SISTEMAS LINEARES

Prof.: Brunno Lima

@profbrunnolima t.me/profbrunnolima Professor Brunno Lima

SISTEMAS LINEARES EQUIVALENTES

Prof. Brunno Lima

Estratégia Concursos

Dois sistemas lineares são equivalentes quando apresentam as mesmas soluções.

Exemplo:

Considere os sistemas lineares S_1 e S_2.

$$S_1 = \begin{cases} x + 3y = 7 \\ 5x + y = 7 \end{cases} \qquad S_2 = \begin{cases} x + 3y = 7 \\ 14y = -28 \end{cases}$$

@profbrunnolima

Estratégia Concursos

Como ambos os sistemas apresentam as mesmas soluções (no caso, uma solução única), eles são equivalentes.

Podemos representar a equivalência entre dois sistemas assim:

$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 5x + y = 7 \end{cases} \sim \begin{cases} x + 3y = 7 \\ 14y = -28 \end{cases}$$

@profbrunnolima

Estratégia Concursos

A equivalência entre dois sistemas também pode ser representada por meio da matriz completa do sistema:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 5 & 1 & 7 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 0 & -14 & 28 \end{bmatrix}$$

@profbrunnolima

Estratégia Concursos

Verifique se os sistemas lineares $S_1 = \begin{cases} 3x + y = 7 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$ e $S_2 = \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = -3 \end{cases}$ são equivalentes.

@profbrunnolima

Determine os valores de m e n para que os sistemas $S_1 = \begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$ e $S_2 = \begin{cases} mx + y = 11 \\ nx - y = 9 \end{cases}$ sejam equivalentes.

COMBINAÇÃO LINEAR DE EQUAÇÕES

Podemos dizer que uma equação é combinação linear de outras equações e quando existem valores reais a e b tais que:

$$L_1 = aL_2 + bL_3$$

Vejamos um exemplo:

Exemplo 1. Considere as três equações abaixo:

$$x + y + z = 5$$
$$2x + y + 3z = 3$$
$$3x + 2y + 4z = 8$$

Exemplo 2. Considere as três equações abaixo:

$$x - y + z = -1$$
$$2x + y + z = 3$$
$$5x + 1y + 3z = 5$$

OBTENÇÃO DE SISTEMAS LINEARES EQUIVALENTES

Em um sistema linear, ao substituir uma determinada equação por uma combinação linear dela com outra equação, temos um sistema linear equivalente.

Exemplos:

(A) $\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 5x + y = 7 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y + 2z = 4 \\ 2x + 4y + z = 5 \end{cases}$

REMOÇÃO DE EQUAÇÕES DO SISTEMA LINEAR

Em um sistema linear, quando uma determinada equação corresponde a uma combinação linear de outras equações do sistema, podemos eliminar essa equação do sistema. Da mesma forma, se obtivermos uma equação do tipo $0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + \cdots + 0x_4 = 0$, podemos removê-la do sistema linear.

Exemplo: Considere o seguinte sistema.

$$\begin{cases} x + y + z = 5 \\ 2x + y + 3z = 3 \\ 3x + 2y + 4z = 8 \end{cases}$$

SISTEMAS LINEARES
Prof. Brunno Lima
@profbrunnolima

SISTEMA LINEAR HOMOGÊNIO

Prof. Brunno Lima

Um sistema linear homogêneo é aquele em que os termos independentes de todas as equações são iguais a zero.

Exemplo:

$$\begin{cases} 3x + 1y + z = 0 \\ 2x + 4y + 2z = 0 \\ 2x + 2y + 4z = 0 \end{cases}$$

Observe que $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ é solução desse sistema.

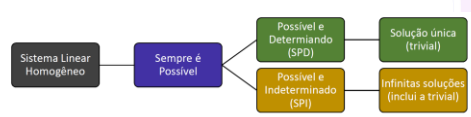
SISTEMAS LINEARES
Prof. Brunno Lima
@profbrunnolima

Um sistema linear homogêneo é sempre possível, pois sempre admite a solução em que todas as variáveis são zero (denominada solução trivial).

· Se o sistema linear homogêneo admitir somente a solução trivial, então ele é um Sistema Possível e Determinado (SPD);

· Caso ele admita outras soluções, então ele admite infinitas soluções e é um Sistema Possível e Indeterminado (SPI).

SISTEMAS LINEARES
Prof. Brunno Lima
@profbrunnolima



SISTEMAS LINEARES
Prof. Brunno Lima
@profbrunnolima

(ANPEC / 2001)

Julgue o item a seguir como certo ou errado.

Um sistema homogêneo de equações lineares sempre tem solução.

( ) CERTO ( ) ERRADO

GABARITO:

CERTO

SOLUÇÃO DE UM SISTEMA LINEAR

Prof. Brunno Lima

MÉTODO DA SUBSTITUIÇÃO

A solução por substituição consiste em isolar uma variável em uma equação e substituir em outra equação.

