Aula 11

TSE - Concurso Unificado (Analista Judiciário - Área Administrativa) Raciocínio Lógico e Matemática - 2023 (Pré-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

02 de Março de 2023

Índice

EQUAÇÕES DE PRIMEIRO GRAU

Noções e Conceitos

Contextualização

Certas pessoas ficam assustadíssimas quando se deparam com termos tais como "equação", "incógnita" ou "raiz". Veremos que não precisamos ficar assim. Uma equação vai estabelecer **uma relação de igualdade entre duas expressões matemáticas**. Incógnita, por sua vez, é **uma quantidade que desconhecemos** mas que queremos descobrir o seu valor. Para começar a desbravar esse conteúdo, vamos verificar como é a cobrança?

HORA DE PRATICAR!

(PREF. NITEROI/2018) Em uma gaveta A existem 43 processos e em uma gaveta B existem 27 processos. Para que as duas gavetas fiquem com o mesmo número de processos, devemos passar da gaveta A para a gaveta B:
A) 18 processos;
B) 16 processos;
C) 12 processos;
D) 8 processos;
E) 6 processos.

Comentários:
Pessoal, **43 processos estão na gaveta A** e **27 processos estão na B**. Imagine que vamos retirar x processos da gaveta A para colocar na B. A intenção aqui é fazer com que tenhamos o mesmo número de processos em cada gaveta.

Quando tiramos x processos da gaveta A, ela fica com $(43 - x)$ **processos**. Se colocarmos esses x processos na gaveta B, então a gaveta B ficará com $(27 + x)$ **processos**. Essas duas quantidades **devem ser iguais**! Assim,

$$43 - x = 27 + x \quad \Rightarrow \quad 2x = 16 \quad \Rightarrow \quad x = 8$$

Logo, devemos passar **8 processos** da gaveta A para a B.

Gabarito: LETRA D.

Na questão acima, nós montamos uma equação a partir da situação proposta: "quantidade na gaveta A" = "quantidade na gaveta B". **Em 99% das questões, teremos que fazer algo parecido**. O "x" é a nossa incógnita e determiná-lo é o objetivo de toda equação.

Equação de Primeiro Grau

Para dizer se uma determinada equação é do primeiro grau, basta **procurarmos pelo maior expoente** em alguma incógnita. Se o maior expoente for um, então a equação será de primeiro grau.

- $\boldsymbol{x + 1 = 3x - 4}$ **(Equação de Primeiro Grau)**
- $\boldsymbol{2x = 2 - 6x}$ **(Equação de Primeiro Grau)**
- $x^2 + 2 = x$ (Não é equação de primeiro grau)
- $x^3 - 2x = 1$ (Não é equação de primeiro grau)

Simples, né? No entanto, **mais interessante** do que apenas afirmar se uma equação é do primeiro grau ou não, **é saber resolvê-la**. Para isso, **devemos compreender algumas manipulações algébricas**. Nesse ponto da aula, os alunos que já dominam bem esse tipo de manipulação **podem pular a teoria inicial e resolver as questões propostas ao longo desse primeiro capítulo**.

A partir de agora, vou explicar passo a passo o que normalmente fazemos quando estamos querendo resolver uma equação de primeiro grau. Considere a simples equação:

$$x + 1 = 1$$

O que a expressão acima diz? Ora, ela está dizendo que você pegou um número "x", **que não é conhecido**, e **somou o número "1"** (esse é o lado esquerdo). **O resultado dessa operação foi 1** (esse é o lado direito). Que número, nós vamos somar com "1" para dar "1"? Só pode ser o 0!

$$x + 1 = 1$$
$$0 + 1 = 1$$

Na prática, resolveríamos da seguinte forma:

$$x + 1 = 1$$
$$x = 1 - 1$$
$$x = 0$$

Veja que "passamos" o "1" para o outro lado e **trocamos o seu sinal**. Na verdade, o que fizemos foi **adicionar "$\boldsymbol{-1}$" em ambos os lados da equação**.

$$x + 1 = 1$$
$$x + \cancel{1 - 1} = \cancel{1 - 1}$$
$$x = 0$$

Esse é um ponto importantíssimo de ser notado. **Quando adicionamos quantidade iguais em ambos os lados da equação, não alteramos a relação de igualdade**. Vamos pensar em algo prático para entender?
Imagine que você tem duas gavetas. Cada gaveta possui 20 processos. Se você retira 5 processos de cada gaveta, cada uma ficará com 15. Ou seja, o número de processos pode ter mudado, mas **a igualdade será mantida**. Se, depois de retirar os 5, você adiciona 100 processos em cada, cada uma das gavetas ficará com 115, **mantendo a igualdade**.

Tenho um exemplo ainda melhor! Imagine que uma equação funciona como uma balança. Ela precisa está equilibrada dos dois lados. Se você tem 5 maçãs de um lado, você precisará ter 5 maçãs do outro. Assim, caso você decida retirar uma maçã de um dos lados, **também terá que retirar uma maçã do outro lado**, se não sua balança vai pender para um lado! É exatamente essa ideia que devemos ter aqui.

Galera, o que eu quero dizer é o seguinte: não importa o que você faz com a equação, **desde que você faça dos dois lados!** Se você multiplicar um lado por 2, deve multiplicar o outro lado por 2. Se você somar 10 de um lado, também deve somar 10 do outro. Dessa forma, mantemos, de fato, a relação de igualdade entre as expressões.

Quando passamos um número de um lado para o outro, no fundo, o que estamos fazendo é somar ou subtrair números dos dois lados da equação. Considere:

$$43 - x = 27 + x$$

Vamos tentar Isolar o "x". Para isso, normalmente utilizamos o lado esquerdo. Logo, devemos "passar" o $+x$ que está do lado direito para o lado esquerdo. Esse movimento é equivalente a somar "$-x$" em cada um dos lados. *Como assim, professor?* Acompanhe:

$$43 - x \boldsymbol{- x} = 27 + x \boldsymbol{- x}$$
$$43 - 2x = 27 + 0$$
$$43 - 2x = 27$$

Perceba que o "x" ainda não está isolado. Precisamos "passar" o 43 para o outro lado. Essa "passagem" é o resultado de somar "-43" em cada um dos lados.

$$\boldsymbol{-43} + 43 - 2x = 27 \boldsymbol{- 43}$$
$$0 - 2x = -16$$
$$-2x = -16$$

Observe agora que o "x" finalmente está isolado. No entanto, **ele está com o sinal trocado**. Podemos multiplicar os dois lados da equação por (-1) a fim de mudar esse sinal.

$$-2x = -16$$
$$\boldsymbol{(-1)} \cdot (-2x) = \boldsymbol{(-1)} \cdot (-16)$$
$$2x = 16$$

Ok! Estamos quase lá. **Queremos determinar "x" e não "2x"**. Na escola, nós aprendemos que, como o "2" está multiplicando o "x", ele passará dividindo o "16". No fundo, **nós estamos dividindo os dois lados da equação por "2"**.

$$2x = 16$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{16}{2}$$
$$x = 8$$

Pronto, equação resolvida! A intenção aqui era passar para vocês **o que está por trás das manipulações que são feitas**. Veja que tudo se resume a fazermos operações iguais dos dois lados. Na prática, o que vemos são os famosos "passa para o outro lado trocando o sinal", "passa dividindo", etc. Vamos fazer alguns exemplos.

HORA DE PRATICAR!

(PREF. RECIFE/2019) O chefe de uma seção passou a um de seus funcionários uma tarefa que consistia em ler, registrar e arquivar um determinado número de processos. O funcionário, depois de ter lido, registrado e arquivado um quarto do número total de processos, notou que se lesse, registrasse e arquivasse mais três processos, teria completado um terço da tarefa. O número total de processos que compõem a tarefa completa passada, ao funcionário, pelo chefe é de

A) 36.
B) 12.
C) 24.
D) 48.
E) 60.

Comentários:

Vamos considerar que **o número de processos é n**. Se ele leu, registrou e arquivou **um quarto do total de processos**, então temos $\frac{n}{4}$ **processos** que já passaram por ele. Além disso, se repetir o procedimento para **mais 3 processos**, então terá completado **um terço da tarefa** $\left(\frac{n}{3}\right)$. Matematicamente,

$$\frac{n}{4} + 3 = \frac{n}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{n}{3} - \frac{n}{4} = 3 \quad \Rightarrow \quad \frac{n}{12} = 3 \quad \Rightarrow \quad n = 36$$

Logo, o número total de processos é 36.

Gabarito: LETRA A.

Sistema de Equações

Galera, o que acontece se ao invés de uma única quantidade desconhecida, tivermos duas? Ou três? É nessas horas que **vamos nos deparar com um sistema de equações**. Para entendermos melhor, tente me responder a seguinte pergunta: *quais são os dois números que somados dão quatro?* Você deve estar dizendo: "Ora, podem ser vários! **"1" e "3"** ou **"0" e "4"** ou **"1,5" e "2,5"**...

Observe que vários números satisfazem minha pergunta. Para um resultado exato, eu preciso ser mais específico, **preciso dar mais uma informação**. Se adicionalmente eu falar*: **um deles é o triplo do outro***. Dessa vez, tenho certeza que você me falará com convicção que os números que estou procurando são o "1" e o "3".

Para descobrir **duas quantidades**, eu precisei de **duas informações**. Matematicamente, as informações que eu forneci podem ser representadas como:

$$\begin{cases} x + y = 4 & (1) \\ x = 3y & (2) \end{cases}$$

Em um sistema, *teremos <u>mais de uma</u> incógnita*. Na situação em tela, representamos a incógnita adicional por "y". Poderia ser qualquer letra. Não há problema algum. Além disso, você poderá encontrar as equações numeradas. Essa numeração serve para **ajudar a referenciá-las em nosso texto**. Por exemplo, sempre que eu falar "equação (1)", você saberá de qual equação estou falando, sem precisar escrevê-la explicitamente.

Assim, **se há duas incógnitas, então você precisará de duas equações para determiná-las**. E se for três? Você precisará de três equações. *Ok, estou começando a entender, professor!* Opa, isso é bom, podemos prosseguir então. Finja que você não sabe que "1" e "3" formam a solução do sistema acima. Como faríamos para resolvê-lo?

