

01

Integrais e o computador

Agora, vamos usar o computador para fazer a estimativa numérica de uma integral definida. Abra o Maxima, pois iremos usá-lo. A proposta desta atividade é calcular o valor da seguinte integral:

$$I = \int_3^{15} g(x) dx$$

Onde $g(x)$ é uma função dada por outra integral:

$$g(x) = \int_0^{x^2} e^{-t^2} dt$$

Solução

O integrando da função $g(x)$ não é uma função integrável em forma fechada, isto é, não existe uma função simples para a integral de $\exp(-t^2)$. Dessa forma, ao usarmos o Maxima, temos duas opções: usar o comando `integrate` ou o comando `romberg`. Todavia, o comando `integrate` não pode ser usado, pois ele só funciona para funções integráveis, o que não é o nosso caso. Então, usaremos o comando `romberg` para definir a função $g(x)$ numericamente.

A função $g(x)$ será definida como na figura abaixo. No Maxima, escreva:

```
(%i14) g(x):=romberg(exp(-t^2),t,0,x^2);
(%o14) g(x):=romberg(exp(-t^2),t,0,x^2)
```

Agora, podemos calcular ou estimar, uma série de valores para $g(x)$, dentro do intervalo $[3, 15]$. Em um único comando, separado por vírgulas, pedimos que ele calcule alguns valores, começando de $x = 3$ e terminando em $x = 15$. Veja a figura:

```
(%i19) [g(3),g(3.3),g(3.6),g(3.9),g(4.1),g(4.4),g(4.7),g(5),g(10),g(15)];
(%o19) [0.8862269264283515, 0.8862269415476041, 0.8862270049990946, 0.8862269252949158,
0.8862269255518334, 0.8862269290023017, 0.8862269444787336, 0.8862269862418901,
0.8862269865208755, 0.8862270671754406]
```

A lista de valores é notável, e você deve ter reparado que a função variou muito pouco dentro deste intervalo.

Na verdade, se a sua aplicação exigir uma precisão de no máximo 5 dígitos decimais, é suficiente considerar que o valor de $g(x)$ foi constante neste intervalo. O seu valor é:

$$g(x) \approx 0.88623$$

Dessa forma, a integral da $g(x)$, no intervalo de $[3, 15]$, é simplesmente a área:

$$I = \int_3^{15} g(x) dx \approx 0.88623 * (15 - 3) \approx 10.634$$

