

## Integrais e o computador

Agora, vamos usar o computador para fazer a estimativa numérica de uma integral definida. Abra o Maxima, pois iremos usá-lo. A proposta desta atividade é calcular o valor da seguinte integral:

$$I = \int_3^{15} g(x) dx$$

Onde  $g(x)$  é uma função dada por outra integral:

$$g(x) = \int_0^{x^2} e^{-t^2} dt$$

### Solução

O integrando da função  $g(x)$  não é uma função integrável em forma fechada, isto é, não existe uma função simples para a integral de  $\exp(-t^2)$ . Dessa forma, ao usarmos o Maxima, temos duas opções: usar o comando `integrate` ou o comando `romberg`. Todavia, o comando `integrate` não pode ser usado, pois ele só funciona para funções integráveis, o que não é o nosso caso. Então, usaremos o comando `romberg` para definir a função  $g(x)$  numericamente.

A função  $g(x)$  será definida como na figura abaixo. No Maxima, escreva:

```
(%i14) g(x):=romberg(exp(-t^2),t,0,x^2);
(%o14) g(x):=romberg(exp(-t^2),t,0,x^2)
```

Agora, podemos calcular ou estimar, uma série de valores para  $g(x)$ , dentro do intervalo  $[3, 15]$ . Em um único comando, separado por vírgulas, pedimos que ele calcule alguns valores, começando de  $x = 3$  e terminando em  $x = 15$ . Veja a figura:

```
(%i19) [g(3),g(3.3),g(3.6),g(3.9),g(4.1),g(4.4),g(4.7),g(5),g(10),g(15)];
(%o19) [0.8862269264283515,0.8862269415476041,0.8862270049990946,0.8862269252949158,
0.886226925518334,0.8862269290023017,0.8862269444787336,0.8862269862418901,
0.8862269865208755,0.8862270671754406]
```

A lista de valores é notável, e você deve ter reparado que a função variou muito pouco dentro deste intervalo.

Na verdade, se a sua aplicação exigir uma precisão de no máximo 5 dígitos decimais, é suficiente considerar que o valor de  $g(x)$  foi constante neste intervalo. O seu valor é:

$$g(x) \approx 0.88623$$

Dessa forma, a integral da  $g(x)$ , no intervalo de  $[3, 15]$ , é simplesmente a área:

$$I = \int_3^{15} g(x) dx \approx 0.88623 * (15 - 3) \approx 10.634$$

