9}$$

A) 154.
B) 158.
C) 166.
D) 216.
E) 219.

Comentários:
Vamos começar com os **parênteses mais interiores**.

$$E = 2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot \underbrace{(2 + 0 + 1 + 9)}_{12} + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9$$

$$E = 2 \cdot (2 \cdot \underbrace{(2 \cdot 12 + 0 + 1 + 9)}_{34} + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9$$

$$E = 2 \cdot \underbrace{(2 \cdot 34 + 0 + 1 + 9)}_{78} + 0 + 1 + 9$$

$$E = 2 \cdot 78 + 0 + 1 + 9$$

$$E = 156 + 10$$

$$\boldsymbol{E = 166}$$

Gabarito: LETRA C.

7. (FGV/BANESTES/2018) O resultado da operação $5 + 3 \times 7 - 4$ é:
A) 14;
B) 22;
C) 24;
D) 28;
E) 52.

Comentários:
Nesse tipo de questão, devemos resolver as operações **na ordem devida**!

- Primeiro, resolvemos as potências ou raízes;
- Depois, resolvemos as multiplicações ou divisões;
- Por fim, resolvemos as adições ou subtrações.

Como não temos potências ou raízes, resolvemos **primeiro a multiplicação (ou divisão, se houvesse)**!

$$E = 5 + 21 - 4$$

Agora, temos só adições e subtrações! Podemos resolvê-las em qualquer ordem.

$$E = 26 - 4 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{E = 22}}$$

Gabarito: LETRA B.

8. (FGV/PREF. SÃO PAULO/2016) Em algumas expressões numéricas, é possível economizar parênteses, colchetes ou chaves sem alterar o resultado.

$$\mathbf{72 - \{[3 \times (100 - 4)] + 10\}}$$

Assinale a opção que indica a expressão numérica com mesmo resultado da expressão acima.
A) 72 – 3 x 100 – 4 + 10
B) 72 – 3 x 100 – 4 – 10
C) 72 – 3 x 100 – 3 x 4 + 10
D) 72 – 3 x 100 + 3 x 4 – 10
E) 72 – 3 x 100 + 3 x 4 + 10

Comentários:
Temos a seguinte expressão numérica:

$$\boldsymbol{E = 72 - \{[3 \times (100 - 4)] + 10\}}$$

Não queremos resolvê-la, mas apenas **eliminar as chaves, parênteses e colchetes**.

Primeiramente, vamos aplicar **a propriedade distributiva da multiplicação**:

$$\boldsymbol{E = 72 - \{3 \times 100 - 3 \times 4 + 10\}}$$

Agora, vamos entrar com o sinal de menos dentro das chaves. Lembre-se que **sinais iguais resultam em "+"! Sinais diferentes resultam em "-".**

$$\boldsymbol{E = 72 - 3 \times 100 + 3 \times 4 - 10}$$

Gabarito: LETRA D.

FCC

9. (FCC/IAPEN-AP/2018) O valor da expressão $(3-5)^2 + 3^0 - \left[4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)\right]^3$ é igual a:
A) -2
B) zero
C) 4
D) 6
E) 7

Comentários:

Para encontrar o valor de expressões numéricas, é indicado **olhar inicialmente para as operações que se encontram dentro de chaves, colchetes e parênteses**.

$$E = (3-5)^2 + 3^0 - \left[4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)\right]^3$$

$$E = (-2)^2 + 3^0 - \left[-\frac{4}{4}\right]^3$$

$$E = 4 + 1 - (-1)^3$$

$$E = 5 - (-1)$$

$$E = 5 + 1$$

$$E = 6$$

Gabarito: Letra D.

10. (FCC/SABESP/2017) O resultado da expressão numérica $(2-3)\cdot(3-4)\cdot(4-5)\cdot(5-6)^2$ é igual a

A) 4
B) -3
C) -1
D) 3
E) 1

Comentários:

Essa é uma questão que visa descobrir se temos **o domínio da "troca de sinal" durante a multiplicação e divisão de números**. Lembre-se da tabela abaixo:

	+	-
+	+	-
-	-	+

Uma consequência desse jogo de sinais é a seguinte: sempre que você notar **um número negativo elevado a um expoente par, o resultado será um número positivo**. Por outro lado, sempre que **um número negativo estiver elevado a um expoente ímpar, o resultado será um número negativo**.

$$E = (2-3)\cdot(3-4)\cdot(4-5)\cdot(5-6)^2$$

$$E = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)^2$$

$$E = -1\cdot(-1)^2$$

$$E = -1 \cdot 1$$

$$E = -1$$

Gabarito: Letra C.

11. (FCC/ARTESP/2017) A expressão numérica $3,4^{-1} \cdot 6,8 - \left(\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} - \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}\right)$ é igual a

A) 0.

B) $-\frac{1}{4}$

C) 1,5

D) $-\frac{1}{2}$

E) $\frac{4}{3}$

Comentários:

Para resolver esse exercício, usaremos o fato de que, **quando temos expoentes negativos, invertemos os números**! Lembre-se:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Aplicando esse fato a nossa **expressão numérica**, ficamos com:

$$E = 3,4^{-1} \cdot 6,8 - \left(\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} - \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}\right)$$

$$E = \frac{1}{3,4^1} \cdot 6,8 - \left(\frac{2}{3} - \left(-\frac{4}{3}\right)\right)$$

$$E = \frac{6,8}{3,4} - \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{3}\right)$$

$$E = 2 - \left(\frac{2+4}{3}\right)$$

$$E = 2 - \frac{6}{3}$$

$$E = 2 - 2$$

$$E = 0$$

Gabarito: Letra A.

12. (FCC/ELETROBRÁS/2016) A expressão numérica $(0,2)^2 + 3 \cdot (7-4) + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - 101^3$ supera a expressão numérica $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + 3 \cdot (4-11) - 101^3 + (0,2)^2$ em um número igual a

A) 30
B) 3/4
C) 16/9
D) 12
E) 0,71

Comentários:

Temos o seguinte:

$$E_1 = (0,2)^2 + 3 \cdot (7-4) + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - 101^3$$

$$E_2 = \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + 3 \cdot (4-11) - 101^3 + (0,2)^2$$

Queremos saber **quanto E_1 é maior que E_2**. Para isso, devemos **calcular a diferença entre as duas**.

$$\Delta E = E_1 - E_2$$

$$\Delta E = (0,2)^2 + 3 \cdot (7-4) + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - 101^3 - \left(\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + 3 \cdot (4-11) - 101^3 + (0,2)^2\right)$$

$$\Delta E = \cancel{(0,2)^2} + 3 \cdot (7-4) + \cancel{\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}} - \cancel{101^3} - \cancel{\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}} - 3 \cdot (4-11) + \cancel{101^3} - \cancel{(0,2)^2}$$

$$\Delta E = 3 \cdot (7-4) - 3 \cdot (4-11)$$

$$\Delta E = 3 \cdot 3 - 3 \cdot (-7)$$

$$\Delta E = 9 - (-21)$$

$$\Delta E = 9 + 21$$

$$\Delta E = 30$$

Gabarito: Letra A.

13. (FCC/DPE-RR/2015) Se mudarmos a posição dos parênteses da expressão $(-1)^4 \cdot 5 + 2 \cdot 3^3$ para $-1^4 \cdot (5+2) \cdot 3^3$ o resultado irá

A) diminuir em 130 unidades.

B) diminuir em 248 unidades.
C) diminuir em 378 unidades.
D) aumentar em 130 unidades.
E) permanecer inalterado.

Comentários:
Vamos **calcular separadamente** cada uma das expressões.

$$E_1 = (-1)^4 \cdot 5 + 2 \cdot 3^3$$

$$E_1 = 1 \cdot 5 + 2 \cdot 3^3$$

$$E_1 = 5 + 2 \cdot 27$$

$$E_1 = 5 + 54$$

$$E_1 = 59$$

Agora, com a mudança dos parênteses.

$$E_2 = -1^4 \cdot (5 + 2) \cdot 3^3$$

$$E_2 = -1 \cdot (7) \cdot 3^3$$

$$E_2 = -1 \cdot 7 \cdot 27$$

$$E_2 = -189$$

Observe que, **pela simples mudança da posição do parênteses**, uma expressão que valia **59 agora vale -189** ! Para calcular a diferença dos dois valores, devemos fazer uma subtração.

$$\Delta E = E_2 - E_1$$

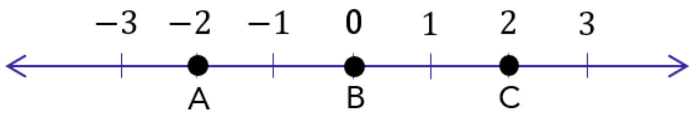
$$\Delta E = -189 - 59$$

$$\Delta E = -248$$

Logo, a mudança na posição do parênteses causou **uma diminuição de 248** no valor da expressão.

Gabarito: Letra B.

14. (FCC/SEE-MG/2012) Considere a reta numérica abaixo:



Pode-se afirmar que o valor da expressão $B^C + A/C$ é um número

A) nulo.

B) decimal periódico.

C) positivo.

D) inteiro negativo.

