

Aula 05

*Banco do Brasil (Escriturário - Agente de
Tecnologia) Passo Estratégico de
Probabilidade e Estatística - 2023
(Pós-Edital)*

Autor:

Allan Maux Santana

04 de Janeiro de 2023

Índice

1) Variância e Covariância	3
2) Teoria da Amostragem - Estimadores	13



VARIÂNCIA / COVARIÂNCIA

Sumário

<i>Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque</i>	<i>2</i>
<i>Variância e Covariância</i>	<i>2</i>
<i>Covariância (matriz de variâncias e covariâncias).....</i>	<i>3</i>
<i>Aposta Estratégica</i>	<i>4</i>
<i>Questões estratégicas.....</i>	<i>5</i>
<i>Lista de Questões Estratégicas</i>	<i>9</i>
<i>Gabarito.....</i>	<i>10</i>



ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

Variância e Covariância

Bem, pessoal, tratamos sobre o assunto **Variância**, quando falamos de medidas de dispersão, ok?

Vamos dar uma breve lembrada sobre o tópico.

A **Variância** mostra a dispersão de uma amostra, série ou população em relação às suas respectivas médias.

Sabemos que, para determinarmos a variância, precisaremos calcular a média dos desvios **quadrados** de um dado da série em relação à média da série.

A elevação dos desvios ao quadrado é justificada para que os valores não se anulem, visto que um valor negativo ao quadrado tornar-se-á positivo. Ok?

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

A diferença entre a **variância da população** e a **variância da amostra** apresenta-se no denominador da fórmula. Na **variância da população** o denominador é "n" já na **variância da amostra** é "n-1"



Usamos "n" para a **População** e "n – 1" para a **Amostra**.



Ou ainda:

$$\sigma^2 = \frac{\text{Soma dos Quadrados}}{n} - \text{Média ao Quadrado}$$

Covariância (matriz de variâncias e covariâncias)



A **Covariância** verifica a relação entre duas **Variáveis Aleatórias**, analisando o grau de **dependência linear** entre elas, de tal maneira que duas **Variáveis Independentes terão Covariação nula**, visto que uma não influenciará a outra.

EVENTOS	
UNIVARIADO	BIVARIADO
Influenciado por uma variável	Influenciado por duas variáveis

Cálculo da Covariância:

$$Cov(X, Y) = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)]$$

Ou ainda:

$$Cov(X, Y) = E(XY) - \mu_x \mu_y$$



PROPRIEDADES DA VARIÂNCIA	
Variância de uma Constante é Zero	$Var(k) = 0$
Multiplicando-se uma variável aleatória por uma constante sua variância fica multiplicada pelo quadrado da constante	$Var(K \cdot X) = K^2 \cdot Var(X)$
Somando-se ou subtraindo-se uma constante à variável aleatória, sua variância não é alterada	$Var(K \pm X) = Var(X)$
A variância da soma ou da diferença de duas variáveis aleatórias é dada por:	$Var(X \pm Y) = V(X) + V(Y) \pm 2 \cdot Cov(X, Y)$
Quando "X" e "Y" são variáveis aleatórias independentes, consequentemente: $Cov(X, Y) = 0$, logo:	$Var(X \pm Y) = V(X) + V(Y)$
$Var(a \cdot X + b \cdot Y) = a^2 \cdot Var(X) + b^2 \cdot Var(Y) + 2 \cdot a \cdot b \cdot Cov(X, Y)$	
$Var(a \cdot X - b \cdot Y) = a^2 \cdot Var(X) + b^2 \cdot Var(Y) - 2 \cdot a \cdot b \cdot Cov(X, Y)$	

APOSTA ESTRATÉGICA

A ideia desta seção é apresentar os pontos do conteúdo que mais possuem chances de serem cobrados em prova, considerando o histórico de questões da banca em provas de nível semelhante à nossa, bem como as inovações no conteúdo, na legislação e nos entendimentos doutrinários e jurisprudenciais¹.

Pessoal, se vocês caíram nessa aula de paraquedas e acharam tudo bem complicado é natural até demais, mas sem dúvida decorar as propriedades a seguir podem fazer com você ganhe uma questão em prova, mesmo sem saber do assunto, portanto, tenham atenção ao resumo a seguir:

PROPRIEDADES DA VARIÂNCIA	
Variância de uma Constante é Zero	$Var(k) = 0$
Multiplicando-se uma variável aleatória por uma constante sua variância fica multiplicada pelo quadrado da constante	$Var(K \cdot X) = K^2 \cdot Var(X)$

¹ Vale deixar claro que nem sempre será possível realizar uma aposta estratégica para um determinado assunto, considerando que às vezes não é viável identificar os pontos mais prováveis de serem cobrados a partir de critérios objetivos ou minimamente razoáveis.



Somando-se ou subtraindo-se uma constante à variável aleatória, sua variância não é alterada	$Var(K \pm X) = Var(X)$
A variância da soma ou da diferença de duas variáveis aleatórias é dada por:	$Var(X \pm Y) = V(X) + V(Y) \pm 2 \cdot Cov(X, Y)$
Quando "X" e "Y" são variáveis aleatórias independentes, consequentemente: $Cov(X, Y) = 0$, logo:	$Var(X \pm Y) = V(X) + V(Y)$
$Var(a \cdot X + b \cdot Y) = a^2 \cdot Var(X) + b^2 \cdot Var(Y) + 2 \cdot a \cdot b \cdot Cov(X, Y)$ $Var(a \cdot X - b \cdot Y) = a^2 \cdot Var(X) + b^2 \cdot Var(Y) - 2 \cdot a \cdot b \cdot Cov(X, Y)$	

QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.



Q.01 (VUNESP / Analista Administrativo/ EBSEH / Estatística / 2020)

Sendo $var(x)$ a variância de uma variável aleatória x e $cov(x,y)$ a covariância entre duas variáveis aleatórias x e y , tem-se que

- $Var(ax - by) = a \cdot var(x) - b \cdot var(y)$.
- $Var(ax - by) = a^2 \cdot var(x) - b^2 \cdot var(y)$.
- $Var(ax - by) = a^2 \cdot var(x) + b^2 \cdot var(y)$.
- $Var(ax - by) = a^2 \cdot var(x) + b^2 \cdot var(y) - 2ab \cdot cov(x,y)$.
- $Var(ax - by) = a^2 \cdot var(x) + b^2 \cdot var(y) + 2ab \cdot cov(x,y)$.

Comentários:



Pessoal, não vamos inventar de querer deduzir tudo na hora da prova, muitas vezes não dá tempo mesmo, então vamos fazer um sacrifício mental e decorar todas as propriedades a seguir:

PROPRIEDADES DA VARIÂNCIA	
Variação de uma Constante é Zero	$Var(k) = 0$
Multiplicando-se uma variável aleatória por uma constante sua variância fica multiplicada pelo quadrado da constante	$Var(K \cdot X) = K^2 \cdot Var(X)$
Somando-se ou subtraindo-se uma constante à variável aleatória, sua variância não é alterada	$Var(K \pm X) = Var(X)$
A variância da soma ou da diferença de duas variáveis aleatórias é dada por:	$Var(X \pm Y) = V(X) + V(Y) \pm 2 \cdot Cov(X, Y)$
Quando "X" e "Y" são variáveis aleatórias independentes, consequentemente: $Cov(X, Y) = 0$, logo:	$Var(X \pm Y) = V(X) + V(Y)$
$Var(a \cdot X + b \cdot Y) = a^2 \cdot Var(X) + b^2 \cdot Var(Y) + 2 \cdot a \cdot b \cdot Cov(X, Y)$	
$Var(a \cdot X - b \cdot Y) = a^2 \cdot Var(X) + b^2 \cdot Var(Y) - 2 \cdot a \cdot b \cdot Cov(X, Y)$	

Fica muito fácil marcar o gabarito dessa forma.