O método mais simples para resolução de sistemas **é o da substituição**. Observe que podemos substituir o "x" da equação (2) na equação (1). Ficaria assim:

$$(3y) + y = 4 \quad \Rightarrow \quad 4y = 4 \quad \Rightarrow \quad y = 1$$

Veja como descobrimos rápido o y! Agora, podemos **substituí-lo em qualquer uma das equações** e achar x:

$$x = 3 \cdot 1 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

Esse foi um exemplo simples, vamos ver como pode vim na sua prova?

(PREF. SÃO ROQUE/2020) O valor de R$ 180,00 foi dividido entre Carlos, Renato e Alessandra, de modo que Alessandra recebeu o dobro do valor recebido por Carlos, e Renato recebeu R$ 51,00. Sendo assim, o valor que Alessandra recebeu, comparado ao valor recebido por Renato, é maior em
A) R$ 34,00.
B) R$ 35,00.
C) R$ 36,00.
D) R$ 37,00.
E) R$ 38,00.

Comentários:
Galera, **180 reais foram divididos para 3 pessoas**. Pelo que dá para perceber, essa divisão não foi igualitária. Vamos dizer que a quantia recebida por **Alessandra seja A**, a quantia recebida por **Carlos seja C** e a quantia recebida por **Renato seja R**. Assim,

$$A + C + R = 180$$

No entanto, a própria questão já nos informa quanto Renato recebeu, que foi **R$ 51,00**. Logo,

$$A + C + 51 = 180$$
$$A + C = 129 \qquad (1)$$

Além disso, **Alessandra recebeu o dobro do valor de Carlos**.

$$A = 2C \qquad (2)$$

(1) e (2) formam um sistema de duas equações e duas variáveis, podemos resolvê-lo. Nesse intuito, vamos **substituir (2) em (1).**

$$2C + C = 129 \quad \Rightarrow \quad 3C = 129 \quad \Rightarrow \quad C = 43$$

Logo, **Carlos recebeu 43 reais** e **Alessandra** recebeu o dobro, **86 reais**. Quando comparamos o valor recebido por Alessandra (86 reais) e o valor recebido por Renato (51 reais), vemos que **Alessandra ficou com 35 reais a mais**.

Gabarito: LETRA B.

Agora que temos uma noção geral sobre sistemas de equações, vamos focar em como resolvê-los.

Considere o seguinte sistema: $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 4 \end{cases}$. Determine x e y.

Pessoal, temos **duas equações e duas incógnitas**. É exatamente essa situação que queremos.

$$\begin{cases} x + y = 10 & (1) \\ x - y = 4 & (2) \end{cases}$$

No método da substituição, **isolamos uma das variáveis e a substituímos na outra equação**. Esse método possui um nome bastante intuitivo, não é verdade? Por exemplo, podemos isolar o x na equação (2) acima.

$$x = 4 + y$$

Agora que sabemos quem é **x em função do y**, podemos substituir sua expressão na equação (1).

$$(4 + y) + y = 10 \quad \Rightarrow \quad 4 + 2y = 10 \quad \Rightarrow \quad 2y = 10 - 4 \quad \Rightarrow \quad 2y = 6 \quad \Rightarrow \quad y = 3$$

Encontramos o valor de y! Agora, para determinar x, **basta substituir y em qualquer uma das equações**.

$$x + y = 10 \quad \Rightarrow \quad x + 3 = 10 \quad \Rightarrow \quad x = 10 - 3 \quad \Rightarrow \quad x = 7$$

Existem alguns outros métodos de resolução de sistemas que serão vistos na aula própria de Sistemas Lineares. Lá, vamos envolver **matrizes e determinantes** no nosso estudo. Nesse momento, o método da substituição é mais do que **suficiente para resolvermos as questões e gabaritar a prova**.

HORA DE PRATICAR!

(VALIPREV/2020) Determinado número de pastas precisa ser colocado em caixas, de modo que cada caixa fique com o mesmo número de pastas. O funcionário responsável pelo serviço percebeu que era possível colocar 20 pastas em cada uma das caixas disponíveis, e que, dessa forma, não ficaria pasta alguma de fora. Porém, como 3 das caixas disponíveis foram utilizadas para outro serviço, então, foram colocadas 25 pastas, em cada uma das caixas restantes, e, dessa forma, também, nenhuma pasta ficou fora das caixas. O número total de pastas era

A) 300.
B) 280.
C) 250.
D) 230.
E) 200.

Comentários:

Vamos lá, temos uma determinada quantidade de pastas e uma determinada quantidade de caixas. Não sabemos nenhuma das duas. **São valores que iremos descobrir**. Para isso, devemos associar uma letra para cada uma dessas quantidades. Façamos **P a quantidade de pastas** e **C a quantidade de caixas**. O funcionário responsável diz que é possível colocar **20 pastas em cada uma das C caixas**, **sem deixar** **nenhuma de fora**. Dessa forma, o total de pastas é dado por

$$20C = P \quad (1)$$

Acontece que o funcionário não tem as C caixas que estava pensando, pois **3 estão sendo usadas em outro serviço**. Assim, **sobram apenas $(C-3)$ caixas para distribuir as P pastas**. Nessa nova situação, o funcionário faz uma outra análise e percebe que consegue colocar **25 pastas em cada uma das caixas**, sem deixar pasta de fora. Matematicamente,

$$25(C-3) = P \quad (2)$$

Temos **duas equações e duas incógnitas**. Para resolver esse sistema, podemos substituir (1) em (2):

$$25(C-3) = 20C \quad \Rightarrow \quad 25C - 75 = 20C \quad \Rightarrow \quad 5C = 75 \quad \Rightarrow \quad C = 15$$

Veja que **temos 15 caixas**. Dessa forma, ao substituir esse valor em (1), temos $20 \cdot 15 = 300$ pastas.

Gabarito: LETRA A.

EQUAÇÕES DE SEGUNDO GRAU

Noções e Conceitos

Galera, equações de segundo grau vão ser aquelas em que **o expoente máximo** que encontraremos em uma incógnita **será o 2**. Vejamos alguns exemplos:

- $x^2 + 2x + 1 = 0$
- $x^2 - 5x + 3 = 0$
- $x^2 - x - 1 = 0$
- $x^2 + 5x + 6 = 0$

Todas as equações acima são equações de segundo grau. Basta identificar o maior expoente e pronto! Ressalto, no entanto, que algumas equações de segundo grau podem vim disfarçadas.

- $(x-2)(x-1) = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 3x + 2 = 0$
- $x(x-3) = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 3x = 0$
- $(x+1)(x+4) = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 5x + 4 = 0$

Observe que as equações acima foram escritas na forma de um **produto de dois termos**. Como ambos os termos possuem a incógnita x, quando aplicamos a propriedade distributiva da multiplicação, acabamos encontrando uma equação do segundo grau.

Formalmente, dizemos que uma equação de segundo grau é qualquer equação de forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que a, b e c são os coeficientes da equação. Para que tenhamos realmente um termo com o x^2, o coeficiente **a não pode ser igual a zero** $(\boldsymbol{a \neq 0})$. Até aqui eu gostaria que vocês tenham aprendido a identificar uma equação de segundo grau.

Equações de 2º Grau

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0$$

São Eq. de 2º Grau	NÃO São Eq. de 2º Grau
$x^2 + 2x - 1 = 0$	$x + 1 = 0$
$7x^2 - 9 = 0$	$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$
$3x^2 - 3x + 10 = 0$	$x^5 + 3 = 0$
$-x^2 + 5x = 0$	$-x^4 + 2x^3 + x^2 + 1 = 0$
$-2x^2 + x + 1 = 0$	$2x - 1 = x^3$

Agora que sabemos reconhecê-la, vamos aprender a determinar seus coeficientes. Isso será de extrema importância, pois olhando apenas para os coeficientes de uma equação de segundo grau, poderemos dizer muita coisa sobre ela.

Os coeficientes de uma equação de segundo são três: o coeficiente dominante ou principal ("a"), o coeficiente secundário ("b") e o coeficiente independente ("c"). Para determiná-los, basta **compararmos a equação com a forma que acabamos de ver: $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$.**

EXEMPLIFICANDO

1) $\boldsymbol{x^2 + 3x + 1 = 0}$

Quando comparamos a equação acima com $ax^2 + bx + c = 0$, retiramos que: $\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = 1 \end{cases}$

2) $\boldsymbol{-x^2 + 5x - 2 = 0}$

Basta compararmos a equação acima com $ax^2 + bx + c = 0$, retiramos que: $\begin{cases} a = -1 \\ b = 5 \\ c = -2 \end{cases}$

3) $\boldsymbol{5x^2 - 25 = 0}$

Comparando com $ax^2 + bx + c = 0$, temos que: $\begin{cases} a = 5 \\ b = 0 \\ c = -25 \end{cases}$

4) $\boldsymbol{2x^2 - x = 0}$

Comparando com $ax^2 + bx + c = 0$, temos que: $\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases}$

Note que **podemos ter "b" ou "c" iguais a zero**. No entanto, **tal fato não é verdade para o coeficiente "a".** Se fosse, a equação não seria de segundo grau, pois, na prática, não teríamos o termo ax^2. Ok! Até agora sabemos identificar uma equação de segundo grau e dizer seus coeficientes. O próximo passo que daremos será em como resolvê-la.

Fórmula de Bhaskara

Moçada, imagine que temos que resolver a seguinte equação: $x^2 - 2x + 1 = 0$. O que você faz? Na equação de primeiro grau, nós isolávamos o x e rapidamente conseguíamos obter um valor para a incógnita. Se você tentar a mesma coisa aqui, vai ser um pouco frustrante, pois **não conseguiremos isolar o x da mesma maneira que fizemos anteriormente**.

É pensando em como determinar a incógnita de uma equação de segundo grau, que surgiu a Fórmula de Bhaskara. Sei que em algum momento da vida vocês já se depararam com ela e devem ter se perguntado o porquê dessa danada existir. É apenas uma maneira de **encontrar de x em uma equação de segundo grau**.

Professor, e isso é importante para alguma coisa, por que alguém faz tanta questão em descobrir esse x?

Galera, quando estamos estudando apenas o método de resolução, realmente fica muito difícil enxergar como isso é útil. Peço um pouco de paciência, já que uma contextualização mais formalizada será vista apenas na aula de Funções de Segundo Grau. Aqui, formaremos uma boa base para aproveitar essa aula ao máximo.

Ok, professor! Você está falando muito, mas vamos ao que interessa: se eu não consigo isolar o x da maneira que aprendemos na equação de primeiro grau, como farei agora?

Agora, nós aplicamos a fórmula de Bhaskara!

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Caramba, professor! Que loucura!

