

Aula 07

*BNB (Analista Bancário) Passo
Estratégico de Matemática - 2023
(Pré-Edital)*

Autor:

Allan Maux Santana

23 de Setembro de 2023

Índice

1) O que é o Passo Estratégico	3
2) Apresentação	4
3) Análise Estatística - Matemática	5
4) Análise Combinatória	6
5) Probabilidade	43



O QUE É O PASSO ESTRATÉGICO?

O Passo Estratégico é um material escrito e enxuto que possui dois objetivos principais:

- a) orientar revisões eficientes;
- b) destacar os pontos mais importantes e prováveis de serem cobrados em prova.

Assim, o Passo Estratégico pode ser utilizado tanto para **turbinar as revisões dos alunos mais adiantados nas matérias**, quanto para maximizar o resultado na reta final de estudos por parte dos alunos que não conseguirão estudar todo o conteúdo do curso regular.

Em ambas as formas de utilização, como regra, **o aluno precisa utilizar o Passo Estratégico em conjunto com um curso regular completo**.

Isso porque nossa didática é direcionada ao aluno que já possui uma base do conteúdo.

Assim, se você vai utilizar o Passo Estratégico:

- a) **como método de revisão**, você precisará de seu curso completo para realizar as leituras indicadas no próprio Passo Estratégico, em complemento ao conteúdo entregue diretamente em nossos relatórios;
- b) **como material de reta final**, você precisará de seu curso completo para buscar maiores esclarecimentos sobre alguns pontos do conteúdo que, em nosso relatório, foram eventualmente expostos utilizando uma didática mais avançada que a sua capacidade de compreensão, em razão do seu nível de conhecimento do assunto.

Seu cantinho de estudos famoso!

Poste uma foto do seu cantinho de estudos nos stories do Instagram e nos marque:



[@passoestrategico](https://www.instagram.com/passoestrategico)

Vamos repostar sua foto no nosso perfil para que ele fique famoso entre milhares de concurseiros!



APRESENTAÇÃO

Olá!

Sou o professor **Allan Maux** e serei o seu analista do Passo Estratégico nas matérias de **exatas**.

Para que você conheça um pouco sobre mim, segue um resumo da minha experiência profissional, acadêmica e como concurseiro:

*Sou, atualmente, Auditor Fiscal do Município de Petrolina – PE, **aprovado em 2º lugar** no concurso de 2011.*

*Sou formado em matemática e tenho **pós-graduação em direito tributário municipal**.*

*Fui, por 05 anos, **Secretário de Fazenda do Município de Petrolina**, período no qual participei da comissão que elaborou o **novo Código Tributário da Cidade, vigente até o momento**, colocando a cidade entre as maiores arrecadações do Estado de Pernambuco.*

Lecionei, também, em cursos preparatórios para ITA.

Fui também aprovado e nomeado no concurso para Analista da Receita Federal, em 2012.

Aprovado e nomeado, em 2007, para o cargo de gestor de tributos da Secretaria da Fazenda do Estado de Minas Gerais.

Nossa carreira como Auditor Fiscal de Petrolina é bastante atraente e me fez refletir bastante por sua manutenção, nosso salário inicial beira aos 15k.

Atualmente, também, leciono matemática para concursos e vestibulares.

Estou extremamente feliz de ter a oportunidade de trabalhar na equipe do “Passo”, porque tenho convicção de que nossos relatórios e simulados proporcionarão uma preparação diferenciada aos nossos alunos!

Bem, vamos ao que interessa!!



Prof. Allan Maux



ANÁLISE ESTATÍSTICA

Inicialmente, convém destacar os percentuais de incidência de todos os assuntos previstos em nosso curso – quanto maior o percentual de incidência de um determinado assunto, maior será sua importância para nosso certame.

ASSUNTO	Incidência
OPERAÇÕES C/ NÚMEROS REAIS / MÚLTIPLOS / DIVISORES / MMC E MDC	27,6%
RAZÃO / PROPORÇÃO / REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA	17,2%
PROGRESSÃO ARITMÉTICA / PROGRESSÃO GEOMÉTRICA	12,9%
TEORIA DOS CONJUNTOS / PERTINÊNCIA / INCLUSÃO / IGUALDADE	10,3%
ANÁLISE COMBINATÓRIA	9,5%
SISTEMAS E EQUAÇÕES DO 1º E 2º GRAUS / RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES - PROBLEMA	7,8%
PROBABILIDADE	4,3%
ESTUDO DAS FUNÇÕES	4,3%
PORCENTAGEM	3,4%
NOCÕES DE GEOMETRIA / SISTEMA DE MEDIDAS / TRIGONOMETRIA	1,8%
MATRIZES / DETERMINANTES / SISTEMAS LINEARES	0,9%
TOTAL	100,0%

Sabemos que a quantidade de questões para o curso do Passo Estratégico é por volta de 5, desde que envolvam todo o conteúdo. No entanto, para o que material fique mais rico em exercícios para vocês, resolvi elaborar os PDFs com uma quantidade maior de questões de bancas diversas também. Vocês perceberão que nos cursos de exatas os perfis das questões das bancas são muito idênticos, portanto, treinem exaustivamente principalmente aquele assunto que possui uma maior incidência em nossa análise e que você tenha mais dificuldade.

Prof. Allan Maux



ANÁLISE COMBINATÓRIA

Sumário

O que é mais cobrado dentro do assunto	2
Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque	2
Análise Combinatória.....	2
Princípio Fundamental da Contagem / Arranjo	3
Combinação.....	5
Aposta Estratégica.....	9
Pegadinhas Estratégicas.....	10
Questões estratégicas	12
Questões CESGRANRIO	12
Questões FGV.....	18
Questões CEBRASPE	22
Questões Diversas	27
Lista de Questões Estratégicas.....	29
Questões CESGRANRIO.....	29
Gabarito - CESGRANRIO	31
Questões FGV.....	31
Gabarito - FGV.....	33
Questões CEBRASPE	33
Gabarito - CEBRASPE	35
Questões Diversas	35



O que é mais cobrado dentro do assunto

Vamos, a seguir, para direcionar melhor o seu estudo, entender como cada assunto é cobrado pela banca.

Análise Combinatória	Incidência
PERMUTAÇÃO SIMPLES	29,0%
PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM	26,0%
COMBINAÇÃO	23,0%
ARRANJO	22,0%
TOTAL	100,0%

Temos uma boa distribuição das questões pelo assunto.

ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

Análise Combinatória

O tão temido assunto, Análise Combinatória, dos concurseiros em geral. De fato, algumas questões são bem complicadas de serem interpretadas, mas há uma quantidade bem mais significativa de questões diretas e são essas aí que temos o compromisso com acerto, ok?

Como o próprio nome diz vamos analisar o total de possibilidades de determinado evento acontecer. Existem algumas formas de fazermos essas contagens, veremos a seguir.

A **PRIMEIRA** é pelo método tradicional, necessitando *memorizar algumas fórmulas* e aplicá-las às situações que envolvem os agrupamentos.



A **SEGUNDA** maneira, que por sinal é a que eu uso, não envolve fórmula alguma, basta apenas você conhecer o Princípio Fundamental da Contagem – PFC – e correr para o abraço.

Estranho, não acham?

Mas é isso mesmo. Porém, aqui existe um grave problema, não pelo método, mas sim pela forma que o “camarada” que elabora as questões nos dá nas opções das alternativas a serem marcadas, ao encontrarmos o resultado da questão.

Eu, particularmente, acho um absurdo determinar a forma de resolução das questões, nas opções das escolhas das alternativas. Apesar de serem poucas questões que cobram esse método tradicional de resolução, eu irei ensinar a vocês as duas maneiras. É que algumas vezes a resposta vem com a própria fórmula e não como um resultado numérico.

A **TERCEIRA** é **contarmos caso a caso**. Às vezes, até dá para fazermos isso, quando a quantidade de possibilidades é pequena.

Mas vamos lá!

E, finalmente, Allan, o que é Análise Combinatória ou Estratégia de Contagem?

Como o próprio nome do assunto nos diz: deveremos analisar as combinações possíveis de acontecer determinada situação, através da contagem. No entanto, na hora da prova não dá para ficar contando caso a caso e evento por evento, por isso vamos estudar **estratégias de contagem**, que são formas simples para calcularmos e encontrarmos o total de possibilidades.

Princípio Fundamental da Contagem / Arranjo

Imagine você nesse momento chegando ao banco. Mas, obviamente, você não está sozinho, há mais 06 pessoas num tumulto danado e ninguém sabe quem chegou primeiro.

De repente, chega a gerente do banco querendo organizar a fila de acordo com a ordem de chegada, mas, devido ao grande tumulto, ninguém sabe de ordem alguma.

O que fazer? Como organizar a fila? Hummm!!

A gerente pensa e acha uma Comentários: distribui números de 1 a 6 e, em seguida, faz um sorteio para determinar a ordem.





Pergunto: De quantas formas distintas essa fila poderia ser organizada?

Percebam vocês que para uma situação se diferenciar da outra, basta apenas que uma pessoa troque de lugar, não é?

Caixa do Banco

1°	2°	3°	4°	5°	6°
Allan	Abraão	Túlio	André	Ana	José
Abraão	Allan	Túlio	André	Ana	José

Vejam que apesar de termos as mesmas pessoas, por se tratar de uma fila, que possui ordem, uma simples troca de posição entre duas pessoas implicará em agrupamentos distintos.

Na Análise Combinatória, chamamos esse tipo de agrupamento de **ARRANJO**. Para calcularmos o total de agrupamentos basta você utilizar os métodos:

Pense comigo, quantas pessoas poderiam ocupar a 1ª posição da fila, e a 2ª e a 3ª e a 4ª....?

Qualquer uma das 06 pessoas poderia ocupar a 1ª posição, ok?

Já a 2ª posição não haveria um total de 06 possibilidades, visto que 01 pessoa já ocupou a 1ª posição, certo? Seriam 05 possibilidades e assim sucessivamente para as demais posições até chegar na 6ª posição com apenas uma possibilidade, a última pessoa.



Para encontrarmos o total de possibilidades, basta multiplicarmos todos os números acima: $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$.

Portanto, 720 corresponde ao total de possibilidades de agrupamentos que podem ser feitos com 6 pessoas numa fila de um banco. Pessoal, essa multiplicação entre números consecutivos até o 1 pode ser representada da seguinte forma $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6!$ (Seis fatorial).

Agora, se a gerente do banco optasse em sortear apenas **3 pessoas**, então de quantas maneiras ela poderia organizar essa fila?



Aqui, pessoal, o raciocínio é o mesmo, vejamos:

Para a 1ª posição na fila teríamos qualquer uma das 6 pessoas. Para a 2ª posição só teríamos 5 pessoas e para a 3ª posição 4 pessoas. Então para calcularmos o total de possibilidades, basta você fazer o produto:

$$\begin{aligned} &= 6 \times 5 \times 4 = \\ &= 120 \text{ possibilidades} = \end{aligned}$$

E com fórmulas, como seria?

Pela fórmula de Arranjo:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$$\begin{aligned} A_{6,3} &= \frac{6!}{(6-3)!} \\ &= \frac{6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = \\ &= 6 \times 5 \times 4 = \\ &= 120 = \end{aligned}$$

Combinação

Vamos mudar a situação.

Imagine que você e mais 6 pessoas estão concorrendo para ganhar uma viagem ao exterior, mas que apenas 3 pessoas ganharão esse prêmio no sorteio.

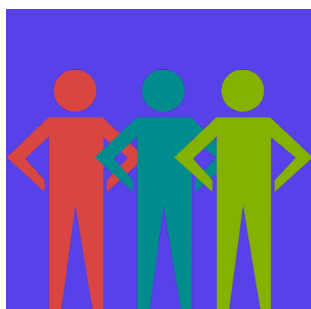
Todos vão para o mesmo lugar. Não importa a ordem do sorteio. Ganhará que for sorteado, apenas isso. De quantas maneiras distinta esse grupo de 3 pessoas poderá ser formado?

Gente, percebam que aqui, nesse agrupamento de pessoas, diferentemente do que ocorreu no exemplo da fila do banco, *pouco importa a sequência do sorteio*, pois a viagem será feita pelas 3 pessoas sorteadas, pouco importando a ordem, ok? Pensem aí um pouco...! Vocês acham que nesse caso haverá menos possibilidades ou mais, caso a ordem importasse?



Acertou quem respondeu menos possibilidades. Vejam que no caso da fila do banco para que um agrupamento se diferenciase do outro, bastaria apenas a permuta de posições entre duas pessoas.

Aqui não, pessoal, pois como a ordem do sorteio não determinará um novo agrupamento, logo a simples inversão da ordem dos nomes sorteados não computará como uma nova possibilidade a ser somada no total das possibilidades. Para que tenhamos um novo agrupamento formado, será necessário a inclusão de uma nova pessoa no grupo, ok?



Resolvendo o problema SEM fórmulas:

$$= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} =$$
$$= 35 \text{ possibilidades} =$$

Vamos entender a reComentários:

1º O numerador da fração indica o total de possibilidades caso a ordem de escolha determinasse uma nova situação. Caso fosse uma situação de ARRANJO. Ok?

2º O denominador da fração exclui justamente as possibilidades que não precisam ser contabilizadas, pois a simples inversão do sorteio não determinará uma nova situação.

Resolvendo o problema COM fórmulas:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$C_{7,3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} =$$



$$\begin{aligned} &= \frac{7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4!}}{3! \times \cancel{4!}} = \\ &= \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot 5}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1} = \\ &= 35 \text{ possibilidades} = \end{aligned}$$

Comparem as duas soluções, com e sem fórmulas, e vejam que o que destaquei em **azul** nas duas situações representam a mesma coisa.