Gabarito: D

Q.02 (CEBRASPE / Oficial Técnico de Inteligência / 2018)

Se X e Y forem variáveis independentes e tiverem distribuição normal com médias μ_X e μ_Y , respectivamente, e variâncias σ_X^2 e σ_Y^2 , respectivamente, então a soma $X + Y$ terá média $\mu_X + \mu_Y$ e variância $\sigma_X^2 + \sigma_Y^2$.

C - Certo

E - Errado

Comentários:

As variáveis "X" e "Y" são **independentes**, portanto, lembrem:

A **Covariância** verifica a relação entre duas **Variáveis Aleatórias**, analisando o grau de **dependência linear** entre elas, de tal maneira que duas **Variáveis Independentes terão Covariação nula**, visto que uma não influenciará a outra.

Logo, teremos que:



$$\text{Var}(X \pm Y) = V(X) + V(Y) = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2$$

Gabarito: Correto

Q.03 (CESGRANRIO / Estatístico / Petrobrás / 2018)

As variáveis aleatórias X e Y são independentes. A variável X segue uma distribuição Normal com média 4 e variância 16, e a Y segue uma distribuição Normal com média 9 e variância 1.

A distribuição de $X - Y$ é Normal com

- a) média -5 e variância 15
- b) média -5 e variância 17
- c) média 5 e variância 15
- d) média 5 e variância 17
- e) média 13 e variância 15

Comentários:

Variável "X": Média 4 e Variância 16

Variável "Y": Média 9 e Variância 1

Cálculo da **Média** (E):

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$$

$$\begin{aligned} E(X - Y) &= E(X) - E(Y) \\ &= 4 - 9 = \\ &= -5 = \end{aligned}$$

Cálculo da **Variância**:

$$\begin{aligned} \text{Var}(X \pm Y) &= V(X) + V(Y) \\ \text{Var}(X - Y) &= 16 + 1 = 17 \end{aligned}$$

Gabarito: B

Q.04 (UFG / Assessor Técnico Legislativo / Economista / 2018)

Sejam X e Y duas variáveis aleatórias, com distribuição conjunta de probabilidade conhecidas.

A variância da combinação linear $X - Y$ é dada por:

- a) $\text{Var}(X - Y) = \text{Var}(X) - \text{Var}(Y) + 2 \text{Cov}(X, Y)$
- b) $\text{Var}(X - Y) = \text{Var}(X) - \text{Var}(Y) - 2 \text{Cov}(X, Y)$
- c) $\text{Var}(X - Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2 \text{Cov}(X, Y)$
- d) $\text{Var}(X - Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) - 2 \text{Cov}(X, Y)$



Comentários:

E aí, meus caros, conseguem identificar a solução? Vamos ao nosso quadro resumo importantíssimo para nossa prova?

PROPRIEDADES DA VARIÂNCIA	
Variância de uma Constante é Zero	$Var(k) = 0$
Multiplicando-se uma variável aleatória por uma constante sua variância fica multiplicada pelo quadrado da constante	$Var(K \cdot X) = K^2 \cdot Var(X)$
Somando-se ou subtraindo-se uma constante à variável aleatória, sua variância não é alterada	$Var(K \pm X) = Var(X)$
A variância da soma ou da diferença de duas variáveis aleatórias é dada por:	$Var(X \pm Y) = V(X) + V(Y) \pm 2 \cdot Cov(X, Y)$
Quando "X" e "Y" são variáveis aleatórias independentes, consequentemente: $Cov(X, Y) = 0$, logo:	$Var(X \pm Y) = V(X) + V(Y)$
$Var(a \cdot X + b \cdot Y) = a^2 \cdot Var(X) + b^2 \cdot Var(Y) + 2 \cdot a \cdot b \cdot Cov(X, Y)$	
$Var(a \cdot X - b \cdot Y) = a^2 \cdot Var(X) + b^2 \cdot Var(Y) - 2 \cdot a \cdot b \cdot Cov(X, Y)$	

Gabarito: D

Q.05 (FGV / Analista Censitário - IBGE / Economista / 2017)

Para o caso de variáveis aleatórias quaisquer, existem diversas propriedades que se aplicam diretamente à esperança matemática e ao momento central de segunda ordem.

Dentre essas propriedades está:

- a) $Var(X) > E(X^2)$;
- b) $Var(X \pm Y) = Var(X) \pm Var(Y)$;
- c) $E(X) \pm E(Y) = E(X) \pm E(Y)$;
- d) $Var(aX) = a Var(X)$, sendo a uma constante positiva;
- e) $E(aX) = E(X)$, sendo a uma constante qualquer.

Comentários:

Essa questão é muito tranquila quanto ao seu gabarito.

$$E(X) \pm E(Y) = E(X) \pm E(Y);$$



Gabarito: C

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Q.01 (VUNESP / Analista Administrativo/ EBSEH / Estatística / 2020)

Sendo $\text{var}(x)$ a variância de uma variável aleatória x e $\text{cov}(x,y)$ a covariância entre duas variáveis aleatórias x e y , tem-se que

- a) $\text{Var}(ax - by) = a \text{ var}(x) - b \text{ var}(y)$.
- b) $\text{Var}(ax - by) = a^2 \text{ var}(x) - b^2 \text{ var}(y)$.
- c) $\text{Var}(ax - by) = a^2 \text{ var}(x) + b^2 \text{ var}(y)$.
- d) $\text{Var}(ax - by) = a^2 \text{ var}(x) + b^2 \text{ var}(y) - 2ab \text{ cov}(x,y)$.
- e) $\text{Var}(ax - by) = a^2 \text{ var}(x) + b^2 \text{ var}(y) + 2ab \text{ cov}(x,y)$.

Q.02 (CEBRASPE / Oficial Técnico de Inteligência / 2018)

Se X e Y forem variáveis independentes e tiverem distribuição normal com médias μ_X e μ_Y , respectivamente, e variâncias σ_X^2 e σ_Y^2 , respectivamente, então a soma $X + Y$ terá média $\mu_X + \mu_Y$ e variância $\sigma_X^2 + \sigma_Y^2$.

C - Certo

E - Errado

Q.03 (CESGRANRIO / Estatístico / Petrobrás / 2018)

As variáveis aleatórias X e Y são independentes. A variável X segue uma distribuição Normal com média 4 e variância 16, e a Y segue uma distribuição Normal com média 9 e variância 1.

A distribuição de $X - Y$ é Normal com

- a) média -5 e variância 15
- b) média -5 e variância 17
- c) média 5 e variância 15
- d) média 5 e variância 17
- e) média 13 e variância 15

Q.04 (UFG / Assessor Técnico Legislativo / Economista / 2018)

Sejam X e Y duas variáveis aleatórias, com distribuição conjunta de probabilidade conhecidas.

