PROGRESSÃO ARITMÉTICA

progressão aritmética

CONCEITO

- Sequência de termos

Cada termo (an) é a soma do anterior (an-1) com uma constante (r)

(Chamada de razão)

A partir do segundo termo!

CLASSIFICAÇÃO

1. Crescente: $a_n > a_{n-1}$ $\quad r > 0$
2. Decrescente: $a_n < a_{n-1}$ $\quad r < 0$
3. Constante: $a_n = a_{n-1}$ $\quad r = 0$

CÁLCULO DA RAZÃO

$$\boxed{r = a_n - a_{n-1}}$$

É a diferença entre dois termos consecutivos

e $\quad r = a_{n+1} - a_n$

$$\therefore a_{n+1} - a_n = a_n - a_{n-1}$$

$$2a_n = a_{n+1} + a_{n-1}$$

$$\boxed{\therefore a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}}$$

O termo do meio é a média aritmética dos outros dois

TERMO GERAL

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1).r}$$

DECORE!

- Ex.: qual o milésimo termo da sequência (2, 5, 8, 11 ...) ?

(n = 1000) (a1) + 3 r = 3

$$a_{1000} = 2 + (999).3$$

$$\therefore a_{1000} = 2.999$$

- Termo geral sem conhecer a1

$$\boxed{a_n = a_k + (n-k).r}$$

Termo conhecido

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

PROPRIEDADES

$$\boxed{a_n + a_m = a_p + a_q}$$

- Se e somente se $\boxed{n + m = p + q}$
  (Em uma P.A. não constante)

A soma de termos equidistantes dos extremos de uma P.A. é constante (S1 = S2 = S3).

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6$$

S3 S2 S1

+

SOMA DOS TERMOS

CAI MUITO!

1. Calcular os n primeiros termos da P.A.

$$S = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \cdots + a_n}_{\text{n termos}}$$

+S

$$2S = \underbrace{\underbrace{(a_1 + a_n)}_{S1} + \underbrace{(a_2 + a_{n-1})}_{S2} + \cdots + \underbrace{(a_n + a_1)}_{Sn}}_{\text{n parcelas}}$$

- Como S1 = S2 = S3 ...,

$$2S = S_n . n$$

$$\boxed{\therefore S = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}}$$

ou $\frac{S}{n} = x_c$

$$\boxed{\therefore S = x_c . n}$$

MÉDIA DE TERMOS DE UMA P.A.

$$\bar{x} = \frac{S_n}{n} \rightarrow \bar{x} = \frac{(a_1 + a_n).n}{2n}$$

= A média entre os termos

$$\boxed{\therefore \bar{x} = \frac{(a_1 + a_n)}{2}}$$

e $\boxed{\bar{x} = x_c}$

Termo central (Quando o número de termos é ímpar)

@mapasdalulu

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

progressão geométrica

CONCEITO

- Sequência de termos

Cada termo (a_n) é igual ao anterior (a_{n-1}) multiplicado por uma constante real (q)

a partir do segundo termo

chamada de razão

- Obs.: se for não-estacionária ($q \neq 0$)
- Ex.: (3, 6, 12, 24, 48 ...)

x 2

CÁLCULO DA RAZÃO

DECORE!

$$\boxed{q = \frac{a_n}{a_{n-1}}}$$

$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

$$\boxed{a_n^2 = a_{n+1} \cdot a_{n-1}}$$

é a média geométrica de a_{n+1} e a_{n-1}

CLASSIFICAÇÃO

1. Crescente: $\boxed{a_n > a_{n-1}}$

- P.G com termos
  - Positivos → $\boxed{q > 1}$
  - Negativos → $\boxed{0 < q < 1}$

2. Decrescente: $\boxed{a_n < a_{n-1}}$

- P.G com termos
  - Positivos → $\boxed{0 < q < 1}$
  - Negativos → $\boxed{q > 1}$

3. Constante: $\boxed{a_n = a_{n-1}}$

$\boxed{q = 1}$

- Obs.: Se $a_1 = 0$, q pode ser qualquer valor real

4. Oscilante (ou alternante/pendular):

= Termos consecutivos têm sinais contrários

$\boxed{q < 0}$

- Ex.: (3, -6, 12, -24 ...) → q < -2

5. Estacionária (ou singular):

= $a_1 \neq 0, mas$ $\boxed{q = 0}$

- Ex.: (3, 0, 0, 0, 0, ...)

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

progressão geométrica

TERMO GERAL

$$a_1 \xrightarrow{\times q} a_2 \xrightarrow{\times q} a_3 \xrightarrow{\times q} \ldots\ a_n$$

$$\boxed{\therefore a_n = a_1 \cdot q^{n-1}}$$

- Termo geral sem conhecer a_1

$$\boxed{a_n = a_k \cdot q^{n-k}}$$

Termo conhecido

SOMA DOS TERMOS

- De uma P.G. finita

$$S = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \cdots + a_n}_{n \text{ termos}}$$

$$\boxed{S = \frac{a_1\,(q^n - 1)}{q - 1}}$$

SOMA DOS TERMOS

- De uma P.G. infinita

(n = infinito!)

- $se\ |q| \geq 1, \lim\limits_{n\to\infty} S = \infty$

= Sequência divergente

- $se\ |q| < 1, \lim\limits_{n\to\infty} S = \dfrac{-a_1}{q-1} \rightarrow \boxed{S = \dfrac{a_1}{1-q}}$