Calma! Garanto que é mais fácil do que parece! Repare no que está dentro da raiz quadrada. Essa expressão é bastante especial e ganha um nome próprio. Nós **a chamamos de discriminante, o famoso "delta".**

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Podemos, portanto, reescrever a fórmula de Bhaskara assim:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Você deve estar se perguntando sobre esse sinal de "mais ou menos": $\pm$. Ele indica que vamos ter duas raízes. *Como assim? Agora estamos falando das partes de uma planta?* Nada disso, moçada! Nós chamamos de raízes, os valores de x que satisfazem a equação.

Lembre-se que **na equação de primeiro grau, nós encontramos um único valor para x**. **Na equação de segundo grau, teremos dois valores que tornarão a igualdade validade**. Por sua vez, a equação de terceiro grau terá três. Logo, para descobrir quantas raízes uma equação tem, basta olharmos para seu grau.

Vamos exemplificar. Considere a equação $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Tente usar $x = 3$.

$$3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = -6 + 6 = 0$$

Veja que a equação bateu! Agora, tente usar $x = 2$.

$$2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 4 - 10 + 6 = -6 + 6 = 0$$

Opa, veja que bateu de novo! Dois valores que satisfazem a equação! **Esses dois valores são as suas raízes**! Em uma equação de segundo grau só vão existir duas delas! Guarde isso. Veja que já dei as raízes da equação. Imagine, no entanto, que a gente não soubesse. O primeiro passo **é extrair os coeficientes da equação**.

Se $x^2 - 5x + 6 = 0$, então $\begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 6 \end{cases}$.

Uma vez que temos os coeficientes, vamos calcular o discriminante e, logo após, as raízes.

- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 \quad \rightarrow \quad \Delta = 25 - 24 \quad \rightarrow \quad \Delta = 1$$

- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{5 \pm 1}{2}$$

Pessoal, agora fazemos duas contas. Na primeira, **nós considerando o sinal de menos**. Já na segunda, **o sinal de mais**. O primeiro resultado nós chamaremos de x_1 e o segundo, x_2. Serão as duas raízes.

$$x_1 = \frac{5 - 1}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = \frac{4}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{5 + 1}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = \frac{6}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = 3$$

Observe que obtivemos exatamente as duas raízes que falamos inicialmente. *E no concurso, como é?*

(SABESP/2019) Definem-se Números Amigos Quadráticos como sendo dois números tais que a soma dos algarismos do quadrado de um deles é igual ao outro e vice-versa. Considerando-se a maior solução da equação $2x^2 - 25x - 13 = 0$, seu número amigo quadrático será

A) 16

B) 15

C) 13

D) 17

E) 19

Comentários:

Antes de falarmos de Números Amigos Quadráticos, vamos resolver a equação de segundo de grau?

$$2x^2 - 25x - 13 = 0$$

Os coeficientes que vamos usar na **Fórmula de Bhaskara** são: $\begin{cases} a = 2 \\ b = -25 \\ c = -13 \end{cases}$

Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Rightarrow \quad \Delta = (-25)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-13) \quad \Rightarrow \quad \Delta = 625 + 104 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 729$$

Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-(-25) \pm \sqrt{729}}{2 \cdot 2} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{25 \pm 27}{4} \quad \Rightarrow \quad x_1 = -\frac{1}{2} \;\; e \;\; x_2 = 13$$

Agora que encontramos as raízes, vamos pegar a maior dela $(x_2 = 13)$ e achar seu amigo quadrático. De acordo com o enunciado, amigos quadráticos são dois números tais que **a soma dos algarismos do quadrado de um deles é igual** ao outro e vice-versa.

Para encontrá-lo, devemos nos perguntar: **qual é a soma dos algarismos do quadrado de 13?** Ora, o quadrado de 13 é 169. A soma dos algarismos de 169 é 1+6+9=16. Observe que o quadrado de 16 é 256, a soma dos algarismos de 256 é 2+5+6=13. Logo, **13 e 16 são números amigos quadráticos**.

Gabarito: LETRA A.

ATENÇÃO
DECORE!

Fórmula de Bhaskara

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Professor, não quero decorar, quero aprender a **deduzir a fórmula na hora da prova**! Ok! Não é uma tarefa impossível, mas **talvez lhe custe preciosos minutos**. Quem preferir, pode pular o quadro abaixo!

INDO MAIS
FUNDO!

Pessoal, para demonstrarmos a fórmula de Bhaskara, você deve lembrar que:

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

Nosso objetivo será transformar a equação $ax^2 + bx + c = 0$ em um quadrado. Chamamos esse método de "completar quadrados". Será uma maneira de isolar o "x". Ok! Vamos nessa.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Dividindo os dois lados por "a"

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Adicionando $\frac{b^2}{4a^2}$ em cada um dos lados.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = \frac{b^2}{4a^2}$$

Passando $\frac{c}{a}$ para o outro lado.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

Por que fizemos isso tudo? Qual o motivo de adicionar $\frac{b^2}{4a^2}$ e passar o $\frac{c}{a}$ para o outro lado? Pois agora temos um quadrado do lado esquerdo da nossa equação!

Comparando com $A^2 + 2AB + B^2$, temos que $A = x$ e $B = \frac{b}{2a}$. Conseguiu visualizar? Como $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$, então

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

Olha as coisas melhorando! Vamos ajeitar o lado direito agora.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{4ac}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Tirando a raiz quadrada dos dois lados da equação.

$$\sqrt{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right) = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Pronto, moçada! Essa é a nossa fórmula de Bhaskara. Note que o sinal de “mais ou menos” aparece quando tiramos as raízes. Estudamos um pouco isso na nossa aula de exponenciação e radiciação.

Qualquer dúvida, você pode dar uma olhadinha nela! Ressalto que é interessante entender como chegamos à fórmula. No entanto, para fins de prova, sua aplicação direta é suficiente.

HORA DE PRATICAR!

(PREF. SÃO LUÍS/2017) Se X_1 e X_2, em que $X_1 < X_2$, são as raízes positivas da equação $x^2 - 164x^2 + 6400 = 0$, então a diferença $X_2 - X_1$ é igual a:

A) 2.

B) 1.

C) 36.

D) 18.

E) 4.

Comentários:

Temos uma equação de segundo grau. Para encontrar as raízes, devemos usar **a fórmula de Bhaskara**.

$$x^2 - 164x + 6400 = 0$$

1) Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \;\Rightarrow\; \Delta = 164^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6400 \;\Rightarrow\; \Delta = 26.896 - 25600 \;\Rightarrow\; \Delta = 1296$$

2) Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-(-164) \pm \sqrt{1296}}{2} \quad \rightarrow$$

$$x = \frac{164 \pm 36}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = 64 \quad e \quad x_2 = 100$$

Sendo assim, a diferença entre as raízes da equação é:

$$x_2 - x_1 = 100 - 64 = 36$$

Gabarito: LETRA C

Análise do Discriminante

Agora que sabemos o que é a equação de segundo grau, os seus coeficientes e como resolvê-la, podemos dar mais um passo. O nosso famoso "delta" (ou discriminante) **traz consigo algumas informações relevantes**. Lembra que eu falei que uma equação tem duas raízes? Vou detalhar melhor isso. Olhe bem para a fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Na aula de Potenciação e Radiciação, nós falamos **que não existe, nos conjuntos dos reais, a raiz quadrada de um número negativo**. Quanto vale $\sqrt{-1}$? Ou $\sqrt{-25}$? Existem, mas não são números reais! São números complexos. Dito isso, quando temos um "delta" negativo em uma equação de segundo grau, o que vamos fazer, já que precisaremos tirar a raiz?

Galera, **quando o delta é negativo, dizemos que não existem soluções reais**. O que vão existir são duas soluções complexas! As questões cobram muito isso! É errado apenas dizer que quando o delta é negativo, não existe solução. Não existe solução no conjunto dos REAIS!! E quando o delta for zero? O que acontece?

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-b}{2a}$$

Quando o discriminante for nulo, percebemos que vamos ter apenas uma solução e ela será igual a $-b/2a$.

Mas professor... o senhor falou que a equação de segundo grau tem duas raízes. Pelo que percebi, quando o delta for zero, vamos encontrar apenas uma, é isso mesmo?

Esse pensamento está certo em partes. Teoricamente, **a equação continua com duas raízes, porém, elas são iguais.** Alguns autores podem até dizer que, em virtude disso, é apenas uma. **Ressalto que, rigorosamente, são duas raízes iguais.**

ESQUEMATIZANDO

Discriminante	Consequência
$\Delta > 0$	Duas soluções reais **distintas**
$\Delta = 0$	Duas soluções reais **iguais**
$\Delta < 0$	Sem solução nos reais.

HORA DE PRATICAR!

(PREF. SJC/2019) No conjunto dos números reais, a equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, tem:

A) somente uma raiz se $b^2 - 4ac = 0$

B) duas raízes iguais se $b^2 - 4ac = 0$

C) somente uma raiz se $b^2 - 4ac > 0$

D) duas raízes distintas se $b^2 - 4ac < 0$

E) somente uma raiz se $b^2 - 4ac < 0$

Comentários:

Sempre que a questão falar de número de raízes de uma equação de segundo grau, deveremos olhar o discriminante. Lembre-se do seguinte:

1) Se o discriminante $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac > 0}$, então a equação terá **duas raízes reais distintas**.
2) Se o discriminante $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac = 0}$, então a equação terá **duas raízes reais idênticas**.
3) Se o discriminante $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac < 0}$, então a equação **não terá raízes reais**.

Dessa forma, a única alternativa que **se encaixa nessas observações é a letra B**.

Gabarito: LETRA B.

Forma de Representação Alternativa

Como conversamos no início desse capítulo, a equação de segundo grau pode vim na forma de um produto. Por exemplo,

- $(x-1)\cdot(x+1)=0$
- $x\cdot(x-5)=0$
- $(x-10)\cdot(x+7)=0$
- $x\cdot(x-1)=0$

Quando aplicamos a propriedade distributiva ou o famoso "chuveirinho", vamos chegar exatamente na mesma forma que estamos habituados.

- $(x-1)\cdot(x+1)=0 \quad \rightarrow \quad x^2-1=0$
- $x\cdot(x-5)=0 \quad \rightarrow \quad x^2-5x=0$
- $(x-10)\cdot(x+7)=0 \quad \rightarrow \quad x^2-3x-70=0$
- $x\cdot(x-1)=0 \quad \rightarrow \quad x^2-x=0$

Dito isso, quero revelar para vocês que quando tivermos uma equação de segundo grau na forma de produto de dois termos, **é muito mais fácil encontrar suas raízes**. Moçada, se temos o produto de dois termos que está dando zero, então um dos dois deve ser zero!

