



GEOMETRIA ESPACIAL

Prof.: Brunno Lima



@profbrunnolima



t.me/profbrunnolima



Professor Brunno Lima

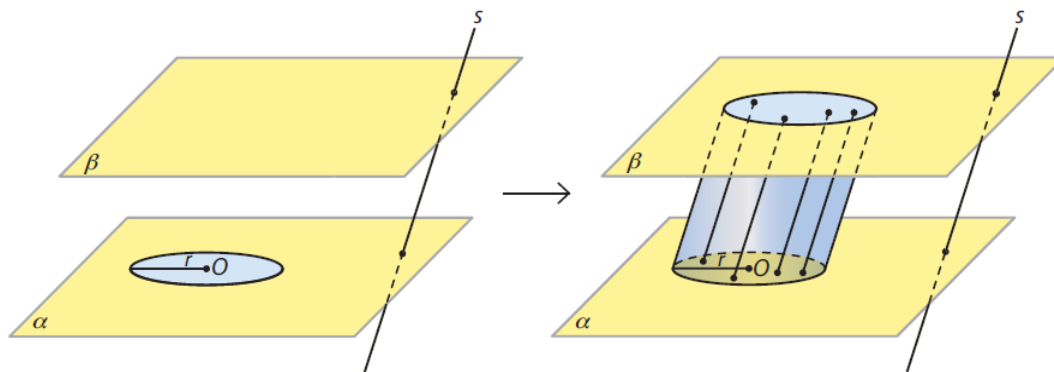


CILINDROS: DEFINIÇÃO, ELEMENTOS E NOMENCLATURA

Prof. Brunno Lima

DEFINIÇÃO:

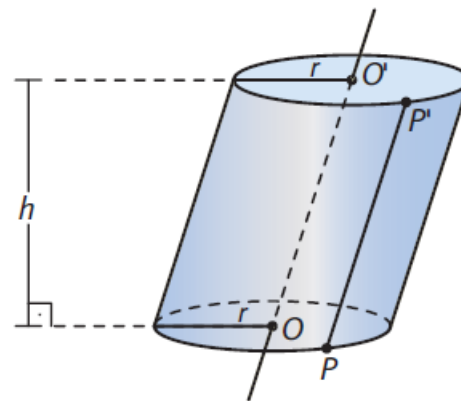
Considere dois círculos de mesmo raio r , situados em dois planos α e β paralelos e a reta s que passa pelos seus centros. Chama-se cilindro circular a reunião dos segmentos paralelos à reta s que unem os dois círculos.



ELEMENTOS DO CILINDRO:

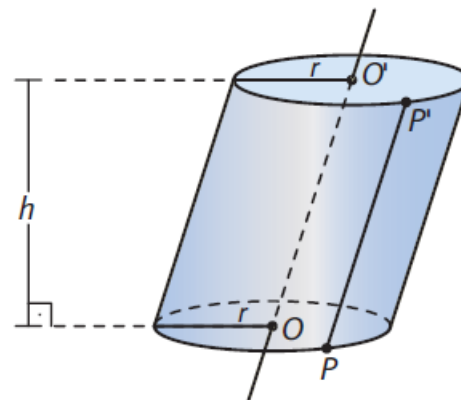
Em um cilindro, podemos destacar alguns elementos. No cilindro ao lado, temos:

- **Bases**: são os círculos paralelos de centros O e O' e raio cuja medida do comprimento é r .
- **Altura**: é a distância entre os planos que contêm as bases. Na figura, h representa a medida da altura do cilindro.



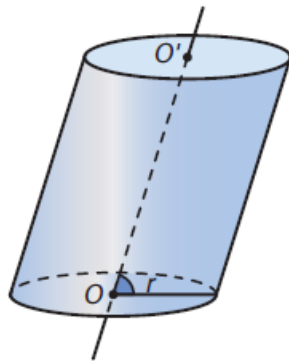
ELEMENTOS DO CILINDRO:

- **Eixo**: é a reta que contém os centros dos círculos das bases. Na figura, é a reta $\overleftrightarrow{OO'}$.
- **Geratriz**: é cada segmento de reta paralelo ao eixo com extremidades nos pontos da circunferência das bases. Na figura, $\overline{PP'}$ é geratriz.
- **Superfície lateral**: é a reunião de todas as geratrizes do cilindro.

