Resumo

Função Exponencial

Revisão: propriedades da potenciação e da radiciação

#	Propriedade	#	Propriedade
P1	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	P6	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
P2	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	P7	$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$
P3	$(a^m)^n = a^{m \times n}$	P8	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
P4	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	P9	$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$
P5	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	P10	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \times m]{a}$

Conhecendo as propriedades da potenciação, podemos trabalhar com a **radiciação** transformando-a em uma potência por meio da **propriedade P6**.

O número de Euler

e ≅ 2,72

Equações exponenciais

As **equações exponenciais** são equações que apresentam a **incógnita no expoente**. Para encontrar o valor da incógnita, deve-se **reduzir os termos da equação a uma base comum**. Isso porque, sendo $a > 0$ e $a \neq 1$, temos:

$$a^b = a^c \leftrightarrow b = c$$

• **Números decimais**: transformá-los em fração para, em seguida, reduzir os termos a uma base comum.
• **Presença da radiciação**: transformar todas as raízes em potências para, em seguida, trabalhar somente com as propriedades da potenciação.
• Em alguns problemas é necessário **colocar em evidência as potências que apresentam a variável no expoente**. Para evitar trabalhar com frações, costuma-se escolher a **potência de menor expoente** para realizar a operação.
• Em alguns problemas pode ser interessante realizar uma **substituição de variável**.

Inequações exponenciais

As **inequações exponenciais** são inequações que apresentam a **incógnita no expoente**. Para resolver as inequações exponenciais, devemos **reduzir os termos da inequação a uma base comum**.

• Para $a > 1$, temos que:

$$a^b > a^c \leftrightarrow b > c$$

(Mantém-se a desigualdade)

• Para $0 < a < 1$, temos que:

$$a^b > a^c \leftrightarrow b < c$$

(Inverte-se a desigualdade)

• Em alguns casos pode ser necessária a **análise do sinal da função obtida** após a redução à base comum.
• Assim como nas equações exponenciais, em alguns problemas de inequações pode ser interessante realizar uma **substituição de variável**.

Função Exponencial

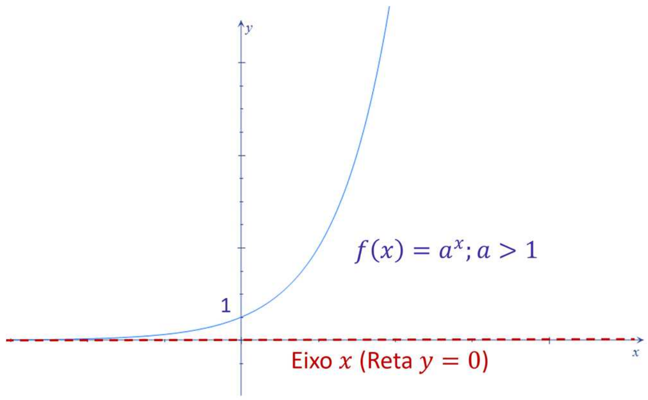
A **função exponencial** é uma função $\boldsymbol{f}$ que **associa uma variável** $\boldsymbol{x}$ pertencente ao conjunto dos números reais ($x \in \mathbb{R}$) ao valor $\boldsymbol{a^x}$ pertencente ao conjunto dos reais positivos ($a^x \in \mathbb{R}_+^*$). Ademais, é **necessário que a base $\boldsymbol{a}$ seja maior do que zero e diferente de 1**.
Em linguagem matemática, a função exponencial é definida da seguinte maneira:

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$$

$$f(x) = a^x$$

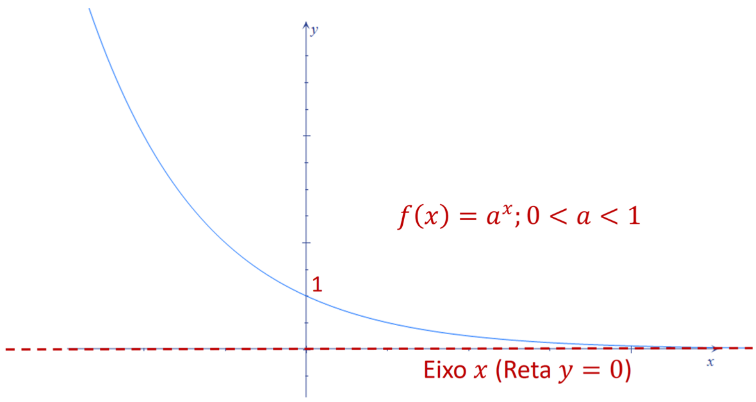
$$a > 0 \text{ e } a \neq 1$$

Gráfico básico e propriedades para a > 1



• **Para $\boldsymbol{a > 1}$**, a função exponencial é **estritamente crescente** (portanto, é **crescente**).
• **Para $\boldsymbol{a > 1}$, à medida em que se diminui o valor de $\boldsymbol{x}$**, a função exponencial $f(x) = a^x$ se aproxima cada vez mais do valor zero sem nunca chegar a ser zero (**assíntota em $\boldsymbol{y = 0}$**).

Gráfico básico e propriedades para 0 < a < 1



• **Para $\boldsymbol{0 < a < 1}$**, a função exponencial é **estritamente decrescente** (portanto, é **decrescente**).
• **Para $\boldsymbol{0 < a < 1}$, à medida em que se aumenta o valor de $\boldsymbol{x}$**, a função exponencial $f(x) = a^x$ se aproxima cada vez mais do valor zero sem nunca chegar a ser zero (**assíntota em $\boldsymbol{y = 0}$**).

Propriedades válidas para 0 < a < 1 e para a > 1

- **A função exponencial $f(x) = a^x$ corta o eixo y no ponto $(x; y) = (0; 1)$.**
- **A imagem da função exponencial $f(x) = a^x$ é $Im(f) = R_+^* =]\,0;\ +\infty[= (0, +\infty)$**
  Trata-se dos reais positivos, sem incluir o zero.

Obtenção de gráficos provenientes dos gráficos básicos

A obtenção de gráficos provenientes das funções exponenciais básicas é um assunto que ainda não foi muito explorado pelas bancas de concurso público. As principais propriedades são:

- **Translação vertical**: Ao **somar** ou **subtrair** uma constante **de uma função** qualquer, estamos transladando **verticalmente** **para cima** ou **para baixo** o gráfico dessa função.
- **Translação horizontal**: Ao **somar** ou **subtrair** uma constante **da variável x** de uma função qualquer, estamos transladando horizontalmente **para a esquerda** ou **para a direita** o gráfico dessa função.

Função exponencial × Função quadrática

Não se pode afirmar que a **função exponencial** descreve uma **parábola**, nem sequer quando considerado um pequeno intervalo. Somente a **função quadrática** (ou função do **segundo grau**) descreve uma **parábola**.