Comentários:

Para resolver essa questão, **temos que identificar os valores de A, B e C na reta numérica** e **substituí-los na expressão fornecida**. Olhando atentamente a reta, tiramos que:

- $A = -2$
- $B = 0$
- $C = 2$

Substituindo:

$$\boldsymbol{E = B^C + \frac{A}{C}}$$

$$\boldsymbol{E = 0^2 + \frac{-2}{2}}$$

$$\boldsymbol{E = 0 - 1}$$

$$\boldsymbol{E = -1}$$

Gabarito: Letra D

QUESTÕES COMENTADAS

Expressões Algébricas

Outras Bancas

1. (UEPB/PREF. SOUSA/2022) Os números reais x e y são tais que $x + y \neq 0$. Simplificando a expressão

$$\frac{x^2 - y^2 + 3x^2 + 3xy}{x + y}$$

obtém-se:

A) $x + 2y$
B) $4x - y$
C) $2x - y$
D) $x + y$
E) $x - 4y$

Comentários:

Vamos lá, moçada! Questão que envolve algumas **coisas interessantes**! Atente-se à expressão do enunciado:

$$E = \frac{x^2 - y^2 + 3x^2 + 3xy}{x + y}$$

O primeiro passo aqui seria perceber que $x^2 - y^2$ é o resultado do **produto da soma pela diferença**!

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

Sendo assim, podemos usar esse resultado para tentar **simplificar a expressão**.

Além disso, nos outros dois termos, temos que **"3x" é uma parte comum**. Com isso, podemos colocá-la em evidência.

$$E = \frac{(x + y)(x - y) + 3x^2 + 3xy}{x + y}$$

$$E = \frac{(x + y)(x - y) + 3x(x + y)}{x + y}$$

Agora, note que $(x + y)$ é comum aos dois termos. Podemos **colocá-lo em evidência** também!

$$E = \frac{(x + y)(x - y) + 3x(x + y)}{x + y}$$

$$E = \frac{(x+y)(x-y+3x)}{x+y} \qquad \rightarrow \qquad E = \frac{(x+y)(4x-y)}{(x+y)}$$

Podemos **cortar o $(x+y)$** que está no numerador e no denominador.

$$\boxed{E = 4x - y}$$

Gabarito: LETRA B.

2. (IPREV-SANTOS/2022) Simplificando a expressão

$$\frac{3ax + 6ay + bx + 2by}{b^2 + 6ab + 9a^2}$$

com $b^2 + 6ab + 9a^2 \neq 0$, obtém-se

A) $(x+2y)/(b+3a)$
B) $(2x+y)/(3b+a)$
C) $(3x+y)/(2b+a)$
D) $(x+3y)/(b+2a)$

Comentários:

Observe que, em um primeiro momento, **não é trivial** identificarmos o produto notável. Mas, se olharmos atentamente para o denominador, vamos encontrá-lo!

$$b^2 + 6ab + 9a^2 \quad = \quad b^2 + 2 \cdot b \cdot (3a) + (3a)^2 \quad = \quad (b + 3a)^2$$

Observe que conseguimos escrever o denominador como um **quadrado da soma**!

Agora, vamos dar uma olhada no numerador.

$$3ac + 6ay + bc + 2by$$

Note que temos "3a" presente em dois termos e "b" presente em mais dois termos. Vamos colocá-los em evidência.

$$3a(c + 2y) + b(c + 2y)$$

Opa! $(c + 2y)$ é comum aos dois termos. Podemos colocá-lo em evidência também.

$$(c + 2y)(b + 3a)$$

Isso que acabamos de fazer é chamado de **fatoração**!

Nós transformamos a expressão $3ac + 6ay + bc + 2by$ em um produto de fatores: $(c + 2y)(b + 3a)$.

A fatoração é uma outra forma que temos para **simplificar expressões algébricas.**

Vamos usar os resultados que obtivemos para reescrever a expressão do enunciado.

$$E = \frac{3ax + 6ay + bx + 2by}{b^2 + 6ab + 9a^2}$$

$$E = \frac{(c + 2y)(b + 3a)}{(b + 3a)^2}$$

Temos $(b + 3a)$ no numerador e no denominador, podemos **cortá-los!**

$$E = \frac{c + 2y}{b + 3a}$$

Como no denominador **o expoente era "2"**, quando fizemos o corte, ainda sobra "1"! *Tudo certo?*

Gabarito: LETRA A.

3. (FUNDATEC/PREF. ESTÂNCIA VELHA/2020) Assinale a alternativa que apresenta a forma agrupada e reduzida do seguinte monômio:

$$\mathbf{3ax + 5bx - 12ax - 15bx + 4x}$$

A) $ab(-9x - 10x + 4x)$
B) $x(-9a - 10b + 4)$
C) $b(-9a - 10x + 4x)$
D) $ax(-9 - 10b + 4)$

Comentários:
O primeiro passo é identificar os termos semelhantes!

- "3ax" é semelhante com "-12ax"

$$E = 3ax + 5bx - 12ax - 15bx + 4x$$

$$E = \mathbf{-9ax} + 5bx - 15bx + 4x$$

- Agora, note que "5bx" e "-15bx" são semelhantes também.

$$E = -9ax + 5bx - 15bx + 4x$$

$$E = \mathbf{-9ax} - 10bx + 4x$$

- Por fim, note que "x" está presente em **todos** os termos algébricos. Logo, podemos colocá-lo **em evidência**.

$$E = x \cdot (-9a - 10b + 4)$$

Gabarito: LETRA B.

4. (FAFIPA/PREF. ARAPONGAS/2020) Dada a expressão algébrica:

$$\mathbf{2^x + 9x + \sqrt{169} + 2^{2x} + \sqrt[3]{27}}$$

Qual será o valor dessa expressão algébrica para $x = 4$?
A) 1000
B) 500
C) 324
D) 100.
E) 75

Comentários:
Pessoal, nessas situações, basta realmente fazer a substituição e **resolver os cálculos**.

$$E = 2^4 + 9 \cdot 4 + \sqrt{169} + 2^{2 \cdot 4} + \sqrt[3]{27}$$

$$E = 16 + 36 + 13 + 256 + 3$$

$$\mathbf{E = 324}$$

Veja que começamos com uma expressão algébrica e caímos em uma expressão numérica!

Gabarito: LETRA C.

5. (PREF. ITAJÁI/2021) Desenvolvendo o produto notável $(x^3 + x)^2$ temos:
A) $x\hat{}6 + x^2$
B) $x\hat{}6 + 2x\hat{}4 + x^2$
C) $x^6 + 2x^2 + 1$
D) $x^6 + x^2 + 1$

Comentários:
Opa! Aqui temos o quadrado da soma! Na nossa teoria, vimos que:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Para nos adaptarmos a questão, é só substituirmos, pessoal!

Onde tiver "x" na equação acima, vamos colocar "x^3" e, onde tiver "y", colocamos o "x".

$$(x^3 + x)^2 = (x^3)^2 + 2(x^3)(x) + x^2$$

$$(x^3 + x)^2 = x^6 + 2x^4 + x^2$$

Gabarito: LETRA B.

FGV

6. (FGV/SASDH/2016) Dois números x e y são tais que $x + y = 11$ e $x^2 - y^2 = 66$ O valor de x é:

A) 7
B) 7,5
C) 8
D) 8,5
E) 9

Comentários:

Questão bem interessante envolvendo a parte de Produtos Notáveis.

$$x^2 - y^2 = 66$$

$$(x + y)(x - y) = 66$$

$$11 \cdot (x - y) = 66$$

$$x - y = 6$$

Com a equação que encontramos acima, podemos juntar como $x + y = 11$ e formar um sistema com duas equações e duas variáveis.

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

Quando somamos as duas equações membro a membro, ficamos com:

$$2x = 17 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{x = 8{,}5}$$

Gabarito: LETRA D.

7. (FGV/SAD-PE/2009) A expressão $\frac{(a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2}$ é igual a:

A) 0.
B)1.
C) abc.
D) $ab + bc + ac$
E) $a^2b + b^2c + c^2a$

Comentários:

Temos a seguinte expressão algébrica:

$$E = \frac{(a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2}$$

Lembre-se que na teoria vimos que:

$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2\cdot(ab+bc+ca)$$

Podemos usar esse resultado diretamente em "E":

$$E = \frac{\cancel{(a^2+b^2+c^2)}+2\cdot(ab+bc+ca)-\cancel{(a^2+b^2+c^2)}}{2}$$

Assim, ficamos com:

$$E = \frac{\cancel{2}\cdot(ab+bc+ca)}{\cancel{2}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{E = ab+bc+ca}}$$

Gabarito: LETRA D.

8. (FGV/SAD-PE/2009) O desenvolvimento de $(x - y - z + w)^2 - (y - w - x + z)^2$ é igual a:

A) $x^2+y^2+z^2+w^2$

B) $2xy + 2xz + 2xw + 2yz + 2yw + 2zw$

C) $2xy + 2xz - 2xw + 2yz - 2yw + 2zw$

D) 1

E) 0

Comentários:

Outra questão muito boa da FGV que envolve produtos notáveis!

Lembre-se do **produto da soma pela diferença**!

$$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$$

A expressão do enunciado está justamente na forma a^2-b^2 em que:

$$a = x-y-z+w$$

$$b = y-w-x+z$$

Fazendo o caminho de "volta":

$$(x-y-z+w)^2-(y-w-x+z)^2$$

$$= (x-y-z+w+y-w-x+z)(x-y-z+w+y-w-x+z)$$

Agora vamos cortar algumas coisas!

$$(x - y - z + w)^2 - (y - w - x + z)^2$$

$$= (\cancel{x} - \cancel{y} - \cancel{z} + \cancel{w} + \cancel{y} - \cancel{w} - \cancel{x} + \cancel{z})(\cancel{x} - \cancel{y} - \cancel{z} + \cancel{w} + \cancel{y} - \cancel{w} - \cancel{x} + \cancel{z})$$

$$(x - y - z + w)^2 - (y - w - x + z)^2 = 0 \cdot 0 = 0$$

Gabarito: LETRA E.

