Gabarito – SEMANA 7 – MATEMÁTICA DO ZERO

Resposta da questão 1:
[E]

Aplicando a lei dos cossenos no triângulo ABC, obtemos:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2\overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos 60°$$

$$\left(8\sqrt{3}\right)^2 = \overline{AB}^2 + 8^2 - 2\overline{AB} \cdot 8 \cdot \frac{1}{2}$$

$$192 = \overline{AB}^2 + 64 - 8\overline{AB}$$

$$\overline{AB}^2 - 8\overline{AB}^2 - 128 = 0$$

$$\overline{AB} = \frac{8 \pm \sqrt{576}}{2} = 4 \pm 12$$

$$\overline{AB} = 16 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = 16 \text{ cm} - 11 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

Logo, a extensão máxima do braço vale:
$16 \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 29 \text{ cm}$

Resposta da questão 2:
[D]

Queremos calcular o valor de t, em segundos, para o qual se tem $r(t) = \frac{1}{3} \cdot r(0)$. Logo, vem

$$\begin{aligned} C \cdot 3^{-6t} = \frac{1}{3} \cdot C \cdot 3^{-6 \cdot 0} &\Leftrightarrow 3^{-6t} = 3^{-1} \\ &\Leftrightarrow -6t = -1 \\ &\Leftrightarrow t = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

Resposta da questão 3:
[B]

Tem-se que
$f_i(5) = k \cdot 4^{5+p} \Leftrightarrow 15 = k \cdot 4^{5+p}.$

Portanto, após a correção, temos

$$\begin{aligned} f(5) &= k \cdot 4^{5+p+3} \\ &= k \cdot 4^{5+p} \cdot 4^3 \\ &= 15 \cdot 64 \\ &= 960. \end{aligned}$$

Resposta da questão 4:
[B]

Composição inicial do recipiente:

$$\text{Álcool} = \frac{14}{14+1} \cdot 30\ \text{L} = 28\ \text{L}$$
$$\text{Água} = \frac{1}{14+1} \cdot 30\ \text{L} = 2\ \text{L}$$

A quantidade x de água a ser adicionada é de:

$$0,7 = \frac{28}{30+x}$$
$$21 + 0,7x = 28$$
$$0,7x = 7$$
$$\therefore x = 10\ \text{L}$$

Resposta da questão 5:
[C]

O número total de quadros do vídeo é o produto da velocidade de reprodução pela duração do mesmo. Logo, se v é a velocidade de reprodução original, então o tempo, t, pedido é tal que $v \cdot 3 = 1,5v \cdot t \Leftrightarrow t = 2\,\text{min}$.

Resposta da questão 6:
[E]

Os valores de M e N são dados por:

$$\begin{cases} 4 + 2M = 10 \\ 40 + (14 - 12)N = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2M = 6 \\ 2N = 20 \end{cases} \quad \therefore M = 3 \text{ e } N = 10$$

Resposta da questão 7:
[B]

Com a aceleração dirigida na mesma direção e sentido contrário de x, componente vertical da velocidade na mesma direção e sentido de x e posição inicial nula, devemos ter:

$$x = x_0 + v_0 t - \frac{at^2}{2}$$
$$x = v_0 t - \frac{at^2}{2}$$

Resposta da questão 8: [D]

No gráfico da velocidade em função do tempo, a aceleração instantânea é dada pela declividade da curva, que é o coeficiente angular da reta tangente (ou a derivada da função) naquele instante. Sendo α o ângulo de inclinação da reta tangente, tem-se:

$$a = \frac{dV}{dt} = \text{tg}\,\alpha.$$

Quando a função é:
- crescente, o coeficiente angular da reta tangente é **positivo**;
- **decrescente**, o coeficiente angular da reta tangente é **negativo**.

Assim:

$$t_1 < t < t_2: \text{ função crescente } \Rightarrow \boxed{a > 0}$$
$$t_2 < t < t_3: \text{ função decrescente } \Rightarrow \boxed{a < 0}$$