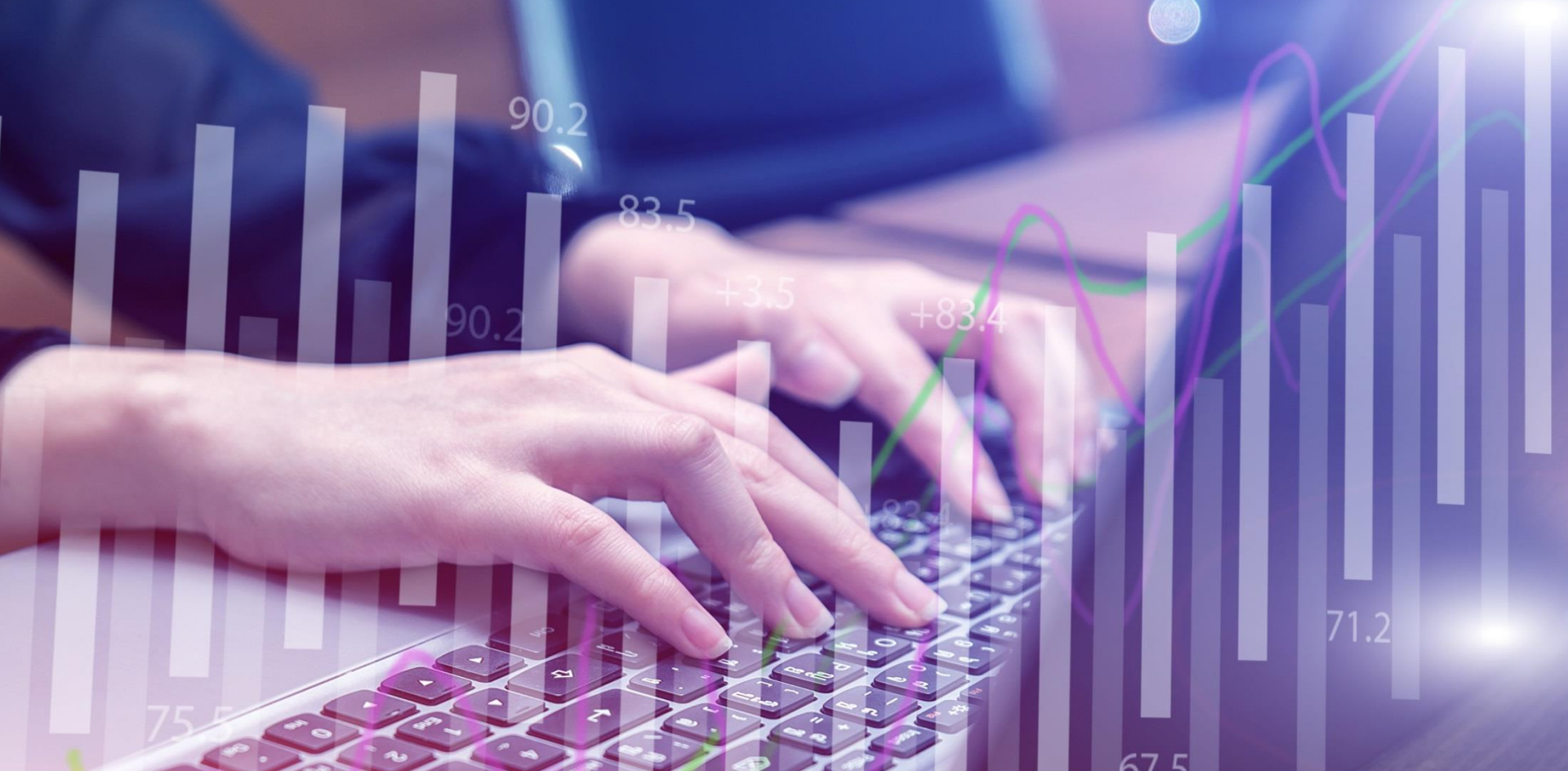




MÓDULO (M2): Gestão de Carteiras I



7.1 Teoria Moderna de Carteiras

Teoria de Finanças Tradicional

Introdução

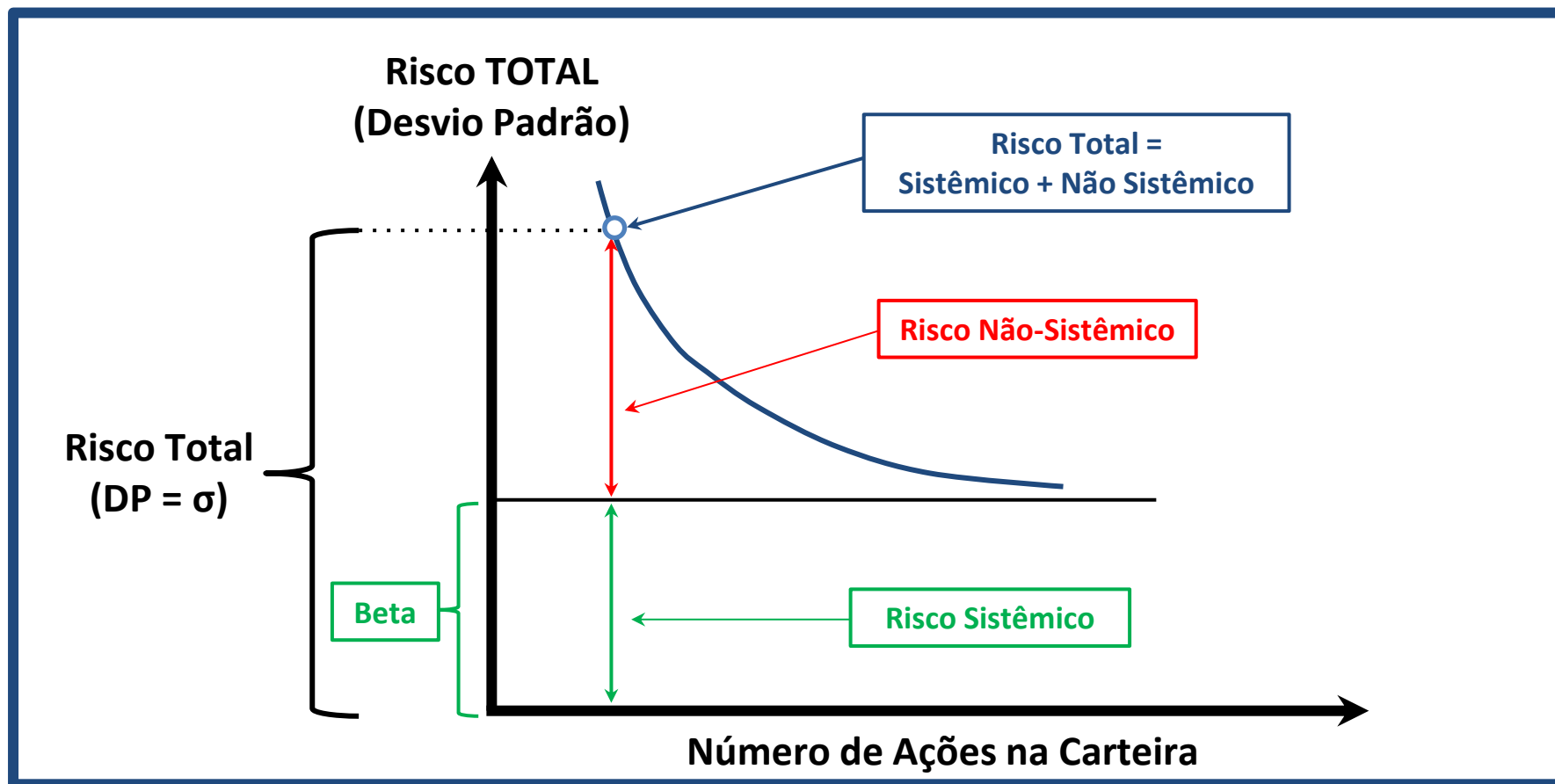
A Teoria de Finanças Tradicional, também conhecida como Teoria Moderna de Portfólio, leva em consideração que os mercados financeiros são eficientes e os investidores tomam decisões racionais (se o investidor tiver que escolher entre 2 portfólios com o mesmo nível de retorno esperado, ele escolherá o portfólio que possui o menor risco). Desta forma, os investidores possuem 3 características:

- **Aversão ao risco**: minimizar risco e maximizar retornos.
- **Expectativas racionais**: as avaliações e projeções do investidor refletem toda a informação relevante disponível. Assim, o investidor sempre analisará o risco x retorno de cada investimento.
- **Integração dos seus investimentos**: o investidor avalia os seus investimentos como um todo (contexto da carteira) e não ativo por ativo. Desta forma, o investidor busca pela diversificação da carteira de investimentos (reduzindo o risco não sistêmico).

Portanto, a Teoria de Finanças Tradicional de Markowitz, tem como base o postulado da racionalidade, assumindo que os indivíduos processam corretamente as informações quando tomam decisões, sem envolvimento emocional.

Risco Sistemico e Risco Não Sistemico

No gráfico abaixo, percebemos que quanto mais ativos tivermos na carteira, menor será o risco total da mesma. Este é o chamado benefício da “Diversificação”.



