

02

Máximo da curva normal

Defina no Maxima uma distribuição normal com σ e μ como parâmetros:

$$(\%i5) \quad P(x, \sigma, \mu) := (1 / (\sqrt{2 \cdot \%pi} \cdot \sigma)) \cdot \exp(-(x - \mu)^2 / (2 \cdot \sigma^2));$$

$$(\%o5) \quad P(x, \sigma, \mu) := \frac{1}{\sqrt{2 \pi} \sigma} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2 \sigma^2}\right)$$

Calcule a derivada de $P(x)$ em relação à variável x :

$$(\%i6) \quad \text{diff}(P(x, \sigma, \mu), x);$$

$$(\%o6) \quad -\frac{(x - \mu) \cdot \%e^{-\frac{(x - \mu)^2}{2 \sigma^2}}}{\sqrt{2} \sqrt{\pi} \sigma^3}$$

É evidente que a derivada é zero, quando $x = \mu$, logo, este deve ser um ponto de máximo ou de mínimo. Vamos analisar a segunda derivada.

Calcule a segunda derivada de $P(x)$:

$$(\%i7) \quad \text{diff}(P(x, \sigma, \mu), x, 2);$$

$$(\%o7) \quad \frac{(x - \mu)^2 \cdot \%e^{-\frac{(x - \mu)^2}{2 \sigma^2}}}{\sqrt{2} \sqrt{\pi} \sigma^5} - \frac{\%e^{-\frac{(x - \mu)^2}{2 \sigma^2}}}{\sqrt{2} \sqrt{\pi} \sigma^3}$$

O resultado deve ser copiado e colado para definir uma nova função $F(x)$:

$$(\%i8) \quad F(x) := ((x - \mu)^2 \cdot \%e^{-\frac{(x - \mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}}) / (\sqrt{2} \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sigma^5) - \%e^{-\frac{(x - \mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}} / (\sqrt{2} \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sigma^3);$$

$$(\%o8) \quad F(x) := \frac{(x - \mu)^2 \cdot \%e^{-\frac{(x - \mu)^2}{2 \sigma^2}}}{\sqrt{2} \sqrt{\pi} \sigma^5} - \frac{\%e^{-\frac{(x - \mu)^2}{2 \sigma^2}}}{\sqrt{2} \sqrt{\pi} \sigma^3}$$

Agora calcule $F(x = \mu)$:

$$(\%i9) \quad F(\mu);$$

$$(\%o9) \quad -\frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{\pi} \sigma^3}$$

O resultado é < 0 , logo, $x = \mu$ é o ponto de máximo da distribuição normal.

Vamos a um exemplo, considere $\sigma = 0$ e $\mu = 1$.

$$(\%i10) \quad f(x) := P(x, 1, 0);$$

$$(\%o10) \quad f(x) := P(x, 1, 0)$$

O gráfico é:

```
wxplot2d([f(x)], [x,-5,5], [y,0,0.5])$
```