Ai, meus caros, cabe a você escolher a melhor forma de responder as questões. Eu prefiro resolver pelo método mais simples, ou seja, sem fórmulas, pois já vamos direto ao ponto. Porém, como falei antes, faz-se necessário, em alguns casos, saber a fórmula para poder encaixar na alternativa certa.

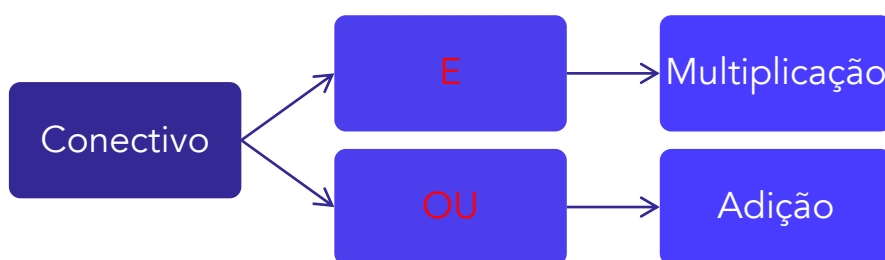
Antes de começarmos a fazer as questões, fiquem ligados nisso:



Nas questões de **Análise Combinatória** e **Probabilidade** vale o seguinte:

O uso do conectivo **"e"** será substituído por uma operação de **multiplicação**.

O uso do conectivo **"ou"** será substituído por uma operação de **adição**.



Exemplo 01:

Um procedimento padrão para aumentar a capacidade do número de senhas de banco é acrescentar mais caracteres a essa senha. Essa prática, além de aumentar as possibilidades de senha, gera um aumento na segurança. Deseja-se colocar dois novos caracteres na senha de um banco, um no início e outro no final. Definiu-se que esses novos caracteres devem ser vogais e o sistema conseguirá diferenciar maiúsculas de minúsculas.

Com essa prática, o número de senhas possíveis ficará multiplicado por:



Comentários:

Percebam que em momento algum foi dito na questão a quantidade de caracteres da senha antiga, pois será indiferente para resolver a questão. O importante é sabermos que serão incluídos dois novos caracteres – que também será indiferente onde eles serão colocados. Como são 05 vogais e serão diferenciadas as maiúsculas das minúsculas, na verdade teremos aí um total de $2 \times 5 = 10$ novas opções para cada caractere. Logo, o total de possibilidades será de $10 \times 10 = 100$.

Lembram da dica? Conectivo “e”, devemos multiplicar; será utilizado um caractere e o outro, por isso:

$$\begin{aligned} &= 10 \times 10 = \\ &= 100 = \end{aligned}$$

Exemplo 02:

A senha de acesso a um jogo de computador consiste em quatro caracteres alfabéticos ou numéricos, sendo o primeiro necessariamente alfabético. O número de senhas possíveis será, então de:

Comentários:

Começamos sempre pela restrição:

1º caractere: necessariamente alfabético, logo 26 possibilidades;

2º caractere: alfabético ou (+) numérico: $10 + 26 = 36$ possibilidades;

3º caractere: alfabético ou (+) numérico: $10 + 26 = 36$ possibilidades;

4º caractere: alfabético ou (+) numérico: $10 + 26 = 36$ possibilidades.

O total de possibilidades será de:

$$\begin{aligned} &= 26 \times 36 \times 36 \times 36 = \\ &= 26 \times 36^3 = \end{aligned}$$

Exemplo 03:

A diretoria de uma empresa é constituída por 7 diretores brasileiros e 4 japoneses. Uma comissão de seis diretores, sendo três brasileiros e três japoneses, será formada para representar a empresa em uma reunião. O número de comissões diferentes que podem ser formadas é igual a:

Comentários:



A comissão será formada por **brasileiros** e (multiplicação) **japoneses**, ok?

Percebam que a ordem de escolha não importará na formação de uma nova comissão.

Uma nova comissão será formada se for incluída uma nova pessoa. Logo, teremos um caso de **COMBINAÇÃO**, que é um tipo de agrupamento em que a disposição dos elementos dentro do grupo não determinará um novo grupo, ok?

Com fórmulas:

$$C_{7,3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2} = 35 \text{ (Comissões de brasileiros)}$$

$$C_{4,3} = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4 \text{ (Comissões de japoneses)}$$

*Como o grupo será formado por comissões de brasileiros **E** japoneses, logo deveremos multiplicar os resultados obtidos: $35 \times 4 = 140$.*

Sem fórmulas:

$$\begin{aligned} &= \frac{7 \times 6 \times 5}{3!} \text{ (comissão de brasileiros)} \cdot \frac{4 \times 3 \times 2}{3!} \text{ (comissão de japoneses)} = \\ &= 35 \times 4 = \\ &= \underline{140} = \end{aligned}$$

APOSTA ESTRATÉGICA

A ideia desta seção é apresentar os pontos do conteúdo que mais possuem chances de serem cobrados em prova, considerando o histórico de questões da banca em provas de nível semelhante à nossa, bem como as inovações no conteúdo, na legislação e nos entendimentos doutrinários e jurisprudenciais¹.

Nossa Aposta Estratégica converge exatamente, meus amigos, na sucinta, mas, importante, diferença entre as duas maneiras de agrupar coisas:

¹ Vale deixar claro que nem sempre será possível realizar uma aposta estratégica para um determinado assunto, considerando que às vezes não é viável identificar os pontos mais prováveis de serem cobrados a partir de critérios objetivos ou minimamente razoáveis.



Arranjo e Combinação.

Sabemos, muito bem, que algumas questões de Análise Combinatória são bem chatinhas de serem interpretadas, principalmente pelo curto prazo de tempo que temos para respondê-las.

No entanto, veremos que há uma quantidade bem mais significativa de questões que são respondidas diretamente pelo Princípio Fundamental da Contagem – PFC – ou, simplesmente, com o uso direto das Fórmulas de Arranjo e Combinação, portanto:



Tipos de Agrupamentos	
ARRANJO	COMBINAÇÃO
<i>Ordem Importa</i>	<i>Ordem Não Importa</i>
<i>Filas de Bancos, pódios, organização de cadeiras, grupos COM elementos de funções específicas etc.</i>	<i>Sorteios de prêmios, jogos lotéricos, grupos com elementos SEM funções específicas etc.</i>

PEGADINHAS ESTRATÉGICAS

Querido aluno, cada assertiva abaixo contém uma "casca de banana" – será que você vai escorregar em alguma? (rs)

A ideia aqui é induzi-lo levemente a cometer erros, não com o intuito de desanimá-lo, mas para que você aumente a retenção do conteúdo estudado!

Vamos lá?

1. Em um determinado tribunal temos 20 analistas e temos que escolher 3 destes para representar a instituição em um workshop sobre gestão administrativa. A melhor maneira de escolher esses 3 analistas é através de um arranjo.

Aqui queremos passar para vocês as diferenças entre **arranjo** e **combinações**.



Para resolver questões que envolvam arranjo e combinação temos que ter em mente os seguintes passos:

- ➔ Se os elementos são iguais usamos o Princípio Fundamental da contagem;
- ➔ Se os elementos forem distintos utilizaremos o Arranjo, a combinação ou a permutação;
- ➔ Se a ordem for importante – será arranjo ou permutação (quando o número de elementos (n) é igual ao número de agrupamento (p)).
- ➔ Se a ordem não for importante – será uma combinação.

Para identificar se será um arranjo ou uma combinação temos que fazer os seguintes passos:

- 1) Achar um resultado possível;
- 2) inverter a ordem desse resultado

Se nessa inversão não houver diferença, então trata-se de uma combinação. Mas se houver será um arranjo.

Nesse exemplo dado no item, temos 20 analistas e desejamos escolher 3 para participar de um workshop. Vamos imaginar que entre esses analistas Maria, José e Carlos.

- 1) resultado possível: Maria – José – Carlos.
- 2) inverte o resultado: Carlos – José – Maria.

Vejam que mesmo invertendo o resultado teremos os mesmos analistas participando do workshop. Logo, como o resultado foi igual temos uma combinação. Teremos uma combinação sempre que estamos falando de grupo, comissão, time $\left(C_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!p!}\right)$.

Agora se ao invés de selecionar 3 analistas para ir a um workshop, fossem escolhidos para ganhar prêmios de produtividade, nesse caso teríamos um arranjo.

- 1) resultado possível: Maria – José – Carlos.
- 2) inverte o resultado: Carlos – José – Maria.

Aqui teríamos resultados diferentes, pois Maria ganharia o primeiro prêmio na primeira possibilidade e o último na segunda. Logo, trata-se de um arranjo $\left(A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}\right)$.



QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.



Questões CESGRANRIO

Q.01 (CESGRANRIO / PETROBRAS / Petróleo Júnior / 2018)

Uma arena esportiva possui exatamente 8 portões, numerados de 1 a 8. Essa arena é considerada aberta se, e somente se, pelo menos um dos seus portões estiver aberto. Por exemplo, seguem três maneiras diferentes de se ter essa arena aberta:

- Quando apenas o portão 3 está aberto;
- Quando apenas o portão 6 está aberto;
- Quando apenas os portões 3, 7 e 8 estão abertos.

O número total de maneiras diferentes de se ter essa arena aberta é:

- a) 40.320.
- b) 40.319.
- c) 256.
- d) 255.
- e) 36.



Comentários:

Pessoal, vejam que temos 8 portões e cada deles pode estar aberto ou fechado. Desta forma, o total de possibilidades de cada um dos portões é apresentada da seguinte forma:

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$$

$$= 2^8 =$$

$$= 256 =$$

Sendo que, para que a arena esteja aberta é suficiente que apenas um dos portões esteja aberto. Logo, ela estará fechada em apenas uma hipótese, isto é, quando todos os portões estiverem fechados e isso só irá **acontecer uma única vez**. Portanto, basta eliminar uma das possibilidades.

$$256 - 1 = 255$$

Uma bela de uma pegadinha aí, hein? Observem que na alternativa "C" tem a opção 256 para o candidato que se esqueceu de excluir a possibilidades de todos os portões estarem fechados.

Gabarito: D

Q.02 (CESGRANRIO - Escriturário (BB) / "Sem Área" / 2018)

Um professor elaborou 10 questões diferentes para uma prova, das quais 2 são fáceis, 5 são de dificuldade média, e 3 são difíceis. No momento, o professor está na fase de montagem da prova. A montagem da prova é a ordem segundo a qual as 10 questões serão apresentadas. O professor estabeleceu o seguinte critério de distribuição das dificuldades das questões, para ser seguido na montagem da prova:

Questão	Dificuldade
1	Fácil
2	Fácil
3	Média
4	Média
5	Média
6	Média
7	Média
8	Difícil
9	Difícil
10	Difícil

De quantas formas diferentes o professor pode montar a prova seguindo o critério estabelecido?



- a) 2520.
- b) 128.
- c) 6.
- d) 1440.
- e) 252.

Comentários:

Pessoal, nessa questão utilizaremos o Princípio Fundamental da Contagem (PFC).

Pelo enunciado temos 10 questões distribuídas da seguinte forma:

- 2 fácies
- 5 médias
- 3 difíceis

Aplicando o PFC.

2	1	5	4	3	2	1	3	2	2
Fácies	Médias					Difíceis			

Fazendo as multiplicações teremos o seguinte:

$$\begin{aligned} &= 2 \times 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 = \\ &= 2 \times 120 \times 6 = \\ &= 1440 = \end{aligned}$$

Gabarito: D

Q.03 (CESGRANRIO / Geólogo (PETROBRAS) / Júnior/2018)

Uma Organização sem fins lucrativos decidiu construir 3 estações de monitoramento sísmico, idênticas. Sabe-se que cada estação deverá ficar em um terreno diferente e que a Organização possui um total de 20 terrenos atualmente disponíveis.

De quantas formas diferentes essa Organização poderá escolher os 3 terrenos que receberão as estações, dentre os 20 terrenos que possui?

- a) 8.000.
- b) 6.840.



- c) 3.420.
- d) 1.140.
- e) 60.

Comentários:

Nessa questão como as 3 estações são idênticas não importa a ordem. Desta forma, utilizaremos uma combinação de 20 elementos tomados 3 a 3.

A fórmula da combinação é a seguinte:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$
$$C_{20,3} = \frac{20!}{3!(20-3)!} = \frac{20!}{3! \cdot 17!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17!}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 17!}$$

Fazendo as simplificações ficamos com,

$$C_{20,3} = 10 \cdot 19 \cdot 6$$

$$C_{20,3} = 1.140$$

Gabarito: D

Q.04 (CESGRANRIO / TRANSPETRO / Transporte Marítimo / 2018)

De um quadro de profissionais com quatro engenheiros e cinco técnicos pretende-se formar um grupo de cinco profissionais com, pelo menos, um engenheiro e um técnico.

Nessas condições, quantas possibilidades diferentes existem de formação desse grupo de cinco profissionais?

- a) 19.
- b) 20.
- c) 120.
- d) 125.
- e) 126.

Comentários:

Pessoal, temos os seguintes dados



- 4 engenheiros;
- 5 técnicos;
- Total de 9 profissionais.

