DETERMINANTES

ASPECTOS GERAIS

- = número associado a uma matriz.
- Apenas matrizes quadradas admitem seu cálculo
- Denotado por detA

MENOR COMPLEMENTAR

- Menor complementar do elemento a_{ij} é D_{ij} = determinante da matriz que se obtém suprimindo-se a linha i e a coluna j

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & \pi \end{bmatrix} \rightarrow D_{1,3} = \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 6$$

CÁLCULO

ORDEM 2

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow detA = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

$$detA = a\,.\,d - b\,.\,c$$

ORDEM 3

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \rightarrow detA = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

TÉCNICA DE SAURUS

$$detA = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix}$$

$$detA = a.e.i + b.f.g + c.d.h - (c.e.g + a.f.h + b.d.i)$$

Soma dos produtos no sentido da diagonal principal

- Soma dos produtos no sentido contrário

DETERMINANTES

PROPRIEDADES

DECORE!

- Se os elementos de uma fila qualquer (Linha ou coluna) forem todos nulos → detA = 0
- Se A Tem duas filas paralelas (Linha ou coluna) formadas por elementos iguais → detA=0

$$A = \begin{bmatrix} 2\pi & \sqrt{37} & 2\pi \\ 1 & 2 & 1 \\ 15 & -1{,}37 & 15 \end{bmatrix} \rightarrow detA = 0$$

- Se A tem duas filas paralelas (Linha ou coluna) formadas por elementos proporcionais → detA=0

$$A = \begin{bmatrix} 2\pi & \sqrt{37} & 4\pi \\ 1 & 2 & 2 \\ 15 & -1{,}37 & 30 \end{bmatrix} \rightarrow detA = 0$$

- Se uma matriz quadrada A tem uma linha (ou coluna) que é combinação linear de outras linhas (ou colunas) → detA=0

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 19 \\ 3 & 2 & 12 \\ 1 & 7 & 23 \end{bmatrix} \rightarrow detA = 0$$

Coluna 3 = 2 . Coluna1 +3 . Coluna 2

- Se A é uma matriz quadrada: detA = detA^t
- Se

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} a & b & k.c \\ d & e & k.f \\ g & h & k.i \end{bmatrix} \qquad A'' = \begin{bmatrix} a & b & c \\ k.d & k.e & k.f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

(Qualquer coluna) (Qualquer linha)

$$\boxed{detA' = detA'' = k.detA}$$

- Se A é uma matriz quadrada (Ordem >2), ao trocarmos duas filas (Linha ou coluna) de posição, o determinante troca de sinal.
- O determinante de uma matriz triangular ou diagonal é o produto dos elementos da diagonal principal.

DETERMINANTES

COFATORES

- Cofator do elemento a_{ij} é o número A_{ij}, tal que :

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} . D_{ij}$$

Menor complementar de A_{ij}

TABELA DE SINAIS 3 X 3

$$\begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix}$$

TABELA DE SINAIS 4 X 4

$$\begin{pmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{pmatrix}$$

TEOREMA DE LAPLACE

ATENÇÃO! **ESCOLHA BEM A FILA !**

(uma com muitos zeros ou números inteiros, menores ...)

- O determinante de uma matriz A (Ordem >1) é a soma dos produtos dos elementos de uma fila qualquer (linha ou coluna) pelos seus respectivos cofatores.

PASSO A PASSO

1. Escolher uma fila qualquer (Linha ou coluna)
2. Calcular os cofatores dos elementos da fila
3. Multiplicas cada elemento por seu cofator
4. Somar os resultados