A variância da combinação linear $X - Y$ é dada por:

- a) $\text{Var}(X - Y) = \text{Var}(X) - \text{Var}(Y) + 2 \text{Cov}(X, Y)$
- b) $\text{Var}(X - Y) = \text{Var}(X) - \text{Var}(Y) - 2 \text{Cov}(X, Y)$
- c) $\text{Var}(X - Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2 \text{Cov}(X, Y)$



d) $\text{Var}(X - Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) - 2 \text{Cov}(X, Y)$

Q.05 (FGV / Analista Censitário - IBGE / Economista / 2017)

Para o caso de variáveis aleatórias quaisquer, existem diversas propriedades que se aplicam diretamente à esperança matemática e ao momento central de segunda ordem.

Dentre essas propriedades está:

- a) $\text{Var}(X) > E(X^2)$;
- b) $\text{Var}(X \pm Y) = \text{Var}(X) \pm \text{Var}(Y)$;
- c) $E(X) \pm E(Y) = E(X \pm Y)$;
- d) $\text{Var}(aX) = a \text{Var}(X)$, sendo a uma constante positiva;
- e) $E(aX) = E(X)$, sendo a uma constante qualquer.

Gabarito

GABARITO



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	C	B	D	C	*	*	*	*	*

Prof. Allan Maux



TEORIA DA AMOSTRAGEM / ESTIMADORES

Sumário

<i>Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque</i>	<i>2</i>
<i>Teoria da Amostragem</i>	<i>2</i>
<i>Distribuição Amostral dos Estimadores</i>	<i>4</i>
<i>Pegadinhas Estratégicas.....</i>	<i>5</i>
<i>Questões estratégicas.....</i>	<i>7</i>
<i>Lista de Questões Estratégicas</i>	<i>19</i>
<i>Gabarito.....</i>	<i>27</i>



ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

Teoria da Amostragem

Tamanho de uma População finita é o número de elementos que a formam, representado pela letra "N". Nessa linha, o tamanho de uma Amostra é exatamente o total de elementos que forma a amostra, representado por "n".



Amostragem é o Processo de Seleção de uma Amostra.

PARÂMETROS (θ)	
<i>São medidas que descrevem características numéricas de uma População</i>	
<i>Média</i>	μ
<i>Variância</i>	σ^2
<i>Desvio Padrão</i>	σ
<i>Coefficiente de Correlação</i>	ρ

Já um Estimador é uma característica numérica determinada na Amostra, sendo, portanto, uma função matemática de seus elementos, ou seja, o estimador é uma expressão matemática resultante dos valores da amostra.

ESTIMADORES (amostra) $\hat{\theta}$	
<i>São medidas que descrevem características numéricas de uma Amostra</i>	
<i>Média</i>	\bar{X}
<i>Variância</i>	S^2
<i>Desvio Padrão</i>	S



Coefficiente de Correlação	r
-----------------------------------	-----------------------

A **Média Populacional** (μ) é uma **Constante**, porém, quando falamos na **Média Amostral** \bar{X} teremos uma **Variável Aleatória**, visto que essa média \bar{X} vai depender da Amostra selecionada, ok? Portanto, pelo fato de a média amostral ser uma variável aleatória, podemos calcular sua média (esperança) e variância.

Por conseguinte, o estimador da média populacional é determinado, obviamente, somando os elementos da amostra e o dividindo pela quantidade de elementos dessa amostra. Logo, concluímos que o **estimador** é uma **variável aleatória** com distribuição igual à distribuição da população.

A diferença entre um Estimador e o Parâmetro Populacional é chamado de **Erro Amostral** ε .

$$\varepsilon = \hat{\theta} - \theta$$

Tipos de Amostragem:

1. Amostragem Probabilística:

Entrevistador **Imparcial**, portanto, é possível determinar a probabilidade de cada elemento da População pertencer à Amostra.

Amostragem Probabilística			
Por Estratos	Por Conglomerados	Sistemática	Aleatória Simples (AAS)
Divisão da população em estratos c/ elementos homogêneos. Aplica-se a AAS em cada estrato. Grande variabilidade entre os estratos.	Divisão da população em subconjuntos. Porém, devesse ter uma baixa variabilidade entre esses subconjuntos e uma alta variabilidade dentro de cada subconjunto.	Ordenação dos dados, em seguida, deverá ser feita uma seleção sistemática dos elementos. A cada 2, 3, 5 ... elementos.	Elementos possuem a mesma probabilidade de serem selecionados.

2. Amostragem não Probabilística:

Entrevistador **parcial**. Não existe critério na seleção da amostra. Imagine um entrevistador sentado numa cadeira, na calçada em frente a sua residência, esperando seus entrevistados.



Amostragem Não Probabilística

Por Conveniência	Por Julgamento	Por Cotas	
Não critério mínimo para selecionar a amostra.	Julgamento do entrevistador.	Seleção da amostra por cotas proporcionais c/ características semelhantes à população	*

Distribuição Amostral dos Estimadores

Para uma **População Infinita** ou quando a amostragem for **c/ Reposição**, os valores da amostra são considerados valores de variáveis **independentes**, com a mesma distribuição de probabilidades da população, com a mesma média μ e a mesma variância σ^2 da população, portanto, teremos:

$$E(X_i) = \mu$$

$$Var(X_i) = \sigma^2$$

Vamos agora para o cálculo da **Média Amostral**:

$$E(\bar{X}) = \mu$$

Seguimos, agora, com a **Variância** de \bar{X} :

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

Logo, o **Desvio Padrão** da Média Amostral será dado por:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Basta extrair a raiz quadrada da Variância, ok?





Agora, meus caros, se a **População** for **Finita ou Sem Reposição**, precisaremos usar um **Fator de Correção**.

Nesses casos, as **Variáveis** $X_1, X_2, X_3, X_4, \dots, X_n$ serão **Dependentes**.

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}$$

Digite a equação aqui.

N: número de elementos da população (tamanho da população)

n: número de elementos da amostra (tamanho da amostra)

$\frac{N-n}{N-1}$: **Fator de Correção** de população finita

PEGADINHAS ESTRATÉGICAS

Querido aluno, cada assertiva abaixo contém uma "casca de banana" – será que você vai escorregar em alguma? (rs)

A ideia aqui é induzi-lo levemente a cometer erros, não com o intuito de desanimá-lo, mas para que você aumente a retenção do conteúdo estudado!

Vamos lá?

1. Para garantir que uma amostra possa ser representativa de uma população é preciso que ela seja extraída utilizando determinadas técnicas de amostragem. Entre essas técnicas temos a amostragem probabilística e a não probabilística. A amostragem probabilística é também conhecida como não aleatória ou não casual, isto é, cada elemento da população tem a mesma chance de ser selecionada.

Pessoal, realmente a amostragem pode ser dividida em probabilística e não probabilística, mas o conceito de probabilística não está correto.

- **Amostragem probabilística** – também chamada de aleatória ou casual, nela cada elemento da população tem a mesma chance de ser selecionado.