Queremos formar um grupo com 5 profissionais, sendo que temos que ter, pelo mesmo, um engenheiro e um técnico. Fazendo a combinação de 20 tomados 5 a 5 teremos o seguinte:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$
$$C_{9,5} = \frac{9!}{5!(9-5)!} = \frac{9!}{5! \cdot 4!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

Fazendo as simplificações teremos o seguinte:

$$C_{9,5} = 9 \cdot 2 \cdot 7 = 126$$

Com essa combinação total é possível que um dos grupos tenha apenas técnicos, pois temos 5 técnicos. Desta forma, teremos que eliminar um dos grupos ficando com **125**.

Gabarito: D

Q.05 (CESGRANRIO / Administrador Júnior / TRANSPETRO /2018)

Um certo time de vôlei possui 15 jogadores: 4 meios de rede, 5 ponteiros, 3 opostos e 3 levantadores. Desses jogadores, 12 devem ser relacionados para uma partida, sendo que, dentre os jogadores relacionados, deve haver, pelo menos, 1 levantador, 1 oposto, 2 ponteiros e 2 meios de rede para compor o time titular. O treinador deve especificar na súmula quem serão os jogadores titulares e quem serão os reservas.

De quantas formas ele pode fazer isso?

- a) 540.
- b) 6480.
- c) 12960.
- d) 45360.
- e) 62370.

Comentários:

Nessa questão, temos as seguintes informações:

- Total de jogadores = T = 15



- Meio de rede = MR = 4
- Ponteiros = P = 5
- Opostos = O = 3
- Levantadores = L = 3

Desses jogadores, 12 irão para partida. Sendo que, pelo menos, 1 L, 1 O, 2 P, 2 MR deve compor o time. Logo, podemos fazer a seguinte representação:

L	O	P	MR	Outros							

Vejam que que o Levantador e o Opostos irão ocupar pelo menos uma posição cada e os Ponteiros e Meios de Rede pelo menos duas posições cada. Desta forma, temos que tirar esses jogadores primeiro e só depois fazer a combinação com o restante.

C _{3,1}	C _{3,1}	C _{5,2}	C _{4,2}						
L	O	P	MR	Outros					

Vejam que depois que atendemos as condições dadas pela banca irão ficar faltando 6 jogadores para compor os outros. Sendo assim, teremos uma combinação de $C_{9,6}$ (dos 15 jogadores já foram selecionados 6 e restaram 9 para escolher os 6 faltantes).

$C_{3,1}$	$C_{3,1}$	$C_{5,2}$	$C_{4,2}$	$C_{9,6}$
L	O	P	MR	Outros

Agora que a questão estar estruturada iremos utilizar a fórmula da combinação.

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$C_{3,1} = \frac{3!}{1!(3-1)!} = \frac{3!}{1! \cdot 2!} = \frac{3 \cdot 2!}{1 \cdot 2!} = 3$$

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2 \cdot 1 \cdot 3!} = 5 \cdot 2 = 10$$

$$C_{4,2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2 \cdot 1 \cdot 2!} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$C_{9,6} = \frac{9!}{6!(9-6)!} = \frac{9!}{6! \cdot 3!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 3 \cdot 4 \cdot 7 = 84$$

$$= C_{3,1} \cdot C_{3,1} \cdot C_{5,2} \cdot C_{4,2} \cdot C_{9,6} =$$



$$= 3 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 84 =$$
$$= 45.360 =$$

OBS: Pessoal, essas combinações poderiam ser feitas pelo atalho. Apenas a $C_{9,6}$ que seria melhor pela fórmula.

Quando temos uma combinação de qualquer número por 1 a resposta é o próprio o número.

$$C_{3,1} = 3$$

As outras combinações poderiam ter sido feitas da seguinte forma:

$$C_{5,2} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$$

$$C_{4,2} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$$

$$C_{9,6} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} =$$
$$= 3 \cdot 4 \cdot 7 =$$
$$= 84 =$$

Gabarito: D

Questões FGV

Q.01 (FGV / SEFAZ-ES / CONSULTOR / 2022)

Dois casais irão se sentar em 4 cadeiras consecutivas de uma fila de um cinema.

O número de maneiras de eles sentarem nas 4 cadeiras, de modo que cada casal se sente junto, é igual a

- a) 4.
- b) 6.
- c) 8.
- d) 12.



e) 16.

Comentários:

A melhor forma de resolver as questões de Análise Combinatória é se colocar no lugar da situação, pense:

O casal deve se sentar juntos, ok?

Você olha para os quatros inicialmente e consegue enxergar quantas possibilidades de escolha para coloca na primeira cadeira?

4 possibilidades

Agora, quando foi escolher o próximo não haverá como escolher visto que deverá ser necessariamente o cônjuge do primeiro, ok?

1 possibilidade

Na terceira cadeira, você terá duas possibilidades e na última cadeira apenas uma, ok?

Agora, pelo PFC basta multiplicarmos:

$$\begin{aligned} &= 4 \times 1 \times 2 \times 1 = \\ &= 8 \text{ possibilidades} = \end{aligned}$$

Gabarito: C

Q.02 (FGV / SEFAZ-BA / AGENTE DE TRIBUTOS / 2022)

Quatro pessoas deverão fazer um trabalho de pesquisa sobre certo tema. O trabalho pode ser feito individualmente ou em dupla.

O número de modos diferentes que essas 4 pessoas podem se arrumar para fazer o trabalho é

- a) 6.
- b) 8.
- c) 9.
- d) 10.
- e) 12.

Comentários:

O trabalho pode ser feito individualmente OU em dupla.



O número de modos diferentes que essas 4 pessoas podem se arrumar para fazer o trabalho é:

O conectivo **OU** deve ser trocado por uma operação de adição, ok?

Parte 1:

INDIVIDUALMENTE:

Só há 04 possibilidades, visto que são 4 pessoas.

Parte 2:

DUPLA:

Como a ordem não implicará em um novo agrupamento, temos uma combinação.

Ou você usa a forma de combinação ou o PFC, mas se lembrem de dividir o resultado por 2!

Assim: $4 \times 3 = 12$ (se fosse arranjo seria essa a resposta), mas como é combinação vamos dividir por 2!, portanto temos um total de **06 possibilidades**.

Agora, basta somarmos 06 e 04.

Gabarito: D

Q.03 (FGV / EPE / 2022)

De um grupo composto por cinco homens e cinco mulheres, serão sorteados ao acaso dois homens e duas mulheres para formar um subgrupo representativo do grupo. O número de diferentes subgrupos que podem ser formados é igual a:

- a) 60.
- b) 80.
- c) 100.
- d) 120.
- e) 160.

Comentários:

Questão bem simples, ou iremos fazer $C_{5,2} \times C_{5,2}$, ou pelo PFC dividindo por 2!.

$C_{5,2} = 10$, como são dois subgrupos, logo $10 \times 10 = 100$

Gabarito: C

Q.04 (FGV / Pref. Angra dos Reis / Monitor / 2019)



O número de filas que pode ser formado com três pessoas, X, Y e Z, é

- (a) 2
- (b) 3
- (c) 4
- (d) 5
- (e) 6

Comentários:

Uma simples questão do Princípio Fundamental da Contagem (PFC) que será resolvida apenas por multiplicações, ok?

Não se esqueçam de que o PFC será usado apenas quando a troca interna entre elementos determinará um novo grupo, ok?

Veja que serão formadas **FILAS**. Nas filas, a simples troca de posição de um elemento com o outro determinará uma nova situação, ok?

Logo, nossa resposta será:

$$= 3 \cdot 2 \cdot 1 = \\ = 6 =$$

Gabarito: E

Q.05 (FGV / Assembleia Legislativa de RO / Assistente Legislativo / 2018)

Em um circuito elétrico há 4 disjuntores que podem ficar, cada um deles, independente dos demais, nas posições "ligado" ou "desligado".

O número de maneiras diferentes de se posicionar ("ligado" ou "desligado") esses 4 disjuntores é:

- (a) 4
- (b) 6
- (c) 8
- (d) 12
- (e) 16

Comentários:

Temos aqui mais uma questão do PFC. Sabemos que são 04 disjuntores e que so existem 02 maneiras para cada um estar. Ou ligado ou desligado.



Logo, nossa resposta é dada por:

$$= 2^4 =$$

$$= 16 =$$

Gabarito: E

Questões CEBRASPE

Q.01 (Cebbraspe / Pref. São Cristóvão / Professor / 2019)

Com relação a sistemas lineares e análise combinatória, julgue o próximo item.

Situação hipotética: No jogo de basquete, cada um dos cinco jogadores de um time pode ocupar as seguintes posições: armador, ala armador, ala, líbero e pivô. O elenco do time Alfa é formado por 2 armadores, 2 alas armadores, 3 alas, 2 líberos e 3 pivôs.

Assertiva: Nessa situação, sabendo-se que em quadra jogam apenas 5 jogadores por time e que os demais ficam no banco, é correto afirmar que existem 216 formas distintas de montar o time Alfa para iniciar a partida com exatamente um pivô, um armador e um ala.

- Certo
- Errado

Comentários:

Vamos separar as informações para não gerar confusão e falta de atenção, no momento dos cálculos:

Total de Jogadores em Quadra: 05

Posições: armador, ala armador, ala, líbero e pivô

Elenco do Time: 2 armadores, 2 alas armadores, 3 alas, 2 líberos e 3 pivôs

Quantas formas distintas existem com: um pivô, um armador e um ala

Devem figurar no time, necessariamente, no time:

01 pivô, 01 armador e 01 ala

$$= 03 \cdot 02 \cdot 03 =$$

$$= 18 =$$



Como as posições de pivô, armador e ala só podem ter 1 jogador, logo sobram:

2 alas armadores e 2 líberos (4 jogadores).

As opções para completar as duas últimas posições de quadra são:

$$4 \cdot 3 = 12 \text{ formas}$$

No total, temos $18 \cdot 12 =$

216 formas diferentes para montar o time

Gabarito: Certo

Q.02 (Cebraspe/ Polícia Federal / Escrivão / 2018)

Para cumprimento de um mandado de busca e apreensão serão designados um delegado, 3 agentes (para a segurança da equipe na operação) e um escrivão. O efetivo do órgão que fará a operação conta com 4 delegados, entre eles o delegado Fonseca; 12 agentes, entre eles o agente Paulo; e 6 escrivães, entre eles o escrivão Estêvão.

Em relação a essa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Considerando todo o efetivo do órgão responsável pela operação, há mais de 5.000 maneiras distintas de se formar uma equipe para dar cumprimento ao mandado.

- Certo.
- Errado.

Comentários:

O problema pede que se calcule o número de maneiras distintas de se formar uma equipe com as condições dadas.

Temos um problema cujo agrupamento é determinado por Combinações, visto que a simples troca interna de posição entre elementos não determinará um grupo distinto do outro, ok?

01 delegado E 03 agentes E 01 escrivão

Vejam que iremos trocar os conectivos "E" pela operação de multiplicação, ok?

A questão ate quis enganar o candidato dando os nomes de alguns elementos, mas isso nada muda, ok?

O número total de possibilidades para a formação da equipe é igual a:



$$= C_{4,1} \cdot C_{12,3} \cdot C_{6,1} =$$

Uma Dica para ganhar velocidade:

Quando o "**p**" da $C_{n,p}$ for **1**, o resultado será o próprio "**n**".

$$\text{Logo: } C_{4,1} = 4 \text{ e } C_{6,1} = 6$$

$$= 4 \cdot C_{12,3} \cdot 6 =$$

$$= 4 \cdot 220 \cdot 6 =$$

$$= \mathbf{5280} =$$

Gabarito: Certo

Q.03 (Cebraspe/ Papiloscopista POLC-AL / 2023)

Com relação a tópicos de matemática, julgue o item a seguir.

Considerando-se que sete executivos de uma empresa devem sentar-se em uma mesa circular de forma que o presidente e o vice-presidente da empresa sentem-se lado a lado, há 720 formas diferentes para os executivos sentarem-se à mesa.

C – Certo

E – Errado

Comentários:

A questão trata de **Permutação Circular**. Para facilitar a vida do concurseiro é importante que ele saiba a simples fórmula para resolver esse problema:



Permutação Circular de "n**" elementos é dada por:**

$$\mathbf{(n - 1)!}$$

Daria para matarmos a questão a partir daí simplesmente porque são 7 executivos, logo se não houvesse a condição de presidente e vice ficarem juntos, nossa solução seria dada por:

$$P_{\text{circular}} (7 \text{ elementos}) = (7 - 1)!$$

$$= 6! =$$



$$= 720 =$$

No entanto, sabemos que nossa resposta será inferior a esse montante por conta da condição, ok? Logo nosso item **está errado**.

Porém, meus caros, como o presidente e o vice-presidente devem sentar-se lado a lado, podemos considerá-lo como um único "conjunto" que irá sentar-se junto das outras 5 pessoas.

O cálculo então será o da permutação de $6 - 1 = 5$ elementos:

$$P_{\text{circular (6 elementos)}} = (6 - 1)!$$

$$= 5! =$$

$$= 120 =$$

Devemos observar ainda que o presidente e o vice-presidente podem permutar entre si, o que se dá de $2!$ maneiras.

$$= 2! \cdot 120 =$$

$$= 240 =$$

Gabarito: Errado

Q.04 (Cebraspe/ TRT 8ª / 2023)

Entre seis técnicos judiciários de determinado tribunal, três serão escolhidos para compor uma comissão e os outros três serão designados como suplentes.

Nessa situação hipotética, considerando-se que os seis técnicos judiciários sejam igualmente capazes, a quantidade de maneiras em que a distribuição dos técnicos poderá ser feita é igual a

- a) 18.
- b) 20.
- c) 216.
- d) 720.
- e) 729.



Comentários:



A nossa primeira preocupação é saber se o agrupamento é de Arranjo (ordem importa) ou Combinação (ordem NÃO importa).