Risco Sistemico e Risco Não Sistemico

Podemos destrinchar o risco total de um investimento, dois grandes grupos, que são chamados de:

- **Risco sistemico (risco NÃO DIVERSIFICÁVEL)**: Ele é o risco gerado pelos sistemas econômico, político e social, no qual impacta a economia como um todo. Suas principais características são:
 - Mensurado pelo Beta;
 - Não pode ser evitado pela diversificação dos ativos;
 - Exemplos: impeachment, grandes mudanças na taxa de juros ou câmbio.
- **Risco não-sistemico (risco DIVERSIFICÁVEL ou próprio)**: Este é o risco individual do ativo ou do seu setor. Suas principais características são:
 - Pode ser diminuído com a elaboração de uma carteira com diversos ativos com Coeficiente de Correlação menores que +1;
 - Exemplos: risco de crédito ou de liquidez de uma companhia.
- **RISCO TOTAL (Risco Sistemico + Risco Não Sistemico)**: O risco total de uma carteira (ou de um ativo) é medido pelo desvio-padrão. Ele pode ser considerado também como a soma do “Risco Sistemico” com o “Risco não-sistemico”.

Conceito

O Beta é uma medida de risco sistêmico que calcula a volatilidade de determinado ativo em relação ao risco de mercado. Ele mede a sensibilidade deste ativo em relação aos fatos sistêmicos que ocorrem no mercado financeiro, como por exemplo, qual será o impacto na oscilação do preço da ação por fatos como pandemias, impeachment, guerras,...

Como os eventos sistêmicos (positivos e negativos) atingem o mercado como um todo, dizemos que uma carteira teórica de ações (no Brasil, o Ibovespa), possui Beta igual a 1 e com isso, podemos interpretar o resultado do Beta de uma ação da seguinte forma:

- Beta **IGUAL** a 1: oscilará com a mesma intensidade que o mercado.
- Beta **MAIOR** que 1: oscilará com mais intensidade que o mercado.
- Beta **MENOR** que 1: oscilará com menos intensidade que o mercado.

❑ Fórmula:

$$\beta_{(a)} = \frac{COV_{(a,m)}}{VAR_{(m)}} \quad \text{ou} \quad \beta_{(i)} = \left(\frac{DP_{(a)}}{DP_{(m)}} \right) \times Coef_{(a,m)}$$

Em finanças, a teoria do Mercado Eficiente se refere que todas as informações já estão refletidas nos preços dos ativos, ou seja, não existe ativo barato ou caro. Desta forma, a teoria diz que é **impossível obter um rendimento acima** do retorno esperado, nem mesmo utilizando de análise técnica, análise fundamentalista ou de informação privilegiada. No entanto, dentro desta hipótese, há três formas de eficiência do mercado. São elas:

- **Eficiência Fraca;**
- **Eficiência Semi-Forte;**
- **Eficiência Forte.**

Analisando como um todo, a teoria do Mercado Eficiente entende que não há lacuna entre os fatos e o conhecimento dos investidores para que os preços sejam reajustados. Com isso, os adeptos a esta teoria acreditam que faz mais sentido fazer investimentos de forma passiva (por exemplo, fundos atrelados a um benchmark), do que de forma ativa, vide que a segunda sempre gera maiores custos.

Premissas

Como todo princípio, devemos levar em consideração algumas premissas para estes estudos. As premissas para o Mercado ser Eficiente são:

- A informação surge de forma independente e torna-se rapidamente disponível para todos os participantes, a baixo ou nenhum custo.
- As informações são homogêneas e entram no mercado de maneira aleatória.
- O mercado funcionará em concorrência perfeita.
- Os custos de transação, tais como comissões, corretagens e impostos, são considerados como inexistentes.
- Investidores são racionais: maximizam a utilidade de suas riquezas.
- Preços ajustam rapidamente a novas informações.
- O mercado possui plena liquidez, continuidade de preço e profundidade.

Formas de Eficiência do Mercado

Conforme citado, as três formas de eficiência são:

- **Forma Fraca**: Os preços refletem somente as informações públicas disponíveis. Desta forma, os retornos passados não ajudam a prever retornos futuros, fazendo com que não seja possível ter retornos em excesso utilizando análise técnica; somente é possível com análise fundamentalista e informação privilegiada.
- **Forma Semi-forte**: Engloba a Forma Fraca, mas sugere que as novas informações públicas são absorvidas instantaneamente, mas as privadas não. Assim sendo, o investidor não consegue ter retornos em excesso utilizando as estratégias de análise fundamentalista ou técnica, apenas com informação privilegiada.
- **Forma Forte**: Engloba a Forma Semi-Forte e ainda afirma que as novas informações privadas são absorvidas instantaneamente, ou seja, os preços refletem automaticamente todos os tipos de informação. Com isso, o investidor não consegue ter retornos em excesso, nem mesmo utilizando de informações privilegiadas.

Teoria da Utilidade Esperada

Aplicação no Mercado de Capitais

O conceito de Teoria da Utilidade Esperada, que diz que o consumidor deseja ter a maior quantidade de consumo de Produtos & Serviços disponíveis para a sua renda, também pode ser aplicada no mercado de capitais (nas combinações de risco e retorno do investidor). No entanto, ao invés de maximizar todas as variáveis da cesta de combinações de Produtos & Serviços, como diz a Teoria da Utilidade Esperada, nos investimentos o investidor racional procura **AUMENTAR O RETORNO** e **DIMINUIR O RISCO**. Desta forma, as curvas serão côncavas no plano retorno em função do risco, podendo ser sintetizados os três perfis do API:

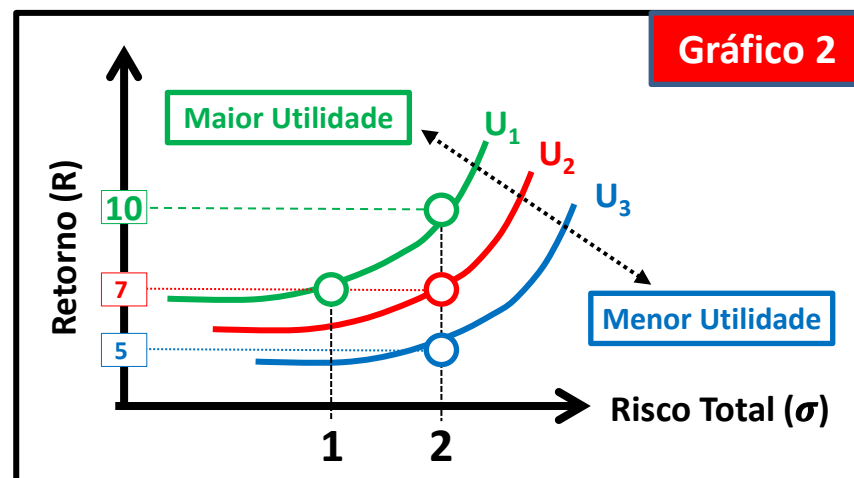
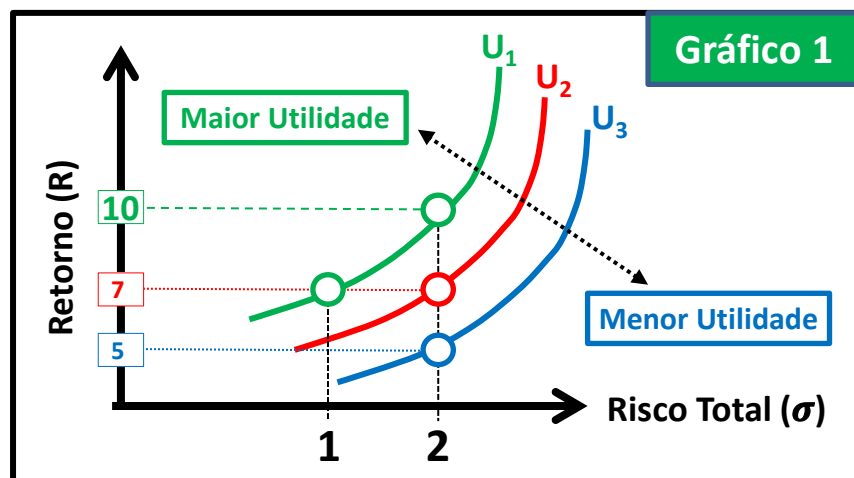
- **Conservador (Averso ao risco)**: conforma-se com retornos mais limitados, em troca do conforto da segurança;
- **Arrojado (Propenso ao risco)**: aceita ter mais risco em troca de melhores resultados financeiros;
- **Moderado (Neutro ao risco)**: uma mescla entre os dois anteriores.

O grau de aversão ao risco de cada investidor é representado pela sua função de utilidade, implicando em uma relação positiva entre retorno e risco.

