



# ANÁLISE COMBINATÓRIA

# INTRODUÇÃO

A Análise Combinatória, ou simplesmente Combinatória, ou ainda, Princípios de Contagem, estuda métodos e técnicas relacionados a contagens de elementos em conjuntos finitos, de modo que não seja necessário enumerar todos os elementos.

# INTRODUÇÃO

Vejamos um exemplo inicial para entender o que isso significa:

Quantos números de 3 algarismos podemos formar com o conjunto  $\{1, 3, 4\}$ , sem repetir os elementos em um mesmo número?



# OBRIGADO



# ANÁLISE COMBINATÓRIA

# PRINCÍPIOS FUNDAMENTAIS DA CONTAGEM

## PRINCÍPIOS FUNDAMENTAIS

Princípio Multiplicativo

Princípio Aditivo

# PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO

Se um evento **A** ocorre de **m** maneiras diferentes **e** se, para cada uma dessas maneiras, um outro evento **B** ocorre de **n** maneiras diferentes, então o número de maneiras diferentes de **ambos** os eventos (**A e B**) ocorrerem é **m x n**.

# PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO

*João precisa se vestir com uma calça e uma blusa e que ele tem 3 calças e 4 blusas.*

Em um grupo de pessoas, há 12 homens e 13 mulheres.

Com essas pessoas, uma dupla será aleatoriamente formada, com um homem e uma mulher, para participar de um concurso. O número total de possibilidades para a formação dessa dupla é igual a

- a) 12.
- b) 144.
- c) 156.
- d) 168.
- e) 288.

# 2019 – PREFEITURA DE JACUTINGA/MG)

Assinale a alternativa que contém a quantidade de vezes que é possível usar de maneiras diferentes duas blusas, três calças e quatro meias:

- a) 24 maneiras diferentes.
- b) 28 maneiras diferentes.
- c) 32 maneiras diferentes.
- d) 36 maneiras diferentes.

## CESPE/2013 – TRT-ES)

Os alunos de uma turma cursam 4 disciplinas que são ministradas por 4 professores diferentes. As avaliações finais dessas disciplinas serão realizadas em uma mesma semana, de segunda a sexta-feira, podendo ou não ocorrerem em um mesmo dia. A respeito dessas avaliações, julgue o item seguinte.

Se cada professor escolher o dia em que aplicará a avaliação final de sua disciplina de modo independente dos demais, haverá mais de 500 maneiras de se organizar o calendário dessas avaliações.

# CESPE 2016/FUB

Em um intervalo para descanso, a assistente em administração Marta foi a uma lanchonete cujo cardápio oferecia 7 tipos diferentes de salgados, 4 tipos diferentes de bolos, 3 espécies diferentes de tapioca, sucos de 3 sabores diferentes e 5 tipos diferentes de refrigerantes. A partir dessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

Se Marta desejar fazer um lanche com apenas uma opção de comida e apenas uma bebida, ela terá mais de 100 maneiras distintas de organizar seu lanche.

Cada vértice de um quadrado ABCD deverá ser pintado com uma cor. Há 5 cores diferentes disponíveis para essa tarefa. A única restrição é que os vértices que estejam em extremidades opostas de qualquer diagonal do quadrado (AC e BD) sejam pintados com cores diferentes. O número de maneiras diferentes de pintar os vértices desse quadrado é:

- a) 18
- b) 60
- c) 120
- d) 240
- e) 400



# OBRIGADO



# ANÁLISE COMBINATÓRIA

# PRINCÍPIO ADITIVO

Se o evento A ocorre de  $m$  maneiras diferentes e o evento B ocorre de  $n$  maneiras diferentes, e se A e B são mutuamente exclusivos (ou seja, se um ocorrer o outro não ocorre), então o número de maneiras de ocorrer um dos eventos (A ou B) é  $m + n$ .

# PRINCÍPIO ADITIVO

João precisa se calçar e que ele possui 3 opções de tênis e 2 opções de sapatos.

# PRINCÍPIO ADITIVO

Eventos Concomitantes: A **e** B

Princípio Multiplicativo:  $n(A) \times n(B)$

Eventos Excludentes: A **ou** B

Princípio Aditivo:  $n(A) + n(B)$

## 2017 – CONSELHO REGIONAL DE EDUCAÇÃO FÍSICA/CE)

Numa estante encontram-se 4 dicionários de inglês, 3 de espanhol e 2 de francês. De quantas maneiras uma pessoa pode escolher dois dicionários dessa estante e que sejam de idiomas diferentes?

- a) 22
- b) 24
- c) 26
- d) 28

Considerando que, na fruteira da casa de Pedro, haja 10 uvas, 2 maçãs, 3 laranjas, 4 bananas e 1 abacaxi, julgue o próximo item.

Se Pedro desejar comer apenas um tipo de fruta, a quantidade de maneiras de escolher frutas para comer será superior a 100.



