Aula 19

TRF 1ª Região (Oficial de Justiça) Raciocínio Analítico e Raciocínio Lógico - 2023 (Pré-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

19 de Abril de 2023

Índice

Olá, amigos! Tudo certo até aqui com Estatística?

Nesta aula, vamos estudar a **Teoria da Probabilidade**. Além de ser um tópico **muito frequente** nas provas de concursos, ela também é a base para todo o estudo de Estatística Inferencial.

A matéria não é complicada, mas é preciso entender bem um assunto antes de passar para o próximo, porque ela é bem **encadeada**. Então, vamos com bastante calma!

Te espero!

Luana Brandão

Não me conhece? Sou Doutora em Engenharia de Produção, pela Universidade Federal Fluminense, e Auditora Fiscal da SEFAZ-RJ. Quero muito te ajudar com Estatística, para você conseguir a tão sonhada aprovação!

Se tiver alguma dúvida, entre em **contato** comigo!

professoraluanabrandao@gmail.com

@professoraluanabrandao

"Determinação, coragem e autoconfiança são fatores decisivos para o sucesso."

Dalai Lama

PROBABILIDADE

Conceitos Iniciais

A Teoria da Probabilidade é o ramo da Estatística que estuda experimentos e fenômenos **aleatórios**, cujos resultados são **incertos**. Como exemplo, podemos citar:

- lançamentos de dados ou moedas;
- seleções feitas ao acaso (ou aleatoriamente), como de uma carta no baralho, de uma pessoa ou peça dentro de um grupo, etc.;
- fenômenos naturais, como chuva em determinado dia.

Embora os resultados sejam incertos, se tais experimentos ou fenômenos são **repetidos** muitas vezes, é possível encontrar certo **padrão** em seus resultados. Se lançarmos uma moeda comum muitas vezes esperamos que, em torno de metade das vezes, a face superior seja cara e, na outra metade, coroa.

Porém, para encontrar tal padrão, é necessário que os experimentos/fenômenos possam ser **repetidos indefinidamente**, sob **condições inalteradas**.

Um exemplo em que essa condição **não** é atendida é o lançamento de uma moeda próximo a um bueiro. Em algum lançamento, é possível que a moeda caia no bueiro, não sendo mais possível repetir o experimento. Para esse tipo de situação, **não** podemos utilizar todos os conceitos da Teoria da Probabilidade que estudaremos aqui.

ESQUEMATIZANDO

Os Experimentos/Fenômenos aleatórios:

i) Podem ser **repetidos indefinidamente**, sob condições inalteradas;
ii) Apresentam **resultado incerto**, porém com um **padrão conhecido**.

Espaço Amostral

O Espaço Amostral de um experimento/fenômeno aleatório é o conjunto de **todos** os resultados possíveis. Também podemos chamar o Espaço Amostral de **Universo**, e ele pode ser representado como **U** ou **Ω**.

No lançamento de uma **moeda**, por exemplo, o Espaço Amostral é o conjunto:

$$U_M = \{CARA, COROA\}$$

Para o lançamento de um **dado** (com 6 faces), o Espaço Amostral é o conjunto:

$$U_D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Se o experimento for o lançamento de **2 moedas**, o Espaço Amostral é dado por:

$$U_{2M} = \{(CARA, CARA), (CARA, COROA), (COROA, CARA), (COROA, COROA)\}$$

Podemos, ainda, chamar **cada resultado possível** de **ponto amostral**. No lançamento de 2 moedas que acabamos de ver, por exemplo, há **4 pontos amostrais**.

(2017 – Secretaria de Educação/MG) Em Teoria das Probabilidades, um conceito importante ao se trabalhar com experimentos aleatórios é o conceito de Espaço Amostral. Assinale a alternativa que indica o correto significado deste conceito.

a) Conjunto de todos os resultados possíveis do experimento

b) Tamanho total da amostra

c) Proporção entre o tamanho da amostra tomada e o tamanho total da população

d) Intervalo no qual as probabilidades somadas ultrapassam 0,5

e) Somatória dos todos os possíveis resultados de um experimento

Comentários:

O Espaço Amostral de um experimento é o conjunto de todos os seus resultados possíveis.

Gabarito: A

Evento

Um evento é **todo** e **qualquer subconjunto** do Espaço Amostral.

Por exemplo, no lançamento de **2 moedas**, podemos chamar de evento A aquele em que ambas as moedas apresentam o **mesmo resultado** para a face superior. Portanto, o evento A é o subconjunto:

$$A = \{(CARA, CARA), (COROA, COROA)\}$$

Observamos que o evento A apresenta 2 elementos (ou 2 pontos amostrais). Denotamos o **número de elementos** do evento A por **n(A)**. Nesse exemplo, temos:

$$n(A) = 2$$

Considerando como exemplo o lançamento de **2 dados**, podemos chamar de evento B aquele em que a **soma** das faces superiores dos dois dados é igual a **12**. O evento B é, portanto, o subconjunto:

$$B = \{(6,6)\}$$

Ou seja, temos **n(B) = 1**. Nesse caso, dizemos que o evento é **simples** ou **elementar**.

E se disséssemos que o evento C corresponde ao subconjunto em que a soma das faces superiores dos dois dados é igual a 13? Nesse caso, **não há elemento algum** do Espaço Amostral que atenda a esse requisito (a soma máxima é 12). Por isso, esse evento é um **conjunto vazio** (simbolizamos o conjunto vazio por $\varnothing$):

$$C = \varnothing$$

Como não há elemento algum no subconjunto, temos **n(C) = 0**. Dizemos que esse evento é **impossível**!

Podemos ter, ainda, um evento que corresponda a **todo** o Espaço Amostral. Por exemplo, considerando o lançamento de um **único dado**, podemos chamar de evento D aquele em que o número indicado na face superior é menor que 7. Assim, o evento D corresponde ao subconjunto:

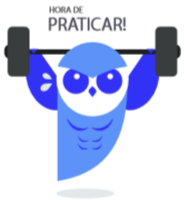
$$D = \{1,2,3,4,5,6\} = U_D$$

Como ambos os conjuntos (evento D e Espaço Amostral U_D) são iguais, o número de elementos de ambos os conjuntos também é igual: **n(D) = n(U_D)**. Dizemos que esse evento é **certo**!

Evento **simples** ou **elementar** → n(B) = 1

Evento **impossível**: $C = \varnothing$ → n(C) = 0

Evento **certo**: D = U → n(D) = n(U)



(2017 – Instituto de Previdência de João Pessoa) Sobre as afirmações a seguir, assinale a única correta no que diz respeito ao espaço amostral.

a) Se Ω é um espaço amostral do experimento, todo subconjunto A contido em Ω será chamado de evento, Ω é o evento certo, ϕ o evento impossível. Se o evento ω pertence a Ω, o evento {ω} é dito elementar

b) Se Ω é um espaço amostral do experimento, todo subconjunto A contido em Ω será chamado de subespaço amostral, Ω é o evento certo, ϕ o evento vazio. Se o evento ω pertence a Ω, o evento {ω} é dito elementar

c) Se Ω é um espaço amostral do experimento, todo subconjunto A contido em Ω será chamado de evento, Ω é o evento vazio, ϕ o evento neutro. Se o evento ω pertence a Ω o evento {ω} é dito elementar.

d) Se Ω é um espaço de probabilidades do experimento, todo subconjunto A contido em Ω será chamado de evento, Ω é o evento certo, ϕ o evento vazio. Se o evento ω pertence a Ω, o evento {ω} é dito único.

e) Se Ω é um espaço de probabilidades do experimento, todo subconjunto A contido em Ω será chamado de evento, Ω é o evento certo, ϕ o evento vazio. Se o evento ω pertence a Ω , o evento {ω} é dito unitário.

Comentários:

i) Podemos denotar por **Ω** um **Espaço Amostral** (não um espaço de probabilidades, como descrito nas alternativas “d” e “e”);

ii) Todo **subconjunto do Espaço Amostral** é chamado de **evento** (não de subespaço amostral, como descrito na alternativa “b”);

iii) O evento **igual ao Espaço Amostral** (Ω) é dito **certo** (não vazio, como descrito na alternativa “c”);

iv) O evento que corresponde ao **conjunto vazio** (ϕ) é dito **impossível** (não neutro, como descrito na alternativa “c”);

v) O evento com um **único elemento**, como é o caso de B = {(6, 6)} que vimos anteriormente, é dito **elementar**.

Logo, a única afirmação correta é a alternativa A.

Gabarito: A

DEFINIÇÕES DE PROBABILIDADE

A probabilidade representa as **chances** de um evento ocorrer. Agora, veremos como ela pode ser calculada.

A principal definição é a **clássica**, que veremos primeiro. Porém, em alguns casos, ela não pode ser utilizada, sendo necessário recorrer à definição frequentista de probabilidade, que veremos em seguida.

Definição Clássica

Sendo U o Espaço Amostral, a **probabilidade** de ocorrer o evento A é, pela definição clássica:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Ou seja, a probabilidade de um evento é a **razão** entre o número de elementos do **Evento**, $n(A)$, e o número de elementos do **Espaço Amostral**, $n(U)$.

Por exemplo, no lançamento de **2 moedas**, o Espaço Amostral (U_{2M}) é:

U_{2M} = {(CARA, CARA), (CARA, COROA), (COROA, CARA), (COROA, COROA)}

E o número de elementos desse Espaço Amostral é:

$n(U_{2M}) = 4$

O evento em que ambas as moedas fornecem o **mesmo resultado**, que vamos chamar de A, é o subconjunto:

A = {(CARA, CARA), (COROA, COROA)}

E o número de elementos do evento A é:

n(A) = 2

Portanto, a **probabilidade** de o evento **A** ocorrer é:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U_{2M})} = \frac{2}{4} = 0{,}5$$

Também podemos dizer que a probabilidade é a **razão** entre o número de casos **favoráveis** ao evento e o número de casos **totais**:

$$P = \frac{número\ de\ casos\ favoráveis}{número\ de\ casos\ totais}$$

ESCLARECENDO!

Para utilizar a definição clássica, há uma **condição** crucial: todos os elementos do Espaço Amostral devem ser **igualmente prováveis**.

Se isso **não** for verdade, **não** podemos utilizar a **definição clássica** de probabilidade.

Por exemplo, se tivermos uma moeda viciada, em que a probabilidade de cair CARA é maior que a probabilidade de cair COROA, **não** poderemos utilizar a definição clássica.

HORA DE PRATICAR!

(FGV/2019 – Prefeitura de Angra dos Reis/RJ) Uma pesquisa feita com os alunos de uma sala mostrou que 7 alunos torcem pelo Flamengo, 6 pelo Vasco, 5 pelo Fluminense, 4 pelo Botafogo e 3 não torcem por time nenhum. Escolhendo ao acaso um dos alunos dessa turma, a probabilidade de que ele seja torcedor do Vasco é de

a) 12%

b) 18%

c) 20%

d) 24%

e) 30%

Comentários:

A probabilidade de escolher um torcedor do Vasco equivale à razão entre o número de torcedores do Vasco (casos favoráveis) e o número de alunos (casos totais):

$$P = \frac{número\ de\ casos\ favoráveis}{número\ de\ casos\ totais} = \frac{n(V)}{n(U)}$$

O número total de alunos é de:

$$n(U) = 7 + 6 + 5 + 4 + 3 = 25$$

O número de torcedores do Vasco é n(V) = 6. Logo, a probabilidade desejada é:

$$P = \frac{6}{25} = 0{,}24 = 24\%$$

Gabarito: D.

(VUNESP/2020 – PM/SP) Em um pote, há 60 balas, todas de mesmo tamanho e formato, embaladas individualmente. Desse total, 25 são balas de leite com recheio de chocolate, 15 são balas de café sem recheio, e as demais são balas de frutas também com recheio de chocolate. Retirando-se aleatoriamente uma bala desse pote, a probabilidade de que ela tenha recheio de chocolate é de

a) $\frac{5}{6}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{3}{5}$

Comentários:

A probabilidade de escolher uma bala com recheio de chocolate é a razão entre o número de balas com recheio de chocolate (casos favoráveis) e o número de balas no total (casos totais):

$$P = \frac{n(casos\ favoráveis)}{n(casos\ totais)} = \frac{n(RC)}{n(U)}$$

O enunciado informa que há 60 balas, logo, n(U) = 60.

As balas com recheio de chocolate são as balas de leite e as balas de frutas, ou seja, todas as balas **exceto** as balas de café. Sabendo que há 15 balas de café, o número de balas com recheio de chocolate é:

n(RC) = 60 – 15 = 45

Logo, a probabilidade desejada é:

$$P = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$$

Gabarito: B.

(FCC/2017 – Secretaria da Administração/BA) Uma sala de aula com 40 alunos fez uma pesquisa sobre a ocorrência de dengue no contexto familiar. A pesquisa consistia em tabular, no universo de 120 pessoas, se cada aluno e seus respectivos pais e mães já tiveram dengue, ou não. As respostas estão tabuladas abaixo.

	Teve dengue	Não teve dengue
Alunos	1	39
Pais de alunos	2	38
Mães de alunos	0	40

Sorteando-se ao acaso uma das 120 pessoas pesquisadas, a probabilidade de que ela tenha respondido na pesquisa que já teve dengue é igual a

a) 2,5%.

b) 2,3%.

c) 7,8%.

d) 3,8%.

e) 1,4%.

Comentários:

A probabilidade é a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos totais:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(D)}{n(U)}$$

Os casos favoráveis correspondem às pessoas que tiveram dengue. A tabela mostra que o número de pessoas que tiveram dengue é:

n(D) = 1 + 2 = 3

O enunciado informa que, no total, 120 pessoas participaram da pesquisa: n(U) = 120.

Assim, a probabilidade desejada é:

$$P(D) = \frac{3}{120} = \frac{1}{40} = 2{,}5\%$$

Gabarito: A.

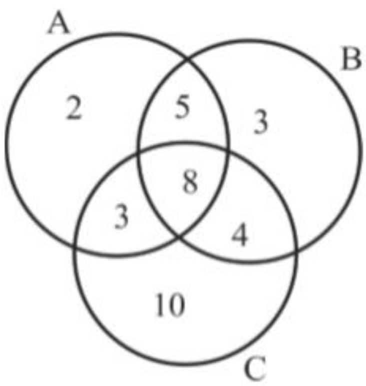
(CESPE/2018 – EBSERH) Uma pesquisa revelou característica da população de uma pequena comunidade composta apenas por casais e seus filhos. Todos os casais dessa comunidade são elementos do conjunto $A \cup B \cup C$, em que

A = {casais com pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade};

B = {casais com pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade};

C = {casais com pelo menos 4 filhos}.

Considerando que n(P) indique a quantidade de elementos de um conjunto P, suponha que $n(A) = 18$; $n(B) = 20$; $n(C) = 25$; $n(A \cap B) = 13$; $n(A \cap C) = 11$; $n(B \cap C) = 12$ e $n(A \cap B \cap C) = 8$. O diagrama a seguir mostra essas quantidades de elementos.



Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue o item a seguir.

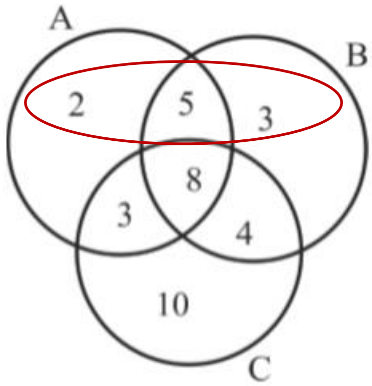
Se um casal dessa comunidade for escolhido ao acaso, então a probabilidade de ele ter menos de 4 filhos será superior a 0,3.

Comentários:

A probabilidade é a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos totais:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(E)}{n(U)}$$

Os casos favoráveis correspondem ao número de casais com menos de 4 filhos. Sabendo que C representa os casais com pelo menos 4 filhos, então os casais com menos de 4 filhos são aqueles que não estão em C, conforme indicado abaixo:



Assim, o número de casos favoráveis é:

$$n(E) = 2 + 5 + 3 = 10$$

E o número de casos totais é:

$$n(U) = 2 + 5 + 3 + 3 + 8 + 4 + 10 = 35$$

Logo, a probabilidade é:

$$P = \frac{10}{35} \cong 0{,}286$$

Ou seja, é inferior a 0,3.

Gabarito: Errado.

(FGV/2022 – PC/RJ) Treze cadeiras numeradas consecutivamente de 1 a 13 formam uma fila. Quatro pessoas devem sentar-se nelas e o número da cadeira em que cada uma deve se sentar será decidido por sorteio. Para as três primeiras pessoas foram sorteados os números 3, 8 e 11 e será feito o sorteio para a última cadeira a ser ocupada. A probabilidade de que a quarta pessoa NÃO se sente ao lado de nenhuma pessoa já sentada é:

a) 1/2

b) 1/4

c) 2/5

d) 7/10

e) 4/13

Comentários:

O enunciado informa que há 13 cadeiras e que três pessoas ocupam as cadeiras 3, 8 e 11; e pede a probabilidade de a quarta pessoa não se sentar ao lado de ninguém.

A probabilidade é a razão entre o número de eventos favoráveis e o número total de eventos possíveis:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{eventos\ possíveis} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Os eventos possíveis correspondem às 13 - 3 = 10 cadeiras restantes:

$$n(U) = 10$$

E os eventos favoráveis correspondem às cadeiras que não estão ao lado de ninguém sentado, ilustradas a seguir, em que P representa uma pessoa sentada e X representa uma cadeira ao lado de uma pessoa sentada:

	X	P	X			X	P	X	X	P	X	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Podemos observar que há 4 cadeiras que não estão ao lado de ninguém sentado (eventos favoráveis):

$$n(A) = 4$$

E a probabilidade é a razão:

$$P = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Gabarito: C

Para resolver diversas questões de probabilidade, envolvendo a definição clássica, será necessário utilizar as técnicas de **análise combinatória**, para calcular o número de elementos do evento e/ou o número de elementos do Espaço Amostral.

EXEMPLIFICANDO

Vamos supor haja **5 peças amarelas** e **6 peças verdes** dentro de um saco e que teremos que retirar **2 peças** sem olhar. Qual é a probabilidade de retirar **2 peças amarelas**?

A probabilidade é a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos totais:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Os **casos favoráveis** são as maneiras de retirar **2** dentre as **5 peças amarelas**. Como a ordem não importa, temos a combinação 2, dentre 5 elementos:

$$n(A) = C_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

Os **casos totais** são as maneiras de retirar **2 peças**, de um total de **11 peças** (entre amarelas e verdes), também sem importância de ordem:

$$n(U) = C_{11,2} = \frac{11!}{(11-2)! \times 2!} = \frac{11 \times 10 \times 9!}{9! \times 2!} = \frac{11 \times 10}{2} = 55$$

Logo, a probabilidade de retirar 2 peças amarelas é: $P = \frac{10}{55}$

E se a ordem importasse?

EXEMPLIFICANDO

Vamos supor, então, que há **5 mulheres** e **6 homens**, dos quais **2** serão escolhidos para ocupar a posição de presidente e vice-presidente do grupo.

Qual seria a probabilidade de escolher **mulheres** para ambos os cargos?

A probabilidade é calculada pela razão:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Os **casos favoráveis** são as maneiras de escolher **2 mulheres**, dentre as **5**, sendo que a ordem importa, por serem cargos distintos:

$$n(A) = A_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5\times4\times3!}{3!} = 5 \times 4 = 20$$

Os **casos totais** são as maneiras de escolher **2 pessoas**, de um total de 11 (dentre mulheres e homens), também com importância de ordem:

$$n(U) = A_{11,2} = \frac{11!}{(11-2)!} = \frac{11\times10\times9!}{9!} = 11 \times 10 = 110$$

Logo, a probabilidade de escolher 2 mulheres é:

$$P = \frac{20}{110} = \frac{10}{55}$$

Esse é o **mesmo resultado** que obtivemos antes!

ESCLARECENDO!

Quando estivermos escolhendo o **mesmo número de elementos**, com o **mesmo critério** em relação à importância da ordem, tanto nos casos favoráveis, quanto nos casos totais, **não** faz diferença se consideramos que a ordem importa ou não!

Se a ordem **importa**, temos o arranjo, tanto para os casos favoráveis, quanto para os totais. Para o nosso exemplo das **5 mulheres** e **6 homens**, a probabilidade de escolher **2 mulheres** para cargos distintos foi calculada como:

$$P = \frac{A_{5,2}}{A_{11,2}} = \frac{\frac{5!}{(5-2)!}}{\frac{11!}{(11-2)!}}$$

Se a ordem **não importa**, temos a combinação, tanto para os casos favoráveis, quanto para os casos totais. Para o nosso exemplo das **5 peças amarelas** e **6 peças verdes**, a probabilidade de escolher **2 peças amarelas**, sem importância de ordem, foi:

$$P = \frac{C_{5,2}}{C_{11,2}} = \frac{\frac{5!}{(5-2)! \times 2!}}{\frac{11!}{(11-2)! \times 2!}} = \frac{\frac{5!}{(5-2)!}}{\frac{11!}{(11-2)!}}$$

Ou seja, o cálculo da probabilidade será o mesmo, independentemente de a ordem importar ou não!

HORA DE PRATICAR!

(FGV/2019 – Prefeitura de Salvador/BA) Entre 6 deputados, 3 do Partido A e 3 do Partido B, serão sorteados 2 para uma comissão. A probabilidade de os 2 deputados sorteados serem do Partido A é de:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{5}$

e) $\frac{1}{6}$

Comentários:

A probabilidade é a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos totais:

$$P = \frac{n(casos\ favoráveis)}{n(casos\ totais)} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Os casos totais são as maneiras de escolher 2 deputados, dentre todos os 6 (sem importância de ordem):

$$n(U) = C_{6,2} = \frac{6!}{(6-2)! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2!} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

Os casos favoráveis são as maneiras de escolher 2 deputados, dentre os 3 do Partido A (também sem importância de ordem):

$$n(A) = C_{3,2} = \frac{3!}{(3-2)! \times 2!} = \frac{3 \times 2!}{1! \times 2!} = 3$$

Logo, a probabilidade desejada é:

$$P = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

Gabarito: D.

(CESPE/2017 – PM-MA) Uma operação policial será realizada com uma equipe de seis agentes, que têm prenomes distintos, entre eles André, Bruno e Caio. Um agente será o coordenador da operação e outro, o assistente deste; ambos ficarão na base móvel de operações nas proximidades do local de realização da operação. Nessa operação, um agente se infiltrará, disfarçado, entre os suspeitos, em reunião por estes marcada em uma casa noturna, e outros três agentes, também disfarçados, entrarão na casa noturna para prestar apoio ao infiltrado, caso seja necessário. A respeito dessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Se os dois agentes que ficarão na base móvel forem escolhidos aleatoriamente, a probabilidade de André e Bruno serem os escolhidos será superior a 30%.

Comentários:

Para calcular a probabilidade, temos:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Os casos totais correspondem a todas as maneiras de escolher um coordenador e um assistente, dentre 6 agentes. Considerando que os cargos são **distintos**, temos um **arranjo** de 2 elementos, dentre 6:

$$n(U) = A_{6,2} = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4!} = 6 \times 5 = 30$$

Os casos favoráveis correspondem às maneiras de escolher André e Bruno como coordenador e assistente, em qualquer ordem. Podemos ter André como coordenador e Bruno como assistente OU Bruno como coordenador e Bruno como assistente. Logo, há 2 possibilidades: n(A) = 2. Assim, a probabilidade é:

$$P = \frac{2}{30} = \frac{1}{15} \cong 6,7\%$$

Que é inferior a 30%.

Gabarito: Errado.

(FCC/2016 – Conselho Regional de Medicina/SP) Em dezembro serão vistoriados 10 estabelecimentos de saúde, sendo 2 hospitais, 1 pronto-socorro, 3 ambulatórios e 4 postos de saúde. Sorteando-se ao acaso a ordem de visita dos 10 estabelecimentos, a probabilidade de que os dois primeiros sejam postos de saúde é igual a

a) 2/15

b) 4/25

c) 2/25

d) 3/20

e) 3/25

Comentários:

Para calcular a probabilidade de 2 postos de saúde serem os primeiros vistoriados (evento A), utilizamos a definição clássica de probabilidade:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$$

O Espaço Amostral corresponde a todas as possibilidades de se ordenar 10 elementos:

$$n(U) = P_{10} = 10!$$

O evento A corresponde às possibilidades de se escolher 2 postos de saúde, dentre 4, sendo a ordem relevante (**arranjo**), E de escolher a ordem dos demais 8 elementos (**permutação**). Pelo princípio multiplicativo (análise combinatória), temos:

$$n(A) = A_{4,2} \times 8! = \frac{4!}{2!} \times 8! = 4 \times 3 \times 8!$$

A probabilidade do evento A é, portanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{4 \times 3 \times 8!}{10!} = \frac{4 \times 3}{10 \times 9} = \frac{2}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$$

Gabarito: A

Probabilidade como Frequência Relativa ou Empírica

Agora, vamos supor que estejamos **observando os resultados** de um experimento, **repetidos N vezes**.

Sabendo que um evento específico ocorreu n **vezes**, de um total N **repetições**, podemos calcular a **frequência relativa** (ou **empírica**) do evento, pela fórmula:

$$f = \frac{n^{\underline{o}}\ de\ observações\ do\ evento}{n^{\underline{o}}\ total\ de\ repetições} = \frac{n}{N}$$

Vamos supor que estejamos observando os resultados de sucessivos lançamentos de uma moeda. A frequência da face COROA será a razão entre o número de vezes em que obtemos COROA e o número total de lançamentos efetuados:

$$f = \frac{n(COROA)}{n(Lançamentos)}$$

Para ilustrar esse experimento, utilizei o excel para gerar resultados aleatórios, considerando que 0 (zero) representa CARA e 1 representa para COROA.

Adotando esse procedimento para 100 células, ou seja, $N = 100$, obtive 48 vezes o número 1 (COROA), isto é, $n = 48$ (se você fizer esse procedimento, é bem possível que obtenha outro resultado).

Portanto, temos a seguinte frequência relativa para COROA:

$$f = \frac{n}{N} = \frac{48}{100} = 48\%$$

Esse resultado é **próximo** da probabilidade de 50% que conhecemos, porém **diferente**. Para $N = 1.000$, obtive 505 vezes o número 1, portanto:

$$f = \frac{n}{N} = \frac{505}{1.000} = 50{,}5\%$$

Agora, o resultado ficou **mais próximo**. Em um último teste, com $N = 10.000$, obtive $n = 5016$:

$$f = \frac{n}{N} = \frac{5.016}{10.000} = 50{,}16\%$$

Observe que estamos nos aproximando cada vez mais do valor de 50%. Ou seja, não podemos dizer que a frequência é exatamente **igual** à probabilidade. Porém, quanto maior for o número de experimentos, mais a frequência relativa se **aproxima** da probabilidade.

Para **infinitas repetições**, a probabilidade se torna igual à frequência relativa:

$$P = \lim_{N \to \infty} \frac{n}{N}$$

Essa definição de probabilidade pode ser utilizada para eventos que não são igualmente prováveis, em que a definição clássica não pode ser aplicada.

Por exemplo, para uma moeda não equilibrada, se verificamos, após muitos experimentos, que obtemos 1 face COROA a cada 4 lançamentos, então a probabilidade de obter COROA é:

$$p = f = \frac{n}{N} = \frac{1}{4}$$

(2019 – Prefeitura de Candói/PR) Em uma obra foram entregues 8 milheiros de tijolos maciços. Sabe-se que, durante o transporte, em média 100 tijolos são danificados. Qual é a probabilidade de, ao acaso, selecionar um tijolo, e ele estar danificado?

a) 0,00125%

b) 0,0125%

c) 0,125%

d) 1,25%

e) 12,5%

Comentários:

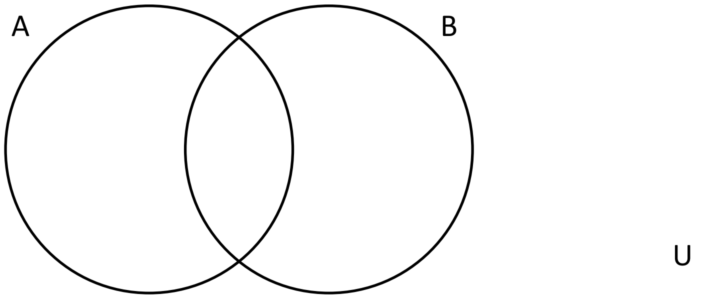
Para resolver essa questão, devemos calcular a probabilidade a partir da frequência relativa observada:

$$P = f = \frac{n}{N} = \frac{100}{8.000} = \frac{1}{80} = 0{,}0125 = 1{,}25\%$$

Gabarito: D

COMBINAÇÕES DE EVENTOS

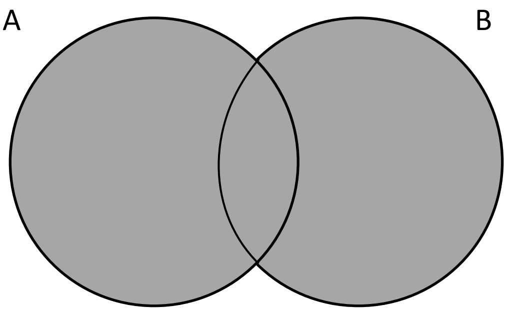
Nessa seção, veremos formas de **combinar** eventos. Para esse estudo, pode ser bastante proveitoso utilizar o **Diagrama de Venn**, ilustrado abaixo para dois eventos A e B quaisquer, dentro de um Espaço Amostral (U).



Teorema da União

A **união** do evento A com o evento B, que representamos como **A ∪ B**, é um novo evento, em que estão incluídos tanto os **elementos de A** quanto os **elementos de B**.

Dizemos que, para ocorrer o evento união, pode ocorrer o evento A **ou** o evento B (ou ambos). A união corresponde a toda a região cinza indicada no diagrama abaixo.



Por exemplo, considerando o lançamento de um dado, se o evento A representa os resultados **menores que 4** e o evento B representa os resultados **maiores que 3**, então a **união** dos eventos corresponde aos valores menores que 4 **ou** maiores que 3.

Temos, portanto, os seguintes subconjuntos:

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{4, 5, 6\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

TOME
NOTA!

Quando a **união** de eventos corresponde a **todo** o Espaço Amostral, dizemos que tais eventos são **exaustivos**.

Eventos A e B **Exaustivos**: $\mathbf{A \cup B = U}$

No exemplo que acabamos de ver, a união corresponde à **soma** dos elementos de A e os elementos de B.

Agora vamos supor que o evento C corresponda aos resultados **menores que 5** e o evento D, aos resultados **maiores que 3**:

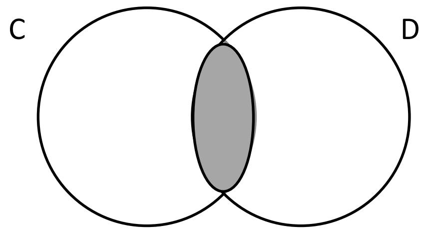
$$C = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$D = \{4, 5, 6\}$$

$$C \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Nesse caso, somamos os elementos de C e os elementos de D, mas com atenção para **não duplicar** os elementos que constam em C **e** em D (nesse exemplo, o número 4).

Os elementos que constam em **ambos** os eventos pertencem à **interseção** desses eventos, a qual representamos como $C \cap D$, e corresponde à região cinza indicada no diagrama abaixo.



Nesse último exemplo, temos:

$$C \cap D = \{4\}$$

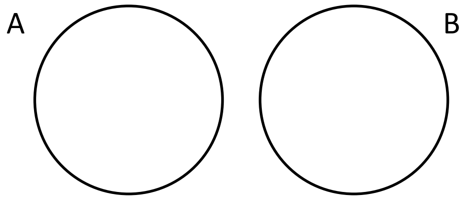
No exemplo anterior, em que A = {1, 2, 3} e B = {4, 5, 6}, não havia elementos que pertencessem tanto ao evento A, quanto ao evento B, ou seja, a interseção é um **conjunto vazio**:

$$A \cap B = \varnothing$$

Quando a **interseção** de eventos é um **conjunto vazio**, dizemos que tais eventos são **mutuamente excludentes** (ou **exclusivos**).

Podemos dizer, ainda, que os conjuntos são **disjuntos.**

Eventos A e B **Mutuamente Excludentes**: **A ∩ B = ∅**



Para calcular o número de elementos na **união** de C e D, sem duplicarmos os elementos da interseção, **somamos** os elementos de ambos os eventos e **subtraímos** os elementos da **interseção**, para que não sejam somados duas vezes:

$$n(C \cup D) = n(C) + n(D) - n(C \cap D)$$

Dividindo todos esses termos por n(U), obtemos a fórmula da probabilidade da União:

$$\frac{n(C \cup D)}{n(U)} = \frac{n(C)}{n(U)} + \frac{n(D)}{n(U)} - \frac{n(C \cap D)}{n(U)}$$

$$\boldsymbol{P(C \cup D) = P(C) + P(D) - P(C \cap D)}$$

Por exemplo, sendo C = {1, 2, 3, 4}, D = {4, 5, 6} e C ∩ D = {4}, as probabilidades dos eventos C, D e da interseção, considerando o Espaço Amostral U = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, são, respectivamente:

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(U)} = \frac{4}{6}, \qquad P(D) = \frac{n(D)}{n(U)} = \frac{3}{6}, \qquad P(C \cap D) = \frac{n(C \cap D)}{n(U)} = \frac{1}{6}$$

Com base nessas probabilidades, podemos calcular a probabilidade da união:

$$P(C \cup D) = P(C) + P(D) - P(C \cap D) = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

Para eventos **mutuamente excludentes**, isto é, que **não** possuem elementos em sua **interseção**, como no caso de A = {1, 2, 3} e B = {4, 5, 6}, a **probabilidade da interseção é zero**:

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)} = \frac{0}{n(U)} = 0$$

Portanto, a probabilidade da **união** de eventos **mutuamente excludentes** pode ser calculada como:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{0}$$

$$\boxed{\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}}$$

Para o exemplo em que A = {1, 2, 3}, B = {4, 5, 6}, as probabilidades dos eventos A e B, considerando o Espaço Amostral U = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, são, respectivamente:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \qquad P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

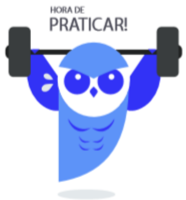
Como são eventos mutuamente excludentes, a probabilidade da união é:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Eventos A e B **Mutuamente Excludentes**: **P(A ∩ B) = P(∅) = 0**

Probabilidade da **União** (caso geral): **P(C ∪ D) = P(C) + P(D) – P(C ∩ D)**

Probabilidade da **União** de **Eventos Excludentes**: **P(A ∪ B) = P(A) + P(B)**



(FGV/2018 – ALE/RO) Dois eventos A e B ocorrem, respectivamente, com 40% e 30% de probabilidade. A probabilidade de que A ocorra ou B ocorra é 50%. Assim, a probabilidade de que A e B ocorram é igual a

a) 10%

b) 20%

c) 30%

d) 40%

e) 50%

Comentários:

A probabilidade de A OU B ocorrer corresponde à **união** desses eventos, dada por:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

O enunciado informa que:

- P(A) = 40%
- P(B) = 30%
- $P(A \cup B)$ = 50%

Substituindo esses valores na equação da união, temos:

$$50\% = 40\% + 30\% - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 70\% - 50\% = 20\%$$

Gabarito: B

(CESPE/2018 – BNB) Um tabuleiro quadrado e quadriculado, semelhante a um tabuleiro de xadrez, com 12 linhas e 12 colunas, e, portanto, com 12 × 12 = 144 quadradinhos pintados: 54, na cor azul; 30, na cor marrom; 40, na cor amarela; e 20, na cor verde. A cada quadradinho é associado um cartão com dois números, que indicam a posição do quadradinho no tabuleiro; o primeiro número corresponde ao número da linha, e o segundo corresponde ao número da coluna. Por exemplo, o cartão com os números 5,10 corresponde ao quadradinho posicionado na linha 5 e na coluna 10. Esses cartões estão em uma urna, da qual podem ser retirados aleatoriamente.

A respeito desse tabuleiro e desses cartões, julgue o item a seguir.

A probabilidade de retirar dessa caixa, de maneira aleatória, um cartão correspondente a um quadrado pintado na cor amarela ou na cor verde é superior a 0,44.

Comentários:

A probabilidade de retirar um cartão da cor amarela **ou** na cor verde corresponde à probabilidade da **união** desses eventos.

Considerando que não há interseção entre esses eventos (não existem quadrados amarelos E verdes), então a probabilidade da união é dada por:

$$P(A \cup V) = P(A) + P(V)$$

Sabendo que há 40 quadrados amarelos e 144 quadrados no total, a probabilidade de retirar um quadrado amarelo é:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{40}{144} = \frac{10}{36}$$

Considerando que há 20 quadrados verdes, a probabilidade de retirar um cartão verde é:

$$P(V) = \frac{n(V)}{n(U)} = \frac{20}{144} = \frac{5}{36}$$

A probabilidade de retirar um cartão amarelo ou verde é, então:

$$P(A \cup V) = \frac{10}{36} + \frac{5}{36} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} \cong 0{,}42$$

Ou seja, é inferior a 0,44.

Gabarito: Errado.

(FCC/2019 – Secretaria de Estado da Fazenda/BA) Uma sala contém 20 homens e 30 mulheres em que todos são funcionários de uma empresa. Verifica-se que metade desses homens e metade dessas mulheres possuem nível superior. Escolhendo aleatoriamente uma pessoa dessa sala para realizar uma tarefa, a probabilidade de ela ser mulher ou possuir nível superior é igual a

a) 2/3.

b) 3/10.

c) 5/6.

d) 3/4.

e) 4/5.

Comentários:

Essa questão envolve a união entre os eventos ser mulher (M) com possuir nível superior (S), cuja probabilidade é calculada por:

$$P(M \cup S) = P(M) + P(S) - P(M \cap S)$$

A questão informa que o número de mulheres é:

n(M) = 30

Sabendo que além dessas 30 mulheres, há 20 homens, então o total de pessoas é:

n(U) = 30 + 20 = 50

Logo, a probabilidade de escolher uma **mulher** é:

$$P(M) = \frac{n(M)}{n(U)} = \frac{\mathbf{30}}{\mathbf{50}}$$

A questão informa que metade de todas as pessoas possui nível superior. Logo o número de pessoas com nível superior é:

$$n(S) = \frac{50}{2} = 25$$

Assim, a probabilidade de escolher uma pessoa com nível superior é:

$$P(S) = \frac{n(S)}{n(U)} = \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{50}}$$

Por fim, o sabemos que metade das 30 mulheres possui nível superior. Então o número de mulheres com nível superior (interseção entre os eventos) é:

$$n(M \cap S) = \frac{30}{2} = 15$$

Logo, a probabilidade associada à interseção dos eventos é:

$$P(M \cup S) = \frac{n(M \cap S)}{n(U)} = \mathbf{\frac{15}{50}}$$

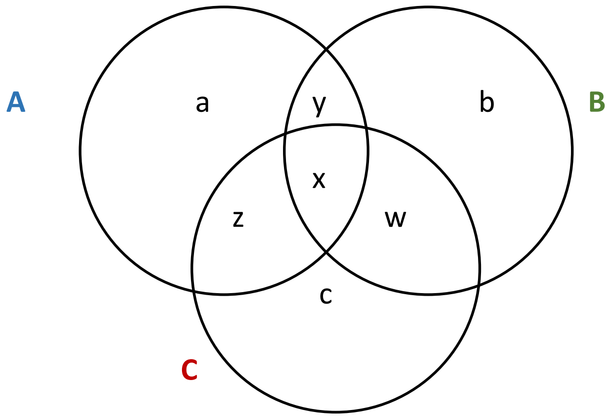
Substituindo os valores que calculamos na equação da probabilidade da união, temos:

$$P(M \cup S) = \mathbf{\frac{30}{50}} + \mathbf{\frac{25}{50}} - \mathbf{\frac{15}{50}} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$$

Gabarito: E.

União de Três Eventos

A união de 3 eventos, A, B e C, pode ser representada pelo seguinte Diagrama de Venn:



A união corresponde à **soma de todos os elementos** indicados no diagrama acima:

$$n(A \cup B \cup C) = a + z + y + x + b + w + c$$

n(B)

n(A) n(C)

Podemos observar que há diversos elementos que se **repetiriam** se simplesmente somássemos os elementos de A, de B e de C para encontrar a união dos três eventos. Na verdade, estaríamos somando duas vezes os elementos das interseções, 2 a 2, e três vezes os elementos da interseção de todos os conjuntos.

Porém, ao subtrairmos os elementos da interseção 2 a 2, estaríamos deixando de fora os elementos da interseção de todos os três eventos. Por isso, precisamos somá-los novamente.

Assim, a união de 3 eventos é dada por:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Dividindo todos os termos por n(U), obtemos a fórmula da probabilidade da união de 3 eventos:

$$\frac{n(A \cup B \cup C)}{n(U)} = \frac{n(A)}{n(U)} + \frac{n(B)}{n(U)} + \frac{n(C)}{n(U)} - \frac{n(A \cap B)}{n(U)} - \frac{n(B \cap C)}{n(U)} - \frac{n(A \cap C)}{n(U)} + \frac{n(A \cap B \cap C)}{n(U)}$$

$$\boxed{P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)}$$

Em vez de decorar a fórmula, pode ser mais simples utilizar o diagrama de Venn para encontrar o número de elementos da união $n(A \cup B \cup C)$ e depois dividir o resultado por $n(U)$.

EXEMPLIFICANDO

Vamos considerar as seguintes informações, a respeito das probabilidades de 3 eventos:

- P(A) = 1/2
- P(B) = 5/8
- P(A ∩ B) = 1/4
- P(A ∩ C) = 5/16
- P(B ∩ C) = 3/8
- P(A ∩ B ∩ C) = 3/16
- P(A ∪ B ∪ C) = 1

Com essas informações, podemos calcular P(C). Para isso, vamos primeiro utilizar a fórmula da probabilidade da união e substituir as informações do enunciado:

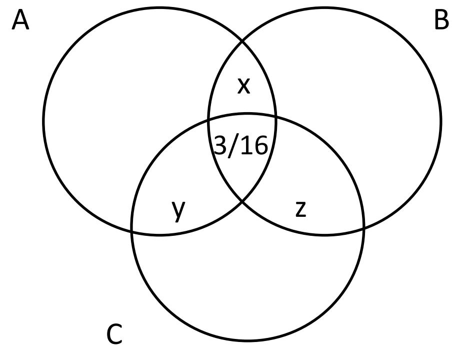
$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{5}{8} + P(C) - \frac{1}{4} - \frac{5}{16} - \frac{3}{8} + \frac{3}{16}$$

$$1 = P(C) + \frac{8+10-4-5-6+3}{16} = P(C) + \frac{6}{16}$$

$$P(C) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

Alternativamente, podemos utilizar o **diagrama de Venn**, e preencher os valores fornecidos, começando pela interseção de 3 eventos.