- **Amostragem não probabilística** – também chamada de não aleatória ou não casual, nela cada elemento da população para ser selecionada depende, pelo menos em parte, do julgamento do pesquisador.

2. Entre as amostragens probabilísticas podemos destacar a amostragem aleatória simples, por cotas, sistemática e estratificada.

Pessoal, aqui temos que a amostragem por cotas não é uma amostragem probabilística e sim não probabilística.

As **amostragens probabilísticas** são as seguintes: aleatória simples, estratificada, sistemática e por conglomerado. Já a **não probabilísticas** temos as seguintes: por conveniência, por cotas e por julgamento.

3. Na amostragem probabilística sistemática, a amostra é feita sistematicamente por um sorteio, em que a população é dividida em partes e pode ser feita com ou sem reposição.

O conceito de amostragem sistemática está completamente errado. Iremos aproveitar esse item para fazer um resumo dos tipos de amostragem probabilística.

- **Aleatória simples** – cada elemento da população tem a mesma chance de ser selecionado e é feita normalmente por sorteio;
- **Sistemática** – os elementos da amostra são escolhidos de forma periódica com base em uma lista ordenada dos elementos da população.
- **Estratificada** – quando temos uma população heterogênea, mas que pode ser dividida em estratos homogêneos mutuamente excludentes. Uma vantagem desse tipo de método é o fato de que se cada elemento dentro do estrato for semelhante entre si, a variabilidade dentro de cada estrato será pequena. Além disso, essa amostragem pode ser dividida em uniforme, proporcional.
- **Por conglomerado** – nesse tipo de amostragem a população também será dividida, mas aqui não precisamos separar em estratos que tenham características semelhantes. Separamos a população em conglomerados, os quais são bastantes heterogêneos e estão fisicamente próximos, representando bem o que ocorre na população inteira.

4. Em relação as variáveis aleatórias, podemos inferir que pelo fato delas assumirem valores diferentes a cada lançamento ser possível obter 100% de certeza o resultado do próximo lançamento.

Uma variável qualquer que assume valores diferentes a cada lançamento é considerada uma **variável aleatória**, pois essa variação ocorre de forma aleatória. Desta forma, **não é possível** determinar com **100% de certeza** o resultado do próximo lançamento.



5. Como a variável aleatória assume diferentes valores em um “lançamento de um dado”, ela é considerada uma variável contínua.

Uma variável aleatória “lançamento de um dado” é **discreta**. Pois, temos as seguintes características: não pode assumir qualquer valor dentro de um intervalo de resultados possíveis; é possível enumerar todos os resultados possíveis da variável; à cada um dos seus valores se associa uma probabilidade.

QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.



Q.01 (CEBRASPE/ Tribunal de Justiça de Amazonas / Analista Judiciário / 2019)

Com relação aos parâmetros estatísticos e suas estimativas, julgue o item que se segue.

Entre dois estimadores, A e B, com consistência, viés e demais características iguais, o estimador mais útil é aquele que possui menor variância.

- C – CERTO
- E – ERRADO

Comentários:

Vejam o destaque que fiz no enunciado da questão, ok?

Se todas as outras condições forem iguais, aquele estimador que tiver menor variância será considerado mais útil.

Gabarito: Certo

Q.02 (CEBRASPE/ Tribunal de Justiça de Amazonas / Analista Judiciário / 2019)



Em determinado município brasileiro, realizou-se um levantamento para estimar o percentual P de pessoas que conhecem o programa justiça itinerante. Para esse propósito, foram selecionados 1.000 domicílios por amostragem aleatória simples de um conjunto de 10 mil domicílios. Nos domicílios selecionados, foram entrevistados todos os residentes maiores de idade, que totalizaram 3.000 pessoas entrevistadas, entre as quais 2.250 afirmaram conhecer o programa justiça itinerante.

De acordo com essa situação hipotética, julgue o seguinte item.

A **fração amostral** do levantamento em tela foi superior a 0,5.

- C – CERTO
- E – ERRADO

Comentários:

Fala, pessoal, temos um conceito bastante simples, mas de grande importância para nosso certame.

A **Fração Amostrai** é razão entre o tamanho da amostra e o espaço amostral, resumindo: ela representa o quanto a amostra representa do espaço amostral, logo:

$$\text{Fração Amostrai} = \frac{1000}{10000} = 0,1 < 0,5$$

Gabarito: Errado

Q.03 (CEBRASPE/ Tribunal de Justiça de Amazonas / Analista Judiciário / 2019)

Em uma fila para atendimento, encontram-se 1.000 pessoas. Em ordem cronológica, cada pessoa recebe uma senha para atendimento numerada de 1 a 1.000. Para a estimação do tempo médio de espera na fila, registram-se os tempos de espera das pessoas cujas senhas são números múltiplos de 10, ou seja, 10, 20, 30, 40, ..., 1.000.

Considerando que o coeficiente de correlação dos tempos de espera entre uma pessoa e outra nessa fila seja igual a 0,1, e que o desvio padrão populacional dos tempos de espera seja igual a 10 minutos, julgue o item que se segue.

Para a estimação do tempo médio de espera, a fração amostral adotada na referida situação será superior a 0,12.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Comentários:

Percebam que o lance nessa questão é definir a amostra. O enunciado não foi claro quanto a isso, mas nos deu uma bela dica ao afirmar:

Para a estimação do tempo médio de espera na fila, registram-se os tempos de espera das pessoas cujas senhas são números múltiplos de 10, ou seja, 10, 20, 30, 40, ..., 1.000.

Ou seja, contando de 10 em 10, temos um total de 100 amostras, ok?



Logo, $100 / 1000 = 0,1 < 0,12$ (errado)

Gabarito: Errado

Q.04 (CEBRASPE/ Tribunal de Justiça de Amazonas / Analista Judiciário / 2019)

Para estimar a proporção de menores infratores reincidentes em determinado município, foi realizado um levantamento estatístico. Da população-alvo desse estudo, constituída por 10.050 menores infratores, foi retirada uma amostra aleatória simples sem reposição, composta por 201 indivíduos. Nessa amostra foram encontrados 67 reincidentes.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o seguinte item.

O fator amostral relativo a esse levantamento foi inferior a 0,05.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Comentários:

O fator amostral é:

$$F = \frac{n}{N} = \frac{201}{10050} = 0,02 < 0,05 \text{ (certo)}$$

Gabarito: Certo

Q.05 (CEBRASPE/ Tribunal de Justiça de Amazonas / Analista Judiciário / 2019)

Para estimar a proporção de menores infratores reincidentes em determinado município, foi realizado um levantamento estatístico. Da população-alvo desse estudo, constituída por 10.050 menores infratores, foi retirada uma amostra aleatória simples sem reposição, composta por 201 indivíduos. Nessa amostra foram encontrados 67 reincidentes.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o seguinte item.