# OBRIGADO

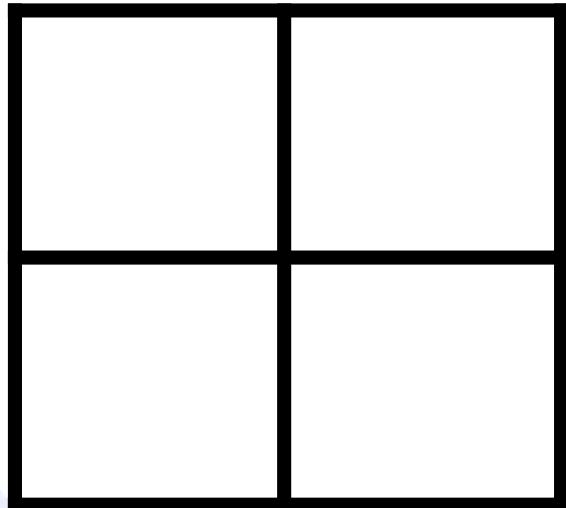


# ANÁLISE COMBINATÓRIA

# PRINCÍPIO DA CASA DOS POMBOS

Se  $n$  pombos devem se abrigar em  $m$  casas e se  $n > m$ , então pelo menos uma casa irá conter mais de um pombo.

# PRINCÍPIO DA CASA DOS POMBOS



## PESSOAS X DIAS DA SEMANA

Em grupo com 8 pessoas, o que podemos afirmar em relação aos dias da semana?

## PESSOAS X DIAS DA SEMANA

Em grupo com 14 pessoas, o que podemos afirmar em relação aos dias da semana?

## PESSOAS X DIAS DA SEMANA

Em grupo com 15 pessoas, o que podemos afirmar em relação aos dias da semana?

## PESSOAS X DIAS DA SEMANA

Em grupo com 16 pessoas, o que podemos afirmar em relação aos dias da semana?

## PESSOAS X DIAS DA SEMANA

Em grupo com 21 pessoas, o que podemos afirmar em relação aos dias da semana?



# ANÁLISE COMBINATÓRIA

## PESSOAS X DIAS DO MÊS

Em grupo com 32 pessoas, o que podemos afirmar em relação aos dias do mês?

## PESSOAS X DIAS DO MÊS

Em grupo com 70 pessoas, o que podemos afirmar em relação aos dias do mês?

## PESSOAS X DIAS DO MÊS

Em grupo com 160 pessoas, o que podemos afirmar em relação aos dias do mês?



# ANÁLISE COMBINATÓRIA

## PESSOAS X MESES DO ANO

Em um grupo com 13 pessoas, o que podemos afirmar em relação aos meses do ano?

## PESSOAS X MESES DO ANO

Em um grupo com 24 pessoas, o que podemos afirmar em relação aos meses do ano?

## PESSOAS X MESES DO ANO

Em um grupo com 37 pessoas, o que podemos afirmar em relação aos meses do ano?

## PESSOAS X MESES DO ANO

Em um grupo com 80 pessoas, o que podemos afirmar em relação aos meses do ano?



# ANÁLISE COMBINATÓRIA

# FATORIAL DE UM NÚMERO NATURAL

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 2 \times 1$$

# FATORIAL DE UM NÚMERO NATURAL

0!

1!

2!

3!

4!

# FATORIAL DE UM NÚMERO NATURAL

5!

6!

7!

8!

9!

10!

# FATORIAL DE UM NÚMERO NATURAL

$$\frac{6!}{3!}$$

$$\frac{6!}{3!}$$

# FATORIAL DE UM NÚMERO NATURAL

$$\frac{10!}{7!}$$

$$\frac{15!}{13!}$$

# FATORIAL DE UM NÚMERO NATURAL

$$\frac{8!}{3! 5!}$$

$$\frac{7!}{5! 2!}$$

# FATORIAL DE UM NÚMERO NATURAL

$$\frac{10!}{3! 7!}$$

$$\frac{15!}{13! 2!}$$



# OBRIGADO



# ANÁLISE COMBINATÓRIA

# PERMUTAÇÃO

Processo que calcula o número de possibilidades de trocar elementos de lugar entre si.

# PERMUTAÇÃO SIMPLES

- ☐ Não há elementos repetidos

$$P_n = n!$$

# PERMUTAÇÃO

Ana, Beto e Caio

# PERMUTAÇÃO

Ana, Beto e Caio

# PERMUTAÇÃO

Ana, Beto, Caio e Daniel

# PERMUTAÇÃO

Ana, Beto, Caio e Daniel

Trocando-se a ordem das letras da sigla PMS de todas as maneiras possíveis, obtêm-se os anagramas dessa sigla. O número desses anagramas é:

- a) 16.
- b) 12.
- c) 9.
- d) 8.
- e) 6.

Em um armário, há 5 prateleiras e será preciso colocar 5 caixas, de cores distintas, cada uma em uma prateleira desse armário, sem que haja uma ordem específica. O número total de maneiras de colocar essas caixas nesse armário é

- a) 25.
- b) 60.
- c) 95.
- d) 120.
- e) 165.

Julgue o próximo item, a respeito de contagem.