Teoria da Utilidade Esperada

Aplicação no Mercado de Capitais

Aplicando a teoria no mercado de capitais, temos os produtos financeiros disponíveis dos segmentos dos bancos (U1 = private; U2 = alta renda; e U3 = varejo). Desta forma, as curvas mais acima, possuem uma relação risco x retorno melhor que as curvas mais abaixo. Já em relação ao perfil de risco de um investidor, esta é uma análise baseada na inclinação das curvas do gráfico. Assim, podemos perceber que investidores que possuem um comportamento do gráfico 1, são muito mais avessos ao risco, que investidores do gráfico 2, pois no **Gráfico 1** exige-se um retorno maior para cada nível de risco adicionado comparado com o **Gráfico 2**. Assim, percebemos que o perfil do cliente é baseado na inclinação e a utilidade está na sua devida altura (acesso a produtos de investimentos).



Princípio da Dominância

Conceito

Quando analisamos investimentos, basicamente consideramos apenas RISCO e RETORNO, e desta forma, você já deve ter escutado alguma vez que “quanto maior o risco, maior o retorno”. No entanto, nem sempre os investimentos encontrados no dia apresentam esta relação de maior o risco, maior o rendimento que o investidor terá. Com isso, surge o conceito do “PRINCÍPIO DA DOMINÂNCIA”.

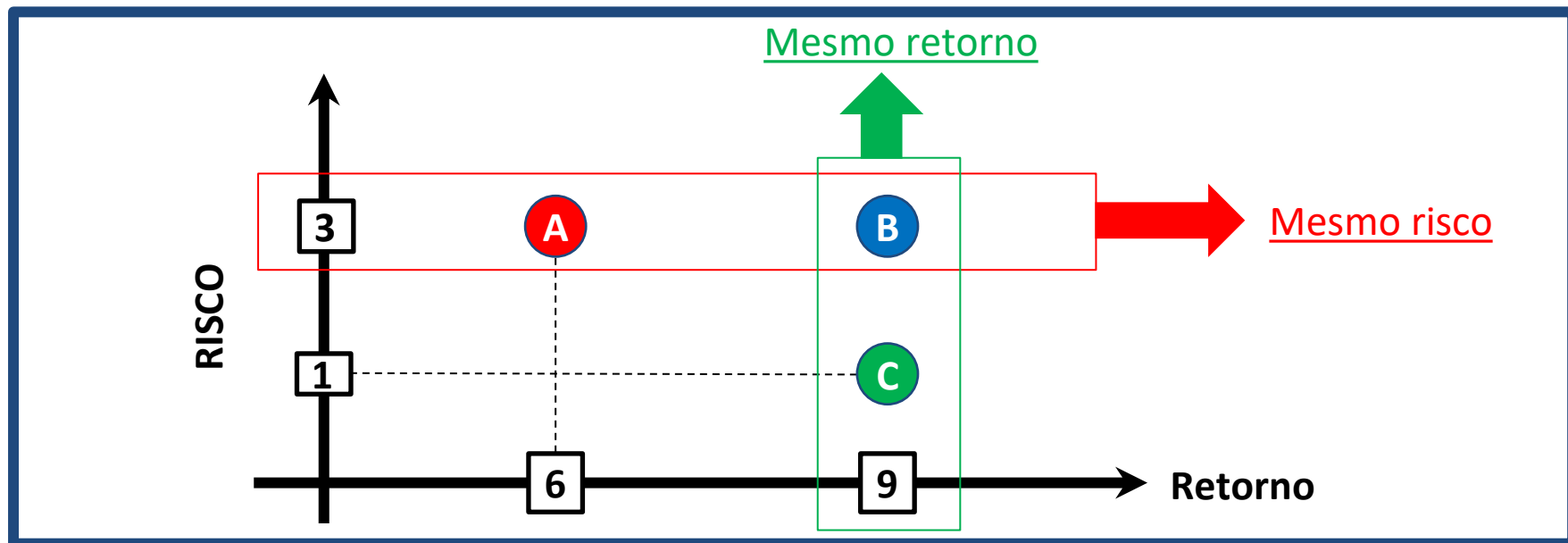
O PRINCÍPIO DA DOMINÂNCIA, em resumo, diz que quando temos a nossa disposição DOIS investimentos com o MESMO RISCO, escolhemos aquele que tem o MAIOR RETORNO. Já quando os investimentos disponíveis apresentam o MESMO RETORNO, optamos pelo que apresentam o MENOR RISCO.

O conceito de risco aqui poderá ser: liquidez do investimento (prazo nas renda fixa; por exemplo, um CDB com carência de 12 meses, deverá render mais que um CDB com carência de 1 mês, da mesma instituição); o risco de crédito (um devedor ruim, deve pagar mais juros que um bom pagador de dívidas); ou até mesmo a volatilidade do investimento (desvio padrão do ativo), já que é uma métrica de risco total.

Princípio da Dominância

Gráfico

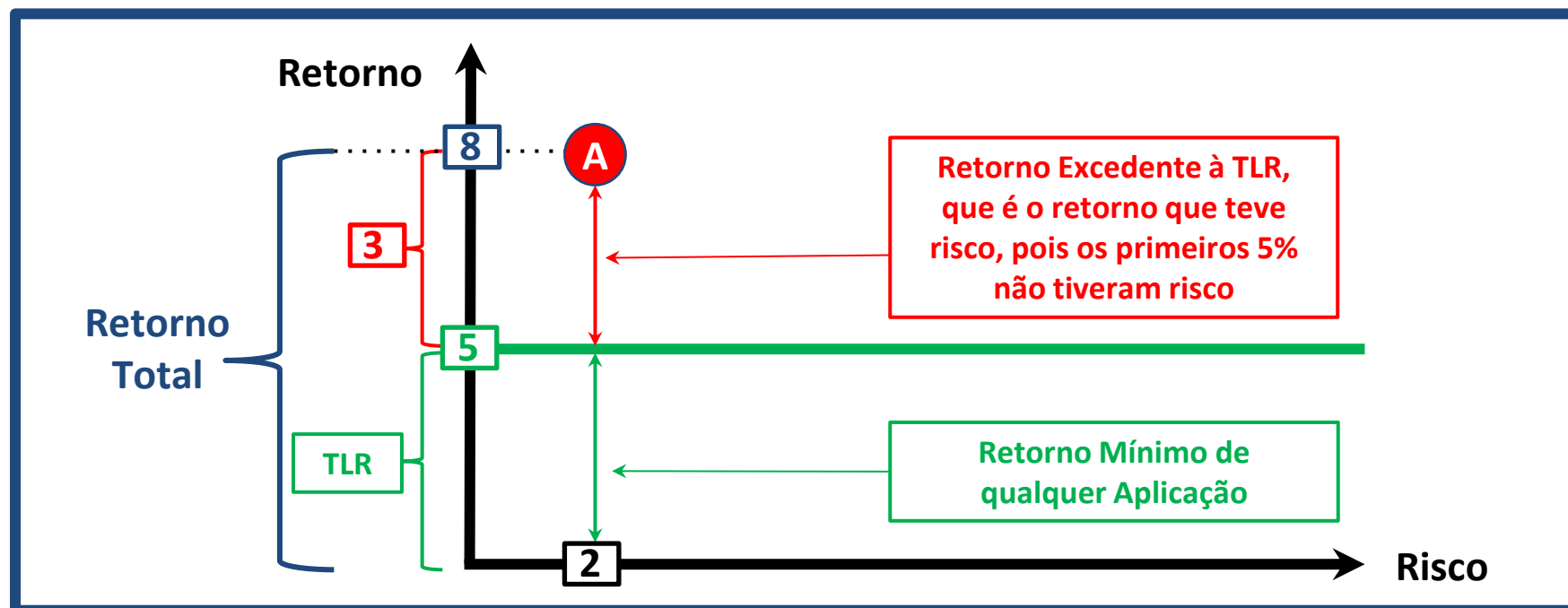
Analizando o gráfico abaixo, no qual possuí três Ativos (A, B e C), temos a seguinte situação: Ativo A e Ativo B com mesmo risco (igual a 3); e Ativo B e Ativo C com o mesmo retorno (igual a 9). O importante de perceber aqui, é que não faz sentido investir no Ativo A, tendo a possibilidade de investir no Ativo B, pois os dois apresentam o mesmo risco, mas o Ativo B apresenta um retorno maior. Desta forma, dizemos que B “preDOMINA” sobre o Ativo A. Da mesma forma, o Ativo C predomina sobre o Ativo B, já que os dois possuem o mesmo retorno, mas o Ativo C apresente um risco menor.



Princípio da Dominância

Retorno Excedente

O **RETORNO EXCEDENTE** à taxa livre de risco do país (TLR), é a parte do rendimento do ativo que foi gerado por causa do risco do ativo, sendo esta parte a ser utilizada nas nossas Medidas de Performance. Por exemplo, um ativo teve retorno total de 8%. No entanto, a TLR estava em 5%. Assim, o **RETORNO EXCEDENTE** foi de 3%. São estes 3% que serão analisados com o risco que a carteira teve no período (risco 2, conforme gráfico abaixo), pois os primeiros 5% o investidor teria aplicando em um ativo sem risco (TLR).



