





**brunnolimaprofessor**



**@profbrunnolima**



**Professor Brunno Lima**





## **RESOLUÇÃO DE UM SISTEMA LINEAR $n \times n$ PELA REGRA DE CRAMER**

A regra de Cramer só serve para resolver sistemas normais



De modo geral, a regra de Cramer ou teorema de Cramer diz que:

*Um sistema linear de  $n$  equações com  $n$  incógnitas, cujo determinante é  $D$ , **é possível e determinado** se e somente se  $D \neq 0$  e a sua única solução é dada por  $x_1 = \frac{D_1}{D}, x_2 = \frac{D_2}{D}, x_3 = \frac{D_3}{D}, \dots, x_n = \frac{D_n}{D}$ , onde  $D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$  são os determinantes obtidos substituindo-se, respectivamente, a coluna dos coeficientes  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  pela coluna dos termos independentes.*



**Exemplo:** 
$$\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 2x - y + z = 3 \\ 3x + y - z = 2 \end{cases}$$

***Cálculo de  $D$***  
$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$D = 1 + 6 + 2 + 3 - 1 + 4 \Rightarrow D = 15$$



**Exemplo:** 
$$\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 2x - y + z = 3 \\ 3x + y - z = 2 \end{cases}$$

***Cálculo de  $D_x$***  
$$= \begin{vmatrix} \mathbf{8} & 2 & 1 \\ \mathbf{3} & -1 & 1 \\ \mathbf{2} & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$D_x = 8 + 4 + 3 + 2 - 8 + 6 \Rightarrow D_x = 15$$



**Exemplo:** 
$$\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 2x - y + z = 3 \\ 3x + y - z = 2 \end{cases}$$

***Cálculo de  $D_y$***  
$$= \begin{vmatrix} 1 & \mathbf{8} & 1 \\ 2 & \mathbf{3} & 1 \\ 3 & \mathbf{2} & -1 \end{vmatrix}$$

$$D_y = -3 + 24 + 4 - 9 - 2 + 16 \Rightarrow D_y = 30$$



**Exemplo:** 
$$\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 2x - y + z = 3 \\ 3x + y - z = 2 \end{cases}$$

***Cálculo de  $D_z$***  
$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & \mathbf{8} \\ 2 & -1 & \mathbf{3} \\ 3 & 1 & \mathbf{2} \end{vmatrix}$$

$$D_z = -2 + 18 + 16 + 24 - 3 - 8 \Rightarrow D_z = 45$$





**Exemplo:** 
$$\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 2x - y + z = 3 \\ 3x + y - z = 2 \end{cases}$$

**Assim:**

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{15}{15} \Rightarrow x = 1$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{30}{15} \Rightarrow y = 2$$

$$z = \frac{D_z}{D} = \frac{45}{15} \Rightarrow z = 3$$



## DISCUSSÃO DE UM SISTEMA $n \times n$

Discutir um Sistema Linear de  $n$  equações com  $n$  Incógnitas é analisá-lo, através do cálculo de seu determinante, e concluir Se ele é **Possível e Determinado**, **Possível e Indeterminado** ou **Impossível**.



## DISCUSSÃO DE UM SISTEMA $n \times n$

Quando  $D \neq 0$ , o Sistema é *Possível e Determinado* (SPD), não importando o valor que cada um dos demais determinantes assumam.

.



Quando  $D=0$  e  $D_1 = D_2 = D_3 = \dots D_n = 0$ , o Sistema é *Possível e Indeterminado* (SPI).





Quando  $D=0$  e pelo menos um dos demais determinantes é diferente de zero, o Sistema é *Impossível*.