O fator de expansão para a estimativa do total de menores reincidentes existentes nessa população foi igual ou inferior a 40.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Comentários:

O fator expansão ou peso amostral na amostragem aleatória simples é o **inverso da proporção amostral**, isto é:

$$W = \frac{N}{n} = 50 > 40 \text{ (Errado)}$$

Gabarito: Errado

Q.06 (CEBRASPE / Polícia Federal / Escrivão / 2018)

Uma pesquisa realizada com passageiros estrangeiros que se encontravam em determinado aeroporto durante um grande evento esportivo no país teve como finalidade investigar a sensação



de segurança nos voos internacionais. Foram entrevistados 1.000 passageiros, alocando-se a amostra de acordo com o continente de origem de cada um — África, América do Norte (AN), América do Sul (AS), Ásia/Oceania (A/O) ou Europa. Na tabela seguinte, N é o tamanho populacional de passageiros em voos internacionais no período de interesse da pesquisa; n é o tamanho da amostra por origem; P é o percentual dos passageiros entrevistados que se manifestaram satisfeitos no que se refere à sensação de segurança.

origem	N	n	P
África	100.000	100	80
AN	300.000	300	70
AS	100.000	100	90
A/O	300.000	300	80
Europa	200.000	200	80
total	1.000.000	1.000	P_{pop}

Em cada grupo de origem, os passageiros entrevistados foram selecionados por amostragem aleatória simples. A última linha da tabela mostra o total populacional no período da pesquisa, o

tamanho total da amostra e P_{pop} representa o percentual populacional de passageiros satisfeitos.

A partir dessas informações, julgue o próximo item.

Nessa pesquisa, cada grupo de origem representa uma unidade amostral, da qual foi retirada uma amostra aleatória simples.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Comentários:

Perceba que temos uma amostragem estratificada.

Cada um desses grupos de origem continental representam um estrato do grupo de interesse, e NÃO uma unidade.

Cada passageiro é que representa uma unidade amostral.

Gabarito: Errado

Q.07 (CEBRASPE / DEPEN / Agente Penitenciário Federal / 2015)

O diretor de um sistema penitenciário, com o propósito de estimar o percentual de detentos que possuem filhos, entregou a um analista um cadastro com os nomes de 500 detentos da instituição para que esse profissional realizasse entrevistas com os indivíduos selecionados.

A partir dessa situação hipotética e dos múltiplos aspectos a ela relacionados, julgue os itens seguintes, referentes a técnicas de amostragem.

A diferença entre um censo e uma amostra consiste no fato de esta última exigir a realização de um número maior de entrevistas.

- C – CERTO



- E - ERRADO

Comentários:

O Censo é a contagem de TODOS os elementos de uma população.

A amostra é qualquer subconjunto não vazio da população.

Portanto a afirmação do texto está trocada, o censo que exige a realização de um número maior de entrevistas, e não a amostra como afirma o texto.

Gabarito: Errado

Q.08 (CEBRASPE / DESO-SE / Auxiliar de Execução / 2003)

Uma escola possui 200 alunos, distribuídos em diferentes séries. Entre eles, 120 são do sexo feminino. Com base nessas informações, julgue o item abaixo.

Se 20 alunos são escolhidos ao acaso entre os 200 alunos dessa escola, é correto afirmar que 12 desses alunos serão do sexo feminino e 8 serão do sexo masculino.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Comentários:

Apesar da proporção 12/20 do sexo feminino ser a mais provável, não há como garantir que ela acontecerá, visto que a amostra for feita aleatoriamente.

Gabarito: Errado

Q.09 (CEBRASPE / SEFAZ-AL / Fiscal de Tributos / 2002)

Julgue o seguinte item.

Quando a escolha dos elementos que farão parte de uma amostra é realizada usando-se um mecanismo probabilístico, diz-se que se trata de amostra por quotas.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Comentários:

A amostragem por quotas é um dos tipos de amostragem não probabilística.

Gabarito: Errado

Q.10 (CEBRASPE / TJ-PA / 2020)

Para realizar uma pesquisa a respeito da qualidade do ensino de matemática nas escolas públicas de um estado, selecionaram aleatoriamente uma escola de cada um dos municípios desse estado e aplicaram uma mesma prova de matemática a todos os estudantes do nono ano do ensino fundamental de cada uma dessas escolas.

Nesse caso, foi utilizada a amostragem



- a) *Sistemática.*
- b) *Aleatória simples.*
- c) *Por conglomerados em um estágio.*
- d) *Por conglomerados em dois estágios.*
- e) *Estratificada.*

Comentários:

Entrevistador **Imparcial**, portanto, é possível determinar a probabilidade de cada elemento da População pertencer à Amostra.

Amostragem Probabilística			
Por Estratos	Por Conglomerados	Sistemática	Aleatória Simples (AAS)
Divisão da população em estratos c/ elementos homogêneos. Aplica-se a AAS em cada estrato. Grande variabilidade entre os estratos.	Divisão da população em subconjuntos. Porém, devesse ter uma baixa variabilidade entre esses subconjuntos e uma alta variabilidade dentro de cada subconjunto.	Ordenação dos dados, em seguida, deverá ser feita uma seleção sistemática dos elementos. A cada 2, 3, 5 ... elementos.	Elementos possuem a mesma probabilidade de serem selecionados.

Como os alunos selecionados são apenas do nono ano do ensino fundamental. Ou seja, podemos ver um subgrupo diferente de alunos que é analisado somente em 1 estágio.

Logo, a amostragem utilizada é a de **amostragem por conglomerados** em um estágio.

Gabarito: C

Q.11 (CEBRASPE / TJ-PA / 2020)

Uma população de 1.200 elementos possui um sistema de referências ordenado de 1 a 1.200. Com o propósito de se obter uma amostra de 300 elementos dessa população, dividiram-na em 300 grupos de 4 unidades populacionais, tendo sido a unidade 2 selecionada aleatoriamente entre as 4 primeiras unidades. Em seguida, foram selecionadas as segundas unidades dos 299 grupos restantes, completando-se, assim, a amostra de 300 unidades populacionais.

Nesse caso, foi utilizada a amostragem

- a) *por conglomerados em um estágio.*
- b) *estratificada.*
- c) *sistemática.*
- d) *aleatória simples.*
- e) *por intervalos.*

Comentários:



Vejam que o enunciado já nos deu uma bela dica: "...sistema de referências **ordenado**..."

Deem uma olhada na tabela e matem a questão:

Amostragem Probabilística			
Por Estratos	Por Conglomerados	Sistemática	Aleatória Simples (AAS)
Divisão da população em estratos c/ elementos homogêneos. Aplica-se a AAS em cada estrato. Grande variabilidade entre os estratos.	Divisão da população em subconjuntos. Porém, devera ter uma baixa variabilidade entre esses subconjuntos e uma alta variabilidade dentro de cada subconjunto.	Ordenação dos dados, em seguida, deverá ser feita uma seleção sistemática dos elementos. A cada 2, 3, 5 ... elementos.	Elementos possuem a mesma probabilidade de serem selecionados.

Escolha do primeiro elemento de forma aleatória e os demais em intervalos fixos. Só podemos estar falando da **Amostragem Probabilística Sistemática**.

Gabarito: C

Q.12 (CEBRASPE / TJ-PA / 2020)

Um professor de educação física realizou uma pesquisa a respeito das alturas dos estudantes da instituição de ensino onde trabalha. A instituição possui 1.285 estudantes, dos quais 535 são homens e 750 são mulheres. Para realizar essa pesquisa, foi selecionada uma amostra de 257 estudantes pelo método de amostragem estratificada com alocação proporcional, considerando-se os estratos homem e mulher.