O valor de x corresponde à probabilidade dos elementos da **interseção** de A e B, A ∩ B, que **não** estão na interseção de todos os 3 eventos, A ∩ B ∩ C, isto é, a diferença entre P(A ∩ B) e P(A ∩ B ∩ C):

$$x = P(A \cap B) - P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{4} - \frac{3}{16} = \frac{4-3}{16} = \frac{1}{16}$$

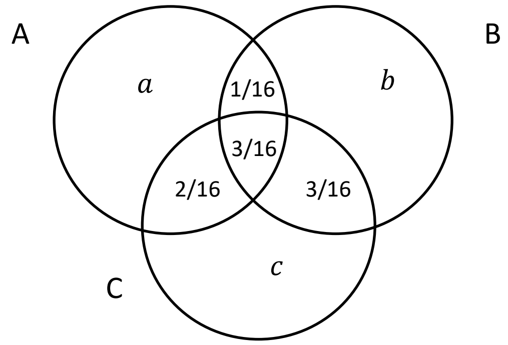
O valor de y corresponde à probabilidade dos elementos da **interseção** de A e C, A ∩ C, que **não** estão na interseção de todos os 3 eventos, A ∩ B ∩ C, isto é, a diferença entre P(A ∩ C) e P(A ∩ B ∩ C):

$$x = P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C) = \frac{5}{16} - \frac{3}{16} = \frac{2}{16}$$

O valor de z corresponde à probabilidade dos elementos da **interseção** de B e C, B ∩ C, que **não** estão na interseção de todos os 3 eventos, A ∩ B ∩ C, isto é, a diferença entre P(B ∩ C) e P(A ∩ B ∩ C):

$$x = P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C) = \frac{3}{8} - \frac{3}{16} = \frac{6-3}{16} = \frac{3}{16}$$

Inserindo esses valores no diagrama de Venn, temos:



O valor de a corresponde à probabilidade dos elementos de A que **não** pertencem a **qualquer interseção**:

$$a = P(A) - x - y - P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{2} - \frac{1}{16} - \frac{2}{16} - \frac{3}{16} = \frac{8-6}{16} = \frac{2}{16}$$

O valor de b corresponde à probabilidade dos elementos de B que **não** pertencem a **qualquer interseção**:

$$b = P(B) - x - z - P(A \cap B \cap C) = \frac{5}{8} - \frac{1}{16} - \frac{3}{16} - \frac{3}{16} = \frac{10-7}{16} = \frac{3}{16}$$

Assim, o valor de c pode ser calculado como a diferença entre a probabilidade da **união dos 3 eventos** e **todos os demais campos**. Para facilitar, em vez de subtrair todos os campos separadamente, podemos subtrair P(A), $b = \frac{3}{16}$ e $z = \frac{3}{16}$:

$$c = P(A \cup B \cup C) - P(A) - b - z = 1 - \frac{1}{2} - \frac{3}{16} - \frac{3}{16} = \frac{16 - 8 - 6}{16} = \frac{2}{16}$$

Logo, o valor de P(C) é a soma de $c = \frac{2}{16}$, $y = \frac{2}{16}$, $z = \frac{3}{16}$ e $P(A \cap B \cap C) = \frac{3}{16}$:

$$P(C) = c + y + z + P(A \cap B \cap C) = \frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{3}{16} + \frac{3}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

(FCC/2018 – SEPLAG de Recife/PE) Em um censo realizado em uma cidade em que são consumidos somente os sabonetes de marca X, Y e Z, verifica-se que:

I. 40% consomem X.

II. 40% consomem Y.

III. 47% consomem Z.

IV. 15% consomem X e Y.

V. 5% consomem X e Z.

VI. 10% consomem Y e Z.

VII. qualquer elemento da população consome pelo menos uma marca de sabonete.

Então, escolhendo aleatoriamente um elemento dessa população, a probabilidade de ele consumir uma e somente uma marca de sabonete é igual a

a) 79%.

b) 70%.

c) 60%.

d) 80%.

e) 76%.

Comentários:

Como toda a população consome alguma marca, então vamos aplicar a fórmula da probabilidade da união, que vimos, para calcular a interseção de todos os eventos:

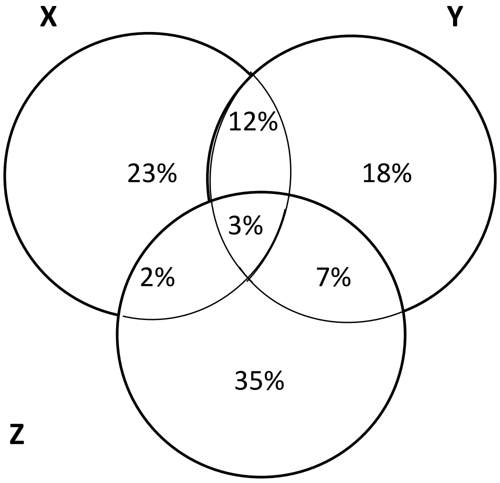
$$P(X \cup Y \cup Z) = P(X) + P(Y) + P(Z) - P(X \cap Y) - P(X \cap Z) - P(Y \cap Z) + P(X \cap Y \cap Z) = 100\%$$

$$40\% + 40\% + 47\% - 15\% - 5\% - 10\% + P(X \cap Y \cap Z) = 100\%$$

$$P(X \cap Y \cap Z) = 100\% - 97\% = 3\%$$

Agora, vamos utilizar o diagrama de Venn.

Começamos preenchendo P(X ∩ Y ∩ Z). Em seguida, inserimos as **interseções dois a dois**, **subtraindo-se o valor de P(X ∩ Y ∩ Z).** Por fim, inserimos os valores correspondentes a cada marca, individualmente, subtraindo-se todas as interseções.



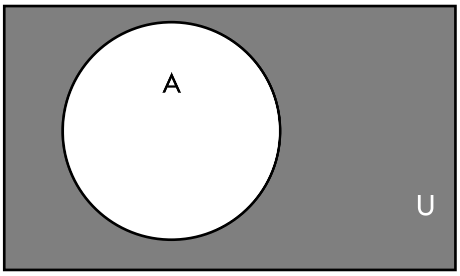
Portanto, a probabilidade de o elemento consumir apenas uma marca é:

23% + 18% + 35% = 76%

Gabarito: E

Teorema do Evento Complementar

O complementar de um evento corresponde a **todos os elementos do Espaço Amostral** que **não** pertencem a tal evento, como representado abaixo (a região em cinza corresponde ao complementar de A).



No exemplo do lançamento de um dado, em que C = {1, 2, 3, 4}, o evento complementar de C, indicado por $\bar{C}$, corresponde ao seguinte subconjunto:

$$\bar{C} = \{5, 6\}$$

Por definição, o número de elementos do **evento** somado ao número de elementos do **complementar** é **igual ao total de elementos**:

$$n(C) + n(\bar{C}) = n(U)$$

Dividindo toda a equação por $n(U)$, podemos calcular a probabilidade do evento complementar:

$$\frac{n(C)}{n(U)} + \frac{n(\bar{C})}{n(U)} = \frac{n(U)}{n(U)}$$

$$P(C) + P(\bar{C}) = 1$$

$$\boldsymbol{P(\bar{C}) = 1 - P(C)}$$

Para o exemplo do lançamento do dado, em que C = {1, 2, 3, 4} e o Espaço Amostral é $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, a probabilidade do evento C é:

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(U)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Pelo **Teorema do Evento Complementar**, a probabilidade do seu complementar é:

$$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

De fato, sabemos que o evento complementar é $\bar{C} = \{5, 6\}$. Pela **definição clássica** de probabilidade, temos:

$$P(\bar{C}) = \frac{n(\bar{C})}{n(U)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Que é justamente o resultado que encontramos aplicando o Teorema do Evento Complementar.

(2019 – Prefeitura de Palhoça/SC) Uma urna tem dez bolas vermelhas, três azuis e duas pretas. Qual é probabilidade de sortearmos uma bola que não seja da cor vermelha?

a) 33,33%

b) 45,66%

c) 38,23%

d) 25,45%

Comentários:

A probabilidade do evento complementar é:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

A probabilidade de sortear uma bola vermelha, sabendo que há 10 bolas vermelhas e 15 bolas no total, é:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(U)}=\frac{10}{15}$$

Assim, a probabilidade de não sortear uma bola vermelha é:

$$P(\bar{A})=1-\frac{10}{15}=\frac{15-10}{15}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}\cong 33{,}33\%$$

Gabarito: A

(CESPE/2018 – BNB) Um tabuleiro quadrado e quadriculado, semelhante a um tabuleiro de xadrez, com 12 linhas e 12 colunas, e, portanto, com 12 × 12 = 144 quadradinhos pintados: 54, na cor azul; 30, na cor marrom; 40, na cor amarela; e 20, na cor verde. A cada quadradinho é associado um cartão com dois números, que indicam a posição do quadradinho no tabuleiro; o primeiro número corresponde ao número da linha, e o segundo corresponde ao número da coluna. Por exemplo, o cartão com os números 5,10 corresponde ao quadradinho posicionado na linha 5 e na coluna 10. Esses cartões estão em uma urna, da qual podem ser retirados aleatoriamente.

A respeito desse tabuleiro e desses cartões, julgue o item a seguir.

A probabilidade de retirar dessa caixa, de maneira aleatória, um cartão correspondente a um quadrado que não tenha sido pintado na cor marrom é inferior a 0,72.

Comentários:

A probabilidade de retirar um cartão que **não** seja marrom pode ser calculada pelo teorema do evento **complementar**:

$$P(\bar{M})=1-P(M)$$

A probabilidade de retirar um cartão marrom é a razão entre o número de cartões marrons e o número de cartões no total:

$$P(M)=\frac{n(M)}{n(U)}$$

O enunciado informa que há:

- 144 quadrados, logo, n(U) = 144; e

- 30 quadrados marrons, logo n(M) = 30

Assim, a probabilidade de retirar um cartão marrom é:

$$P(M)=\frac{30}{144}=\frac{15}{72}$$

A probabilidade de retirar um cartão **não** marrom é complementar:

$$P(\bar{M})=1-\frac{15}{72}=\frac{72-15}{72}=\frac{57}{72}\cong 0{,}79$$

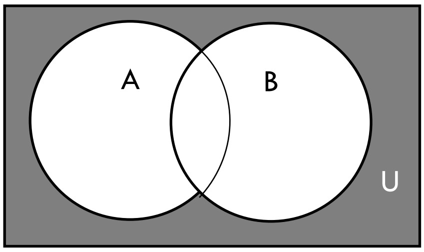
Que é superior a 0,72.

Gabarito: Errado.

Complementar da União e da Interseção

O **Teorema do Evento Complementar** $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ pode ser aplicado, mesmo quando o evento A for resultado de uma **combinação** de eventos, seja a união seja a interseção.

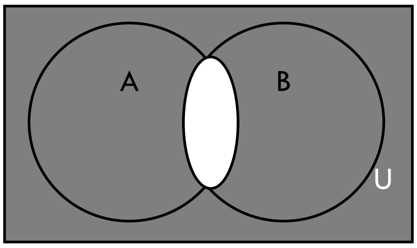
O **complementar da união** está representado pela região cinza indicada no diagrama abaixo:



Pelo Teorema que acabamos de ver, a **probabilidade do complementar da união** é dada por:

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

Já o **complementar da interseção** está representado pela região cinza indicada a seguir:



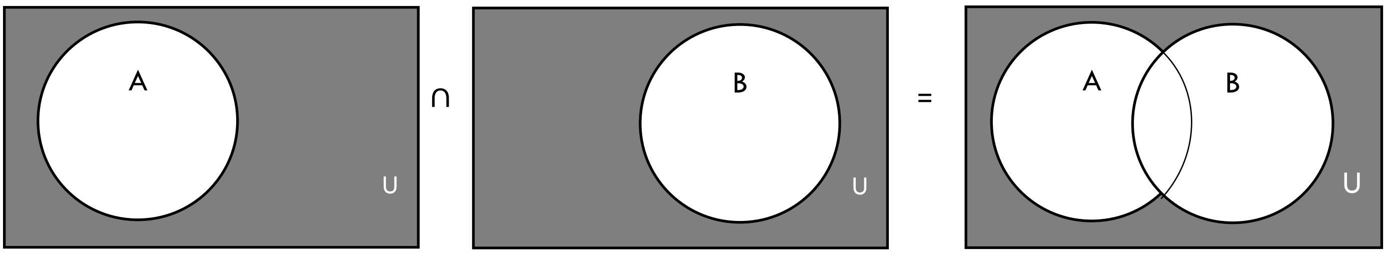
Pelo Teorema que acabamos de ver, a **probabilidade do complementar da interseção** é:

$$P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$

As seguintes relações também são importantes:

1. $\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B}$ então **P($\bar{A} \cap \bar{B}$) = P($\overline{A \cup B}$) = 1 – P($A \cup B$)**

A **interseção** entre o **complementar de A** e o **complementar de B** é igual ao **complementar da união** do evento A com o evento B, como ilustrado a seguir.



De fato, a situação do tipo "**nem A nem B**" significa a interseção dos complementares:

não A E não B

Essa situação implica que **não** temos qualquer elemento de A **ou** B, ou seja, o **complementar da união**.

E já sabemos calcular a probabilidade do complementar da união:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) \ = \ P(\overline{A \cup B}) \ = 1 - P(A \cup B)$$

Por **exemplo**, em um lançamento do dado, em que o Espaço Amostral é U = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, vamos supor que o evento A corresponda a todos os números pares: A = {2, 4, 6} e o evento B corresponda aos números menores que 4: B = {1, 2, 3}.

A união dos eventos é A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 6} e sua probabilidade é:

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(U)} = \frac{5}{6}$$

Aplicando a fórmula, podemos calcular a probabilidade de **não** ocorrer A **nem** B (**não** A **E** **não** B):

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) \ = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

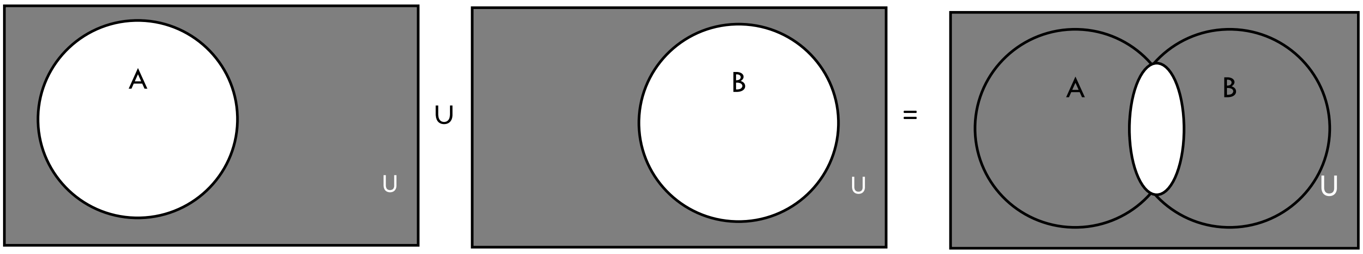
De fato, podemos observar que o elemento que não pertence ao evento A e nem ao evento B é $\bar{A} \cap \bar{B} = \{5\}$, cuja probabilidade é:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{n(\bar{A} \cap \bar{B})}{n(U)} = \frac{1}{6}$$

Que é justamente o resultado que obtivemos aplicando a fórmula $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B)$.

2. $\bar{A} \ \cup \bar{B} = \overline{A \cap B}$ então **P($\bar{A} \cup \bar{B}$) = P($\overline{A \cap B}$) = 1 – P($A \cap B$)**

A **união** do **complementar de A** com o **complementar de B** é igual ao **complementar da interseção** de A e B, como ilustrado abaixo.



Vamos supor que em um restaurante haja x pessoas que estejam comendo e bebendo, c pessoas que estejam só comendo e b pessoas que estejam só bebendo.

Primeiro, pedimos que as pessoas que não estejam comendo se levantem (as b pessoas que estão somente bebendo se levantarão). Em seguida, pedimos que as pessoas que não estejam bebendo também se levantem (as c pessoas que estão somente comendo se levantarão).

Ao final, estarão em pé as c pessoas que estavam somente comendo e as b pessoas que estavam somente bebendo, isto é, todos menos as x pessoas que estavam fazendo as duas coisas (complementar da interseção) – essas pessoas permanecerão sentadas.

Considerando o exemplo anterior do lançamento do dado, em que A = {2, 4, 6} e B = {1, 2, 3}, a interseção dos eventos é A ∩ B = {2} e sua probabilidade é:

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)} = \frac{1}{6}$$

Aplicando a fórmula que acabamos de ver, podemos calcular a probabilidade de **não** ocorrer o evento A **OU não** ocorrer o evento B, que equivale à probabilidade de **não** ocorrer a **interseção** $A \cap B$:

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

De fato, os elementos que não pertencem ao conjunto A são $\bar{A} = \{1, 3, 5\}$ e os elementos que não pertencem ao conjunto B são $\bar{B} = \{4, 5, 6\}$.

A união desses dois eventos complementares é $\bar{A} \cup \bar{B} = \{1, 3, 4, 5, 6\}$, que contém todos os elementos exceto a interseção A ∩ B = {2}. E a probabilidade dessa união $\bar{A} \cup \bar{B}$ é:

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{n(\bar{A} \cup \bar{B})}{n(U)} = \frac{5}{6}$$

Que é justamente o resultado que obtivemos aplicando a fórmula $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(A \cap B)$.

Esses casos podem ser extrapolados para diversos eventos. Para três eventos A, B e C, temos:

$$\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C} = \overline{A \cup B \cup C} \rightarrow \boldsymbol{P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - P(A \cup B \cup C)}$$

$$\bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C} = \overline{A \cap B \cap C} \rightarrow \boldsymbol{P(\bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C}) = P(\overline{A \cap B \cap C}) = 1 - P(A \cap B \cap C)}$$

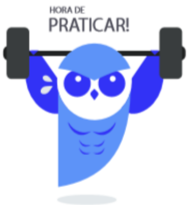
Probabilidade **Complementar**: $\boldsymbol{P(\bar{A}) = 1 - P(A)}$

Interseção dos complementares = **complementar** da união:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

União dos complementares = **complementar** da interseção:

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$



(FGV/2017 – SEPOG/RO) A probabilidade de que certo evento A ocorra é de 20%, a probabilidade de que o evento B ocorra é de 30% e a probabilidade de que A e B ocorram é de 10%. Assim, a probabilidade de que nem A nem B ocorra é igual a:

a) 30%

b) 40%

c) 50%

d) 60%

e) 70%

Comentários:

A probabilidade de que nem A nem B ocorra corresponde à interseção dos complementares, que, por sua vez, equivale ao complementar da união:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

E a probabilidade da união é dada por:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

O enunciado informa que:

- P(A) = 20%
- P(B) = 30%
- $P(A \cap B)$ = 10%

Substituindo esses valores na equação da união, temos:

$$P(A \cup B) = 20\% + 30\% - 10\% = 40\%$$

O complementar da união, que a questão exige, é, portanto:

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 100\% - 40\% = 60\%$$

Gabarito: D

(2019 – Fundação Santo André/SP) Considere: Num campeonato de futebol descobriu-se que dos 1000 torcedores, 440 torciam para o time A, 320 torciam para o time B.

Ao escolher uma pessoa no estádio, ao acaso, assinale a alternativa correta quanto à probabilidade dessa pessoa não torcer para nenhum desses times.

a) 24%

b) 76%

c) 27%

d) 32%

Comentários:

A interseção dos complementares (não A e não B) equivale ao complementar da união:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

Nesse caso, os eventos são mutuamente excludentes ($A \cap B = \emptyset$), pois, ninguém torce para mais de um time. Por isso, a probabilidade da união é dada por:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

A probabilidade de uma pessoa torcer para A é a razão entre o número de torcedores de A, que é n(A) = 440, e o número total de torcedores, que é n(U) = 1000. Logo:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{440}{1000} = 44\%$$

A probabilidade de uma pessoa torcer para B é a razão entre o número de torcedores de B, que é n(B) = 320, e o número total de torcedores:

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{320}{1000} = 32\%$$

Portanto, a probabilidade da união é:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 44\% + 32\% = 76\%$$

Dessa forma a probabilidade de uma pessoa não torcer para A e nem para B é:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 100\% - 76\% = 24\%$$

Gabarito: A

(CESPE/2013 – CBM/CE) Uma pessoa que possua sangue classificado como O– é considerada doadora universal pelo fato de seu sangue poder, em tese, ser ministrado a qualquer pessoa de qualquer tipo sanguíneo. A pessoa que possua sangue classificado como AB+ é considerada receptora universal pelo fato de poder receber, em tese, sangue proveniente de doador de qualquer tipo sanguíneo. Dentro de um mesmo grupo sanguíneo, os de fator Rh– podem doar aos de fator Rh+. O sangue O+ pode ser doado para qualquer pessoa que possua sangue com fator Rh+. A tabela abaixo apresenta a distribuição do tipo sanguíneo e do fator Rh de membros de uma corporação.

Fator Rh	grupo sanguíneo				Total
	A	B	AB	O	
Rh^+	12	15	18	21	66
Rh^-	16	11	6	1	34
Total	28	26	24	22	100

Tendo como referência essas informações e a tabela acima, julgue o item que se segue.

Escolhendo-se aleatoriamente um membro dessa corporação, a probabilidade de ele não ser nem receptor universal nem doador universal é superior à probabilidade de um membro dessa mesma corporação ter o fator Rh+.

Comentários:

A probabilidade de um membro não ser nem receptor universal (AB_+) nem doador universal (O_-) corresponde à interseção dos complementares, que, por sua vez, equivale ao complementar da união desses eventos.

$$P(\overline{AB_+} \cap \overline{O_-}) = P(\overline{AB_+ \cup O_-}) = 1 - P(AB_+ \cup O_-)$$

A probabilidade de um membro ser receptor universal (AB_+) é dada pela razão entre a proporção de receptores universais e o total. Pela tabela, observamos que $n(AB_+) = 18$ e $n(U) = 100$. Assim, a probabilidade de um membro ser receptor universal é:

$$P(AB_+) = \frac{n(AB_+)}{n(U)} = \frac{18}{100} = 18\%$$

A probabilidade de um membro ser doador universal (O_-) é dada pela razão entre a proporção de doadores universais e o total. Pela tabela, observamos que $n(O_-) = 1$. Assim, a probabilidade de um membro ser doador universal é:

$$P(O_-) = \frac{n(O_-)}{n(U)} = \frac{1}{100} = 1\%$$

Considerando que não há interseção entre esses eventos (são eventos mutuamente exclusivos), então a probabilidade da união é dada por:

$$P(AB_+ \cup O_-) = P(AB_+) + P(O_-) = 18\% + 1\% = 19\%$$

Assim, a probabilidade de a pessoa **não** ser doadora universal ou receptora universal é dada pelo Teorema do Evento Complementar:

$$P(\overline{AB_+ \cup O_-}) = 1 - P(AB_+ \cup O_-) = 100\% - 19\% = 81\%$$

Por outro lado, para calcular a probabilidade de uma pessoa ter Rh+, precisamos do número de pessoas com Rh+: n(+) = 66. Logo, essa probabilidade é:

$$P(+) = \frac{66}{100} = 66\%$$

Como 81% é maior que 66%, então a probabilidade de a pessoa não ser doadora ou receptora universal é, de fato, maior que a probabilidade de ela ter Rh+.

Gabarito: Certo.

(2018 – Conselho Regional de Medicina Veterinária/ES) Em uma pesquisa feita com 200 usuários de uma pasta de dente, verificou-se o seguinte:

- 76 usam a pasta de dente A
- 86 usam a pasta de dente B
- 140 usam a pasta de dente C
- 68 usam a pasta de dente A e B
- 34 usam a pasta de dente A e C
- 48 usam a pasta de dente B e C
- 30 usam a pasta de dente A, B e C

Marque a probabilidade que, em um sorteio ao acaso de todos os usuários entrevistados, é sorteado aquele que não utiliza nenhuma das três pastas apresentada.

a) 18%

b) 9%

c) 12%

d) 21%

e) 15%

Comentários:

A probabilidade de o sorteado não utilizar qualquer pasta, A, B e nem C, é:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - P(A \cup B \cup C)$$

Vimos na seção anterior que:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

O enunciado informa que a pesquisa foi feita com **200** usuários e que:

- 76 usam a pasta de dente A, logo $P(A) = \frac{76}{200}$
- 86 usam a pasta de dente B, logo $P(B) = \frac{86}{200}$
- 140 usam a pasta de dente C, logo $P(C) = \frac{140}{200}$
- 68 usam a pasta de dente A e B, logo $P(A \cap B) = \frac{68}{200}$
- 34 usam a pasta de dente A e C, logo $P(A \cap C) = \frac{34}{200}$
- 48 usam a pasta de dente B e C, logo $P(B \cap C) = \frac{48}{200}$
- 30 usam a pasta de dente A, B e C, logo $P(A \cap B \cap C) = \frac{30}{200}$

$$P(A \cup B \cup C) = \frac{76}{200} + \frac{86}{200} + \frac{140}{200} - \frac{68}{200} - \frac{34}{200} - \frac{48}{200} + \frac{30}{200}$$

$$P(A \cup B \cup C) = \frac{182}{200}$$

Nota: se preferir, utilize o Diagrama de Venn para encontrar o número de elementos na união. Depois, basta dividir pelo total (200) para encontrar a probabilidade da união. Assim:

$$P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - P(A \cup B \cup C)$$

$$P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - \frac{182}{200} = \frac{18}{200} = 9\%$$

Gabarito: B

AXIOMAS DE PROBABILIDADE

Os chamados **axiomas** são verdades tão básicas que dispensam qualquer demonstração. É a partir dessas verdades, que as propriedades e os teoremas são desenvolvidos.

Em probabilidade, temos os **Axiomas de Kolmogorov**. São eles:

1. $\boldsymbol{P(A) \geq 0}$

   A probabilidade de qualquer evento é **maior ou igual a 0**, ou seja, **não** há probabilidade **negativa**.

2. $\boldsymbol{P(U) = 1}$

   A probabilidade associada a todo o **Espaço Amostral**, ou seja, a todos os eventos possíveis, é igual a **1** (100%). Por exemplo, considerando o lançamento de um dado, qual é a probabilidade de ocorrer um dos resultados 1, 2, 3, 4, 5 ou 6? Como teremos algum desses resultados, certamente, então a probabilidade de ocorrer um desses eventos é 100% = 1.

3. Se A e B são **mutuamente excludentes** ($A \cap B = \varnothing$), então a probabilidade da união desses eventos corresponde à soma das probabilidades dos eventos:

$$\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$$

Com base nesses três axiomas, é possível deduzir as **propriedades** de probabilidade:

i) Evento **impossível**: Sendo A um evento impossível, a sua probabilidade é igual a **zero**:

$$\text{Se } A = \varnothing\text{, então } P(A) = 0$$

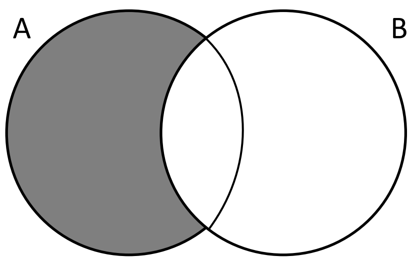
ii) Sendo A um evento qualquer, a sua **probabilidade** está **entre 0 e 1**:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

iii) Sendo A e B eventos quaisquer, a probabilidade de **ocorrer A e não ocorrer B**, que indicamos como P(A – B) ou P(A \ B), é a **diferença** entre a probabilidade de **A** e a probabilidade da **interseção**:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

O evento A – B = A \ B está ilustrado a seguir:



iv) Se A e B são eventos tais que **A implica B**, isto é, **A** está **contido** em **B** (A ⊆ B), então a probabilidade de A é **menor ou igual** à probabilidade de B.

$$P(A) \leq P(B)$$

Também são propriedades decorrentes dos Axiomas de Kolmogorov, a Probabilidade da **União** de eventos quaisquer e a Probabilidade do **Evento Complementar**:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

ESQUEMATIZANDO

Axiomas

1. $P(A) \geq 0$
2. $P(U) = 1$
3. Se A e B são **mutuamente excludentes** então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Propriedades

i) Se $A = \varnothing$, então $P(A) = 0$
ii) $0 \leq P(A) \leq 1$
iii) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$
iv) Se A ⊆ B, então $P(A) \leq P(B)$
v) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
vi) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

HORA DE PRATICAR!

(VUNESP/2016 - Prefeitura de Alumínio/SP - *Adaptada*) Uma moeda é viciada de modo que a probabilidade de sair cara é 4 vezes a de sair coroa. A probabilidade de sair cara em um lançamento qualquer é

a) 50%

b) 25%

c) 20%

d) 75%

e) 80%

Comentários:

Para calcular a probabilidade de sair CARA/COROA em um lançamento de uma moeda **viciada**, **não** podemos utilizar a **definição clássica de probabilidade**, pois os resultados **não são equiprováveis**.

Nesse caso, podemos calcular as probabilidades dos resultados utilizando o axioma P(U) = 1, combinado com o dado do enunciado de que a probabilidade de sair CARA é 4 vezes maior que a probabilidade de sair COROA.

Chamando a probabilidade de sair COROA de p, então a probabilidade de sair CARA é $4p$. Logo:

$$P(U) = 4p + p = 1$$

$$p = \frac{1}{5}$$

E a probabilidade de sair CARA é:

$$4p = \frac{4}{5} = 80\%$$

Resposta: E

(FCC/2019 – SANASA/SP) O número de ocorrências diárias de um determinado evento foi registrado por um funcionário de uma empresa durante um longo período. Esse trabalho permitiu, com o objetivo de análise, elaborar a distribuição de probabilidade conforme tabela abaixo, sabendo-se que o evento nunca ocorre mais que 5 vezes em um dia.

Número de ocorrências diárias	0	1	2	3	4	5
Probabilidade de ocorrência	0,20	p	2p	3p	2p	p

A probabilidade de que em 1 dia o evento ocorra, pelo menos, uma vez, mas não mais que 3 vezes, é igual a

a) 2/9

b) 1/3

c) 5/12

d) 4/5

e) 8/15

Comentários:

Primeiro, precisamos calcular o valor de p. Sabendo que a tabela corresponde a todo o Espaço Amostral, uma vez que o evento nunca ocorre mais que 5 vezes no dia, temos:

$$0{,}20 + p + 2p + 3p + 2p + p = 1$$

$$9p = 0{,}8$$

$$p = \frac{8}{90}$$

A probabilidade de ocorrer pelo menos 1 vez e não mais de 3 vezes é:

$$P(1) + P(2) + P(3) = p + 2p + 3p = 6p = 6 \times \frac{8}{90} = \frac{8}{15}$$

Gabarito: E

(FCC/2017 – SABESP) Em um grupo de 100 pessoas, 80 possuem telefone celular, 50 possuem telefone fixo, e 10 não possui telefone celular nem telefone fixo. Sorteando-se ao acaso uma dessas 100 pessoas, a probabilidade de que ela tenha telefone fixo mas não tenha telefone celular é de

a) 50%.

b) 5%.

c) 1%.

d) 20%.

e) 10%.

Comentários:

A questão informa que, de um total de 100 pessoas, 10 não possuem nem celular, nem fixo. Portanto, 90 pessoas possuem celular **ou** fixo:

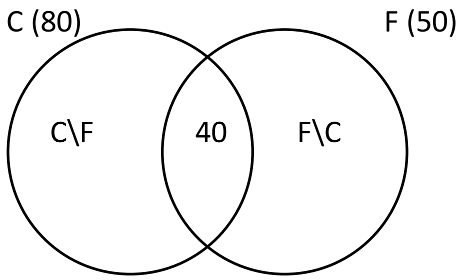
$$n(C) + n(F) - n(C \cap F) = 90$$

Além disso, o enunciado informa que n(C) = 80 e n(F) = 50. Substituindo esses valores, temos:

$$80 + 50 - n(C \cap F) = 90$$

$$n(C \cap F) = 40$$

Ou seja, 40 pessoas possuem celular **e** fixo, conforme representado a seguir.



Portanto, o número de pessoas que têm fixo, mas não têm celular (evento $F \backslash C$) é:

$$n(F \backslash C) = n(F) - n(F \cap C) = 50 - 40 = 10$$

Sabendo que há n(U) = 100 pessoas no total, a probabilidade do evento $F \backslash C$ é:

$$P(F \backslash C) = \frac{n(F \backslash C)}{n(U)} = \frac{10}{100} = 10\%$$

Gabarito: E

PROBABILIDADE CONDICIONAL

A probabilidade condicional trabalha com a probabilidade de um evento ocorrer, **sabendo** que outro **já ocorreu**.

Por exemplo, vamos supor que, em um auditório, existam enfermeiros e dentistas, tanto homens quanto mulheres. Podemos calcular a probabilidade de uma pessoa escolhida aleatoriamente ser enfermeiro, **sabendo** que é homem.

O fato de sabermos que a pessoa escolhida é homem corresponde a uma **redução** do **universo** de possibilidades – não estamos mais considerando todo o auditório, mas apenas os homens nesse auditório. Com esse "novo" universo, calculamos a probabilidade de esse homem ser enfermeiro.

Para ilustrar, vamos atribuir números a esse exemplo, conforme tabela abaixo:

	Homens	Mulheres	**Totais**
Enfermeiros	40	50	**90**
Dentistas	80	30	**110**
Totais	**120**	**80**	**200**

Nesse caso, o "novo" universo são os 120 homens, ao invés de todas as 200 pessoas no auditório. Assim, a probabilidade de ser um enfermeiro pode ser calculado pela razão entre os casos favoráveis (número de enfermeiros) e os casos possíveis (número de homens), nesse "novo" universo:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ possíveis} = \frac{n(A)}{n(U')}$$

$$P = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$$

O que fizemos foi dividir o número de enfermeiros e homens (interseção) pelo número de homens (evento que se sabe ter ocorrido).

$$P = \frac{n(E \cap H)}{n(H)}$$

Dividindo tanto o numerador quanto o denominador pelo número de elementos de todo o Espaço Amostral n(U), obtemos a fórmula da **probabilidade de condicional** do evento E, **dado** o evento H, indicada por P(E|H):

$$P(E|H) = \frac{\frac{n(E \cap H)}{n(U)}}{\frac{n(H)}{n(U)}} = \frac{P(E \cap H)}{P(H)}$$

$$\boxed{\boldsymbol{P(E|H) = \frac{P(E \cap H)}{P(H)}}}$$

O evento que **sabemos ter ocorrido** (o evento "homem", no nosso exemplo) é chamado de evento a **priori** (ocorre antes). O outro evento é aquele cuja **probabilidade** queremos calcular (no nosso exemplo, o evento "enfermeiro"). Esse evento é chamado de evento a **posteriori** (ocorre depois).

É possível que a **interseção** dos eventos seja equivalente ao próprio evento a **posteriori**. Por exemplo, suponha que, dos 90 enfermeiros indicados na tabela, 10 tenham mais de vinte anos de profissão. Agora, vamos calcular a probabilidade de ter sorteado um enfermeiro com mais de vinte anos de profissão (X), sabendo que foi sorteado um enfermeiro. Essa probabilidade é dada por:

$$P(X|E) = \frac{P(X \cap E)}{P(E)}$$

Ora, todos os enfermeiros com mais de vinte anos de profissão (X) pertencem ao grupo dos enfermeiros (E). Assim, a interseção $X \cap E$ corresponde ao próprio evento X, logo:

$$P(X|E) = \frac{P(X)}{P(E)} = \frac{n(X)}{n(E)}$$

$$P(X|E) = \frac{10}{90} = \frac{1}{9}$$

Podemos efetuar as **mesmas operações** de combinação de eventos com a probabilidade condicional. Em especial, a probabilidade condicional **complementar** é:

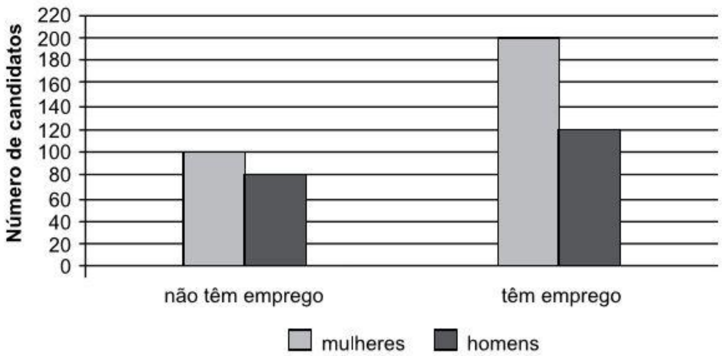
$$P(\bar{E}|H) = 1 - P(E|H)$$

O **complementar** do evento **E**, **dado H**, é **não E**, **dado H**. Assim, o evento a **priori**, que sabemos que ocorreu, **permanece** como evento a priori.

Para o nosso exemplo, temos $P(E|H) = \frac{1}{3}$. Então, dado que foi selecionado um homem, a probabilidade de a pessoa selecionada não ser um enfermeiro, é:

$$P(\bar{E}|H) = 1 - P(E|H) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

(VUNESP/2019 – Prefeitura da Estância Balneária de Peruíbe/SP) O gráfico a seguir apresenta dados referentes a homens e mulheres que se inscreveram para prestar um concurso para trabalhar em uma instituição pública. Entre os candidatos, alguns já tinham emprego.



Um desses candidatos foi escolhido aleatoriamente. Sabendo-se que esse candidato não tem emprego, a probabilidade de que ele seja homem é:

a) 2/9

b) 4/9

c) 2/5

d) 1/5

e) 3/8

Comentários:

A questão pede a probabilidade de o candidato ser homem, **dado** que **não tem emprego** (probabilidade condicional). Essa probabilidade pode ser calculada pela razão clássica entre os eventos favoráveis e os eventos totais, restringindo-os aos candidatos que não têm emprego (universo conhecido):

$$P = \frac{n(Homens\ sem\ emprego)}{n(Candidatos\ sem\ emprego)}$$

Obs.: Se preferir, considere a definição de probabilidade condicional para calcular a probabilidade de o candidato ser homem (H), dado que não tem emprego ($\bar{E}$):

$$P(H|\bar{E}) = \frac{P(H \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{n(H \cap \bar{E})}{n(\bar{E})}$$

Pelo gráfico, observamos que o número de homens sem emprego é:

$$n(H \cap \bar{E}) = n(Homens\ sem\ emprego) = 80$$

O gráfico informa também que o número de mulheres sem emprego é de 100. Logo, o número total de candidatos sem emprego é:

$$n(\bar{E}) = n(Candidatos\ sem\ emprego) = 80 + 100 = 180$$

Assim, a probabilidade desejada é:

$$P(H|\bar{E}) = \frac{80}{180} = \frac{4}{9}$$

Gabarito: B.

(CESPE/2018 – ABIN) Como forma de melhorar a convivência, as famílias Turing, Russell e Gödel disputaram, no parque da cidade, em um domingo à tarde, partidas de futebol e de vôlei. O quadro a seguir mostra os quantitativos de membros de cada família presentes no parque, distribuídos por gênero.

Família	Masculino	Feminino
Turing	5	7
Russell	6	5
Gödel	5	9

A partir dessa tabela, julgue o item subsequente.

Considere que, em eventual sorteio de brindes, um nome tenha sido retirado, ao acaso, do interior de uma urna que continha os nomes de todos os familiares presentes no evento. Nessa situação, sabendo-se que o sorteado não é uma mulher da família Gödel, a probabilidade de ser uma mulher da família Russel será superior a 20%.

Comentários:

A questão indaga sobre probabilidade condicional. Podemos calcular essa probabilidade, utilizando a fórmula da probabilidade clássica, porém **restringindo** os casos considerados ao evento que sabemos ter ocorrido, no caso, o fato de **não ser uma mulher da família Gödel**:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ possíveis} = \frac{n(A)}{n(U')}$$

Obs.: Se preferir, considere a definição de probabilidade condicional para calcular a probabilidade de o sorteado ser uma mulher da família Russel (M_R), dado que não é uma mulher da Gödel ($\overline{M_G}$):

$$P(M_R|\overline{M_G}) = \frac{P(M_R \cap \overline{M_G})}{P(\overline{M_G})}$$

Perceba que a interseção entre as mulheres da família Russel e as pessoas que **não** são mulheres da família Gödel, $M_R \cap \overline{M_G}$, equivale exatamente às mulheres da família Russel, M_R, logo:

$$P(M_R|\overline{M_G}) = \frac{P(M_R)}{P(\overline{M_G})} = \frac{n(M_R)}{n(\overline{M_G})}$$

Ou seja, sabendo que o sorteado não é uma mulher da família Gödel, então os casos possíveis correspondem a todos os familiares exceto as mulheres dessa família:

$$n(\overline{M_G}) = n(U') = 5 + 7 + 6 + 5 + 5 = 28$$

Os casos favoráveis correspondem ao número de mulheres da família Russel:

$$n(M_R) = n(A) = 5$$

Logo, a probabilidade é dada por:

$$P = \frac{5}{28} \cong 18\%$$

Ou seja, é inferior a 20%.

Gabarito: Errado.

(FCC/2018 – Banrisul/RS) Em uma empresa com 400 funcionários, 30% ganham acima de 5 Salários Mínimos (S.M.). O quadro de funcionários dessa empresa é formado por 180 homens e 220 mulheres, sendo que 160 mulheres ganham no máximo 5 S.M. Escolhendo aleatoriamente 1 funcionário dessa empresa e verificando que é homem, a probabilidade de ele ganhar mais do que 5 S.M. é igual a

a) 1/2.

b) 3/20.

c) 1/3.

d) 3/11.

e) 3/10.

Comentários:

A probabilidade de a pessoa ganhar mais que 5SM, **dado que é homem**, pode ser calculada como:

$$P(G|H) = \frac{P(G \cap H)}{P(H)} = \frac{n(G \cap H)}{n(H)}$$

A questão informa que n(H) = 180, que representa o "novo Universo".

Também é informado que 30% dos funcionários ganham mais que 5SM: n(G) = 30% x 400 = 120.