Como funções não foram definidas para cada pessoa, logo a ordem não importa por isso temos uma Combinação.

Temos uma comissão de 3 + outra de 3 também só que de suplentes, podemos organizá-las da seguinte forma:

$$\begin{aligned} &= C_{6,3} \cdot C_{3,3} = \\ &= 20 \cdot 1 = \\ &= 20 \end{aligned}$$

ESCLARECENDO!



Na primeira escolha, há um total de 6 possibilidades das quais serão escolhidas 3, logo: $C_{6,3}$.

Para os suplentes restaram 3 pessoas para formarem o grupo de 3, portanto: $C_{3,3}$.

Gabarito: B

Q.05 (Cebraspe/ Cadete CBM-TO / 2023)

Considere que em certo quartel haja sete soldados e cinco cabos disponíveis. A quantidade de equipes diferentes de seis pessoas, com três cabos e três soldados, que podem ser formadas a partir dos militares disponíveis nesse quartel é igual a:

- a) 350.
- b) 665.280.
- c) 924.
- d) 2.520.



Comentários:

Solução bem simples:

C/ Fórmulas:

$$\begin{aligned} &= C_{7,3} \cdot C_{5,3} = \\ &= 35 \cdot 10 = \\ &= 350 = \end{aligned}$$

S/ Fórmulas:

$$\begin{aligned} &= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = \\ &= 35 \cdot 10 = \\ &= 350 = \end{aligned}$$

Gabarito: A

Questões Diversas

Q.01 (ENEM / 2017)

Uma empresa construirá sua página na internet e espera atrair um público de aproximadamente um milhão de clientes. Para acessar essa página, será necessária uma senha com formato a ser definido pela empresa. Existem cinco opções de formato oferecidas pelo programador, descritas no quadro, em que "L" e "D" representam, respectivamente, letra maiúscula e dígito.

Opção	Formato
I	LDDDDD
II	DDDDDD
III	LLDDDD
IV	DDDDD
V	LLLDD

As letras do alfabeto, entre as 26 possíveis, bem como os dígitos, entre os 10 possíveis, podem se repetir em qualquer das opções.



A empresa quer escolher uma opção de formato cujo número de senhas distintas possíveis seja superior ao número esperado de clientes, mas que esse número não seja superior ao dobro do número esperado de clientes.

A opção que mais se adequa às condições da empresa é:

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

Comentários:

Bem, pessoal, essa é aquela questão do tipo “chatinha e trabalhosa”.

O cara tem que verificar alternativa por alternativa para ver qual se encaixa na restrição dada pelo enunciado.

Nesses tipos de questões, geralmente, a resposta correta está na alternativa “D” ou “E”, a ideia do examinador, nesse tipo de questão, não é somente saber se você detém o conhecimento e a habilidade para resolução do problema, ele quer também que você perca tempo fazendo o número máximo possível de cálculos e é por isso que as respostas certas sempre estão nas últimas alternativas.

Vejamos:

$$1.000.000 < \textit{Total de Senhas} \leq 2.000.000$$

Vamos resolver a questão observando a ordem inversa das alternativas e a condição imposta pelo enunciado.

*A resolução será feita pelo Princípio Fundamental da Contagem P.F.C.
Temos 26 letras e 10 algarismos disponíveis.*

Na opção (E): L L L D D $\rightarrow 26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 = 1.757.600$

Haahah encontramos logo a resposta, pois o número acima satisfaz de imediato a condição imposta. Se você começasse pelo caminho normal de todos os alunos, você demoraria um tempo 4 vezes maior, pois iria testar as alternativas (A), (B), (C), (D) e somente depois iria achar a condição sendo satisfeita na opção (E).

Apenas 42% dos candidatos acertaram essa questão.

Gabarito: E



LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Questões CESGRANRIO

Q.01 (CESGRANRIO / PETROBRAS / Petróleo Júnior / 2018)

Uma arena esportiva possui exatamente 8 portões, numerados de 1 a 8. Essa arena é considerada aberta se, e somente se, pelo menos um dos seus portões estiver aberto. Por exemplo, seguem três maneiras diferentes de se ter essa arena aberta:

- Quando apenas o portão 3 está aberto;
- Quando apenas o portão 6 está aberto;
- Quando apenas os portões 3, 7 e 8 estão abertos.

O número total de maneiras diferentes de se ter essa arena aberta é:

- a) 40.320.
- b) 40.319.
- c) 256.
- d) 255.
- e) 36.

Q.02 (CESGRANRIO - Escriturário (BB) / "Sem Área" / 2018)

Um professor elaborou 10 questões diferentes para uma prova, das quais 2 são fáceis, 5 são de dificuldade média, e 3 são difíceis. No momento, o professor está na fase de montagem da prova. A montagem da prova é a ordem segundo a qual as 10 questões serão apresentadas. O professor estabeleceu o seguinte critério de distribuição das dificuldades das questões, para ser seguido na montagem da prova:

Questão	Dificuldade
1	Fácil
2	Fácil
3	Média
4	Média
5	Média
6	Média
7	Média
8	Difícil
9	Difícil
10	Difícil



De quantas formas diferentes o professor pode montar a prova seguindo o critério estabelecido?

- a) 2520.
- b) 128.
- c) 6.
- d) 1440.
- e) 252.

Q.03 (CESGRANRIO / Geólogo (PETROBRAS) / Júnior/2018)

Uma Organização sem fins lucrativos decidiu construir 3 estações de monitoramento sísmico, idênticas. Sabe-se que cada estação deverá ficar em um terreno diferente e que a Organização possui um total de 20 terrenos atualmente disponíveis.

De quantas formas diferentes essa Organização poderá escolher os 3 terrenos que receberão as estações, dentre os 20 terrenos que possui?

- a) 8.000.
- b) 6.840.
- c) 3.420.
- d) 1.140.
- e) 60.

Q.04 (CESGRANRIO / TRANSPETRO / Transporte Marítimo / 2018)

De um quadro de profissionais com quatro engenheiros e cinco técnicos pretende-se formar um grupo de cinco profissionais com, pelo menos, um engenheiro e um técnico.

Nessas condições, quantas possibilidades diferentes existem de formação desse grupo de cinco profissionais?

- a) 19.
- b) 20.
- c) 120.
- d) 125.
- e) 126.

Q.05 (CESGRANRIO / Administrador Júnior / TRANSPETRO /2018)

Um certo time de vôlei possui 15 jogadores: 4 meios de rede, 5 ponteiros, 3 opostos e 3 levantadores. Desses jogadores, 12 devem ser relacionados para uma partida, sendo que, dentre os jogadores relacionados, deve haver, pelo menos, 1 levantador, 1 oposto, 2



ponteiros e 2 meios de rede para compor o time titular. O treinador deve especificar na súmula quem serão os jogadores titulares e quem serão os reservas.

De quantas formas ele pode fazer isso?

- a) 540.
- b) 6480.
- c) 12960.
- d) 45360.
- e) 62370.

Gabarito - CESGRANRIO

GABARITO



<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>
D	D	D	D	D

Questões FGV

Q.01 (FGV / SEFAZ-ES / CONSULTOR / 2022)

Dois casais irão se sentar em 4 cadeiras consecutivas de uma fila de um cinema.

O número de maneiras de eles sentarem nas 4 cadeiras, de modo que cada casal se sente junto, é igual a

- a) 4.
- b) 6.
- c) 8.
- d) 12.



e) 16.

Q.02 (FGV / SEFAZ-BA / AGENTE DE TRIBUTOS / 2022)

Quatro pessoas deverão fazer um trabalho de pesquisa sobre certo tema. O trabalho pode ser feito individualmente ou em dupla.

O número de modos diferentes que essas 4 pessoas podem se arrumar para fazer o trabalho é

- a) 6.
- b) 8.
- c) 9.
- d) 10.
- e) 12.

Q.03 (FGV / EPE / 2022)

De um grupo composto por cinco homens e cinco mulheres, serão sorteados ao acaso dois homens e duas mulheres para formar um subgrupo representativo do grupo. O número de diferentes subgrupos que podem ser formados é igual a

- a) 60.
- b) 80.
- c) 100.
- d) 120.
- e) 160.

Q.04 (FGV / Pref. Angra dos Reis / Monitor / 2019)

O número de filas que pode ser formado com três pessoas, X, Y e Z, é

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 6

Q.05 (FGV / Assembleia Legislativa de RO / Assistente Legislativo / 2018)



Em um circuito elétrico há 4 disjuntores que podem ficar, cada um deles, independente dos demais, nas posições “ligado” ou “desligado”.

O número de maneiras diferentes de se posicionar (“ligado” ou “desligado”) esses 4 disjuntores é:

- a) 4
- b) 6
- c) 8
- d) 12
- e) 16

Gabarito - FGV

GABARITO



<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>
C	D	C	E	E

Questões CEBRASPE

Q.01 (Cebbraspe / Pref. São Cristóvão / Professor / 2019)

Com relação a sistemas lineares e análise combinatória, julgue o próximo item.

Situação hipotética: No jogo de basquete, cada um dos cinco jogadores de um time pode ocupar as seguintes posições: armador, ala armador, ala, líbero e pivô. O elenco do time Alfa é formado por 2 armadores, 2 alas armadores, 3 alas, 2 líberos e 3 pivôs.

Assertiva: Nessa situação, sabendo-se que em quadra jogam apenas 5 jogadores por time e que os demais ficam no banco, é correto afirmar que existem 216 formas distintas



de montar o time Alfa para iniciar a partida com exatamente um pivô, um armador e um ala.

- Certo
- Errado

Q.02 (Cebraspe/ Polícia Federal / Escrivão / 2018)

Para cumprimento de um mandado de busca e apreensão serão designados um delegado, 3 agentes (para a segurança da equipe na operação) e um escrivão. O efetivo do órgão que fará a operação conta com 4 delegados, entre eles o delegado Fonseca; 12 agentes, entre eles o agente Paulo; e 6 escrivães, entre eles o escrivão Estêvão.

Em relação a essa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Considerando todo o efetivo do órgão responsável pela operação, há mais de 5.000 maneiras distintas de se formar uma equipe para dar cumprimento ao mandado.

- Certo.
- Errado.

Q.03 (Cebraspe/ Papiloscopista POLC-AL / 2023)

Com relação a tópicos de matemática, julgue o item a seguir.

Considerando-se que sete executivos de uma empresa devem sentar-se em uma mesa circular de forma que o presidente e o vice-presidente da empresa sentem-se lado a lado, há 720 formas diferentes para os executivos sentarem-se à mesa.

C – Certo

E – Errado

Q.04 (Cebraspe/ TRT 8ª / 2023)

Entre seis técnicos judiciários de determinado tribunal, três serão escolhidos para compor uma comissão e os outros três serão designados como suplentes.

Nessa situação hipotética, considerando-se que os seis técnicos judiciários sejam igualmente capazes, a quantidade de maneiras em que a distribuição dos técnicos poderá ser feita é igual a

- a) 18.



- b) 20.
- c) 216.
- d) 720.
- e) 729.

Q.05 (Cebraspe/ Cadete CBM-TO / 2023)

Considere que em certo quartel haja sete soldados e cinco cabos disponíveis. A quantidade de equipes diferentes de seis pessoas, com três cabos e três soldados, que podem ser formadas a partir dos militares disponíveis nesse quartel é igual a:

- a) 350.
- b) 665.280.
- c) 924.
- d) 2.520.

Gabarito - CEBRASPE



<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
C	C	E	B	E					

Questões Diversas

Q.01 (ENEM / 2017)

Uma empresa construirá sua página na internet e espera atrair um público de aproximadamente um milhão de clientes. Para acessar essa página, será necessária uma senha com formato a ser



definido pela empresa. Existem cinco opções de formato oferecidas pelo programador, descritas no quadro, em que "L" e "D" representam, respectivamente, letra maiúscula e dígito.

Opção	Formato
I	LDDDDD
II	DDDDDD
III	LLDDDD
IV	DDDDD
V	LLLDD

As letras do alfabeto, entre as 26 possíveis, bem como os dígitos, entre os 10 possíveis, podem se repetir em qualquer das opções.

A empresa quer escolher uma opção de formato cujo número de senhas distintas possíveis seja superior ao número esperado de clientes, mas que esse número não seja superior ao dobro do número esperado de clientes.

A opção que mais se adequa às condições da empresa é:

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

Gabarito – Questões Diversas

GABARITO



1

E





PROBABILIDADE

Sumário

O que é mais cobrado dentro do assunto	2
Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque	2
Probabilidade.....	2
Tipos de Probabilidades	6
Teorema de Bayes	7
Pegadinhas Estratégicas.....	7
Questões estratégicas	10
Questões CEBRASPE	10
Questões FGV.....	23
Questões FCC.....	26
Lista de Questões Estratégicas.....	29
Questões CEBRASPE	29
Gabarito - CEBRASPE	34
Questões FGV.....	35
Gabarito - FGV.....	36
Questões FCC.....	36
Gabarito - FCC.....	37



O que é mais cobrado dentro do assunto

Vamos analisar agora como se comporta a incidência dos sub assuntos da nossa aula de hoje. Assim, você será melhor direcionado nos seus estudos, vejam:

Probabilidade	Grau de incidência
PROBLEMAS INTRODUTÓRIOS DE PROBABILIDADE	46,9%
PROBABILIDADE DA INTERSERCÇÃO	15,5%
CÁLCULO DE PROBABILIDADE USANDO ANÁLISE COMBINATÓRIA	13,3%
PROBABILIDADE DA UNIÃO	13,3%
PROBABILIDADE CONDICIONAL	6,6%
PROBABILIDADE DO EVENTO COMPLEMENTAR	4,4%
TOTAL	100,00%

ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

Probabilidade

Fala, gente, beleza?