Encontre a solução do seguinte sistema linear: $\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

(OBJETIVA / CÂMARA DE IPIRANGA DO NORTE/ 2022)

Considerando-se o sistema linear abaixo, assinalar a alternativa que apresenta os valores de x e de y que satisfazem o sistema:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 16 \\ x - 2y = 12 \end{cases}$$

(A) $x = 8$ e $y = -2$.

(B) $x = 8$ e $y = 2$.

(C) $x = -8$ e $y = 2$.

(D) $x = -8$ e $y = -2$.

(FAUEL / PREFEITURA DE JAGUAPITÃ / 2020)

Assinale a alternativa que contém a soma entre os valores de x e y do sistema a seguir:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 2y = 10 \end{cases}$$

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

SOLUÇÃO POR ELIMINAÇÃO DE VARIÁVEL

Consiste em eliminar variáveis por meio de uma combinação linear conveniente das equações do sistema linear.

Encontre a solução do seguinte sistema linear: $\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ 2x - 2y = 3 \end{cases}$

Encontre a solução do seguinte sistema linear: $\begin{cases} x + 2y + z = 5 \\ 2x + 2y + 3z = 9 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$

SOMA DAS EQUAÇÕES DO SISTEMA

Encontre a solução do seguinte sistema linear: $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + z = 4 \\ y + z = 5 \end{cases}$

(ESAF / DNIT / 2013)

A soma dos valores de x e y que solucionam o sistema de equações

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

(A) 6.

(B) 4.

(C) 2.

(D) 5.

(E) 3.

(ESAF / MINISTÉRIO DA FAZENDA / 2012)

Dado o sistema de equações lineares $\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 3 \\ x - y + 5z = 6 \\ x + 2y + 3z = 7 \end{cases}$

O valor de $x + y + z$ é igual a

(A) 8.

(B) 16.

(C) 4.

(D) 12.

(E) 14.

(FGV / PREFEITURA DE PAULÍNIA / 2016)

No sistema linear $\begin{cases} 3a + b + c + d = 43 \\ a + 3b + c + d = 39 \\ a + b + 3c + d = 35 \\ a + b + c + 3d = 33 \end{cases}$ o valor de a é:

(A) 5

(B) 6

(C) 7

(D) 8

(E) 9

RESOLUÇÃO DE QUESTÕES

Prof. Brunno Lima

(VUNESP / CÂMARA DE NOSSA ODESSA/ 2018)

Gertrudes, que é doceira, recebeu três encomendas para festas. Sabe-se que, em cada uma das encomendas, foram usadas quantidades diferentes de ovos, iguais a x, y e z, tais que $x + y = 40$, $x + z = 30$ e $y + z = 38$. Desse modo, é correto afirmar que, para a produção dessas três encomendas, Gertrudes usou uma quantidade de ovos igual a

SISTEMAS LINEARES
Prof. Brunno Lima

@profbrunnolima

(A) 3,5 dúzias.

(B) 4 dúzias.

(C) 4,5 dúzias.

(D) 5 dúzias.

(E) 5,5 dúzias.

SISTEMAS LINEARES
Prof. Brunno Lima

@profbrunnolima

(VUNESP / CÂMARA DE MARÍLIA / 2017)

Uma editora enviou para uma biblioteca três pacotes que tinham, respectivamente, y, w e z livros em cada um. Sabendo-se que $y + w = 40$, $y + z = 30$ e $w + z = 38$, é correto afirmar que os três pacotes tinham, juntos, um número total de livros igual a

(A) 54.

(B) 56.

(C) 58.

(D) 60.

(E) 64.

SISTEMAS LINEARES
Prof. Brunno Lima

@profbrunnolima

(VUNESP / TJ – SP / 2017)

Os preços de venda de um mesmo produto nas lojas X, Y e Z são números inteiros representados, respectivamente, por x, y e z, Sabendo-se que $x + y = 200$, $x + z = 150$ e $y + z = 190$, então, a razão $\frac{x}{y}$ é:

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{4}{9}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{1}{3}$

SISTEMAS LINEARES
Prof. Brunno Lima

@profbrunnolima

(VUNESP / CÂMARA DE ITATIBA / 2015)

Nas somas apresentadas, cada uma das quatro letras a, b, c e d representa um número formado por um algarismo.

$$a + b + c + d = 14$$
$$a + b + c = 9$$
$$a + b + d = 11$$
$$b + c + d = 12$$

Nessas condições, é correto afirmar que

SISTEMAS LINEARES
Prof. Brunno Lima

@profbrunnolima

(A) $d + a = 8.$

(B) $c - a = 2.$

(C) $c + b = 6.$

(D) $a + b = 5$

(E) $d - c = 2.$

SISTEMAS LINEARES
Prof. Brunno Lima

@profbrunnolima

OBRIGADO

Prof. Brunno Lima