Sabendo que 160 mulheres ganham menos que 5SM, então 220 – 160 = 60 mulheres ganham mais que 5SM. Então, o número de homens que ganham mais que 5SM é:

$$n(G \cap H) = n(G) - n(G \cap \overline{H}) = 120 - 60 = 60$$

Portanto:

$$P(G|H) = \frac{n(G \cap H)}{n(H)} = \frac{60}{180} = \frac{1}{3}$$

Gabarito: C

(FGV/2022 – SEFAZ/ES) As probabilidades de dois eventos A e B são P[A] = 0,5, P[B] = 0,8. A probabilidade condicional de A ocorrer dado que B ocorre é P[A|B] = 0,6. Assim, a probabilidade de que A ou B ocorram é igual a

a) 0,56

b) 0,60

c) 0,76

d) 0,82

e) 0,94

Comentários:

O enunciado informa a probabilidade dos eventos A e B, bem como a probabilidade condicional de A, dado B, a qual corresponde à razão entre a probabilidade da interseção e a probabilidade do evento a priori, no caso, o evento B:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Sabendo que $P(B) = 0{,}8$ e que $P(A|B) = 0{,}6$, podemos calcular a probabilidade da interseção:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{0{,}8} = 0{,}6$$

$$P(A \cap B) = 0{,}6 \times 0{,}8 = 0{,}48$$

Conhecendo as probabilidades $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}8$ e $P(A \cap B) = 0{,}48$, podemos calcular a probabilidade da união (A OU B):

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}5 + 0{,}8 - 0{,}48 = 0{,}82$$

Gabarito: D

Teorema da Multiplicação

O Teorema da Multiplicação pode ser visto como uma forma diferente de escrever a fórmula da **probabilidade condicional**. Como vimos, a probabilidade condicional é:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

O Teorema da Multiplicação fornece a probabilidade da **interseção**, a partir da probabilidade **condicional**:

$$\boxed{\boldsymbol{P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A)}}$$

Ou seja, a probabilidade da interseção de dois eventos é o **produto** da probabilidade **condicional** pela probabilidade do evento a **priori**.

Para o nosso exemplo anterior, vimos que a probabilidade de ter sido selecionado um enfermeiro, sabendo que foi homem é:

$$\boldsymbol{P(E|H)} = \frac{1}{3}$$

Assim, conhecendo a probabilidade de selecionar um homem (evento a priori), podemos calcular a probabilidade de selecionar um enfermeiro homem (interseção).

Para isso, vejamos novamente a tabela desse exemplo:

	Homens	Mulheres	**Totais**
Enfermeiros	40	50	**90**
Dentistas	80	30	**110**
Totais	**120**	**80**	**200**

A probabilidade de selecionar um homem (evento a priori) é, pela definição clássica:

$$P(H) = \frac{n(H)}{n(U)} = \frac{120}{200} = \frac{3}{5}$$

Agora, podemos calcular a probabilidade da interseção **P(E ∩ H)**, pelo Teorema da Multiplicação:

$$\boldsymbol{P(E \cap H) = P(E|H) \times P(H)} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

De fato, aplicando a definição clássica de probabilidade para calcular a interseção, a partir da tabela, temos:

$$P(E \cap H) = \frac{n(E \cap H)}{n(U)} = \frac{40}{200} = \frac{1}{5}$$

Observe que podemos aplicar o Teorema da Multiplicação, **invertendo-se** os eventos a priori e a posteriori. Se, em vez de $P(E|H)$, conhecêssemos $P(H|E)$, poderíamos calcular a probabilidade da **interseção** $P(E \cap H)$ como:

$$\boldsymbol{P(E \cap H) = P(H|E) \times P(E)}$$

Já conhecemos a probabilidade da interseção, mas vamos efetuar os cálculos com essa **inversão**?

A probabilidade condicional de a pessoa selecionada ser homem, dado que é enfermeiro (homem ou mulher) é, pela tabela:

$$P(H|E) = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ possíveis} = \frac{40}{90} = \frac{4}{9}$$

E a probabilidade de selecionar um enfermeiro é, pela tabela (definição clássica):

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(U)} = \frac{90}{200} = \frac{9}{20}$$

Com $P(H|E)$ e $P(E)$, podemos calcular a probabilidade da interseção $P(E \cap H)$, aplicando-se o Teorema da Multiplicação:

$$P(E \cap H) = P(H|E) \times P(E) = \frac{4}{9} \times \frac{9}{20} = \frac{1}{5}$$

Que é o resultado que obtivemos antes!

Para **3 eventos**, a interseção é dada por:

$$\boxed{\boldsymbol{P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B|A) \times P(C|A \cap B)}}$$

Ou seja, é a probabilidade do evento a priori (A), multiplicada pela probabilidade condicional do primeiro evento a posteriori (B|A), multiplicada pela probabilidade condicional do segundo evento a posteriori (C|A∩B).

(VUNESP/2016 – Prefeitura de Alumínio/SP – *Adaptada*) Um estudante resolve uma prova com apenas questões em forma de testes de múltipla escolha, com 4 alternativas cada teste. Ele sabe 75% da matéria da prova. Quando ele sabe a matéria da questão ele acerta e, quando não sabe, escolhe a alternativa ao acaso. A probabilidade de o aluno acertar uma questão qualquer por acaso é igual a

a) 6,25%

b) 8,5%

c) 15%

d) 17,25%

e) 18,75%

Comentários:

A probabilidade de o aluno acertar uma questão qualquer por acaso corresponde à **interseção** dos eventos "não saber a matéria" (que podemos chamar de $\bar{S}$) **E** "acertar a questão" (que podemos chamar de A) é:

$$P(\bar{S} \cap A)$$

Considerando que a probabilidade de o aluno acertar a questão **depende** do evento saber ou não a matéria, a probabilidade da interseção é dada por:

$$P(\bar{S} \cap A) = P(\bar{S}) \times P(A|\bar{S})$$

O enunciado informa que:

- O aluno sabe 75% da matéria da prova: P(S) = 0,75

Logo, o aluno **não sabe** o restante da matéria (evento **complementar**):

$$P(\bar{S}) = 1 - P(S) = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$$

- O aluno escolhe a alternativa ao acaso, se ele não souber a matéria.

Havendo 4 alternativas, a probabilidade de o aluno **acertar** a questão, **dado que não sabe** a matéria é:

$$P(A|\bar{S}) = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

Substituindo esses valores na fórmula da probabilidade da interseção, obtemos a probabilidade de o aluno acertar uma questão qualquer por acaso:

$$P(\bar{S} \cap A) = 0{,}25 \times 0{,}25 = 0{,}0625 = 6{,}25\%$$

Gabarito: A

(VUNESP/2019 – Prefeitura de Campinas/SP) Ao operar em um turno de trabalho, uma linha de produção se interrompe totalmente se uma máquina M1 falhar. Para diminuir o risco de interrupção, ligou-se ao sistema uma máquina M2 programada para entrar imediatamente em funcionamento caso M1 falhe, fazendo com que o sistema prossiga. A probabilidade de M1 falhar é de 1/20 e a probabilidade de M2 falhar é também de 1/20. A probabilidade de que o sistema não se interrompa durante um turno de trabalho após a inclusão de M2 é de

a) 99,75%

b) 95%

c) 99%

d) 90,25%

e) 97,5%

Comentários:

A probabilidade de o sistema não se interromper pode ser calculada pelo **complementar** de ele se interromper:

$$P(\bar{I}) = 1 - P(I)$$

Para o sistema se interromper, é necessário que a máquina M1 falhe **E** que a máquina M2 falhe. Logo, temos a interseção desses eventos:

$$P(I) = P(F1) \times P(F2|F1)$$

Representamos a falha da M2 como F2|F1, pois a máquina atua **somente** se a M1 falhar.

O enunciado informa que a probabilidade de tanto uma quanto outra falhar é de 1/20:

$$P(I) = \frac{1}{20} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{400} = 0{,}0025$$

Assim, a probabilidade de o sistema **não** interromper é complementar:

$$P(\bar{I}) = 1 - P(I) = 1 - 0{,}0025 = 0{,}9975 = 99{,}75\%$$

Gabarito: A.

(FGV/2018 – ALE/RO) Uma urna I contém inicialmente 4 bolas azuis e 6 bolas vermelhas; nessa ocasião, a urna II contém 5 bolas azuis e 4 bolas vermelhas, e a urna III, 2 azuis e 7 vermelhas. Uma bola é sorteada da urna I e colocada na urna II. Em seguida, uma bola é sorteada da urna II e colocada na urna III. Por fim, uma bola é sorteada da urna III. A probabilidade de que a bola sorteada da urna III seja azul é igual a

a) 0,166

b) 0,182

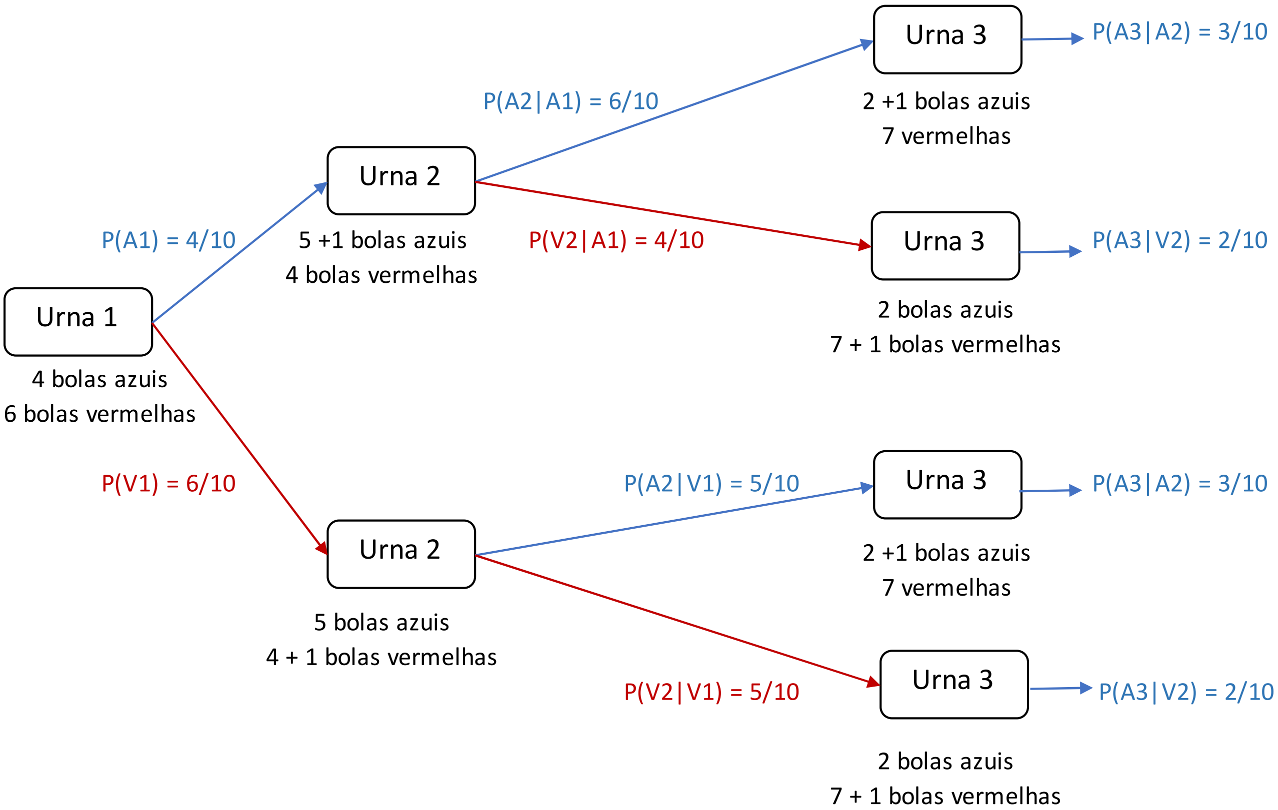
c) 0,254

d) 0,352

e) 0,368

Comentários:

A probabilidade de retirar uma bola azul da urna III depende de qual bola é retirada da urna II, que, por sua vez, depende de qual bola é retirada da urna I, conforme ilustrado abaixo:



Na figura, temos as quantidades de bolas nas urnas, para cada caso, o que nos permite calcular a probabilidade de retirar uma bola azul ou vermelha, em cada etapa.

Para encontrar a probabilidade de tirar uma bola azul, precisamos da interseção dos eventos subsequentes (retirada da urna 1, da urna 2 e da urna 3) e da união das possibilidades alternativas (isto é, dos diferentes caminhos).

A probabilidade do primeiro caminho (superior) é dada por:

$$P(A1 \cap A2 \cap A3) = P(A1) \times P(A2|A1) \times P(A3|A2) = 0{,}4 \times 0{,}6 \times 0{,}3 = 0{,}072$$

A probabilidade do segundo caminho é:

$$P(A1 \cap V2 \cap A3) = P(A1) \times P(V2|A1) \times P(A3|V2) = 0{,}4 \times 0{,}4 \times 0{,}2 = 0{,}032$$

A probabilidade do terceiro caminho é dada por:

$$P(V1 \cap A2 \cap A3) = P(V1) \times P(A2|V1) \times P(A3|A2) = 0{,}6 \times 0{,}5 \times 0{,}3 = 0{,}09$$

A probabilidade do quarto caminho (inferior) é dada por:

$$P(V1 \cap V2 \cap A3) = P(V1) \times P(V2|V1) \times P(A3|V2) = 0{,}6 \times 0{,}5 \times 0{,}2 = 0{,}06$$

E a probabilidade de retirar uma bola azul, considerando todas essas possibilidades (mutuamente exclusivas) é, pelo princípio aditivo:

$$P(A3) = P(A1 \cap A2 \cap A3) + P(A1 \cap V2 \cap A3) + P(V1 \cap A2 \cap A3) + P(V1 \cap V2 \cap A3)$$

$$P(A3) = 0{,}072 + 0{,}032 + 0{,}09 + 0{,}06 = 0{,}254$$

Gabarito: C

Independência de Eventos

Eventos independentes são aqueles que **não influenciam** uns nos outros. Por exemplo, o resultado do lançamento de um dado em nada influencia o resultado de outro lançamento.

Como fica a probabilidade condicional desses eventos, então?

Vamos supor que o resultado de um lançamento de um dado tenha sido o número 3: A = {3}. Sabendo disso, qual é a probabilidade de um novo lançamento do dado ser B = {4}?

Bem, o resultado do 1º lançamento (evento A) em nada influencia o 2º lançamento (evento B). Portanto, a probabilidade de o 2º lançamento ser 4 é a **mesma** (P = 1/6), **independentemente** do resultado do 1º lançamento.

Isso quer dizer que, sendo A e B eventos **independentes**, a **probabilidade condicional** de B, sabendo que o evento A ocorreu, é igual à probabilidade de B (e vice-versa):

$$\boxed{P(B|A) = P(B)}$$

Vamos a mais uma pergunta: sabendo que o resultado do 1º lançamento foi A = {3}, qual é a probabilidade de **não** sair 4 no 2º lançamento (evento $\bar{B}$)?

Sabendo que a probabilidade de sair 4 no 2º lançamento é a mesma, independente do resultado do 1º lançamento, então a probabilidade de **não** sair 4 **também** é **independente** do 1º lançamento.

De forma geral, se A e B são **independentes**, então os **complementares** também são **independentes**. Isso implica nas seguintes igualdades:

i. $\boldsymbol{P(B|\bar{A}) = P(B)}$

Por exemplo, a probabilidade de sair 4 no 2º lançamento (evento B), **dado** que o resultado do 1º lançamento **não** foi 3 (evento $\bar{A}$), é a mesma (P = 1/6), **independentemente** do resultado do 1º lançamento.

ii. $\boldsymbol{P(\overline{B}|A) = P(\overline{B})}$

Por exemplo, a probabilidade de **não** sair 4 no 2º lançamento (evento $\overline{B}$), **dado** que o resultado do 1º lançamento foi 3 (evento A), é a mesma (P = 5/6), **independentemente** do resultado do 1º lançamento.

iii. $\boldsymbol{P(\overline{B}|\overline{A}) = P(\overline{B})}$

Por exemplo, a probabilidade de **não** sair 4 no 2º lançamento (evento $\overline{B}$), **dado** que o resultado do 1º lançamento **não** foi 3 (evento $\bar{A}$), é a mesma (P = 5/6), **independentemente** do resultado do 1º lançamento.

E como fica o teorema da multiplicação para eventos independentes?

Bem, para eventos **quaisquer**, temos:

$$P(A \cap B) = P(B|A).P(A)$$

Considerando que, para eventos independentes, temos $P(B|A) = P(B)$, então a **interseção** de eventos **independentes** é calculada como:

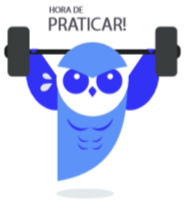
$$\boxed{\boldsymbol{P(A \cap B) = P(B) \times P(A)}}$$

Por exemplo, a probabilidade de obter 3 no 1º lançamento (evento A), com probabilidade P(A) = 1/6 **E** de obter 4 no 2º lançamento (evento B), com probabilidade P(B) = 1/6, é:

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

> Essa relação entre a **interseção** de eventos **independentes** e o **produto** das probabilidades é uma propriedade de "**ida e volta**".
>
> Em outras palavras, se soubermos que A e B são **independentes**, podemos concluir que $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$; e, se soubermos que $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, podemos concluir que A e B são **independentes**.

Por exemplo, mesmo sem conhecer os eventos, se soubermos que $P(A) = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{1}{6}$ e $P(A \cap B) = \frac{1}{36}$, **podemos** concluir que A e B são **independentes**.



(CESPE/2015 – Telebras) Nas chamadas de suporte de uma empresa de telecomunicações, o funcionário Pedro resolve o problema do cliente em duas de cada três vezes em que é solicitado, enquanto Marcos resolve em três de cada quatro chamadas.

A partir dessa situação hipotética, julgue o item seguinte, considerando que os funcionários sejam suficientemente experientes para que a tentativa de resolução do problema de qualquer chamada não esteja subordinada a tentativas anteriores.

Se Pedro não resolver o problema de um cliente, considerando-se que nenhuma informação a respeito da tentativa é repassada a Marcos, a probabilidade de que este também não resolva o referido problema será inferior a 20%.

Comentários:

A questão pede a probabilidade de Marcos não resolver o problema, dado que Pedro não o resolveu (probabilidade condicional), que podemos representar por $P(\overline{R_M}|\overline{R_P})$.

O item esclarece que nenhuma informação a respeito da tentativa é repassada a Marcos, indicando que são eventos **independentes**. Para esses eventos, a probabilidade condicional é igual à probabilidade **não** condicional:

$$P(\overline{R_M}|\overline{R_P}) = P(\overline{R_M})$$

O enunciado informa que Marcos resolve o problema em 3 de 4 ligações, logo a probabilidade de Marcos resolver é 3/4 e a probabilidade de Marcos **não** resolver é o **complementar**:

$$P(\overline{R_M}) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} = 25\%$$

Que é superior a 20%.

Gabarito: Errado.

(CESPE/2019 – TJ/AM) Em um espaço de probabilidades, as probabilidades de ocorrerem os eventos independentes A e B são, respectivamente, P(A) = 0,3 e P(B) = 0,5.

Nesse caso, P(A⋂B) = 0,15.

Comentários:

Sendo A e B eventos **independentes**, a probabilidade da **interseção** é o **produto** das probabilidades:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Sendo P(A) = 0,3 e P(B) = 0,5, então:

$$P(A \cap B) = 0{,}3 \times 0{,}5 = 0{,}15$$

Gabarito: Certo.

(FGV/2019 – Prefeitura de Angra dos Reis/RJ) Peter é um ótimo lançador de dardos. A cada lançamento, a probabilidade de Peter acertar o alvo é de 90% e independe de Peter ter acertado ou não o alvo em lançamentos anteriores. Após fazer dois lançamentos em sequência, a probabilidade de Peter ter acertado o alvo nos dois lançamentos é de

a) 180%

b) 90%

c) 81%

d) 72%

e) 160%

Comentários:

O enunciado informa que os lançamentos são eventos **independentes**. Portanto, a probabilidade de acertar os dois lançamentos, que corresponde à **interseção** dos eventos (A_1 **E** A_2) é o **produto** das probabilidades:

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \times P(A_2)$$

A probabilidade de acerto é 90%, ou seja, $P(A_1) = P(A_2) = 90\%$. Logo, a probabilidade da interseção é:

$$P(A_1 \cap A_2) = 90\% \times 90\% = 81\%$$

Gabarito: C

(FGV/2018 – ALE/RO) A urna A tem dois cartões vermelhos e três amarelos e, a urna B, três cartões vermelhos e dois amarelos. Retira-se, aleatoriamente, um cartão de cada urna. A probabilidade de os dois cartões retirados serem amarelos é

a) $\frac{6}{25}$

b) $\frac{5}{25}$

c) $\frac{4}{25}$

d) $\frac{3}{25}$

e) $\frac{2}{25}$

Comentários:

A probabilidade de retirar 2 cartões amarelos, isto é, retirar um cartão amarelo da urna A **E** um cartão amarelo da urna B, corresponde à **interseção** desses eventos. Considerando que esses eventos (que podemos chamar por A e B) são **independentes**, então a interseção é dada pelo **produto** das probabilidades:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Considerando que há 3 cartões amarelos, de um total de 5 cartões, na urna A, a probabilidade de retirar um cartão de A é: $P(A) = \frac{3}{5}$

Considerando que há 2 cartões amarelos, de um total de 5 cartões, na urna B, a probabilidade de retirar um cartão de A é: $P(B) = \frac{2}{5}$

Assim, a probabilidade de retirar 2 cartões amarelos é:

$$P(A \cap B) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$$

Gabarito: A.

(FGV/2019 – DPE/RJ – *Adaptada*) A partir dos axiomas da Teoria das Probabilidades, algumas proposições podem ser estabelecidas. Para quaisquer eventos não vazios, julgue as seguintes proposições.

I) $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B) - P(A).P(B)$

II) Se $P(A \cap B) = P(A).P(B) \rightarrow P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}).P(\bar{B})$

Comentários:

Em relação ao item I, a probabilidade da união é dada por:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Se A e B fossem independentes, teríamos $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. Porém, essa **não** é uma condição **dada pelo enunciado**. Logo, é possível que os eventos sejam dependentes e, consequentemente, termos:

$$P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$$

Pontue-se que não é possível afirmar qual das duas probabilidades $P(A \cap B)$ ou $P(A) \times P(B)$ é maior.

Sabendo que a probabilidade da interseção pode ser diferente do produto das probabilidades, então a probabilidade da união pode ser diferente de:

$$P(A \cup B) \neq P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

Logo, o item I está errado.

Em relação ao item II, o item informa que:

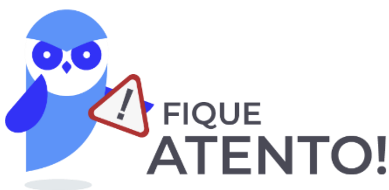
$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Isso nos permite concluir que A e B são eventos **independentes**. Consequentemente, os eventos **complementares** também são **independentes**. Logo, a **interseção** dos eventos complementares é o **produto**:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \times P(\bar{B})$$

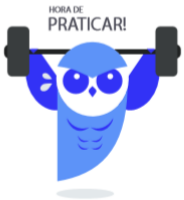
Assim, o item II está correto.

Resposta: item I errado; item II certo.



Algumas questões pedem a probabilidade da forma "**pelo menos um**", ou da **união** de diversos eventos, em que será mais simples calcular a probabilidade **complementar**.

Vejamos algumas questões desse estilo.



(CESPE/2015 – DEPEN) Considerando que, entre a população carcerária de um presídio, a probabilidade de um detento contrair tuberculose seja igual a 0,01; que dois detentos sejam selecionados aleatoriamente dessa população carcerária; e que as ocorrências de tuberculose entre esses detentos sejam eventos independentes, julgue o próximo item.

A probabilidade de pelo menos um detento na amostra contrair tuberculose será superior a 0,01 e inferior a 0,03.

Comentários:

A probabilidade de **pelo menos um** detento, dentre os 2 detentos da amostra, contrair tuberculose pode ser calculada como o **complementar** da probabilidade de **nenhum dos 2** detentos contrair a doença.

A probabilidade de um detento qualquer não contrair a doença é o complementar da probabilidade de ele contraí-la:

$$P(\overline{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0{,}01 = 0{,}99$$

A probabilidade de nenhum dos 2 detentos contrair a doença é a interseção da probabilidade de cada um **não** a contrair. Como os eventos são independentes, basta **multiplicar** as probabilidades:

$$P_{nenhum} = P(\overline{D}) \times P(\overline{D}) = 0{,}99 \times 0{,}99 \cong 0{,}98$$

Assim, a probabilidade de pelo menos um dos 2 detentos contrair a doença é o complementar:

$$P_{pelo\ menos\ 1} = 1 - P_{nenhum} \cong 1 - 0{,}98 = 0{,}02$$

Esse resultado é, de fato, superior a 0,01 e inferior a 0,03.

Gabarito: Certo

(FGV/2021 – FEMPAR) Suponha que cada dose de certa vacina, ao ser aplicada em uma população específica, garanta a imunização contra uma doença, de metade daqueles que não estão imunizados. Inicialmente, toda essa população estava não imunizada e todos os seus indivíduos foram submetidos a duas doses consecutivas dessa vacina. Sorteando-se, ao acaso, um indivíduo dessa população, a probabilidade de que esteja imunizado contra a doença é de

a) 100%

b) 87,5%

c) 75%

d) 50%

e) 25%

Comentários:

Segundo o enunciado, quando uma dose de vacina é aplicada em uma população não imunizada, metade ficará imunizada. Em outras palavras, há uma probabilidade de 50% de uma pessoa não imunizada se tornar imunizada com uma dose de vacina. E a questão afirma que foram aplicadas 2 doses em uma população inicialmente não imunizada.

Vamos calcular a probabilidade de uma pessoa estar imunizada pelo seu **complemento**, qual seja de não estar imunizada:

$$P(imunizado) = 1 - P(não\ imunizado)$$

Para isso, é necessário que ela não tenha sido imunizada na primeira dose, com probabilidade de 50%, **E** não ter sido imunizada na segunda dose, também com probabilidade de 50%. Assim, temos a **interseção** de eventos **independentes**, cuja probabilidade é dada pelo **produto**:

$$P(não\ imunizado) = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$$

E a probabilidade complementar é:

$$P(imunizado) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75 = 75\%$$

Gabarito: C

Independência de Três Eventos

Quando há três eventos independentes, a situação é um pouco diferente de quando há apenas dois eventos. Se os eventos A, B e C são independentes, então temos **todas** as situações a seguir:

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

$$P(A \cap C) = P(A).P(C)$$

$$P(B \cap C) = P(B).P(C)$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A).P(B).P(C)$$

Dessa forma, os três eventos são considerados independentes somente se **todos forem independentes entre si,** tanto quando comparados dois a dois, quanto para todos os 3.

Ou seja, se os eventos são independentes, então podemos concluir que:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A).P(B).P(C)$$

Por exemplo, lançando-se 3 moedas equilibradas, e sendo os eventos A = {CARA na 1ª moeda}, B = {COROA na 2ª moeda} e C = {CARA na 3ª moeda}, então a probabilidade $P(A \cap B \cap C)$ é dada por:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Porém, o **contrário não é verdadeiro**, ou seja, **não** podemos concluir que os eventos são independentes a partir desta identidade somente.

Por exemplo, **sem conhecer** os eventos A, B e C, mas sabendo que:

$$P(A) = \frac{1}{2}, \qquad P(B) = \frac{1}{2}, \qquad P(C) = \frac{1}{2}, \qquad P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{8}$$

não podemos, com base apenas nessas informações, concluir que A, B e C são independentes.

Além disso, é possível que todos os eventos sejam **independentes 2 a 2**, porém os **3 eventos não** serem independentes. Ou seja, sabendo que A e B são independentes, B e C são independentes, A e C são independentes, ainda assim, **não** podemos concluir que os 3 eventos são independentes.

Também é possível que A e B sejam independentes e que B e C sejam independentes. Com base nessas informações, **não** podemos concluir que A e C são independentes.

Por exemplo, suponha que o 1º e 2º lançamentos serão de moedas **equilibradas**. Suponha que, se o resultado do 1º lançamento for CARA, o 3º lançamento será de uma moeda **desequilibrada**; caso contrário, o 3º lançamento será de uma moeda equilibrada.

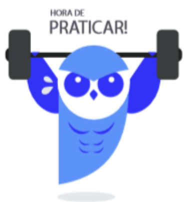
Suponha os mesmos eventos A = {CARA na 1ª}, B = {COROA na 2ª} e C = {CARA na 3ª}.

Nesse exemplo, os eventos A e B são **independentes** (2 lançamentos separados) e os eventos B e C são **independentes**, pois o resultado do 2º lançamento em nada influencia no resultado do 3º lançamento. Porém, os eventos A e C **não são independentes**, pois o resultado do 1º lançamento afeta o resultado do 3º lançamento.

Generalizando, para n eventos independentes, vale a relação:

$$\boxed{\boldsymbol{P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1) \times P(A_2) \times \ldots \times P(A_n)}}$$

Porém, o **contrário não** é verdadeiro, ou seja, não podemos concluir que os eventos são independentes, a partir dessa igualdade.



(VUNESP/2019 – Prefeitura de Cerquilho/SP) Em uma prova de múltipla escolha de língua chinesa, cada uma das 5 questões tem 4 alternativas. A probabilidade de uma pessoa acertar todas as questões, sem conhecer a língua, e escolhendo, aleatoriamente, uma alternativa em cada questão, é

a) $\frac{1}{1024}$

b) $\frac{1}{512}$

c) $\frac{1}{256}$

d) $\frac{1}{20}$

e) $\frac{1}{4}$

Comentários:

A probabilidade de acertar todas as questões, escolhendo aleatoriamente as respostas, corresponde à **interseção** de acertar cada uma das questões.

Sabendo que há 4 alternativas, a probabilidade de acertar uma questão é:

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

Assim, a probabilidade de acertar as 5 questões, considerando que são eventos **independentes**, é o **produto**:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) = P(A) \times P(A) \times P(A) \times P(A) \times P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{1024}$$

Gabarito: A.

(VUNESP/2018 – UNICAMP/SP) Dentre os bebedores de cerveja, sabe-se que 1/3 preferem a marca A. Se três deles são escolhidos ao acaso, a probabilidade de que nenhum deles preferem a marca A é

a) $\frac{1}{27}$

b) $\frac{5}{9}$

c) $\frac{8}{27}$

d) $\frac{2}{9}$

e) $\frac{2}{3}$

Comentários:

Sabendo que $\frac{1}{3}$ dos bebedores preferem a marca A, então a probabilidade de escolher um bebedor que não prefira é complementar:

$$P = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Considerando que a escolha de um bebedor **independe** da escolha de outro, então, escolhendo 3 bebedores ao acaso, a probabilidade de que nenhum dos 3 bebedores prefira a marca A corresponde à **interseção** dos eventos (**produto** das probabilidades):

$$P \times P \times P = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

Gabarito: C.

(FGV/2017 – TJ/AL) Os eventos A, B e C de um espaço amostral são tais que A é independente de B, e B é independente de C. Sabe-se ainda que os três têm probabilidade não nula de ocorrência.

Com tais informações, é correto afirmar que:

a) A é independente de C;

b) A, B e C são mutuamente independentes;

c) A e C são mutuamente exclusivos;

d) B é independente do complementar de C;

e) $P(A).P(B).P(C) = P(A \cap B|C)$.

Comentários:

Sabendo que A é independente de B e que B é independente de C, **não** podemos afirmar nada a respeito da dependência entre A e C, muito menos a respeito da dependência dos 3 eventos. Por esses motivos, as alternativas A e B estão incorretas.

Por outro lado, podemos afirmar que os **complementares** dos eventos apresentam a mesma relação de independência dos respectivos eventos. Logo, a afirmativa D está correta.

Em relação à alternativa C, se 2 eventos são mutuamente exclusivos, a sua **interseção** é **nula**. Como o enunciado não menciona a respeito da interseção, não podemos saber se os eventos são mutuamente exclusivos, ou não. Logo, a alternativa C está incorreta.

Em relação à alternativa E, pela definição de probabilidade condicional, temos:

$$P(A \cap B|C) = \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(C)}$$

Como não sabemos se A, B e C são independentes e considerando que o enunciado não forneceu elementos que nos permitem calcular $P(A \cap B \cap C)$, não podemos calcular $P(A \cap B|C)$. Logo, a alternativa E está incorreta.

Gabarito: D

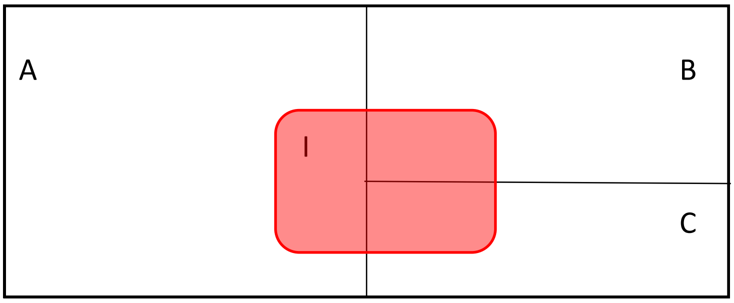
Teorema da Probabilidade Total

O Teorema da Probabilidade Total permite calcular a probabilidade de um evento B, quando conhecemos as **probabilidades condicionais** desse evento.

Por exemplo, suponha que, em um banco, o nível de inadimplência dos pagadores do grupo A (melhores pagadores) seja 1%; o nível de inadimplência dos pagadores do grupo B seja 5%; e o nível de inadimplência dos pagadores do grupo C seja de 10%.

Além disso, suponha que o grupo A represente 50% dos pagadores; o grupo B represente 30%; e o grupo C represente 20%. Com base nesses valores, podemos calcular a **probabilidade total** de inadimplência, ou seja, a probabilidade de inadimplência de um cliente qualquer, sem saber a que grupo ele pertence.

Para isso, consideramos que a probabilidade do evento I (inadimplência) está “espalhada” nos três grupos, ou seja, temos os inadimplentes do grupo A, os inadimplentes do grupo B e os inadimplentes do grupo C, como representado a seguir.



Portanto, a probabilidade total de inadimplência é a soma dos inadimplentes de cada grupo, ou seja, a soma das interseções de I com os grupos A, B e C:

$$\boldsymbol{P(I) = P(I \cap A) + P(I \cap B) + P(I \cap C)}$$

Pelo **Teorema da Multiplicação**, substituímos as interseções pelos produtos das probabilidades:

$$\boxed{\boldsymbol{P(I) = P(I|A) \times P(A) + P(I|B) \times P(B) + P(I|C) \times P(C)}}$$

Nesse exemplo, temos P(A) = 0,5, P(B) = 0,3, P(C) = 0,2, P(I|A) = 0,01, P(I|B) = 0,05 e P(I|C) = 0,1. Logo, a probabilidade de um cliente qualquer ser inadimplente é:

$$P(I) = 0{,}5 \times 0{,}01 + 0{,}3 \times 0{,}05 + 0{,}2 \times 0{,}1$$

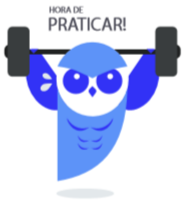
$$P(I) = 0{,}005 + 0{,}015 + 0{,}02 = 0{,}04 = 4\%$$

Essa relação vale para qualquer número de eventos. Havendo **apenas 2 eventos a priori**, como se fossem apenas 2 classificações de clientes, A e $\bar{A}$, a probabilidade total $P(I)$ é dada por:

$$\boxed{\boldsymbol{P(I) = P(I|A) \times P(A) + P(I|\bar{A}) \times P(\bar{A})}}$$

Generalizando, com n eventos A_i e conhecendo $P(I|A_i)$, temos $P(I)$ dado por:

$$\boxed{\boldsymbol{P(I) = P(I|A_1) \times P(A_1) + P(I|A_2).P(A_2) + \cdots + P(I|A_n).P(A_n)}}$$



(CESPE/2015 – Departamento Penitenciário Nacional – Área 4) As probabilidades dos eventos aleatórios A = "o infrator é submetido a uma pena alternativa" e B = "o infrator reincide na delinquência" são representadas, respectivamente, por P(A) e P(B). Os eventos complementares de A e B são denominados, respectivamente, por $\bar{A}$ e $\bar{B}$. Considerando que P(A) = 0,4, e que as probabilidades condicionais $P(B|\bar{A}) = 0{,}3$ e $P(B|A) = 0{,}1$, julgue o item a seguir.

P(B) ≤ 0,2.

Comentários:

A questão trata da **probabilidade total** de B, dada por:

$$P(B) = P(B|A) \times P(A) + P(B|\bar{A}) \times P(\bar{A})$$

O enunciado informa que $P(A) = 0{,}4$; $P(B|A) = 0{,}1$ e $P(B|\bar{A}) = 0{,}3$.

Ademais, sabendo que $P(A) = 0{,}4$, o seu complementar é:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$$

Substituindo esses valores, temos:

$$P(B) = 0{,}1 \times 0{,}4 + 0{,}3 \times 0{,}6 = 0{,}04 + 0{,}18 = 0{,}22$$

Esse resultado é **maior** que 0,2: $P(B) > 0{,}2$.

Gabarito: Errado.

(FGV/2019 – DPE/RJ) 10% das lâmpadas fabricadas pela empresa A queimam antes de 1000h de funcionamento. Das fabricadas pela empresa B, 5% queima antes de 1000h de funcionamento. Das fabricadas pela empresa C, 1% queima antes de 1000h de funcionamento. Em uma grande loja de varejo, 20% das lâmpadas em estoque são da marca A, 30% são da marca B e 50% são da marca C. Uma lâmpada é escolhida ao acaso do estoque dessa loja.

A probabilidade de que ela não queime antes de 1000h de funcionamento é igual a.

a) 0,76

b) 0,84

c) 0,92

d) 0,96

e) 0,98

Comentários:

A questão trabalha com o Teorema da Probabilidade Total, pois informa as probabilidades de durabilidade, condicionadas aos fabricantes, e pede a probabilidade de durabilidade, não condicionada.

A probabilidade de a lâmpada **não queimar** antes de 1000h é **complementar** à probabilidade de ela **queimar** antes de 1000h:

$$P(\bar{Q}) = 1 - P(Q)$$

O enunciado informa que:

- 10% das lâmpadas fabricadas por A queimam antes de 1000h: P(Q|A) = 0,1;
- 5% das lâmpadas fabricadas por B queimam antes de 1000h: P(Q|B) = 0,05;
- 1% das lâmpadas fabricadas por C queimam antes de 1000h: P(Q|C) = 0,01;
- 20% das lâmpadas são fabricadas por A: P(A) = 0,2;
- 30% das lâmpadas são fabricadas por B: P(B) = 0,3;
- 50% das lâmpadas são fabricadas por C: P(C) = 0,5.

Pelo Teorema da Probabilidade Total, temos:

$$P(Q) = P(Q|A) \times P(A) + P(Q|B) \times P(B) + P(Q|C) \times P(C)$$

Substituindo os valores fornecidos, temos:

$$P(Q) = 0{,}1 \times 0{,}2 + 0{,}05 \times 0{,}3 + 0{,}01 \times 0{,}5 = 0{,}02 + 0{,}015 + 0{,}005 = 0{,}04$$

Portanto, a probabilidade de a lâmpada não queimar é complementar:

$$P(\bar{Q}) = 1 - P(Q) = 1 - 0{,}04 = 0{,}96$$

Gabarito: D

(FCC/2016 – Analista Judiciário do TRT 11ª Região) Um determinado órgão público recebe mensalmente processos que devem ser analisados por 2 analistas: A e B. Sabe-se que esses dois analistas recebem a mesma proporção de processos para a análise. Sabe-se que 20% de todos os processos encaminhados para A são analisados no mês de recebimento e que 10% são indeferidos. Sabe-se também que 40% dos processos encaminhados para B são analisados no mês de recebimento e que 20% são indeferidos.

Um processo recebido em determinado mês é selecionado ao acaso. A probabilidade de ele ser deferido naquele mesmo mês é igual a

a) 0,245

b) 0,350

c) 0,500

d) 0,420

e) 0,250

Comentários:

Pela probabilidade total, a probabilidade de um processo ser **deferido** no mesmo mês é:

$$P(D) = P(D|A) \times P(A) + P(D|B) \times P(B)$$

Sabemos que P(A) = P(B). Como P(A) + P(B) = 1, então P(A) = P(B) = 0,5.

Além disso, sabemos que a probabilidade de o processo ser **deferido** no mesmo mês é o **complementar** de ele ser **indeferido** no mesmo mês.

O enunciado informa que:

- 20% dos processos de A são analisados no mês e 10% deles são **indeferidos**. Ou seja, 90% dos processos analisados no mês por A são **deferidos**:

$$P(D|A) = 0{,}2 \times 0{,}9 = 0{,}18$$

- 40% dos processos de B são analisados no mês e 20% deles são **indeferidos**. Ou seja, 80% dos processos analisados no mês por B são **deferidos**:

$$P(D|B) = 0{,}4 \times 0{,}8 = 0{,}32$$

Inserindo esses valores no Teorema da Probabilidade Total, temos:

$$P(D) = 0{,}18 \times 0{,}5 + 0{,}32 \times 0{,}5 = 0{,}09 + 0{,}16 = 0{,}25$$

Gabarito: E

Teorema de Bayes

O Teorema de Bayes é usado quando conhecemos as probabilidades condicionais da forma P(B|A), e queremos calcular a probabilidade condicional da forma P(A|B), isto é, **invertendo**-se os eventos a **priori** e a **posteriori**.

No exemplo da inadimplência que vimos antes, conhecemos as probabilidades de **inadimplência para cada grupo**, isto é, com a **inadimplência** sendo o evento a **posteriori** e os **grupos** A, B e C sendo os eventos a **priori**:

- P(**I**|A) = 0,01
- P(**I**|B) = 0,05
- P(**I**|C) = 0,1.

Mas, podemos calcular a probabilidade de um cliente **pertencer a um dos grupos** (por exemplo ao grupo A), **sabendo** que ele foi **inadimplente**, ou seja, tendo a **inadimplência** como evento a **priori**:

- P(A|**I**) = ?