Nessa situação, foram selecionados

- a) 107 homens e 150 mulheres.
- b) 128 homens e 129 mulheres.
- c) 110 homens e 147 mulheres.
- d) 150 homens e 107 mulheres.
- e) 129 homens e 128 mulheres.

Comentários:

Nossa alocação foi **proporcional**. Portanto, através de regra de três simples, encontramos que a amostra equivale a 20% da população. Logo, teríamos um total de 20% de 535 = **107 homens** e 20% de 750 = **150 mulheres**.

Gabarito: A

Q.13 (CEBRASPE / TJ-PA / 2020)



O dono de um restaurante pretende selecionar 50 de seus clientes fidelizados para a degustação de uma nova receita que deseja incluir no cardápio. Ele possui um cadastro em que cada cliente fidelizado está numerado sequencialmente de 1 a 1.980. Para realizar a seleção, ele decidiu utilizar a técnica de amostragem sistemática.

Nessa situação, caso o intervalo de seleção da amostra seja igual a 39 e a primeira unidade populacional selecionada seja a 12.^a, então a terceira unidade populacional selecionada será a:

- a) 117.^a.
- b) 36.^a.
- c) 90.^a.
- d) 51.^a.
- e) 3.^a.

Comentários:

Elemento selecionado no 1º grupo: 12º

Intervalo: 39 elementos

Logo, o elemento do 3º grupo será: $12 + 39 + 39 = 90$

Gabarito: C

Q.14 (CEBRASPE / TJ-PA / 2020)

Muitos sorteios virtuais são realizados em uma plataforma que gera números de maneira aleatória, sendo cada número sorteado apenas uma vez com a mesma probabilidade. Essa técnica é denominada amostragem

- a) estratificada.
- b) aleatória simples com repetição.
- c) sistemática.
- d) aleatória simples sem repetição.
- e) por conglomerados.

Comentários:

Pessoal, essa é de boa. Aleatória Simples s/ Repetição. Cada número será sorteado apenas uma vez, atenção.

Gabarito: D

Q.15 (FCC / SEPLAG / 2019)



Uma população de tamanho 1.600 é dividida em 80 subpopulações distintas. Por meio de um sorteio, 20 subpopulações são selecionadas e todos os elementos nas subpopulações selecionadas são observados. Este tipo de amostragem é denominado de Amostragem

- a) *por Conglomerados.*
- b) *Sistemática.*
- c) *Aleatória Estratificada.*
- d) *Determinística.*
- e) *por Quotas.*

Comentários:

Amigos, cuidado para não confundir com a Amostragem Aleatória Estratificada, ok?

Vejam que a questão nos disse que: "...todos os elementos das subpopulações selecionadas são observados..." isso ocorre, exatamente, na Amostragem por Conglomerados, ok?

Gabarito: A

Q.16 (FCC / SEPLAG / 2019)

Uma população com uma certa quantidade de elementos é dividida previamente em grupos mutuamente exclusivos e dentro dos quais são sorteadas amostras casuais simples. Esse tipo de amostragem é denominado de Amostragem

- a) *Determinística.*
- b) *por Conveniência.*
- c) *Aleatória Estratificada.*
- d) *por Quotas.*
- e) *por Conglomerados.*

Comentários:

E, aí, de boa?

Amostragem Aleatória Estratificada.

Gabarito: C

Q.17 (IESES / FESJ / 2019)

São exemplos de amostragem probabilística, EXCETO:

- a) *Aleatória Estratificada.*
- b) *Aleatória Simples.*
- c) *Conglomerado.*
- d) *Quotas ou proporcional.*

Comentários:



Ele quer saber o que representa amostragem não probabilística, ok?

Amostragem <u>Não</u> Probabilística			
Por Conveniência	Por Julgamento	Por Cotas	
Não critério mínimo para selecionar a amostra.	Julgamento do entrevistador.	Seleção da amostra por cotas proporcionais c/ características semelhantes à população	*

Gabarito: D

Q.18 (FASTEF / Universidade Federal do Cariri / 2019)

A Pró-Reitoria de Assuntos Estudantis quer avaliar o nível socioeconômico dos estudantes da universidade, entretanto, solicita que a amostra aleatória implementada contenha estudantes dos cinco Campi que compõem a UFCA. Em relação à variável em estudo, os estudantes em cada Campus são homogêneos entre si e diferentes entre os Campi. Para atender este requerimento, devemos utilizar uma amostragem:

- a) aleatória Simples.
- b) estratificada.
- c) sistemática.
- d) por Conglomerados.

Comentários:

"...os estudantes em cada Campus são homogêneos entre si e diferentes entre os Campi..."

A gente poderia, antes de ler essa parte do enunciado, ter alguma dúvida, certo?

Percebam, também, que na amostra haverá estudantes dos cinco Campi.

Com isso, terminamos de matar a questão. Amostragem Estratificada.

Gabarito: B

Q.19 (FGV/Analista Judiciário (TJ AL)/Apoio Especializado/Estatística/2018)

Suponha que uma amostra de tamanho $n = 6$ será extraída de uma população de 20 indivíduos, sendo a idade a variável de interesse. A população é mostrada na íntegra a seguir.

Ordem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Idade	43	49	32	64	28	17	41	37	21	14
Ordem	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20



Idade	73	59	22	38	36	28	36	63	71	48
--------------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

A extração seguirá a técnica de amostragem sistemática, iniciando pelo indivíduo de ordem 4, acima grifado.

Se o intervalo de seleção é igual a três, a estimativa não tendenciosa da média populacional será igual a:

- a) 34.
- b) 40.
- c) 41.
- d) 47.
- e) 52.

Comentários:

Na **amostra sistemática** os elementos da amostra são escolhidos de forma periódica com base em uma lista ordenada dos elementos da população.

Na questão é pedido a estimativa não tendenciosa da média populacional. Para tanto, será selecionada uma amostra sistemática com 6 elementos. O primeiro a ser selecionado é o de ordem 4. A partir daí iremos fazer a seleção com intervalo igual a 3. A tabela abaixo mostra os elementos selecionados.

Ordem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Idade	43	49	32	64	28	17	41	37	21	14
Ordem	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Idade	73	59	22	38	36	28	36	63	71	48

Logo, a média será a seguinte:

$$\bar{X} = \frac{64 + 41 + 14 + 22 + 28 + 71}{6} = \frac{240}{6}$$

$$\bar{X} = 40$$

Gabarito: B

Q.20 (FGV/Analista Censitário (IBGE)/Métodos Quantitativos/2017)



Uma amostra de cinco indivíduos é extraída aleatoriamente de uma dada população, obtendo-se os seguintes valores:

$$X_1 = 3, X_2 = 5, X_3 = 4, X_4 = 7 \text{ e } X_5 = 11$$

Então a variância amostral e a estimativa não tendenciosa da variância populacional seriam iguais a, respectivamente:

a) 8 e 10;

b) 9 e 8;

c) 8 e 12;

d) 8 e 6,67;

e) 6,67 e 10.

Comentários:

Pessoal, nessa questão a banca quer saber a variância amostral e a estimativa não tendenciosa da variância populacional.

Primeiro temos que calcular a média da amostra.