Estamos aqui diante de um assunto que muitas vezes exige do candidato um nível um pouco mais aguçado de interpretações, mas que, ao mesmo, também, é o assunto que possui as questões mais fáceis de serem resolvidas.

Se você é um aluno iniciante da matemática, fique bem atento aos conceitos básicos da Probabilidade, pois eles poderão garantir umas questões a mais em seu certame, ok?

Faça o básico nesse conteúdo, quando as questões são muito difíceis há um nivelamento pra baixo no nível do conteúdo, visto que, muito possivelmente, até o candidato que sabe bastante do assunto poderá errar a questão.





Os candidatos focam suas preocupações em decorar as fórmulas desse assunto, que não são poucas, mas e se eu lhe disser que vamos resolver todas as questões sem fórmulas, você ficará mais feliz? ;)

Então, é isso que vamos fazer. Carga máxima!! Sua hora vai chegar!!

Precisamos saber o conceito matemática de probabilidade que será representado por uma fração, vejam:

Qual a Probabilidade de sair o número 4 no lançamento de um dado?

Sua resposta é, ou não, intuitiva?

$$= \frac{1}{6} =$$

De imediato, temos a resposta na nossa cabeça. Basicamente, *Probabilidade* é:

$$P(E) = \frac{\text{O que Você Quer Aconteça}}{\text{Diante do que Pode Acontecer}}$$

Considerando que devemos usar os nomes técnicos das coisas, logo:

$$P(E) = \frac{\text{EVENTO}}{\text{ESPAÇO AMOSTRAL}}$$

EVENTO	ESPAÇO AMOSTRAL
É o conjunto formado por aquilo que você quer que aconteça	É o conjunto formado por tudo aquilo que possa acontecer

Fica mais fácil de entender assim né? Rsrtrs... tamos cheios de linguagens técnicas rebuscadas que somente os autores entendem... ;)

Sim, a última coisa que vocês precisam saber eu até já falei na aula de Análise Combinatória, mas vamos lembrar:

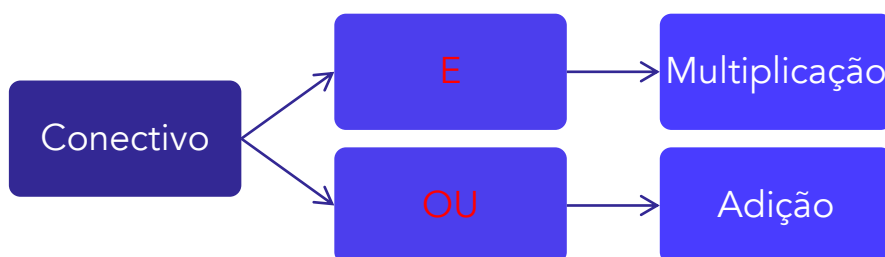




Nas questões de **Análise Combinatória** e **Probabilidade** vale o seguinte:

O uso do conectivo "e" será substituído por uma operação de multiplicação.

O uso do conectivo "ou" será substituído por uma operação de adição.



Pegando o mesmo exemplo sobre o lançamento do dado, para entendermos o uso dos conectivos:

Se eu perguntasse a probabilidade de sair um número par ou ímpar?

- Sair par: $1/2$
- Sair ímpar: $1/2$
- Sair par ou ímpar: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 = 100\%$.

Agora, se a perguntasse fosse: em dois lançamentos consecutivos de um dado, qual a probabilidade de sair par no primeiro lançamento e ímpar no segundo?

- Sair par: $1/2$
- Sair ímpar: $1/2$
- Sair par e ímpar: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 25\%$

Vamos, agora, dar um exemplo que envolve logo tudo o que falei acima, ok?

Se você entender direitinho, acabou o assunto. Caso contrário, passem para as Questões Estratégicas para dar uma treinada nas questões mais simples, beleza?

EXEMPLO 01:



Um morador de uma região metropolitana tem 50% de probabilidade de atrasar-se para o trabalho quando chove na região; caso não chova, sua probabilidade de atraso é de 25%. Para um determinado dia, o serviço de meteorologia estima em 30% a probabilidade de ocorrência de chuva na região.

Qual é a probabilidade de esse morador se atrasar para o serviço no dia para o qual foi dada a estimativa de chuva?

Comentários:

Vejam que não iremos usar fórmulas. Bastará apenas usar o conceito de probabilidade e os conectivos.

	ATRASAR	NÃO ATRASAR
CHOVER	50%	50%
NÃO CHOVER	25%	75%

Para um determinado dia, o serviço de meteorologia estima em 30% a probabilidade de ocorrência de chuva na região.

Sabe-se que existe a probabilidade de 30% de chover, logo 70% de não chover.

PERGUNTA DA QUESTÃO

Qual é a probabilidade de esse morador se atrasar para o serviço no dia para o qual foi dada a estimativa de chuva?

Percebam que o atraso existe chovendo ou não chovendo, ou seja:

Temos **duas** situações:

Chove (30%) **e** (MULTIPLICA) ele atrasa (50%) C/ a chuva **OU** (SOMA) Não chove (70%) e (MULTIPLICA) ele atrasa (25%) S/ chuva.

$$\begin{aligned} &= \frac{30}{100} \cdot \frac{50}{100} + \frac{70}{100} \cdot \frac{25}{100} = \\ &= 0,15 + 0,175 = \\ &= 0,325 = \end{aligned}$$



$$= 32,5\% =$$

EXEMPLO 02:

Numa avenida existem 10 semáforos. Por causa de uma pane no sistema, os semáforos ficaram sem controle durante uma hora, e fixaram suas luzes unicamente em verde ou vermelho. Os semáforos funcionam de forma independente; a probabilidade de acusar a cor verde é de $\frac{2}{3}$ e a de acusar a cor vermelha é de $\frac{1}{3}$. Uma pessoa percorreu a pé toda essa avenida durante o período da pane, observando a cor da luz de cada um desses semáforos. Qual a probabilidade de que esta pessoa tenha observado exatamente um sinal na cor verde?

Comentários:

Gente, observem logo que ele não falou que seria exatamente “apenas” um sinal em específico, mas que seria exatamente um sinal na cor verde.

Isso impacta diretamente no resultado da questão.

Percebam se ele pedisse a **probabilidade de o 1º sinal ser verde**, teríamos o seguinte:

$$= \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^9 =$$

$$= \frac{2}{3^{10}} =$$

No entanto, qualquer (desde que seja apenas 01) um dos dez sinais pode estar verde, logo devemos multiplicar a resposta acima por 10, vejamos:

$$= \frac{2}{3^{10}} \cdot 10 =$$

Tipos de Probabilidades

Tem uma fórmula para cada tipo, mas não precisa decorar, conforme falei antes, ok?

PROBABILIDADES		
CONDICIONAL	DA INTERSECÇÃO	DA UNIÃO
Determinada condição que é conhecida à priori, isto é, antes de se calcular a probabilidade do evento	P/ termos a probabilidade da interseção, devemos apenas isolar o termo presente na fórmula da Probabilidade Condicional	Basta usarmos aqui a ideia da união entre dois conjuntos, conforme aprendemos na aula de Teoria dos Conjuntos



$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$	$P(A \cap B) = P(A B) \cdot P(B)$	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
-------------------------------------	-----------------------------------	---

Vamos fazer todas as questões a seguir sem o uso dessas danadas aí de cima, ok?

E, por fim, a Probabilidade de determinado Evento acontecer sempre estará no intervalo de 0 a 1, ok?

Sendo 1, teremos o Evento chamado de Certo.

Sendo 0, o Evento será impossível.

Teorema de Bayes

O **Teorema de Bayes** é uma aplicação da probabilidade condicional, bastante utilizado em questões que tratam de **margem de erro** em um resultado ou **valores de falso positivo**.

Assim, o **Teorema de Bayes** busca conciliar essa probabilidade a priori com a **probabilidade condicional**.

Portanto, não precisamos entender o Teorema de Bayes como se fosse um novo assunto, podemos utilizar, também, a mesma ideia da resolução pela probabilidade condicional, utilizando a multiplicação, quando do uso do conectivo "e".

PEGADINHAS ESTRATÉGICAS

Querido aluno, cada assertiva abaixo contém uma "casca de banana" – será que você vai escorregar em alguma? (rs)

A ideia aqui é induzi-lo levemente a cometer erros, não com o intuito de desanimá-lo, mas para que você aumente a retenção do conteúdo estudado!

Vamos lá?

1. Sabe-se que a probabilidade tem como finalidade o estudo da possibilidade ou chance de acontecer um determinado evento. Para calcular a probabilidade de ocorrência de um evento X, em um determinado evento aleatório, considerando que cada elemento não possui a mesma



chance de acontecer, basta determinar fração entre os resultados possíveis pelos resultados favoráveis.

Esse item foi colocado apenas para conceituar a probabilidade. A **probabilidade** tem como finalidade o estudo da possibilidade ou chance de ocorrer um determinado evento. E para calcular a probabilidade de um evento qualquer X, em um experimento aleatório, considerando que cada elemento possui a **mesma chance** de acontecer, basta determinar a fração entre os resultados **favoráveis** pelos resultados **possíveis**.

A probabilidade tem valor máximo de **100%** quando o evento é certo e **zero** quando o evento é impossível. Desta forma, ela só pode assumir valores entre 0 e 1 ($0 \leq P(X) \leq 1$).

2. Dizemos que dois eventos são mutuamente excludentes quando a chance de ocorrência ou não ocorrência de um deles não afeta a probabilidade de outro. Além disso, a soma de dois eventos nesse tipo de probabilidade é sempre igual a zero.

Nesse item, houve uma troca de conceitos, pois será um evento independente. Além disso, a soma das probabilidades de dois eventos mutuamente excludentes é sempre igual a 1.

Pessoal, resolvemos fazer um resumo dos tipos de probabilidade para este item. É muito importante ter essas probabilidades e fórmulas na mente na hora da prova.

1) **Probabilidade da intersecção** – quando a chance de ocorrência conjunta de dois ou mais eventos. Nesse caso, os eventos serão ligados pelo conectivo “e”.

$$P(A \text{ e } B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

Sendo **P(B|A)** a probabilidade de ocorrer o evento B sabendo que o evento A já ocorreu.

2) **Probabilidade de eventos interdependentes** – dois eventos (A e B) são considerados independentes quando a chance de ocorrência ou não ocorrência de um deles não afeta a probabilidade de ocorrência do outro. Essa probabilidade é dada pela multiplicação das probabilidades de cada evento.

$$P(A \text{ e } B) = P(A) \cdot P(B)$$

3) **Probabilidade de eventos mutuamente excludentes** – dois eventos (A e B) são considerados mutuamente excludentes (exclusivos) se eles não podem ocorrer simultaneamente. Desta forma, se dois eventos são mutualmente excludentes termos o seguinte:

- **$P(A|B) = 0$** → probabilidade de A ocorrer dado que B ocorreu é 0;
- **$P(B|A) = 0$** → probabilidade de B ocorrer dado que A ocorreu é 0;
- **$P(A \text{ e } B) = 0$** → probabilidade de A e B ocorrerem simultaneamente é 0;
- **$P(A) + P(B) = 1$** → a soma das probabilidades de A e B será sempre 100%.



4) **Probabilidade da união e dois eventos** – quando dois eventos estão ligados entre si pelo conectivo “ou”.

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ e } B)$$

Se A e B forem mutuamente excludentes a probabilidade da união fica reduzida a:

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$$

Pois, como vimos $P(A \text{ e } B)$ é igual a zero para eventos mutuamente excludentes.

5) **Probabilidade do evento complementar** – dois eventos são complementares quando, simultaneamente, a união dos dois eventos resulta no espaço amostral, e eles são mutuamente excludentes. De forma geral é representado por uma barra em cima da letra.

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

Na resolução das questões, quando aparece a expressão “**pelo menos 1**” é mais fácil calcular a probabilidade do evento complementar.

6) **probabilidade Condicional** – quando se deseja calcular a probabilidade de um evento A, dado que o evento B ocorreu. Essa probabilidade é representada por $P(A|B)$.

$$P(A|B) = \frac{P(A \text{ e } B)}{P(B)}$$

Quando os eventos A e B são independentes, a probabilidade de o evento A ocorrer dado que ocorreu B, será sempre igual a $P(A)$, pois A não depende de B. O contrário é verdadeiro.

$$P(A|B) = P(A)$$

$$P(B|A) = P(B)$$



QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.



Questões CEBRASPE

Q.01 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

A sorte de ganhar ou perder, num jogo de azar, não depende da habilidade do jogador, mas exclusivamente das probabilidades dos resultados. Um dos jogos mais populares no Brasil é a Mega Sena, que funciona da seguinte forma: de 60 bolas, numeradas de 1 a 60, dentro de um globo, são sorteadas seis bolas. À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo. O jogador pode apostar de 6 a 15 números distintos por volante e receberá o prêmio se acertar os seis números sorteados. Também são premiados os acertadores de 5 números ou de 4 números.

A partir dessas informações, julgue o item que se segue

A probabilidade de se acertar os 6 números sorteados na Mega Sena com a aposta de um volante com 6 números é igual a $\frac{54!}{60!}$

- C – CERTO
- E – ERRADO

Comentários:

Vamos lá:

Evento: 01 volante

Espaço Amostral: Combinação de 60 bolas 6 a 6.