Para isso, vamos utilizar a fórmula da **probabilidade condicional**:

$$P(A|I) = \frac{P(A \cap I)}{P(I)}$$

Pelo **Teorema da Multiplicação**, podemos escrever o numerador em função da probabilidade condicional P(I|A), que **conhecemos**, isto é, com o evento **inadimplência a posteriori**:

$$P(A \cap I) = P(I|A) \times P(A)$$

Pelo **Teorema da Probabilidade Total**, podemos escrever o denominador como:

$$P(I) = P(I|A) \times P(A) + P(I|B) \times P(B) + P(I|C) \times P(C)$$

Assim, a fórmula do **Teorema de Bayes** para é:

$$\boxed{\boldsymbol{P(A|I) = \frac{P(I|A) \times P(A)}{P(I|A) \times P(A) + P(I|B) \times P(B) + P(I|C) \times P(C)}}}$$

Para o nosso exemplo, já calculamos o denominador, que corresponde à probabilidade de um cliente ser inadimplente, pela probabilidade total:

$$P(I) = P(A).P(I|A) + P(B).P(I|B) + P(C).P(I|C) = 0{,}04$$

Também sabemos que P(I|A) = 0,01 e P(A) = 0,5, portanto, a probabilidade de um cliente inadimplente ser do grupo A é:

$$P(A|I) = \frac{0{,}01 \times 0{,}5}{0{,}04} = \frac{0{,}005}{0{,}04} = \frac{1}{8} = 0{,}125 = 12{,}5\%$$

De maneira geral, com n eventos A_i e conhecendo as probabilidades $P(B|A_i)$, então a probabilidade de algum evento A_m, condicionada ao evento B é:

$$\boldsymbol{P(A_m|B) = \frac{P(B|A_m).P(A_m)}{P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) + \cdots + P(B|A_n).P(A_n)}}$$

(FGV/2019 – DPE/RJ) A abrangência do atendimento da Defensoria Pública depende da condição econômica do cidadão e também do tipo de causa envolvida. Sabe-se que 80% das demandas surgem em função da hipossuficiência econômica, e os outros 20% devem-se a causas no âmbito criminal. Entre aqueles que não dispõem de recursos, 90% têm suas necessidades atendidas, enquanto entre os envolvidos em ações criminais, só 40% são beneficiados com a gratuidade.

Suponha que um indivíduo do cadastro dos que procuram a Defensoria seja sorteado ao acaso, verificando-se tratar-se de alguém atendido gratuitamente.

Então, a probabilidade de que o sorteado seja um dos que procuraram a Defensoria por causa de questões criminais é igual a:

a) $\frac{1}{10}$

b) $\frac{2}{10}$

c) $\frac{6}{10}$

d) $\frac{7}{10}$

e) $\frac{9}{10}$

Comentários:

A questão trabalha com o Teorema de Bayes, pois informa as probabilidades de gratuidade condicionadas aos tipos de situação e pergunta pela probabilidade do tipo de situação, condicionada à gratuidade, isto é, **inverte** os eventos **a priori** e **a posteriori**.

O enunciado informa que:

- 80% das demandas surgem por hipossuficiência econômica: P(H) = 0,8;
- Os outros 20% das demandas surgem por causas criminais: P(C) = 0,2;
- 90% das demandas de hipossuficiência econômica conseguem gratuidade: P(G|H) = 0,9
- 40% das demandas por causas criminais conseguem gratuidade: P(G|C) = 0,4

Assim, a probabilidade de a demanda ser por causas criminais, sabendo que conseguiu gratuidade, P(C|G), é dada pela fórmula de Bayes:

$$P(C|G) = \frac{P(G|C) \times P(C)}{P(G|C) \times P(C) + P(G|H) \times P(H)}$$

Substituindo os valores do enunciado, temos:

$$P(C|G) = \frac{0{,}4 \times 0{,}2}{0{,}4 \times 0{,}2 + 0{,}9 \times 0{,}8} = \frac{0{,}08}{0{,}08 + 0{,}72} = \frac{0{,}08}{0{,}80} = \frac{1}{10}$$

Gabarito: A

(FCC/2018 – Analista Judiciário do TRT 14ª Região) Uma cidade sede do interior possui três varas trabalhistas. A 1ª Vara comporta 50% das ações trabalhistas, a 2ª Vara comporta 30% e a 3ª Vara as 20% restantes. As porcentagens de ações trabalhistas oriundas da atividade agropecuária são 3%, 4% e 5% para a 1ª, 2ª e 3ª Varas, respectivamente. Escolhe-se uma ação trabalhista aleatoriamente e constata-se ser originária da atividade agropecuária. A probabilidade dessa ação ser da 1ª Vara trabalhista é, aproximadamente:

a) 0,5312.

b) 0,3332.

c) 0,1241.

d) 0,4909.

e) 0,4054.

Comentários:

O enunciado fornece as proporções das ações de atividade agropecuária para cada uma das varas (ou seja, tendo as ações de atividade agropecuária como probabilidade a **posteriori**) e exige a probabilidade uma ação de ser da 1ª Vara, sabendo que ela trata atividade agropecuária (ou seja, tendo as ações de atividade agropecuária como evento a **priori**).

Pelo Teorema de Bayes, $P(V_1|A)$ é dado por:

$$P(V_1|A) = \frac{P(A|V_1) \times P(V_1)}{P(A|V_1) \times P(V_1) + P(A|V_2) \times P(V_2) + P(A|V_3) \times P(V_3)}$$

A questão informa que:

- A 1ª Vara comporta 50% das ações: $P(V_1) = 0{,}5$;
- A 2ª Vara comporta 30% das ações: $P(V_2) = 0{,}3$;
- A 3ª Vara comporta 20% das ações: $P(V_3) = 0{,}2$;
- As percentagens das ações de atividade agropecuária para as Varas 1, 2 e 3 são, respectivamente, 3%, 4% e 5%: $P(A|V_1) = 0{,}03$, $P(A|V_2) = 0{,}04$ e $P(A|V_3) = 0{,}05$.

Substituindo esses valores na fórmula do Teorema de Bayes, temos:

$$P(V_1|A) = \frac{0{,}03 \times 0{,}5}{0{,}03 \times 0{,}5 + 0{,}04 \times 0{,}3 + 0{,}05 \times 0{,}2} = \frac{0{,}015}{0{,}015 + 0{,}012 + 0{,}01} = \frac{0{,}015}{0{,}037} \cong 0{,}4054$$

Gabarito: E.

(CESPE/2019 – TJ/AM) Se Carlos estiver presente na aula ministrada pela professora Paula, a probabilidade de ele aprender o conteúdo abordado é de 80%; se ele estiver ausente, essa probabilidade cai para 0%. Em 25% das aulas da professora Paula, Carlos está ausente.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Se Carlos não aprendeu o conteúdo ministrado na aula da professora Paula, então a probabilidade de ele ter estado presente na aula é inferior a 50%.

Comentários:

O enunciado informa que:

- Se Carlos estiver presente na aula, a probabilidade de aprender o conteúdo é de 80%: $P(Ap|P) = 0{,}8$, em que Ap corresponde ao aprendizado e P corresponde à presença;
- Se Carlos estiver ausente, a probabilidade de aprender é 0%: $P(Ap|\bar{P}) = 0$, em que $\bar{P}$ corresponde à não presença, isto é, à ausência;
- Carlos está ausente em 25%: $P(\bar{P}) = 0{,}25$.

Para calcular a probabilidade de Carlos ter estado presente, sabendo que ele não aprendeu o conteúdo, isto é, $P(P|\overline{Ap})$, em que $\overline{Ap}$ corresponde ao não aprendizado, utilizamos a fórmula de Bayes:

$$P(P|\overline{Ap}) = \frac{P(\overline{Ap}|P) \times P(P)}{P(\overline{Ap}|P) \times P(P) + P(\overline{Ap}|\bar{P}) \times P(\bar{P})}$$

Sabemos que a probabilidade de Carlos **aprender**, dado que esteve presente, é $P(Ap|P) = 0{,}8$. Assim, a probabilidade de Carlos **não aprender**, dado que esteve presente, corresponde à probabilidade do evento **complementar**:

$$P(\overline{Ap}|P) = 1 - P(Ap|P) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$$

Sabemos ainda que a probabilidade de Carlos **não** estar presente é $P(\bar{P}) = 0{,}25$. Logo, a probabilidade de Carlos estar presente corresponde à probabilidade do evento **complementar**:

$$P(P) = 1 - P(\bar{P}) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$$

Por fim, sabemos que a probabilidade de Carlos **aprender**, dado que **não** esteve **presente**, é $P(Ap|\bar{P}) = 0$. Logo, a probabilidade de Carlos **não aprender**, dado que **não** esteve **presente**, é complementar:

$$P(\overline{Ap}|\bar{P}) = 1 - P(Ap|\bar{P}) = 1 - 0 = 1$$

Substituindo esses valores na fórmula de Bayes, temos:

$$P(P|\overline{Ap}) = \frac{0{,}2 \times 0{,}75}{0{,}2 \times 0{,}75 + 1 \times 0{,}25} = \frac{0{,}15}{0{,}15 + 0{,}25} = \frac{0{,}15}{0{,}4} = 37{,}5\%$$

Ou seja, a probabilidade de Carlos estar presente, sabendo que ele não aprendeu é inferior a 50%

Gabarito: Certo.

ESQUEMATIZANDO

Probabilidade Condicional

Probabilidade **Condicional**: $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Teorema da **Multiplicação**: $P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A)$

Teorema da **Probabilidade Total**: $P(I) = P(I|A) \times P(A) + P(I|B) \times P(B)$

Teorema de **Bayes**: $P(A|I) = \frac{P(I \cap A)}{P(I)} = \frac{P(I|A) \times P(A)}{P(I|A) \times P(A) + P(I|B) \times P(B)}$

Independência

A e B independentes $\leftrightarrow$ $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

A, B e C independentes $\rightarrow$ $P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$

Resumo da Aula

Definição clássica de probabilidade

$$P(A) = \frac{número\ de\ casos\ favoráveis}{número\ de\ casos\ totais} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Probabilidade da União – caso geral

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Probabilidade da União – eventos mutuamente excludentes: $P(A \cap B) = 0$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Teorema do Evento Complementar

Vale também para combinação de eventos (união e interseção) e para probabilidades condicionais

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Axiomas/Propriedades de Probabilidade

$$P(U) = 1$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Probabilidade Condicional – quando sabemos que o evento A ocorreu

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A)$$

Eventos Independentes – o resultado de um não influencia o resultado do outro

$$P(B|A) = P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A)$$

Teorema da Probabilidade Total: probabilidade do todo, a partir das probabilidades condicionais

$$P(I) = P(I|A) \times P(A) + P(I|B) \times P(B) + P(I|C) \times P(C)$$

Teorema de Bayes: quando a questão inverte os eventos a priori e a posteriori

$$P(A|I) = \frac{P(I|A) \times P(A)}{P(I|A) \times P(A) + P(I|B) \times P(B) + P(I|C) \times P(C)}$$

QUESTÕES COMENTADAS – MULTIBANCAS

Conceitos Iniciais

1. (SELECON/2021 – SEDUC/MT) Os estatísticos usam a palavra experimento para descrever qualquer processo que gere um conjunto de dados. O conjunto de todos os resultados possíveis em um experimento estatístico é chamado de:

a) estudos observacionais

b) população

c) espaço amostral

d) amostra

Comentários:

O conjunto de **todos os resultados possíveis** de um experimento ou fenômeno aleatório é chamado de **Espaço Amostral**.

Gabarito: C

2. (CESGRANRIO/2010 – IBGE) A teoria da probabilidade permite que se calcule a chance de ocorrência de um número em um experimento aleatório. Considerando a teoria das probabilidades analise as afirmações abaixo.

I - Experimentos mutuamente excludentes são aqueles cujos elementos integrantes apresentam características únicas e os resultados possíveis não serão previsíveis.

II - Experimento aleatório é aquele cujo resultado é imprevisível, porém pertence necessariamente a um conjunto de resultados possíveis denominado espaço amostral.

III - Qualquer subconjunto do espaço amostral é denominado evento, sendo que, se esse subconjunto possuir apenas um elemento, o denominamos evento elementar.

É(São) correta(s) a(s) afirmativa(s)

a) I, apenas.

b) II, apenas.

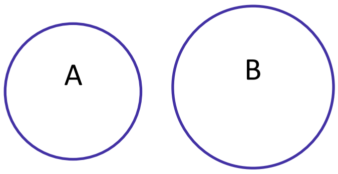
c) I e II, apenas.

d) II e III, apenas.

e) I, II e III.

Comentários:

Em relação à afirmativa I, experimentos mutuamente excludentes são aqueles que não apresentam interseção, conforme ilustrado abaixo:



Podemos calcular as suas probabilidades, como fazemos para quaisquer outros eventos. Logo, a afirmativa I está incorreta.

Em relação à afirmativa II, não sabemos quais serão os resultados dos experimentos aleatórios, mas conhecemos o conjunto de suas possibilidades, o que chamamos de Espaço Amostral, de fato. Logo, a afirmativa II está correta.

Em relação à afirmativa III, um evento é um subconjunto do Espaço Amostral e, quando o evento possui apenas 1 elemento, ele é chamado de evento elementar. Logo, a afirmativa III está correta.

Gabarito: D

3. (CESGRANRIO/2010 – IBGE) Relacione os conceitos probabilísticos às suas definições

Conceito

I – Experimentos Aleatórios

II – Espaços Amostrais

III – Eventos Mutuamente Exclusivos

Definição

P – Eventos que não podem acontecer ao mesmo tempo; a ocorrência de um elimina a possibilidade de ocorrência do outro.

Q – Conjuntos universo ou conjuntos de resultados possíveis de um experimento aleatório.

R – Eventos cujos elementos participantes não possuem pontos em comum.

S – Fenômenos que, mesmo repetidos várias vezes sob condições semelhantes, apresentem resultados imprevisíveis.

Estão corretas as associações

a) I – S; II – Q e III – P.

b) I – S; II – P e III – Q.

c) I – P; II – Q e III – S.

d) I – R; II – P e III – Q.

e) I – Q; II – P e III – R.

Comentários:

Experimentos Aleatórios são fenômenos cujos resultados não são conhecidos (não sabemos qual será o resultado de cada experimento). Logo, temos:

I – S

Espaço Amostral é o conjunto de resultados possíveis de um experimento aleatório:

II – Q

Eventos Mutuamente Excludentes são aqueles não podem acontecer ao mesmo tempo (a ocorrência de um elimina a possibilidade do outro) e que não possuem elementos em comum (não possuem interseção):

III – P ou R

Gabarito: A

QUESTÕES COMENTADAS – MULTIBANCAS

Definições de Probabilidade

CEBRASPE

1. (Cebraspe/2022 – DPE/RO) Um lote contendo 100 componentes foi testado por 1.000 horas. Nesse período, 4 componentes falharam. A partir das informações anteriores, assinale a opção que corresponde à taxa de falha do teste em questão.

a) 20%

b) 8%

c) 4%

d) 16%

e) 10%

Comentários:

Essa questão pede a probabilidade de falha. A probabilidade clássica é a razão entre o número de casos favoráveis e o número total de casos possíveis. Considerando que 4 componentes falharam (casos favoráveis), dentre 100 componentes (total de casos), a probabilidade de falha é:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(F)}{n(U)} = \frac{4}{100} = 0{,}04 = 4\%$$

Gabarito: C.

2. (Cebraspe/2021 – SEED/PR) A tabela a seguir mostra o valor unitário por ação de determinada empresa na bolsa de valores ao longo de dez dias úteis.

Dia	Valor da abertura (em R$)	Valor do fechamento (em R$)
1º	100,00	90,00
2º	90,00	110,00
3º	110,00	121,00
4º	121,00	120,00
5º	120,00	144,00
6º	144,00	160,00
7º	160,00	194,00
8º	194,00	180,00
9º	180,00	160,00
10º	160,00	140,00

Caso uma pessoa compre ações dessa empresa pelo valor de abertura (VA) e faça a revenda total dessas ações, ao final do mesmo dia, pelo valor de fechamento (VF), o lucro ou o prejuízo percentual diário (LP) poderá ser calculado pela seguinte fórmula, de modo que LP > 0 indica lucro e LP < 0 indica prejuízo.

$$LP = \frac{VF - VA}{VA}$$

Ainda considerando as informações do texto 6A3-I, suponha que uma pessoa tenha decidido investir nas ações daquela empresa em um único dia entre aqueles 10 dias úteis. Suponha, também, que a escolha da data do investimento tenha sido tomada aleatoriamente e que tenha ocorrido antes do primeiro dia listado na tabela. Nessas condições, a probabilidade de essa pessoa ter um lucro superior a 20% é de

a) 10%

b) 20%

c) 30%

d) 40%

e) 50%

Comentários:

A probabilidade de a pessoa ter um lucro superior a 20%, entre o valor de fechamento e o de abertura de um único dia, em um desses 10 dias indicados na tabela, corresponde à razão entre o número de dias em que o lucro diário superou 20% e o número total de dias (no caso, 10).

Para sabermos o número de dias em que o lucro superou 20%, precisamos calcular o lucro diário, conforme tabela a seguir, mas sem perder tempo calculando o percentual do prejuízo:

Dia	Valor da abertura (em R$)	Valor do fechamento (em R$)	Lucro
1º	100,00	90,00	Prejuízo
2º	90,00	110,00	$LP = \frac{110-90}{90} \cong 22\%$
3º	110,00	121,00	$LP = \frac{121-110}{110} = 10\%$
4º	121,00	120,00	Prejuízo
5º	120,00	144,00	$LP = \frac{144-120}{120} = 20\%$
6º	144,00	160,00	$LP = \frac{160-144}{144} \cong 11\%$
7º	160,00	194,00	$LP = \frac{194-160}{160} \cong 21\%$
8º	194,00	180,00	Prejuízo
9º	180,00	160,00	Prejuízo
10º	160,00	140,00	Prejuízo

Portanto, o número de dias em que o lucro foi **superior** a 20% foi 2 (2º e 7º dias):

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{2}{10} = 20\%$$

Gabarito: B

3. (Cebraspe/2022 – PC/PB)

Residência	Homem	Mulher
João Pessoa	75	83
Outras cidades da Paraíba	20	30
Outros Estados	15	17

A tabela acima mostra os resultados de uma pesquisa feita em um Shopping Center em João Pessoa sobre o local de residência de seus frequentadores, na qual foram entrevistadas 240 pessoas. Todas as fichas das 240 pessoas entrevistadas foram colocadas em um fichário. Nessa situação, se uma das fichas for retirada aleatoriamente do fichário, a probabilidade da ficha corresponder a uma mulher residente na Paraíba é

a) inferior a 0,35

b) superior a 0,36 e inferior a 0,42

c) superior a 0,56

d) superior a 0,43 e inferior a 0,49

e) superior a 0,50 e inferior a 0,55

Comentários:

Essa questão pede de selecionar aleatoriamente uma mulher residente na Paraíba. O enunciado informou que há um total de 240 fichas, que é o número de casos totais $n(U) = 240$.

E os casos favoráveis correspondem às mulheres residentes na Paraíba. Segundo a tabela, há 83 mulheres de João Pessoa (capital da Paraíba) e 30 mulheres de outras cidades da Paraíba, logo, o número de casos favoráveis é:

$$n(A) = 83 + 30 = 113$$

Portanto, a probabilidade desejada é:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{113}{240} \cong 0{,}47$$

Que é superior a 0,43 e inferior a 0,49.

Gabarito: D

4. (Cebraspe/2022 – PETROBRAS) O item a seguir é apresentada uma situação hipotética seguida de uma assertiva a ser julgada a respeito de probabilidade e estatística.

De 10 contêineres, numerados de 1 a 10, deseja-se inspecionar ao acaso três deles. Sabendo que existem cargas irregulares nos contêineres 2, 5 e 7 e que a probabilidade de escolherem qualquer trio de contêineres é a mesma, então a probabilidade de a equipe de inspeção escolher os contêineres problemáticos é superior a 1%.

Comentários:

A questão informa que serão selecionados 3 contêineres, dentre 10, e pede a probabilidade de selecionar 3 contêineres específicos.

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Nessa situação, há um único evento favorável $n(A) = 1$; e o total de eventos corresponde às possibilidades de selecionar quaisquer 3 elementos, dentre 10 (combinação):

$$n(U) = C_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)! \times 3!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! \times 3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 10 \times 3 \times 4 = 120$$

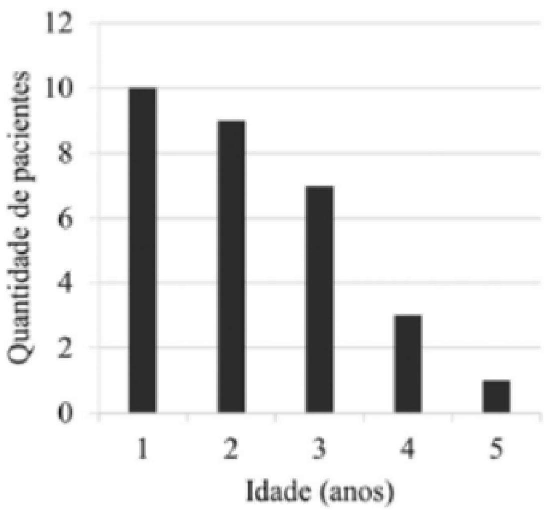
E a probabilidade é:

$$P = \frac{1}{120}$$

Que é **inferior** a $1\% = \frac{1}{100}$.

Gabarito: Errado.

5. (Cebraspe/2022 – PC/PB) Um levantamento identificou que, em um hospital infantil, os pacientes seguiam a seguinte distribuição por idade.



Com relação à distribuição de frequência da idade dos pacientes apresentada no texto acima, assinale a opção correta.

a) Se forem escolhidas duas crianças aleatoriamente para fazerem um exame clínico, a probabilidade de as duas crianças terem 2 anos de idade é de 8,0%.

b) Caso seja escolhida aleatoriamente uma criança para fazer um exame clínico, a probabilidade de ela ter 3 anos ou mais é de 60,0%.

c) Se todas as crianças com quatro anos ou mais estiverem brincando no jardim do hospital no momento que foi escolhida aleatoriamente uma criança com 3 anos para também ir ao jardim, a chance de uma criança específica ser a escolhida é de 26,9%.

d) Caso uma criança seja escolhida aleatoriamente para fazer um exame clínico e, no dia seguinte, mais uma criança seja escolhida aleatoriamente para fazer este mesmo exame, a probabilidade de a mesma criança ser escolhida nos dois dias é de 3,3%.

e) Se forem escolhidas quatro crianças aleatoriamente para fazer um exame clínico, a probabilidade de nenhuma delas ter 3 anos ou mais é de 14,1%.

Comentários:

Para resolver essa questão, precisamos calcular as probabilidades indicadas em cada alternativa, com base no gráfico. Segundo este, há **10** crianças de 1 ano, **9** crianças de 2 anos, **7** crianças de 3 anos, **3** crianças de 4 anos e **1** criança de 5 anos, totalizando **30** crianças ao todo.

Em relação à alternativa A, a probabilidade de 2 crianças escolhidas terem 2 anos é a razão entre a combinação de 2 elementos, dentre as 9 crianças de 2 anos (eventos favoráveis), e a combinação de 2 elementos, dentre todas as 30 crianças (todos os eventos possíveis):

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{eventos\ possíveis} = \frac{C_{9,2}}{C_{30,2}}$$

Calculando as combinações em separado, temos:

$$C_{9,2} = \frac{9!}{(9-2)! \times 2!} = \frac{9 \times 8 \times 7!}{7! \times 2!} = \frac{9 \times 8}{2} = 9 \times 4 = 36$$

$$C_{30,2} = \frac{30!}{(30-2)! \times 2!} = \frac{30 \times 29 \times 28!}{28! \times 2!} = \frac{30 \times 29}{2} = 15 \times 29 = 435$$

E a probabilidade corresponde à razão entre esses resultados:

$$P = \frac{C_{9,2}}{C_{30,2}} = \frac{36}{435} = \frac{12}{145} \cong 8,3\%$$

Embora seja próximo, a alternativa A afirmou a probabilidade é 8,**0**% (e não 8,**3**%) e por isso está incorreta.

Em relação à alternativa B, a probabilidade de 1 criança escolhida ter 3 anos ou mais é a razão entre o número de crianças com 3 ou mais anos de idade (eventos favoráveis) e o número total de crianças (total de eventos possíveis):

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{eventos\ possíveis} = \frac{7+3+1}{30} = \frac{11}{30} \cong 36,7\%$$

E não 60%, como indicado na alternativa B, logo, ela está incorreta.

Em relação à alternativa C, a probabilidade de selecionar uma criança específica, dentre as crianças com 3 anos, é a razão entre 1 (eventos favoráveis: a criança específica) e o número total de crianças com 3 anos (total de eventos possíveis):

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{eventos\ possíveis} = \frac{1}{7} \cong 14{,}3\%$$

E não 26,9%, como indicado na alternativa C, e por isso ela está incorreta.

A alternativa D informa que uma criança será escolhida para fazer um exame e que, no dia seguinte, **mais uma** criança será escolhida para fazer o mesmo exame. Com essa redação, entendemos que **outra criança** será escolhida no dia seguinte, ou seja, não escolheríamos a mesma criança em ambos os dias. Por isso, a alternativa D está incorreta.

Em relação à alternativa E, a probabilidade de, dentre 4 crianças selecionadas, nenhuma ter 3 anos ou mais corresponde à razão entre a combinação 4 crianças dentre aquelas com 1 ou 2 anos (eventos favoráveis) e a combinação de 4 crianças dentre todas as 30 crianças. Sabendo que há 19 crianças com 1 ou 2 anos, temos:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{eventos\ possíveis} = \frac{C_{19,4}}{C_{30,4}}$$

Calculando as combinações em separado, temos:

$$C_{19,4} = \frac{19!}{(19-4)! \times 4!} = \frac{19 \times 18 \times 17 \times 16 \times 15!}{15! \times 4!} = \frac{19 \times 18 \times 17 \times 16}{4!}$$

Vamos deixar para fazer as contas depois:

$$C_{30,4} = \frac{30!}{(30-4)! \times 4!} = \frac{30 \times 29 \times 28 \times 27 \times 26!}{26! \times 4!} = \frac{30 \times 29 \times 28 \times 27}{4!}$$

E a razão é:

$$P = \frac{C_{19,4}}{C_{30,4}} = \frac{\frac{19 \times 18 \times 17 \times 16}{4!}}{\frac{30 \times 29 \times 28 \times 27}{4!}} = \frac{19 \times 18 \times 17 \times 16}{30 \times 29 \times 28 \times 27}$$

$$P = \frac{19 \times \cancel{18} \times 17 \times \cancel{16}^{4}}{{}_{5}\cancel{30} \times 29 \times \cancel{28}_{7} \times \cancel{27}_{9}} = \frac{19 \times 17 \times 4}{5 \times 29 \times 7 \times 9} = \frac{1292}{9135} \cong 14{,}1\%$$

Que é o resultado indicado na alternativa E.

Gabarito: E

6. (Cebraspe/2021 – CBM/TO) Considere que em um plantão estejam trabalhando 10 bombeiros, 4 mulheres e 6 homens, e que 3 dessas pessoas devam ser escolhidas ao acaso para atender a uma ocorrência. Nessa situação, a probabilidade de que sejam escolhidas para o atendimento exatamente 2 mulheres é de

a) 30%

b) 15%

c) 10%

d) 50%

Comentários:

O enunciado informa que há **4 mulheres** e **6 homens** (total de **10 pessoas**) e que serão selecionadas **3** pessoas; e pede a probabilidade de escolher exatamente 2 mulheres.

As possibilidades de escolher exatamente 2 mulheres (eventos favoráveis) corresponde à seleção de **2 mulheres dentre as 4** (combinação) **E** à seleção de **1 homem dentre os 6**. Pelo princípio multiplicativo, devemos **multiplicar** esses resultados:

$$casos\ favoráveis = C_{4,2} \times 6$$

$$C_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

$$casos\ favoráveis = 6 \times 6 = 36$$

E os casos possíveis correspondem à seleção de **quaisquer 3 pessoas**, dentre os **10**:

$$casos\ possíveis = C_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)! \times 3!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! \times 3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 10 \times 3 \times 4 = 120$$

E a probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ possíveis} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10} = 30\%$$

Gabarito: A

7. (Cebraspe/2021 – ALE/CE) Uma urna contém 10 bolas idênticas, exceto pela cor: duas bolas são da cor azul e as outras 8 bolas são da cor vermelha. As bolas encontram-se misturadas, aleatoriamente, dentro da urna. Retirando-se, simultaneamente e aleatoriamente, cinco bolas da urna, a probabilidade de a amostra contemplar, exatamente, 1 bola da cor azul e 4 bolas da cor vermelha é igual a

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{5}{9}$

d) $\frac{256}{625}$

e) $\frac{256}{3.125}$

Comentários:

O enunciado informa que há **2 bolas azuis** e **8 bolas vermelhas** (total de **10 bolas**) e que serão selecionadas **5** bolas; e pede a probabilidade de escolher exatamente 1 bola azul e 4 bolas vermelhas.

Os eventos favoráveis correspondem à seleção de **4 bolas**, dentre as **8 vermelhas** (combinação) **E** à seleção de **1 bola dentre as 2 azuis**. Pelo princípio multiplicativo, devemos **multiplicar** esses resultados:

$$casos\ favoráveis = C_{8,4} \times 2$$

$$C_{8,4} = \frac{8!}{(8-4)! \times 4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 4!} = \frac{\overset{2}{\cancel{8}} \times 7 \times \cancel{6} \times 5}{\cancel{4} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times 1} = 2 \times 7 \times 5$$

$$casos\ favoráveis = 2 \times 7 \times 5 \times 2$$

Não vamos fazer essa conta agora. E os casos possíveis correspondem à seleção de **quaisquer 5 bolas**, dentre os **10**:

$$casos\ possíveis = C_{10,5} = \frac{10!}{(10-5)! \times 5!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 5!} = \frac{\overset{2}{\cancel{10}} \times 9 \times \overset{2}{\cancel{8}} \times 7 \times \cancel{6}}{\cancel{5} \times \cancel{4} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times 1}$$

$$C_{10,5} = 2 \times 9 \times 2 \times 7$$

E a probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ possíveis} = \frac{2 \times 7 \times 5 \times 2}{2 \times 9 \times 2 \times 7} = \frac{5}{9}$$

Gabarito: C

FGV

8. (FGV/2022 – PC/RJ) Treze cadeiras numeradas consecutivamente de 1 a 13 formam uma fila. Quatro pessoas devem sentar-se nelas e o número da cadeira em que cada uma deve se sentar será decidido por sorteio. Para as três primeiras pessoas foram sorteados os números 3, 8 e 11 e será feito o sorteio para a última cadeira a ser ocupada. A probabilidade de que a quarta pessoa NÃO se sente ao lado de nenhuma pessoa já sentada é:

a) 1/2

b) 1/4

c) 2/5

d) 7/10

e) 4/13

Comentários:

O enunciado informa que há 13 cadeiras e que três pessoas ocupam as cadeiras 3, 8 e 11; e pede a probabilidade de a quarta pessoa não se sentar ao lado de ninguém.

A probabilidade é a razão entre o número de eventos favoráveis e o número total de eventos possíveis:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{eventos\ possíveis} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Os eventos possíveis correspondem às 10 cadeiras restantes:

$$n(U) = 10$$

E os eventos favoráveis correspondem às cadeiras que não estão ao lado de ninguém sentado, conforme ilustrado a seguir, em que P representa uma pessoa sentada e X representa uma cadeira ao **lado** de uma pessoa sentada:

	X	**P**	X			X	**P**	X	X	**P**	X	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Podemos observar que há 4 cadeiras que não estão ao lado de ninguém sentado (eventos favoráveis):

$$n(A) = 4$$

E a probabilidade é a razão:

$$P = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Gabarito: C

9. (FGV/2022 – PM/AM) Em uma fila com 12 cadeiras, três delas foram ocupadas aleatoriamente. A cadeira em que Valter deverá se sentar será sorteada entre as cadeiras que estão vazias. A probabilidade de que Valter não se sente ao lado de nenhuma pessoa já sentada é, no mínimo:

a) 1/2

b) 1/3

c) 2/3

d) 1/4

e) 1/6

Comentários:

O enunciado informa que há 12 cadeiras, das quais 3 estão ocupadas; e pede a probabilidade mínima de uma nova pessoa (Valter) não se sentar ao lado de ninguém sentado.

Não sabemos como as três pessoas estão sentadas. Se todas estiverem juntos, haverá **mais** chances de Valter não se sentar ao lado de ninguém. Logo, a probabilidade **mínima** de Valter não se sentar ao lado de ninguém é calculada supondo-se que as três pessoas estão **espalhadas**, ou seja, que há pelo menos duas cadeiras separando as pessoas sentadas. Desse modo, cada pessoa sentada "inviabiliza" duas cadeiras. Um exemplo dessa situação está ilustrado a seguir, em que P representa uma pessoa sentada e X representa uma cadeira ao **lado** de uma pessoa sentada:

X	**P**	X		X	**P**	X			X	**P**	X
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Há outras possibilidades de acomodar as 3 pessoas, separadas por pelo menos 2 cadeiras, mas em todas elas restam 3 cadeiras que não estão ao lado de ninguém sentado (eventos favoráveis):

$$eventos\ favoráveis = 3$$

E os eventos possíveis correspondem a todas as cadeiras disponíveis, considerando que há 12 cadeiras no total, das quais 3 estão ocupadas:

$$eventos\ possíveis = 12 - 3 = 9$$

E a probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Gabarito: B

10. (FGV/2022 – SEFAZ/AM) Em uma urna há 5 bolas iguais, cada uma com uma letra da sigla SEFAZ. Todas as bolas têm letras diferentes entre si. Retiram-se, aleatoriamente, 2 bolas da urna. A probabilidade de que tenham sido retiradas as 2 vogais é de

a) 1/5

b) 2/5

c) 3/5

d) 3/10

e) 1/10

Comentários:

A questão pede a probabilidade de selecionar as 2 únicas vogais, considerando que 2 letras serão selecionadas dentre as 5 letras da palavra SEFAZ.

Os eventos favoráveis correspondem à única possibilidade de selecionar as 2 vogais:

$$eventos\ favoráveis = 1$$

E os eventos possíveis correspondem às maneiras de selecionar 2 elementos, dentre 5, sem que a ordem importe (combinação):

$$eventos\ possíveis = C_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

A probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{eventos\ possíveis} = \frac{1}{10}$$

Gabarito: E

11. (FGV/2022 – CBM/AM) Uma caixa contém 4 bolas numeradas 1, 2, 3 e 4. Selecionam-se, ao acaso, 2 bolas sem reposição. A probabilidade de 3 ser o maior número selecionado é

a) 1/6

b) 1/4

c) 2/3

d) 1/3

e) 1/2

Comentários:

A questão pede a probabilidade de 3 ser o maior número selecionado, sabendo que serão selecionados 2 números sem reposição, dentre 1, 2, 3 e 4.

Os eventos favoráveis correspondem à seleção dos números (1, 3) ou (2, 3):

$$eventos\ favoráveis = 2$$

E os eventos possíveis correspondem às maneiras de selecionar 2 elementos, dentre 4, sem que a ordem importe (combinação):

$$eventos\ possíveis = C_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

A probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{eventos\ possíveis} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Gabarito: D

12. (FGV/2022 – PM/AM) O soldado Garcia vai liderar uma equipe de 3 soldados (ele incluído) para uma missão. Os outros 2 soldados da equipe serão sorteados aleatoriamente de um grupo de 6 soldados, sendo que um dos 6 é o soldado Ryan, amigo do soldado Garcia. A probabilidade de o soldado Ryan ser um dos 2 sorteados é

a) 1/6

b) 1/5

c) 1/4

d) 1/3

e) 1/2

Comentários:

O enunciado informa que 2 solados serão sorteados, dentre 6, e pede a probabilidade de sortear um soldado específico. Os eventos possíveis (denominador da fórmula da probabilidade) correspondem à seleção de 2 elementos, dentre todos os 6, sem que a ordem importe (combinação):

$$eventos\ possíveis = C_{6,2} = \frac{6!}{(6-2)! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2!} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

E os eventos favoráveis correspondem à seleção de qualquer outro soldado, dentre os outros 5, como segundo soldado selecionado:

$$eventos\ favoráveis = 5$$

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{eventos\ possíveis} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

Gabarito: D

13. (FGV/2022 – PC/AM) Um dado comum, com as faces numeradas de 1 a 6, é lançado 3 vezes. A probabilidade de a soma dos 3 números obtidos ser igual a 16 é

a) 1/16

b) 1/18

c) 1/36

d) 1/54

e) 1/108

Comentários:

A probabilidade é a razão entre o número de eventos favoráveis e o número total de eventos possíveis:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{eventos\ possíveis} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

No denominador, temos todos os resultados possíveis para os 3 dados. Considerando que há 6 possibilidades para cada dado e que são eventos concomitantes (vamos lançar o primeiro E o segundo E o terceiro), devemos multiplicar essas possibilidades (princípio multiplicativo):

$$n(U) = 6 \times 6 \times 6$$

No numerador, temos as possibilidades que somam 16, que correspondem às seguintes faces (ignorando neste primeiro momento, em qual dado obteremos cada resultado):

- 4 / 6 / 6
- 5 / 5 / 6

Em relação ao primeiro resultado, temos 3 possibilidades (o dado com a face 4 pode ser o primeiro, o segundo ou o terceiro); e em relação ao segundo resultado, também temos 3 possibilidades (o dado com a face 6 pode ser o primeiro, o segundo ou o terceiro). Como são eventos mutuamente excludentes (um OU outro), devemos somar essas possibilidades (princípio aditivo):

$$n(A) = 3 + 3 = 6$$

E a probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{6}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{6 \times 6} = \frac{1}{36}$$

Gabarito: C

14. (FGV/2022 – SSP/AM) Duas urnas A e B têm, cada uma, 26 bolinhas. Em cada urna, cada bolinha tem uma letra do alfabeto, sem repetição. Retira-se aleatoriamente uma bolinha de cada urna. A probabilidade de a bolinha sorteada da urna A ter uma letra que, na ordem alfabética, é anterior à letra sorteada da urna B é

a) 1/2

b) 25/52

c) 13/50

d) 1/3

e) 1/26

Comentários:

A probabilidade é a razão entre o número de eventos favoráveis e o número total de eventos possíveis:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{eventos\ possíveis} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Os eventos possíveis correspondem às possibilidades de tirar uma bola, dentre 26, da urna A e uma bola, dentre 26, da urna B. Como são eventos concomitantes (um E outro), devemos multiplicar essas possibilidades (princípio multiplicativo):

$$n(U) = 26 \times 26$$

Os eventos favoráveis correspondem à retirada de uma bola da urna A com uma letra que seja anterior, em ordem alfabética, à da urna B. Se retirarmos a letra A da urna A, haverá **25** possibilidades de letras da urna B; se retirarmos a letra B da urna A, haverá **24** possibilidades para a urna B; e assim sucessivamente, até a possibilidade de retirar a letra Y da urna A, restando **1** possibilidade para a urna B. Como são eventos mutuamente excludentes (um OU outro), devemos somar essas possibilidades (princípio aditivo):

$$n(A) = 25 + 24 + \cdots + 1$$

Reorganizando os termos, de 1 a 25, temos uma Progressão Aritmética (PA) com termo inicial $A_1 = 1$, termo final $A_n = 25$ e n = 25 termos. A soma dessa PA é:

$$S_n = (A_1 + A_n) \times \frac{n}{2}$$

$$n(U) = (1 + 25) \times \frac{25}{2} = \frac{26 \times 25}{2} = 13 \times 25$$

E a probabilidade é a razão:

$$P = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{13 \times 25}{26 \times 26} = \frac{25}{2 \times 26} = \frac{25}{52}$$

Gabarito: B

FCC

15. (FCC/2017 – ARTESP) Em um trecho de pedágio de uma rodovia no interior do Estado passam, pelas cabines, um total de 2.300 carretas de dois e três eixos, onde 1.725 são carretas de dois eixos. A probabilidade de passar uma carreta de três eixos pelas cabines é de

a) 30%

b) 20%

c) 33%

d) 15%

e) 25%

Comentários:

A probabilidade de passar uma carreta de 3 eixos é a razão entre o número de carretas de 3 eixos e o número total de carretas:

$$P(3\ eixos) = \frac{n(3\ eixos)}{n(total)}$$

O enunciado informa que há 2300 carretas no total: n(total) = 2300.

E o número de carretas de 3 eixos é a diferença entre o total de carretas e o número de carretas de 2 eixos:

$$n(3\ eixos) = n(total) - n(2\ eixos) = 2300 - 1725 = 575$$

Então, a probabilidade é:

$$P(3\ eixos) = \frac{575}{2300} = 0{,}25 = 25\%$$

Gabarito: E

16. (FCC/2019 – Companhia de Saneamento Básico/SP) Guilherme pretende ler 2 livros de sua coleção, um em seguida do outro, sem intervalo entre as leituras, na velocidade de exatamente 15 páginas por dia. Os livros disponíveis são os seguintes:

– livro A, de 132 páginas;

– livro B, de 228 páginas;

– livro C, de 99 páginas;

– livro D, de 274 páginas;

– livro E, de 300 páginas;

– livro F, de 137 páginas;

– livro G, de 59 páginas;

– livro H, de 150 páginas.

Guilherme fará uma escolha aleatória dos livros que lerá. A probabilidade de Guilherme estar lendo o segundo livro no início do décimo dia de leitura é

a) 1/4

b) 3/8

c) 1/2

d) 5/8

e) 3/4

Comentários:

Para Guilherme estar no segundo livro, no início do 10º dia de leitura, ele precisará ter lido um livro inteiro até o 9º dia, o que corresponde a até 15 x 9 = 135 páginas. Os livros que possuem 135 páginas ou menos são os livros A, C e G.

(É importante verificar se, em algum caso, ele poderá completar 2 livros até o final do 9º dia, pois nesse caso ele estaria no terceiro livro no 10º dia de leitura, e não no segundo. Entretanto, mesmo que ele selecione os livros com menor número de páginas, quais sejam C e G, o seu total (158) supera 135 páginas. Portanto, não existe a possibilidade de ele completar 2 ou mais livros até o 9º dia).