Na equação $(x-1)\cdot(x+1)=0$, use $x=1$.

$$(1-1)\cdot(1+1)=0\cdot 2=0$$

Observe que a equação foi satisfeita, indicando que $x=1$ é uma raiz. Agora, faça $x=-1$

$$(-1-1)\cdot(-1+1)=(-2)\cdot 0=0$$

Logo, $x=-1$ é também uma raiz. **Basta igualarmos cada um dos termos a zero para obter as raízes.**

Considere a próxima equação: $x\cdot(x-5)=0$. Então,

$$x=0 \;\; ou \;\; x-5=0 \quad \rightarrow \quad x_1=0 \;\; e \;\; x_2=5$$

Considere que $(x - 10) \cdot (x + 7) = 0$. Então,

$$x - 10 = 0 \quad ou \quad x + 7 = 0 \qquad \rightarrow \qquad x_1 = 10 \quad e \quad x = -7$$

Logo, as raízes de $(x - 10) \cdot (x + 7) = 0$ são 10 e -7.

HORA DE PRATICAR!

(CODESP-SP/2010) A soma das raízes da equação $(2x + 7)(x - 8) = 0$ é

A) -15.
B) -1.
C) 4,5.
D) 2.
E) 7,5.

Comentários:

Nem precisamos aplicar a propriedade distributiva e encontrar a equação de segundo grau. Temos o produto de dois termos, essa expressão **será 0 quando qualquer um dos termos da multiplicação for 0**. Assim,

$$2x + 7 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{7}{2} \quad \Rightarrow \quad x = -3{,}5$$

Analogamente,

$$x - 8 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 8$$

Logo, **as raízes** da expressão são $x_1 = -3{,}5$ e $x_2 = 8$. O enunciado pede **a soma dessas raízes**.

$$x_1 + x_2 = -3{,}5 + 8 \quad \Rightarrow \quad x_1 + x_2 = 4{,}5$$

Gabarito: LETRA C.

Relações de Girard

Para finalizar nosso estudo de equações de segundo grau, é bastante relevante comentarmos um pouco sobre as Relações de Girard. Essas relações fornecem duas informações: a soma e o produto das raízes sem que seja necessário calculá-las. *E como vamos fazer isso, professor??* **Nós utilizaremos os coeficientes da equação!**

Considere uma equação de segundo grau na forma $ax^2 + bx + c = 0$. Então,

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad e \qquad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Isso mesmo, moçada! **Soma e produto de raízes apenas em função dos coeficientes**! Imagine que você quer resolver a equação $x^2 + 2x - 3 = 0$. Essa equação tem coeficientes $a = 1$, $b = 2$ e $c = -3$. Sendo assim, a soma de suas raízes é:

$$x_1 + x_2 = -\frac{2}{1} \quad \rightarrow \quad x_1 + x_2 = -2$$

E o produto das raízes, qual é:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-3}{1} \quad \rightarrow \quad x_1 \cdot x_2 = -3$$

Veja que sabemos **a soma e o produto das raízes sem conhecê-las** individualmente! Pode te economizar um bom tempo na hora da prova!

(UFABC/2019) Considere a equação do segundo grau $3x^2 - 4x + q = 0$, na qual q representa um número inteiro. Sabendo-se que – 3 é uma das raízes dessa equação, então o produto das duas raízes dessa equação é igual a

A) -6.

B) -13.

C) 0.

D) 7.

E) 12.

Comentários:

Temos uma equação de segundo grau e uma de suas raízes. Ora, se **-3 é uma raiz**, então podemos usá-la na equação para determinar q.

$$3x^2 - 4x + q = 0 \quad \Rightarrow \quad 3 \cdot (-3)^2 - 4 \cdot (-3) + q = 0 \quad \Rightarrow \quad 27 + 12 + q = 0 \quad \Rightarrow \quad q = -39$$

Logo, nossa equação **possui a seguinte forma**:

$$3x^2 - 4x - 39 = 0$$

Para encontrar **o produto das duas raízes**, lembre-se que não precisamos encontrá-la, basta utilizarmos as **relações de Girard**. Para o produto, temos que

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad \Rightarrow \quad x_1 \cdot x_2 = -\frac{39}{3} \quad \Rightarrow \quad x_1 \cdot x_2 = -13$$

Gabarito: LETRA B

Como sei que alguns de vocês podem estar duvidando das relações de Girard, **vamos pegar nossa última equação e achar as raízes do jeito tradicional**. Depois, calcularemos a soma e o produto das raízes! A equação que estávamos trabalhando foi:

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

Os coeficientes dela são: $a = 1$, $b = 2$ e $c = -3$. Logo,

- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) \quad \rightarrow \quad \Delta = 4 - 12 \quad \rightarrow \quad \Delta = 16$$

- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2 - 4}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = \frac{-6}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = -3$$

$$x_2 = \frac{-2 + 4}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = \frac{2}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = 1$$

Ok! **Encontramos as duas raízes.** Agora, vamos fazer a soma e o produto delas.

$$x_1 + x_2 = -3 + 1 = -2$$

$$x_1 \cdot x_2 = (-3) \cdot 1 = -3$$

Observe que são os mesmos resultados que encontramos aplicando as relações de Girard! Pessoal, no momento, vou pedir para vocês confiarem nesse bilhete! Alguns de vocês podem estar curiosos sobre como chegar nessas relações. Afinal, de onde elas vieram?

Uma demonstração apropriada envolve conhecimentos um pouco mais específicos de funções e polinômios. Desse modo, tenha certeza que voltaremos nas Relações de Girard nas aulas específicas desses assuntos, quando teremos muito mais bagagem para compreender sua demonstração.

INEQUAÇÕES DE PRIMEIRO GRAU

Diferenças entre Equações e Inequações de 1º Grau

Chegou a hora de falarmos um pouco sobre as inequações. Se na equação tínhamos uma relação de igualdade entre duas expressões, **aqui vamos ter uma desigualdade**. Para representá-la, utilizamos quatro símbolos:

Símbolo	Leitura
$>$	"maior que"
$\geq$	"maior ou igual a"
$<$	"menor que"
$\leq$	"menor ou igual a"

Enquanto nas equações de primeiro grau encontrávamos um único valor para x, aqui na desigualdade, vamos ter vários ou mesmo nenhum. Representaremos **o conjunto solução por meio de um intervalo**, que explicaremos em breve do que se trata. Primeiro, vamos desenvolver algumas noções intuitivas sobre as desigualdades.

Quando aparece, por exemplo, que $x > 0$, temos uma desigualdade. Ela está nos informando que **x é maior que 0**. *Quais são os números que são maiores que zero?* Ora, são muitos! Infinitos! Na prática, são todos os números positivos. x pode ser "1", "3,1415...", $\sqrt{2}$ e tantos outros...

Observe que usamos o símbolo $>$ para expressar a desigualdade. Desse modo, x **é estritamente maior que 0** e, **no conjunto solução, o zero não estará incluído**.

Beleza, professor! E o que mais?

Vamos tentar resolver uma inequação um pouco mais elaborada.

$$2x - 5 \leq -3x + 5$$

O que você faria nessa situação? Podemos proceder de maneira muito similar a como fazíamos nas equações. Nosso objetivo será isolar o x. Acompanhe,

$$2x - 5 \leq -3x + 5$$

$$2x + 3x \ \leq 5 + 5$$

$$5x \leq 10$$

$$x \leq 2$$

Viu? Basicamente procedemos sem fazer qualquer consideração sobre o sinal que separa as duas expressões. Como resultado, obtivemos que **x é menor ou igual a 2**. O que isso significa? Significa que se pegarmos qualquer número menor ou igual a 2, nossa desigualdade será satisfeita, vamos fazer alguns testes?

Substitua $x = 3$ em $2x - 5 \leq -3x + 5$.

$$2 \cdot 3 - 5 \leq -3 \cdot 3 + 5$$
$$6 - 5 \leq -9 + 5$$
$$1 \leq -4 \text{ ✖}$$

E aí? 1 é realmente menor ou igual a -4? Não né, moçada? Veja que a desigualdade não é satisfeita e isso ocorreu pois **não pegamos um valor que está dentro do nosso conjunto solução**.

Agora, substitua $x = 1$ em $2x - 5 \leq -3x + 5$.

$$2 \cdot 1 - 5 \leq -3 \cdot 1 + 5$$
$$2 - 5 \leq -3 + 5$$
$$-3 \leq 2 \text{ ✔}$$

E dessa vez? Veja que realmente a desigualdade é satisfeita, pois **-3 é realmente menor ou igual a 2**.

Relembre: Conjuntos Numéricos e Intervalos

Galera, vamos relembrar um pouco sobre os conjuntos numéricos e como representamos conjuntos por meio de intervalos.

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

Conjunto dos Números Naturais:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

Conjunto dos Números Inteiros:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

Conjunto dos Números Racionais ($\mathbb{Q}$): formado por todos os números que podem ser escritos na forma de uma fração de inteiros. Vale lembrar que as dízimas periódicas, por mais que apresentam uma representação decimal infinita, podem ser transformadas em frações de números inteiros, possibilitando sua classificação como um número racional.

Conjunto dos Números Irracionais ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$): formado por todo número que possui representação decimal infinita e não periódica. É o caso dos números $\pi, \phi, \sqrt{2}, \sqrt{3}$ e infinitos outros. Não podem ser representados por uma fração de inteiros.

Conjunto dos Números Reais $(\mathbb{R})$**:** formado por basicamente todos os números que conhecemos no sentido estrito da palavra. É basicamente a união do conjunto dos números racionais com os irracionais.

Como os conjuntos numéricos podem ser importante nesse assunto? Vamos ver!

HORA DE PRATICAR!

(PREF. SALVADOR/2019) Considere o sistema de inequações: $\begin{cases} 2x - 1 < x + 3 \\ x + 1 \leq 3x + 4 \end{cases}$

O número de soluções **inteiras** desse sistema é

A) 5.

B) 4.

C) 3.

D) 2.

E) 1.