Inéditas

9. (Questão Inédita) Marque a alternativa que contenha a simplificação da seguinte expressão algébrica:

$$\boldsymbol{E = \frac{4ab + 3b + 5ab + 3b}{3a + 2}}$$

A) 0
B) 1
C) $3a$
D) $3b$
E) $a + b$

Comentários:
Vamos simplificar a expressão do enunciado!

$$E = \frac{4ab + 3b + 5ab + 3b}{3a + 2}$$

$$E = \frac{9ab + 6b}{3a + 2}$$

Agora, devemos colocar "3b" do numerador **em evidência**.

$$E = \frac{3b \cdot (3a + 2)}{3a + 2}$$

Podemos **cortar** o $(3a + 2)$ presente no numerador e no denominador.

$$\boxed{E = 3b}$$

Gabarito: LETRA D.

10. (Questão Inédita) Marque a alternativa que corresponda a expansão da seguinte expressão algébrica:

$$\boldsymbol{E = (4a + 4bc) \cdot (5ac + 3d^2) - 20abc^2 - 12bcd^2 - 8a^2c}$$

A) 0
B) abc
C) $E = 12a(ac + d^2)$
D) $E = 12a(ac - d^2)$
E) $E = 10a(2ac + d^2)$

Comentários:
Nessa questão, vamos usar a **propriedade distributiva da multiplicação**. Tenha apenas muito cuidado para não se embaralhar com as letras.

$$E = (4a + 4bc) \cdot (5ac + 3d^2) - 20abc^2 - 12bcd^2 - 8a^2c$$

$$E = 20a^2c + 12ad^2 + 20abc^2 + 12bcd^2 - 20abc^2 - 12bcd^2 - 8a^2c$$

Agora, veja que **podemos eliminar alguns termos**!

$$E = 20a^2c + 12ad^2 + \cancel{20abc^2} + \cancel{12bcd^2} - \cancel{20abc^2} - \cancel{12bcd^2} - 8a^2c$$

$$E = 12a^2c + 12ad^2$$

Podemos colocar "12a" em evidência.

$$\boxed{\boldsymbol{E = 12a(ac + d^2)}}$$

Gabarito: LETRA C.

11. (Questão Inédita) Marque a alternativa que contenha o resultado da racionalização da seguinte expressão algébrica:

$$\boldsymbol{E = \frac{3a + \sqrt{3}b}{5a - \sqrt{3}b}}$$

A) $E = \frac{15a^2 + 8\sqrt{3}ab + 3b^2}{25a^2 - 3b^2}$

B) $E = 15a^2 - 8\sqrt{3}ab + 3b^2$

C) $E = 15a^2 - 8\sqrt{3}ab - 3b^2$

D) $E = 15a^2 + 8\sqrt{3}ab + 3b^2$

E) $E = \frac{15a^2 - 8\sqrt{3}ab + 3b^2}{25a^2 + 3b^2}$

Comentários:
Para racionalizar a expressão acima, multiplicamos tanto o numerador quanto o denominador pelo que está no denominador, mas com o sinal trocado! Veja:

$$E = \frac{3a+\sqrt{3}b}{5a-\sqrt{3}b} \cdot \frac{\left(5a+\sqrt{3}b\right)}{\left(5a+\sqrt{3}b\right)}$$

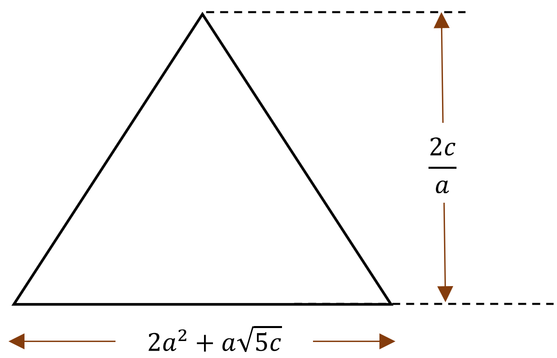
$$E = \frac{\left(3a+\sqrt{3}b\right)\cdot\left(5a+\sqrt{3}b\right)}{(5a)^2-\left(\sqrt{3}b\right)^2}$$

$$E = \frac{15a^2+3\sqrt{3}ab+5\sqrt{3}ab+3b^2}{25a^2-3b^2}$$

$$\boxed{E = \frac{15a^2+8\sqrt{3}ab+3b^2}{25a^2-3b^2}}$$

Gabarito: LETRA A.

12. (Questão Inédita) Considere o seguinte triângulo:



Marque a alternativa que contenha a expressão algébrica correspondente à área desse triângulo.

A) $A_t = c\left(2a+\sqrt{5c}\right)$
B) $A_t = c\left(2a+\sqrt{5c}\right)$
C) $A_t = a\left(2a^2-\sqrt{5c}\right)$
D) $A_t = c\left(2a+\sqrt{5}\right)$
E) $A_t = c\left(2a-\sqrt{5ac}\right)$

Comentários:

Questão que envolve um pouco de Geometria Plana também!

Lembre-se que a área de um triângulo é dada pelo **produto da base pela altura dividido por dois**.

$$A_t = \frac{b\cdot h}{2}$$

Vamos substituir os valores da base e da altura na expressão acima.

$$A_t = \frac{\left(2a^2 + a\sqrt{5c}\right) \cdot \left(\frac{\cancel{2}c}{a}\right)}{\cancel{2}}$$

$$A_t = \left(2a^2 + a\sqrt{5c}\right) \cdot \left(\frac{c}{a}\right)$$

$$\boxed{A_t = c\left(2a + \sqrt{5c}\right)}$$

Gabarito: LETRA B.

Lista de Questões

Operações Fundamentais

CESGRANRIO

1. (Cesgranrio/BB/2015) Observe a adição:

$$\begin{array}{r} U \\ U \\ +\,EU \\ \hline UE \end{array}$$

Sendo E e U dois algarismos não nulos e distintos, a soma E + U é igual a

a) 13
b) 14
c) 15
d) 16
e) 17

2. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2014) Na operação a seguir, A, B, C, D e E são algarismos distintos. Nos numerais ABE, ACE e ADE, o algarismo A ocupa a ordem das centenas, e o algarismo E, a ordem das unidades.

$$\begin{array}{r} A\,B\,E \\ A\,C\,E \\ +\;A\,D\,E \\ \hline 2\;0\;1\;4 \end{array}$$

A soma A + B + C + D + E vale

a) 33
b) 32
c) 31
d) 30
e) 29

3. (Cesgranrio/IBGE/2013) Ariovaldo escolheu um número natural de 5 algarismos e retirou dele um de seus algarismos, obtendo assim um número de 4 algarismos (por exemplo, se o número escolhido é 56.787 e o algarismo retirado é o 8, então o número obtido é 5.677). A soma do número inicial de 5 algarismos, escolhido por Ariovaldo, com o de 4 algarismos, obtido retirando-se um dos algarismos do número escolhido, é 81.937. O algarismo retirado do número inicial de 5 algarismos foi o algarismo das

a) dezenas de milhares
b) unidades de milhares
c) centenas
d) dezenas

e) unidades

4. (Cesgranrio/BNDES/2013) Multiplicando-se o maior número inteiro menor do que 8 pelo menor número inteiro maior do que -8, o resultado encontrado será

a) -72
b) -63
c) -56
d) -49
e) -42

5. (Cesgranrio/BR/2010) O triplo da metade de um número real positivo corresponde

a) a menos da metade desse número.
b) à metade desse número.
c) ao próprio número.
d) ao próprio número mais a sua metade.
e) ao dobro desse número.

6. (Cesgranrio/IBGE/2009) Seja n um número inteiro e par. É correto afirmar que, qualquer que seja n, a(o)

a) metade do seu sucessor pode ser representada por $\frac{n}{2} + 1$.
b) sucessor do seu triplo pode ser representado por $3 \cdot (n + 1)$.
c) quadrado do seu dobro pode ser representado por $2n^2$.
d) quadrado da sua metade pode ser representado por $\frac{n^2}{2}$.
e) antecessor do seu quadrado pode ser representado por $n^2 - 1$.

Gabarito

1. LETRA D
2. LETRA A
3. LETRA E
4. LETRA D
5. LETRA D
6. LETRA E

Lista de Questões

Potenciação e Radiciação

CEBRASPE

1. (CESPE/SEDF/2017) A respeito de números reais e números complexos, julgue o item subsecutivo. Se r for um número real positivo, então $\sqrt[3]{r} < \sqrt{r}$.

2. (CESPE/MDIC/2014) Lúcio, Breno, Cláudia e Denise abriram a loja virtual Lik, para a qual, no ato de abertura, Lúcio contribuiu com R$ 10.000,00; Breno, com R$ 15.000,00; Cláudia, com R$ 12.000,00; e Denise, com R$ 13.000,00. Os lucros obtidos por essa loja serão distribuídos de forma diretamente proporcional à participação financeira de cada um dos sócios no ato de abertura da loja. A partir dessas informações, julgue o item a seguir:

Se M for a quantidade média de acessos por minuto ao sítio eletrônico da loja Lik e $M^2 = 0{,}8$, então M será um número irracional menor que 0,8.