Modelos de Precificação de Ativos

Conceitos

Dentro dos modelos de precificação de ativos, estudaremos os seguintes:

- **Fronteira Eficiente (Markowitz)**: Risco total sem a inclusão do ativo livre de risco.
- **CML (Capital Market Line)**: Risco total com a adição do ativo livre de risco.
- **SML (Security Market Line)**: Mudança do tipo de risco no qual será utilizado nas análises. Agora, não utilizaremos mais o risco total (desvio padrão), mas sim o risco sistêmico do ativo (Beta). Este cálculo será realizado através do modelo CAPM.
- **APT (Arbitrage Pricing Theory)**: Modelo que utiliza diversos fatores de risco, utilizando o risco Beta de cada um destes fatores

Fronteira Eficiente de Markowitz

Conceito

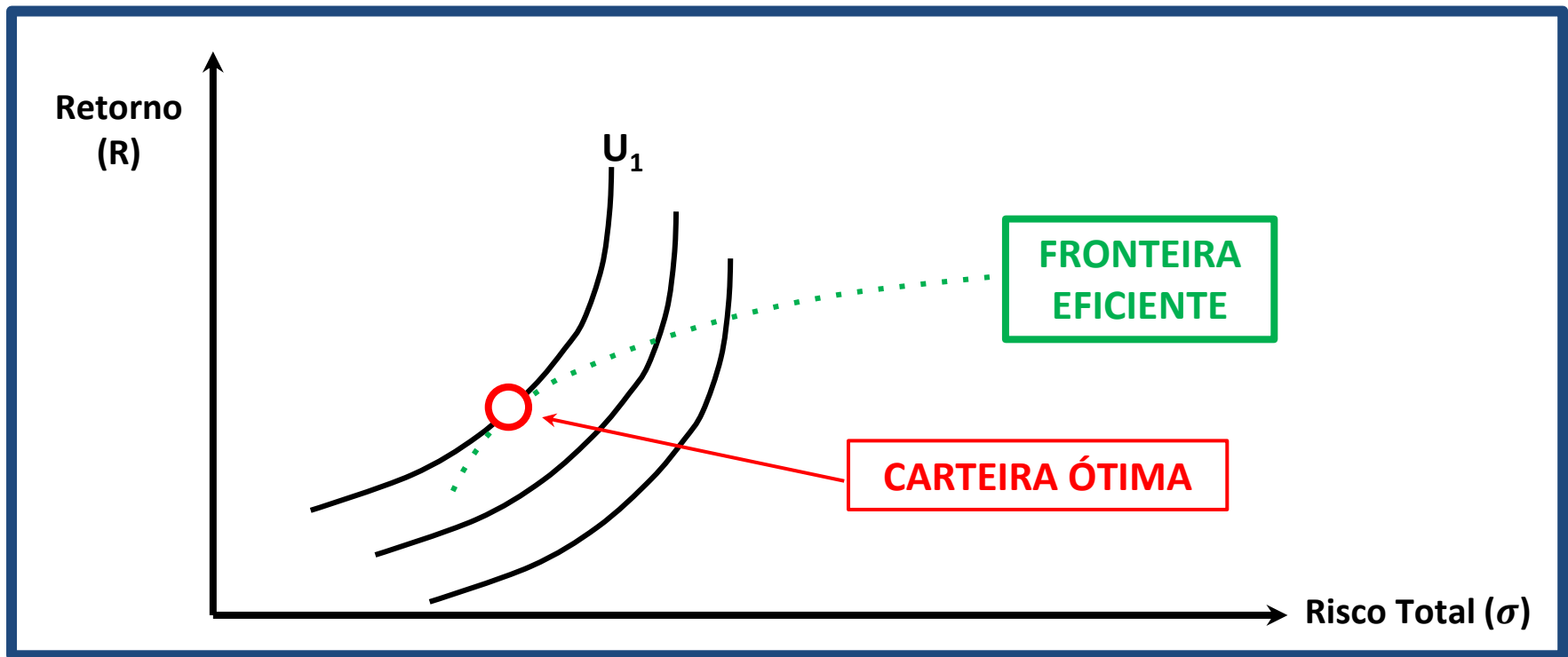
Para atender à exigência do investidor avesso a riscos, uma opção é diversificar a carteira de investimentos, conforme velho ditado: “não coloque todos os ovos na mesma cesta”. Porém, para termos uma diversificação mais eficiente, deve-se construir uma carteira de investimentos no qual os ativos tenham comportamentos inversos com as notícias financeiras, ou seja, sejam inversamente correlacionados. Desta forma, deve se analisar o coeficiente de correlação entre os ativos (valor que varia entre -1 e +1, e quanto menor for o número, mais diversificada será), vide exemplo dado de petrolíferas & empresas aéreas no capítulo de estatística.

Em meados da década de 50, Harry Markowitz provou que existe uma fronteira que é formada por infinitas carteiras, onde se tem o maior retorno possível com o mesmo nível de risco, ou no qual se atinge o menor risco com o mesmo nível de retorno (princípio da Dominância). Esta fronteira é denominada de **FRONTEIRA EFICIENTE de Markowitz** e seu entendimento é o mesmo da Teoria da Utilidade Esperada: pontos abaixo da fronteira eficiente não são interessantes para o investidor e pontos acima da fronteira, ele não tem acesso.

Fronteira Eficiente de Markowitz

Carteira Ótima

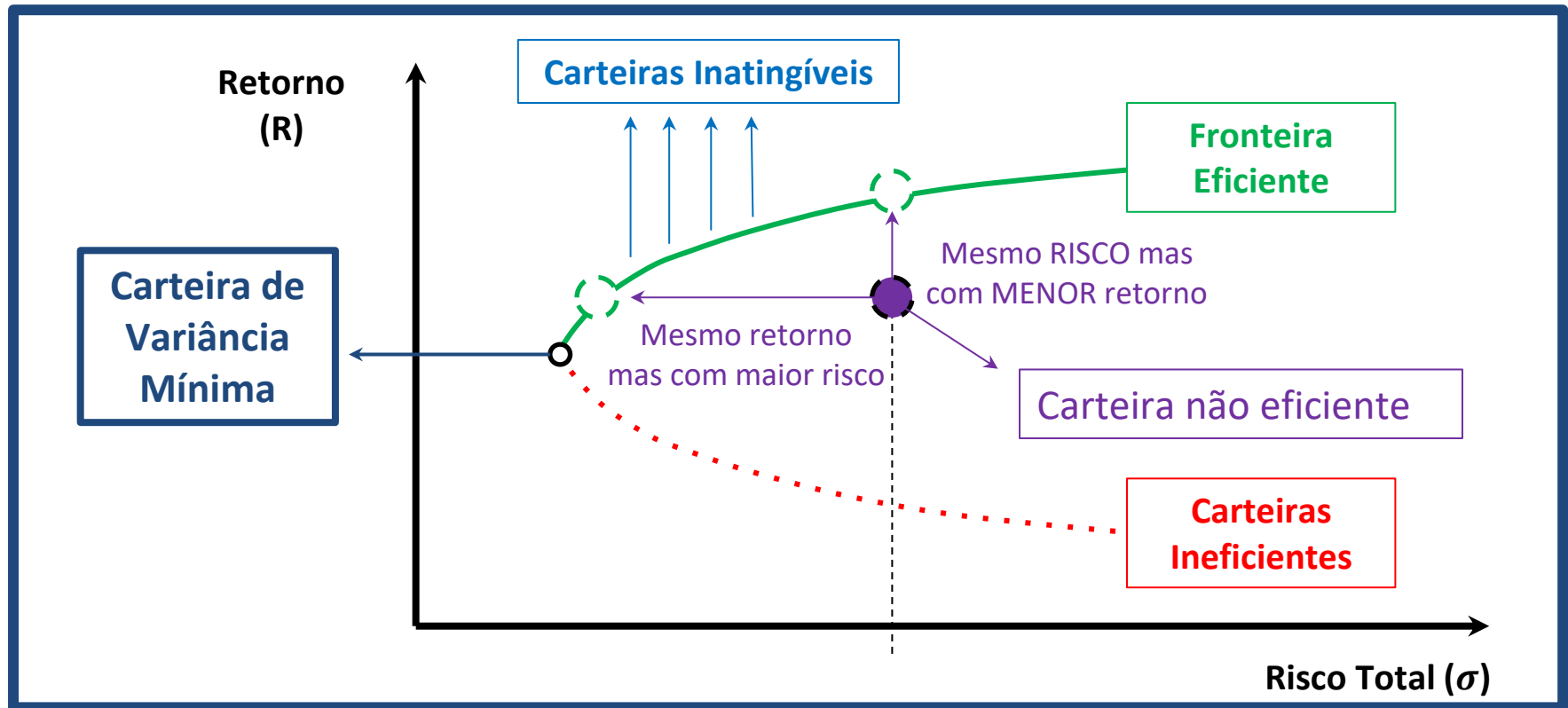
A escolha da Carteira Ótima é determinada pelo ponto em que a curva de investimento tangencia sua mais alta curva de indiferença, combinando assim, as carteiras otimizadas possíveis com o perfil do investidor. Portanto, será a com melhor risco x retorno dentro do perfil de risco do investidor e das suas possibilidades de escolha.