Comentários:

Vamos resolver cada uma das inequações individualmente.

$$2x - 1 < x + 3 \quad \Rightarrow \quad x < 4$$

A solução da primeira é qualquer **x menor do que quatro**! Vamos para a segunda inequação,

$$x + 1 < 3x + 4 \quad \Rightarrow \quad 2x > -3 \quad \Rightarrow \quad x > -\frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad x > -1{,}5$$

Já a segunda inequação diz que **x deve ser maior que $-1,5$**. Quais os números inteiros entre $-1{,}5 \; e \; 4$?

$$-1, \qquad 0, \qquad 1, \qquad 2, \qquad 3$$

Observe que **temos 5 números inteiros entre -1,5 e 4**. Essa é a nossa resposta. Veja que não contamos o 4 pois a primeira equação diz que **x deve ser estritamente menor do que 4**, não podendo ser igual.

Gabarito: LETRA A.

Beleza, professor! Na situação acima, ele quis **saber quantas são as soluções inteiras**, mas se ele pedisse o conjunto solução, sem especificar se quer as soluções inteiras ou não? Nesse caso, ele certamente estaria se **referindo às soluções reais**. Por exemplo, resolvendo o sistema de inequações acima, chegamos à conclusão que **x era maior que -3/2 e menor que 4**. Podemos juntar esses dois fatos em uma única expressão.

$$-\frac{3}{2} < x < 4$$

Mas, não é somente assim que devemos representar o conjunto solução. Devemos informar, para quem for ler, **que conjunto numérico pertence x**. Sendo assim, como ele pertence aos reais, escrevemos o seguinte:

$$S = \left\{x \in \mathbb{R}\,;\, -\frac{3}{2} < x < 4\right\}$$

Pronto, essa é **uma das formas** de expressar o conjunto solução da questão anterior. Sua leitura é dada por: "*x pertence aos reais, tal que, x é maior que -3/2 e menor que 4*". Tudo bem?

Existe mais uma maneira de representar esse conjunto. Veja que escrever o conjunto de forma explícita assim pode gastar um pouco da caneta, né? Pensando nisso, **a moçada inventou uma maneira mais compacta de dizer a mesma coisa**. O conjunto acima poderia ser representado por:

$$S \quad = \quad]-\frac{3}{2}, 4\,[$$

Veja que **usamos colchetes** nessa notação. Mais ainda, perceba que eles estão "virados". Isso significa que os números mais próximos deles não fazem parte do intervalo. Imagine que nosso intervalo não fosse esse, mas sim

$$S = \left\{x \in \mathbb{R}\,;\, -\frac{3}{2} \leq x \leq 4\right\}$$

Representaríamos da seguinte forma:

$$S = \left[-\frac{3}{4}, 4\right]$$

Note agora que os colchetes estão voltados para dentro, já que incluímos o $-3/2$ e o 4 no conjunto (por meio da mudança dos sinais da desigualdade). Professor, posso ter um colchete virado para dentro e outro para fora? Pode sim, caso o conjunto fosse $S = \left\{x \in \mathbb{R}\,;\, -\frac{3}{2} \leq x < 4\right\}$, uma possível representação seria $S = [-\frac{3}{2}, 4\,[$.

Vamos tentar resumir um pouco essas informações em um esquema?

Representação Explícita	Representação por Intervalos
$S = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$	$S = [a, b]$
$S = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$	$S = [a, b[$
$S = \{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$	$S =]a, b]$
$S = \{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$	$S =]a, b[$
$S = \{x \in \mathbb{R}; x > a\}$	$S =]a, \infty[$

$S=\{x\in\mathbb{R}; x\geq a\}$	$S=[a,\infty[$
$S=\{x\in\mathbb{R}; x<b\}$	$S=]-\infty,b[$
$S=\{x\in\mathbb{R}; x\leq b\}$	$S=]-\infty,b]$

Na tabela acima, coloquei alguns casos a mais. Observe que **não é necessário que o x esteja entre dois números**. Como vimos no início, **podemos ter simplesmente que $x>0$**. Nessas situações, como fica a representação? Ora, explicitamente temos que:

$$S=\{x\in\mathbb{R}; x>0\}$$

Em intervalos, temos que

$$S=]0,\infty[$$

Veja que agora aparecemos com o símbolo ∞ . **Ele representa o "infinito".** Na prática, indica que x pode assumir qualquer valor maior que zero. Pode ser um milhão, um bilhão, um trilhão, um número tão grande quanto você queira. Um detalhe interessante de ser percebido é que, **quando temos o símbolo do infinito, o intervalo <u>sempre será aberto nele</u>**. Afinal, *que número é o infinito? Pois é!*

Beleza, professor! Estou entendendo! Tem mais alguma maneira de representar esses conjuntos?

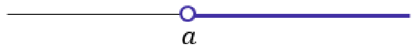
Tem sim, meu caro aluno, uma última que já vou lhe apresentar! Você deve lembrar que o conjunto dos números reais pode ser representado pela **famosa "reta real".** Utilizaremos ela aqui para a nossa próxima representação. Vamos voltar lá pra nossa desigualdade inicial.

$$-\frac{3}{2}<x<4$$

É possível representá-la por meio do seguinte desenho:

Veja que **destacamos a região entre os dois números e colocamos bolas abertas nas extremidades**. Essas **bolas abertas significam que o intervalo não contém o $-3/2$ e o 4**. Caso a desigualdade fosse $-\frac{3}{2}\leq x\leq 4$, então a representação seria:

Por sua vez, a **bola fechada indica que os limites também estão inclusos no intervalo**. Vamos adicionar essas informações na nossa tabela?

Representação Explícita	Representação por Intervalos	Representação Geométrica
$S = \{x \in \mathbb{R};\, a \leq x \leq b\}$	$S = [a, b]$	
$S = \{x \in \mathbb{R};\, a \leq x < b\}$	$S = [a, b[$	
$S = \{x \in \mathbb{R};\, a < x \leq b\}$	$S =]a, b]$	
$S = \{x \in \mathbb{R};\, a < x < b\}$	$S =]a, b[$	
$S = \{x \in \mathbb{R};\, x > a\}$	$S =]a, \infty[$	
$S = \{x \in \mathbb{R};\, x \geq a\}$	$S = [a, \infty[$	
$S = \{x \in \mathbb{R};\, x < b\}$	$S =]-\infty, b[$	
$S = \{x \in \mathbb{R};\, x \leq b\}$	$S =]-\infty, b]$	

HORA DE PRATICAR!

(CAERN/2010) O conjunto de todas as soluções reais da inequação $2x + 1 < 3x + 2$ **é**

A) $]-\infty, -1[$.

B) $]-\infty,\ 1[$.

C) $]-1, +\infty[$.

D) $]1, +\infty[$.

E) $]-1, 1[$.

Comentários:

Galera, questão bem direta mas envolve um pequeno detalhe que sempre devemos estar atentos quando resolvemos inequações.

$$2x + 1 < 3x + 2$$
$$2x - 3x < 2 - 1$$
$$-x < 1$$

E agora, multiplicamos os dois lados por menos um? Sim! Mas, devemos inverter o sinal da desigualdade. Assim,

$$(\mathbf{-1}) \cdot (-x) > (\mathbf{-1}) \cdot 1$$
$$x > -1$$

Observe que antes tínhamos "menos x **menor que** um" e passamos a ter "x **maior que** menos um". Galera, isso é uma consequência do uso das desigualdades. Considere que:

$$100 > 5$$

A desigualdade acima é verdade, né? Concorda comigo que 100 é maior que 5? Beleza! Vamos multiplicar os dois lados por -1.

$$(-1) \cdot 100 > (-1) \cdot 5$$
$$-100 > -5$$

E agora, multiplicamos os dois por -1, deixando o sinal de desigualdade. E aí? Ela está sendo satisfeita? Veja que não! -100 não é maior que -5. Devemos inverter o sinal da desigualdade.

$$-100 < -5$$

Agora sim! Ficou claro, galera? Voltando para a questão, descobrimos que

$$x > -1$$

Como estamos falando dos reais, podemos representar essa solução de diversas formas. Note que as alternativas trouxeram os intervalos. Assim,

$$S =]-1, +\infty[$$

Gabarito: LETRA C.

Beleza, moçada! Vamos entrar na segunda parte do nosso estudo de inequações do primeiro grau. Fiz esse destaque em relação ao conteúdo anterior pois precisaremos ir um pouco além nos conceitos. Antes de prosseguir, verifique esses quatros pontos:

- Sabe quais são os sinais de desigualdade?
- Sabe resolver uma inequação de primeiro grau simples?
- Sabe expressar o conjunto solução por meio da representação explícita e geométrica?
- Entendeu como funcionam os intervalos?

Se sua resposta foi sim para os quatro itens, vamos prosseguir. Caso tenha ficado algum item não tão claro, sugiro fazer uma releitura. Caso queira, você também pode dar uma olhadinha em alguns exercícios na nossa lista a final do livro. Vamos lá?!

Muitos editais trazem "inequações" sem trazer o tópico "funções". No entanto, vou abordar um pouco desse tema aqui, **mas apenas o essencial para o nosso estudo**. Um estudo mais aprofundado de "funções" é realizado em aula específica do nosso curso, caso o assunto venha contemplado em seu edital.

Chamamos de função de primeiro grau uma expressão da seguinte forma:

$$f(x) = ax + b, \quad a \neq 0$$

Note que devemos ter $a \neq 0$. Essa condição nos garante que o termo "ax" existe. Se $a = 0$, então a função seria $f(x) = b$ e estaríamos diante uma função constante. Na expressão da função, **a e b são constantes** e chamados, respectivamente, de **"coeficiente dominante" e "coeficiente linear"**. Vamos ver alguns exemplos de funções de primeiro grau?

- $f(x) = x$
  Nesse caso, temos que o coeficiente dominante (a) é igual a 1. O coeficiente linear (b) é igual a 0. Observe que apesar de existir uma restrição quanto a "a" $(a \neq 0)$, **não há nenhum problema que "b" seja zero**.

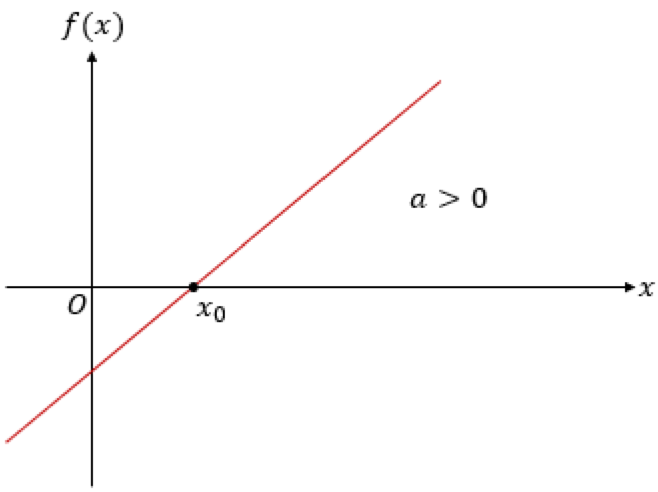
- $f(x) = 2x + 1$
  Temos que o coeficiente dominante (a) é igual a 2 e o coeficiente linear (b) é igual a 1.