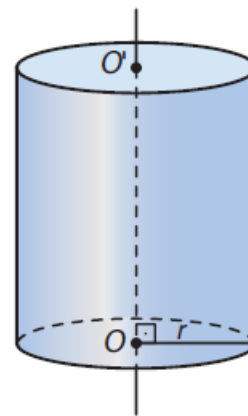


NOMENCLATURA:

Um cilindro circular pode ser oblíquo ou reto, de acordo com a posição relativa entre as geratrizes e os planos das bases.



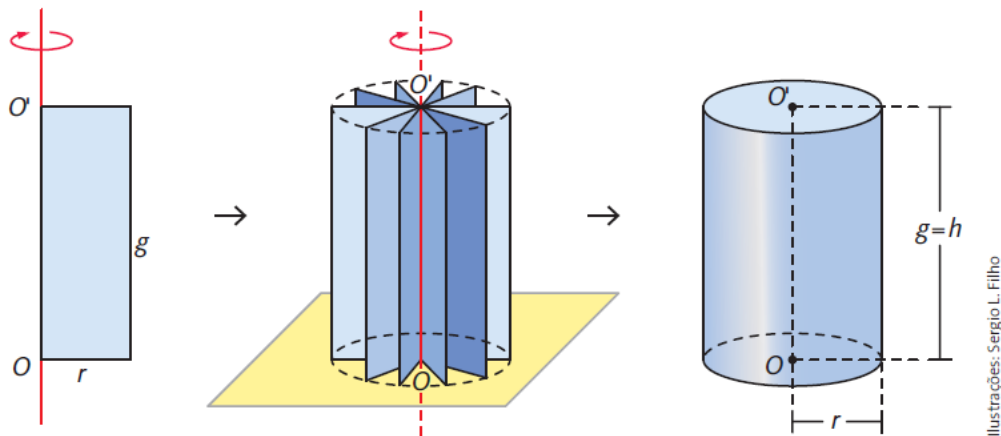
Cilindro oblíquo



Cilindro reto
(geratrizes perpendiculares às bases)

NOMENCLATURA:

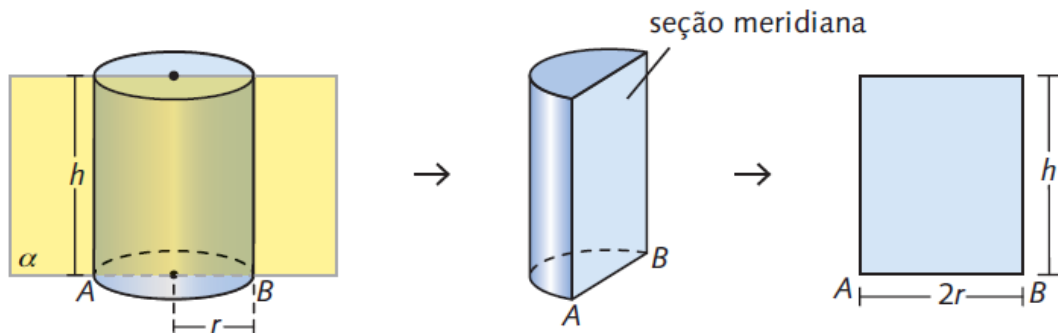
O cilindro circular reto é também chamado de cilindro de revolução, pois é gerado pela rotação de um retângulo em torno de um eixo que contém um dos seus lados.



Ilustrações: Sérgio L. Filho

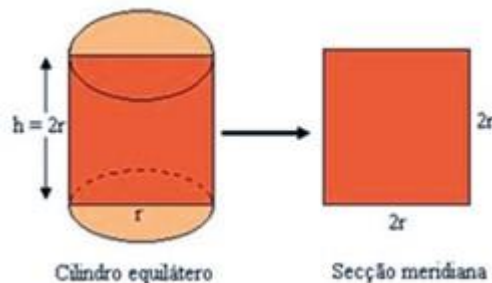
NOMENCLATURA:

A interseção de um cilindro e um plano que passa por seu eixo é denominada **seção meridiana do cilindro**. A seção meridiana de um cilindro reto é um **retângulo**.