Fronteira Eficiente de Markowitz

Gráfico

Podemos notar que pontos abaixo da linha verde são carteiras consideradas ineficientes, pois o investidor terá na **Fronteira Eficiente**, opções melhores. Já acima, são opções inatingíveis.



Fronteira Eficiente de Markowitz

Cálculo do Risco de 2 Ativos

Conforme demonstrado no gráfico anterior, toda carteira de investimentos possui um ponto na fronteira eficiente com o menor risco possível (menor desvio padrão com um dado retorno, chamado de Carteira de Variância Mínima). Pontos abaixo da fronteira eficiente, são chamados de Carteiras Ineficientes, já que não fazem sentido tendo outra alternativa com o mesmo risco e com maior retorno.

Markowitz chegou nesse resultado, através de uma fórmula matemática (que será dada na prova!), no qual leva em consideração peso de cada ativo (W), o risco total de cada ativo (mensurado pelo Desvio Padrão, que possui o símbolo σ) e o risco interligado dos dois ativos (o coeficiente de correlação – ϑ).

❏ FÓRMULA:

$$\sigma_{(a,b)} = \sqrt{W_a^2 \times \sigma_a^2 + W_b^2 \times \sigma_b^2 + 2W_a W_b \times \sigma_a \sigma_b \vartheta}$$

Fronteira Eficiente de Markowitz

Exemplo: Cálculo do Risco de 2 Ativos

Suponha que duas ações possuem um coeficiente de correlação igual a -1. A ação A tem um desvio padrão de 10% e a ação de B de 13%. Se o peso de A na carteira for 75% e de B 25%, o desvio-padrão da carteira será:

■ **RESPOSTA:** Para calcularmos o desvio padrão da carteira, devemos aplicar a seguinte fórmula (que será dada na prova):

$$\blacksquare DP_{(a,b)} = \sqrt{W_a^2 \times \sigma_a^2 + W_b^2 \times \sigma_b^2 + 2W_aW_b \times \sigma_a\sigma_b \times \vartheta_{ab}}$$

$$\blacksquare DP_{(a,b)} = \sqrt{(0,75)^2 \times (0,10)^2 + (0,25)^2 \times (0,13)^2 + 2(0,75)(0,25) \times (0,10)(0,13) \times (-1)}$$

$$\blacksquare DP_{(a,b)} = \sqrt{(0,005625) + (0,001056) - (0,00488)}$$

$$\blacksquare DP_{(a,b)} = \sqrt{(0,001806)}$$

$$\blacksquare \textbf{DP}_{(a,b)} = \textbf{0,0425 ou 4,25\%}$$

Covariância

A **Covariância** é uma medida estatística para entendermos como uma variável (ATIVO A) se comporta em relação a outra variável (ATIVO B). Quando a covariância é positiva, duas variáveis tendem a variar na mesma direção. Já quando a covariância é negativa, as devidas variáveis tendem a variar em direção oposta. Variáveis independentes (que não possuem nenhuma correlação) têm covariância igual a zero.

Por exemplo, o aumento do preço do petróleo é benéfico para as Petrolíferas (vendem petróleo), mas prejudicial ao lucro das empresas aéreas (custo do combustível). Desta forma, quando o preço do petróleo aumenta, as ações da Petrobrás tendem a valorizar e as ações da companhia aéreas tendem a desvalorizar. Caso o petróleo diminua de valor, as ações da Petrobrás tendem a desvalorizar e as ações das companhias aéreas tendem a valorizar. Podemos demonstrar isto pelo cálculo da Covariância:

- A Covariância entre Petróleo-Petrobras é **POSITIVA (andam na mesma direção)**
- A Covariância entre Petróleo-CIA Aéreas é **NEGATIVA (andam em direção opostas)**

A grosso modo podemos dizer que “**Variância** de um Ativo com seu COmpañheiro” é a **COvariância**, ou seja, o risco interligado de dois ativos.

Fronteira Eficiente de Markowitz

Coeficiente de Correlação (ρ)

No entanto, a covariância possui dois problemas:

- (1) Seus valores não são padronizados, variando de menos infinito a mais infinito;
- (2) Não é possível comparar a relação linear de dois grupos com unidades distintas.

Assim, Karl Pearson (ρ) corrigiu o problema da Covariância, conseguindo transformar estes números em uma nova variável que SEMPRE irá variar de **-1** até **+1**, chamada de “Coeficiente de Correlação”. O sinal indicará se há uma relação direta ou inversa entre as variáveis e o número a intensidade (quanto mais próximo de “1”, maior a correlação linear).

Por exemplo, duas variáveis X e Y que possuam os seguintes Coeficientes de Correlação:

- X e Y possuem (ρ) = **+1**: Se X aumentar 10%, Y AUMENTARÁ 10%;
- X e Y possuem (ρ) = **-1**: Se X aumentar 10%, Y DIMINUIRÁ 10% (lados opostos).
- X e Y possuem (ρ) = **0**: Se X aumentar 10%, Y não terá NENHUMA relação, irá se movimentar independentemente uma da outra.
- X e Y possuem (ρ) = **+0,3**: Se X diminuir 10%, Y DIMINUIRÁ 3%.

Fronteira Eficiente de Markowitz

Covariância e Coef (ρ)

Quando estamos tratando de gestão de risco nas carteiras de investimentos, desejamos adquirir ativos que se comportem o mais inverso possível e estas variáveis servem para isso. Voltando ao nosso exemplo com Petrolíferas, mesmo que as empresas sejam muito bem administradas, gerando bons lucros, o valor das suas ações sempre estão diretamente relacionadas a cotação do petróleo. Se o mesmo, se desvalorizar, as ações irão se desvalorizar. Desta forma, é muito interessante para diminuir o “risco de petróleo”, adquirir ativos que sejam beneficiados com a queda do valor desta commodities, como por exemplo, companhias aéreas. Para isso, analisamos o Coeficiente de Corre

Por exemplo, vejamos como duas carteiras se comportariam com o petróleo caindo 10%, estimando Coef (Petrobrás, Petróleo) = **+1**; e Coef (LATAM; Petróleo) = **-1**.

	Ativo	Valor Inicial	Prejuízo/ Lucro	Resultado Final
CARTEIRA (A)	100% Petrobrás	R\$ 100.000	- R\$ 10.000 (-10%)	R\$ 90.000
CARTEIRA (B)	50% Petrobrás	R\$ 50.000	- R\$ 5.000 (-10%)	R\$ 100.000
	50% LATAM	R\$ 50.000	+R\$ 5.000 (+10%)	

Fronteira Eficiente de Markowitz

Covariância e Coef (ρ): Fórmulas

Agora que sabemos os conceitos de Covariância e de Coeficiente de Correlação, entraremos nas fórmulas, lembrando sempre que quando tratarmos de População deve ser dividido por “N termos” e quando tratarmos de Amostra, deve-se dividir por “N – 1”.

❑ **Covariância:** A covariância poderá ser calculada através de duas maneiras:

$$\text{➤ (1) } COV(X,Y) = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X}) \times (Y_i - \bar{Y})}{n}; \quad \text{ou} \quad \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X}) \times (Y_i - \bar{Y})}{n-1};$$

$$\text{➤ (2) } COV(X,Y) = DP(X) \times DP(Y) \times Coef(X,Y); \text{ quando se tem o Coeficiente.}$$

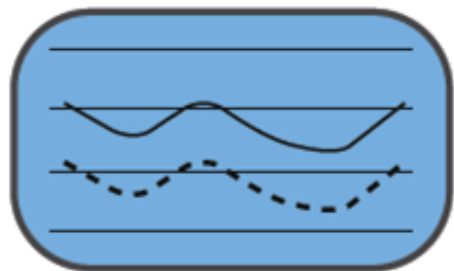
❑ **Coeficiente de Correlação:** O coeficiente de correlação é calculado através:

$$Coef(X,Y) = \frac{COV(X,Y)}{DP(x) \times DP(y)}$$

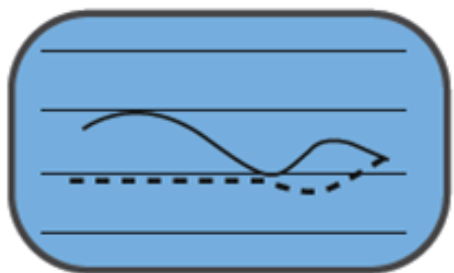
Fronteira Eficiente de Markowitz

Coeficiente de Correlação: Gráfico

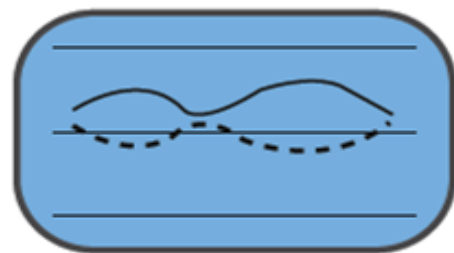
Para enxergarmos essa relação, vejamos os gráficos abaixo com suas devidas explicações:



➤ **Coef (a,b) = +1:** Quando o coeficiente de correlação for igual a “+1”, percebemos que as duas variáveis estarão se movendo na mesma direção e na mesma intensidade. Ou seja, quando um cai, a outra também cai e quando uma sobe, a outra também sobe.