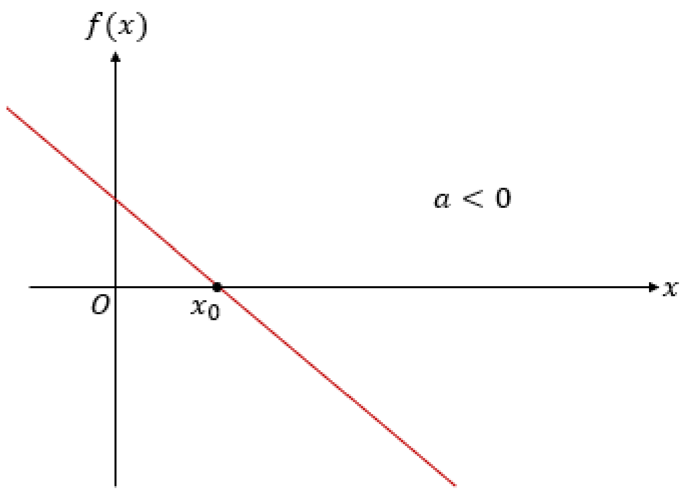
- $f(x) = -3x - 10$
  Temos que o coeficiente dominante (a) é igual a -3 e o coeficiente linear (b) é igual a -10.

- $f(x) = -2x + 100$
  Temos que o coeficiente dominante (a) é igual a -2 e o coeficiente linear (b) é igual a 100.

- $f(x) = x^2 - 10$
  Não é uma equação de primeiro, mas sim de segundo grau. Será alvo do nosso estudo mais a frente.

Galera, **toda função possui um gráfico característico**. No caso da de primeiro grau, teremos uma reta.



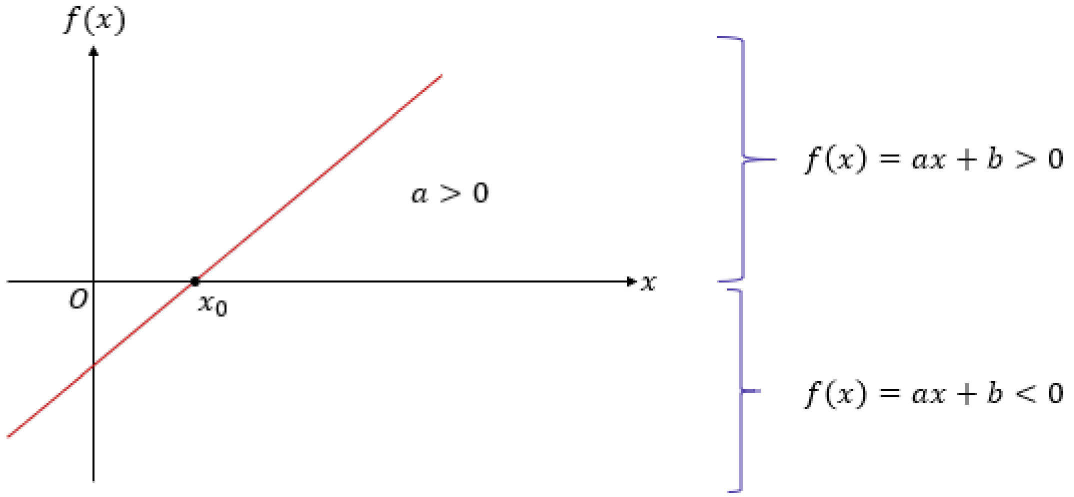


Quais informações podemos tirar dos dois gráficos acima?

Primeiramente, perceba que o gráfico muda dependendo o sinal do coeficiente dominante (a**). Se $a > 0$, temos uma reta ascendente**, isto é, a função cresce com o valor de x. Por sua vez, **quando $a < 0$, temos uma resta descendente**, isto é, a função decresce à medida que x aumenta. Tudo bem até aqui?

Mas como isso vai nos ajudar a resolver inequações?

Vou lhe mostrar! Considere o gráfico da esquerda (com $a > 0$). Veja que para valores de x acima de x_0, a função assume valores positivos, isto é, $f(x) = ax + b > 0$. Para valores menores que x_0, temos que a função está na parte debaixo do gráfico e, portanto, assume valores negativos $(f(x) = ax + b < 0)$.



Pensar assim será útil especialmente quando estivermos resolvendo **inequações que envolvam quocientes ou produtos**. Nessas situações, **precisaremos fazer uma análise de sinal** e até usaremos aquelas máximas "menos com menos dá mais" ou "mais com menos dá menos". Chegaremos lá.

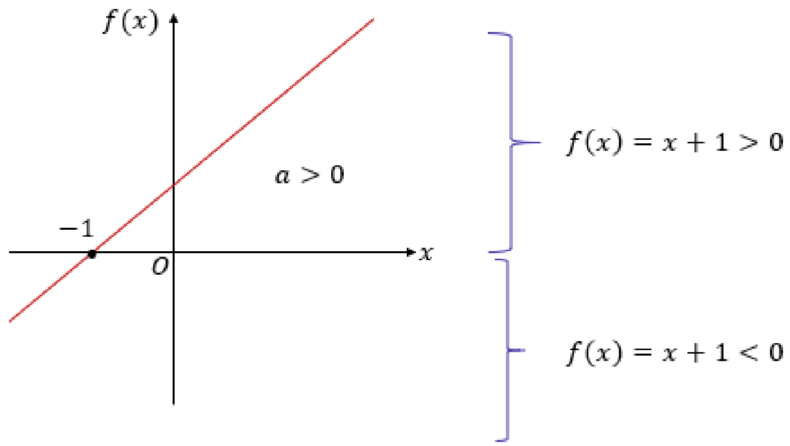
Imagine que você quer resolver $\frac{x+1}{x-3} > 0$. *Como você faria?*

Veja que é uma inequação que envolve o quociente de duas funções de primeiro grau. Queremos saber para **quais valores de x tal quociente resultará em um número positivo (maior que zero)**. A primeira coisa que devemos notar é o sinal do coeficiente dominante das duas funções. Tanto "x+1" e "x-3" possuem $a > 0$.

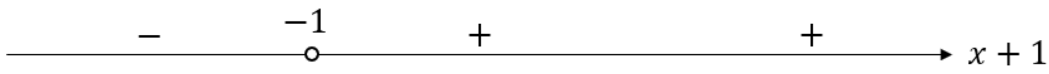
A segunda etapa é calcular as raízes. Para isso, basta fazermos igualar tanto o numerador quanto o denominador a zero.

Numerador: $x + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x_0 = -1$

Podemos interpretar isso assim:

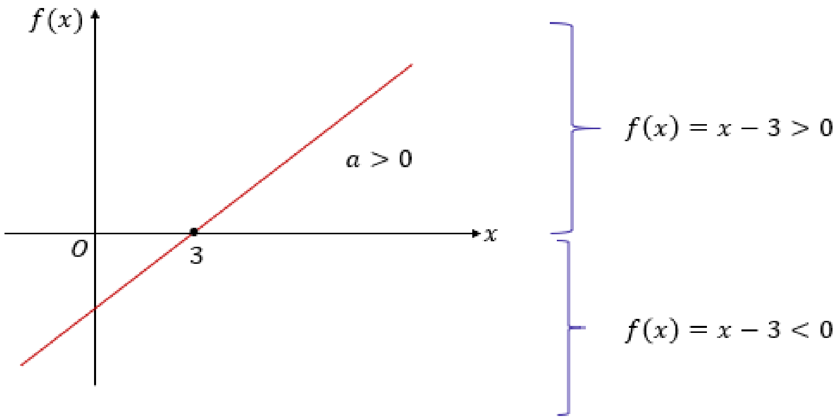


Simplificadamente, podemos usar apenas uma reta real para representar as informações do gráfico.



Destacamos a raiz " -1". A esquerda dela colocamos o sinal de menos, **para indicar que a função assume valor negativo para valores inferiores a -1**. Analogamente, colocamos sinal de "mais" do lado direito para indicar que, **para valores superiores a -1, temos que a função é positiva**. Tudo bem?.

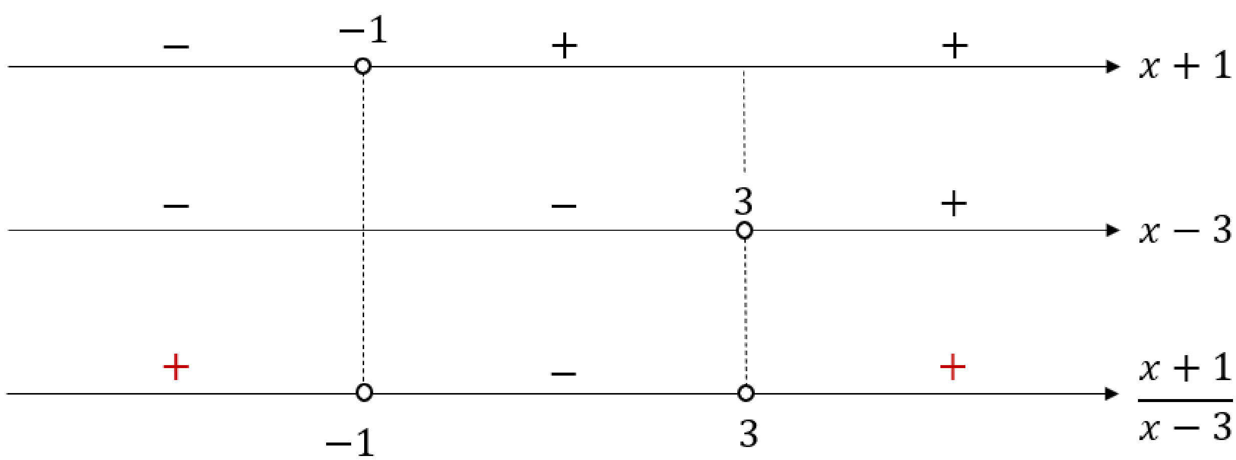
Denominador: $x - 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x_0 = 3$