Dessa forma, calculamos a probabilidade por:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Temos n(A) = 3 e n(U) = 8, portanto:

$$P(A) = \frac{3}{8}$$

Gabarito: B

17. (FCC/2016 – TRT – 20ª Região) Em determinada empresa existem 3 departamentos A, B e C com 10, 6 e 4 funcionários, respectivamente. Uma comissão de 3 funcionários será selecionada dentre todos os 20 funcionários com o objetivo de estabelecer regras de melhoria relativas a acidentes de trabalho na empresa. Se a seleção for aleatória, a probabilidade da comissão ser constituída por dois funcionários de A e um de C é igual a

a) 5/12

b) 3/19

c) 4/17

d) 2/19

e) 3/5

Comentários:

A probabilidade é a razão entre o número de casos favoráveis e o número total de casos:

$$P = \frac{n(casos\ favoráveis)}{n(casos\ totais)}$$

O número total de casos corresponde ao número total de maneiras de selecionar 3 funcionários, dentre 20, sabendo que a ordem não importa:

$$C_{20,3} = \frac{20!}{(20-3)! \times 3!} = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17!}{17! \times 3!} = \frac{20 \times 19 \times 18}{3 \times 2 \times 1} = 20 \times 19 \times 3 = 1140$$

$$n(casos\ totais) = 1140$$

E o número de casos favoráveis corresponde ao número de maneiras de selecionar 2 funcionários de A e 1 funcionário de C. Para selecionar 2 funcionários de A, dentre 10, sabendo que a ordem não importa, temos:

$$C_{10,2} = \frac{10!}{(10-2)! \times 2!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8! \times 2!} = \frac{10 \times 9}{2} = 5 \times 9 = 45$$

Para selecionar 1 funcionário de C, dentre 4, sabendo que a ordem não importa, temos:

$$C_{4,1} = \frac{4!}{(4-1)! \times 1!} = \frac{4 \times 3!}{3! \times 1!} = 4$$

Pelo princípio multiplicativo, o número de possibilidades de selecionar 2 funcionários de A E 1 funcionário de B equivale ao produto desses resultados:

$$n(casos\ favoráveis) = 45 \times 4 = 180$$

Logo, a probabilidade é:

$$P = \frac{180}{1140} = \frac{3}{19}$$

Gabarito: B

VUNESP

18. (VUNESP/2019 – Prefeitura de Cerquilho/SP) O representante dos funcionários de um departamento de informática será escolhido por sorteio. Nesse departamento, os funcionários são: um analista de segurança, quatro analistas de sistemas, sete programadores e oito operadores de computador. A probabilidade de o representante sorteado não ser analista de sistema é

a) 55%

b) 60%

c) 75%

d) 80%

e) 85%

Comentários:

A probabilidade de escolher um funcionário que não seja analista é a razão entre o número de funcionários que não são analistas e o número total de funcionários.

$$P = \frac{n(casos\ favoráveis)}{n(casos\ totais)} = \frac{n(\tilde{A})}{n(U)}$$

O enunciado informa que há:

- 1 analista de segurança
- 4 analistas de sistemas
- 7 programadores
- 8 operadores de computador

Logo, o número total de funcionários é:

$$n(U) = 1 + 4 + 7 + 8 = 20$$

E o número de funcionários que não são analistas de sistema é:

$$n(\tilde{A}) = 1 + 7 + 8 = 16$$

Logo, a probabilidade desejada é:

$$P = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} = 80\%$$

Gabarito: D

19. (VUNESP/2022 – ESFCEx) Considere uma população de dez elementos. Você planeja uma amostragem aleatória simples sem reposição de três elementos. A probabilidade de se obter uma particular amostra é:

a) 1/30

b) 1/720

c) 1/190

d) 1/100

e) 1/120

Comentários:

A probabilidade de um evento é a razão entre o número de casos associado ao evento (favoráveis) e o número total de casos possíveis:

$$P = \frac{n(casos\ favoráveis)}{n(casos\ totais)} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

O número de casos favoráveis corresponde à única maneira de, ao selecionar 3 elementos, escolher 3 elementos específicos:

$$n(A) = 1$$

E o número total de casos possíveis corresponde à escolha de 3 elementos quaisquer, dentre 10, sem que a ordem importe:

$$n(U) = C_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)! \times 3!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! \times 3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 10 \times 3 \times 4 = 120$$

Logo, a probabilidade desejada é:

$$P = \frac{1}{120}$$

Gabarito: E

20. (VUNESP/2020 – EBSERH) Um indivíduo tem à sua disposição 10 parafusos, sendo 4 deles defeituosos. Qual a probabilidade de que ele escolha ao acaso, sem reposição, 5 parafusos e nenhum seja defeituoso?

a) 1/21

b) 1/42

c) 1/70

d) 1/252

e) 243/3125

Comentários:

Segundo o enunciado, há 10 parafusos, dos quais 4 são defeituosos, ou seja, 10 - 4 = 6 não são defeituosos.

Se vamos escolher 5 parafusos simultaneamente (ou sem reposição), o total de eventos possíveis corresponde à combinação de 5 elementos, dentre todos os 10 parafusos:

$$n(U) = C_{10,5} = \frac{10!}{(10-5)! \times 5!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 5!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$n(U) = \frac{\cancel{10}^{2} \times \cancel{9}^{3} \times \cancel{8} \times 7 \times 6}{\cancel{5} \times \cancel{4} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times 1} = 6 \times 7 \times 6$$

E o número de eventos favoráveis corresponde à seleção de 5 parafusos dentre os 6 não defeituosos:

$$n(A) = C_{6,5} = \frac{6!}{(6-5)! \times 5!} = \frac{6 \times 5!}{1! \times 5!} = 6$$

E a probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{6}{6 \times 7 \times 6} = \frac{1}{42}$$

Gabarito: B

21. (VUNESP/2020 – EsFCEx) Uma empresa adquire 10 peças de um produto de um fornecedor X e 15 peças desse mesmo produto de um outro fornecedor Y. Selecionando aleatoriamente, sem reposição, duas peças do total adquirido, a probabilidade de que as duas peças tenham sido adquiridas de X é igual a

a) 16%

b) 20%

c) 18%

d) 25%

e) 15%

Comentários:

O enunciado informa que há 10 peças do fornecedor X e 15 peças do fornecedor Y e que serão selecionadas simultaneamente (ou sem reposição) 2 peças. O total de eventos possíveis corresponde à combinação de 2 elementos, dentre todas as 10 + 15 = 25 peças:

$$n(U) = C_{25,2} = \frac{25!}{(25-2)! \times 2!} = \frac{25 \times 24 \times 23!}{23! \times 2!} = \frac{25 \times 24}{2} = 25 \times 12 = 300$$

E o número de eventos favoráveis corresponde à seleção de 2 peças dentre as 10 peças do fornecedor X:

$$n(A) = C_{10,2} = \frac{10!}{(10-2)! \times 2!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8! \times 2!} = \frac{10 \times 9}{2} = 5 \times 9 = 45$$

E a probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{45}{300} = \frac{3}{20} = 15\%$$

Gabarito: E

22. (VUNESP/2020 – EsFCEx) Para um estudo de caso, todos os alunos de uma turma foram divididos em grupos, dos quais 10 eram compostos por alunos dos sexos feminino e masculino, 4 somente por mulheres e 2 somente por homens. Tomando-se aleatoriamente 2 desses grupos para a apresentação do trabalho, a probabilidade de que nenhum dos 2 grupos seja composto por alunos de ambos os sexos é:

a) 1/6

b) 1/8

c) 3/8

d) 3/5

e) 1/3

Comentários:

Segundo o enunciado, há 10 grupos mistos, 4 grupos de mulheres e 2 grupos de homens, ou seja, 16 grupos no total. Considerando que serão selecionados 2 grupos, pede-se a probabilidade de que nenhum dos 2 grupos seja composto por alunos de ambos os sexos, ou seja, de que os 2 grupos sejam escolhidos dentre os grupos de mulheres somente ou de homens somente. Sabendo que há 4 + 2 = 6 grupos desse tipo, os eventos favoráveis correspondem às maneiras de selecionar 2 elementos dentre esses 6 grupos (combinação):

$$n(A) = C_{6,2} = \frac{6!}{(6-2)! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2!} = \frac{6 \times 5}{2} = 3 \times 5 = 15$$

E o número total de casos possíveis corresponde à combinação de 2 elementos, dentre todos os 16 grupos:

$$n(U) = C_{16,2} = \frac{16!}{(16-2)! \times 2!} = \frac{16 \times 15 \times 14!}{14! \times 2!} = \frac{16 \times 15}{2} = 8 \times 15$$

A probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{15}{8 \times 15} = \frac{1}{8}$$

Gabarito: B

23. (VUNESP/2022 – PM/SP) Em um concurso de fantasias, os 5 finalistas são brasileiros ou franceses e um prêmio será dado a quem descobrir a nacionalidade de cada finalista. Adriana, que não é uma das finalistas, sabe que há mais finalistas brasileiros do que franceses e que pelo menos um francês é finalista. Logo, a probabilidade de ela acertar as nacionalidades é

a) 1/15

b) 8/15

c) 2/3

d) 2/5

e) 1/5

Comentários:

Sabemos que, dos 5 finalistas, há mais brasileiros do que franceses e que há pelo menos 1 francês, ou seja, pode haver 3 brasileiros e 2 franceses OU 4 brasileiros e 1 francês. Vamos imaginar que os finalistas formam uma fila:

Na possibilidade de haver 4 brasileiros e 1 francês, há 5 posições possíveis para alocar o francês e as demais posições serão ocupadas por brasileiros. Logo, há **5** maneiras de organizar as nacionalidades dos finalistas nessa hipótese.

Na possibilidade de haver 3 brasileiros e 2 franceses, devemos escolher 2 das 5 posições para que sejam ocupadas pelos finalistas franceses:

$$C_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4}{2} = \mathbf{10}$$

Considerando que são possibilidades mutuamente excludentes, o número total de possibilidades é dado pela soma das possibilidades (princípio aditivo):

$$n(U) = 5 + 10 = 15$$

E há n(A) = 1 possibilidade de Adriana acertar as nacionalidades, logo a probabilidade é:

$$P = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{1}{15}$$

Gabarito: A

CESGRANRIO

24. (Cesgranrio/2021 – CEF) Os alunos de certa escola formaram um grupo de ajuda humanitária e resolveram arrecadar fundos para comprar alimentos não perecíveis. Decidiram, então, fazer uma rifa e venderam 200 tíquetes, numerados de 1 a 200. Uma funcionária da escola resolveu ajudar e comprou 5 tíquetes. Seus números eram 75, 76, 77, 78 e 79. No dia do sorteio da rifa, antes de revelarem o ganhador do prêmio, anunciaram que o número do tíquete sorteado era par. Considerando essa informação, a funcionária concluiu acertadamente que a probabilidade de ela ser a ganhadora do prêmio era de

a) 1,0%

b) 2,0%

c) 3,0%

d) 4,0%

e) 5,0%

Comentários:

A probabilidade de um evento é a razão entre o número de casos associado ao evento (favoráveis) e o número total de casos possíveis:

$$P = \frac{n(casos\ favoráveis)}{n(casos\ totais)} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

O enunciado informa que, dentre as fichas de 1 a 200, sabe-se que a ficha sorteada é par, logo o total de casos possíveis correspondem às 100 fichas pares:

$$n(U) = 100$$

Em relação à probabilidade de a funcionária ser sorteada, os eventos favoráveis correspondem às fichas pares que a funcionária possui, quais sejam 76 e 78. Logo, há 2 casos favoráveis:

$$n(A) = 2$$

Logo, a probabilidade desejada é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{2}{100} = 2\%$$

Gabarito: B

25. (Cesgranrio/2018 – LIQUIGÁS) Para montar uma fração, deve-se escolher, aleatoriamente, o numerador no conjunto N = {1,3,7,10} e o denominador no conjunto D = {2,5,6,35}. Qual a probabilidade de que essa fração represente um número menor do que 1(um)?

a) 50%

b) 56,25%

c) 25%

d) 75%

e) 87,5%

Comentários:

O enunciado informa que será escolhido 1 numerador, dentre 4 opções; e denominador, dentre outras 4 opções. Logo, o número total de eventos possíveis corresponde às formas de escolher um numerador **E** um denominador. Como são eventos concomitantes, devemos multiplicar as possibilidades (princípio multiplicativo):

$$n(U) = 4 \times 4 = 16$$

E os casos favoráveis correspondem à escolha de um numerador **menor** do que o denominador. Se for escolhido o número 1 como numerador, podemos escolher qualquer uma das **4** opções de denominador. Se for escolhido o número 3 como numerador, podemos escolher {5, 6 ou 35} como denominador, ou seja, há **3** opções. Se for escolhido o número 7 como numerador, podemos escolher apenas 35 como denominador (**1** opção); e se for escolhido o número 10 como numerador, também teremos o número 35 como único denominador possível (**1** opção). Como são eventos mutuamente exclusivos, devemos somar essas possibilidades (princípio aditivo):

$$n(A) = 4 + 3 + 1 + 1 = 9$$

E a probabilidade é a razão entre o número de casos favoráveis e o número total de casos possíveis:

$$P = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{9}{16} = 0{,}5625 = 56{,}25\%$$

Gabarito: B

26. (CESGRANRIO/2018 – BB) Em um jogo, os jogadores escolhem três números inteiros diferentes, de 1 a 10. Dois números são sorteados e se ambos estiverem entre os três números escolhidos por um jogador, então ele ganha um prêmio. O sorteio é feito utilizando-se uma urna com 10 bolas numeradas, de 1 até 10, e consiste na retirada de duas bolas da urna, de uma só vez, seguida da leitura em voz alta dos números nelas presentes. Qual é a probabilidade de um jogador ganhar um prêmio no sorteio do jogo?

a) 1/90

b) 1/30

c) 1/5

d) 1/15

e) 1/20

Comentários:

O enunciado informa que o jogador escolhe 3 números de 1 a 10 e que serão sorteados 2 números de 1 a 10. A probabilidade de o jogador acertar os 2 números sorteados é dada pela razão entre o número de eventos favoráveis n(A) e o total de eventos n(U):

$$P = \frac{n(A)}{n(U)}$$

O total de eventos n(U) corresponde à quantidade de maneiras de sortear 2 números, dentre 10, sem que a ordem importe:

$$n(U) = C_{10,2} = \frac{10!}{(10-2)! \times 2!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8! \times 2!} = \frac{10 \times 9}{2} = 5 \times 9 = 45$$

E os eventos favoráveis correspondem ao sorteio de 2 números, dentre os 3 escolhidos pelo jogador, isto é, à combinação de 2, dentre 3 elementos:

$$n(A) = C_{3,2} = \frac{3!}{(3-2)! \times 2!} = \frac{3 \times 2!}{1! \times 2!} = 3$$

Assim, a probabilidade é: $P = \frac{3}{45} = \frac{1}{15}$

Gabarito: D

27. (Cesgranrio/2018 – PETROBRAS) Um programa de integração será oferecido para os 30 novos funcionários de uma empresa. Esse programa será realizado simultaneamente em duas localidades distintas: X e Y. Serão oferecidas 15 vagas em cada localidade. Sabe-se que 8 funcionários preferem realizar o programa na localidade X e 6, na localidade Y. Se a distribuição for feita de forma aleatória, qual é a probabilidade de todas as preferências serem atendidas?

a) $\frac{C_{16}^{7}}{C_{30}^{15}}$

b) $\frac{C_{15}^{8}.C_{15}^{6}}{C_{30}^{15}}$

c) $\frac{C_{30}^{14}C_{16}^{7}}{C_{30}^{15}.C_{30}^{15}}$

d) $\frac{2.C_{15}^{8}.C_{15}^{6}}{C_{30}^{15}}$

e) $\frac{C_{16}^{7}.C_{16}^{7}.C_{16}^{7}}{C_{30}^{15}}$

Comentários:

O enunciado informa que 30 funcionários serão divididos em dois grupos de 15 (um grupo fará o curso no local X e o outro grupo fará no local Y). Assim, o número total de maneiras de alocar os 30 funcionários corresponde à seleção dos 15 funcionários que irão para um dos locais - os funcionários restantes necessariamente irão para o outro local. Logo, no denominador da fórmula da probabilidade, temos a combinação de 15 elementos, dentre 30:

$$n(U) = C_{30}^{15}$$

E a questão pede a probabilidade de alocar determinados 8 funcionários no local X e outros 6 funcionários específicos no local Y. Ao fazer essa alocação dos 8 + 6 = 14 funcionários, sobrarão 30 - 14 = 16 funcionários. Desses, 15 - 8 = 7 deverão ser alocados em X e os demais em Y. Logo, o número de eventos favoráveis corresponde ao número de maneiras de alocar 7 funcionários em X, dentre os 16 funcionários que sobraram:

$$n(A) = C_{16}^{7}$$

E a probabilidade é a razão:

$$P = \frac{C_{16}^{7}}{C_{30}^{15}}$$

Gabarito: A

QUESTÕES COMENTADAS – MULTIBANCAS

Combinações de Eventos

CEBRASPE

1. (Cebraspe/2021 – MJ/SP) Ao procurar ativos para realizar operações de day trade em uma lista de 260 ações negociadas em bolsa de valores, um investidor classificou 120 ações como de boa liquidez (elevado volume de negócios realizados diariamente) e 130 ações como de bom nível de volatilidade (muitas variações de preço para cima ou para baixo ao longo do dia); 45 ações ele não classificou em nenhuma dessas classes. Tendo em vista essa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Selecionando-se ao acaso uma das ações da lista analisada pelo investidor, a probabilidade de que essa ação tenha bom nível de volatilidade é maior que a probabilidade de ela não ter bom nível de volatilidade.

Comentários:

A probabilidade é a razão entre o número de eventos favoráveis e o número total de eventos possíveis. O enunciado informa que existem 130 ações com bom nível de volatilidade e 260 ações no total. Assim, a probabilidade de selecionar uma ação com bom nível de volatilidade é:

$$P(V) = \frac{n(V)}{n(U)} = \frac{130}{260} = \frac{1}{2}$$

E a probabilidade de selecionar uma ação que não tenha bom nível de volatilidade é **complementar**:

$$P(\bar{V}) = 1 - P(V) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Logo, essas probabilidades são **iguais**.

Gabarito: Errado

2. (Cebraspe/2021 – SERPRO) Em um curral, há doze bezerros, entre os quais apenas três sofrem de diarreia viral bovina, sendo os demais saudáveis. Dois bezerros desse curral serão escolhidos aleatoriamente. Nessa situação hipotética, a probabilidade de se escolher pelo menos um bezerro que sofra de diarreia viral bovina é igual a

a) $\frac{1}{27}$

b) $\frac{2}{11}$

c) $\frac{9}{44}$

d) $\frac{9}{22}$

e) $\frac{5}{11}$

Comentários:

O enunciado informa que há **12** bezerros, dos quais **3 são doentes**, e que serão **selecionados 2** bezerros.

A probabilidade de escolher **pelo menos um doente** pode ser calculada pela probabilidade do evento **complementar**, qual seja de que **todos** os 2 bezerros escolhidos sejam **saudáveis**:

$$P(pelo\ menos\ um\ doente) = 1 - P(todos\ saudáveis)$$

A probabilidade é a razão entre os eventos favoráveis e o total de eventos possíveis:

$$P(todos\ saudáveis) = \frac{n(todos\ saudáveis)}{n(U)}$$

O total de eventos possíveis corresponde a todas as maneiras de selecionar 2 bezerros, dentre 12, sabendo que a ordem da escolha não importa (combinação):

$$C_{12,2} = \frac{12!}{(12-2)! \times 2!} = \frac{12 \times 11 \times 10!}{10! \times 2!} = \frac{12 \times 11}{2} = 6 \times 11 = 66$$

E os eventos favoráveis corresponde a escolha de 2 bezerros saudáveis. Sabendo que dos 12 bezerros, 3 são doentes, o número total de bezerros saudáveis é 12 - 3 = **9**:

$$C_{9,2} = \frac{9!}{(9-2)! \times 2!} = \frac{9 \times 8 \times 7!}{7! \times 2!} = \frac{9 \times 8}{2} = 9 \times 4 = 36$$

E a probabilidade do evento complementar é a razão entre esses resultados:

$$P(todos\ saudáveis) = \frac{36}{66} = \frac{6}{11}$$

E a probabilidade de encontrar pelo menos um doente é complementar:

$$P(pelo\ menos\ um\ doente) = 1 - P(todos\ saudáveis) = 1 - \frac{6}{11} = \frac{11-6}{11} = \frac{5}{11}$$

Gabarito: E

3. (Cebraspe/2021 – SERPRO) Suponha que sejam gerados 5 números válidos de CPF para serem atribuídos a 5 indivíduos distintos. Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

Suponha que, logo após a atribuição dos CPFs aos indivíduos, são escolhidos aleatoriamente 2 desses CPFs e separados 3 desses indivíduos. Nessa situação, a probabilidade de pelo menos um dos CPFs escolhidos pertencer a um dos indivíduos separados é igual a 3/5.

Comentários:

O enunciado informa que 5 CPFs serão distribuídos a 5 indivíduos e que serão selecionados 2 CPFs e 3 indivíduos. A questão pede a probabilidade de **pelo menos um** CPF pertencer a um indivíduo separado.

Para isso, vamos calcular a probabilidade do evento **complementar**, qual seja de que nenhum dos CPFs pertença a um indivíduo selecionado:

$$P(pelo\ menos\ um) = 1 - P(nenhum)$$

Sabemos que a probabilidade é a razão entre os eventos favoráveis e o total de eventos possíveis:

$$P(nenhum) = \frac{n(nenhum)}{n(U)}$$

O total de eventos possíveis corresponde a todas as maneiras de selecionar 2 CPFs **E** 3 indivíduos. Como a ordem não importa temos a **combinação** de 2 elementos dentre 5, **multiplicada** pela combinação de 3 elementos dentre 5:

$$n(U) = C_{5,2} \times C_{5,3}$$

Calculando as combinações em separado, temos[1]:

$$C_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

$$C_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

E o total de eventos possíveis corresponde ao produto:

$$n(U) = 10 \times 10 = 100$$

E os eventos favoráveis são aqueles em que nenhum dos CPFs escolhidos pertence a um indivíduo escolhido. Em outras palavras, escolhemos 2 CPFs, dentre 5, e os 3 indivíduos já estarão definidos, pois são aqueles dos CPFs não escolhidos:

$$n(nenhum) = C_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

Portanto, a probabilidade do evento complementar é a razão:

$$P(nenhum) = \frac{n(nenhum)}{n(U)} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

E a probabilidade buscada é:

$$P(pelo\ menos\ um) = 1 - P(nenhum) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

Que é diferente de $\frac{3}{5}$.

---

[1] Aqui, vale lembrar que a combinação de k elementos, dentre n é igual à combinação (n - k) elementos, dentre n:

$$C_{n,k} = C_{n,(n-k)}$$

Gabarito: Errado

4. (Cebraspe/2021 – ALE/CE) Considere um experimento aleatório cujo espaço amostral seja representado por Ω e, ainda, dois eventos aleatórios A e B, tais que A ⊂ B ⊂ Ω. Se as probabilidades de ocorrência dos eventos A e B forem P(A) = 0,2 e P(B) = 0,3, então P(A∪B) é igual a

a) 0,06

b) 0,1

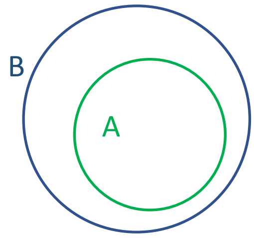
c) 0,2

d) 0,3

e) 0,5

Comentários:

O enunciado informa que o evento A está contido no evento B, conforme ilustrado a seguir.



Desse modo, a união dos eventos A e B corresponde ao próprio evento B, cuja probabilidade é 0,3:

$$\boldsymbol{P(A \cup B)} = P(B) = 0{,}3$$

Gabarito: D

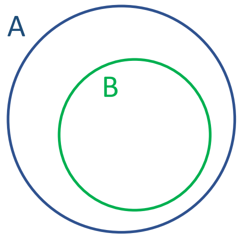
5. (Cebraspe/2022 – PETROBRAS) Considerando dois eventos aleatórios A e B, tais que $\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) > 0}$, $\boldsymbol{P(A \cap B) = P(B) > 0}$ e $\boldsymbol{P(A) + P(B) = 1}$, julgue o item que se segue.

Se A^c denota o evento complementar de A, então é correto afirmar que A^c = B.

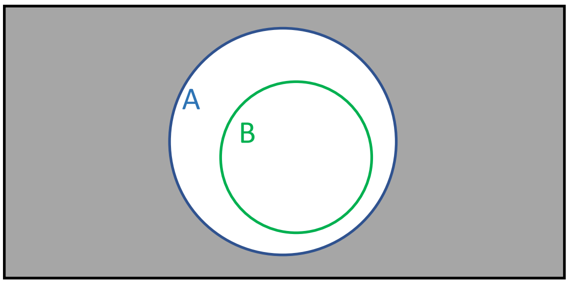
Comentários:

O enunciado informa que a probabilidade da união dos eventos A e B equivale à probabilidade do evento A; e que a probabilidade da interseção dos eventos equivale à probabilidade do evento B.

Para que isso seja possível, é necessário que o evento B esteja contido no evento A, conforme ilustrado a seguir:



Sabemos que o evento complementar corresponde a todos os demais eventos. Ou seja, o complementar do evento A corresponde a todos os demais eventos, exceto o evento A, conforme indicado em cinza na figura a seguir:



Podemos observar que o complementar de A é bem diferente de B.

Gabarito: Errado

6. (Cebraspe/2021 – Pref. Aracaju) Considere dois eventos A e B contidos em determinado espaço amostral tal que $A \subseteq B$. Se as probabilidades de ocorrências desses eventos e de seus eventos complementares forem $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,7$, $P(\bar{A}) = 0,7$ e $P(\bar{B}) = 0,3$, então

a) $P(A \cup B) = 1$

b) $P(A \cap B) = 0,21$

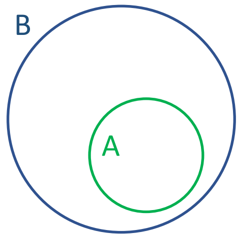
c) $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,3$

d) $P(A \cap \bar{B}) = 0,3$

e) $P(\bar{A} \cap B) = 0,4$

Comentários:

A questão informa que A está contido em B, sendo P(A) = 0,3 e P(B) = 0,7, conforme ilustrado a seguir:



Em relação à alternativa A, a união dos eventos A e B corresponde ao próprio evento B:

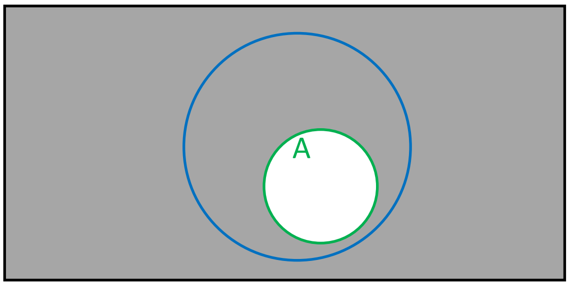
$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) = P(B) = 0{,}7$$

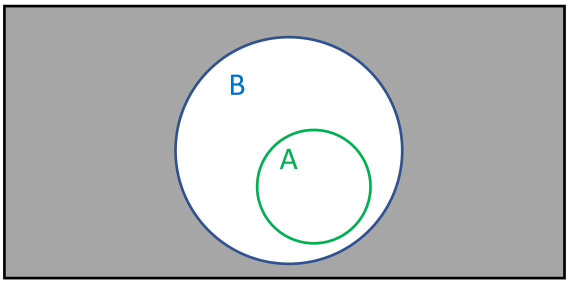
Logo, a alternativa A está incorreta.

Em relação à alternativa B, a interseção dos eventos A e B corresponde ao próprio evento A:

$$P(A \cap B) = P(A) = 0{,}3$$

Em relação à alternativa C, o evento $\boldsymbol{\bar{A}}$ corresponde a toda região fora de A, indicada em cinza na ilustração a seguir, ao lado esquerdo; e o evento $\bar{B}$ corresponde a toda região fora de B, indicada em cinza na ilustração a seguir, ao lado direito.

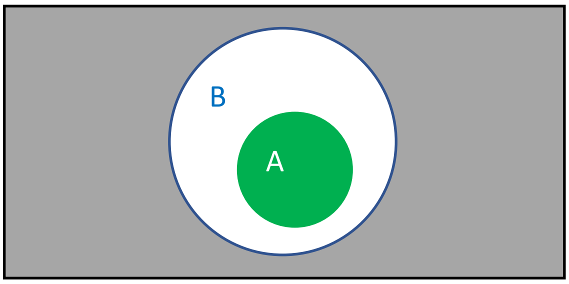




Podemos observar que a união de ambas as regiões corresponde à própria região indicada à esquerda, qual seja o evento $\boldsymbol{\bar{A}}$, cuja probabilidade é 0,7, conforme indicado no enunciado:

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{\bar{A}} \cup \boldsymbol{\bar{B}}) = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{\bar{A}}) = 0{,}7$$

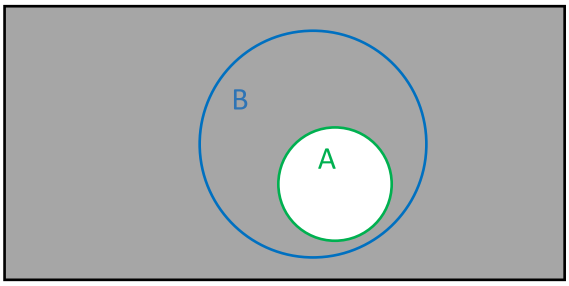
Portanto, a alternativa C está incorreta. A alternativa D trabalha com a interseção entre os eventos A, indicada em verde na figura abaixo, e $\boldsymbol{\bar{B}}$, indicada em cinza na mesma figura.

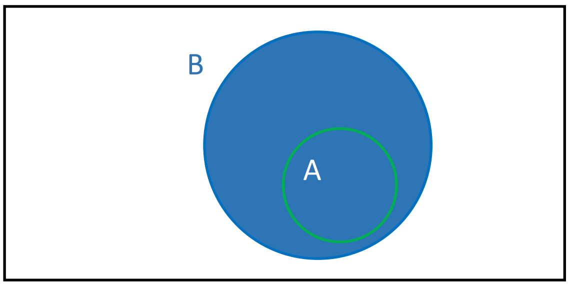


Podemos observar que não há interseção entre essas regiões, logo a sua probabilidade é nula:

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{\bar{B}}) = 0$$

A alternativa E trabalha com a interseção entre o evento $\boldsymbol{\bar{A}}$, indicada em cinza na figura da esquerda, e o evento B, indicada em azul na figura da direita:





Podemos observar que a interseção corresponde a região que pertence a B, mas não pertence a A, que corresponde à diferença entre a probabilidade de B e a probabilidade de A:

$$\boldsymbol{P(\bar{A} \cap B)} = P(B \backslash A) = P(B) - P(A \cap B) = P(B) - P(A) = 0{,}7 - 0{,}3 = 0{,}4$$

Logo, a alternativa E está correta.

Gabarito: E

7. (Cebraspe/2020 – TJ/PA) Se Ω representar um espaço amostral de determinado experimento aleatório, $A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$ forem dois eventos com $P(A) = 0,4$ e $P(B) = 0,8$ e se $\bar{A}$ e $\bar{B}$ forem, respectivamente, os eventos complementares de A e B, então

a) $\boldsymbol{P(\bar{A} \cap \bar{B}) > 0,2}$

b) $\boldsymbol{P(A \cup B) + P(A \cap B) \leq 1}$

c) $\boldsymbol{P(A \cap A \cap A) = 0,064}$

d) $\boldsymbol{0,2 \leq P(A \cap B) \leq 0,4}$

e) $\boldsymbol{P(\bar{A} \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) > 0,7}$

Comentários:

O enunciado informa que P(A) = 0,4 e que P(B) = 0,8.

Considerando que a união desses eventos tem probabilidade no máximo igual a 1, podemos calcular a probabilidade mínima da interseção:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1$$

$$0{,}4 + 0{,}8 - P(A \cap B) \leq 1$$

$$1{,}2 - P(A \cap B) \leq 1$$

$$0{,}2 \leq P(A \cap B)$$

Por outro lado, a união desses eventos é no mínimo igual ao maior evento, no caso, o evento B. Nessa situação, o evento A estaria totalmente contido no evento B e a interseção seria igual ao próprio evento A:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \geq P(B)$$

$$P(A) \geq P(A \cap B)$$

Sabendo que P(A) = 0,4, a probabilidade máxima da interseção é:

$$P(A \cap B) \leq 0{,}4$$

Ou seja, a probabilidade da interseção é no mínimo igual a 0,2 e no máximo igual a 0,4 e assim concluímos que a alternativa D está correta.

Em relação à alternativa A, vamos calcular as probabilidades dos eventos **complementares**:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$$

Portanto, a interseção entre esses eventos é no **máximo** igual ao evento menor, no caso, o evento $\bar{B}$:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) \leq P(\bar{B})$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) \leq 0{,}2$$

Portanto, a alternativa A está incorreta.

Em relação à alternativa B, vamos reorganizar a fórmula da união:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) + P(A \cap B) = 0{,}4 + 0{,}8 = 1{,}2$$

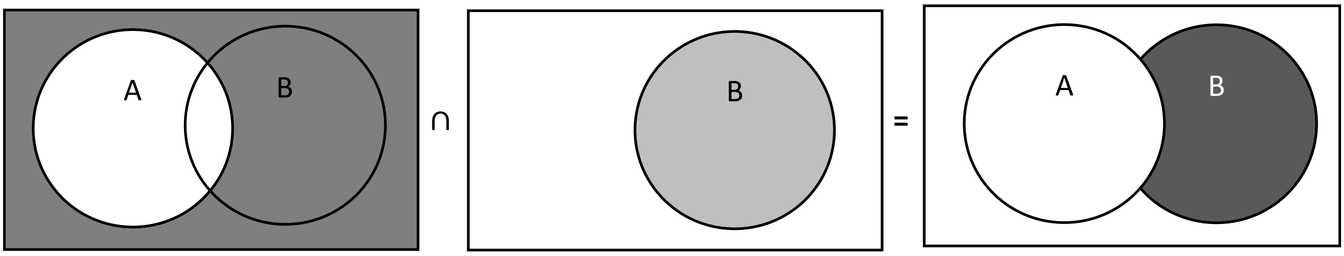
E assim concluímos que a alternativa B está incorreta.

Em relação à alternativa C, a interseção de um evento com ele mesmo é igual ao próprio evento:

$$P(A \cap A \cap A) = P(A) = 0{,}4$$

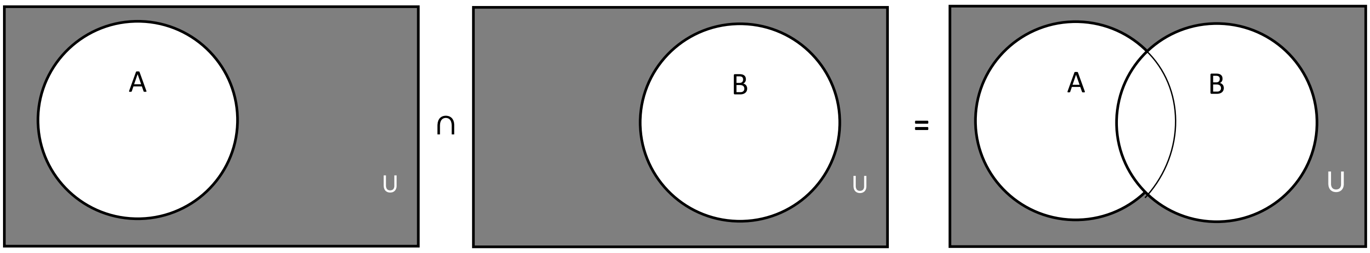
Logo, a alternativa C está incorreta.

Em relação à alternativa E, a interseção do complementar do evento A com o evento B corresponde ao evento B/A, conforme ilustrado a seguir:



$$P(\bar{A} \cap B) = P(B/A) = P(B) - P(A \cap B)$$

Ademais, a interseção dos complementares corresponde ao complementar da união:



$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B)$$

Assim, a soma de ambas as probabilidades é:

$$P(\bar{A} \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(B) - P(A \cap B) + 1 - P(A \cup B)$$

$$P(\bar{A} \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(B) + 1 - [P(A \cap B) + P(A \cup B)]$$

Vimos que $P(A \cup B) + P(A \cap B) = 1{,}2$, logo:

$$P(\bar{A} \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}8 + 1 - 1{,}2 = 0{,}6$$

Que é menor que 0,7, logo a alternativa E está incorreta.

Gabarito: D

8. (Cebraspe/2021 – PF) Considere os seguintes conjuntos:

P =	**{todos os policiais federais em efetivo exercício no país}**
P_1 =	**{policiais federais em efetivo exercício no país e que têm até 1 ano de experiência no exercício do cargo}**
P_2 =	**{policiais federais em efetivo exercício no país e que têm até 2 anos de experiência no exercício do cargo}**
P_3 =	**{policiais federais em efetivo exercício no país e que têm até 3 anos de experiência no exercício do cargo}**

e, assim, sucessivamente. Com base nessas informações, julgue o item que se segue.

Escolhendo-se aleatoriamente um integrante do conjunto P, a probabilidade de ele ter entre dois e três anos de experiência no exercício do cargo é dada por $\frac{\boldsymbol{n(P_2 - P_3)}}{\boldsymbol{n(P_3)}}$, em que n(X) indica o número de elementos do conjunto X e $\boldsymbol{P_2 - P_3}$ é o conjunto formado pelos indivíduos que estão em $\boldsymbol{P_2}$, mas não estão em $\boldsymbol{P_3}$.

Comentários:

Pela tabela, observamos que P_2 é o conjunto dos policiais com experiência de até 2 anos e que P_3 é o conjunto de policiais com experiência de até 3 anos. Assim, o conjunto de policiais com experiência entre 2 e 3 anos corresponde à diferença entre os conjuntos P_3 e P_2:

$$P_3 - P_2 = \text{\{policiais com experiência entre 2 e 3 anos\}}$$

E a probabilidade de selecionar aleatoriamente um integrante desse conjunto é a razão entre o número de policiais que pertencem a esse conjunto e o número total de policiais:

$$Prob = \frac{n(P_3 - P_2)}{n(P)}$$

Assim, a probabilidade indicada no item está incorreta, tanto em relação ao numerador (inversão de P_2 e P_3), quanto em relação ao denominador.

Gabarito: Errado

FGV

9. (FGV/2017 – Prefeitura de Salvador/BA) Entre as pessoas A, B, C, D e E, será sorteada uma comissão de três membros. A probabilidade de que A e B estejam na comissão ou de que C esteja na comissão, é de:

a) 60%

b) 64%

c) 72%

d) 75%

e) 80%

Comentários:

A probabilidade é a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos totais:

$$P = \frac{n(casos\ favoráveis)}{n(casos\ totais)} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Os casos totais são as maneiras de escolher 3 pessoas, dentre todas as 5 (sem importância de ordem):

$$n(U) = C_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

Os casos favoráveis são as maneiras de escolher A e B ou C.

Para isso, podemos calcular a probabilidade **complementar**, encontrando o número de maneiras de **não** escolher nem A e B, nem C. Assim, das 4 pessoas (A, B, D e E), é preciso escolher 3 pessoas, sem que A e B estejam juntos. Nessas condições, há somente **2 opções**: A, D e E; B, D e E. Logo, a probabilidade de **não** atender às condições indicadas é:

$$P(\bar{X}) = \frac{2}{10} = 20\%$$

A probabilidade de atender às condições indicadas no enunciado é complementar:

$$P(X) = 1 - P(\bar{X}) = 100\% - 20\% = 80\%$$

Gabarito: E

10. (FGV/2022 – SSP/AM) Seis cartas estão em uma caixa; em cada uma delas está escrita uma das seis letras: A, B, C, D, E, F, e cada letra só aparece uma vez. Retirando da caixa, simultaneamente e ao acaso, duas cartas, a probabilidade de que as cartas A ou C sejam sorteadas é

a) 1/2

b) 2/5

c) 3/5

d) 7/15

e) 8/15

Comentários:

O enunciado informa que 2 letras serão sorteadas dentre as 6 letras A, B, C, D, E e F. Os eventos possíveis (denominador da fórmula da probabilidade) correspondem à seleção de 2 elementos, dentre todos os 6, sem que a ordem importe (combinação):

$$n(U) = C_{6,2} = \frac{6!}{(6-2)! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2!} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

Em relação à probabilidade de sortear a letra A, os eventos favoráveis correspondem à seleção de qualquer uma das outras 5 letras como segunda letra sorteada:

$$P(A) = \frac{5}{15}$$

Similarmente, em relação à probabilidade de sortear a letra C, os eventos favoráveis correspondem à seleção de qualquer uma das outras 5 letras como segunda letra sorteada:

$$P(C) = \frac{5}{15}$$

Em relação à probabilidade da interseção, os eventos favoráveis correspondem à única possibilidade de selecionar as letras A e C:

$$P(A \cap C) = \frac{1}{15}$$

Logo, a probabilidade de selecionar A **ou** C (**união**) é dada por:

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C) = \frac{5}{15} + \frac{5}{15} - \frac{1}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

Gabarito: C

11. (FGV/2017 – SEFIN-RO) Dois eventos A e B têm probabilidades iguais a 70% e 80%. Os valores mínimo e máximo da probabilidade da interseção de A e B são

a) 30% e 50%

b) 20% e 70%

c) 20% e 50%

d) 50% e 70%

e) 0% e 70%

Comentários:

Considerando que dois eventos quaisquer possuem probabilidades P(A) = 70% e P(B) = 80%, a interseção máxima corresponde à situação em que o evento A (com menor probabilidade) está totalmente contido no evento B. Nesse caso, temos:

$$P(A \cap B)_{Máxima} = P(A) = 70\%$$

Para calcular a probabilidade mínima, precisamos considerar a fórmula da união dos eventos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Quando a probabilidade da interseção for a menor possível, a probabilidade da união será a maior possível. Como a probabilidade máxima é de 100%, então:

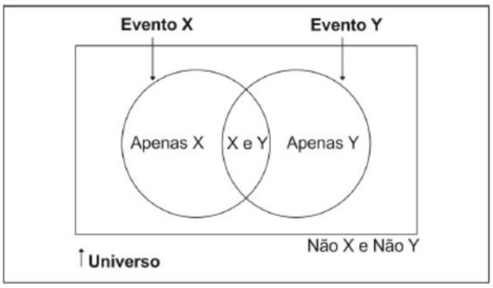
$$100\% = 70\% + 80\% - P(A \cap B)_{Mínima}$$

$$P(A \cap B)_{Mínima} = 150\% - 100\% = 50\%$$

Gabarito: D

FCC

12. (FCC/2021 – TJ/SC) Uma forma fácil e simples de representar probabilidades é feita com o auxílio da figura abaixo.



Trata-se de um Diagrama de

a) Ocorrência

b) Classes

c) Gantt

d) Pareto

e) Venn

Comentários:

O diagrama indicado na figura, que auxilia no cálculo de probabilidades, principalmente quando trabalhamos com a combinação de eventos (união, interseção etc.) é o Diagrama de Venn.

Gabarito: E

13. (FCC/2018 – Técnico Legislativo da Assembleia Legislativa de Sergipe/PE) Segundo a previsão do tempo, a probabilidade de chuva em uma cidade é de 50% no sábado e 30% no domingo. Além disso, ela informa que há 20% de probabilidade de que chova tanto no sábado quanto no domingo. De acordo com essa previsão, a probabilidade de que haja chuva nessa cidade em pelo menos um dos dois dias do final de semana é igual a

a) 100%.

b) 80%.

c) 70%.

d) 60%.

e) 50%.