➤ **Coef (a,b) = 0:** Quando o coeficiente de correlação for igual a “0”, percebemos que as duas variáveis estarão se movendo sem nenhuma correlação, independente uma da outra (como se elas tivessem vidas próprias). Importante ressaltar que mesmo o coeficiente sendo zero, há diversificação da carteira de investimentos.



➤ **Coef (a,b) = - 1:** Quando o coeficiente de correlação for igual a “-1”, percebemos que as duas variáveis estarão se movendo em direções opostas, porém, na mesma intensidade. Ou seja, quando um cai, a outra sobe e quando uma sobe, a outra cai.

Fronteira Eficiente de Markowitz

Covariância e Coef(ρ): Resumo

Os principais pontos da Covariância e do Coeficiente de Correlação são:

- Quanto menor for o Coeficiente de Correlação, maior o benefício da diversificação que este ativo estará gerando a carteira de investimentos;
- São variáveis para demonstrar o risco entre ativos e não o risco de cada ativo. Portanto, eles diminuem o Risco Não-Sistêmico, também chamado de Risco Diversificável;
- A Covariância nos dirá “somente” se os ativos se movimentam para a mesma direção ou para direções contrárias;
- O Coeficiente de Correlação nos dirá a direção e a intensidade de como os ativos se relacionam;
- Todo ativo que possuir Coeficiente de Correlação MENOR que +1, diversificará a carteira de investimentos;
- Ativos com Coeficiente igual a ZERO, diversificam a carteira. No entanto, não se sabe o que irá ocorrer entre eles.

Fronteira Eficiente de Markowitz

Retorno Esperado de 2 Ativos

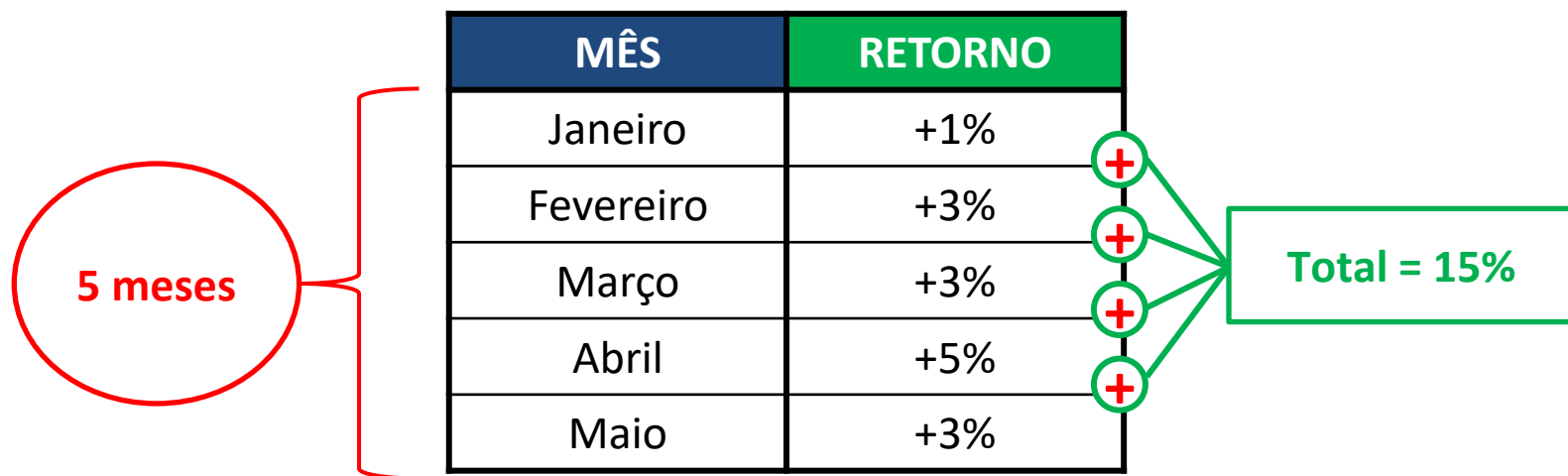
Já o retorno da carteira de dois ativos, é utilizado o cálculo de média e para fazermos o cálculo da média, primeiro precisamos compreender que a média poderá ser de dois tipos:

- **Média Aritmética Simples**: quando todos os dados possuem a mesma relevância, ou seja, o mesmo peso. Exemplo: aplicar em quatro ativos diferentes, mas com o mesmo valor financeiro. Desta forma, para fazer o seu cálculo devemos somar todos valores do grupo de dados e dividir pela quantidade total de números.
- **Média Aritmética Ponderada**: quando os dados do grupo analisada possuam relevâncias diferentes, ou seja, pesos diferenças. Por exemplo, um cliente aplicar valores diferentes em diversos investimentos. Desta forma, para fazer o seu cálculo devemos levar em consideração o peso de cada um dos dados. Este cálculo será apresentado adiante.

Fronteira Eficiente de Markowitz

Média Simples: Exemplo

Rafael é seu cliente no banco e deseja saber qual foi o retorno médio da sua aplicação financeira no Fundo de investimentos “A”. Analisando os dados abaixo, o que você diria?










MÊS	RETORNO
Janeiro	+1%
Fevereiro	+3%
Março	+3%
Abril	+5%
Maio	+3%

Para fazer o cálculo da média, devemos somar todos os meses e dividir pela quantidade de meses, ou seja $(1 + 3 + 3 + 5 + 3 = 15)$ e dividir este valor por 5. Desta forma, a média do retorno do fundo aplicado pelo Rafael, foi de 3% ao mês. É como se cada mês tivesse tido um retorno de 3%, ao invés de ter tido as devidas rentabilidades.

Fronteira Eficiente de Markowitz

Média Simples: HP 12C

Para calcular o conjunto anterior (+3%, +1%, +3%, +3%, +5%) na HP 12C, devemos seguir os seguintes passos:

FLUXO		TECLA		MOTIVO	Visor
1		[Σ +]		1º número do grupo	Número 1
3		[Σ +]		2º número do grupo	Número 2
3		[Σ +]		3º número do grupo	Número 3
5		[Σ +]		4º número do grupo	Número 4
3		[Σ +]		5º número do grupo	Número 5
Média			 	Média	3%

A tecla [Σ +]
serve para adicionar um número em um grupo estatístico, sendo avisado no visor, quantos números esse grupo tem no momento.

Fronteira Eficiente de Markowitz

Média Ponderada: Exemplo

Rafael investiu R\$ 100 mil em 4 ações, investindo valores diferentes em cada uma delas. No último mês, ele viu que estas empresas tiveram retornos diferentes, sendo eles 1%, 2%, 3% e 4%. Desta forma, quando ele fez a média do retorno ($1 + 2 + 3 + 4$, totalizando 10%, divididos por 4), percebeu que o retorno calculado foi de 2,5%, mas o lucro gerado pelas empresas foi de apenas R\$ 2.000,00, ou seja, de 2%. Por quê?

Ativo	Retorno	Valor Investido	Lucro
Banco do Brasil	+4,00%	R\$ 10.000,00	R\$ 400,00
Itaú	+3,00%	R\$ 20.000,00	R\$ 600,00
Bradesco	+2,00%	R\$ 30.000,00	R\$ 600,00
Santander	+1,00%	R\$ 40.000,00	R\$ 400,00








Lucro:
R\$ 2.000,00

❑ **RESPOSTA:** Quando Rafael dividiu os retornos por 4, ele calculou a média simples. Porém, os retornos possuem pesos diferentes (por exemplo, Itaú possui um peso de 20%, pois foi investido R\$ 20 mil do total de R\$ 100 mil). O que deveria ser feito é multiplicar o peso de cada ativo pelo retorno e somar todos os valores, gerando os 2% de média.

Fronteira Eficiente de Markowitz

Média Ponderada: HP 12C

Para calcular o conjunto anterior na HP 12C, devemos lançar “quem desejamos” clicar em [ENTER] e depois lançar “quem é o peso”. Neste caso, “quem desejamos” é o retorno [%] e “quem é o peso” é o valor financeiro investido.

FLUXO			TECLA		MOTIVO	VISOR
4	ENTER	10.000	[Σ+]		1º número do grupo	Número 1
3	ENTER	20.000	[Σ+]		2º número do grupo	Número 2
2	ENTER	30.000	[Σ+]		3º número do grupo	Número 3
1	ENTER	40.000	[Σ+]		4º número do grupo	Número 4
Média Ponderada					Média Ponderada	2,00%

Fronteira Eficiente de Markowitz

Retorno Esperado de 2 Ativos

Já para o retorno, Markowitz utilizou o cálculo do Retorno Esperado através da média ponderada. Desta forma, no exemplo anterior, no qual **“a ação A tem um desvio padrão de 10% e um retorno esperado de 11%. Já a ação de B possui um Desvio Padrão de 13% e um retorno esperado de 12%. Se o peso de A na carteira for 75% e de B 25%...”**, devemos utilizar somente os retornos, ignorando a informação do risco (desvio padrão).