NOMENCLATURA:

Caso a seção meridiana de um cilindro reto seja um quadrado, dizemos que esse cilindro é **equilátero**.



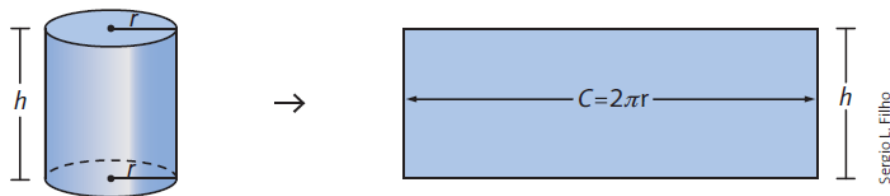


CILINDROS: ÁREAS

Prof. Brunno Lima

ÁREAS:

Planificando a superfície lateral de um cilindro reto, obtemos um retângulo de dimensões $2\pi r$ e h . Logo, a superfície lateral de um cilindro circular reto é equivalente a um retângulo de dimensões $2\pi r$ (comprimento da circunferência da base) e h (altura do cilindro).

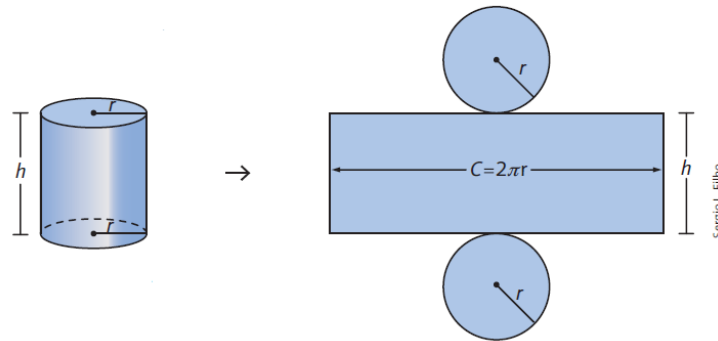


Portanto, a área lateral do cilindro é:

$$A_l = 2\pi r h$$

ÁREAS:

A área total de um cilindro é a soma da área lateral (A_l) com as área das duas bases ($A_b = \pi r^2$). Logo:



$$A_t = A_l + 2 \cdot A_b \Rightarrow$$

$$A_t = 2\pi r h + 2\pi r^2 \Rightarrow$$

$$A_t = 2\pi r(h + r)$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO:

01) Considere um cilindro circular reto de altura x cm e raio da base igual a y cm. Usando a aproximação $\pi = 3$, determine x e y sabendo-se que a área da superfície lateral do cilindro é 450 cm^2 e a altura tem 10 cm a mais que o raio.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO:

02) Calcule a altura de um cilindro reto equilátero, sabendo que a área de sua superfície total é $37,5\pi \text{ cm}^2$.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO:

03) A área lateral de um cilindro reto é $240\pi \text{ cm}^2$ e o raio de sua base tem 6 cm de comprimento. Qual é, em centímetros, a altura desse cilindro?

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO:

04) Calcule a área da base de um cilindro equilátero sabendo que sua área total é $114\pi \text{ cm}^2$.

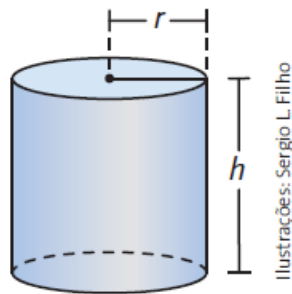


CILINDROS: VOLUME

Prof. Brunno Lima

VOLUME:

O volume de um cilindro é o produto da área da base pela medida da altura.