Comentários:

A probabilidade de chover em pelo menos um dia do final de semana é igual à probabilidade da união entre os eventos chuva no sábado (S) e chuva no domingo (D):

$$P(S \cup D) = P(S) + P(D) - P(S \cap D)$$

Pelo enunciado, sabemos que P(S) = 50%, P(D) = 30% e $P(S \cap D)$ = 20%. Portanto:

$$P(S \cup D) = 50\% + 30\% - 20\% = 60\%$$

Gabarito: D

14. (FCC/2018 – Banrisul/RS) Seja P(X) a probabilidade de ocorrência de um evento X. Dados 2 eventos A e B, a probabilidade de ocorrer pelo menos um dos dois eventos é igual a 4/5 e a probabilidade de ocorrer o evento A e o evento B é igual a 1/10. Se P(A) é igual a 1/2, então P(B) é igual a

a) 1/4.

b) 2/5.

c) 3/10.

d) 1/3.

e) 1/2.

Comentários:

A probabilidade de ocorrer pelos menos um dos dois eventos, que corresponde à probabilidade da união, é igual a $P(A \cup B) = {}^{4}/_{5}$.

A questão informa, ainda, que $P(A \cap B) = {}^{1}/_{10}$ e que $P(A) = {}^{1}/_{2}$. Então:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{1}{2} + P(B) - \frac{1}{10} = \frac{4}{5}$$

$$P(B) = \frac{8 + 1 - 5}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Gabarito: B

15. (FCC/2018 – Agência de Fomento/AP) Conforme um censo realizado em uma empresa, apenas 1/3 de seus funcionários possui nível superior completo. Sabe-se que:

I. 60% dos funcionários desta empresa são homens e o restante mulheres.
II. 75% dos funcionários desta empresa que são mulheres não possuem nível superior completo.

Se um funcionário é escolhido aleatoriamente na empresa para executar uma tarefa, então a probabilidade de ele ser homem e possuir nível superior completo é igual a

a) 4/30.

b) 1/10.

c) 11/30.

d) 1/5.

e) 7/30.

Comentários:

A questão pede a probabilidade de um funcionário escolhido aleatoriamente ser homem (H) com nível superior (C), isto é, à interseção $H \cap C$. Para resolver essa questão, vamos utilizar a seguinte tabela:

	Homens (H)	Mulheres (M)	**Total**
Com Superior (C)			
Sem Superior (S)			
Total			

O enunciado informa que:

- 60% = 0,6 dos funcionários são homens e o restante (40% = 0,4), mulheres;
- $\frac{1}{3}$ dos funcionários possuem nível superior, logo o restante não possui (1 - $\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$).

Vamos inserir essas informações na tabela nos respectivos campos de totais:

	Homens (H)	Mulheres (M)	**Total**
Com Superior (C)			$\mathbf{\frac{1}{3}}$
Sem Superior (S)			$\mathbf{\frac{2}{3}}$
Total	0,6	0,4	1

Por fim, o enunciado informa que 75% das mulheres não possuem curso superior. Como a proporção de mulheres em relação ao total é de 0,4, então a proporção de mulheres sem curso superior em relação ao total é:

$$P(M \cap S) = 0{,}75 \times 0{,}4 = 0{,}3$$

	Homens (H)	Mulheres (M)	**Total**
Com Superior (C)			$\mathbf{\frac{1}{3}}$
Sem Superior (S)		0,3	$\mathbf{\frac{2}{3}}$
Total	0,6	0,4	1

Agora, podemos calcular a proporção de mulheres com curso superior pela diferença entre a proporção total de mulheres e a proporção de mulheres sem curso superior:

	Homens (H)	Mulheres (M)	**Total**
Com Superior (C)		0,4 - 0,3 = 0,1	$\mathbf{\frac{1}{3}}$
Sem Superior (S)		0,3	$\mathbf{\frac{2}{3}}$
Total	0,6	0,4	1

Por fim, calculamos a proporção de homens com nível superior, $P(H \cap C)$, conforme solicitado, dado pela diferença entre a proporção total de pessoas com nível superior e a proporção de mulheres com curso superior:

$$P(H \cap C) = P(C) - P(M \cap C)$$

$$P(H \cap C) = \frac{1}{3} - \frac{1}{10} = \frac{10 - 3}{30} = \frac{7}{30}$$

Gabarito: E

16. (FCC/2020 – ALAP) Em determinado setor de um órgão público foi realizado um levantamento com relação aos cargos de nível superior. A tabela abaixo apresenta a distribuição dos respectivos funcionários segundo o cargo e sexo.

Cargo	Homens	Mulheres	Total
Economista	30	20	50
Administrador	40	40	80
Contador	70	50	120
Total	140	110	250

Um funcionário é escolhido aleatoriamente neste setor para realizar uma tarefa. Seja E o evento indicando que o funcionário escolhido é economista e seja H o evento indicando que o funcionário escolhido é homem. Considerando, então, os eventos E e H, a probabilidade de que pelo menos um destes dois eventos ocorra é igual a

a) 64%

b) 76%

c) 56%

d) 80%

e) 48%

Comentários:

A questão pede a probabilidade de selecionar um economista (E) **ou** um homem (H) corresponde à união desses eventos.

$$P(E \cup H) = P(E) + P(H) - P(E \cap H)$$

A probabilidade de selecionar um economista é a razão entre o número de economistas e o número total de pessoas. Pela tabela, observamos que há 50 economistas e 250 pessoas no total, logo:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(U)} = \frac{50}{250}$$

E a probabilidade de selecionar um homem é a razão entre o número de homens (140) dividido pelo número total de pessoas (250):

$$P(H) = \frac{n(H)}{n(U)} = \frac{140}{250}$$

E a probabilidade da interseção é a razão entre o número de economistas homens (30) e o número total de pessoas (250):

$$P(E \cap H) = \frac{n(E \cap H)}{n(U)} = \frac{30}{250}$$

Logo, a união é dada por:

$$P(E \cup H) = \frac{50}{250} + \frac{140}{250} - \frac{30}{250} = \frac{160}{250} = \frac{16}{25} = 64\%$$

Gabarito: A

17. (FCC/2018 – Analista da Secretaria de Planejamento, Administração e Gestão de Pessoas de Recife/PE) Um levantamento é realizado em um clube que oferece aos seus associados somente três modalidades de esporte: Futebol, Basquete e Vôlei. Verificou-se que 70% dos sócios gostam de Futebol, 65% gostam de Basquete, 38% gostam de Vôlei, 10% gostam das três modalidades oferecidas e 2% não gostam de qualquer modalidade oferecida pelo clube. Escolhendo aleatoriamente um sócio do clube, a probabilidade de ele gostar de duas e somente duas das modalidades oferecidas é de

a) 45%.

b) 40%.

c) 55%.

d) 60%.

e) 65%.

Comentários:

A pergunta é pela probabilidade de a pessoa gostar de somente duas modalidades. A probabilidade de ele gostar de futebol e basquete apenas é $P(F \cap B) - P(F \cap B \cap V)$; a probabilidade de ele gostar de basquete e vôlei apenas é $P(B \cap V) - P(F \cap B \cap V)$; e a probabilidade de ele gostar de futebol e vôlei apenas é $P(F \cap V) - P(F \cap B \cap V)$.

A resposta para a pergunta é a união desses eventos. Como não há interseção entre esses eventos, basta somarmos as probabilidades dos eventos:

$$P = P(F \cap B) - P(F \cap B \cap V) + P(B \cap V) - P(F \cap B \cap V) + P(F \cap V) - P(F \cap B \cap V) =$$

$$\mathbf{P = P(F \cap B) + P(B \cap V) + P(F \cap V) - 3.P(F \cap B \cap V)}$$

O enunciado informa que:

$$\mathbf{P(F \cap B \cap V) = 10\% = 0{,}1}$$

Como já temos $P(F \cap B \cap V)$, então para calcular P, precisamos dos valores de:

$$\mathbf{P(F \cap B) + P(B \cap V) + P(F \cap V)}$$

Sabendo que 2% não gostam de qualquer dessas modalidades, temos:

$$P(F \cup B \cup V) + 2\% = 100\%$$

$$P(F \cup B \cup V) = 98\% = 0{,}98$$

A probabilidade da união de três eventos é dada por:

$$P(F \cup B \cup V) = P(F) + P(B) + P(V) - P(F \cap B) - P(B \cap V) - P(F \cap V) + P(F \cap B \cap V) = 0{,}98$$

O enunciado informa, além de $P(F \cap B \cap V) = 0{,}1$, que $P(F) = 70\% = 0{,}7$, $P(B) = 65\% = 0{,}65$, $P(V) = 38\% = 0{,}38$. Substituindo esses valores na fórmula da probabilidade da união, temos:

$$P(F \cup B \cup V) = 0{,}70 + 0{,}65 + 0{,}38 - P(F \cap B) - P(B \cap V) - P(F \cap V) + 0{,}1 = 0{,}98$$

$$0{,}85 = P(F \cap B) + P(B \cap V) + P(F \cap V)$$

Substituindo esse resultado, bem como $P(F \cap B \cap V) = 0{,}1$, em P, temos:

$$P = P(F \cap B) + P(B \cap V) + P(F \cap V) - 3.P(F \cap B \cap V) = 0{,}85 - 3 \times 0{,}1 = 0{,}55$$

Gabarito: C

VUNESP

18. (VUNESP/2020 – Sorocaba) Em uma escola com 450 estudantes, foi realizada uma enquete com duas perguntas feitas para todos os estudantes:

Primeira pergunta: Você gosta da disciplina Português?
Segunda pergunta: Você gosta da disciplina Matemática?

Todos os estudantes responderam às duas perguntas e os resultados foram: 280 responderam "Sim" à primeira pergunta, 200 responderam "Sim" à segunda pergunta e 50 responderam "Não" às duas perguntas. Selecionando ao acaso um estudante dessa escola, a probabilidade de ele ter respondido "Não" à primeira pergunta e "Sim" à segunda pergunta é igual a

a) 8/45

b) 8/15

c) 4/15

d) 2/5

e) 4/9

Comentários:

O enunciado informa que 450 alunos responderam SIM ou NÃO a duas perguntas. As respostas foram as seguintes:

- 280 responderam SIM à 1ª pergunta: $n(S_1) = 280$;
- 200 responderam SIM à 2ª pergunta: $n(S_2) = 200$;
- 50 responderam NÃO às duas perguntas.

Logo, os demais responderam SIM a uma das duas perguntas, que corresponde à união de S_1 e S_2:

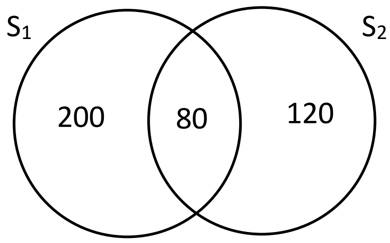
$$n(S_1 \cup S_2) = 450 - 50 = 400$$

$$n(S_1 \cup S_2) = n(S_1) + n(S_2) - n(S_1 \cap S_2) = 400$$

$$n(S_1 \cup S_2) = 280 + 200 - n(S_1 \cap S_2) = 400$$

$$n(S_1 \cap S_2) = 480 - 400 = 80$$

Assim, concluímos que 80 alunos responderam SIM às duas perguntas e podemos representar essa situação pelo seguinte diagrama:



Os alunos que responderam NÃO à 1ª pergunta são aqueles que **não** responderam SIM à 1ª pergunta (complemento), o que podemos representar por $\overline{S_1}$. Logo, o número de alunos que responderam NÃO à 1ª pergunta E responderam SIM à 2ª pergunta corresponde à interseção entre $\overline{S_1}$ e S_2:

$$n(\overline{S_1} \cap S_2)$$

Os elementos que não pertencem ao conjunto S_1 e pertencem ao conjunto S_2 são aqueles que pertencem ao conjunto S_2, mas fora da interseção (no caso, os 120 alunos):

$$n(\overline{S_1} \cap S_2) = n(S_2) - n(S_1 \cap S_2) = 120$$

E a probabilidade desejada é a razão entre esse resultado e o número total de alunos (450):

$$P = \frac{120}{450} = \frac{4}{15}$$

Gabarito: C

19. (VUNESP/2021 – PB-Saúde) Em um setor de órgão público, trabalham 2 economistas, 2 contadores e 3 administradores. Uma comissão de 3 elementos desses profissionais escolhidos aleatoriamente é formada para realizar uma tarefa. A probabilidade de esta comissão ter pelo menos 1 economista é igual a

a) 2/7

b) 2/5

c) 4/7

d) 3/5

e) 5/7

Comentários:

O enunciado informa que há 2 economistas, 2 contadores e 3 administradores, logo há 7 profissionais no total. Considerando que 3 desses profissionais serão selecionados aleatoriamente, o número total de eventos possíveis corresponde à combinação de 3 elementos, dentre todos os 7 profissionais:

$$C_{7,3} = \frac{7!}{(7-3)! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 7 \times 5 = 35$$

E os eventos favoráveis correspondem à escolha de pelo menos um economista. Essa probabilidade pode ser calculada pelo seu complemento, qual seja de que nenhum economista seja escolhido:

$$P(pelo\ menos\ um\ economista) = 1 - P(nenhum\ economista)$$

Os casos favoráveis do evento complementar correspondem à seleção de 3 pessoas dentre os 5 profissionais que não são economistas (2 contadores e 3 administradores):

$$C_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

E a probabilidade de escolher nenhum economista é a razão entre esses resultados:

$$P(nenhum\ economista) = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$$

Logo, a probabilidade desejada é complementar:

$$P(pelo\ menos\ um\ economista) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

Gabarito: E

Outras Bancas

20. (SELECON/2021 – CM-Cuiabá) A tabela a seguir fornece, por sexo e por cargo pretendido, a quantidade total de candidatos inscritos em um concurso público.

	Homens	Mulheres
Analista Legislativo	54	36
Contador	90	105
Controlador Interno	45	30

Escolhendo-se ao acaso um dos candidatos inscritos nesse concurso, a probabilidade de a pessoa escolhida ser mulher ou pretender um cargo de contador é de:

a) 62,5%

b) 68,2%

c) 72,5%

d) 78,2%

Comentários:

A questão pede a probabilidade de escolhermos uma mulher **ou** um candidato a contador, que corresponde à união desses eventos:

$$P(M \cup C) = P(M) + P(C) - P(M \cap C)$$

A probabilidade de escolher uma mulher é a razão entre o número de mulheres e o número total de candidatos:

$$P(M) = \frac{36 + 105 + 30}{54 + 90 + 45 + 36 + 105 + 30} = \frac{171}{189 + 171} = \frac{171}{360}$$

A probabilidade de escolher um candidato a contador é a razão entre o número de candidatos a contadores e o número total de candidatos (que já calculamos):

$$P(C) = \frac{90 + 105}{360} = \frac{195}{360}$$

E a probabilidade da interseção é a razão entre o número de mulheres candidatas a contadores e o número total de candidatos:

$$P(M \cap C) = \frac{105}{360}$$

Assim, a probabilidade da união é:

$$P(M \cup C) = \frac{171}{360} + \frac{195}{360} - \frac{105}{360} = \frac{261}{360} = \frac{29}{40} = 0{,}725 = 72{,}5\%$$

Gabarito: C

21. (Quadrix 2021/CRMV-RO) Em uma sala de aula, há 120 estudantes, dos quais o número de destros do sexo masculino é igual ao número de destros do sexo feminino, 15% são canhotos, exatamente 7 dos canhotos são do sexo masculino e nenhum é ambidestro.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A probabilidade de um estudante ser destro ou do sexo feminino é igual a 17/40.

Comentários:

O primeiro passo para resolver essa questão é encontrar o número de estudantes de cada sexo. Para isso, podemos preencher a seguinte tabela, sabendo que há 120 alunos no total:

	Destro	Canhoto	**Totais**
Masculino			
Feminino			
Totais			**120**

O enunciado informa que 15% (0,15) dos 120 alunos são canhotos. Logo, o número de canhotos é:

120 x 0,15 = 18

Desses, 7 são do sexo masculino. Logo, os outros 18 - 7 = 11 são do sexo feminino:

	Destro	Canhoto	**Totais**
Masculino		7	

Feminino		11	
Totais		**18**	**120**

Considerando que há 18 canhotos, os demais são destros: 120 - 18 = 102. Sabendo que o número de destros do sexo masculino é igual ao do sexo feminino, então metade dos 102 destros (102/2 = 51) é do sexo feminino e metade é do sexo masculino:

	Destro	Canhoto	**Totais**
Masculino	51	7	**58**
Feminino	51	11	**62**
Totais	**102**	**18**	**120**

Agora, passemos ao cálculo da probabilidade de um estudante ser destro ou do sexo feminino, ou seja, a probabilidade da união desses eventos, dada pela soma das probabilidades, subtraindo-se a probabilidade da interseção:

$$P(D \cup F) = P(D) + P(F) - P(D \cap F)$$

A probabilidade de escolher um estudante destro é a razão entre o número de destros e o número total de estudantes:

$$P(D) = \frac{102}{120}$$

A probabilidade de escolher um estudante do sexo feminino é a razão entre o número de estudantes do sexo feminino e o número total de estudantes:

$$P(F) = \frac{62}{120}$$

E a probabilidade da interseção é a razão entre o número de estudantes destros do sexo feminino e o número total de estudantes:

$$P(D \cap F) = \frac{51}{120}$$

Assim, a probabilidade da união é:

$$P(D \cup F) = \frac{102}{120} + \frac{62}{120} - \frac{51}{120} = \frac{113}{120}$$

Que é diferente de $\frac{17}{40}$, o que seria equivalente a $\frac{51}{120}$. Note que essa é a probabilidade de o estudante ser destro **E** do sexo feminino (interseção).

Gabarito: Errado

22. (PROGEP/2022 – FURG) Sendo $P(A) = x$, $P(B) = y$ e $P(A \cap B) = z$, então:

I) $\boldsymbol{P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - z}$
II) $\boldsymbol{P(\overline{A} \cup B) = 1 - x + z}$
III) $\boldsymbol{P(\overline{A} \cap \overline{B}) = x + y - z}$

As afirmações corretas são:

a) Apenas I

b) Apenas II

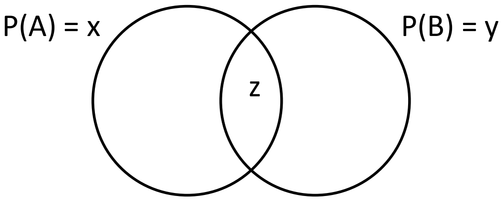
c) Todas as afirmações

d) Apenas I e II

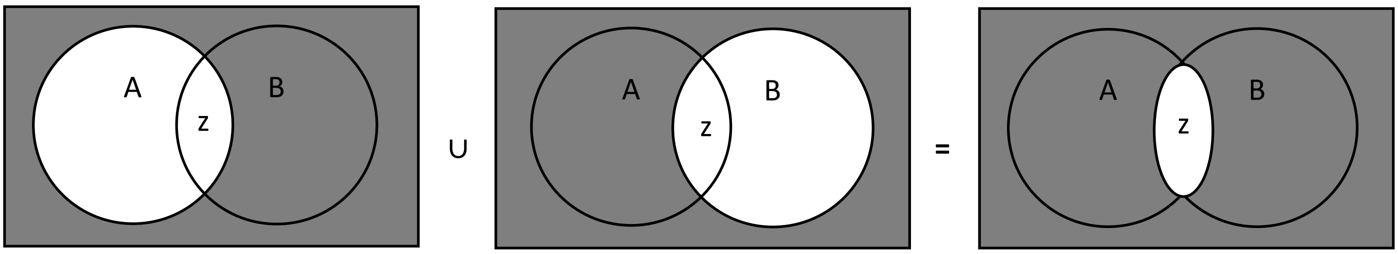
e) Nenhuma das afirmações

Comentários:

O enunciado informou que a probabilidade do evento A é $P(A) = x$, do evento B é $P(B) = y$ e da interseção é $P(A \cap B) = z$, conforme ilustrado a seguir:



Na afirmativa I, temos a união dos eventos complementares, conforme indicado em cinza a seguir:

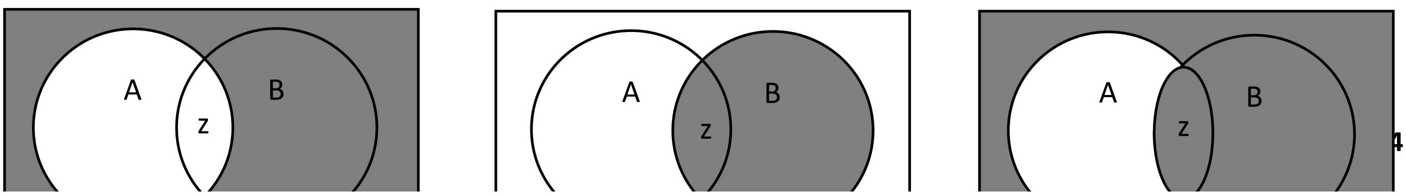


Podemos observar que a união dos eventos complementares corresponde a todos os eventos exceto a interseção, ou seja, ao complementar da interseção. Sabendo que a probabilidade da interseção é z, temos:

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - z$$

Logo, a afirmativa I está correta.

Na afirmativa II, temos a união do complementar do evento A com o evento B, conforme ilustrado em cinza:



Z ∪ =

Podemos observar que o evento resultante corresponde a todos os elementos, exceto aqueles que pertencem exclusivamente ao conjunto A, ou seja, é o complementar do evento $A \backslash B$.

A probabilidade dos elementos que pertencem exclusivamente ao conjunto A, $P(A \backslash B)$, corresponde à probabilidade do evento A, **menos** a probabilidade da **interseção**:

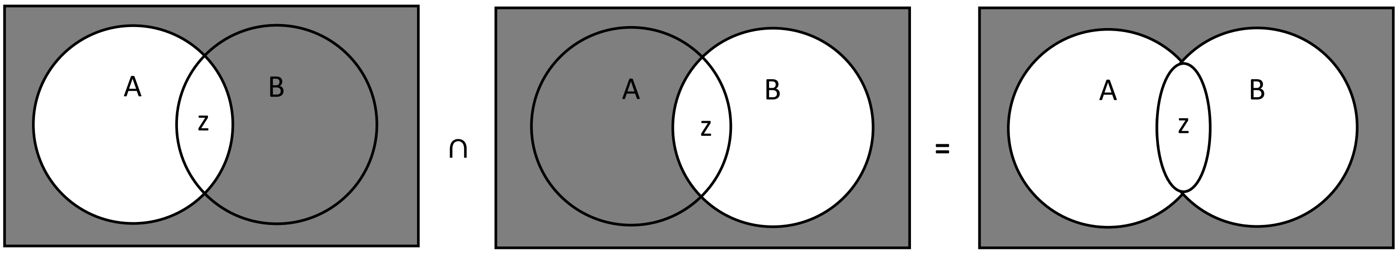
$$P(A \backslash B) = P(A) - P(A \cap B) = x - z$$

E a probabilidade do evento resultante é o **complementar** deste resultado:

$$P(\bar{A} \cup B) = 1 - P(A \backslash B) = 1 - (x - z) = 1 - x + z$$

Logo, a afirmativa II está correta.

E a afirmativa III pede a interseção dos complementares:



Podemos observar que a interseção dos complementares corresponde a todos os elementos que não pertencem aos conjuntos A ou B, isto é, ao complementar da união dos conjuntos.

A probabilidade da união é dada por:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = x + y - z$$

E a probabilidade desejada é o complementar desta probabilidade:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - (x + y - z) = 1 - x - y + z$$

Que é diferente do resultado indicado na afirmativa III, logo, ela está errada.

Gabarito: D

QUESTÕES COMENTADAS – MULTIBANCAS

Axiomas de Probabilidade

1. (IADES/2021 – CAU/MS)

Faixa Etária	Proporção
Até 30 anos	3.x%
31 a 40 anos	32%
41 a 50 anos	18%
51 a 60 anos	14%
Mais de 60 anos	x%

A tabela representa a proporção de arquitetos e urbanistas, em 2017, por faixa etária. Qual é o percentual (x%) de arquitetos e urbanistas com mais de 60 anos de idade?

a) 9%

b) 12%

c) 15%

d) 18%

e) 27%

Comentários:

Para encontrar a proporção de profissionais com mais de 60 anos, indicada por x, precisamos considerar que a soma de todas essas proporções (probabilidade associada a todo o Espaço Amostral) é igual a 100%:

$$3x + 32\% + 18\% + 14\% + x = 100\%$$

$$4x + 64\% = 100\%$$

$$x = \frac{36\%}{4} = 9\%$$

Gabarito: A

2. (IADES/2021 – CAU/MS)

Um servidor de suporte técnico do Conselho de Arquitetura e Urbanismo deve digitalizar os relatórios técnicos de arquitetura (RTA) e os relatórios técnicos urbanísticos (RTU) que estão em uma gaveta de arquivos. Ele sabe que a quantidade de RTA é 1/4 (um quarto) da quantidade de RTU. Qual é a probabilidade de ele escolher aleatoriamente um relatório e ele ser RTU?

a) 1/4

b) 1/5

c) 3/4

d) 3/5

e) 4/5

Comentários:

O enunciado informa que a quantidade de RTAs é $\frac{1}{4}$ da quantidade de RTUs, consequentemente, a **probabilidade** de selecionar um RTA é $\frac{1}{4}$ da probabilidade de selecionar um RTU. Sendo p a probabilidade de selecionar um RTU, então a probabilidade de selecionar um RTA é $\frac{p}{4}$.

Considerando que a soma das probabilidades desses eventos (mutuamente exclusivos) deve ser igual a 1 (probabilidade associada a todo o Espaço Amostral) é igual a 1, podemos encontrar o valor de p, que é a probabilidade de selecionar um RTU:

$$p + \frac{p}{4} = 1$$

$$\frac{5}{4}p = 1$$

$$p = \frac{4}{5}$$

Gabarito: E

3. (IDIB/2020 – CRM/MT) Um dado foi fabricado de forma "viciada", assim, apresenta irregularidades, como, por exemplo, a probabilidade de apresentar como resultado o número 2 é o dobro da probabilidade de apresentar o número 1. Os outros números têm a probabilidade normal de um dado não viciado. Qual a probabilidade de se lançar o dado e obter como resultado o número 1?

a) 1/6

b) 1/7

c) 1/8

d) 1/9

Comentários:

O enunciado informa, em um lançamento de um dado viciado, a probabilidade da face 2 é o dobro da face 1 e que as demais faces apresentam probabilidade normal de um dado não viciado. Sendo p a probabilidade da face 1, então a probabilidade da face 2 será $2p$.

Sabendo que a probabilidade das outras 4 faces é $\frac{1}{6}$ cada e que a soma das probabilidades de todas as faces é igual a 1 (probabilidade de todo o Espaço Amostral), podemos encontrar o valor de p, que é a probabilidade da face 1:

$$p + 2p + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$$

$$3p + \frac{4}{6} = 1$$

$$3p = 1 - \frac{4}{6} = \frac{2}{6}$$

$$p = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$$

Gabarito: D

4. (FCC/2018 – Prefeitura de Macapá/AP) Considere que a tabela abaixo fornece as probabilidades respectivas de n ocorrências de um evento (0 ≤ n ≤ 4) em um determinado dia. Sabe-se que não se verificam mais que 4 ocorrências em um dia.

Número de ocorrências (n)	0	1	2	3	4
Probabilidades	a	b	2a	b	a

Se a probabilidade de que o evento ocorra mais que uma vez em um dia é igual a 62,5%, então a probabilidade de que ele ocorra uma vez em um dia é igual a

a) 15,0%

b) 30,0%

c) 25,0%

d) 20,0%

e) 24,0%

Comentários:

Primeiro, precisamos calcular o valor de a e b. Sabendo que a tabela corresponde a todo o Espaço Amostral, uma vez que o evento nunca ocorre mais que 4 vezes no dia, temos:

$$a + b + 2a + b + a = 1$$

$$4a + 2b = 1$$

Além disso, é informado que a probabilidade de que o evento ocorra mais que uma vez (isto é, 2, 3 ou 4 vezes) é 62,5%, logo:

$$2a + b + a = 0{,}625$$

$$3a + b = 0{,}625$$

$$b = 0{,}625 - 3a$$

Substituindo na outra equação, temos:

$$4a + 2(0{,}625 - 3a) = 1$$

$$4a + 1{,}25 - 6a = 1$$

$$0{,}25 = 2a$$

$$a = 0{,}125$$

Portanto, a probabilidade de o evento ocorrer uma vez no dia, b, é:

$$b = 0{,}625 - 3a = 0{,}625 - 0{,}375 = 0{,}25$$

Gabarito: C

5. (FCC/2019 – Auditor Fiscal da Secretaria de Estado da Fazenda/BA) Um instituto de pesquisa foi contratado para realizar um censo em uma cidade com somente dois clubes (Alfa e Beta). Verificou- se que, com relação a essa cidade, o número de habitantes que são sócios de Alfa é igual a 3/4 do número de habitantes que são sócios de Beta. Sabe-se ainda que, dos habitantes desta cidade, 8% são sócios dos dois clubes e 24% não são sócios de qualquer clube. Escolhendo aleatoriamente um habitante dessa cidade, tem-se que a probabilidade de ele ser sócio somente do clube Alfa é

a) 30%.

b) 32%.

c) 20%.

d) 28%.

e) 34%.

Comentários:

A questão pergunta pela probabilidade de um habitante ser sócio apenas de Alfa:

$$P(A \backslash B) = P(A) - P(A \cap B)$$

Para isso, o enunciado fornece as seguintes informações:

- $P(A) = \frac{3}{4}P(B)$
- $P(A \cap B) = 8\%$

Além disso, 24% não são sócios, portanto:

$$P(A \cup B) + 24\% = 100\% \quad \rightarrow \quad P(A \cup B) = 76\%$$

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 76\%$$

Substituindo $P(A \cap B) = 8\%$ e $P(A) = \frac{3}{4}P(B) \rightarrow P(B) = \frac{4}{3}P(A)$, temos:

$$P(A) + \frac{4}{3}P(A) - 8\% = 76\%$$

$$\frac{7}{3}P(A) = 84\%$$

$$P(A) = \frac{84\% \times 3}{7} = 12\% \times 3 = 36\%$$

Portanto:

$$P(A \backslash B) = P(A) - P(A \cap B) = 36\% - 8\% = 28\%$$

Gabarito: D

6. (Cesgranrio/2018 – Transpetro) Uma empresa de transporte marítimo transporta cargas classificadas como “Químico”, “Combustíveis” e “Alimentos”, e cada um de seus navios transporta apenas um tipo de carga. Essa empresa informa que, dos 350 navios, 180 transportam combustíveis, e 120 transportam alimentos. Ao chegar ao porto, a probabilidade de um navio dessa empresa estar transportando carga “Químico” ou “Alimentos” é, aproximadamente, de

a) 0,14

b) 0,34

c) 0,49

d) 0,62

e) 0,75

Comentários:

O enunciado informa que há 350 navios que transportam apenas um tipo de carga cada, dos quais 180 transportam combustíveis, 120 transportam alimentos e os demais transportam químico. Logo, o número de navios que transportam químico é:

$$n(Q) = 350 - 180 - 120 = 50$$

E pede a probabilidade de escolher um navio que transporta químico ou alimentos, ou seja, temos a união de eventos mutuamente exclusivos:

$$P(Q \cup A) = P(Q) + P(A)$$

Sabendo que a probabilidade é a razão entre o número de elementos favoráveis e o número total de elementos, temos:

$$P(Q \cup A) = \frac{n(Q)}{n(U)} + \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{50}{350} + \frac{120}{350} = \frac{170}{350} \cong 0{,}49$$

Gabarito: C

7. (FGV/2017 – SEFIN-RO) Júlia e Laura são irmãs e fazem parte de um grupo de 5 meninas. Desse grupo, três serão sorteadas para um passeio.

A probabilidade de que uma das irmãs seja sorteada e a outra não seja sorteada é de.

a) 80%

b) 70%

c) 50%

d) 40%

e) 60%

Comentários:

A probabilidade de um evento é a razão entre o número de casos favoráveis desse evento e o número de casos totais:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Os casos totais correspondem a todas as maneiras de se selecionar 3 pessoas, dentre 5, sem que a ordem importe (combinação):

$$n(U) = C_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

Os casos favoráveis correspondem às maneiras de selecionar Júlia e não selecionar Laura, OU de selecionar Laura e não selecionar Júlia.

Supondo que Júlia é selecionada, restam 3 meninas (sem ser a Laura) que podem ser escolhidas e 2 vagas para o passeio. Logo, o número de possibilidades de selecionar Júlia é:

$$n(J) = C_{3,2} = \frac{3!}{(3-2)! \times 2!} = \frac{3 \times 2!}{1! \times 2!} = 3$$

Logo, a probabilidade Julia ser selecionada (e Laura não) é a razão entre esses resultados:

$$P(J) = \frac{3}{10}$$

A situação de Laura é a mesma, então a probabilidade de Laura ser selecionada (e Júlia não) é:

$$P(L) = \frac{3}{10}$$

Considerando que são eventos mutuamente excludentes, a probabilidade da união corresponde à soma das probabilidades (união de eventos mutuamente excludentes):

$$P(J \cup L) = P(J) + P(L) = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = 60\%$$

Gabarito: E

8. (FGV/2022 – PC/AM) Considere dois eventos A e B mutuamente exclusivos e que Prob(.) indica a probabilidade do evento indicado entre parênteses. Logo:

a) Prob(A ∩ B) = Prob(A).Prob(B)

b) Prob(A U B) = Prob(A).Prob(B)

c) Prob(A ∩ B) = 0

d) Prob(A U B) = 0

e) Prob(A U B) = 1

Comentários:

Eventos mutuamente exclusivos (ou excludentes) são aqueles que não apresentam interseção (conjunto vazio). Logo, a probabilidade da interseção é igual a zero:

Prob(A ∩ B) = 0, se A e B são eventos mutuamente exclusivos

Logo, a alternativa A está incorreta e a alternativa C está correta. Em relação às demais alternativas, a probabilidade da união é dada pela soma das probabilidades:

Prob(A U B) = Prob(A) + Prob(B)

Logo, as alternativas B, D e E estão incorretas.

Gabarito: C

QUESTÕES COMENTADAS – MULTIBANCAS

Probabilidade Condicional

CEBRASPE

1. (Cebraspe/2022 – PETROBRAS) No que diz respeito aos conceitos e cálculos utilizados em probabilidade e estatística, julgue o item a seguir.

Considere que, em uma sala de provas de um concurso, ao se selecionar aleatoriamente um candidato para acompanhar a abertura do envelope de provas, a probabilidade de ele ter estudado em escola particular é 0,32 e a probabilidade de ele ter estudado em escola particular e ser um candidato forte à aprovação é 0,24. Nessa situação, se o candidato selecionado estudou em escola particular, então a probabilidade de ele ser um candidato forte à aprovação é 0,75.

Comentários:

Essa questão pede a probabilidade condicional de um candidato ser forte dado que estudou em escola particular, que corresponde à razão entre a probabilidade da interseção dos eventos e a probabilidade de o candidato ter estudado em escola particular (evento a priori):

$$P(F|P) = \frac{P(F \cap P)}{P(P)}$$

O enunciado informa que a probabilidade de o candidato ter estudado em escolar particular é $P(P) = 0{,}32$ e a probabilidade de o candidato ter estudado em escola particular e ser forte é $P(F \cap P) = 0{,}24$. Logo, a probabilidade condicional é:

$$P(F|P) = \frac{P(F \cap P)}{P(P)} = \frac{0{,}24}{0{,}32} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

Gabarito: Certo

2. (Cebraspe/2022 – FUNPRESP-EXE) A seguir, são apresentadas informações obtidas a partir de uma pesquisa realizada com 1.000 pessoas.

- **480 possuem plano de previdência privada;**
- **650 possuem aplicações em outros tipos de produtos financeiros;**
- **320 não possuem aplicação em nenhum produto financeiro.**

Com base nessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Se uma pessoa escolhida ao acaso entre as que participaram da pesquisa possui plano de previdência privada, então a probabilidade de ela possuir também aplicação em outros produtos financeiros é superior a 90%.

Comentários:

O primeiro passo para resolver essa questão é calcular o número de pessoas que estão na interseção, entre aquelas que possuem previdência privada e aquelas que possuem outros tipos de produtos financeiros.

O enunciado informa que, das 1000 pessoas, 320 não possuem aplicação alguma.

Logo, o número de pessoas que possuem alguma aplicação, previdência privada (Pr) e/ou outros tipos de produtos (Ou) é:

$$n(Pr \cup Ou) = 1000 - 320 = 680$$

Sabendo que 480 possuem previdência privada e 650 possuem outros produtos, a interseção corresponde à soma desses valores, subtraída do total da união:

$$n(Pr \cup Ou) = n(Pr) + n(Ou) - n(Pr \cap Ou)$$

$$n(Pr \cap Ou) = n(Pr) + n(Ou) - n(Pr \cup Ou)$$

$$n(Pr \cap Ou) = 480 + 650 - 680 = 450$$

Logo, 450 pessoas possuem tanto previdência privada quanto outros produtos.

O item pede a probabilidade de uma pessoa possuir outros produtos financeiros, dado que possui previdência privada, que corresponde à razão entre a probabilidade da interseção e a probabilidade do evento a priori (no caso, possuir previdência privada):

$$P(Ou|Pr) = \frac{P(Pr \cap Ou)}{P(Pr)}$$

Sabendo que a probabilidade é a razão entre os eventos favoráveis e o total de eventos, temos:

$$P(Ou|Pr) = \frac{P(Pr \cap Ou)}{P(Pr)} = \frac{\frac{n(Pr \cap Ou)}{n(U)}}{\frac{n(Pr)}{n(U)}} = \frac{\frac{n(Pr \cap Ou)}{\cancel{n(U)}}}{\frac{n(Pr)}{\cancel{n(U)}}} = \frac{n(Pr \cap Ou)}{n(Pr)}$$

Sabendo que na interseção há $n(Pr \cap Ou) = 450$ pessoas e que o número de pessoas com previdência privada é $n(Pr) = 480$, temos:

$$P(Ou|Pr) = \frac{n(Pr \cap Ou)}{n(Pr)} = \frac{450}{480} = \frac{15}{16} = 0{,}9375 = 93{,}75\%$$

Que é superior a 90%.

Gabarito: Certo.

2

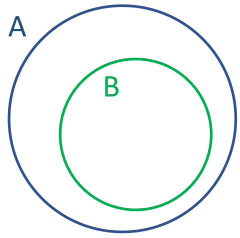
3. (Cebraspe/2022 – PETROBRAS) Considerando dois eventos aleatórios A e B, tais que $P(A \cup B) = P(A) > 0$, $P(A \cap B) = P(B) > 0$ e $P(A) + P(B) = 1$, julgue o item que se segue.

São eventos independentes.

Comentários:

O enunciado informa que a união dos eventos A e B corresponde ao evento A; e que a interseção dos eventos corresponde ao evento B.

Para que isso seja possível, é necessário que o evento B esteja contido no evento A, conforme ilustrado a seguir:



O item pergunta se os eventos são independentes. Por definição, para eventos independentes, vale:

$$P(A|B) = P(A), \qquad se\ A\ e\ B\ forem\ independentes$$

No entanto, essa equação é falsa pelo fato de o evento B estar contido no evento A. Desse modo, dado que ocorreu o evento B, temos certeza de que ocorre o evento A:

$$P(A|B) = 1$$

E sabemos que a probabilidade P(A) é **menor** que 1, já que P(B) > 0.

Assim, concluímos que $P(A|B) \neq P(A)$ e, consequentemente, que os eventos não são independentes.

Gabarito: Errado

4. (Cebraspe/2022 – PC/PB) Na enfermaria de um hospital estavam internados 32 pacientes. Destes, 8 apresentavam pneumonia, 6 tinham diagnóstico de asma, 10 estavam com gripe, 6 tinham câncer no pulmão e os demais aguardavam atendimento. Coincidentemente, em cada grupo a quantidade de homens e mulheres era a mesma. Considerando essa situação hipotética, assinale a opção correta.

a) Foram escolhidos aleatoriamente 3 pacientes dentre aqueles com gripe para responder uma pesquisa. A probabilidade de todos eles serem mulheres é de 50%.

b) Se selecionado um paciente aleatoriamente para a realização de um exame, a probabilidade de ele estar com asma ou ser um dos que têm câncer no pulmão é de 18,75%.

c) 4 pacientes serão escolhidos aleatoriamente para receber uma visita especial. A chance deste grupo ser composto por um homem com pneumonia, uma mulher com asma, uma mulher com gripe e um homem que tem câncer no pulmão é de 0,12%.

d) Sabe-se que a proporção de diagnóstico de asma nos pacientes que chegam ao hospital é a mesma daquela dos pacientes já diagnosticados que estavam na enfermaria. Assim, a probabilidade dos dois pacientes que aguardam atendimento receberem diagnóstico de asma é de 20%.

e) A cada dia, durante os próximos 4 dias, um paciente será escolhido aleatoriamente para receber uma sobremesa especial no almoço. A chance dos quatro pacientes sorteados serem mulheres é de 6,25%.

Comentários:

Essa questão informa que há **32** pacientes, dos quais **8** estavam internados com pneumonia, **6** com asma, **10** com gripe, **6** com câncer e os outros 2 aguardavam atendimento. Ademais, a questão informa que, em cada grupo, a quantidade de homens e mulheres é a mesma.

As alternativas pedem para calcularmos as probabilidades, seguindo a definição clássica, exceto as alternativas D e E, que exigem conhecimento a respeito da interseção de eventos independentes. Então vamos primeiro a elas.

A alternativa D pede a probabilidade de os 2 pacientes aguardando atendimento terem asma, sabendo que as proporções dos que aguardam o atendimento é a mesma dos que estão internados. Dos 30 internados, 6 têm asma, logo a probabilidade de **um** paciente ter asma é:

$$p = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

Que é 20%, como indicado na alternativa. No entanto, a probabilidade de os **2** pacientes terem asma corresponde ao produto das probabilidades (interseção de eventos independentes):

$$P = 0{,}2 \times 0{,}2 = 0{,}04 = 4\%$$

Logo, a alternativa D está incorreta.

Já a alternativa E afirma que ao longo dos próximos 4 dias 1 pessoa será escolhida e pede a probabilidade de todas as 4 serem mulheres. A probabilidade de uma mulher ser sorteada em um dia é de 50% = 0,5, uma vez que metade dos pacientes são mulheres. E a probabilidade de 4 serem mulheres é o produto das probabilidades (interseção de eventos independentes):

$$P = 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}0625 = 6{,}25\%$$

Portanto, a alternativa E está correta.