☐ **RESPOSTA:** Para calcularmos o retorno esperado, basta multiplicar o retorno esperado de cada empresa pelo peso e somar, conforme tabela abaixo:

ATIVO	RETORNO ESPERADO	PESO	RETORNO PARA A CARTEIRA
Empresa A	+11,00%	75%	+ 8,25%
Empresa B	+12,00%	25%	+ 3,00%
RETORNO ESPERADO DA CARTEIRA →			+ 11,25%

CML – Capital Market Line

Adição do Ativo Livre de Risco

A introdução de um ativo livre de risco, cujo retorno chamaremos de TLR e que não tem correlação alguma com os outros títulos (covariância e correlação = 0), faz com que a antiga “fronteira eficiente” (uma curva) mude para uma RETA chamada Capital Market Line (CML), sendo desta forma, uma evolução da fronteira eficiente!

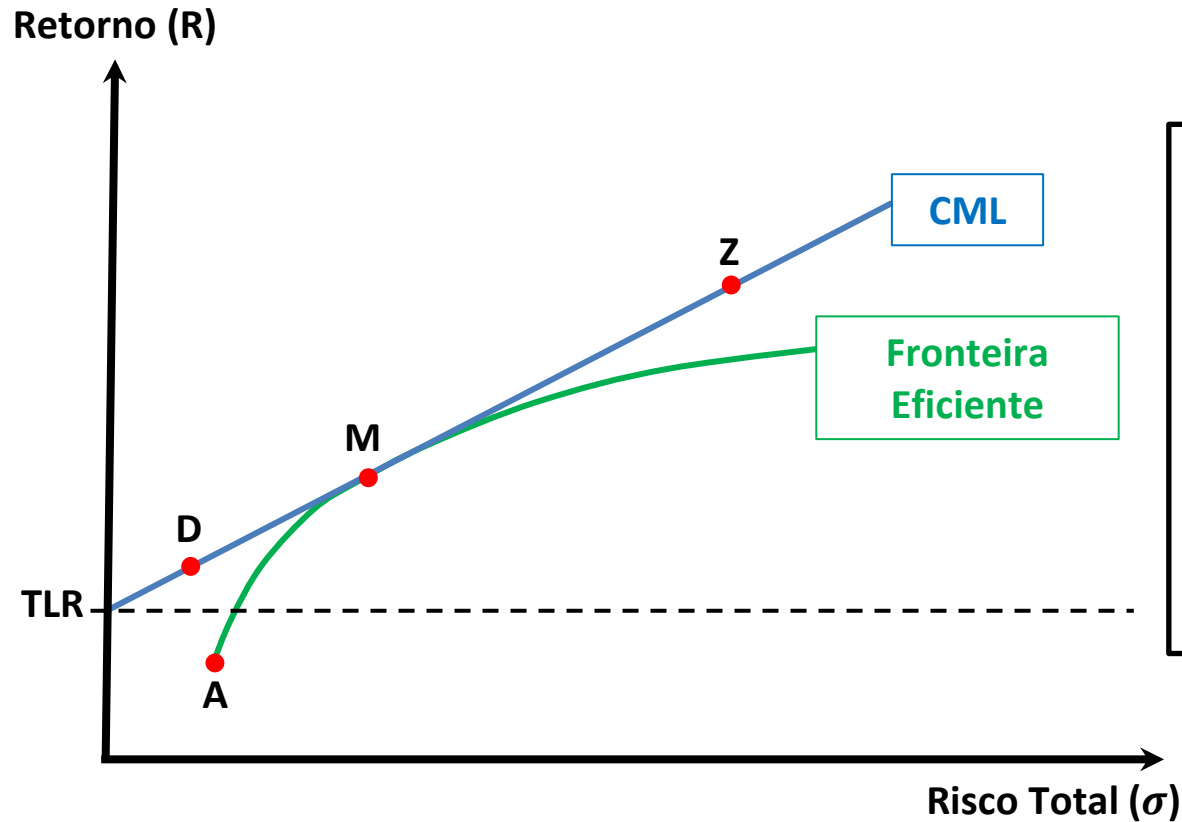
Conforme gráfico a seguir, a adição deste ativo livre de risco faz com esta reta em algum momento tangencie a “curva da fronteira eficiente” (ponto M), sendo este ponto uma carteira com 100% dos recursos investidos em ativos COM risco.

Carteiras a esquerda do ponto M não estão alocando todos os recursos em ativos com risco (emprestam dinheiro, já que estão investindo em renda fixa) e pontos a direita de M, estão tomando recursos emprestados para comprar mais ativos com risco (alavancados), vide que o somatório sempre deve ser 100%.

❑ **OBS:** A relação risco-retorno das carteiras na reta CML dominam aquelas na antiga fronteira eficiente.

CML – Capital Market Line

Gráfico



- Carteira D é preferível à A;
- D está emprestando parte dos seus recursos (menor risco que a carteira do mercado M);
- Z está alavancado.

A SML (Security Market Line) é a evolução da CML, já que compreendemos que quando uma carteira é muito bem diversificada, o risco total da carteira de investimentos, acaba sendo somente o risco sistêmico (o risco não-sistêmico acaba diluindo a zero). Com isso, não faz sentido calcularmos risco através de desvio padrão (risco total), mas sim, através do Beta (risco sistêmico). Portanto, a principal evolução do modelo CML para o SML é a medida de risco utilizada, já que:

- **CML:** usa **RISCO TOTAL** como medida de risco (medido pelo desvio padrão)
- **SML:** usa **RISCO SISTÊMICO** ou de mercado (medido pelo Beta – β).

Desta forma, a equação do retorno requerido (exigido) do investidor neste modelo vem através da **equação do CAPM (Capital Asset Pricing Model)**, que pode ser expressa de forma gráfica por meio de uma reta, onde definimos o retorno requerido por um ativo em função do beta, denominada de **Security Market Line (SML)**. A SML expressa o prêmio de risco (o cálculo da taxa de retorno requerida dos ativos em um mercado em equilíbrio) e enfatiza que o risco de um ativo é uma função do seu beta.

CAPM: Fórmula

O CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) é um modelo que mostra o retorno mínimo que um investidor aceitaria por investir em uma empresa levando em consideração risco sistemático (Beta) daquele ativo. A fórmula leva em consideração o mínimo que se deve ganhar no mercado financeiro, ou seja, Taxa Livre de Risco (R_f), acrescentado pelo retorno exigido pelo risco sistêmico da ação. Este modelo segue a premissa de aversão ao risco (quanto maior o risco, maior o retorno exigido)

❑ FÓRMULA:

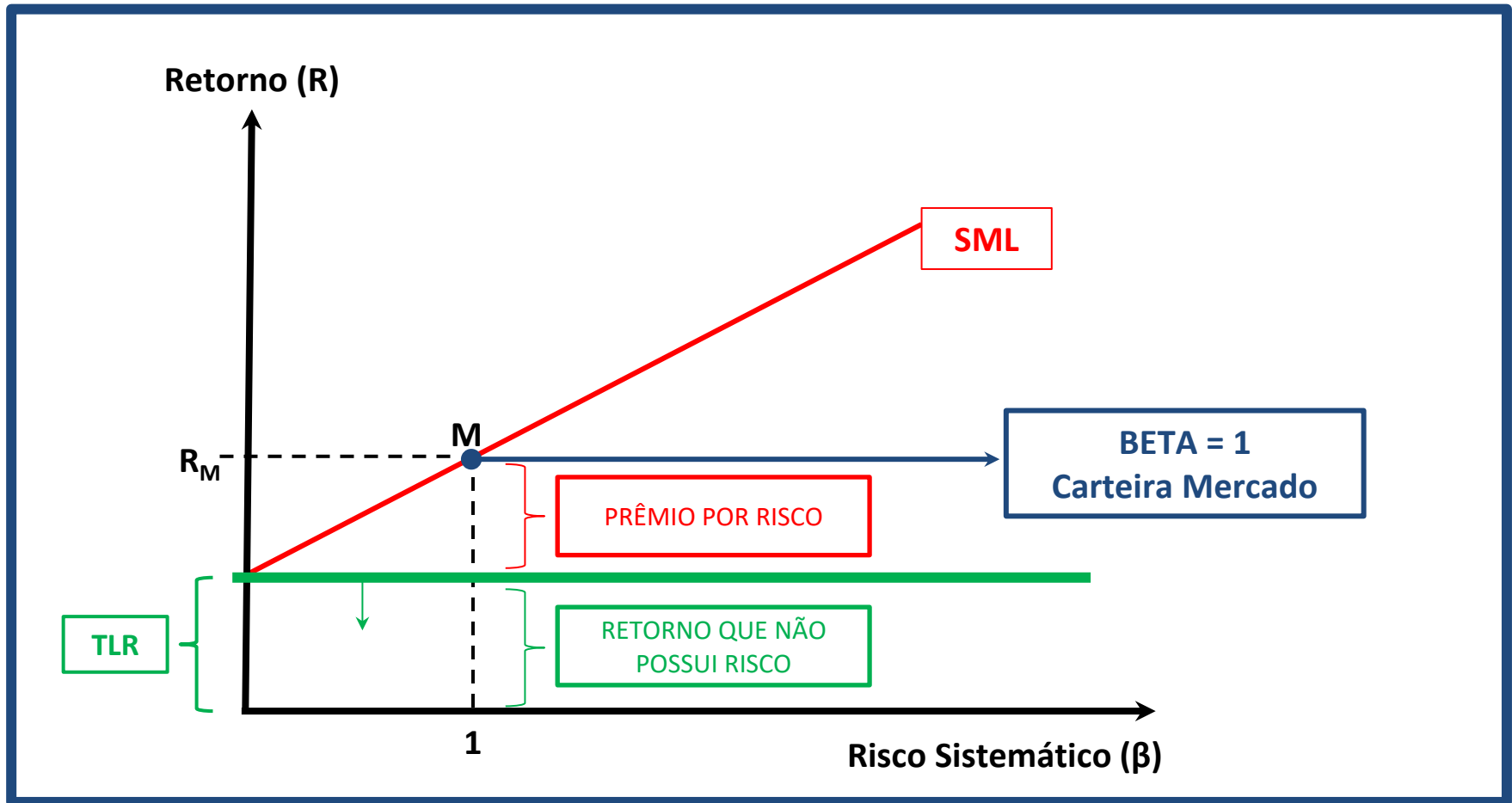
$$E(R_i) = R_f + \beta_1 \underbrace{(R_M - R_F)}_{\text{Prêmio de Risco}}$$

onde:

- $E(R_i)$ = Retorno Requerido (exigido) pelo acionista
- R_f = taxa livre de risco;
- β = medida de risco sistêmico da empresa;
- R_m = retorno de mercado (no Brasil, retorno do Ibovespa).

SML – Security Market Line

Gráfico



Exemplo

O preço esperado pelos analistas para as ações da RToro Education S/A é de R\$ 66,00. Esta ação está sendo negociada hoje no mercado pelo valor de R\$ 60,00. Sabendo que a taxa livre de risco é 5%, o retorno do mercado (ibovespa) é 15% e o Beta da ação é 0,7, qual o retorno requerido segundo a SML? Esta ação está super ou subvalorizada?

❑ **RESPOSTA:** devemos realizar dois cálculos, o do Retorno Esperado e o do Retorno Requerido do ativo. Após isso, iremos comparar os retornos:

➤ **RETORNO ESPERADO:**

- 60 [ENTER]
- 66 [Δ%]
- Resposta: 10% é o retorno esperado para o ativo.

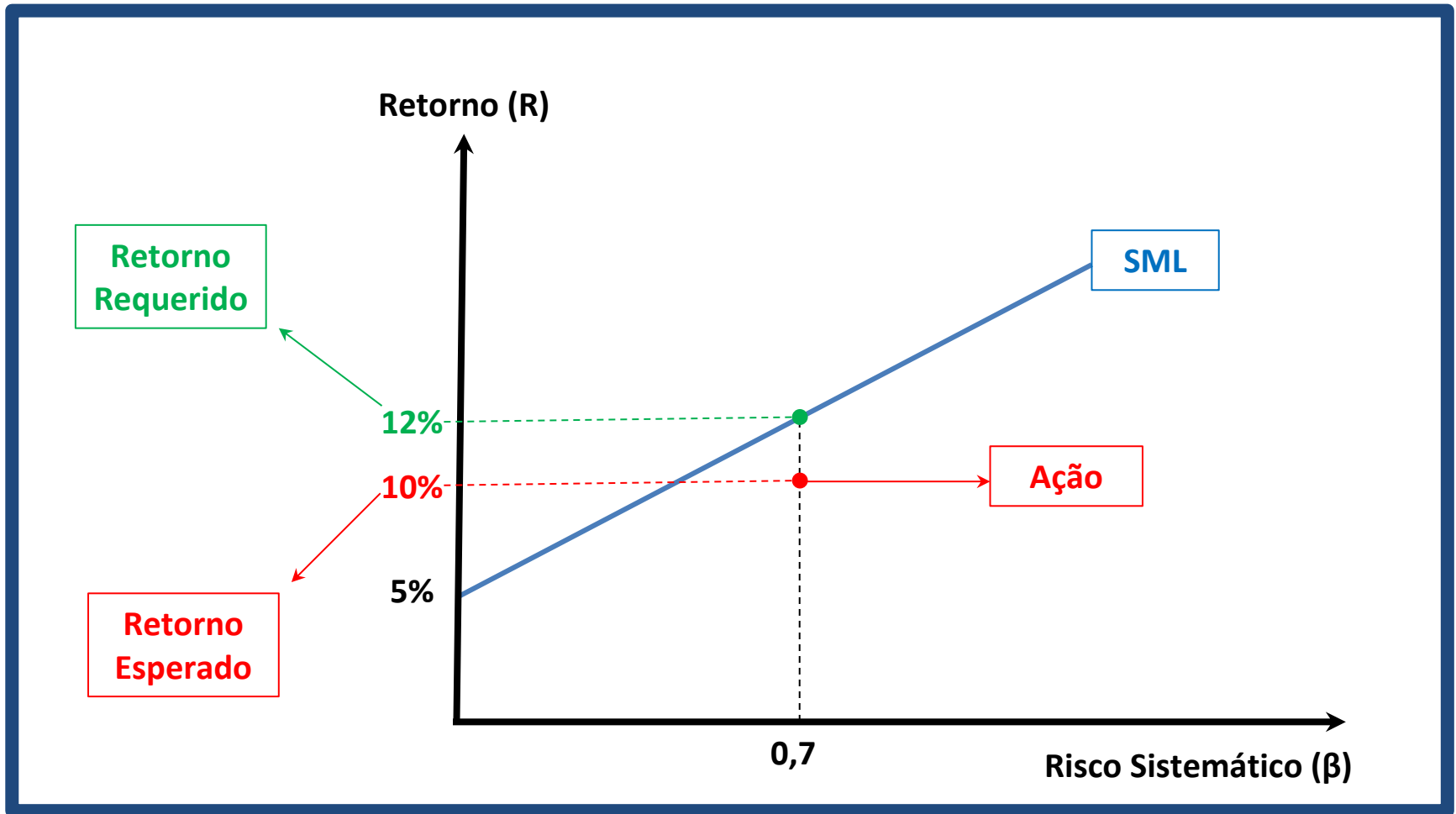
➤ **RETORNO REQUERIDO (CAPM)**

- $RR = 5\% + 0,7 \times (15\% - 5\%)$
- $RR = 5\% + 0,7 \times (10\%)$
- $RR = 12\%$

Como o retorno requerido é superior ao retorno esperado do mercado, o investidor não deve adquirir as ações e com isso, podemos afirmar que ela está supervalorizada.

SML – Security Market Line

Exemplo: Gráfico



Escolhendo Ativos

Títulos Subvalorizados (Ativos Baratos)	Títulos Supervalorizados (Ativos Caros)
<ul style="list-style-type: none">➤ Retorno esperado é <u>MAIOR</u> que retorno exigido do ativo.➤ No gráfico, a ação está acima da SML.➤ Deve ser comprado.	<ul style="list-style-type: none">➤ Retorno esperado é <u>MENOR</u> que retorno exigido do ativo.➤ No gráfico, a ação está abaixo da SML.➤ Deve ser vendido.
<p>Não confunda <u>RETORNO ESPERADO</u> com <u>RETORNO REQUERIDO (RETORNO EXIGIDO)</u> de um ativo. O primeiro é a expectativa de retorno do mercado financeiro para aquela ação (podendo ser calculado por média ponderada), já o Retorno Requerido é quanto um investidor está exigindo de retorno mínimo baseado no risco sistêmico do ativo.</p>	

Conceito

O APT, ou teoria de precificação por arbitragem, é um modelo que considera a existência de várias fontes causadoras de risco de mercado. Como paralelo, podemos notar que o modelo CAPM utiliza somente uma variável como medida de risco: o Beta (risco sistêmico).

O modelo APT considera a taxa de juros, a taxa de câmbio, a inflação, o PIB, o desemprego, entre outros, também são fontes geradoras de risco sistêmico. Assim, segundo o APT, podemos prever o comportamento de uma ação utilizando a relação entre aquele ativo e diversos fatores (F) de risco relacionados. São utilizados os beta específicos de cada fator utilizado na equação.

❑ FÓRMULA:

$$RE_{(i)} = TLR + (\beta_1 \times F_1) + (\beta_2 \times F_2) + \dots + (\beta_n \times F_n)$$

	CAPM	APT
MEDIDA DE RISCO	<u>Risco Sistemico</u> (Beta de mercado da Ação)	<u>Múltiplos riscos</u> (Beta de cada fator utilizado)
VANTAGEM	Modelo simples, facilita o cálculo de retorno do ativo	Modelo amplo, não possui premissas restritivas
DESVANTAGEM	É restrito ao considerar apenas uma medida de risco	Aberto demais, não determina quais fatores devem ser utilizados
EM COMUM	<u>OS DOIS SÃO MODELOS DE AVERSÃO AO RISCO!</u> <u>QUANTO MAIOR O RISCO DE UM ATIVO,</u> <u>MAIOR SERÁ O RETORNO EXIGIDO!</u>	