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5}{n}$$
$$\bar{X} = \frac{3 + 5 + 4 + 7 + 11}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

Variância amostral é dada por:

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n}$$

Aqui seria o estimador viciado.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(3 - 6)^2 + (5 - 6)^2 + (4 - 6)^2 + (7 - 6)^2 + (11 - 6)^2}{5}$$
$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(-3)^2 + (-1)^2 + (-2)^2 + (1)^2 + (5)^2}{5}$$
$$\hat{\sigma}^2 = \frac{9 + 1 + 4 + 1 + 25}{5} = \frac{40}{5}$$



$$\hat{\sigma}^2 = 8$$

Já a estimativa não tendenciosa da variância populacional dada por:

$$s^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

$$s^2 = \frac{(3 - 6)^2 + (5 - 6)^2 + (4 - 6)^2 + (7 - 6)^2 + (11 - 6)^2}{5 - 1}$$

$$s^2 = \frac{(-3)^2 + (-1)^2 + (-2)^2 + (1)^2 + (5)^2}{4}$$

$$s^2 = \frac{9 + 1 + 4 + 1 + 25}{4} = \frac{40}{4}$$

$$s^2 = 10$$

Gabarito: A

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Q.01 (CEBRASPE/ Tribunal de Justiça de Amazonas / Analista Judiciário / 2019)

Com relação aos parâmetros estatísticos e suas estimativas, julgue o item que se segue.

Entre dois estimadores, A e B, **com consistência, viés e demais características iguais**, o estimador mais útil é aquele que possui menor variância.

- C – CERTO
- E – ERRADO

Q.02 (CEBRASPE/ Tribunal de Justiça de Amazonas / Analista Judiciário / 2019)

Em determinado município brasileiro, realizou-se um levantamento para estimar o percentual P de pessoas que conhecem o programa justiça itinerante. Para esse propósito, foram selecionados 1.000 domicílios por amostragem aleatória simples de um conjunto de 10 mil domicílios. Nos domicílios selecionados, foram entrevistados todos os residentes maiores de idade, que totalizaram 3.000 pessoas entrevistadas, entre as quais 2.250 afirmaram conhecer o programa justiça itinerante.

De acordo com essa situação hipotética, julgue o seguinte item.



A **fração amostral** do levantamento em tela foi superior a 0,5.

- C – CERTO
- E – ERRADO

Q.03 (CEBRASPE/ Tribunal de Justiça de Amazonas / Analista Judiciário / 2019)

Em uma fila para atendimento, encontram-se 1.000 pessoas. Em ordem cronológica, cada pessoa recebe uma senha para atendimento numerada de 1 a 1.000. Para a estimação do tempo médio de espera na fila, registram-se os tempos de espera das pessoas cujas senhas são números múltiplos de 10, ou seja, 10, 20, 30, 40, ..., 1.000.

Considerando que o coeficiente de correlação dos tempos de espera entre uma pessoa e outra nessa fila seja igual a 0,1, e que o desvio padrão populacional dos tempos de espera seja igual a 10 minutos, julgue o item que se segue.

Para a estimação do tempo médio de espera, a fração amostral adotada na referida situação será superior a 0,12.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Q.04 (CEBRASPE/ Tribunal de Justiça de Amazonas / Analista Judiciário / 2019)

Para estimar a proporção de menores infratores reincidentes em determinado município, foi realizado um levantamento estatístico. Da população-alvo desse estudo, constituída por 10.050 menores infratores, foi retirada uma amostra aleatória simples sem reposição, composta por 201 indivíduos. Nessa amostra foram encontrados 67 reincidentes.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o seguinte item.

O fator amostral relativo a esse levantamento foi inferior a 0,05.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Q.05 (CEBRASPE/ Tribunal de Justiça de Amazonas / Analista Judiciário / 2019)

Para estimar a proporção de menores infratores reincidentes em determinado município, foi realizado um levantamento estatístico. Da população-alvo desse estudo, constituída por 10.050 menores infratores, foi retirada uma amostra aleatória simples sem reposição, composta por 201 indivíduos. Nessa amostra foram encontrados 67 reincidentes.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o seguinte item.

O fator de expansão para a estimativa do total de menores reincidentes existentes nessa população foi igual ou inferior a 40.

- C – CERTO
- E - ERRADO



Q.06 (CEBRASPE / Polícia Federal / Escrivão / 2018)

Uma pesquisa realizada com passageiros estrangeiros que se encontravam em determinado aeroporto durante um grande evento esportivo no país teve como finalidade investigar a sensação de segurança nos voos internacionais. Foram entrevistados 1.000 passageiros, alocando-se a amostra de acordo com o continente de origem de cada um — África, América do Norte (AN), América do Sul (AS), Ásia/Oceania (A/O) ou Europa. Na tabela seguinte, N é o tamanho populacional de passageiros em voos internacionais no período de interesse da pesquisa; n é o tamanho da amostra por origem; P é o percentual dos passageiros entrevistados que se manifestaram satisfeitos no que se refere à sensação de segurança.

origem	N	n	P
África	100.000	100	80
AN	300.000	300	70
AS	100.000	100	90
A/O	300.000	300	80
Europa	200.000	200	80
total	1.000.000	1.000	P_{pop}

Em cada grupo de origem, os passageiros entrevistados foram selecionados por amostragem aleatória simples. A última linha da tabela mostra o total populacional no período da pesquisa, o

tamanho total da amostra e P_{pop} representa o percentual populacional de passageiros satisfeitos.

A partir dessas informações, julgue o próximo item.

Nessa pesquisa, cada grupo de origem representa uma unidade amostral, da qual foi retirada uma amostra aleatória simples.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Q.07 (CEBRASPE / DEPEN / Agente Penitenciário Federal / 2015)

O diretor de um sistema penitenciário, com o propósito de estimar o percentual de detentos que possuem filhos, entregou a um analista um cadastro com os nomes de 500 detentos da instituição para que esse profissional realizasse entrevistas com os indivíduos selecionados.

A partir dessa situação hipotética e dos múltiplos aspectos a ela relacionados, julgue os itens seguintes, referentes a técnicas de amostragem.

A diferença entre um censo e uma amostra consiste no fato de esta última exigir a realização de um número maior de entrevistas.

- C – CERTO

Q.08 (CEBRASPE / DESO-SE / Auxiliar de Execução / 2003)

Uma escola possui 200 alunos, distribuídos em diferentes séries. Entre eles, 120 são do sexo feminino. Com base nessas informações, julgue o item abaixo.



Se 20 alunos são escolhidos ao acaso entre os 200 alunos dessa escola, é correto afirmar que 12 desses alunos serão do sexo feminino e 8 serão do sexo masculino.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Q.09 (CEBRASPE / SEFAZ-AL / Fiscal de Tributos / 2002)

Julgue o seguinte item.

Quando a escolha dos elementos que farão parte de uma amostra é realizada usando-se um mecanismo probabilístico, diz-se que se trata de amostra por quotas.

- C – CERTO
- E - ERRADO

Q.10 (CEBRASPE / TJ-PA / 2020)

Para realizar uma pesquisa a respeito da qualidade do ensino de matemática nas escolas públicas de um estado, selecionaram aleatoriamente uma escola de cada um dos municípios desse estado e aplicaram uma mesma prova de matemática a todos os estudantes do nono ano do ensino fundamental de cada uma dessas escolas.