Texto para as próximas questões

Determinado jogo consiste em explorar o fato de que todo número natural não nulo pode ser escrito como a soma de potências de base 2, distintas, com expoentes inteiros (por exemplo: $14 = 2 + 4 + 8 = 2 + 2^2 + 2^3$; $17 = 1 + 17 = 2^0 + 2^4$). No jogo entre os jogadores A e B, B indica expoentes e A aponta qual é o número natural correspondente. A respeito desse jogo e do fato mencionado, julgue o item seguinte.

3. (CESPE/TJ-RR/2012) Se o jogador A apontar corretamente que o número correspondente é um número par, então entre os expoentes indicados por B não estará o número 1.

4. (CESPE/TJ-RR/2012) Suponha que A tenha acertado ao apontar que o número correspondente é o 37. Então, nesse caso, B indicou os números 0, 2 e 5.

5. (CESPE/TJ-RR/2012) Se B indicar os expoentes 1, 2, 5 e 6, então A acertará se apontar um número menor que 100.

6. (CESPE/PRF/2012)

Criança A				
Idade (anos completados)	0	1	2	3
Peso (em kg)	3,3	10,1	13,0	15,5
Estatura (em cm)	50	70	86	98

Criança B				
Idade (anos completados)	0	1	2	3
Peso (em kg)	3,9	10,6	13,4	*

Considerando as tabelas acima, que apresentam, respectivamente, o peso e a estatura da criança A, desde o nascimento (0 ano) até o 3º ano de vida, bem como o peso da criança B, desde o nascimento até o 2º ano de vida, julgue o item a seguir.

Sabendo-se que o índice de massa corporal de um indivíduo corresponde ao quociente entre o peso, em quilogramas, e o quadrado da altura, em metros, é correto afirmar que, se o índice de massa corporal da criança B ao nascer era de $15{,}6\ kg/m^2$, então, ela nasceu com mais de 52 cm de altura.

7. (CESPE/FINEP/2009) Uma árvore cuja altura é igual a $8^{\frac{2}{3}}$ m mede

A) menos de 3 m de altura.

B) mais de 3 m e menos de 5 m de altura.

C) mais de 5 m e menos de 7 m de altura.

D) mais de 7 m e menos de 9 m de altura.

E) mais de 9 m de altura.

CESGRANRIO

8. (Cesgranrio/BB/2015) O número natural ($2^{103} + 2^{102} + 2^{101} - 2^{100}$) é divisível por

a) 6

b) 10

c) 14

d) 22

e) 26

9. (Cesgranrio/BB/2013) Uma empresa gera números que são chamados de protocolos de atendimento a clientes. Cada protocolo é formado por uma sequência de sete algarismos, sendo o último, que aparece separado dos seis primeiros por um hífen, chamado de dígito controlador. Se a sequência dos seis primeiros algarismos forma o número n, então o dígito controlador é o algarismo das unidades de $n^3 - n^2$. Assim, no protocolo 897687-d, o valor do dígito controlador d é o algarismo das unidades do número natural que é resultado da expressão $897687^3 - 897687^2$, ou seja, d é igual a

a) 0

b) 1

c) 4

d) 3

e) 2

FCC

10. (FCC/SABESP/2018) Os computadores utilizam sistema binário de numeração e, nesse sistema, as operações são feitas com potências de base 2. Norberto precisa saber qual é a quarta parte da potência 2^{100} para conseguir um número para o sistema binário. Se ele fizer a conta corretamente, o resultado encontrado será igual a

A) $0,5^{100}$

B) 2^{25}
C) 2^{98}
D) $0,5^{25}$
E) 2^{96}

11. (FCC/SEDU-ES/2018) O número 10^{100} é chamado de gugol. Chamaremos de “dugol” o número 2^{100}. Com as definições de gugol e dugol, é correto afirmar que a quinta parte de 1 gugol é igual a
A) 5^{99} dugol
B) 10^{20} dugol
C) 2^{-80} dugol
D) 1 dugol
E) 5^{100} dugol

12. (FCC/SABESP/2017) Se $a = 5^{3000}$, $b = 2^{7000}$ e $c = 3^{5000}$, então
A) $b > c > a$
B) $c > a > b$
C) $c > b > a$
D) $b > a > c$
E) $a > b > c$

13. (FCC/SEDU-ES/2016) Sendo $A = \sqrt{14}$, $B = \sqrt{7}$ e $C = \sqrt{2}$, o valor da expressão numérica $\frac{A \cdot B}{C}$ é igual a
A) $\sqrt{98}/2$
B) $\sqrt{7}/7$
C) 7
D) $2\sqrt{7}$
E) 24,5

FGV

14. (FGV/SEE-PE/2016) Considere os números $A = 2^{0,3}$ e $B = 2^{0,7}$. Um valor aproximado, com 2 decimais, para A é 1,23. Um valor aproximado para B é
A) 1,47.
B) 1,51.
C) 1,58.
D) 1,63.
E) 1,69.

15. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Na expressão

$$\frac{\sqrt{14} + \sqrt{10}}{\sqrt{14} - \sqrt{10}} = a + \sqrt{b}$$

Os números a e b são inteiros. Então, $b - a$ é igual a
A) 25.
B) 26.

C) 27.
D) 28.
E) 29.

16. (FGV/SEE-PE/2016) Considere o conjunto de números $\{1, 2, 2^2, 2^3, \dots, 2^{2015}, 2^{2016}\}$. A diferença entre o maior elemento desse conjunto e a soma dos demais elementos é
A) 0.
B) 1.
C) 2.
D) 2^{2015}.
E) -2^{2015}.

17. (FGV/CM-PE/2014) O corpo humano possui cerca de 50 bilhões de células e a população brasileira é de cerca de 200 milhões de habitantes. A quantidade de células de toda a população brasileira é cerca de:
A) 10^{16}
B) 10^{17}
C) 10^{18}
D) 10^{19}
E) 10^{20}

VUNESP

18. (VUNESP/PREF. DOIS CÓRREGOS/2019) Ao ser modelada e resolvida uma situação real, chegou-se à conclusão que $y = 64^{1,5}$. Sendo assim, o valor de y é
A) 1024.
B) 512.
C) 256.
D) 96.
E) 72.

19. (VUNESP/PREF. DE OLÍMPIA/2019) Carmem contratou um plano de telefone celular pelo qual ela paga a quantia fixa de R$ 60,00 por mês, com direito a 300 minutos de ligações para telefones, celulares ou fixos, de qualquer operadora. Se ela utilizar mais de 300 minutos, pagará R$ 0,90 por minuto extra. Se no final do mês Carmem pagou R$ 78,00 de conta, o número de minutos extras que ela utilizou foi
A) 14.
B) 16.
C) 18.
D) 20.
E) 22.

20. (VUNESP/PREF. MARÍLIA/2017) Ao realizar um cálculo, um profissional, que estava sem acesso a uma calculadora, chegou ao seguinte resultado: $x = \sqrt{128^{\frac{4}{7}}}$. Após realizar corretamente as operações, esse profissional identificou que o valor de x é:
A) 2.

B) 4.
C) 8.
D) 16.
E) 32.

21. (VUNESP/PREF. MOGI DAS CRUZES/2017) No contrato de um plano de assistência médica, uma cláusula de reembolso de valores gastos com médicos particulares não credenciados apresenta a seguinte relação para o reembolso R de um gasto G:

$$R = 10 \cdot G^{\frac{2}{3}}$$

Desprovida de meios tecnológicos, uma pessoa calculou corretamente o valor de R relativo a um gasto de R$ 8.000,00, determinado, conforme a referida cláusula do contrato, o reembolso de
A) R$ 2.500,00.
B) R$ 3.000,00.
C) R$ 3.500,00.
D) R$ 4.000,00.
E) R$ 4.500,00.

22. (VUNESP/FAPESP/2012) Desprovido de meios tecnológicos, um analista calculou corretamente o valor do reembolso R relativo a um gasto G de R$ 49,00, determinado, conforme termos de um contrato assinado, pela expressão

$$R = 6 \cdot G^{\frac{1}{2}}$$

O valor desse reembolso é de
A) R$ 34,00.
B) R$ 36,00.
C) R$ 38,00.
D) R$ 40,00.
E) R$ 42,00.

23. (VUNESP/PREF. SJC/2012) Sendo $J = \frac{22^3}{11^{2 \cdot 2}}$, $K = 2^{2^2} \cdot 3$, $L = \frac{3^{3^2}}{3^{5 \cdot 2}}$ e $M = \frac{2 \cdot 7^3}{14}$, a lista que foi escrita em ordem crescente dos valores calculados é:
A) J, K, L, M.
B) M, L, J, K.
C) L, J, K, M.
D) M, K, L, J.
E) L, J, M, K.

Bancas Menores

24. (FAUEL/CM DOURADINA/2022) O número $\sqrt[3]{2^6 \cdot 5^9}$ é:
A) primo.
B) par.
C) ímpar.

D) negativo.

25. (MAIS/IPREV SANTOS/2022) Sejam os números racionais $A = (2^7 - 3)^{0,333}$ e $B = (2,4 \cdot 10^3 + 1)^{0,25}$. Então o valor do produto $A \cdot B$ é

A) 25
B) 30
C) 35
D) 40

26. (OMNI/PREF. SJ BATISTA/2021) Considerando 56, elevado ao cubo, igual a X. O valor de X dividido por dois, menos um, é:

A) 175.616.
B) 3.135.
C) 87.807.
D) Nenhuma das alternativas.