Da mesma forma, podemos simplificar as informações do gráfico em uma espécie de reta real. Para o denominador, teríamos algo do tipo:

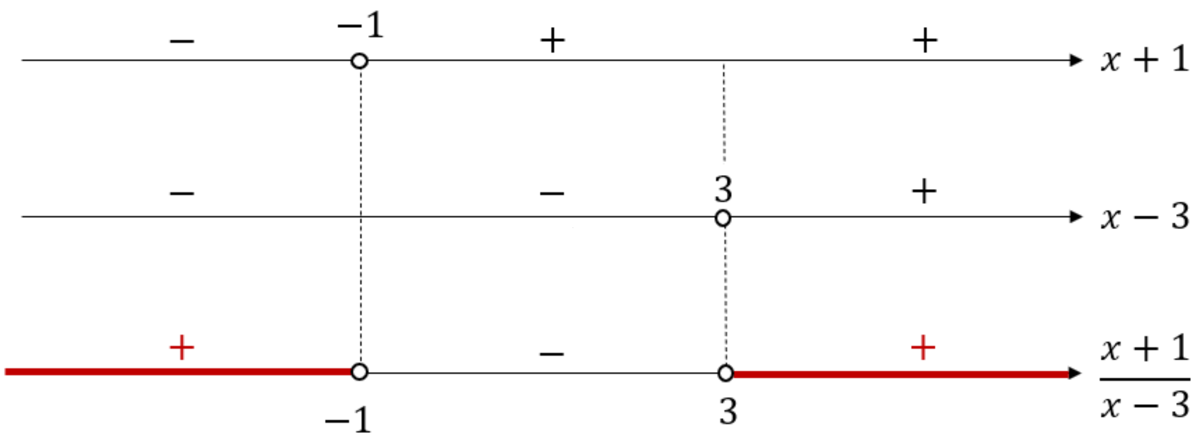
Novamente, nós destacamos a raiz, que é "3". Do lado direito da raiz, colocamos o sinal de "mais". Isso indica que para valores maiores que 3, a função "x-3" é positiva. Além disso, colocamos sinais de "menos" a esquerda da raiz, para indicar que para valores de x menores que 3, a função "x-3" é negativa.

E o que fazemos com essas informações todas? **Montamos um esquema!** Acompanhe:



Veja que na primeira linha colocamos o numerador, na segunda, o denominador e, na terceira, a expressão completa que queremos avaliar. Lembre-se que quando dividimos ou multiplicamos números com o **mesmo sinal**, **teremos um resultado positivo**. **Quando os sinais são contrários, o resultado terá sinal negativo**.

Nesse ponto, devemos lembrar a expressão que queremos resolver: $\frac{x+1}{x-3} > 0$. Estamos atrás dos valores de x tal que o quociente seja positivo. Olhando nosso esquema, vemos que isso ocorre quando **x é menor que -1 ou maior que 3**.



Pessoal, eu sei que é muita informação! No entanto, relaxe! Se dê o tempo necessário para o conhecimento sedimentar. Minha sugestão nesse ponto da matéria é, se estiver difícil e a cabeça já estiver quente, tome uma água, estique as pernas, vá até para outra matéria, pois sei que são muitas! Salve a página e volte em breve!

Beleza, moçada! Vamos continuar, então. O próximo passo é entender como vamos expressar o conjunto solução. Note que a divisão é positiva quando:

$$x < -1 \; ou \; x > 3$$

Agora, basta dizer o conjunto que estamos trabalhando. No caso, são os reais.

$$S = \{x \in \mathbb{R};\ x < -1 \; ou \; x > 3\}$$

Esse é o conjunto solução. Uma observação importante é que, nessa situação, **a palavra chave é "ou"**. Não queira usar "e". Afinal, **não tem como um mesmo número ser maior que 3 e menor que -1**. Concorda? É um ou outro. Podemos ainda **simplificar um pouco mais** e escrever a solução na forma de intervalos.

$$S =]-\infty, -1[\cup]3, +\infty[$$

O símbolo ∪ representa a união dos dois intervalos.

FIQUE ATENTO!

Galera, existe alguns cuidados que devemos ter quando estamos resolvendo esse tipo de problema. O primeiro **é ter atenção ao lado direito da inequação**. Só podemos usar o que vimos aqui quando ele for zero. Afinal, estamos avaliando quando uma expressão é maior que zero (positiva) ou menor que zero (negativa). Imagine, por exemplo,

$$\frac{x-1}{x+3} \leq 2$$

Da forma como está escrita, **não** devemos usar o método que detalhamos aqui. Primeiro, precisamos passar o "2" para o lado esquerdo, de forma a **zerar o lado direito**.

$$\frac{x-1}{x+3} - 2 \leq 0$$

Agora, devemos fazer as operações pertinentes e deixar tudo no mesmo denominador.

$$\frac{x-1}{x+3} - \frac{2(x+3)}{x+3} \leq 0 \quad \rightarrow \quad \frac{x-1-2x-6}{x+3} \leq 0 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{-x-7}{x+3} \leq 0}$$

Pronto, podemos usar tudo que aprendemos até aqui na expressão em vermelho. Ela está no "jeito certo". Tudo bem?

O segundo passo que devemos prestar atenção é na raiz do denominador. Considerando nosso exemplo acima, **a raiz do denominador é -3**. O que isso diz pra nós? **Que x nunca poderá ser igual a -3!**

Ora, se **x for igual a -3, o denominador da fração fica igual a zero**. Sabemos que o denominador nunca pode ser zero, pois, nesses casos, temos uma indeterminação matemática.

Por fim, verifique na hora de montar o esquema, se as posições das raízes estão de acordo. Por exemplo, o número "3" não poderia estar atrás do número "-1". A ordem dos números e suas posições na reta devem estar coerentes. *Show?!*

HORA DE PRATICAR!

(EsFCEx/2020) O conjunto solução da desigualdade $\frac{2x+4}{x-1} - 1 \geq 0$, no U = R, é determinado por dois intervalos reais. O menor número inteiro positivo e o maior número inteiro negativo que estão situados nesses intervalos são, correta e respectivamente,

A) 2 e -6.

B) 2 e -5

C) 1 e -6.

D) 2 e -4.

E) 3 e -6.

Comentários:

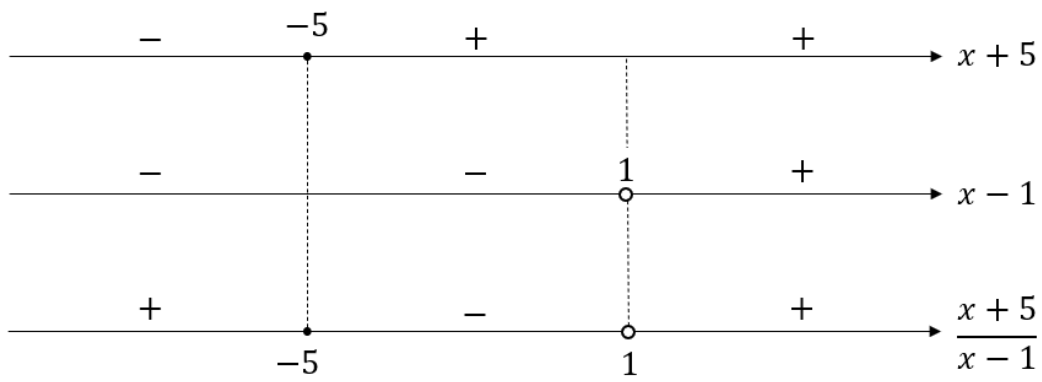
Beleza! Vamos resolver **uma inequação**. O enunciado diz que:

$$\frac{2x+4}{x-1} - 1 \geq 0$$

Podemos reescrever como:

$$\frac{2x+4-(x-1)}{x-1} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x+4-x+1}{x-1} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x+5}{x-1} \geq 0$$

Devemos fazer aquele nosso esquema em que **avaliamos os sinais tanto do numerador quanto do denominador**. Sabemos que a raiz do numerador é -5 e a raiz do denominador é 1. Assim,



Observe que a fração vai assumir valores positivos para **x menor ou igual a -5 e para x maior do que 1**. Note que **x não pode ser 1**, pois, se assim acontecesse, o denominador da fração poderia ser zero. Sabemos que **o denominador de uma fração não pode ser zero**. Dessa forma,

$$S =]-\infty, -5] \cup]1, +\infty[$$

Logo, o menor número inteiro positivo desse intervalo é 2 (o próximo inteiro depois de 1) e o maior número inteiro negativo desse intervalo é -5.

Gabarito: LETRA B.

INEQUAÇÕES DE SEGUNDO GRAU

Galera, da mesma forma que temos inequações de primeiro grau, também temos inequações do segundo grau. Aqui, usaremos **os mesmos símbolos de desigualdade** que aprendemos anteriormente.

- $x^2 - 2x + 1 \geq 0$
- $-x^2 + 3 \leq 0$
- $-3x^3 - 27 < 0$

As soluções também serão conjuntos e expressaremos da mesma forma que fizemos com as inequações de primeiro grau. Logo, podemos ter uma representação explícita, por intervalos ou geométrica. E como resolveremos uma inequação de segundo grau?