Agora vejamos as demais alternativas. A alternativa A informa que 3 pacientes serão escolhidos, dentre os 10 pacientes com gripe, e pede a probabilidade de todos eles serem mulheres. Essa probabilidade é a razão entre a combinação de 3 pacientes, dentre as 5 mulheres com gripe (eventos favoráveis), e a combinação de 3 pacientes dentre todos os 10 pacientes com gripe (todos os eventos possíveis):

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{eventos\ possíveis} = \frac{C_{5,3}}{C_{10,3}}$$

Vamos calcular as combinações em separado:

$$C_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4}{2} = 5 \times 2 = 10$$

$$C_{10,3}=\frac{10!}{(10-3)!\times 3!}=\frac{10\times 9\times 8\times 7!}{7!\times 3!}=\frac{10\times 9\times 8}{3\times 2\times 1}=10\times 3\times 4=120$$

E a razão é:

$$P=\frac{C_{5,3}}{C_{10,3}}=\frac{10}{120}=\frac{1}{12}$$

Que é diferente de 50% e por isso a alternativa A está incorreta.

Em relação à alternativa B, a probabilidade de um paciente estar com asma ou ter câncer é a razão entre o número de pacientes com asma ou com câncer (6 + 6 = 12) e o número total de pacientes (32):

$$P=\frac{12}{32}=\frac{3}{8}=0{,}375=37{,}5\%$$

Que é diferente de 18,75%, logo a alternativa B está errada.

Por fim, a alternativa C afirma que 4 pacientes serão escolhidos e pede a probabilidade de que sejam escolhidos um homem com pneumonia, uma mulher com asma, uma mulher com gripe e um homem com câncer. Sabendo que há 4 homens com pneumonia, 3 mulheres com asma, 5 mulheres com gripe e 3 homens com câncer de pulmão, o número de eventos favoráveis é o produto (princípio multiplicativo):

$$eventos\ favoráveis=4\times 3\times 5\times 3=180$$

E o total de eventos possíveis corresponde à combinação de 4 pacientes, dentre todos os 32:

$$eventos\ possíveis=C_{32,4}=\frac{32!}{(32-4)!\times 4!}=\frac{32\times 31\times 30\times 29\times 28!}{28!\times 4!}$$

$$eventos\ possíveis=\frac{32\times 31\times 30\times 29}{4\times 3\times 2\times 1}=\frac{\cancel{32}^{4}\times 31\times \cancel{30}^{10}\times 29}{\cancel{4}\times\cancel{3}\times\cancel{2}\times 1}=4\times 31\times 10\times 29=35960$$

E a probabilidade é a razão:

$$P=\frac{180}{35960}\cong 0{,}005=0{,}5\%$$

Logo, a alternativa C está incorreta.

Gabarito: E

5. (Cebraspe/2022 – DPE/RO) A confiabilidade mensura a capacidade que um sistema, produto ou serviço possui de se comportar da forma esperada, podendo estar associada a diversas áreas de gestão, inclusive gestão da qualidade. As informações apresentadas na seguinte tabela referem-se a determinado processo produtivo dividido em 3 etapas A, B e C.

Etapa	Confiabilidade
A	0,95
B	0,80
C	0,50

Com base nas informações apresentadas, assinale a opção que mostra a confiabilidade desse processo produtivo.

a) 0,95

b) 0,50

c) 0,45

d) 0,38

e) 0,80

Comentários:

Para que todo o processo se comporte bem, é necessário que **todas** as etapas se comportem bem. Portanto, a probabilidade de que o processo se comporte bem (confiabilidade) corresponde à **interseção** dos eventos. Considerando que os eventos são **independentes**, a probabilidade da interseção é o **produto** das probabilidades:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C) = 0{,}95 \times 0{,}80 \times 0{,}50 = 0{,}38$$

Gabarito: D

6. (Cebraspe/2022 – TELEBRAS) Julgue o item que se segue, a respeito de contagem, probabilidade e estatística.

Considere que seja preciso comprar duas peças p1 e p2 para um projeto de satélite. Considere ainda que a probabilidade de ter a peça p1 no estoque na distribuidora é de 1/3 e a probabilidade de ter a peça p2 no estoque na mesma distribuidora é de 3/5. Nesse caso, a probabilidade de que pelo menos uma das peças esteja no estoque é de 11/15.

Comentários:

A probabilidade de haver pelo menos uma das peças corresponde à união dos eventos, cuja probabilidade é calculada como:

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2)$$

Em que $P(A_1) = \frac{1}{3}$ e $P(A_2) = \frac{3}{5}$

Considerando que esses eventos são **independentes**, a probabilidade da interseção é o **produto**:

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \times P(A_2) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

Logo, a probabilidade da união é dada por:

$$P(A_1 \cup A_2) = \frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{5}{15} + \frac{9}{15} - \frac{3}{15} = \frac{11}{15}$$

Gabarito: Certo

7. (Cebraspe/2022 – PETROBRAS) O item a seguir é apresentada uma situação hipotética seguida de uma assertiva a ser julgada a respeito de probabilidade e estatística.

Uma empresa faz toda a produção do seu único produto em duas fábricas distintas A e B, que produzem, respectivamente, 75% e 25% da produção total. Na fábrica A, 5% da produção passa por um processo de controle de qualidade, enquanto, na fábrica B, a produção que passa pelo controle de qualidade é de 10%. Nessa situação, escolhendo-se um produto ao acaso dentre os que passaram por controle de qualidade, após todas as etapas da produção, a probabilidade desse item ter sido produzido na fábrica B é inferior a 30%.

Comentários:

Essa questão trabalha com o **Teorema de Bayes**, em que conhecemos as probabilidades condicionais do **C**ontrole de qualidade para as fábricas **A** e **B** [$P(C|A)$ e $P(C|B)$]; e precisamos da probabilidade condicional da fábrica **B**, sabendo que a peça passou pelo **C**ontrole de qualidade [$P(B|C)$], ou seja, há uma **inversão** dos eventos a priori e a posteriori[1]:

$$P(B|C) = \frac{P(C|B) \times P(B)}{P(C|A) \times P(A) + P(C|B) \times P(B)}$$

O enunciado informa que:

- A fábrica A é responsável por 75% da produção: $P(A) = 0{,}75$;
- A fábrica B é responsável por 25% da produção: $P(B) = 0{,}25$;
- 5% da produção da fábrica A passa pelo controle de qualidade: $P(C|A) = 0{,}05$
- 10% da produção da fábrica B passa pelo controle de qualidade: $P(C|B) = 0{,}1$

Logo, a probabilidade de um item ter vindo da fábrica B, dado que passou pelo controle de qualidade é:

$$P(B|C) = \frac{0{,}1 \times 0{,}25}{0{,}05 \times 0{,}75 + 0{,}1 \times 0{,}25} = \frac{0{,}025}{0{,}0375 + 0{,}025} = \frac{0{,}025}{0{,}0625} = \frac{2}{5} = 40\%$$

Que é superior a 30%

Gabarito: Errado

[1] A fórmula do Teorema de Bayes decorre da fórmula da probabilidade condicional, em que o numerador $P(B \cap C)$ é dado pelo Teorema da Multiplicação e o denominador $P(C)$ é dado pelo Teorema da Probabilidade Total:

$$P(B|C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{P(C|B) \times P(B)}{P(C|A) \times P(A) + P(C|B) \times P(B)}$$

8. (Cebraspe/2022 – TELEBRAS) Julgue o item que se segue, a respeito de contagem, probabilidade e estatística.

Considere que o lançamento de um satélite no centro de lançamento de Alcântara esteja previsto para o dia 5 de abril, e que, naquela região, chove apenas 10 dias durante esse mês. Considere ainda que a meteorologia prevê chuva para o dia do lançamento e que, quando efetivamente chove, a meteorologia prevê corretamente a chuva em 90% das vezes, e, quando não chove, ela prevê incorretamente chuva 10% das vezes. Nessa situação, a probabilidade de chover no dia do lançamento do satélite é inferior a 80%.

Comentários:

Aqui, essa questão também trabalha com o **Teorema de Bayes**, pois o enunciado informa a probabilidade de a meteorologia prever chuva, nos dias de chuva e de não chuva, e pede a probabilidade de chover, **dado** que a meteorologia previu chuva, caracterizando a **inversão** dos eventos a priori e a posteriori.

Na fórmula, vamos representar a previsão de chuva como Pc, a ocorrência de chuva como C e a não ocorrência de chuva como $\bar{C}$:

$$P(C|Pc) = \frac{P(Pc|C) \times P(C)}{P(Pc|C) \times P(C) + P(Pc|\bar{C}) \times P(\bar{C})}$$

O item informa que:

- Quando chove, a meteorologia prevê chuva em 90% das vezes: $P(Pc|C) = 0{,}9$
- Quando não chove, a meteorologia prevê chuva em 10% das vezes: $P(Pc|\bar{C}) = 0{,}1$
- Nessa região, chove 10 dias no mês de abril (com 30 dias).
  Logo a probabilidade de chuva é:

$$P(C) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

E a probabilidade de não chover é complementar:

$$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Substituindo esses dados na fórmula de Bayes, temos:

$$P(C|Pc) = \frac{0{,}9 \times \frac{1}{3}}{0{,}9 \times \frac{1}{3} + 0{,}1 \times \frac{2}{3}}$$

Multiplicando todos os termos por 3:

$$P(C|Pc) = \frac{0{,}9}{0{,}9 + 0{,}2} = \frac{0{,}9}{1{,}1} \cong 0{,}81$$

Que é **superior** a 80%.

Gabarito: Errado

FGV

9. (FGV/2022 – SEFAZ/ES) As probabilidades de dois eventos A e B são P[A] = 0,5, P[B] = 0,8. A probabilidade condicional de A ocorrer dado que B ocorre é P[A|B] = 0,6. Assim, a probabilidade de que A ou B ocorram é igual a

a) 0,56

b) 0,60

c) 0,76

d) 0,82

e) 0,94

Comentários:

O enunciado informa a probabilidade dos eventos A e B, bem como a probabilidade condicional de A, dado B, a qual corresponde à razão entre a probabilidade da interseção e a probabilidade do evento a priori, no caso, o evento B:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Sabendo que $P(B) = 0{,}8$ e que $P(A|B) = 0{,}6$, podemos calcular a probabilidade da interseção:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{0{,}8} = 0{,}6$$

$$P(A \cap B) = 0{,}6 \times 0{,}8 = 0{,}48$$

Conhecendo as probabilidades $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}8$ e $P(A \cap B) = 0{,}48$, podemos calcular a probabilidade da **união** (A **OU** B):

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}5 + 0{,}8 - 0{,}48 = 0{,}82$$

Gabarito: D

10. (FGV/2021 – FunSaúde/CE) Se A e B são eventos possíveis, avalie as afirmativas a seguir.

I. Se A e B são mutuamente exclusivos então são independentes.

II. Se P[A] = 0,5 e P[B] = 0,7 então P[A∩B] não pode ser igual a 0,4.

III. Se A e B são independentes então podem ser mutuamente exclusivos.

Está correto o que se afirma em

a) se nenhuma alternativa estiver correta

b) I, apenas

c) II, apenas

d) I e III, apenas

e) I, II e III

Comentários:

Eventos independentes são aqueles em que um ocorre independentemente do outro. Por outro lado, eventos mutuamente exclusivos (ou excludentes) são aqueles que não apresentam interseção, ou seja, se um ocorre, o outro não ocorre. Assim, eventos independentes não são e não podem ser mutuamente exclusivos. Logo, as afirmativas I e III são falsas.

Em relação à afirmativa II, se a probabilidade de um evento é 0,5 e a probabilidade de outro evento é 0,7, a probabilidade da interseção é no **máximo** igual a 0,7. A probabilidade mínima da interseção é aquela que torna a probabilidade da união igual a 1 (probabilidade máxima):

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0{,}5 + 0{,}7 - P(A \cap B) = 1$$

$$P(A \cap B) = 1{,}2 - 1 = 0{,}2$$

Logo, é possível que a probabilidade da interseção seja igual a 0,4, o que torna a afirmativa II falsa.

Gabarito: A

11. (FGV/2021 – PC/RN) Em um campeonato de futebol, quando o TIMEX joga em casa, a probabilidade de ele ganhar o jogo é de 60%, mas quando ele joga fora de casa, a probabilidade de ele ganhar o jogo é de 50%. Nos próximos três jogos do campeonato, o TIMEX jogará dois em casa e um fora de casa. A probabilidade de o TIMEX ganhar pelo menos um desses três jogos é:

a) 30%

b) 50%

c) 75%

d) 92%

e) 95%

Comentários:

O enunciado informa as probabilidades de o time ganhar dentro e fora de casa e que o time jogará 2 jogos em casa e 1 fora de casa. A probabilidade de o time ganhar pelo menos um jogo pode ser calculada pelo seu complemento, qual seja de perder todos os jogos:

$$P(ganhar\ pelo\ menos\ um) = 1 - P(perder\ todos)$$

Sabendo que a probabilidade de o time ganhar em casa é de 60%, a probabilidade de o time perder em casa é complementar:

$$P(perder\ em\ casa) = 1 - P(ganhar\ em\ casa) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$$

E sabendo que a probabilidade de o time ganhar fora de casa é de 50%, a probabilidade de o time perder fora de casa é complementar:

$$P(perder\ fora) = 1 - P(ganhar\ fora) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$$

Considerando que o time joga 2 jogos em casa e 1 jogo fora de casa, a probabilidade de ele perder todos é o **produto** (interseção de eventos independentes):

$$P(perder\ todos) = 0{,}4 \times 0{,}4 \times 0{,}5 = 0{,}08$$

E a probabilidade de o time ganhar pelo menos um jogo é complementar:

$$P(ganhar\ pelo\ menos\ um) = 1 - 0{,}08 = 0{,}92 = 92\%$$

Gabarito: D

12. (FGV/2022 – CBM/AM) Márcia tem uma ficha amarela, uma ficha verde e duas vermelhas. Joana tem duas fichas amarelas e uma ficha verde. Cada uma delas escolhe aleatoriamente uma de suas fichas e mostra para a outra. A probabilidade de que as fichas mostradas tenham a mesma cor é:

a) 1/12

b) 1/7

c) 1/6

d) 1/4

e) 1/3

Comentários:

As duas fichas mostradas terão a mesma cor, caso ambas selecionem fichas amarelas **ou** ambas selecionem fichas verdes.

Considerando que Márcia possui 1 ficha amarela, dentre 4 fichas no total, a probabilidade de Márcia selecionar uma ficha amarela é a razão:

$$P_M(A) = \frac{1}{4}$$

Considerando que Joana possui 2 fichas amarelas, dentre 3 fichas no total, a probabilidade de Joana selecionar uma ficha amarela é:

$$P_J(A) = \frac{2}{3}$$

E a probabilidade de ambas selecionarem fichas amarelas (uma **E** outra) é o **produto** (interseção de eventos independentes):

$$P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{12}$$

Similarmente, considerando que Márcia possui 1 ficha verde, dentre 4 fichas, a probabilidade de ela selecionar uma verde é:

$$P_M(V) = \frac{1}{4}$$

E considerando que Joana possui 1 ficha verde, dentre 3 fichas, a probabilidade de ela selecionar uma ficha verde é:

$$P_J(V) = \frac{1}{3}$$

Portanto, a probabilidade de ambas selecionarem fichas verde é o **produto** (interseção):

$$P(V) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

Considerando que esses eventos são mutuamente excludentes, a probabilidade de ocorrer um **OU** outro (união) é a **soma**:

$$P(iguais) = P(A) + P(V) = \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Gabarito: D

13. (FGV/2022 – MPE/GO) Em uma determinada cidade, se chover em um dia a probabilidade de chover no dia seguinte é 60%. Se não chover em um dia, a probabilidade de chover no dia seguinte é 10%. Hoje não choveu nessa cidade. A probabilidade de não chover depois de amanhã é de

a) 90%

b) 85%

c) 81%

d) 76%

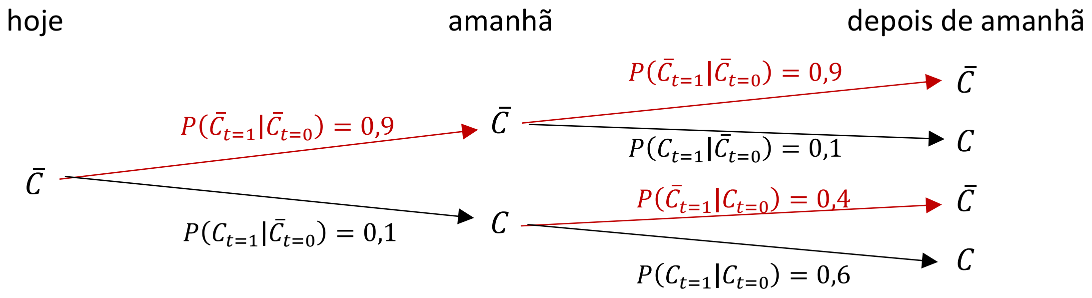
e) 72%

Comentários:

O enunciado informa a probabilidade condicional de chover em um dia, dado que choveu no dia anterior: $P(C_{t=1}|C_{t=0}) = 0{,}6$; e a probabilidade condicional de chover em um dia, dado que não choveu no dia anterior: $P(C_{t=1}|\bar{C}_{t=0}) = 0{,}1$. Com base nessas informações, podemos calcular as probabilidades **complementares**, quais sejam de não chover em um dia, tanto considerando que choveu no dia anterior tanto considerando que não choveu no dia anterior:

$$P(\bar{C}_{t=1}|C_{t=0}) = 1 - P(C_{t=1}|C_{t=0}) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$$
$$P(\bar{C}_{t=1}|\bar{C}_{t=0}) = 1 - P(C_{t=1}|\bar{C}_{t=0}) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$$

A questão pede a probabilidade de não chover daqui a 2 dias, dado que não choveu hoje. Para isso, devemos considerar que amanhã pode chover ou não, conforme ilustrado a seguir:



Considerando a possibilidade de não chover amanhã (seta vermelha, superior), a probabilidade de chover depois de amanhã é o produto (interseção de eventos):

$$P(\bar{C}_{t=2} \cap \bar{C}_{t=1}|\bar{C}_{t=0}) = 0{,}9 \times 0{,}9 = 0{,}81$$

E considerando a possibilidade de chover amanhã (seta preta, inferior), a probabilidade de chover depois de amanhã é o produto:

$$P(\bar{C}_{t=2} \cap C_{t=1}|\bar{C}_{t=0}) = 0{,}4 \times 0{,}1 = 0{,}04$$

Considerando que são eventos mutuamente excludentes, a probabilidade de ocorrer um **OU** outro (união) é a soma:

$$P(\bar{C}_{t=2}|\bar{C}_{t=0}) = 0{,}81 + 0{,}04 = 0{,}85 = 85\%$$

Gabarito: B

14. (FGV/2021 – FunSaúde/CE) Em uma urna, há bolas pequenas e bolas grandes, sendo 75% pequenas e as demais são grandes. Das bolas pequenas, 20% são azuis e as demais são vermelhas e, das bolas grandes, 60% são azuis e as demais são vermelhas. Retira-se, aleatoriamente, uma bola da urna e constata-se que ela é azul. A probabilidade de a bola retirada ser pequena é de

a) 20%

b) 25%

c) 30%

d) 40%

e) 50%

Comentários:

Essa questão trabalha com o Teorema de Bayes, pois informa as probabilidades condicionais considerando os tamanhos como evento a priori e as cores como evento a posteriori; e pede a probabilidade condicional considerando a cor como evento a priori e o tamanho como evento a posteriori, **invertendo, portanto, os eventos a priori e a posteriori**.

$$P(Pq|A) = \frac{P(Pq \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A|Pq) \times P(Pq)}{P(A|Pq) \times P(Pq) + P(A|Gr) \times P(Gr)}$$

O enunciado informa que:

- 75% das bolas são pequenas e as demais são grandes:

$$P(Pq) = 0,75$$

$$P(Gr) = 1 - P(Pq) = 1 - 0,75 = 0,25$$

- 20% das bolas pequenas são azuis: $P(A|Pq) = 0,2$
- 60% das bolas grandes são azuis: $P(A|Gr) = 0,6$

Substituindo esses resultados na fórmula de Bayes, encontramos condicional de a bola ser azul, dado que é pequena:

$$P(Pq|A) = \frac{0,2 \times 0,75}{0,2 \times 0,75 + 0,6 \times 0,25} = \frac{0,15}{0,15 + 0,15} = \frac{0,15}{0,30} = \frac{1}{2} = 50\%$$

Gabarito: E

FCC

15. (FCC/2021 – MANAUSPREV) Suponha que um determinado atuário compilou os seguintes dados de sobrevivência de uma coorte.

x	P_x
0	0,9995
1	0,9999
2	0,9997
3	0,9996

A probabilidade de um recém-nascido morrer antes de completar 3 anos de idade é

a) 0,000300

b) 0,000325

c) 0,000400

d) 0,000900

e) 0,001299

Comentários:

A tabela apresenta as probabilidades de um bebê sobreviver nas idades de 0 a 3 anos, dentre os bebês daquela idade. Ou seja, dentre os bebês com 0 ano, 0,9995 deles sobrevivem; dentre os bebês com 1 ano, 0,9999 sobrevivem; e assim por diante.

Para que um bebê morra antes de completar 3 anos, é necessário que ele morra com 0 anos **OU** com 1 ano **OU** com 2 anos:

$$P(M_{antes\ de\ 3}) = P(M_0 \cup M_1 \cup M_2)$$

A probabilidade de um bebê morrer com 0 ano é complementar à probabilidade de sobrevivência com 0 ano, indicada na tabela:

$$P(M_0) = 1 - P(S_0) = 1 - 0{,}9995 = 0{,}0005$$

Para um bebê morrer com 1 ano, é necessário ele sobreviver com 0 ano **E** morrer com 1 ano, que por sua vez é complementar à probabilidade de sobrevivência indicada na tabela para 1 ano. A **interseção** corresponde ao **produto** das probabilidades:

$$P(M_1) = P(S_0) \times [1 - P(S_1)] = 0{,}9995 \times (1 - 0{,}9999) = 0{,}9995 \times 0{,}0001 = 0{,}00009995$$

Aproximando para 6 casas decimais, temos:

$$P(M_1) \cong 0{,}000100$$

Por fim, para um bebê morrer com 2 anos, é necessário ele sobreviver com 0 ano **E** sobreviver com 1 ano **E** morrer com 2 anos, sendo este complementar à probabilidade de sobrevivência indicada na tabela para 2 anos. A interseção corresponde ao produto dessas três probabilidades:

$$P(M_2) = P(S_0) \times P(S_1) \times [1 - P(S_2)] = 0{,}9995 \times 0{,}9999 \times (1 - 0{,}9997)$$

$$P(M_2) = 0{,}9995 \times 0{,}9999 \times 0{,}0003$$

O resultado desse produto para 6 casas decimais, é aproximadamente:

$$P(M_2) \cong 0{,}000300$$

Considerando que esses eventos são mutuamente excludentes, a probabilidade da união é a soma das probabilidades:

$$P(M_{antes\ de\ 3}) = 0{,}0005 + 0{,}001 + 0{,}0003 = 0{,}0009$$

Gabarito: D

16. (FCC/2021 – UNILUS) Maria tem duas moedas, uma delas com duas faces iguais, a cara, e outra com uma face cara e uma face coroa. Maria escolhe uma moeda ao acaso – isto é, as moedas têm a mesma chance de serem escolhidas – e a lança duas vezes. A probabilidade de sair duas caras é:

a) 5/8

b) 9/16

c) 3/4

d) 7/8

e) 1/2

Comentários:

O enunciado informa que a primeira moeda tem 2 faces CARA, logo a probabilidade de obter 2 CARAS, dado que Maria escolheu a 1ª moeda é 100%:

$$P(Ca \cap Ca|M_1) = 1$$

Ademais, a segunda moeda tem uma CARA e uma COROA, logo a probabilidade de obter CARA em **um** lançamento é:

$$p = \frac{1}{2}$$

Considerando que os lançamentos são independentes, a probabilidade de obter CARA nos 2 lançamentos é o produto (interseção):

$$P(Ca \cap Ca|M_2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

E a probabilidade de obter CARA é obtida pelo Teorema da Probabilidade Total:

$$P(Ca \cap Ca) = P(Ca \cap Ca|M_1) \times P(M_1) + P(Ca \cap Ca|M_2) \times P(M_2)$$

Considerando que a probabilidade de Maria selecionar a primeira moeda é igual à probabilidade de Maria selecionar a segunda moeda, temos:

$$P(M_1) = P(M_2) = \frac{1}{2}$$

Substituindo os resultados no Teorema da Probabilidade Total, temos:

$$P(Ca \cap Ca) = 1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

Gabarito: A

VUNESP

17. (VUNESP/2021 – PB-Saúde) Dos funcionários com nível superior em uma empresa, 60% são do sexo masculino, e 40%, do sexo feminino. Sabe-se que 44% do total desses funcionários são formados pela Faculdade Alpha, e os restantes são formados por outras faculdades. Metade dos funcionários da empresa que são do sexo feminino e com nível superior é formada pela Faculdade Alpha, e a outra metade é formada por outras faculdades. Escolhendo aleatoriamente um funcionário dessa empresa com nível superior, e verificando que ele não é formado pela Faculdade Alpha, tem-se que a probabilidade de ele ser do sexo masculino é de

a) 2/5

b) 3/5

c) 1/3

d) 5/11

e) 9/14

Comentários:

O enunciado segrega os funcionários com nível superior da empresa, em "sexo masculino" e "sexo feminino" e em formados pela "Faculdade Alpha" e por "Outras Faculdades".

Para facilitar, vamos construir uma tabela com essas divisões, sabendo que:

- 60% do total são do sexo masculino;
- 40% do total são do sexo feminino;
- 44% do total foram formados pela Faculdade Alpha.
  Logo, os demais foram formados por outras faculdades: 100% - 44% = 56%

	S. Masculino	S. Feminino	Total
Faculdade Alpha			44%
Outras Faculdades			56%
Total	60%	40%	100%

O enunciado informa, ainda, que metade dos funcionários do sexo feminino é formada pela Faculdade Alpha e a outra metade é formada por outras faculdades.

Sabendo que os funcionários do sexo feminino representam 40% do total, então 20% (metade de 40%) do total são formados pela Faculdade Alpha e 20% são formados por outras faculdades:

	S. Masculino	S. Feminino	Total
Faculdade Alpha		20%	44%
Outras Faculdades		20%	56%
Total	60%	40%	100%

Agora, preenchemos os campos faltantes da tabela:

	S. Masculino	S. Feminino	Total
Faculdade Alpha	44% - 20% = 24%	20%	44%
Outras Faculdades	56% - 20% = 36%	20%	56%
Total	60%	40%	100%

E a questão pede a probabilidade condicional de selecionarmos um funcionário do sexo masculino, dado que não é formado pela Faculdade Alpha, calculada como a probabilidade da interseção e a probabilidade do evento a priori (no caso, não ser formado pela Faculdade Alpha):

$$P(M|\bar{A}) = \frac{P(M \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{36\%}{56\%} = \frac{9}{14}$$

Gabarito: E

18. (VUNESP/2021 – PB-Saúde) Considere que P(X) seja a probabilidade de ocorrência de um evento X. Sejam A e B dois eventos quaisquer, sendo (A U B) o evento que indica que pelo menos um destes dois eventos ocorre, e (A ∩ B) o evento que ocorre se o evento A e o evento B ocorrerem ao mesmo tempo. Assim, considerando os eventos A e B, se

a) P(A ∩ B) ≠ P(A) · P(B), então A e B são mutuamente exclusivos.

b) toda vez que A ocorre também ocorre B, então P(A) ≤ P(B).

c) P(A ∩ B) = P(A) · P(B), então A e B não são independentes.

d) A e B são mutuamente exclusivos, então P(A) · P(B) = 0.

e) P(A U B) = P(A) + P(B), então A e B não são mutuamente exclusivos.

Comentários:

Essa questão trabalha com axiomas de probabilidade e com o conceito de independência.

Em relação à alternativa A, quando a probabilidade da interseção é **diferente** do produto das probabilidades, podemos concluir que os eventos **não** são **independentes**. Para eventos mutuamente exclusivos, a interseção é nula. Logo, a alternativa A está incorreta.

Por outro lado, quando verificamos que a probabilidade da interseção é igual ao produto das probabilidades, podemos concluir que os eventos **são** independentes. Logo, a alternativa C também está incorreta.

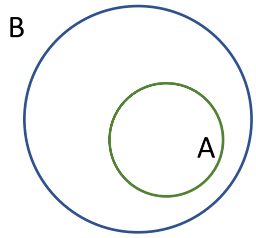
Ademais, sendo A e B eventos mutuamente exclusivos, apresentam interseção nula, mas o produto das suas probabilidades pode assumir qualquer valor. Vale lembrar que eventos mutuamente exclusivos são eventos dependentes e por isso não podemos calcular a sua interseção como o produto das suas probabildades. Logo, a alternativa D está incorreta.

Em relação à alternativa E, a probabilidade da união para dois eventos quaisquer é dada por:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Se a probabilidade da união é igual à soma das probabilidades, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, então podemos concluir que a probabilidade da interseção é nula, $P(A \cap B) = 0$, ou seja, os eventos **são** mutuamente exclusivos. Como a alternativa afirma que os eventos **não** são mutuamente exclusivos, podemos concluir que a alternativa E está incorreta.

Em relação à alternativa B, se toda vez que ocorre A também ocorre B, então podemos concluir que A está contido em B (ou, no máximo, é igual a B), conforme ilustrado a seguir:



Quando isso ocorre, temos que $P(A) \leq P(B)$. Logo, a alternativa B está correta.

Gabarito: B

19. (VUNESP/2021 – PB-Saúde) Um estudo de mercado identificou 3 setores da economia (S_1, S_2 e S_3) em que determinado investidor foi aconselhado a investir. A probabilidade de a empresa obter lucro é de 70%, 80% e 90% se esta empresa pertencer ao setor S_1, S_2 e S3, respectivamente. Existe a informação que 500 empresas pertencem ao setor S_1, 400 ao setor S_2 e 100 ao setor S_3. Selecionando uma empresa aleatoriamente, dentre estes 3 setores, a probabilidade de que ela tenha lucro é de:

a) 56%

b) 60%

c) 67%

d) 76%

e) 81%

Comentários:

Essa questão trabalha com o Teorema da Probabilidade Total, pois informa as probabilidades condicionais de lucro para cada setor e pede a probabilidade total do lucro, independentemente do setor:

$$P(L) = P(L|S_1) \times P(S_1) + P(L|S_2) \times P(S_2) + P(L|S_3) \times P(S_3)$$

O enunciado informa que:

- A probabilidade de obter lucro no setor S_1 é $P(L|S_1) = 70\% = 0{,}7$
- A probabilidade de obter lucro no setor S_2 é $P(L|S_2) = 80\% = 0{,}8$
- A probabilidade de obter lucro no setor S_3 é $P(L|S_3) = 90\% = 0{,}9$
- Há $n(S_1) = 500$ empresas no setor S_1, $n(S_2) = 400$ empresas no setor S_2 e $n(S_3) = 100$ empresas no setor S_3. Portanto, sabendo que há $n(U) = 500 + 400 + 100 = 1000$ empresas no total, as probabilidades associadas aos setores são:

$$P(S_1) = \frac{n(S_1)}{n(U)} = \frac{500}{1000} = 0{,}5$$

$$P(S_2) = \frac{n(S_2)}{n(U)} = \frac{400}{1000} = 0{,}4$$

$$P(S_3) = \frac{n(S_3)}{n(U)} = \frac{100}{1000} = 0{,}1$$

Substituindo esses dados na fórmula da probabilidade total, temos:

$$P(L) = 0{,}7 \times 0{,}5 + 0{,}8 \times 0{,}4 + 0{,}9 \times 0{,}1 = 0{,}35 + 0{,}32 + 0{,}09 = 0{,}76$$

Gabarito: D

CESGRANRIO

20. (Cesgranrio/2021 – BB) A relação do cliente com o sistema bancário tradicional vem passando por transformações nos últimos cincos anos com o crescimento dos bancos digitais. Analisar o perfil dos clientes dos bancos digitais, considerando idade, classe social, renda e motivação, é uma tarefa importante para os bancos tradicionais com o objetivo de preservar a posição de principal Banco na relação com o Cliente.

Para tal fim, uma agência bancária analisou os seguintes dados de uma pesquisa amostral sobre bancos digitais:

Em relação a bancos digitais, você...

45% JÁ OUVIU FALAR	19% SABE COMO FUNCIONA	14% POSSUI RELACIONAMENTO	22% NÃO CONHECE

Entre aqueles que têm relacionamento com bancos digitais (14%),
os principais motivos para iniciar esse relacionamento foram...

44% Valores das tarifas	**39%** Pela inovação de ser um banco 100% digital	**22%** Indicação de amigo / parente / conhecido	**16%** Por ser diferente de outros bancos	**16%** Para dividir o dinheiro em várias contas
41% Para resolver tudo pela internet	**28%** Para ter mais uma fonte de crédito (cartão e limite)	**20%** Para poder focar em investimentos	**12%** Por estar insatisfeito com banco atual (não digital)	**12%** Pela propaganda do banco

Disponível em: <https://www.institutoqualibest.com/wp-content/uploads/2019/06/Finan%C3%A7as-Pessoais-V5-Banking-Fintech-Insights.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2021. Adaptado.

Escolhendo-se ao acaso um dos entrevistados dessa pesquisa, qual é, aproximadamente, a probabilidade de esse cliente ter um relacionamento com banco digital e de ter apresentado como motivo para iniciar esse relacionamento a facilidade de poder resolver tudo pela internet?

a) 5,7%

b) 6,2%

c) 6,4%

d) 7,2%

e) 7,8%

Comentários:

A questão pede a probabilidade de um cliente ter um relacionamento com banco digital **E** ter sido pela facilidade de poder resolver tudo pela internet. Pelo Teorema da Multiplicação, a probabilidade da interseção corresponde à probabilidade condicionada (facilidade, dado que tem um relacionamento) multiplicada pela probabilidade do evento a priori (ter um relacionamento):

$$P(Rel \cap Fac) = P(Fac|Rel) \times P(Rel)$$

Pela figura, podemos observar que $P(Rel) = 14\% = 0{,}14$ das pessoas possuem relacionamento; e que, dado que a pessoa possui relacionamento, a probabilidade de ter sido pela facilidade de poder resolver tudo pela internet é $P(Fac|Rel) = 41\% = 0{,}41$. Substituindo esses dados na fórmula, temos:

$$P(Rel \cap Fac) = 0{,}41 \times 0{,}14 = 0{,}0574 \cong 5{,}7\%$$

Gabarito: A

21. (Cesgranrio/2021 – CEF) Um analista de investimentos acredita que o preço das ações de uma empresa seja afetado pela condição de fluxo de crédito na economia de um certo país. Ele estima que o fluxo de crédito na economia desse país aumente, com probabilidade de 20%. Ele estima também que o preço das ações da empresa suba, com probabilidade de 90%, dentro de um cenário de aumento de fluxo de crédito, e suba, com probabilidade de 40%, sob o cenário contrário.

Uma vez que o preço das ações da empresa subiu, qual é a probabilidade de que o fluxo de crédito da economia tenha também aumentado?

a) 1/2

b) 1/5

c) 2/9

d) 9/25

e) 9/50

Comentários:

Essa questão também trabalha com o Teorema de Bayes, pois informa a probabilidade de os preços das ações subirem, condicionada ao aumento do fluxo de crédito, e pede a probabilidade de o fluxo de crédito ter aumentado, dado que os preços das ações subiram, ou seja, inverte os eventos a priori e a posteriori.

Vamos representar por C o aumento do fluxo de crédito; por $\bar{C}$ o não aumento do fluxo de crédito; e por A o aumento dos preços das ações:

$$P(C|A) = \frac{P(A|C) \times P(C)}{P(A|C) \times P(C) + P(A|\bar{C}) \times P(\bar{C})}$$

O enunciado informa que:

- A probabilidade de o fluxo de crédito aumentar é:

  $$P(C) = 20\% = 0{,}2$$

  Logo, a probabilidade de o fluxo de crédito não aumentar é complementar:

  $$P(\bar{C}) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$$

- No cenário de aumento do fluxo de crédito, a probabilidade de os preços das ações aumentarem é:

  $$P(A|C) = 90\% = 0{,}9$$

- No cenário contrário (qual seja, não aumento do fluxo de crédito), a probabilidade de os preços das ações aumentarem é:

  $$P(A|\bar{C}) = 40\% = 0{,}4$$

Substituindo esses dados na fórmula de Bayes, podemos calcular a probabilidade de o fluxo de crédito ter aumentado, dado que os preços das ações aumentaram:

$$P(C|A) = \frac{0{,}9 \times 0{,}2}{0{,}9 \times 0{,}2 + 0{,}4 \times 0{,}8} = \frac{0{,}18}{0{,}18 + 0{,}32} = \frac{0{,}18}{0{,}50} = \frac{9}{25}$$

Gabarito: D

LISTA DE QUESTÕES – MULTIBANCAS

Conceitos Iniciais

1. (SELECON/2021 – SEDUC/MT) Os estatísticos usam a palavra experimento para descrever qualquer processo que gere um conjunto de dados. O conjunto de todos os resultados possíveis em um experimento estatístico é chamado de:

a) estudos observacionais

b) população

c) espaço amostral

d) amostra

2. (CESGRANRIO/2010 – IBGE) A teoria da probabilidade permite que se calcule a chance de ocorrência de um número em um experimento aleatório. Considerando a teoria das probabilidades analise as afirmações abaixo.

I - Experimentos mutuamente excludentes são aqueles cujos elementos integrantes apresentam características únicas e os resultados possíveis não serão previsíveis.

II - Experimento aleatório é aquele cujo resultado é imprevisível, porém pertence necessariamente a um conjunto de resultados possíveis denominado espaço amostral.

III - Qualquer subconjunto do espaço amostral é denominado evento, sendo que, se esse subconjunto possuir apenas um elemento, o denominamos evento elementar.

É(São) correta(s) a(s) afirmativa(s)

a) I, apenas.

b) II, apenas.

c) I e II, apenas.

d) II e III, apenas.

e) I, II e III.

3. (CESGRANRIO/2010 – IBGE) Relacione os conceitos probabilísticos às suas definições

Conceito

I – Experimentos Aleatórios

II – Espaços Amostrais

III – Eventos Mutuamente Exclusivos

Definição

P – Eventos que não podem acontecer ao mesmo tempo; a ocorrência de um elimina a possibilidade de ocorrência do outro.

Q – Conjuntos universo ou conjuntos de resultados possíveis de um experimento aleatório.

R – Eventos cujos elementos participantes não possuem pontos em comum.

S – Fenômenos que, mesmo repetidos várias vezes sob condições semelhantes, apresentem resultados imprevisíveis.

Estão corretas as associações

a) I – S; II – Q e III – P.

b) I – S; II – P e III – Q.

c) I – P; II – Q e III – S.

d) I – R; II – P e III – Q.

e) I – Q; II – P e III – R.

GABARITO

1. LETRA C

2. LETRA D

3. LETRA A

LISTA DE QUESTÕES – MULTIBANCAS

Definições de Probabilidade

CEBRASPE

1. (Cebraspe/2022 – DPE/RO) Um lote contendo 100 componentes foi testado por 1.000 horas. Nesse período, 4 componentes falharam. A partir das informações anteriores, assinale a opção que corresponde à taxa de falha do teste em questão.

a) 20%

b) 8%

c) 4%

d) 16%

e) 10%

2. (Cebraspe/2021 – SEED/PR) A tabela a seguir mostra o valor unitário por ação de determinada empresa na bolsa de valores ao longo de dez dias úteis.

Dia	Valor da abertura (em R$)	Valor do fechamento (em R$)
1º	100,00	90,00
2º	90,00	110,00
3º	110,00	121,00
4º	121,00	120,00
5º	120,00	144,00
6º	144,00	160,00
7º	160,00	194,00
8º	194,00	180,00
9º	180,00	160,00
10º	160,00	140,00

Caso uma pessoa compre ações dessa empresa pelo valor de abertura (VA) e faça a revenda total dessas ações, ao final do mesmo dia, pelo valor de fechamento (VF), o lucro ou o prejuízo percentual diário (LP) poderá ser calculado pela seguinte fórmula, de modo que LP > 0 indica lucro e LP < 0 indica prejuízo.

$$LP = \frac{VF - VA}{VA}$$

Ainda considerando as informações do texto 6A3-I, suponha que uma pessoa tenha decidido investir nas ações daquela empresa em um único dia entre aqueles 10 dias úteis. Suponha, também, que a escolha da

data do investimento tenha sido tomada aleatoriamente e que tenha ocorrido antes do primeiro dia listado na tabela. Nessas condições, a probabilidade de essa pessoa ter um lucro superior a 20% é de

a) 10%

b) 20%

c) 30%

d) 40%

e) 50%

3. (Cebraspe/2022 – PC/PB)

Residência	Homem	Mulher
João Pessoa	75	83
Outras cidades da Paraíba	20	30
Outros Estados	15	17

A tabela acima mostra os resultados de uma pesquisa feita em um Shopping Center em João Pessoa sobre o local de residência de seus frequentadores, na qual foram entrevistadas 240 pessoas. Todas as fichas das 240 pessoas entrevistadas foram colocadas em um fichário. Nessa situação, se uma das fichas for retirada aleatoriamente do fichário, a probabilidade da ficha corresponder a uma mulher residente na Paraíba é

a) inferior a 0,35

b) superior a 0,36 e inferior a 0,42

c) superior a 0,56

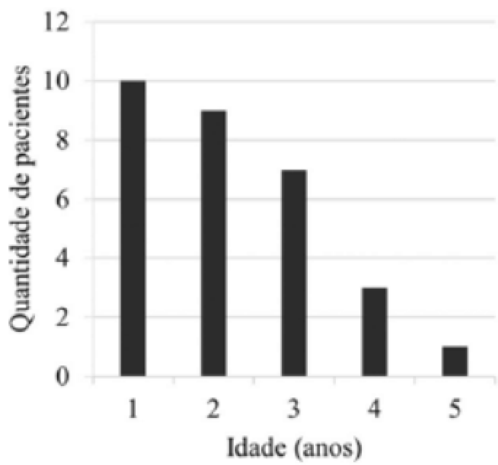
d) superior a 0,43 e inferior a 0,49

e) superior a 0,50 e inferior a 0,55

4. (Cebraspe/2022 – PETROBRAS) O item a seguir é apresentada uma situação hipotética seguida de uma assertiva a ser julgada a respeito de probabilidade e estatística.

De 10 contêineres, numerados de 1 a 10, deseja-se inspecionar ao acaso três deles. Sabendo que existem cargas irregulares nos contêineres 2, 5 e 7 e que a probabilidade de escolherem qualquer trio de contêineres é a mesma, então a probabilidade de a equipe de inspeção escolher os contêineres problemáticos é superior a 1%.