27. (UNIVALE/PREF ITAJAÍ/2022) Simplificando a expressão abaixo temos:

$$\sqrt{12 + 2\sqrt{6 - \sqrt{4}}}$$

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

28. (OMNI/PREF. SERTÃOZINHO/2021) Sabendo que $a = 2$ e $b = 8$, o valor numérico da expressão $\sqrt{\sqrt{a \cdot b}}$ é:

A) 1
B) 2
C) 4
D) 8

29. (AOCP/SANESUL/2022 - ADAPTADA) Sobre radiciação, são feitas algumas afirmações:

I. $\sqrt{3} - \sqrt{2} < 0,5$
II. $3 + \sqrt{5} > 5$
III. $\sqrt{3} + \sqrt{2} < 4$

Sobre tais afirmações, pode-se dizer que

A) apenas I é verdadeira.
B) apenas I e II são verdadeiras.
C) apenas II e III são verdadeiras.
D) apenas I e III são verdadeiras.
E) todas são verdadeiras.

Gabarito

1. ERRADO
2. ERRADO
3. ERRADO
4. CERTO
5. ERRADO
6. ERRADO
7. LETRA B
8. LETRA E
9. LETRA C
10. LETRA C
11. LETRA A
12. LETRA A
13. LETRA C
14. LETRA D
15. LETRA E
16. LETRA B
17. LETRA D
18. LETRA B
19. LETRA D
20. LETRA B
21. LETRA D
22. LETRA E
23. LETRA C
24. LETRA B
25. LETRA C
26. LETRA C
27. LETRA D
28. LETRA B
29. LETRA E

Lista de Questões

Problemas

CEBRASPE

1. (CESPE/PREF. DOS COQUEIROS/2020) Carlos cumpre a seguinte jornada de trabalho semanal:

- **segundas, quartas e sextas — das 8 horas às 12 horas e das 14 horas às 18 horas;**
- **terças e quintas — das 15 horas às 19 horas;**
- **sábados — das 8 horas às 14 horas.**

Com base nessas informações, é correto afirmar que, semanalmente, Carlos trabalha

A) 24 horas.
B) 32 horas.
C) 38 horas.
D) 40 horas.
E) 44 horas.

2. (CESPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal cearatransparente.ce.gov.br, em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada $j = 0, 1, 2, \ldots,$ n_j indicar a quantidade de municípios cearenses que celebraram, pelo menos, j convênios com o governo estadual, então n_1 será igual a:

A) 2.
B) 18.
C) 134.
D) 178.
E) 182.

3. (CESPE/SEFAZ-RS/2019) Ao organizar uma prova de concurso público com 24 questões, uma instituição estabeleceu o seguinte critério de correção:

- **o candidato receberá 4 pontos por cada resposta correta (ou seja, em concordância com o gabarito oficial);**
- **o candidato perderá 1 ponto por cada resposta errada;**
- **o candidato não ganhará nem perderá pontos por questões deixadas por ele em branco (ou seja, sem resposta) ou por questões anuladas.**

Nessa situação hipotética, a quantidade máxima de respostas corretas que podem ser dadas por um candidato que obtiver 52 pontos na prova é igual a

A) 14
B) 15
C) 16

D) 17
E) 18

4. (CESPE/SEFAZ-RS/2019) Uma repartição com 6 auditores fiscais responsabilizou-se por fiscalizar 18 empresas. Cada empresa foi fiscalizada por exatamente 4 auditores, e cada auditor fiscalizou exatamente a mesma quantidade de empresas. Nessa situação, cada auditor fiscalizou
A) 8 empresas.
B) 10 empresas.
C) 12 empresas.
D) 14 empresas.
E) 16 empresas.

5. (CESPE/SEFAZ-RS/2018) No ato de pagamento por um produto, um cliente entregou ao caixa uma nota de R$ 50. Informado de que o dinheiro entregue não era suficiente, o cliente entregou mais uma nota de R$ 50 e recebeu do caixa R$ 27 de troco. O cliente reclamou que ainda faltavam R$ 9 de troco e foi imediatamente atendido pelo caixa. Nessa situação hipotética, o valor da compra foi
A) R$ 52.
B) R$ 53.
C) R$ 57.
D) R$ 63.
E) R$ 64.

6. (CESPE/ABIN/2018)

	Evolução da Quantidade de Docentes por Etapa de Ensino Brasil 2013 - 2017			
Ano	Educação Infantil	Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Anos Finais do Ensino Fundamental	Ensino Médio
2013	478.811	750.366	802.902	507.617
2014	502.445	757.950	797.577	522.426
2015	518.308	758.840	786.140	522.826
2016	540.567	763.927	778.561	519.883
2017	557.541	761.737	764.731	509.814
Soma total das quantidades de docentes no período	2.597.672	3.792.820	3.929.911	2.582.566

Com base nos dados da tabela anterior, extraídos do Relatório das Notas Estatísticas do Censo Escolar de 2017, do INEP, julgue o item a seguir.

A menor diferença entre as quantidades de professores dos anos iniciais do ensino fundamental e do ensino médio ocorreu em 2014.

7. (CESPE/PF/2018) Em uma operação de busca e apreensão na residência de um suspeito de tráfico de drogas, foram encontrados R$ 5.555 em notas de R$ 2, de R$ 5 e de R$ 20. A respeito dessa situação, julgue o item seguinte:
A menor quantidade de notas em moeda corrente brasileira pelas quais o montante apreendido poderia ser trocado é superior a 60.

8. (CESPE/PF/2014) Um batalhão é composto por 20 policiais: 12 do sexo masculino e 8 do sexo feminino. A região atendida pelo batalhão é composta por 10 quadras e, em cada dia da semana, uma dupla de policiais policia cada uma das quadras. Com referência a essa situação, julgue o item subsequente:

Se, dos 20 policiais do batalhão, 15 tiverem, no mínimo, 10 anos de serviço, e 13 tiverem, no máximo, 20 anos de serviço, então mais de 6 policiais terão menos de 10 anos de serviço.

9. (CESPE/SEGER-ES/2013) Com a finalidade de conquistar novos clientes, uma empresa de turismo oferece gratuitamente um pacote de serviços que dá direito a até sete dias de estadia em hotéis de sua rede conveniada, sendo necessário pagar somente uma taxa fixa — mas que pode variar de um hotel para outro — de uso por dia e por pessoa. Caso o cliente deseje, poderá adquirir, por R$ 3.600,00, um título de sócio que lhe dará direito a sessenta diárias por ano em qualquer hotel da rede. Se um cliente, ao usufruir do pacote de serviços, pagou, para ele e para sua esposa, a quantia de R$ 300,00 de taxa de uso, por três dias de estadia em um hotel da rede, então, para passar os quatro dias restantes com a esposa e com dois filhos no mesmo hotel, o cliente pagará
A) R$ 800,00.
B) R$ 900,00.
C) R$ 1.200,00.
D) R$ 400,00.
E) R$ 600,00.

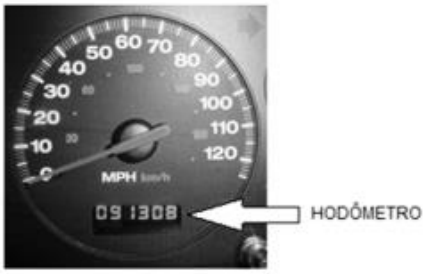
10. (CESPE/TRT-10/2013) Em um jogo para dois jogadores constituído por uma pilha de 1.000 palitos, cada jogador retira da pilha, alternadamente e sem reposição, uma quantidade de palitos, a qual pode consistir em 1 palito, 2 palitos, 3 palitos, 4 palitos ou 5 palitos. Nesse jogo, ganha o jogador que retirar o último palito da pilha. Acerca do jogo acima descrito, julgue o item que se segue:

Do início ao término do jogo, é possível que algum dos jogadores faça menos de 100 retiradas de palitos.

CESGRANRIO

11. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) A capacidade máxima de carga de um caminhão é de 2,670 toneladas (t). Duas cargas de grãos estão destinadas a esse caminhão: a primeira, de 2,500 t e, a segunda, de 0,720 t. A soma das massas das duas cargas destinadas ao caminhão excede a sua capacidade máxima em
a) 0,100 t
b) 0,550 t
c) 0,593 t
d) 1,450 t
e) 1,648 t

12. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) Pouca gente sabe, mas uma volta completa no planeta Terra, no perímetro do Equador, corresponde a cerca de 40.000 km. Observe, na imagem, a quilometragem indicada no hodômetro de um veículo.