Como $A_b = \pi r^2$, temos:

$$V = \pi r^2 h$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO:

01) Considere um cilindro circular reto de altura x cm e raio da base igual a y cm. Usando a aproximação $\pi = 3$, determine x e y sabendo-se que o volume do cilindro é 243 cm^3 e a altura é igual ao triplo do raio.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO:

02) O raio da base de um cilindro equilátero tem 15 cm de comprimento. Calcule, em litros, o volume desse cilindro.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO:

03) Um recipiente em forma de cubo cujo comprimento interno da aresta é igual a 12 cm está cheio de água. Se toda essa água for despejada em outro recipiente com a forma de cilindro circular reto com medidas internas de 6 cm de raio e 20 cm de altura, qual será a altura do nível da água?



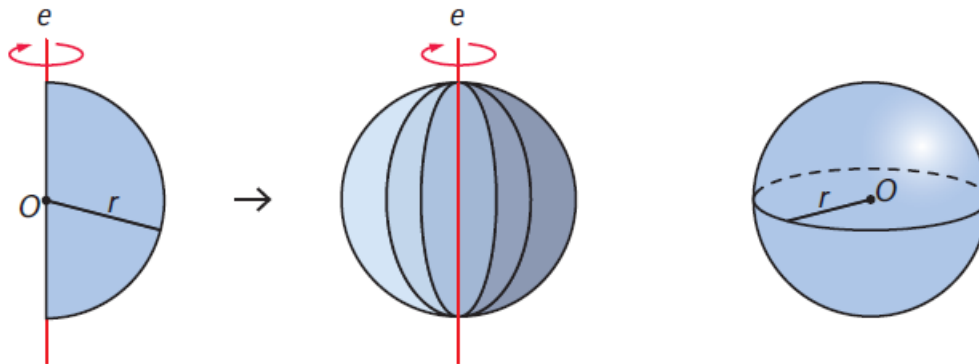
ESFERA: DEFINIÇÃO

Prof. Brunno Lima

DEFINIÇÃO:

Considere um ponto O e um segmento de medida R . Denomina-se esfera de centro O e raio R o conjunto dos pontos P do espaço, tais que a medida OP seja menor ou igual a R .

A esfera é um sólido de revolução gerado pela rotação de um semicírculo em torno de um eixo que contém o diâmetro.





ESFERA: ÁREA E VOLUME

Prof. Brunno Lima

ÁREA DA ESFERA:

Chama-se superfície da esfera de centro O e raio R ao conjunto dos pontos P do espaço, tais que a medida OP seja igual a R .
A área da superfície de uma esfera de raio R é dada por:

$$A = 4\pi r^2$$

VOLUME DA ESFERA:

O volume V de uma esfera de raio R é dado por:

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO:

01) A área de um círculo máximo de uma esfera vale $81\pi \text{ dm}^2$. O volume dessa esfera é igual a:

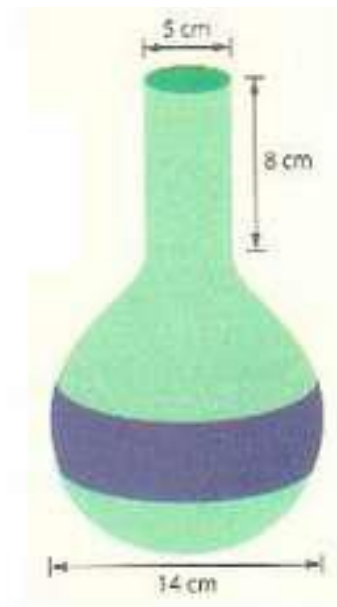
- a) $972\pi \text{ dm}^3$
- b) $2916\pi \text{ dm}^3$
- c) $729\pi \text{ dm}^3$
- d) $263\pi \text{ dm}^3$
- e) $324\pi \text{ dm}^3$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO:

02) O volume de uma esfera é $\frac{512\pi}{3} cm^3$. Determine o raio e a esfera da superfície esférica.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO:

03) Qual é o volume (em mililitros) aproximado da vasilha representada pela figura abaixo (use $\pi = 3,14$)?





OBRIGADO

Prof. Brunno Lima