Se a enfermaria de um hospital possuir cinco leitos desocupados e se cinco pacientes forem ocupar esses leitos, então haverá mais de 100 formas diferentes de fazer essa ocupação.

Para atender uma grave ocorrência, o comando do corpo de bombeiros acionou 15 homens: 3 bombeiros militares condutores de viatura e 12 praças combatentes, que se deslocaram em três viaturas: um caminhão e duas caminhonetes. Cada veículo transporta até 5 pessoas, todas sentadas, incluindo o motorista, e somente os condutores de viatura podem dirigir uma viatura. Com relação a essa situação, julgue o item seguinte.

A quantidade de maneiras distintas de se distribuir os condutores de viatura para dirigir os veículos é superior a 5.



# OBRIGADO



# ANÁLISE COMBINATÓRIA

# PERMUTAÇÃO SIMPLES COM RESTRIÇÃO

É possível que algumas questões de permutações imponham determinadas restrições.

# PERMUTAÇÃO SIMPLES COM RESTRIÇÃO

## ELEMENTOS FIXOS

$$P_{n-p} = (n - p)!$$

# PERMUTAÇÃO SIMPLES COM RESTRIÇÃO

## ELEMENTOS FIXOS

Vamos considerar que há 8 elementos distintos a serem ordenados, por exemplo, os algarismos  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ . Suponha que o número 1 esteja fixo na primeira posição e o número 8, na oitava posição:



# PERMUTAÇÃO SIMPLES COM RESTRIÇÃO

## ELEMENTOS FIXOS

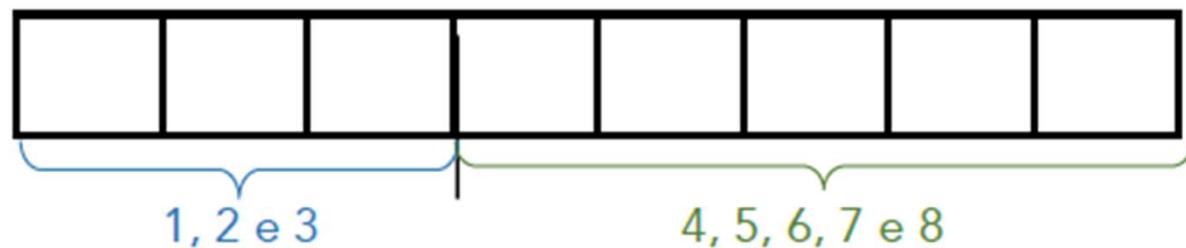
Vamos considerar que há 8 elementos distintos a serem ordenados, por exemplo, os algarismos  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ . Suponha que o número 1 e o número 8 estejam posicionados nos extremos.



# PERMUTAÇÃO SIMPLES COM RESTRIÇÃO

## ELEMENTOS FIXOS

vamos supor que os 3 primeiros algarismos tenham que ocupar as 3 primeiras posições, em qualquer ordem, e os demais algarismos nas demais posições:



# PERMUTAÇÃO SIMPLES COM RESTRIÇÃO

## ELEMENTOS FIXOS

suponha que os algarismos ímpares tenham que ocupar posições ímpares e os algarismos pares, posições pares.



# PERMUTAÇÃO SIMPLES COM RESTRIÇÃO

## ELEMENTOS FIXOS

De modo geral, havendo  $n$  elementos, dos quais  $p$  estejam designados a determinadas posições, mas sem indicar a posição específica de cada um, fazemos a permutação de  $n-p$  elementos e multiplicamos pela permutação de  $p$  elementos:

$$P_{n-p} \times P_p = (n - p)! \times p!$$



# OBRIGADO



# ANÁLISE COMBINATÓRIA

# FCC/2019 – ANALISTA JUDICIÁRIO DO TRF 3<sup>ª</sup> REGIÃO

Em um concurso com 5 vagas, os candidatos aprovados serão alocados, cada um, em um dos municípios A, B, C, D ou E. O primeiro colocado foi designado para o município A. O número de possíveis alocações dos outros candidatos aprovados é:

- a) 30
- b) 4
- c) 120
- d) 24
- e) 6

Em um navio, serão transportados 10 animais, todos de espécies diferentes. Antes de serem colocados no navio, os animais deverão ser organizados em uma fila. Entre esses 10 animais, há um camelo, um elefante e um leão.

A respeito da organização dessa fila, julgue o item subsequente.

Existem  $8!$  maneiras distintas de organizar essa fila de forma que o camelo fique na primeira posição e o elefante fique na sexta posição.

Em um navio, serão transportados 10 animais, todos de espécies diferentes. Antes de serem colocados no navio, os animais deverão ser organizados em uma fila. Entre esses 10 animais, há um camelo, um elefante e um leão.

A respeito da organização dessa fila, julgue o item subsequente.

Existem  $3 \times 7!$  maneiras distintas de organizar essa fila de forma que o elefante, o camelo e o leão fiquem nas três primeiras posições, não necessariamente nessa ordem.



# OBRIGADO