Temos uma combinação visto que a ordem pouco importará no resultado do sorteio, tanto faz o número 12, por exemplo, ser o 1º ou 6º sorteado.

$$\text{Espaço Amostral} = C_{60,6} = \frac{60!}{6!(60-6)!} = \frac{60!}{6! \cdot 54!} \text{ (espaço amostral)}$$

Pessoal, eu não fiz as simplificações acima, visto que a questão nos dá como referencial esse valor $\frac{54!}{60!}$.

Probabilidade do Evento

$$= \frac{1}{\frac{60!}{6! \cdot 54!}} =$$

$$= \frac{6! \cdot 54!}{60!} =$$

Comparando $\frac{6! \cdot 54!}{60!}$ a $\frac{54!}{60!}$ vemos claramente que o item está errado.

Fiquem atentos para não perder tempo com cálculos desnecessários.

Gabarito: Errado

Q.02 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

A sorte de ganhar ou perder, num jogo de azar, não depende da habilidade do jogador, mas exclusivamente das probabilidades dos resultados. Um dos jogos mais populares no Brasil é a Mega Sena, que funciona da seguinte forma: de 60 bolas, numeradas de 1 a 60, dentro de um globo, são sorteadas seis bolas. À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo. O jogador pode apostar de 6 a 15 números distintos por volante e receberá o prêmio se acertar os seis números sorteados. Também são premiados os acertadores de 5 números ou de 4 números.

A partir dessas informações, julgue o item que se segue

Se p for a probabilidade de se acertar na Mega Sena com a aposta de um volante com 6 números distintos, então, apostando-se 8 números, a probabilidade de acerto será igual a $28p$

- C – CERTO
- E – ERRADO

Comentários:

Apostando apenas 6 números, teríamos 1 possibilidade.



Apostando 8 números, precisaríamos acertar apenas 06, ou seja, temos $C_{(8,6)}$ possibilidades de acertar os 6 números sendo sorteadas 6 bolas.

Logo $C_{(8,6)} = 28$ possibilidades.

Gabarito: Certo

Q.03 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

É igual a $\frac{3}{4}$ a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável a si em cada petição protocolada por ele na vara cível de certo tribunal. O plano desse advogado é protocolar, sequencialmente, 12 petições nessa vara cível durante o ano de 2020. Favoráveis ou não, as decisões do tribunal para petições são emitidas na mesma ordem cronológica em que são protocoladas e são sempre independentes entre si.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens, considerando as variáveis aleatórias X e Y , em que X = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal até que ocorra a primeira decisão não favorável ao advogado, e Y = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.

Espera-se que, ao longo de 2020, exatamente 9 decisões sejam favoráveis ao advogado.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Comentários:

Veja essa parte do enunciado:

É igual a $\frac{3}{4}$ a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável

Basta calcularmos $\frac{3}{4}$ de 12 = 09

Gabarito: Certo

Q.04 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

É igual a $\frac{3}{4}$ a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável a si em cada petição protocolada por ele na vara cível de certo tribunal. O plano desse advogado é protocolar, sequencialmente, 12 petições nessa vara cível durante o ano de 2020. Favoráveis ou não, as decisões do tribunal para petições são emitidas na mesma ordem cronológica em que são protocoladas e são sempre independentes entre si.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens, considerando as variáveis aleatórias X e Y , em que X = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal até que ocorra a primeira decisão não favorável ao advogado, e Y = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.



Espera-se que a primeira decisão desfavorável ao advogado ocorra somente depois de, pelo menos, quatro decisões favoráveis a ele.

- C – CERTO
- E – ERRADO

Comentários:

Temos que a cada 04 decisões, 03 são favoráveis e 01 desfavorável, ok?

Percebam que precisamos de 03 favoráveis, e a partir daí teremos uma desfavorável.

Logo, são pelo menos 03, e não pelo menos 04.

Ok?

Gabarito: Errado

Q.05 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

É igual a $\frac{3}{4}$ a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável a si em cada petição protocolada por ele na vara cível de certo tribunal. O plano desse advogado é protocolar, sequencialmente, 12 petições nessa vara cível durante o ano de 2020. Favoráveis ou não, as decisões do tribunal para petições são emitidas na mesma ordem cronológica em que são protocoladas e são sempre independentes entre si.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens, considerando as variáveis aleatórias X e Y , em que X = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal até que ocorra a primeira decisão não favorável ao advogado, e Y = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.

A probabilidade de Y ser inferior a 2 é superior a 1%.

- C – CERTO
- E – ERRADO

Comentários:

Sabemos que Y representa a quantidade de decisões emitidas pelo tribunal **favoráveis ao advogado**.

Precisamos chegar a:

A probabilidade de Y ser inferior a 2 é superior a 1%.

Ou seja:

Precisamos determinar a Probabilidade de $Y = 0$ ou $(+) Y = 01$ decisões favoráveis acontecer.

Temos a probabilidade de todas decisões serem desfavoráveis, ou seja, zero favorável:



- $P(Y=0) = (1/4)^{12} = (1/256)^3$

Temos a probabilidade de 01 decisão ser favorável, ou seja, 03 desfavoráveis:

- $P(Y=1) = 12 \cdot (3/4) \cdot (1/4)^{11} = 36/256^3$

Vejam que multiplicamos o resultado por 12, visto que essa decisão favorável pode aparecer em 12 possíveis posições, ok?

Agora, basta somarmos, visto que poderá acontecer uma situação ou outra:

- $P(Y < 2) = 1/256^3 + 36/256^3 = 37/256^3$

Percebe-se que o resultado é bem inferior a 1%.

Gabarito: Errado

Q.06 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

É igual a 3/4 a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável a si em cada petição protocolada por ele na vara cível de certo tribunal. O plano desse advogado é protocolar, sequencialmente, 12 petições nessa vara cível durante o ano de 2020. Favoráveis ou não, as decisões do tribunal para petições são emitidas na mesma ordem cronológica em que são protocoladas e são sempre independentes entre si.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens, considerando as variáveis aleatórias X e Y , em que X = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal até que ocorra a primeira decisão não favorável ao advogado, e Y = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.

$Y = 0$ é evento impossível.

- C – CERTO
- E – ERRADO

Comentários:

Para calcular a probabilidade de que nenhuma das petições tenha resultado favorável, ou seja, todas as 12 petições tenham resultado desfavoráveis, temos que calcular a probabilidade de o resultado ser desfavorável (complementar).

$$P(Y = 0) = (1/4)^{12} \text{ (diferente de zero).}$$

Gabarito: Errado

Q.07 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)



Se Carlos estiver presente na aula ministrada pela professora Paula, a probabilidade de ele aprender o conteúdo abordado é de 80%; se ele estiver ausente, essa probabilidade cai para 0%. Em 25% das aulas da professora Paula, Carlos está ausente.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Se Carlos não aprendeu o conteúdo ministrado na aula da professora Paula, então a probabilidade de ele ter estado presente na aula é inferior a 50%.

- C – CERTO
- E – ERRADO

Comentários:

$P(\text{Aprendeu} / \text{Presente}) = 80\%$ e pelo complementar $P(\text{não Aprendeu} / \text{Presente}) = 100\% - 80\% = 20\%$.

$P(\text{Aprendeu} / \text{Ausente}) = 0\%$

$P(\text{Ausente}) = 25\%$ complementar $P(\text{Presente}) = 100\% - 25\% = 75\%$

Pela teoria de Probabilidade Total, podemos calcular:

$$P(\text{Aprendeu}) = 0,8 \cdot 0,75 + 0 \cdot 25 = 0,6 \text{ complementar } P(\text{não Aprendeu}) = 0,4$$

Pelo Teorema de Bayes, a probabilidade é dada por:

$$\begin{aligned} &= P(\text{Presente} / \text{não Aprendeu}) = \\ &= P(\text{não Aprendeu} / \text{Presente}) \times P(\text{Presente}) / P(\text{não aprendeu}) = 0,2 \times 0,75 / 0,4 = \\ &= 37,5\% \end{aligned}$$

Assim, a probabilidade é inferior a 50% e está correto.

Gabarito: Certo

Q.08 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

Se Carlos estiver presente na aula ministrada pela professora Paula, a probabilidade de ele aprender o conteúdo abordado é de 80%; se ele estiver ausente, essa probabilidade cai para 0%. Em 25% das aulas da professora Paula, Carlos está ausente.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o item seguinte.

A probabilidade de Carlos não aprender o conteúdo ministrado pela professora Paula é inferior a 25%.

- C – CERTO
- E – ERRADO



Comentários:

- A = Carlos aprende;
- B = Carlos não aprende, complementar de A ;
- C = Carlos presente na aula; e
- D = Carlos ausente na aula, complementar de C .

Dados do enunciado:

$$P(A|C) = 0,8$$

$$P(A|D) = 0$$

$$P(D) = 0,25$$

Pelo evento complementar, temos:

$$P(B|C) = 0,2$$

$$P(B|D) = 1$$

$$P(C) = 0,75$$

$$\begin{aligned} P(B) &= P(B|C) \cdot P(C) + P(B|D) \cdot P(D) = \\ &= 0,2 \cdot 0,75 + 1 \cdot 0,25 = \\ &= 0,15 + 0,25 = \\ &= 0,40 = \\ &= 40\% = \end{aligned}$$

Gabarito: Errado

Q.09 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

Se Carlos estiver presente na aula ministrada pela professora Paula, a probabilidade de ele aprender o conteúdo abordado é de 80%; se ele estiver ausente, essa probabilidade cai para 0%. Em 25% das aulas da professora Paula, Carlos está ausente.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o item seguinte.

O evento "Carlos não aprendeu o conteúdo ministrado pela professora Paula, dado que estava ausente na aula." é evento certo, isto é, a probabilidade de esse evento ocorrer é igual a 1.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Comentários:



A é o evento em que Carlos se ausenta da aula;

B é o evento em que Carlos participa da aula e é complementar de A;

C é o evento em que Carlos não aprendeu o conteúdo; e

D é o evento em que Carlos aprendeu o conteúdo e é complementar de C.

$$P(C|A) = 1 - P(D|A) = 1 - 0 = 1.$$

Gabarito: Certo

Q.10 (CEBRASPE / TJPA / Analista Judiciário / 2019)

Em um sistema informatizado, as senhas são formadas por três letras distintas, em uma ordem específica. Esse sistema bloqueia a conta do usuário a partir da quinta tentativa errada de inserção da senha. Abel fez seu cadastro no sistema, mas, após certo tempo sem utilizá-lo, esqueceu-se da senha, lembrando-se apenas de que ela era formada com as letras do seu nome, sem repetição.

Nessa situação hipotética, a probabilidade de Abel, inserindo senhas com base apenas nas informações de que ele se lembra, conseguir acessar a sua conta sem bloqueá-la é igual a

(a) 3/192

(b) 3/72

(c) 3/24

(d) 3/18

(e) 3/4

Comentários:

Vamos separar as informações que julgamos importantes, ok?

Senha: formada por **03 letras distintas** (ordem específica)

Bloqueio da conta: a partir da 5ª tentativa.

Senha de Abel: Letras do seu nome {a, b, e, l} **sem repetição**.

Para que ele acesse sua conta sem bloqueá-la, ele poderá errar no máximo 04 vezes, pois a partir da 5ª tentativa errada o sistema já é bloqueado.

Vamos determinar a quantidade de anagramas sem repetição da palavra:

ABEL

Pelo princípio fundamental da contagem existem:



$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

24 anagramas

Se temos 24 anagramas, e 05 tentativas, logo, necessariamente, nas 04 primeiras erradas teríamos a certeza de que ainda não existiria o bloqueio, logo teríamos uma probabilidade igual a:

$$4/24$$

$$1/6$$

$$= 3/18 =$$

Gabarito: D

Q.11 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

A sorte de ganhar ou perder, num jogo de azar, não depende da habilidade do jogador, mas exclusivamente das probabilidades dos resultados. Um dos jogos mais populares no Brasil é a Mega Sena, que funciona da seguinte forma: de 60 bolas, numeradas de 1 a 60, dentro de um globo, são sorteadas seis bolas. À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo. O jogador pode apostar de 6 a 15 números distintos por volante e receberá o prêmio se acertar os seis números sorteados. Também são premiados os acertadores de 5 números ou de 4 números.

A partir dessas informações, julgue o item que se segue:

A probabilidade de a primeira bola sorteada ser um número múltiplo de 8 é de 10%.

- C – CERTO
- E – ERRADO

Comentários:

Uma questão cheia de informações, mas no final ela só nos pede que calculemos a probabilidade de a 1ª bola sorteada ser um número múltiplo de 8, ok?

$M(8) = \{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56\}$ / Nosso Evento possui m total de 07 números.

Espaço Amostral = 60

Probabilidade

$$= 7/60 =$$

$$11,66\%$$

Percebam que não precisaríamos fazer qualquer cálculo, visto que para que a probabilidade fosse de 10%, nosso evento deveria ser igual a 6.

Gabarito: Errado



Q.12 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

A sorte de ganhar ou perder, num jogo de azar, não depende da habilidade do jogador, mas exclusivamente das probabilidades dos resultados. Um dos jogos mais populares no Brasil é a Mega Sena, que funciona da seguinte forma: de 60 bolas, numeradas de 1 a 60, dentro de um globo, são sorteadas seis bolas. À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo. O jogador pode apostar de 6 a 15 números distintos por volante e receberá o prêmio se acertar os seis números sorteados. Também são premiados os acertadores de 5 números ou de 4 números.