Considerando-se os dados do texto e a imagem acima, quantos quilômetros esse veículo ainda terá que percorrer para completar o equivalente a três voltas no perímetro do Equador da Terra?

a) 51.308
b) 38.602
c) 31.308
d) 28.692
e) 28.620

13. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) Marcela colocou 62 livros em três prateleiras. Na primeira prateleira, ela colocou 19 livros. Na segunda prateleira, ela colocou 25. Quantos livros Marcela colocou na terceira prateleira?

a) 12
b) 18
c) 22
d) 26
e) 28

14. (Cesgranrio/LIQUIGÁS/2018) Seis amigos ganharam um prêmio de R$ 36.480,00 na loteria. O prêmio foi dividido igualmente entre os seis. Quanto cada um recebeu?

a) R$ 7.200,00
b) R$ 6.800,00
c) R$ 6.080,00
d) R$ 5.200,00
e) R$ 4.600,00

15. (Cesgranrio/IBGE/2016) Considere cinco punhados idênticos de feijões, ou seja, com a mesma quantidade de feijão. Tais punhados estão enfileirados e numerados do primeiro ao quinto. Uma pessoa retira de cada punhado, exceto do terceiro, três feijões e os coloca no terceiro punhado. Em seguida, essa pessoa retira do terceiro punhado tantos feijões quantos restaram no segundo e os coloca no primeiro punhado. Após os procedimentos realizados por essa pessoa, quantos feijões sobraram no terceiro punhado?

a) 7
b) 15
c) 9

d) 12
e) 10

16. (Cesgranrio/BB/2013) Durante 185 dias úteis, 5 funcionários de uma agência bancária participaram de um rodízio. Nesse rodízio, a cada dia, exatamente 4 dos 5 funcionários foram designados para trabalhar no setor X, e cada um dos 5 funcionários trabalhou no setor X o mesmo número N de dias úteis. O resto de N na divisão por 5 é
a) 4
b) 3
c) 0
d) 1
e) 2

17. (Cesgranrio/BB/2013) Apenas três equipes participaram de uma olimpíada estudantil: as equipes X, Y e Z. A Tabela a seguir apresenta o número de medalhas de ouro, de prata e de bronze obtidas por essas equipes.

	Ouro	Prata	Bronze	Total
Equipe X	3	4	2	9
Equipe Y	1	6	8	15
Equipe Z	0	9	5	14

De acordo com os critérios adotados nessa competição, cada medalha dá a equipe uma pontuação diferente: 4 pontos por cada medalha de ouro, 3 pontos por cada medalha de prata e 1 ponto por cada medalha de bronze. A classificação final das equipes é dada pela ordem decrescente da soma dos pontos de cada equipe, e a equipe que somar mais pontos ocupa o primeiro lugar. Qual foi a diferença entre as pontuações obtidas pelas equipes que ficaram em segundo e em terceiro lugares?
a) 6
b) 5
c) 1
d) 2
e) 4

18. (Cesgranrio/PETROBRÁS/2012) Uma empresa conta com 300 clientes em carteira atualmente e identifica ainda que haja 60 clientes potenciais. A frequência média ideal de visitação é de 2 visitas por mês, cada visita durando, em média, 2 horas. Com base no método do tempo de duração de uma visita, o administrador considera que o tempo real de vendas de um vendedor, em horas, uma vez que a empresa conta com 24 vendedores, é de
a) 48
b) 60
c) 90
d) 120
e) 180

19. (Cesgranrio/BR/2012) O gerente de uma distribuidora de combustíveis deseja determinar o número de vendedores com base no tempo de duração de uma visita. O número atual de clientes da distribuidora

é de 300, e os clientes potenciais somam 50. Se a frequência mensal ideal de visitação é de 3 visitas, o tempo médio de cada visita é de 2 horas e a avaliação do tempo real de vendas de um vendedor é de 50 horas, o número ideal de vendedores para o corpo de vendas dessa distribuidora é

a) 14
b) 42
c) 50
d) 110
e) 350

20. (Cesgranrio/BB/2015) Em certo concurso, a pontuação de cada candidato é obtida da seguinte forma: por cada acerto o candidato recebe 3 pontos e, por cada erro, perde 1 ponto. Os candidatos A e B fizeram a mesma prova, porém A acertou 5 questões a mais do que B. Qual foi a diferença entre as pontuações obtidas pelos dois candidatos?

a) 15
b) 25
c) 5
d) 10
e) 20

FGV

21. (FGV/SSP-AM/2022) Um encontro de família foi organizado por 5 casais. Cada um desses casais teve 4 filhos, todos casados e com 3 filhos cada um. Todas as pessoas citadas compareceram ao encontro. O número de pessoas nesse encontro de família é

A) 70.
B) 80.
C) 90.
D) 100.
E) 110.

22. (FGV/PC-RJ/2022) João tem hoje 22 anos e lembrou que, há oito anos, nesse mesmo dia do ano, sua irmã Maria disse para ele: "Eu tenho a metade da sua idade". Nesse mesmo dia do ano, quando Maria tiver 35 anos, João terá:

A) 42 anos;
B) 43 anos;
C) 57 anos;
D) 65 anos;
E) 70 anos;

23. (FGV/PC-RN/2021) Em um grupo de policiais civis há agentes e escrivães, sendo que 20% deles são escrivães e os demais são agentes. Dez escrivães saem do grupo e, agora, 96% dos policiais civis do grupo são agentes. O número de escrivães que restaram no grupo é:

A) 2;
B) 4;

C) 6;
D) 8;
E) 10;

24. (FGV/PC-RN/2021) O número de ocorrências em certa delegacia de polícia diminuiu 10% no primeiro semestre de 2020 em relação ao semestre anterior. Entretanto, no segundo semestre de 2020, o número de ocorrências aumentou 30% em relação ao semestre anterior. Durante todo o ano de 2020 o número de ocorrências nessa delegacia aumentou em:
A) 10%
B) 12%
C) 15%
D) 17%
E) 20%

25. (FGV/PC-RN/2021) Uma delegacia de polícia atende aos cidadãos todos os dias. O novo escrivão foi designado para fazer um relatório das atividades da delegacia de 4 em 4 dias. Em cada relatório ele deve registrar as ocorrências do dia e dos três dias anteriores, e o primeiro relatório que ele fez foi num sábado. O novo escrivão fez seu 40º relatório em uma:
A) segunda-feira;
B) terça-feira;
C) quarta-feira;
D) quinta-feira;
E) sexta-feira.

26. (FGV/PC-RN/2021) Em um grupo de esportistas, 1/3 deles só gostam de vôlei e, dos demais, 2/5 gostam de vôlei e também de basquete. Todos os esportistas desse grupo gostam de, pelo menos, um desses dois esportes. Em relação ao total de membros desse grupo, a fração daqueles que só gostam de basquete é:
A) 2/3
B) 2/5
C) 3/5
D) 4/15
E) 1/15

27. (FGV/PC-RN/2021) Sabe-se que 3 botas custam tanto quanto 5 sapatos e que 2 sapatos custam tanto quanto 3 chinelos. O preço de uma bota em relação ao preço de um chinelo é:
A) 15% menor;
B) 15% maior;
C) 25% maior;
D) 150% maior;
E) 250% maior.

28. (FGV/IMBEL/2021) Antônio pegou um taxi de uma empresa que oferecia a promoção divulgada no cartaz a seguir.

Ao chegar ao seu destino, Antônio viu que o taxímetro marcava R$ 19,00. Ele então pediu ao motorista que desse uma volta no quarteirão e parasse no mesmo lugar. Depois disso, o taxímetro passou a marcar R$ 21,00. Assim, Antônio economizou

A) R$ 4,00.
B) R$ 4,10.
C) R$ 4,20.
D) R$ 4,30.
E) R$ 4,40.

29. (FGV/IMBEL/2021) O número inteiro N dividido por 7 deixa resto 3. O número N + 50 dividido por 7 deixa resto

A) 0.
B) 1.
C) 2.
D) 4.
E) 5.

30. (FGV/IMBEL/2021) Cinco dezenas e meia de laranjas excedem quatro dúzias e meia de laranjas em

A) 1 laranja.
B) 2 laranjas.
C) 3 laranjas.
D) 4 laranjas.
E) 5 laranjas.

31. (FGV/IMBEL/2021) Assinale a opção que indica o resultado de 6 + 4 × 5 – 8 ÷ 2.

A) 21.
B) 22.
C) 23.
D) 24.
E) 25.

32. (FGV/IMBEL/2021) Assinale a opção que indica o valor de

$$2 + 4 + 6 + \ldots + 2020 + 2022 - 1 - 3 - 5 - \ldots - 2019 - 2021$$

A) -1011.
B) -1010.

C) 1009.
D) 1010.
E) 1011.

VUNESP

33. (VUNESP/PREF. TAUBATÉ/2022) Tenho menos de duas dúzias e meia de tomates, e essa quantidade de tomates pode ser distribuída em caixas com 6 tomates cada, ou caixas com 8 tomates cada, sendo que, em ambos os casos, não sobra tomate fora das caixas. Para o que pretendo fazer, eu preciso de exatamente duas dúzias e meia de tomates. Sendo assim, preciso de mais

A) 4 tomates.
B) 5 tomates.
C) 6 tomates.
D) 7 tomates.
E) 8 tomates.

34. (VUNESP/PREF. TAUBATÉ/2022) Certo dia, Carlos estava com sua conta corrente negativa no banco, em R$ 130,00. Nesse dia, ele recebeu o salário na conta corrente, no valor de R$1.300,00, e pagou algumas contas, no valor total de R$ 320,00. Se, nesse dia, houve somente essa movimentação em sua conta corrente, no final do dia, o saldo em conta era de

A) R$ 840,00.
B) R$ 850,00.
C) R$ 860,00.
D) R$ 870,00.
E) R$ 880,00.

35. (VUNESP/TJ-SP/2019) Uma banqueteira quer preparar pratos com salgadinhos para uma festa. Cada prato deve conter 3 coxinhas, 5 empadas e 7 croquetes. O responsável pelos salgadinhos enviou 200 coxinhas, 300 empadas e 400 croquetes. A banqueteira preparou o maior número de pratos possível, conforme o plano original. O número de salgadinhos que não foram colocados nos pratos é

A) 53.
B) 62.
C) 45.
D) 48.
E) 55.