Nesse caso, foi utilizada a amostragem

- a) Sistemática.
- b) Aleatória simples.
- c) Por conglomerados em um estágio.
- d) Por conglomerados em dois estágios.

Q.11 (CEBRASPE / TJ-PA / 2020)

Uma população de 1.200 elementos possui um sistema de referências ordenado de 1 a 1.200. Com o propósito de se obter uma amostra de 300 elementos dessa população, dividiram-na em 300 grupos de 4 unidades populacionais, tendo sido a unidade 2 selecionada aleatoriamente entre as 4 primeiras unidades. Em seguida, foram selecionadas as segundas unidades dos 299 grupos restantes, completando-se, assim, a amostra de 300 unidades populacionais.

Nesse caso, foi utilizada a amostragem

- a) por conglomerados em um estágio.
- b) estratificada.
- c) sistemática.
- d) aleatória simples.
- e) por intervalos.

Q.12 (CEBRASPE / TJ-PA / 2020)

Um professor de educação física realizou uma pesquisa a respeito das alturas dos estudantes da instituição de ensino onde trabalha. A instituição possui 1.285 estudantes, dos quais 535 são homens e 750 são mulheres. Para realizar essa pesquisa, foi selecionada uma amostra de 257



estudantes pelo método de amostragem estratificada com alocação proporcional, considerando-se os estratos homem e mulher.

Nessa situação, foram selecionados

- a) 107 homens e 150 mulheres.
- b) 128 homens e 129 mulheres.
- c) 110 homens e 147 mulheres.
- d) 150 homens e 107 mulheres.
- e) 129 homens e 128 mulheres.

Q.13 (CEBRASPE / TJ-PA / 2020)

O dono de um restaurante pretende selecionar 50 de seus clientes fidelizados para a degustação de uma nova receita que deseja incluir no cardápio. Ele possui um cadastro em que cada cliente fidelizado está numerado sequencialmente de 1 a 1.980. Para realizar a seleção, ele decidiu utilizar a técnica de amostragem sistemática.

Nessa situação, caso o intervalo de seleção da amostra seja igual a 39 e a primeira unidade populacional selecionada seja a 12.^a, então a terceira unidade populacional selecionada será a:

- a) 117.^a.
- b) 36.^a.
- c) 90.^a.
- d) 51.^a.
- e) 3.^a.

Q.14 (CEBRASPE / TJ-PA / 2020)

Muitos sorteios virtuais são realizados em uma plataforma que gera números de maneira aleatória, sendo cada número sorteado apenas uma vez com a mesma probabilidade. Essa técnica é denominada amostragem

- a) estratificada.
- b) aleatória simples com repetição.
- c) sistemática.
- d) aleatória simples sem repetição.
- e) por conglomerados.

Q.15 (FCC / SEPLAG / 2019)

Uma população de tamanho 1.600 é dividida em 80 subpopulações distintas. Por meio de um sorteio, 20 subpopulações são selecionadas e todos os elementos nas subpopulações selecionadas são observados. Este tipo de amostragem é denominado de Amostragem

- a) por Conglomerados.
- b) Sistemática.
- c) Aleatória Estratificada.
- d) Determinística.
- e) por Quotas.



Q.16 (FCC / SEPLAG / 2019)

Uma população com uma certa quantidade de elementos é dividida previamente em grupos mutuamente exclusivos e dentro dos quais são sorteadas amostras casuais simples. Esse tipo de amostragem é denominado de Amostragem

- a) Determinística.
- b) por Conveniência.
- c) Aleatória Estratificada.
- d) por Quotas.
- e) por Conglomerados.

Q.17 (IESES / FESJ / 2019)

São exemplos de amostragem probabilística, EXCETO:

- a) Aleatória Estratificada.
- b) Aleatória Simples.
- c) Conglomerado.
- d) Quotas ou proporcional.

Q.18 (FASTEF / Universidade Federal do Cariri / 2019)

A Pró-Reitoria de Assuntos Estudantis quer avaliar o nível socioeconômico dos estudantes da universidade, entretanto, solicita que a amostra aleatória implementada contenha estudantes dos cinco Campi que compõem a UFCA. Em relação à variável em estudo, os estudantes em cada Campus são homogêneos entre si e diferentes entre os Campi. Para atender este requerimento, devemos utilizar uma amostragem:

- a) aleatória Simples.
- b) estratificada.
- c) sistemática.
- d) por Conglomerados.

Q.19 (FGV/Analista Judiciário (TJ AL)/Apoio Especializado/Estatística/2018)

Suponha que uma amostra de tamanho $n = 6$ será extraída de uma população de 20 indivíduos, sendo a idade a variável de interesse. A população é mostrada na íntegra a seguir.

Ordem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Idade	43	49	32	64	28	17	41	37	21	14
Ordem	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Idade	73	59	22	38	36	28	36	63	71	48

A extração seguirá a técnica de amostragem sistemática, iniciando pelo indivíduo de ordem 4, acima grifado.

Se o intervalo de seleção é igual a três, a estimativa não tendenciosa da média populacional será igual a:



- a) 34.
- b) 40.
- c) 41.
- d) 47.
- e) 52.

Q.20 (FGV/Analista Censitário (IBGE)/Métodos Quantitativos/2017)

Uma amostra de cinco indivíduos é extraída aleatoriamente de uma dada população, obtendo-se os seguintes valores:

$$X_1 = 3, X_2 = 5, X_3 = 4, X_4 = 7 \text{ e } X_5 = 11$$

Então a variância amostral e a estimativa não tendenciosa da variância populacional seriam iguais a, respectivamente:

- a) 8 e 10;
- b) 9 e 8;
- c) 8 e 12;
- d) 8 e 6,67;
- e) 6,67 e 10.

Comentários:

Pessoal, nessa questão a banca quer saber a variância amostral e a estimativa não tendenciosa da variância populacional.

Primeiro temos que calcular a média da amostra.

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5}{n}$$
$$\bar{X} = \frac{3 + 5 + 4 + 7 + 11}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

Variância amostral é dada por:



$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n}$$

Aqui seria o estimador viciado.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(3-6)^2 + (5-6)^2 + (4-6)^2 + (7-6)^2 + (11-6)^2}{5}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(-3)^2 + (-1)^2 + (-2)^2 + (1)^2 + (5)^2}{5}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{9 + 1 + 4 + 1 + 25}{5} = \frac{40}{5}$$

$$\hat{\sigma}^2 = 8$$

Já a estimativa não tendenciosa da variância populacional dada por:

$$s^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

$$s^2 = \frac{(3-6)^2 + (5-6)^2 + (4-6)^2 + (7-6)^2 + (11-6)^2}{5-1}$$

$$s^2 = \frac{(-3)^2 + (-1)^2 + (-2)^2 + (1)^2 + (5)^2}{4}$$

$$s^2 = \frac{9 + 1 + 4 + 1 + 25}{4} = \frac{40}{4}$$

$$s^2 = 10$$

Gabarito: A



Gabarito

GABARITO



<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
C	E	E	C	E	E	E	E	E	C
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
C	A	C	D	A	C	D	B	B	A



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.