A partir dessas informações, julgue o item que se segue

A cada número sorteado, a probabilidade de determinado número dos restantes ser sorteado aumenta

- C – CERTO
- E – ERRADO

Comentários:

Uma questão bem conceitual.

Vejam essa informação da questão:

À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo.

Isso significa que, cada vez mais, haverá menos bolas dentro do globo. Portanto, nosso espaço amostral será reduzido a cada nova bola retirada, por conseguinte, a probabilidade irá sempre aumentando.

Gabarito: Certo

Q.13 (CEBRASPE / Prof. II – Pref. Recife / 2023)

Em uma sala de aula há 30 estudantes. 20 desses estudantes moram na zona urbana e os outros 10 moram na zona rural.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Considere-se que o professor dessa sala tenha escolhido um estudante, aleatoriamente, para responder uma pergunta no quadro e que, após responder a pergunta, o estudante tenha voltado ao seu assento. Se o professor repetir este processo mais uma vez, a probabilidade de que o primeiro estudante seja escolhido nas duas vezes será igual a $1/900$.

C – Certo

E – Errado

Comentários:



Temos um total de **30 estudantes**, logo probabilidade de **1 ser escolhido aleatoriamente** (sorteio) é dada por:

$$= \frac{1}{30} =$$

No entanto, o comando da questão é:

Qual a probabilidade de o estudante ser sorteado na primeira E na segunda vezes. Ok?

Vimos que o conectivo "**E**" (**na análise combinatória / probabilidade**) é substituído pela operação matemática da **MULTIPLICAÇÃO**, logo, temos que a probabilidade de o aluno ser sorteado duas vezes seguidas é dada por:

$$= \frac{1}{30} \cdot \frac{1}{30} = \frac{1}{900}$$

Gabarito: Certo

Q.14 (CEBRASPE / Prof. II – Pref. Recife / 2023)

Em uma sala de aula há 30 estudantes. 20 desses estudantes moram na zona urbana e os outros 10 moram na zona rural.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Caso, em um conjunto com 30 estudantes, 12 estudantes gostem de matemática, 15 estudantes gostem de geografia e 7 estudantes gostem de matemática e geografia, então a probabilidade de um estudante selecionado ao acaso gostar de matemática ou de geografia será igual a 2/3.

C – Certo

E – Errado

Comentários:

O nosso **ESPAÇO AMOSTRAL** corresponde ao total de estudantes: 30

O **EVENTO** é representado por estudantes de que gostam de **Matemática OU Geografia**:

Muito cuidado com o uso do conectivo OU.

No estudo da Teoria dos Conjuntos o conectivo "OU" representa a **união entre os conjuntos**.

O conjunto formado por pessoas de que gostam de Matemática ou Geografia é formado por:

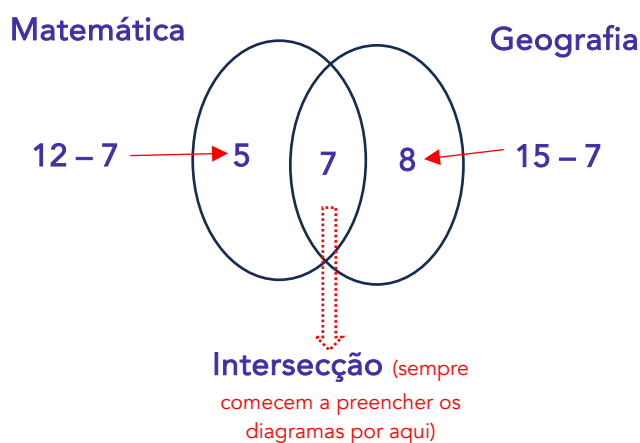


- Pessoas gostam **apenas de Matemática**;
- Pessoas gostam **apenas de Geografia**; e
- Pessoas gostam de **ambas as matérias**.

Vamos analisar a seguinte parte do enunciado:

12 estudantes gostem de matemática, 15 estudantes gostem de geografia e 7 estudantes gostem de matemática e geografia.

Vejam que há 7 alunos que gostam de ambas as matérias, ou seja, eles são representados pelo conjunto intersecção.



O total de pessoas que gostam de **Matemática ou Geografia** é dado por:

$$\begin{aligned} &= 5 + 7 + 8 = \\ &= 20 = \end{aligned}$$

Logo, a nossa probabilidade será dada por:

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{EVENTO (20)}}{\text{ESPAÇO AMOSTAL (30)}} = \\ &= \frac{20}{30} = \\ &= \frac{2}{3} = \end{aligned}$$

Podemos também encontrar a união entre os dois conjuntos com o uso da seguinte fórmula:

$$n(M \cup G) = n(M) + n(G) - n(M \cap G)$$



$$n(M \cup G) = 12 + 15 - 7$$

$$n(M \cup G) = 20$$

Gabarito: Certo

Q.15 (CEBRASPE / Prof. II – Pref. Recife / 2023)

Em uma sala de aula há 30 estudantes. 20 desses estudantes moram na zona urbana e os outros 10 moram na zona rural.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Se dois estudantes forem aleatoriamente escolhidos nessa turma, então a probabilidade dos dois estudantes serem da zona urbana é menor que $1/2$.

C – Certo

E – Errado

Comentários:

Vamos fazer por partes:

Primeiro:

- Espaço Amostral: 30
- Evento: 20 (zona urbana)

Segundo:

- Espaço Amostral: 29 (redução de 1 estudante que foi sorteado primeiro)
- Evento: 19 (idem)

Logo, nossa probabilidade será dada por:

$$= \frac{20}{30} \cdot \frac{19}{29} = \frac{38}{87}$$

$38/87$ é menor do que $1/2$

Uma outra solução poderia ser encontrada por **ANÁLISE COMBINATÓRIA** da seguinte forma:

- Espaço Amostral: $C_{30,2}$ (total de duplas que podem escolhidas)
- Evento: $C_{20,2}$ (total de duplas que podem escolhidas da zona urbana)



$$P = \frac{C_{30,2}}{C_{20,2}}$$

Gabarito: Certo

Q.16 (CEBRASPE / Prof. II – Pref. Recife / 2023)

Em uma sala de aula há 30 estudantes. 20 desses estudantes moram na zona urbana e os outros 10 moram na zona rural.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Se dois estudantes forem aleatoriamente escolhidos nessa turma, então a probabilidade de pelo menos um deles ser da zona rural é inferior a $5/9$.

C – Certo

E – Errado

Comentários:

Para que pelo menos um deles seja da zona rural é complementar de os serem da zona urbana.

Portanto, fica mais fácil determinarmos a probabilidade de os dois serem da zona urbana.

Essa conta a gente já fez na questão anterior: $38/87$,

Logo a probabilidade complementar será de:

$$= 1 - 38/87 =$$

$$= 1 - 0,437 =$$

$$= 0,563 \text{ que é superior aos } 5/9 = 0,5555 =$$

Gabarito: Errado

Questões FGV

Q.01 (FGV / Pref. Angra dos Reis / Especialista em Desportos/ 2019)

Peter é um ótimo lançador de dardos. A cada lançamento, a probabilidade de Peter acertar o alvo é de 90% e independe de Peter ter acertado ou não o alvo em lançamentos anteriores. Após fazer dois lançamentos em sequência, a probabilidade de Peter ter acertado o alvo nos dois lançamentos é de

(a) 180%



- (b) 90%
- (c) 81%
- (d) 72%
- (e) 60%

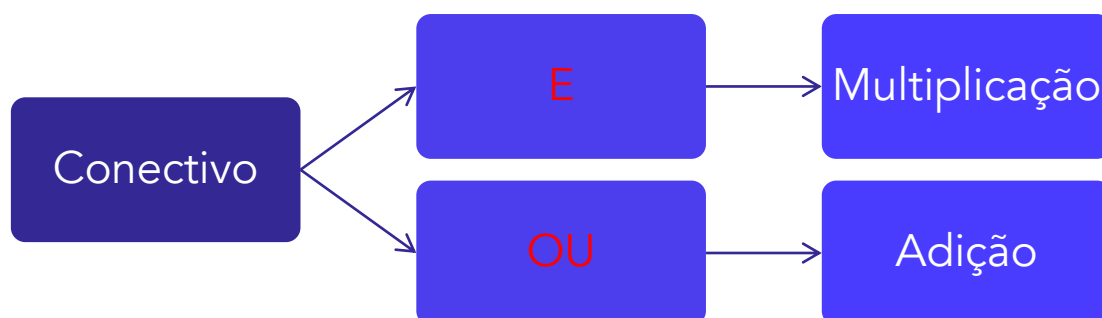
Solução:

De cara, a gente exclui, de imediato, a alternativa "A", ok?



Não há como a probabilidade de determinado evento acontecer ser superior a 100%.

Pessoal, aprendemos, na parte teórica do assunto, várias fórmulas para solução das questões de Probabilidade, mas o que vale, na prática, é o seguinte:



Após fazer dois lançamentos em sequência, a probabilidade de Peter ter acertado o alvo nos dois lançamentos é de:

Acima temos a pergunta da questão, ok?

Percebam que Peter deverá acertar o alvo no **Primeiro** **E** **Segundo** lançamentos, ok?

Como sabemos que a probabilidade de ele acertar cada lançamento é de 90%, logo:

$$\frac{90}{100} \cdot \frac{90}{100}$$
$$81\%$$

Gabarito: C

Q.02 (FGV / Assembleia Legislativa de RO / Analista Legislativo / 2018)



Uma moeda é lançada quatro vezes. A probabilidade de saírem mais caras do que coroas é de:

- (a) $4/16$
- (b) $5/16$
- (c) $6/16$
- (d) $7/16$
- (e) $8/16$

Solução:

Num total de 04 lançamentos, a probabilidade de saírem **mais caras do que coroas** acontece quando:

1. Saírem 03 caras (C) + 01 coroa (K):

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{16}$$

Mas, vejam que essa probabilidade pode acontecer da seguinte forma:

(C, C, C, K)

(C, C, K, C)

(C, K, C, C)

(K, C, C, C)

Logo, a probabilidade de saírem 03 caras + 01 coroa será de:

$$4 \cdot \frac{1}{16}$$
$$\frac{4}{16}$$

2. Saírem 04 caras:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{16}$$

Percebam que deve acontecer uma situação OU a outra, logo devemos somar as probabilidades, ok?

$$= \frac{4}{16} + \frac{1}{16} =$$
$$= \frac{5}{16} =$$



Gabarito: B

Q.03 (FGV / ASSISTENTE / SEFAZ-AM / 2022)

Em uma urna há 5 bolas iguais, cada uma com uma letra da sigla SEFAZ. Todas as bolas têm letras diferentes entre si.

Retiram-se, aleatoriamente, 2 bolas da urna.

A probabilidade de que tenham sido retiradas as 2 vogais é de

- a) $1/5$
- b) $2/5$
- c) $3/5$
- d) $3/10$
- e) $1/10$

Comentários:

Na primeira retirada: $2/5$

Na segunda retirada: $1/4$

Como é uma retirada **e** outra, devemos multiplicar as frações, logo:

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \\ &= \frac{1}{10} = \end{aligned}$$

Gabarito: E

Questões FCC

Q.01 (FCC / Auditor Fiscal de Tributos I (São Luís) /2018

As 6 vagas da garagem de um pequeno edifício recém-construído serão sorteadas entre os proprietários dos 6 apartamentos, de modo que cada apartamento terá direito a uma vaga. As vagas ficam localizadas lado a lado ao longo de uma parede. Dois irmãos, proprietários dos apartamentos 1 e 2, gostariam que suas vagas ficassem localizadas lado a lado. A probabilidade de que isso aconteça é igual a

- a) $1/2$
- b) $1/3$
- c) $1/4$



- d) 1/5
- e) 1/6

Comentários:

Vamos, a princípio, definir logo o total de **possibilidades** de escolher duas vagas dentre as 6 disponíveis através da combinação de 6 possibilidades combinadas de duas a duas, visto que a ordem não importa, ok?

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!}$$
$$C_{6,2} = \frac{6!}{2! \cdot 4!}$$

15 possibilidades

Vamos elencar as possibilidades de tal forma que fiquem uma ao lado da outra:

- 1 e 2 (1) ou
- 2 e 3 (2) ou
- 3 e 4 (3) ou
- 4 e 5 (4) ou
- 5 e 6 (5)

Temos um total, portanto, de **05 possibilidades**. Logo:

$$P = \frac{\text{Evento}}{\text{Espaço Amostra}} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

Gabarito: B

Q.02 (FCC / Administração de Empresas/ 2017)

Em um trecho de pedágio de uma rodovia no interior do Estado passam, pelas cabines, um total de 2.300 carretas de dois e três eixos, onde 1.725 são carretas de dois eixos. A probabilidade de passar uma carreta de três eixos pelas cabines é de

- a) 30%.
- b) 20%.
- c) 33%.
- d) 15%.
- e) 25%.

Comentários:

Questão muitooooo fácil.



Total de Carretas de 03 eixos: $2.300 - 1.725 = 575$

$$P(E) = \frac{575}{2300} = 0,25 = 25\%$$

Gabarito: E

Q.03 (FCC - Professor (SEC BA)/Padrão P/Matemática/2018)

Uma sala de aula com 40 alunos fez uma pesquisa sobre a ocorrência de dengue no contexto familiar. A pesquisa consistia em tabular, no universo de 120 pessoas, se cada aluno e seus respectivos pais e mães já tiveram dengue, ou não. As respostas estão tabuladas abaixo.

	Teve dengue	Não teve dengue
Alunos	1	39
Pais dos alunos	2	38
Mães dos alunos	0	40

Sorteando-se ao acaso uma das 120 pessoas pesquisadas, a probabilidade de que ela tenha respondido na pesquisa que já teve dengue é igual a

- a) 2,5%.
- b) 2,3%.
- c) 7,8%.
- d) 3,8%.
- e) 1,4%.