36. (VUNESP/TJ-SP/2019) Considere três números naturais, representados por x, y e z, respectivamente. Sabe-se que a divisão de x por 5 resulta no quociente y e resto 3, e que a divisão de y por 5 resulta no quociente z e resto 1, e que a divisão de z por 5 resulta no quociente 3 e resto 4. O resultado de x – y é

A) 391.
B) 413.
C) 402.
D) 425.
E) 387.

37. (VUNESP/PM-SP/2021) Uma empresa está propondo a implementação de eletrificação da frota de ônibus coletivos de uma cidade. O projeto envolve a venda do ônibus elétrico e o aluguel da bateria pelo período de 10 anos, no qual a empresa se responsabiliza pelo fornecimento, manutenção e recarga da bateria. Para esse período, o projeto determina um custo de R$1.860.000,00 por ônibus. Segundo a empresa, a grande vantagem desse projeto é que a parte desse custo, referente ao aluguel das baterias, é pago com mensalidades fixas de R$10.000,00, que é o valor aproximado do gasto mensal com diesel dos ônibus convencionais. Descontado o valor do aluguel da bateria, tem-se que esse projeto considera a venda do ônibus elétrico no valor de

A) R$ 1.760.000,00.

B) R$ 660.000,00.

C) R$ 760.000,00.

D) R$ 860.000,00.

E) R$ 1.740.000,00.

38. (VUNESP/CODEN/2021) Jorge comprou 9 pacotinhos de parafusos, cada um com 8 parafusos. Utilizou 19 parafusos na realização de um serviço. O número total de parafusos que restaram foi

A) 53.

B) 56.

C) 59.

D) 64.

E) 67.

39. (VUNESP/TJ-SP/2019) Saí de casa com uma certa quantia comigo. Gastei metade do que tinha e em seguida dei R$ 3,00 de gorjeta. Continuei e gastei metade do que ainda tinha e novamente dei R$ 3,00 de gorjeta. Além dessas duas vezes, fiz exatamente a mesma coisa outras duas vezes. Ao final estava com R$ 17,00. Sendo assim, havia saído de casa com

A) R$ 298,00.

B) R$ 344,00.

C) R$ 384,00.

D) R$ 362,00.

E) R$ 280,00.

40. (VUNESP/TJ-SP/2015) Três meninas têm um irmão cada uma. No total, esses seis jovens já ganharam 43 medalhas em competições de natação, sendo que Renato ganhou 2 medalhas, Márcio 3 e Rogério 5. Renata ganhou 7 medalhas a mais que seu irmão, Márcia ganhou 4 vezes mais medalhas que seu irmão e Rogéria ganhou 3 vezes mais medalhas que seu irmão. A diferença entre as medalhas recebidas por Renata e Márcia é igual a

A) 4.

B) 1.

C) 2.

D) 3.

E) 5.

41. (VUNESP/CODEN/2021) Pedro comprou 5 garrafas iguais de refrigerante e pagou o total de R$ 24,00. O preço de uma garrafa é

A) R$ 4,40.

B) R$ 4,50.
C) R$ 4,60.
D) R$ 4,70.
E) R$ 4,80.

42. (VUNESP/PM-SP/2021) Uma reportagem lançada em 2015 trazia que, segundo o Livro Guinness dos Recordes, o lago Maracaibo, na Venezuela, era o lugar com a mais alta concentração de relâmpagos do mundo, com 250 deles por quilômetro quadrado, todo ano. O número de tempestades atinge seu ponto mais espetacular no ápice da estação chuvosa, em outubro, quando os registros indicam uma média de 40 mil relâmpagos por dia. Sendo assim, nesses dias de ápice, a média de relâmpagos por minuto é de, aproximadamente,
A) 16.
B) 33.
C) 333.
D) 275.
E) 28.

43. (VUNESP/TJ-SP/2016) Em um laboratório, há 40 frascos contendo amostras de drogas distintas. Esses frascos estão numerados de 01 a 40, sendo que os frascos de numeração par estão posicionados na prateleira Q e os de numeração ímpar estão posicionados na prateleira R. Sabe-se que o volume, em cm^3, de cada amostra é igual à soma dos algarismos do número de cada frasco. Nessas condições, é correto afirmar que a quantidade de frascos cujas amostras têm mais de 8 cm^3 é
A) maior na prateleira R do que na Q.
B) maior na prateleira Q do que na R.
C) igual em ambas as prateleiras.
D) igual a 8.
E) maior que 13.

44. (VUNESP/TJ-SP/2013) Para numerar as páginas de um livro, uma impressora gasta 0,001 mL por cada algarismo impresso. Por exemplo, para numerar as páginas 7, 58 e 290 gasta-se, respectivamente, 0,001 mL, 0,002 mL e 0,003 mL de tinta. O total de tinta que será gasto para numerar da página 1 até a página 1000 de um livro, em mL, será
A) 1,111.
B) 2,003.
C) 2,893.
D) 1,003.
E) 2,561.

Bancas Menores

45. (OBJETIVA/PREF. SÃO SIMÃO/2022) Gabriela compra 2 chaveiros e 5 selos para a sua coleção em cada mês. Sabendo-se que ela possui um total de 175 selos, ao todo, quantos chaveiros ela possui?
A) 68
B) 76
C) 72
D) 74

E) 70

46. (AOCP/IPE PREV/2022) Em determinado evento a ser promovido por uma empresa, é do conhecimento dos planejadores que, utilizando-se copos descartáveis de 150 mL, é possível servir 136 pessoas com determinada bebida. Caso ocorra uma mudança de planos e decida-se utilizar copos descartáveis de 80 mL, a quantidade de pessoas a mais que serão servidas com essa bebida, além da quantidade inicial prevista, é igual a

A) 259 pessoas.
B) 55 pessoas.
C) 119 pessoas.
D) 155 pessoas.
E) 89 pessoas.

47. (UEPB/PREF. SOUSA/2022) Um pote cheio de sorvete pesa 420 g e, com apenas metade do sorvete, pesa 240 g. É CORRETO afirmar que o peso do pote vazio é de:

A) 80 g
B) 60 g
C) 50 g
D) 70 g
E) 90 g

48. (AOCP/IPE-PREV/2022) Considere que o número de identificação de um processo em andamento seja formado por cinco algarismos, seguidos de um dígito verificador. Para a obtenção do dígito verificador, seguem-se as seguintes regras, nesta ordem:

1º) efetua-se a multiplicação dos cinco primeiros algarismos que identificam o processo;

2º) efetua-se a divisão do resultado da multiplicação, obtida anteriormente, por 9;

3º) o algarismo que identifica o resto dessa divisão será o dígito verificador.

Com base nessas informações, considere que um processo em andamento possua o número de identificação 12377-W, em que W é o dígito verificador. Então, é correto afirmar que o valor de W, nesse número de identificação, é igual a

A) 8.
B) 6.
C) 4.
D) 2.
E) 0.

49. (FCM/PREF. TIMÓTEO/2022) Em um sacolão onde abacaxis e brócolis são vendidos na unidade, Cecília comprou uma dúzia de abacaxis por R$ 60,00. Se a unidade do brócolis é R$1,00 mais barata que a de cada abacaxi, o valor correto de uma dezena de brócolis, em reais, é igual a

A) 30
B) 35
C) 40

D) 45

50. (RBO/CESAMA/2022) Um estacionamento cobra R$ 27,00 pela primeira hora e mais R$ 12,50 por hora adicional, e não trabalha com fração de hora. Num certo dia entrou 18 veículos e o proprietário obteve lucro bruto de R$ 961,00, então, o total de horas adicionais cobradas nesse dia foi:

A) 38
B) 34
C) 29
D) 43

Gabarito

1. LETRA C
2. LETRA E
3. LETRA B
4. LETRA C
5. LETRA E
6. CERTO
7. ERRADO
8. ERRADO
9. LETRA A
10. ERRADO
11. LETRA B
12. LETRA D
13. LETRA B
14. LETRA C
15. LETRA B
16. LETRA B
17. LETRA E
18. LETRA B
19. LETRA B
20. LETRA D
21. LETRA E
22. LETRA A
23. LETRA A
24. LETRA D
25. LETRA A
26. LETRA B
27. LETRA D
28. LETRA D
29. LETRA D
30. LETRA A
31. LETRA B
32. LETRA E
33. LETRA C
34. LETRA B
35. LETRA C
36. LETRA E
37. LETRA B
38. LETRA A
39. LETRA D
40. LETRA C
41. LETRA E
42. LETRA E
43. LETRA A
44. LETRA C
45. LETRA E
46. LETRA C
47. LETRA B
48. LETRA B
49. LETRA C
50. LETRA A

Lista de Questões

Expressões Numéricas

FGV

1. (FGV/SEMSA-MANAUS/2022) O resultado da operação $17 - 3 \times 4 + 1$ é
A) 2.
B) 6.
C) 17.
D) 57.
E) 70.

2. (FGV/IBGE/2022) O valor da expressão a seguir é

$$\frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14}{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14}$$

A) 1.
B) 1/7.
C) 11520.
D) 12800.
E) 25616.

3. (FGV/CM ARACAJU/2021) O resultado da operação $4 + 2 \times 4 - 2$ é:
A) 24
B) 22
C) 12
D) 10
E) 8

4. (FGV/IMBEL/2021) Assinale a opção que indica o resultado de $6 + 4 \times 5 - 8 \div 2$.
A) 21.
B) 22.
C) 23.
D) 24.
E) 25.

