04

Faça o que eu fiz na aula

Nesta atividade, temos a descrição do faturamento na fabricação de um produto eletrônico (em milhares de unidades) destinado a espantar baratas, da empresa Baratol S.A, usando ondas eletromagnéticas. Os estudos, levando-se em conta custos fixos e variáveis mais o lucro, levantaram a seguinte função:

$$f(x) = -x^5 + 0.2x^4 + 10.5 + x^3 - x^2$$

onde f(x) é o lucro obtido, e x está em milhares de unidades fabricadas.

Perguntamos: como podemos estimar o máximo lucro e quantas unidades do repelente devemos vender? Acompanhe passo a passo a montagem da solução, usando o Maxima:

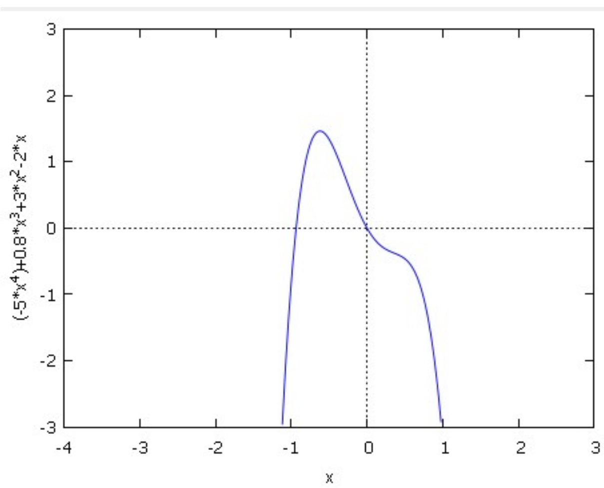
1) Vamos definir a função f(x) no Maxima e calcular a sua derivada:

```
(%i10) f(x):=-x^5+0.2·x^4+x^3-x^2+10.5;
(%o10) f(x):=-x^5+0.2 x^4+x^3-x^2+10.5
(%i11) diff(f(x),x,1);
(%o11) -5 x^4+0.8 x^3+3 x^2-2 x
```

2) Vamos copiar e colar o resultado da derivada, chamá-la de g(x) e definir esta função e aplicar plot2d para gerar um gráfico:

```
(%i12) g(x):=-5·x^4+0.8·x^3+3·x^2-2·x;
(%o12) g(x):=(-5) x^4+0.8 x^3+3 x^2+(-2) x
→
(%i25) plot2d([g(x)],[x,-4,3],[y,-3,3]);
```

3) Obtendo-se o gráfico, visualmente iremos saber onde estão as raízes de g(x), uma delas é x = 0 e a outra é muito próxima de x = -1, veja a figura:



O gráfico mostra claramente 2 raízes, uma é zero e a outra é perto de -1, vamos analisar o sinal da segunda derivada da f(x), mas antes vamos estimar o valor da segunda raiz, usando o find_root:

```
(%i3)  g(x):=-5·x^4+0.8·x^3+3·x^2-2·x;
(%o3)  g(x):=(-5) x^4 +0.8 x^3 +3 x^2 +(-2) x
→
(%i4)  find_root(g(x), x, -1.3, -0.7);
(%o4)  -0.9366004420161189
```

A outra raiz é exatamente 0, por isso, não precisamos usar o find_root. Agora: para usar o find_root, escolha os intervalos em volta de -1, usamos: -1.3 e -0.7, pois o algoritmo numérico desta função irá fazer buscas em torno da raiz, analisando mudanças de sinal, até encontrar um valor aproximado desta raiz, no caso x = -0.936. Agora, precisamos saber se x = 0 ou x = -0.936 são os pontos que precisamos. Podemos descartar imediatamente x = -0.936 pois não existe quantidade negativa de produtos, desta forma, o máximo ocorre em x = 0. Vamos fazer o teste da derivada segunda?

```
(%i5)  diff(g(x),x,1);
(%o5)  -20 x^3 +2.4 x^2 +6 x-2
(%i6)  teste(x):=-20·x^3+2.4·x^2+6·x-2;
(%o6)  teste(x):=(-20) x^3 +2.4 x^2 +6 x-2
(%i7)  teste([0,-0.9366]);
(%o7)  [-2,10.91780374192]
```

Usamos as raízes 0 e -0.936 na segunda derivada da f(x) que é: -20x^3+2.4x^2+6x-2, e chamamos de teste(x). Os resultados foram: teste(0)<0 o que indica ponto de máximo e teste(-0.936)=10.91>0, ponto de mínimo. Logo, concluímos que o mais justo é não fabricarmos este produto (x = 0) e deixarmos as baratas em paz, que é a condição de maior lucro da Baratol S.A!