Comentários:

Pessoal, temos mais uma questão de resolução simples. O único cuidado aqui é deduzir que os 40 alunos já estão incluídos no universo das 120 pessoas, ok?

$$P(E) = \frac{3}{120} = 0,025 = 2,5\%$$

Gabarito: A



LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Questões CEBRASPE

Q.01 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

A sorte de ganhar ou perder, num jogo de azar, não depende da habilidade do jogador, mas exclusivamente das probabilidades dos resultados. Um dos jogos mais populares no Brasil é a Mega Sena, que funciona da seguinte forma: de 60 bolas, numeradas de 1 a 60, dentro de um globo, são sorteadas seis bolas. À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo. O jogador pode apostar de 6 a 15 números distintos por volante e receberá o prêmio se acertar os seis números sorteados. Também são premiados os acertadores de 5 números ou de 4 números.

A partir dessas informações, julgue o item que se segue

A probabilidade de se acertar os 6 números sorteados na Mega Sena com a aposta de um volante com 6 números é igual a $\frac{54!}{60!}$

- C – CERTO
- E - ERRADO

Q.02 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

A sorte de ganhar ou perder, num jogo de azar, não depende da habilidade do jogador, mas exclusivamente das probabilidades dos resultados. Um dos jogos mais populares no Brasil é a Mega Sena, que funciona da seguinte forma: de 60 bolas, numeradas de 1 a 60, dentro de um globo, são sorteadas seis bolas. À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo. O jogador pode apostar de 6 a 15 números distintos por volante e receberá o prêmio se acertar os seis números sorteados. Também são premiados os acertadores de 5 números ou de 4 números.

A partir dessas informações, julgue o item que se segue

Se p for a probabilidade de se acertar na Mega Sena com a aposta de um volante com 6 números distintos, então, apostando-se 8 números, a probabilidade de acerto será igual a $28p$

- C – CERTO
- E - ERRADO

Q.03 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

É igual a $\frac{3}{4}$ a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável a si em cada petição protocolada por ele na vara cível de certo tribunal. O plano desse advogado é protocolar, sequencialmente, 12 petições nessa vara cível durante o ano de 2020. Favoráveis



ou não, as decisões do tribunal para petições são emitidas na mesma ordem cronológica em que são protocoladas e são sempre independentes entre si.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens, considerando as variáveis aleatórias X e Y , em que X = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal até que ocorra a primeira decisão não favorável ao advogado, e Y = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.

Espera-se que, ao longo de 2020, exatamente 9 decisões sejam favoráveis ao advogado.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Q.04 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

É igual a $\frac{3}{4}$ a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável a si em cada petição protocolada por ele na vara cível de certo tribunal. O plano desse advogado é protocolar, sequencialmente, 12 petições nessa vara cível durante o ano de 2020. Favoráveis ou não, as decisões do tribunal para petições são emitidas na mesma ordem cronológica em que são protocoladas e são sempre independentes entre si.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens, considerando as variáveis aleatórias X e Y , em que X = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal até que ocorra a primeira decisão não favorável ao advogado, e Y = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.

Espera-se que a primeira decisão desfavorável ao advogado ocorra somente depois de, pelo menos, quatro decisões favoráveis a ele.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Q.05 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

É igual a $\frac{3}{4}$ a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável a si em cada petição protocolada por ele na vara cível de certo tribunal. O plano desse advogado é protocolar, sequencialmente, 12 petições nessa vara cível durante o ano de 2020. Favoráveis ou não, as decisões do tribunal para petições são emitidas na mesma ordem cronológica em que são protocoladas e são sempre independentes entre si.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens, considerando as variáveis aleatórias X e Y , em que X = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal até que ocorra a primeira decisão não favorável ao advogado, e Y = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.

A probabilidade de Y ser inferior a 2 é superior a 1%.

- C – CERTO



- E - ERRADO

Q.06 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

É igual a $\frac{3}{4}$ a probabilidade de determinado advogado conseguir decisão favorável a si em cada petição protocolada por ele na vara cível de certo tribunal. O plano desse advogado é protocolar, sequencialmente, 12 petições nessa vara cível durante o ano de 2020. Favoráveis ou não, as decisões do tribunal para petições são emitidas na mesma ordem cronológica em que são protocoladas e são sempre independentes entre si.

A partir dessa situação hipotética, julgue os próximos itens, considerando as variáveis aleatórias X e Y , em que X = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal até que ocorra a primeira decisão não favorável ao advogado, e Y = quantidade de decisões emitidas pelo tribunal favoráveis ao advogado.

$Y = 0$ é evento impossível.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Q.07 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

Se Carlos estiver presente na aula ministrada pela professora Paula, a probabilidade de ele aprender o conteúdo abordado é de 80%; se ele estiver ausente, essa probabilidade cai para 0%. Em 25% das aulas da professora Paula, Carlos está ausente.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Se Carlos não aprendeu o conteúdo ministrado na aula da professora Paula, então a probabilidade de ele ter estado presente na aula é inferior a 50%.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Q.08 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)

Se Carlos estiver presente na aula ministrada pela professora Paula, a probabilidade de ele aprender o conteúdo abordado é de 80%; se ele estiver ausente, essa probabilidade cai para 0%. Em 25% das aulas da professora Paula, Carlos está ausente.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o item seguinte.

A probabilidade de Carlos não aprender o conteúdo ministrado pela professora Paula é inferior a 25%.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Q.09 (CEBRASPE / TJAM / Analista Judiciário / 2019)



Se Carlos estiver presente na aula ministrada pela professora Paula, a probabilidade de ele aprender o conteúdo abordado é de 80%; se ele estiver ausente, essa probabilidade cai para 0%. Em 25% das aulas da professora Paula, Carlos está ausente.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o item seguinte.

O evento "Carlos não aprendeu o conteúdo ministrado pela professora Paula, dado que estava ausente na aula." é evento certo, isto é, a probabilidade de esse evento ocorrer é igual a 1.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Q.10 (CEBRASPE / TJPA / Analista Judiciário / 2019)

Em um sistema informatizado, as senhas são formadas por três letras distintas, em uma ordem específica. Esse sistema bloqueia a conta do usuário a partir da quinta tentativa errada de inserção da senha. Abel fez seu cadastro no sistema, mas, após certo tempo sem utilizá-lo, esqueceu-se da senha, lembrando-se apenas de que ela era formada com as letras do seu nome, sem repetição.

Nessa situação hipotética, a probabilidade de Abel, inserindo senhas com base apenas nas informações de que ele se lembra, conseguir acessar a sua conta sem bloqueá-la é igual a

- (a) $3/192$
- (b) $3/72$
- (c) $3/24$
- (d) $3/18$
- (e) $3/4$

Q.11 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

A sorte de ganhar ou perder, num jogo de azar, não depende da habilidade do jogador, mas exclusivamente das probabilidades dos resultados. Um dos jogos mais populares no Brasil é a Mega Sena, que funciona da seguinte forma: de 60 bolas, numeradas de 1 a 60, dentro de um globo, são sorteadas seis bolas. À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo. O jogador pode apostar de 6 a 15 números distintos por volante e receberá o prêmio se acertar os seis números sorteados. Também são premiados os acertadores de 5 números ou de 4 números.

A partir dessas informações, julgue o item que se segue:

A probabilidade de a primeira bola sorteada ser um número múltiplo de 8 é de 10%.

- C – CERTO
- E – ERRADO



Q.12 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

A sorte de ganhar ou perder, num jogo de azar, não depende da habilidade do jogador, mas exclusivamente das probabilidades dos resultados. Um dos jogos mais populares no Brasil é a Mega Sena, que funciona da seguinte forma: de 60 bolas, numeradas de 1 a 60, dentro de um globo, são sorteadas seis bolas. À medida que uma bola é retirada, ela não volta para dentro do globo. O jogador pode apostar de 6 a 15 números distintos por volante e receberá o prêmio se acertar os seis números sorteados. Também são premiados os acertadores de 5 números ou de 4 números.

A partir dessas informações, julgue o item que se segue

A cada número sorteado, a probabilidade de determinado número dos restantes ser sorteado aumenta

- C – CERTO
- E – ERRADO

Q.13 (CEBRASPE / Prof. II – Pref. Recife / 2023)

Em uma sala de aula há 30 estudantes. 20 desses estudantes moram na zona urbana e os outros 10 moram na zona rural.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Considere-se que o professor dessa sala tenha escolhido um estudante, aleatoriamente, para responder uma pergunta no quadro e que, após responder a pergunta, o estudante tenha voltado ao seu assento. Se o professor repetir este processo mais uma vez, a probabilidade de que o primeiro estudante seja escolhido nas duas vezes será igual a $1/900$.

C – Certo

E – Errado

Q.14 (CEBRASPE / Prof. II – Pref. Recife / 2023)

Em uma sala de aula há 30 estudantes. 20 desses estudantes moram na zona urbana e os outros 10 moram na zona rural.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Caso, em um conjunto com 30 estudantes, 12 estudantes gostem de matemática, 15 estudantes gostem de geografia e 7 estudantes gostem de matemática e geografia, então a probabilidade de um estudante selecionado ao acaso gostar de matemática ou de geografia será igual a $2/3$.

C – Certo



E – Errado

Q.15 (CEBRASPE / Prof. II – Pref. Recife / 2023)

Em uma sala de aula há 30 estudantes. 20 desses estudantes moram na zona urbana e os outros 10 moram na zona rural.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Se dois estudantes forem aleatoriamente escolhidos nessa turma, então a probabilidade dos dois estudantes serem da zona urbana é menor que $1/2$.

C – Certo

E – Errado

Q.16 (CEBRASPE / Prof. II – Pref. Recife / 2023)

Em uma sala de aula há 30 estudantes. 20 desses estudantes moram na zona urbana e os outros 10 moram na zona rural.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Se dois estudantes forem aleatoriamente escolhidos nessa turma, então a probabilidade de pelo menos um deles ser da zona rural é inferior a $5/9$.

C – Certo

E – Errado

Gabarito - CEBRASPE



<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
EE	CC	CC	EE	EE	EE	CC	EE	CC	D
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
EE	CC	CC	CC	CC	EE				



- CC – CERTO
- EE - ERRADO

Questões FGV

Q.01 (FGV / Pref. Angra dos Reis / Especialista em Desportos/ 2019)

Peter é um ótimo lançador de dardos. A cada lançamento, a probabilidade de Peter acertar o alvo é de 90% e independe de Peter ter acertado ou não o alvo em lançamentos anteriores. Após fazer dois lançamentos em sequência, a probabilidade de Peter ter acertado o alvo nos dois lançamentos é de

- (a) 180%
- (b) 90%
- (c) 81%
- (d) 72%
- (e) 60%

Q.02 (FGV / Assembleia Legislativa de RO / Analista Legislativo / 2018)

Uma moeda é lançada quatro vezes. A probabilidade de saírem mais caras do que coroas é de:

- (a) 4/16
- (b) 5/16
- (c) 6/16
- (d) 7/16
- (e) 8/16

Q.03 (FGV / ASSISTENTE / SEFAZ-AM / 2022)

Em uma urna há 5 bolas iguais, cada uma com uma letra da sigla SEFAZ. Todas as bolas têm letras diferentes entre si.

Retiram-se, aleatoriamente, 2 bolas da urna.

A probabilidade de que tenham sido retiradas as 2 vogais é de

- a) 1/5
- b) 2/5
- c) 3/5



d) $3/10$

e) $1/0$

Gabarito - FGV

GABARITO



<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>
C	B	E

Questões FCC

Q.01 (FCC / Auditor Fiscal de Tributos I (São Luís) /2018

As 6 vagas da garagem de um pequeno edifício recém-construído serão sorteadas entre os proprietários dos 6 apartamentos, de modo que cada apartamento terá direito a uma vaga. As vagas ficam localizadas lado a lado ao longo de uma parede. Dois irmãos, proprietários dos apartamentos 1 e 2, gostariam que suas vagas ficassem localizadas lado a lado. A probabilidade de que isso aconteça é igual a:

a) $1/2$

b) $1/3$

c) $1/4$

d) $1/5$

e) $1/6$

Q.02 (FCC / Administração de Empresas/ 2017)

Em um trecho de pedágio de uma rodovia no interior do Estado passam, pelas cabines, um total de 2.300 carretas de dois e três eixos, onde 1.725 são carretas de dois eixos. A probabilidade de passar uma carreta de três eixos pelas cabines é de:

a) 30%.

b) 20%.

c) 33%.



d) 15%.

e) 25%.

Q.03 (FCC - Professor (SEC BA)/Padrão P/Matemática/2018)

Uma sala de aula com 40 alunos fez uma pesquisa sobre a ocorrência de dengue no contexto familiar. A pesquisa consistia em tabular, no universo de 120 pessoas, se cada aluno e seus respectivos pais e mães já tiveram dengue, ou não. As respostas estão tabuladas abaixo.

	Teve dengue	Não teve dengue
Alunos	1	39
Pais dos alunos	2	38
Mães dos alunos	0	40

Sorteando-se ao acaso uma das 120 pessoas pesquisadas, a probabilidade de que ela tenha respondido na pesquisa que já teve dengue é igual a

a) 2,5%.

b) 2,3%.

c) 7,8%.

d) 3,8%.

e) 1,4%.

Gabarito - FCC



<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>
B	E	A

- CC – CERTO
- EE - ERRADO





ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.