5. (FGV/IMBEL/2021) Assinale a opção que indica o valor de

$$2 + 4 + 6 + \ldots + 2020 + 2022 - 1 - 3 - 5 - \ldots - 2019 - 2021$$

A) -1011.
B) -1010.

C) 1009.
D) 1010.
E) 1011.

6. (FGV/PREF. ANGRA DOS REIS/2019) Calcule o valor da expressão aritmética

$$2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot (2 + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9) + 0 + 1 + 9$$

A) 154.
B) 158.
C) 166.
D) 216.
E) 219.

7. (FGV/BANESTES/2018) O resultado da operação $5 + 3 \times 7 - 4$ é:
A) 14;
B) 22;
C) 24;
D) 28;
E) 52.

8. (FGV/PREF. SÃO PAULO/2016) Em algumas expressões numéricas, é possível economizar parênteses, colchetes ou chaves sem alterar o resultado.

$$72 - \{[3 \times (100 - 4)] + 10\}$$

Assinale a opção que indica a expressão numérica com mesmo resultado da expressão acima.
A) 72 – 3 x 100 – 4 + 10
B) 72 – 3 x 100 – 4 – 10
C) 72 – 3 x 100 – 3 x 4 + 10
D) 72 – 3 x 100 + 3 x 4 – 10
E) 72 – 3 x 100 + 3 x 4 + 10

FCC

9. (FCC/IAPEN-AP/2018) O valor da expressão $(3-5)^2 + 3^0 - \left[4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)\right]^3$ é igual a:
A) -2
B) zero
C) 4
D) 6
E) 7

10. (FCC/SABESP/2017) O resultado da expressão numérica $(2-3) \cdot (3-4) \cdot (4-5) \cdot (5-6)^2$ é igual a
A) 4

B) -3
C) -1
D) 3
E) 1

11. (FCC/ARTESP/2017) A expressão numérica $3,4^{-1} \cdot 6,8 - \left(\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} - \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}\right)$ é igual a

A) $0.$
B) $-\frac{1}{4}$
C) $1{,}5$
D) $-\frac{1}{2}$
E) $\frac{4}{3}$

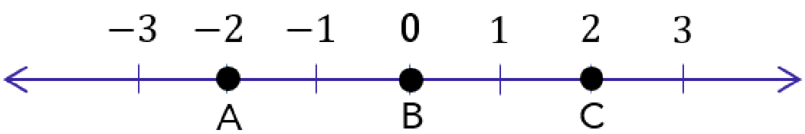
12. (FCC/ELETROBRÁS/2016) A expressão numérica $(0,2)^2 + 3 \cdot (7-4) + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - 101^3$ supera a expressão numérica $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + 3 \cdot (4-11) - 101^3 + (0,2)^2$ em um número igual a

A) 30
B) $3/4$
C) $16/9$
D) 12
E) $0{,}71$

13. (FCC/DPE-RR/2015) Se mudarmos a posição dos parênteses da expressão $(-1)^4 \cdot 5 + 2 \cdot 3^3$ para $-1^4 \cdot (5+2) \cdot 3^3$ o resultado irá

A) diminuir em 130 unidades.
B) diminuir em 248 unidades.
C) diminuir em 378 unidades.
D) aumentar em 130 unidades.
E) permanecer inalterado.

14. (FCC/SEE-MG/2012) Considere a reta numérica abaixo:



Pode-se afirmar que o valor da expressão $B^C + A/C$ é um número

A) nulo.
B) decimal periódico.
C) positivo.
D) inteiro negativo.

Gabarito

1. LETRA B
2. LETRA C
3. LETRA D
4. LETRA B
5. LETRA E
6. LETRA C
7. LETRA B
8. LETRA D
9. LETRA D
10. LETRA C
11. LETRA A
12. LETRA A
13. LETRA B
14. LETRA D

LISTA DE QUESTÕES

Expressões Algébricas

Outras Bancas

1. (UEPB/PREF. SOUSA/2022) Os números reais x e y são tais que $x + y \neq 0$. Simplificando a expressão

$$\frac{x^2 - y^2 + 3x^2 + 3xy}{x + y}$$

obtém-se:

A) $x + 2y$
B) $4x - y$
C) $2x - y$
D) $x + y$
E) $x - 4y$

2. (IPREV-SANTOS/2022) Simplificando a expressão

$$\frac{3ax + 6ay + bx + 2by}{b^2 + 6ab + 9a^2}$$

com $b^2 + 6ab + 9a^2 \neq 0$, obtém-se

A) $(x + 2y)/(b + 3a)$
B) $(2x + y)/(3b + a)$
C) $(3x + y)/(2b + a)$
D) $(x + 3y)/(b + 2a)$

3. (FUNDATEC/PREF. ESTÂNCIA VELHA/2020) Assinale a alternativa que apresenta a forma agrupada e reduzida do seguinte monômio:

$$3ax + 5bx - 12ax - 15bx + 4x$$

A) $ab(-9x - 10x + 4x)$
B) $x(-9a - 10b + 4)$
C) $b(-9a - 10x + 4x)$
D) $ax(-9 - 10b + 4)$

4. (FAFIPA/PREF. ARAPONGAS/2020) Dada a expressão algébrica:

$$2^x + 9x + \sqrt{169} + 2^{2x} + \sqrt[3]{27}$$

Qual será o valor dessa expressão algébrica para $x = 4$?

A) 1000

B) 500
C) 324
D) 100.
E) 75

5. (PREF. ITAJÁI/2021) Desenvolvendo o produto notável $(x^3+x)^2$ temos:
A) x^6 $+ x^2$
B) x^6 $+ 2x$^4 $+ x^2$
C) $x^6 + 2x^2 + 1$
D) $x^6 + x^2 + 1$

FGV

6. (FGV/SASDH/2016) Dois números x e y são tais que $x + y = 11$ e $x^2 - y^2 = 66$ O valor de x é:
A) 7
B) 7,5
C) 8
D) 8,5
E) 9

7. (FGV/SAD-PE/2009) A expressão $\frac{(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)}{2}$ é igual a:
A) 0.
B)1.
C) $abc.$
D) $ab + bc + ac$
E) $a^2b + b^2c + c^2a$

8. (FGV/SAD-PE/2009) O desenvolvimento de $(x - y - z + w)^2 - (y - w - x + z)^2$ é igual a:
A) $x^2 + y^2 + z^2 + w^2$
B) $2xy + 2xz + 2xw + 2yz + 2yw + 2zw$
C) $2xy + 2xz - 2xw + 2yz - 2yw + 2zw$
D) 1
E) 0

Inéditas

9. (Questão Inédita) Marque a alternativa que contenha a simplificação da seguinte expressão algébrica:

$$E = \frac{4ab + 3b + 5ab + 3b}{3a + 2}$$

A) 0
B) 1
C) $3a$
D) $3b$
E) $a + b$

10. (Questão Inédita) Marque a alternativa que corresponda a expansão da seguinte expressão algébrica:

$$\boldsymbol{E = (4a + 4bc) \cdot (5ac + 3d^2) - 20abc^2 - 12bcd^2 - 8a^2c}$$

A) 0
B) abc
C) $E = 12a(ac + d^2)$
D) $E = 12a(ac - d^2)$
E) $E = 10a(2ac + d^2)$

11. (Questão Inédita) Marque a alternativa que contenha o resultado da racionalização da seguinte expressão algébrica:

$$\boldsymbol{E = \frac{3a + \sqrt{3}b}{5a - \sqrt{3}b}}$$

A) $E = \frac{15a^2 + 8\sqrt{3}ab + 3b^2}{25a^2 - 3b^2}$

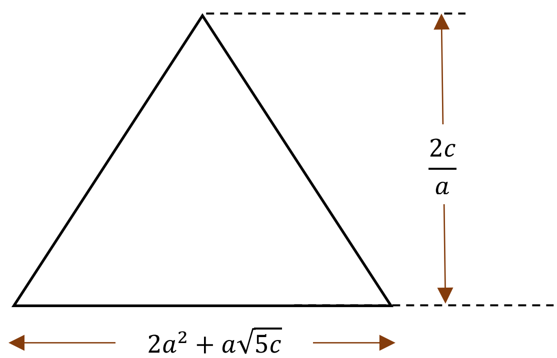
B) $E = \ 15a^2 - 8\sqrt{3}ab + 3b^2$

C) $E = 15a^2 - 8\sqrt{3}ab - 3b^2$

D) $E = 15a^2 + 8\sqrt{3}ab + 3b^2$

E) $E = \frac{15a^2 - 8\sqrt{3}ab + 3b^2}{25a^2 + 3b^2}$

12. (Questão Inédita) Considere o seguinte triângulo:



Marque a alternativa que contenha a expressão algébrica correspondente à área desse triângulo.

A) $A_t = c\left(2a + \sqrt{5}c\right)$
B) $A_t = c\left(2a + \sqrt{5c}\right)$
C) $A_t = a\left(2a^2 - \sqrt{5c}\right)$
D) $A_t = c\left(2a + \sqrt{5}\right)$
E) $A_t = c\left(2a - \sqrt{5ac}\right)$

GABARITO

1. LETRA B
2. LETRA A
3. LETRA B
4. LETRA C
5. LETRA B
6. LETRA D
7. LETRA D
8. LETRA E
9. LETRA D
10. LETRA C
11. LETRA A
12. LETRA B

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.