

REPRESENTAÇÃO

- Matriz $m \times n$ = tabela retangular formada por números reais distribuídos em:

- $\cdot m$ linhas
- $\cdot n$ colunas

$$\begin{bmatrix} a & b & \dots & z \\ \dots & \dots & \dots & \\ k & \dots & & j \end{bmatrix}$$

n

Elemento = a_{ij}

$$\mathcal{M} = (a_{ij}) . m \times n \quad (\text{Linha } i \text{ coluna } j)$$

MATRIZES ESPECIAIS

DIAGONAL

- = matriz quadrada cujos elementos que não pertencem à diagonal principal são nulos

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

MATRIZES ESPECIAIS

RETANGULAR

$$= m \neq n$$

QUADRADA

$$= m = n \rightarrow \text{matriz quadrada de ordem } n$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

diagonal secundária

diagonal principal

Traço = soma dos elementos da diagonal principal

LINHA

$$\cdot m = 1$$

$$\begin{bmatrix} a & b & \dots & z \end{bmatrix}$$

n

COLUNA

$$\cdot n = 1$$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ \vdots \\ k \end{bmatrix}$$

m

MATRIZES

IDENTIDADE

- = matriz diagonal cujos elementos da diagonal principal são 1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_n = \text{matriz identidade de ordem } n$$

ESCALAR

- = matriz diagonal cujos elementos da diagonal principal são iguais

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

NULA

- = todos seus elementos são nulos

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

MATRIZES ESPECIAIS

(continuação)

MATRIZES

MATRIZ SIMÉTRICA

- = Matriz quadrada de ordem n tal que $a_{ij} = a_{ji}$, para todo i e todo j
- A **diagonal** principal atua como um **eixo de simetria**
(não há restrição aos elementos da diagonal principal)



$$\begin{bmatrix} 9 & 8 & 0 \\ 8 & 4 & 7 \\ 0 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

MATRIZ ANTI-SIMÉTRICA

- = Matriz quadrada de ordem n tal que $a_{ij} = -a_{ji}$, para todo i e todo j
- A **diagonal** principal deve ser formada por **zeros**



$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 9 \\ -3 & 0 & -5 \\ -9 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

MATRIZ OPOSTA

- = Quando a soma das duas matrizes resulta em uma **matriz nula**
- $A + B =$ Matriz Nula
- $a_{ij} = -b_{ij}$
- A matriz oposta de A é $-A$



TRIANGULAR SUPERIOR

- = Matriz quadrada em que todos os elementos **abaixo** da diagonal principal são **nulos** ($a_{ij}=0$, para $i > j$)



$$\begin{bmatrix} 4 & 8 & 1 \\ 0 & 9 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TRIANGULAR INFERIOR

- = Matriz quadrada em que todos os elementos **acima** da diagonal principal são **nulos** ($a_{ij}=0$, para $i < j$)



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 8 & 7 & 0 \\ 4 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE MATRIZES

- Só se da entre matrizes do **mesmo tipo** (Mesmo número de linhas e colunas)
- O resultado também é uma matriz do **mesmo tipo**

$$C = A + B$$

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

Faz-se a operação
termo a termo

PROPRIEDADES

- $(A + B) + C = A + (B + C)$
- $A + B = B + A$
- É o equivalente para a **subtração**

$$C = A - B$$

$$c_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$$

- Ex.:

$$\begin{bmatrix} 9 & 8 & 0 \\ 8 & 4 & 7 \\ 0 & 7 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & 7 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 9 & 4 \\ 11 & 6 & 7 \\ 2 & 14 & 5 \end{bmatrix}$$

MATRIZES



PRODUTO DE UM NÚMERO POR MATRIZ

- Para **multiplicar** uma matriz A por um número real **k**, basta multiplicar todos os elementos de A (a_{ij}) por k
- Ex.:

$$k=3$$

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 0 \\ 8 & 4 & 7 \\ 0 & 7 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow k \cdot A =$$

$$= 3 \cdot \begin{bmatrix} 9 & 8 & 0 \\ 8 & 4 & 7 \\ 0 & 7 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 & 24 & 0 \\ 24 & 12 & 21 \\ 0 & 21 & 3 \end{bmatrix}$$

MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES

- Para multiplicar duas matrizes A, B, é necessário que o número de **colunas de A** seja igual ao de **linhas de B**

$$A_{m \times n} \times B_{n \times p}$$

as dimensões do meio devem coincidir

ATENÇÃO! Nem sempre é possível multiplicar duas matrizes

DIMENSÕES DA MATRIZ RESULTANTE

$$A_{m \times n} \times B_{n \times p} = C_{m \times p}$$

As dimensões das extremidades vão para a matriz resultante

- Ex.:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 5 \\ 4 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 4} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \\ 3 & -3 & -4 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}_{4 \times 3} = \begin{bmatrix} 15 & 28 & 39 \\ 1 & 21 & 28 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$c_{ij} = \sum_{r=1}^n a_{ir} \cdot a_{rj}$

$= 1.1 + 3.0 + (-2).3 + 5.4$
 $= 1 + 0 + (-6) + 20 = 15$

MATRIZES



PROPRIEDADES

- $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$ (Associativa)
- $(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$ (Distributiva em relação à adição)
- $(kA) \cdot B = A(kB) = k \cdot (A \cdot B)$
- $I \cdot A = A \cdot I = A$ (Sendo A uma matriz quadrada)

A matriz identidade é o elemento neutro da multiplicação de matrizes quadradas

POTENCIAMENTO DE MATRIZES

$$A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot A \dots A}_{n \text{ fatores}} \quad \begin{aligned} \bullet A^1 &= A \\ \bullet A^0 &= 0 \end{aligned}$$

MATRIZES

MATRIZ TRANSPOSTA

- Seja $A = (a_{ij})_{m \times n}$ sua transposta será $A^t_{n \times m}$ a matriz que se obtém **trocando** as **linhas** pelas **colunas**

Ex.:

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{bmatrix}$$

A A^t

PROPRIEDADES DECORE!

- $(A^t)^t = A$
- $(A + B)^t = A^t + B^t$ (Sendo A e B matrizes do mesmo tipo)
- $(k \cdot A)^t = k \cdot A^t$
- $(A \cdot B)^t = A^t \cdot B^t$ (Sendo A e B matrizes que podem ser multiplicadas)
- Matriz simétrica: $A^t = A$
- Matriz antissimétrica: $A^t = -A$

MATRIZES INVERSAS

- Seja A uma matriz **quadrada** de ordem n, e B sua inversa:

$$A \cdot B = B \cdot A = I_n$$

$$(B = A^{-1})$$

- Se A **não** é inversível = matriz **singular**

PROPRIEDADES

(Sendo A e B matrizes quadradas de mesma ordem e inversíveis)

- $(A^{-1})^{-1} = A$
- $(A \cdot B)^{-1} = A^{-1} \cdot B^{-1}$
- $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$

- MATRIZ ORTOGONAL** → se a inversa da matriz é igual a sua transposta. $(A^{-1} = A^t)$