5. (Cebraspe/2022 – PC/PB) Um levantamento identificou que, em um hospital infantil, os pacientes seguiam a seguinte distribuição por idade.



Com relação à distribuição de frequência da idade dos pacientes apresentada no texto acima, assinale a opção correta.

a) Se forem escolhidas duas crianças aleatoriamente para fazerem um exame clínico, a probabilidade de as duas crianças terem 2 anos de idade é de 8,0%.

b) Caso seja escolhida aleatoriamente uma criança para fazer um exame clínico, a probabilidade de ela ter 3 anos ou mais é de 60,0%.

c) Se todas as crianças com quatro anos ou mais estiverem brincando no jardim do hospital no momento que foi escolhida aleatoriamente uma criança com 3 anos para também ir ao jardim, a chance de uma criança específica ser a escolhida é de 26,9%.

d) Caso uma criança seja escolhida aleatoriamente para fazer um exame clínico e, no dia seguinte, mais uma criança seja escolhida aleatoriamente para fazer este mesmo exame, a probabilidade de a mesma criança ser escolhida nos dois dias é de 3,3%.

e) Se forem escolhidas quatro crianças aleatoriamente para fazer um exame clínico, a probabilidade de nenhuma delas ter 3 anos ou mais é de 14,1%.

6. (Cebraspe/2021 – CBM/TO) Considere que em um plantão estejam trabalhando 10 bombeiros, 4 mulheres e 6 homens, e que 3 dessas pessoas devam ser escolhidas ao acaso para atender a uma ocorrência. Nessa situação, a probabilidade de que sejam escolhidas para o atendimento exatamente 2 mulheres é de

a) 30%

b) 15%

c) 10%

d) 50%

7. (Cebraspe/2021 – ALE/CE) Uma urna contém 10 bolas idênticas, exceto pela cor: duas bolas são da cor azul e as outras 8 bolas são da cor vermelha. As bolas encontram-se misturadas, aleatoriamente, dentro da urna. Retirando-se, simultaneamente e aleatoriamente, cinco bolas da urna, a probabilidade de a amostra contemplar, exatamente, 1 bola da cor azul e 4 bolas da cor vermelha é igual a

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{5}{9}$

d) $\frac{256}{625}$

e) $\frac{256}{3.125}$

FGV

8. (FGV/2022 – PC/RJ) Treze cadeiras numeradas consecutivamente de 1 a 13 formam uma fila. Quatro pessoas devem sentar-se nelas e o número da cadeira em que cada uma deve se sentar será decidido por sorteio. Para as três primeiras pessoas foram sorteados os números 3, 8 e 11 e será feito o sorteio para a última cadeira a ser ocupada. A probabilidade de que a quarta pessoa NÃO se sente ao lado de nenhuma pessoa já sentada é:

a) 1/2

b) 1/4

c) 2/5

d) 7/10

e) 4/13

9. (FGV/2022 – PM/AM) Em uma fila com 12 cadeiras, três delas foram ocupadas aleatoriamente. A cadeira em que Valter deverá se sentar será sorteada entre as cadeiras que estão vazias. A probabilidade de que Valter não se sente ao lado de nenhuma pessoa já sentada é, no mínimo:

a) 1/2

b) 1/3

c) 2/3

d) 1/4

e) 1/6

10. (FGV/2022 – SEFAZ/AM) Em uma urna há 5 bolas iguais, cada uma com uma letra da sigla SEFAZ. Todas as bolas têm letras diferentes entre si. Retiram-se, aleatoriamente, 2 bolas da urna. A probabilidade de que tenham sido retiradas as 2 vogais é de

a) 1/5

b) 2/5

c) 3/5

d) 3/10

e) 1/10

11. (FGV/2022 – CBM/AM) Uma caixa contém 4 bolas numeradas 1, 2, 3 e 4. Selecionam-se, ao acaso, 2 bolas sem reposição. A probabilidade de 3 ser o maior número selecionado é

a) 1/6

b) 1/4

c) 2/3

d) 1/3

e) 1/2

12. (FGV/2022 – PM/AM) O soldado Garcia vai liderar uma equipe de 3 soldados (ele incluído) para uma missão. Os outros 2 soldados da equipe serão sorteados aleatoriamente de um grupo de 6 soldados, sendo que um dos 6 é o soldado Ryan, amigo do soldado Garcia. A probabilidade de o soldado Ryan ser um dos 2 sorteados é

a) 1/6

b) 1/5

c) 1/4

d) 1/3

e) 1/2

13. (FGV/2022 – PC/AM) Um dado comum, com as faces numeradas de 1 a 6, é lançado 3 vezes. A probabilidade de a soma dos 3 números obtidos ser igual a 16 é

a) 1/16

b) 1/18

c) 1/36

d) 1/54

e) 1/108

14. (FGV/2022 – SSP/AM) Duas urnas A e B têm, cada uma, 26 bolinhas. Em cada urna, cada bolinha tem uma letra do alfabeto, sem repetição. Retira-se aleatoriamente uma bolinha de cada urna. A probabilidade de a bolinha sorteada da urna A ter uma letra que, na ordem alfabética, é anterior à letra sorteada da urna B é

a) 1/2

b) 25/52

c) 13/50

d) 1/3

e) 1/26

FCC

15. (FCC/2017 – ARTESP) Em um trecho de pedágio de uma rodovia no interior do Estado passam, pelas cabines, um total de 2.300 carretas de dois e três eixos, onde 1.725 são carretas de dois eixos. A probabilidade de passar uma carreta de três eixos pelas cabines é de

a) 30%

b) 20%

c) 33%

d) 15%

e) 25%

16. (FCC/2019 – Companhia de Saneamento Básico/SP) Guilherme pretende ler 2 livros de sua coleção, um em seguida do outro, sem intervalo entre as leituras, na velocidade de exatamente 15 páginas por dia. Os livros disponíveis são os seguintes:

– livro A, de 132 páginas;

– livro B, de 228 páginas;

– livro C, de 99 páginas;

– livro D, de 274 páginas;

– livro E, de 300 páginas;

– livro F, de 137 páginas;

– livro G, de 59 páginas;

– livro H, de 150 páginas.

Guilherme fará uma escolha aleatória dos livros que lerá. A probabilidade de Guilherme estar lendo o segundo livro no início do décimo dia de leitura é

a) 1/4

b) 3/8

c) 1/2

d) 5/8

e) 3/4

17. (FCC/2016 – TRT – 20ª Região) Em determinada empresa existem 3 departamentos A, B e C com 10, 6 e 4 funcionários, respectivamente. Uma comissão de 3 funcionários será selecionada dentre todos os 20 funcionários com o objetivo de estabelecer regras de melhoria relativas a acidentes de trabalho na empresa. Se a seleção for aleatória, a probabilidade da comissão ser constituída por dois funcionários de A e um de C é igual a

a) 5/12

b) 3/19

c) 4/17

d) 2/19

e) 3/5

VUNESP

18. (VUNESP/2019 – Prefeitura de Cerquilho/SP) O representante dos funcionários de um departamento de informática será escolhido por sorteio. Nesse departamento, os funcionários são: um analista de segurança, quatro analistas de sistemas, sete programadores e oito operadores de computador. A probabilidade de o representante sorteado não ser analista de sistema é

a) 55%

b) 60%

c) 75%

d) 80%

e) 85%

19. (VUNESP/2022 – ESFCEx) Considere uma população de dez elementos. Você planeja uma amostragem aleatória simples sem reposição de três elementos. A probabilidade de se obter uma particular amostra é:

a) 1/30

b) 1/720

c) 1/190

d) 1/100

e) 1/120

20. (VUNESP/2020 – EBSERH) Um indivíduo tem à sua disposição 10 parafusos, sendo 4 deles defeituosos. Qual a probabilidade de que ele escolha ao acaso, sem reposição, 5 parafusos e nenhum seja defeituoso?

a) 1/21

b) 1/42

c) 1/70

d) 1/252

e) 243/3125

21. (VUNESP/2020 – EsFCEx) Uma empresa adquire 10 peças de um produto de um fornecedor X e 15 peças desse mesmo produto de um outro fornecedor Y. Selecionando aleatoriamente, sem reposição, duas peças do total adquirido, a probabilidade de que as duas peças tenham sido adquiridas de X é igual a

a) 16%

b) 20%

c) 18%

d) 25%

e) 15%

22. (VUNESP/2020 – EsFCEx) Para um estudo de caso, todos os alunos de uma turma foram divididos em grupos, dos quais 10 eram compostos por alunos dos sexos feminino e masculino, 4 somente por mulheres e 2 somente por homens. Tomando-se aleatoriamente 2 desses grupos para a apresentação do trabalho, a probabilidade de que nenhum dos 2 grupos seja composto por alunos de ambos os sexos é:

a) 1/6

b) 1/8

c) 3/8

d) 3/5

e) 1/3

23. (VUNESP/2022 – PM/SP) Em um concurso de fantasias, os 5 finalistas são brasileiros ou franceses e um prêmio será dado a quem descobrir a nacionalidade de cada finalista. Adriana, que não é uma das

finalistas, sabe que há mais finalistas brasileiros do que franceses e que pelo menos um francês é finalista. Logo, a probabilidade de ela acertar as nacionalidades é

a) 1/15

b) 8/15

c) 2/3

d) 2/5

e) 1/5

CESGRANRIO

24. (Cesgranrio/2021 – CEF) Os alunos de certa escola formaram um grupo de ajuda humanitária e resolveram arrecadar fundos para comprar alimentos não perecíveis. Decidiram, então, fazer uma rifa e venderam 200 tíquetes, numerados de 1 a 200. Uma funcionária da escola resolveu ajudar e comprou 5 tíquetes. Seus números eram 75, 76, 77, 78 e 79. No dia do sorteio da rifa, antes de revelarem o ganhador do prêmio, anunciaram que o número do tíquete sorteado era par. Considerando essa informação, a funcionária concluiu acertadamente que a probabilidade de ela ser a ganhadora do prêmio era de

a) 1,0%

b) 2,0%

c) 3,0%

d) 4,0%

e) 5,0%

25. (Cesgranrio/2018 – LIQUIGÁS) Para montar uma fração, deve-se escolher, aleatoriamente, o numerador no conjunto N = {1,3,7,10} e o denominador no conjunto D = {2,5,6,35}. Qual a probabilidade de que essa fração represente um número menor do que 1(um)?

a) 50%

b) 56,25%

c) 25%

d) 75%

e) 87,5%

26. (CESGRANRIO/2018 – BB) Em um jogo, os jogadores escolhem três números inteiros diferentes, de 1 a 10. Dois números são sorteados e se ambos estiverem entre os três números escolhidos por um jogador, então ele ganha um prêmio. O sorteio é feito utilizando-se uma urna com 10 bolas numeradas, de 1 até 10, e consiste na retirada de duas bolas da urna, de uma só vez, seguida da leitura em voz alta dos números nelas presentes. Qual é a probabilidade de um jogador ganhar um prêmio no sorteio do jogo?

a) 1/90

b) 1/30

c) 1/5

d) 1/15

e) 1/20

27. (Cesgranrio/2018 – PETROBRAS) Um programa de integração será oferecido para os 30 novos funcionários de uma empresa. Esse programa será realizado simultaneamente em duas localidades distintas: X e Y. Serão oferecidas 15 vagas em cada localidade. Sabe-se que 8 funcionários preferem realizar o programa na localidade X e 6, na localidade Y. Se a distribuição for feita de forma aleatória, qual é a probabilidade de todas as preferências serem atendidas?

a) $\frac{C_{16}^{7}}{C_{30}^{15}}$

b) $\frac{C_{15}^{8}.C_{15}^{6}}{C_{30}^{15}}$

c) $\frac{C_{30}^{14}C_{16}^{7}}{C_{30}^{15}.C_{30}^{15}}$

d) $\frac{2.C_{15}^{8}.C_{15}^{6}}{C_{30}^{15}}$

e) $\frac{C_{16}^{7}.C_{16}^{7}.C_{16}^{7}}{C_{30}^{15}}$

Gabarito

1. LETRA C
2. LETRA B
3. LETRA D
4. ERRADO
5. LETRA E
6. LETRA A
7. LETRA C
8. LETRA C
9. LETRA B
10. LETRA E
11. LETRA D
12. LETRA D
13. LETRA C
14. LETRA B
15. LETRA E
16. LETRA B
17. LETRA B
18. LETRA D
19. LETRA E
20. LETRA B
21. LETRA E
22. LETRA B
23. LETRA A
24. LETRA B
25. LETRA B
26. LETRA D
27. LETRA A

LISTA DE QUESTÕES – CEBRASPE

Combinações de Eventos

CEBRASPE

1. (Cebraspe/2021 – MJ/SP) Ao procurar ativos para realizar operações de day trade em uma lista de 260 ações negociadas em bolsa de valores, um investidor classificou 120 ações como de boa liquidez (elevado volume de negócios realizados diariamente) e 130 ações como de bom nível de volatilidade (muitas variações de preço para cima ou para baixo ao longo do dia); 45 ações ele não classificou em nenhuma dessas classes. Tendo em vista essa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Selecionando-se ao acaso uma das ações da lista analisada pelo investidor, a probabilidade de que essa ação tenha bom nível de volatilidade é maior que a probabilidade de ela não ter bom nível de volatilidade.

2. (Cebraspe/2021 – SERPRO) Em um curral, há doze bezerros, entre os quais apenas três sofrem de diarreia viral bovina, sendo os demais saudáveis. Dois bezerros desse curral serão escolhidos aleatoriamente. Nessa situação hipotética, a probabilidade de se escolher pelo menos um bezerro que sofra de diarreia viral bovina é igual a

a) $\frac{1}{27}$

b) $\frac{2}{11}$

c) $\frac{9}{44}$

d) $\frac{9}{22}$

e) $\frac{5}{11}$

3. (Cebraspe/2021 – SERPRO) Suponha que sejam gerados 5 números válidos de CPF para serem atribuídos a 5 indivíduos distintos. Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

Suponha que, logo após a atribuição dos CPFs aos indivíduos, são escolhidos aleatoriamente 2 desses CPFs e separados 3 desses indivíduos. Nessa situação, a probabilidade de pelo menos um dos CPFs escolhidos pertencer a um dos indivíduos separados é igual a 3/5.

4. (Cebraspe/2021 – ALE/CE) Considere um experimento aleatório cujo espaço amostral seja representado por Ω e, ainda, dois eventos aleatórios A e B, tais que A ⊂ B ⊂ Ω. Se as probabilidades de ocorrência dos eventos A e B forem P(A) = 0,2 e P(B) = 0,3, então P(A∪B) é igual a

a) 0,06

b) 0,1

c) 0,2

d) 0,3

e) 0,5

5. (Cebraspe/2022 – PETROBRAS) Considerando dois eventos aleatórios A e B, tais que $P(A \cup B) = P(A) > 0$, $P(A \cap B) = P(B) > 0$ e $P(A) + P(B) = 1$, julgue o item que se segue.

Se A^c denota o evento complementar de A, então é correto afirmar que A^c = B.

6. (Cebraspe/2021 – Pref. Aracaju) Considere dois eventos A e B contidos em determinado espaço amostral tal que $A \subseteq B$. Se as probabilidades de ocorrências desses eventos e de seus eventos complementares forem $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,7$, $P(\overline{A}) = 0,7$ e $P(\overline{B}) = 0,3$, então

a) $P(A \cup B) = 1$

b) $P(A \cap B) = 0,21$

c) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0,3$

d) $P(A \cap \overline{B}) = 0,3$

e) $P(\overline{A} \cap B) = 0,4$

7. (Cebraspe/2020 – TJ/PA) Se Ω representar um espaço amostral de determinado experimento aleatório, $A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$ forem dois eventos com $P(A) = 0,4$ e $P(B) = 0,8$ e se $\overline{A}$ e $\overline{B}$ forem, respectivamente, os eventos complementares de A e B, então

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) > 0,2$

b) $P(A \cup B) + P(A \cap B) \leq 1$

c) $P(A \cap A \cap A) = 0,064$

d) $\mathbf{0,2 \leq P(A \cap B) \leq 0,4}$

e) $\boldsymbol{P(\bar{A} \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) > 0,7}$

8. (Cebraspe/2021 – PF) Considere os seguintes conjuntos:

P =	**{todos os policiais federais em efetivo exercício no país}**
P_1 =	**{policiais federais em efetivo exercício no país e que têm até 1 ano de experiência no exercício do cargo}**
P_2 =	**{policiais federais em efetivo exercício no país e que têm até 2 anos de experiência no exercício do cargo}**
P_3 =	**{policiais federais em efetivo exercício no país e que têm até 3 anos de experiência no exercício do cargo}**

e, assim, sucessivamente. Com base nessas informações, julgue o item que se segue.

Escolhendo-se aleatoriamente um integrante do conjunto P, a probabilidade de ele ter entre dois e três anos de experiência no exercício do cargo é dada por $\boldsymbol{\frac{n(P_2 - P_3)}{n(P_3)}}$, em que n(X) indica o número de elementos do conjunto X e $\boldsymbol{P_2 - P_3}$ é o conjunto formado pelos indivíduos que estão em $\boldsymbol{P_2}$, mas não estão em $\boldsymbol{P_3}$.

FGV

9. (FGV/2017 – Prefeitura de Salvador/BA) Entre as pessoas A, B, C, D e E, será sorteada uma comissão de três membros. A probabilidade de que A e B estejam na comissão ou de que C esteja na comissão, é de:

a) 60%

b) 64%

c) 72%

d) 75%

e) 80%

10. (FGV/2022 – SSP/AM) Seis cartas estão em uma caixa; em cada uma delas está escrita uma das seis letras: A, B, C, D, E, F, e cada letra só aparece uma vez. Retirando da caixa, simultaneamente e ao acaso, duas cartas, a probabilidade de que as cartas A ou C sejam sorteadas é

a) 1/2

b) 2/5

c) 3/5

d) 7/15

e) 8/15

11. (FGV/2017 – SEFIN-RO) Dois eventos A e B têm probabilidades iguais a 70% e 80%. Os valores mínimo e máximo da probabilidade da interseção de A e B são

a) 30% e 50%

b) 20% e 70%

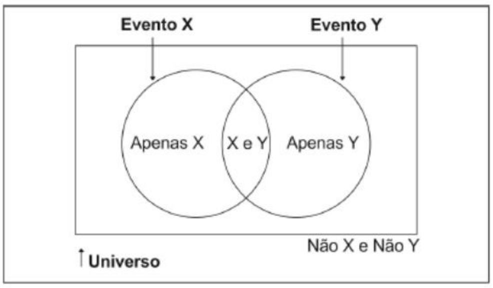
c) 20% e 50%

d) 50% e 70%

e) 0% e 70%

FCC

12. (FCC/2021 – TJ/SC) Uma forma fácil e simples de representar probabilidades é feita com o auxílio da figura abaixo.



Trata-se de um Diagrama de

a) Ocorrência

b) Classes

c) Gantt

d) Pareto

e) Venn

13. (FCC/2018 – Técnico Legislativo da Assembleia Legislativa de Sergipe/PE) Segundo a previsão do tempo, a probabilidade de chuva em uma cidade é de 50% no sábado e 30% no domingo. Além disso, ela informa que há 20% de probabilidade de que chova tanto no sábado quanto no domingo. De acordo com essa previsão, a probabilidade de que haja chuva nessa cidade em pelo menos um dos dois dias do final de semana é igual a

a) 100%.

b) 80%.

c) 70%.

d) 60%.

e) 50%.

14. (FCC/2018 – Banrisul/RS) Seja P(X) a probabilidade de ocorrência de um evento X. Dados 2 eventos A e B, a probabilidade de ocorrer pelo menos um dos dois eventos é igual a 4/5 e a probabilidade de ocorrer o evento A e o evento B é igual a 1/10. Se P(A) é igual a 1/2, então P(B) é igual a

a) 1/4.

b) 2/5.

c) 3/10.

d) 1/3.

e) 1/2.

15. (FCC/2018 – Agência de Fomento/AP) Conforme um censo realizado em uma empresa, apenas 1/3 de seus funcionários possui nível superior completo. Sabe-se que:

I. 60% dos funcionários desta empresa são homens e o restante mulheres.
II. 75% dos funcionários desta empresa que são mulheres não possuem nível superior completo.

Se um funcionário é escolhido aleatoriamente na empresa para executar uma tarefa, então a probabilidade de ele ser homem e possuir nível superior completo é igual a

a) 4/30.

b) 1/10.

c) 11/30.

d) 1/5.

e) 7/30.

16. (FCC/2020 – ALAP) Em determinado setor de um órgão público foi realizado um levantamento com relação aos cargos de nível superior. A tabela abaixo apresenta a distribuição dos respectivos funcionários segundo o cargo e sexo.

Cargo	Homens	Mulheres	Total
Economista	30	20	50
Administrador	40	40	80
Contador	70	50	120
Total	140	110	250

Um funcionário é escolhido aleatoriamente neste setor para realizar uma tarefa. Seja E o evento indicando que o funcionário escolhido é economista e seja H o evento indicando que o funcionário escolhido é homem. Considerando, então, os eventos E e H, a probabilidade de que pelo menos um destes dois eventos ocorra é igual a

a) 64%

b) 76%

c) 56%

d) 80%

e) 48%

17. (FCC/2018 – Analista da Secretaria de Planejamento, Administração e Gestão de Pessoas de Recife/PE) Um levantamento é realizado em um clube que oferece aos seus associados somente três modalidades de esporte: Futebol, Basquete e Vôlei. Verificou-se que 70% dos sócios gostam de Futebol, 65% gostam de Basquete, 38% gostam de Vôlei, 10% gostam das três modalidades oferecidas e 2% não gostam de qualquer modalidade oferecida pelo clube. Escolhendo aleatoriamente um sócio do clube, a probabilidade de ele gostar de duas e somente duas das modalidades oferecidas é de

a) 45%.

b) 40%.

c) 55%.

d) 60%.

e) 65%.

VUNESP

18. (VUNESP/2020 – Sorocaba) Em uma escola com 450 estudantes, foi realizada uma enquete com duas perguntas feitas para todos os estudantes:

Primeira pergunta: Você gosta da disciplina Português?
Segunda pergunta: Você gosta da disciplina Matemática?

Todos os estudantes responderam às duas perguntas e os resultados foram: 280 responderam "Sim" à primeira pergunta, 200 responderam "Sim" à segunda pergunta e 50 responderam "Não" às duas perguntas. Selecionando ao acaso um estudante dessa escola, a probabilidade de ele ter respondido "Não" à primeira pergunta e "Sim" à segunda pergunta é igual a

a) 8/45

b) 8/15

c) 4/15

d) 2/5

e) 4/9

19. (VUNESP/2021 – PB-Saúde) Em um setor de órgão público, trabalham 2 economistas, 2 contadores e 3 administradores. Uma comissão de 3 elementos desses profissionais escolhidos aleatoriamente é formada para realizar uma tarefa. A probabilidade de esta comissão ter pelo menos 1 economista é igual a

a) 2/7

b) 2/5

c) 4/7

d) 3/5

e) 5/7

Outras Bancas

20. (SELECON/2021 – CM-Cuiabá) A tabela a seguir fornece, por sexo e por cargo pretendido, a quantidade total de candidatos inscritos em um concurso público.

	Homens	Mulheres
Analista Legislativo	54	36
Contador	90	105
Controlador Interno	45	30

Escolhendo-se ao acaso um dos candidatos inscritos nesse concurso, a probabilidade de a pessoa escolhida ser mulher ou pretender um cargo de contador é de:

a) 62,5%

b) 68,2%

c) 72,5%

d) 78,2%

21. (Quadrix 2021/CRMV-RO) Em uma sala de aula, há 120 estudantes, dos quais o número de destros do sexo masculino é igual ao número de destros do sexo feminino, 15% são canhotos, exatamente 7 dos canhotos são do sexo masculino e nenhum é ambidestro.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A probabilidade de um estudante ser destro ou do sexo feminino é igual a 17/40.

22. (PROGEP/2022 – FURG) Sendo $P(A) = x$, $P(B) = y$ e $P(A \cap B) = z$, então:

I) $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - z$
II) $P(\bar{A} \cup B) = 1 - x + z$
III) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = x + y - z$

As afirmações corretas são:

a) Apenas I

b) Apenas II

c) Todas as afirmações

d) Apenas I e II

e) Nenhuma das afirmações

GABARITO

1. ERRADO
2. LETRA E
3. ERRADO
4. LETRA D
5. ERRADO
6. LETRA E
7. LETRA D
8. ERRADO
9. LETRA E
10. LETRA C
11. LETRA D
12. LETRA E
13. LETRA D
14. LETRA B
15. LETRA E
16. LETRA A
17. LETRA C
18. LETRA C
19. LETRA E
20. LETRA C
21. ERRADO
22. LETRA D

LISTA DE QUESTÕES – MULTIBANCAS

Axiomas de Probabilidade

1. (IADES/2021 – CAU/MS)

Faixa Etária	Proporção
Até 30 anos	3.x%
31 a 40 anos	32%
41 a 50 anos	18%
51 a 60 anos	14%
Mais de 60 anos	x%

A tabela representa a proporção de arquitetos e urbanistas, em 2017, por faixa etária. Qual é o percentual (x%) de arquitetos e urbanistas com mais de 60 anos de idade?

a) 9%

b) 12%

c) 15%

d) 18%

e) 27%

2. (IADES/2021 – CAU/MS)

Um servidor de suporte técnico do Conselho de Arquitetura e Urbanismo deve digitalizar os relatórios técnicos de arquitetura (RTA) e os relatórios técnicos urbanísticos (RTU) que estão em uma gaveta de arquivos. Ele sabe que a quantidade de RTA é 1/4 (um quarto) da quantidade de RTU. Qual é a probabilidade de ele escolher aleatoriamente um relatório e ele ser RTU?

a) 1/4

b) 1/5

c) 3/4

d) 3/5

e) 4/5

3. (IDIB/2020 – CRM/MT) Um dado foi fabricado de forma "viciada", assim, apresenta irregularidades, como, por exemplo, a probabilidade de apresentar como resultado o número 2 é o dobro da probabilidade de apresentar o número 1. Os outros números têm a probabilidade normal de um dado não viciado. Qual a probabilidade de se lançar o dado e obter como resultado o número 1?

a) 1/6

b) 1/7

c) 1/8

d) 1/9

4. (FCC/2018 – Prefeitura de Macapá/AP) Considere que a tabela abaixo fornece as probabilidades respectivas de n ocorrências de um evento ($0 \leq n \leq 4$) em um determinado dia. Sabe-se que não se verificam mais que 4 ocorrências em um dia.

Número de ocorrências (n)	0	1	2	3	4
Probabilidades	a	b	2a	b	a

Se a probabilidade de que o evento ocorra mais que uma vez em um dia é igual a 62,5%, então a probabilidade de que ele ocorra uma vez em um dia é igual a

a) 15,0%

b) 30,0%

c) 25,0%

d) 20,0%

e) 24,0%

5. (FCC/2019 – Auditor Fiscal da Secretaria de Estado da Fazenda/BA) Um instituto de pesquisa foi contratado para realizar um censo em uma cidade com somente dois clubes (Alfa e Beta). Verificou- se que, com relação a essa cidade, o número de habitantes que são sócios de Alfa é igual a 3/4 do número de habitantes que são sócios de Beta. Sabe-se ainda que, dos habitantes desta cidade, 8% são sócios dos dois clubes e 24% não são sócios de qualquer clube. Escolhendo aleatoriamente um habitante dessa cidade, tem-se que a probabilidade de ele ser sócio somente do clube Alfa é

a) 30%.

b) 32%.

c) 20%.

d) 28%.

e) 34%.

6. (Cesgranrio/2018 – Transpetro) Uma empresa de transporte marítimo transporta cargas classificadas como “Químico”, “Combustíveis” e “Alimentos”, e cada um de seus navios transporta apenas um tipo de carga. Essa empresa informa que, dos 350 navios, 180 transportam combustíveis, e 120 transportam alimentos. Ao chegar ao porto, a probabilidade de um navio dessa empresa estar transportando carga “Químico” ou “Alimentos” é, aproximadamente, de

a) 0,14

b) 0,34

c) 0,49

d) 0,62

e) 0,75

7. (FGV/2017 – SEFIN-RO) Júlia e Laura são irmãs e fazem parte de um grupo de 5 meninas. Desse grupo, três serão sorteadas para um passeio.

A probabilidade de que uma das irmãs seja sorteada e a outra não seja sorteada é de.

a) 80%

b) 70%

c) 50%

d) 40%

e) 60%

8. (FGV/2022 – PC/AM) Considere dois eventos A e B mutuamente exclusivos e que Prob(.) indica a probabilidade do evento indicado entre parênteses. Logo:

a) Prob(A ∩ B) = Prob(A).Prob(B)

b) Prob(A U B) = Prob(A).Prob(B)

c) Prob(A ∩ B) = 0

d) Prob(A U B) = 0

e) Prob(A U B) = 1

GABARITO

1. LETRA A
2. LETRA E
3. LETRA D
4. LETRA C
5. LETRA D
6. LETRA C
7. LETRA E
8. LETRA C

LISTA DE QUESTÕES – MULTIBANCAS

Probabilidade Condicional

CEBRASPE

1. (Cebraspe/2022 – PETROBRAS) No que diz respeito aos conceitos e cálculos utilizados em probabilidade e estatística, julgue o item a seguir.

Considere que, em uma sala de provas de um concurso, ao se selecionar aleatoriamente um candidato para acompanhar a abertura do envelope de provas, a probabilidade de ele ter estudado em escola particular é 0,32 e a probabilidade de ele ter estudado em escola particular e ser um candidato forte à aprovação é 0,24. Nessa situação, se o candidato selecionado estudou em escola particular, então a probabilidade de ele ser um candidato forte à aprovação é 0,75.

2. (Cebraspe/2022 – FUNPRESP-EXE) A seguir, são apresentadas informações obtidas a partir de uma pesquisa realizada com 1.000 pessoas.

- **480 possuem plano de previdência privada;**
- **650 possuem aplicações em outros tipos de produtos financeiros;**
- **320 não possuem aplicação em nenhum produto financeiro.**

Com base nessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Se uma pessoa escolhida ao acaso entre as que participaram da pesquisa possui plano de previdência privada, então a probabilidade de ela possuir também aplicação em outros produtos financeiros é superior a 90%.

3. (Cebraspe/2022 – PETROBRAS) Considerando dois eventos aleatórios A e B, tais que $P(A \cup B) = P(A) > 0$, $P(A \cap B) = P(B) > 0$ e $P(A) + P(B) = 1$, julgue o item que se segue.

São eventos independentes.

4. (Cebraspe/2022 – PC/PB) Na enfermaria de um hospital estavam internados 32 pacientes. Destes, 8 apresentavam pneumonia, 6 tinham diagnóstico de asma, 10 estavam com gripe, 6 tinham câncer no pulmão e os demais aguardavam atendimento. Coincidentemente, em cada grupo a quantidade de homens e mulheres era a mesma. Considerando essa situação hipotética, assinale a opção correta.

a) Foram escolhidos aleatoriamente 3 pacientes dentre aqueles com gripe para responder uma pesquisa. A probabilidade de todos eles serem mulheres é de 50%.

b) Se selecionado um paciente aleatoriamente para a realização de um exame, a probabilidade de ele estar com asma ou ser um dos que têm câncer no pulmão é de 18,75%.

c) 4 pacientes serão escolhidos aleatoriamente para receber uma visita especial. A chance deste grupo ser composto por um homem com pneumonia, uma mulher com asma, uma mulher com gripe e um homem que tem câncer no pulmão é de 0,12%.

d) Sabe-se que a proporção de diagnóstico de asma nos pacientes que chegam ao hospital é a mesma daquela dos pacientes já diagnosticados que estavam na enfermaria. Assim, a probabilidade dos dois pacientes que aguardam atendimento receberem diagnóstico de asma é de 20%.

e) A cada dia, durante os próximos 4 dias, um paciente será escolhido aleatoriamente para receber uma sobremesa especial no almoço. A chance dos quatro pacientes sorteados serem mulheres é de 6,25%.

5. (Cebraspe/2022 – DPE/RO) A confiabilidade mensura a capacidade que um sistema, produto ou serviço possui de se comportar da forma esperada, podendo estar associada a diversas áreas de gestão, inclusive gestão da qualidade. As informações apresentadas na seguinte tabela referem-se a determinado processo produtivo dividido em 3 etapas A, B e C.

Etapa	Confiabilidade
A	0,95
B	0,80
C	0,50

Com base nas informações apresentadas, assinale a opção que mostra a confiabilidade desse processo produtivo.

a) 0,95

b) 0,50

c) 0,45

d) 0,38

e) 0,80

6. (Cebraspe/2022 – TELEBRAS) Julgue o item que se segue, a respeito de contagem, probabilidade e estatística.

Considere que seja preciso comprar duas peças p1 e p2 para um projeto de satélite. Considere ainda que a probabilidade de ter a peça p1 no estoque na distribuidora é de 1/3 e a probabilidade de ter a peça p2 no estoque na mesma distribuidora é de 3/5. Nesse caso, a probabilidade de que pelo menos uma das peças esteja no estoque é de 11/15.

7. (Cebraspe/2022 – PETROBRAS) O item a seguir é apresentada uma situação hipotética seguida de uma assertiva a ser julgada a respeito de probabilidade e estatística.

Uma empresa faz toda a produção do seu único produto em duas fábricas distintas A e B, que produzem, respectivamente, 75% e 25% da produção total. Na fábrica A, 5% da produção passa por um processo de controle de qualidade, enquanto, na fábrica B, a produção que passa pelo controle de qualidade é de 10%. Nessa situação, escolhendo-se um produto ao acaso dentre os que passaram por controle de qualidade, após todas as etapas da produção, a probabilidade desse item ter sido produzido na fábrica B é inferior a 30%.

8. (Cebraspe/2022 – TELEBRAS) Julgue o item que se segue, a respeito de contagem, probabilidade e estatística.

Considere que o lançamento de um satélite no centro de lançamento de Alcântara esteja previsto para o dia 5 de abril, e que, naquela região, chove apenas 10 dias durante esse mês. Considere ainda que a meteorologia prevê chuva para o dia do lançamento e que, quando efetivamente chove, a meteorologia prevê corretamente a chuva em 90% das vezes, e, quando não chove, ela prevê incorretamente chuva 10% das vezes. Nessa situação, a probabilidade de chover no dia do lançamento do satélite é inferior a 80%.

FGV

9. (FGV/2022 – SEFAZ/ES) As probabilidades de dois eventos A e B são P[A] = 0,5, P[B] = 0,8. A probabilidade condicional de A ocorrer dado que B ocorre é P[A|B] = 0,6. Assim, a probabilidade de que A ou B ocorram é igual a

a) 0,56

b) 0,60

c) 0,76

d) 0,82

e) 0,94

10. (FGV/2021 – FunSaúde/CE) Se A e B são eventos possíveis, avalie as afirmativas a seguir.

I. Se A e B são mutuamente exclusivos então são independentes.

II. Se P[A] = 0,5 e P[B] = 0,7 então P[A∩B] não pode ser igual a 0,4.

III. Se A e B são independentes então podem ser mutuamente exclusivos.

Está correto o que se afirma em

a) se nenhuma alternativa estiver correta

b) I, apenas

c) II, apenas

d) I e III, apenas

e) I, II e III

11. (FGV/2021 – PC/RN) Em um campeonato de futebol, quando o TIMEX joga em casa, a probabilidade de ele ganhar o jogo é de 60%, mas quando ele joga fora de casa, a probabilidade de ele ganhar o jogo é de 50%. Nos próximos três jogos do campeonato, o TIMEX jogará dois em casa e um fora de casa. A probabilidade de o TIMEX ganhar pelo menos um desses três jogos é:

a) 30%

b) 50%

c) 75%

d) 92%

e) 95%

12. (FGV/2022 – CBM/AM) Márcia tem uma ficha amarela, uma ficha verde e duas vermelhas. Joana tem duas fichas amarelas e uma ficha verde. Cada uma delas escolhe aleatoriamente uma de suas fichas e mostra para a outra. A probabilidade de que as fichas mostradas tenham a mesma cor é:

a) 1/12

b) 1/7

c) 1/6

d) 1/4

e) 1/3

13. (FGV/2022 – MPE/GO) Em uma determinada cidade, se chover em um dia a probabilidade de chover no dia seguinte é 60%. Se não chover em um dia, a probabilidade de chover no dia seguinte é 10%. Hoje não choveu nessa cidade. A probabilidade de não chover depois de amanhã é de

a) 90%

b) 85%

c) 81%

d) 76%

e) 72%

14. (FGV/2021 – FunSaúde/CE) Em uma urna, há bolas pequenas e bolas grandes, sendo 75% pequenas e as demais são grandes. Das bolas pequenas, 20% são azuis e as demais são vermelhas e, das bolas grandes, 60% são azuis e as demais são vermelhas. Retira-se, aleatoriamente, uma bola da urna e constata-se que ela é azul. A probabilidade de a bola retirada ser pequena é de

a) 20%

b) 25%

c) 30%

d) 40%

e) 50%

FCC

15. (FCC/2021 – MANAUSPREV) Suponha que um determinado atuário compilou os seguintes dados de sobrevivência de uma coorte.

x	P_x
0	0,9995
1	0,9999
2	0,9997
3	0,9996

A probabilidade de um recém-nascido morrer antes de completar 3 anos de idade é

a) 0,000300

b) 0,000325

c) 0,000400

d) 0,000900

e) 0,001299

16. (FCC/2021 – UNILUS) Maria tem duas moedas, uma delas com duas faces iguais, a cara, e outra com uma face cara e uma face coroa. Maria escolhe uma moeda ao acaso − isto é, as moedas têm a mesma chance de serem escolhidas − e a lança duas vezes. A probabilidade de sair duas caras é:

a) 5/8

b) 9/16

c) 3/4

d) 7/8

e) 1/2

VUNESP

17. (VUNESP/2021 – PB-Saúde) Dos funcionários com nível superior em uma empresa, 60% são do sexo masculino, e 40%, do sexo feminino. Sabe-se que 44% do total desses funcionários são formados pela Faculdade Alpha, e os restantes são formados por outras faculdades. Metade dos funcionários da empresa que são do sexo feminino e com nível superior é formada pela Faculdade Alpha, e a outra metade é formada por outras faculdades. Escolhendo aleatoriamente um funcionário dessa empresa com nível superior, e verificando que ele não é formado pela Faculdade Alpha, tem-se que a probabilidade de ele ser do sexo masculino é de

a) 2/5

b) 3/5

c) 1/3

d) 5/11

e) 9/14

18. (VUNESP/2021 – PB-Saúde) Considere que P(X) seja a probabilidade de ocorrência de um evento X. Sejam A e B dois eventos quaisquer, sendo (A U B) o evento que indica que pelo menos um destes dois eventos ocorre, e (A ∩ B) o evento que ocorre se o evento A e o evento B ocorrerem ao mesmo tempo. Assim, considerando os eventos A e B, se

a) $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$, então A e B são mutuamente exclusivos.

b) toda vez que A ocorre também ocorre B, então $P(A) \leq P(B)$.

c) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, então A e B não são independentes.

d) A e B são mutuamente exclusivos, então $P(A) \cdot P(B) = 0$.

e) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, então A e B não são mutuamente exclusivos.

19. (VUNESP/2021 – PB-Saúde) Um estudo de mercado identificou 3 setores da economia (S_1, S_2 e S_3) em que determinado investidor foi aconselhado a investir. A probabilidade de a empresa obter lucro é de 70%, 80% e 90% se esta empresa pertencer ao setor S_1, S_2 e S3, respectivamente. Existe a informação que 500 empresas pertencem ao setor S_1, 400 ao setor S_2 e 100 ao setor S_3. Selecionando uma empresa aleatoriamente, dentre estes 3 setores, a probabilidade de que ela tenha lucro é de:

a) 56%

b) 60%

c) 67%

d) 76%

e) 81%

CESGRANRIO

20. (Cesgranrio/2021 – BB) A relação do cliente com o sistema bancário tradicional vem passando por transformações nos últimos cincos anos com o crescimento dos bancos digitais. Analisar o perfil dos clientes dos bancos digitais, considerando idade, classe social, renda e motivação, é uma tarefa importante para os bancos tradicionais com o objetivo de preservar a posição de principal Banco na relação com o Cliente.

Para tal fim, uma agência bancária analisou os seguintes dados de uma pesquisa amostral sobre bancos digitais:

Em relação a bancos digitais, você...

45%	19%	14%	22%
JÁ OUVIU FALAR	SABE COMO FUNCIONA	POSSUI RELACIONAMENTO	NÃO CONHECE

Entre aqueles que têm relacionamento com bancos digitais (14%), os principais motivos para iniciar esse relacionamento foram...

44% Valores das tarifas	39% Pela inovação de ser um banco 100% digital	22% Indicação de amigo / parente / conhecido	16% Por ser diferente de outros bancos	16% Para dividir o dinheiro em várias contas
41% Para resolver tudo pela internet	28% Para ter mais uma fonte de crédito (cartão e limite)	20% Para poder focar em investimentos	12% Por estar insatisfeito com banco atual (não digital)	12% Pela propaganda do banco

Disponível em: <https://www.institutoqualibest.com/wp-content/uploads/2019/06/Finan%C3%A7as-Pessoais-V5-Banking-Fintech-Insights.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2021. Adaptado.

Escolhendo-se ao acaso um dos entrevistados dessa pesquisa, qual é, aproximadamente, a probabilidade de esse cliente ter um relacionamento com banco digital e de ter apresentado como motivo para iniciar esse relacionamento a facilidade de poder resolver tudo pela internet?

a) 5,7%

b) 6,2%

c) 6,4%

d) 7,2%

e) 7,8%

21. (Cesgranrio/2021 – CEF) Um analista de investimentos acredita que o preço das ações de uma empresa seja afetado pela condição de fluxo de crédito na economia de um certo país. Ele estima que o fluxo de crédito na economia desse país aumente, com probabilidade de 20%. Ele estima também que o preço das ações da empresa suba, com probabilidade de 90%, dentro de um cenário de aumento de fluxo de crédito, e suba, com probabilidade de 40%, sob o cenário contrário.

Uma vez que o preço das ações da empresa subiu, qual é a probabilidade de que o fluxo de crédito da economia tenha também aumentado?

a) 1/2

b) 1/5

c) 2/9

d) 9/25

e) 9/50

Gabarito

1. CERTO
2. CERTO
3. ERRADO
4. LETRA E
5. LETRA D
6. CERTO
7. ERRADO
8. ERRADO
9. LETRA D
10. LETRA A
11. LETRA D
12. LETRA D
13. LETRA B
14. LETRA E
15. LETRA D
16. LETRA A
17. LETRA E
18. LETRA B
19. LETRA D
20. LETRA A
21. LETRA D

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.