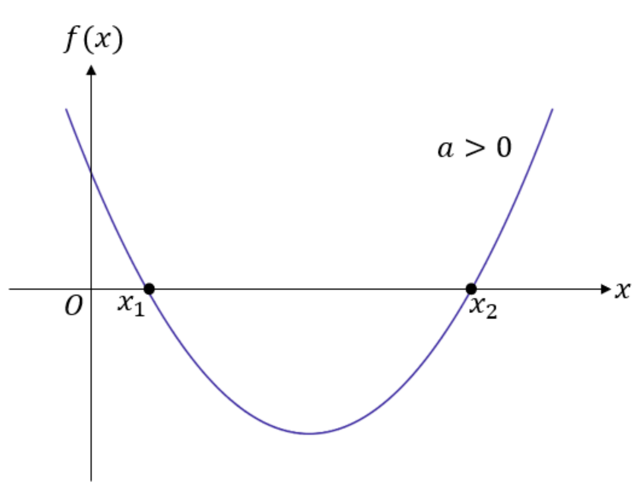
Parábola e Método de Resolução

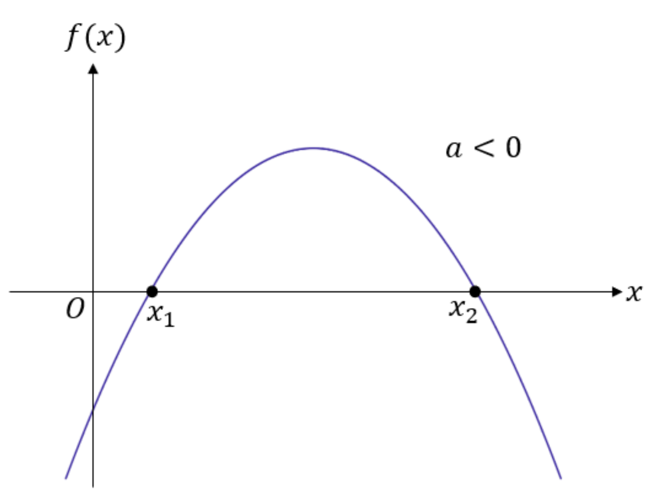
A primeira boa notícia é que **o início da resolução será exatamente igual a de uma equação**. Na prática, **começaremos achando as raízes**. Portanto, se queremos resolver $x^2 + 5x - 6 > 0$, a primeira coisa a ser feita é encontrar as raízes. Depois disso, **precisaremos desenhar uma parábola**. *Como assim, professor? Uma parábola? Desenhar?*

Se você já estudou um pouco de funções de segundo grau, certamente vai lembrar que **o gráfico de uma função de segundo grau é uma parábola**. O momento em que ela corta o eixo x é exatamente nas suas raízes. Para quem não estudou ainda, vou detalhar um pouco. Simplificadamente, uma função de segundo grau é uma expressão que possui a seguinte forma:

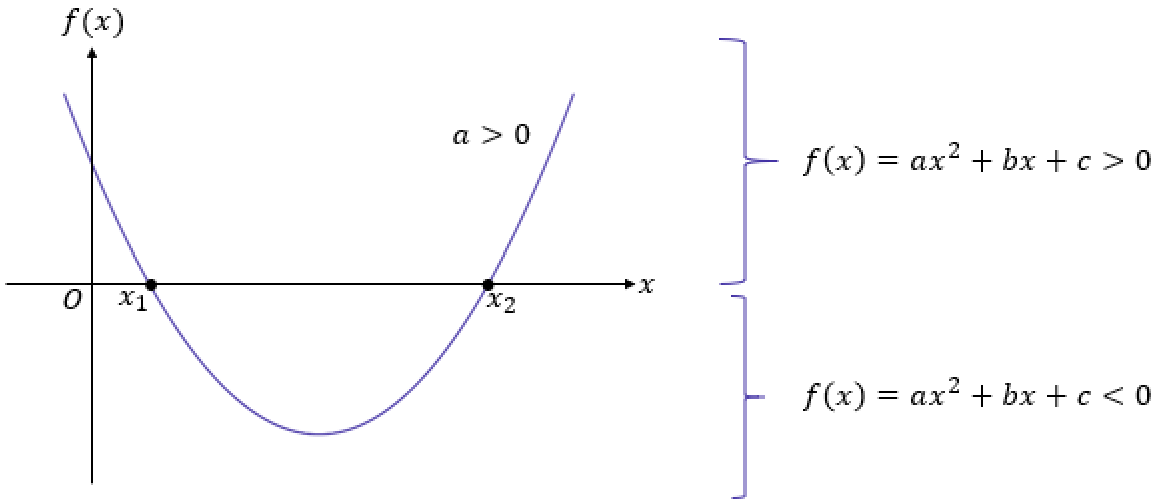
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Note que ela parece muito com a equação do segundo grau, concorda? Se $f(x) = 0$, vamos ter exatamente a equação que estudamos tanto já. Você aprenderá que **toda função possui um gráfico característico**. No caso da função de segundo grau, **esse gráfico é uma parábola**.



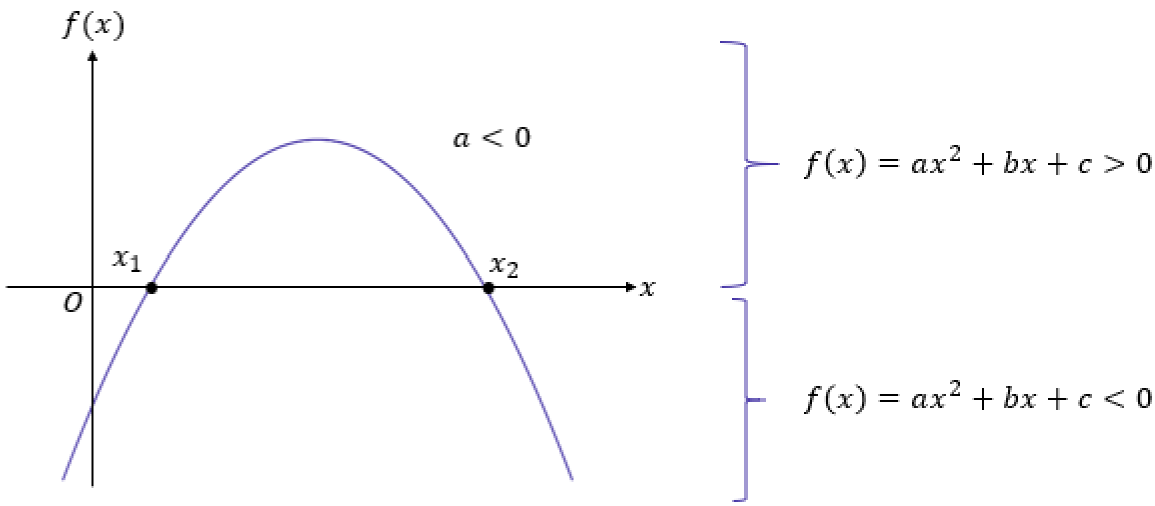


Se você observar bem, dependendo do valor de a, ela terá a concavidade para cima (a>0) ou para baixo (a<0). Percebam, de igual modo, que **o gráfico da função toca o eixo x exatamente nas raízes x_1 e x_2**, pois no momento que a função toca o eixo x, temos que $f(x) = 0$. *Tá e o que isso nos ajuda com as inequações?* Ajuda muito! Vamos pegar o gráfico para quando $a > 0$.



Note que a parte que está **acima do eixo x, representa a parte em que $ax^2 + bx + c > 0$**. Analogamente, a parte que está abaixo do eixo x, representa $ax^2 + bx + c < 0$. Baseado nessas informações, conseguiremos expor uma solução. Por exemplo, se a inequação que temos que resolver for $ax^2 + bx + c < 0$, então seu conjunto solução é o intervalo entre as raízes, isto é, $S = \{x \in \mathbb{R}; x_1 < x < x_2\}$. Caso contrário, se sua inequação fosse $ax^2 + bx + c > 0$, então sua solução seria $S = \{x \in \mathbb{R}; x < x_1 \text{ } ou \text{ } x > x_2\}$.

Essa situação se inverte quando o coeficiente dominante "a" for menor do que 0.



Quando a concavidade está voltada para baixo, caso a inequação para ser resolvida seja na forma $ax^2 + bx + c < 0$, então o conjunto solução será $S = \{x \in \mathbb{R}; x < x_1 \text{ } ou \text{ } x > x_2\}$. Caso seja $ax^2 + bx + c > 0$, o conjunto solução será $S = \{x \in \mathbb{R}; x_1 < x < x_2\}$. Podemos resumir essas informações em um pequeno quadro, para vocês guardarem no coração.

Coeficiente dominante	Inequação a ser resolvida	Conjunto solução
$a > 0$ $Concavidade\ para\ cima$	$ax^2 + bx + c \leq 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x_1 \leq x \leq x_2\}$
	$ax^2 + bx + c < 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x_1 < x < x_2\}$
	$ax^2 + bx + c \geq 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x \leq x_1\ ou\ x \geq x_2\}$
	$ax^2 + bx + c > 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x < x_1\ ou\ x < x_2\}$
$a < 0$ $Concavidade\ para\ baixo$	$ax^2 + bx + c \leq 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x \leq x_1\ ou\ x \geq x_2\}$
	$ax^2 + bx + c < 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x < x_1\ ou\ x < x_2\}$
	$ax^2 + bx + c \geq 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x_1 \leq x \leq x_2\}$
	$ax^2 + bx + c > 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x_1 < x < x_2\}$

HORA DE PRATICAR!

(TJ-PA/2020) A quantidade de tentativas mensais de invasão virtual a uma rede de computadores vem sendo registrada durante certo tempo e, no último mês, essa quantidade foi igual ao maior valor de x que satisfaz a desigualdade $-x^2 + 70x - 600 \geq 0$. Nessa situação hipotética, a quantidade de tentativas de invasão virtual registradas no último mês foi igual a

A) 10.

B) 35.

C) 60.

D) 625.

E) 2500.

Comentários:

Beleza, queremos resolver uma inequação do segundo grau! Para começar, devemos encontrar as raízes usando **a fórmula de Bhaskara**. Olhando para a inequação, tiramos os seguintes coeficientes.

$$a = -1$$
$$b = 70$$
$$c = -600$$

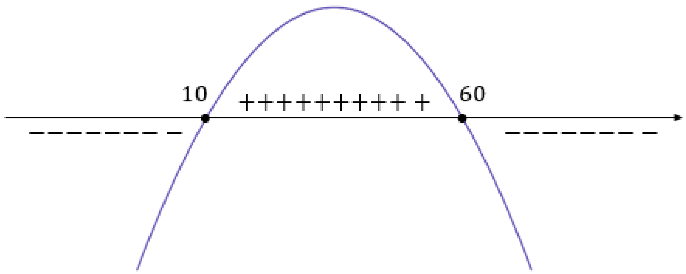
1) Cálculo do Discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = (70)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-600) \quad \Rightarrow \quad \Delta = 4900 - 2400 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 2.500$$

2) Cálculo das Raízes: $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$x = \frac{-70 \pm \sqrt{2.500}}{2 \cdot (-1)} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{70 \pm 50}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 10 \quad e \quad x_2 = 60$$

Com as raízes em mãos, conseguimos desenhar aquela parábola. Como o coeficiente dominante **"a" é <u>negativo</u>, então temos que a concavidade da parábola será para baixo.**



Apenas nos interessamos pela parte positiva (pois a inequação quer os valores de x que torna a expressão MAIOR do que zero). Observe que **a expressão tem valores <u>positivos</u> no intervalo entre as raízes**. Assim, a solução da inequação é:

$$S = \{x \in \mathbb{R};\, 10 \leq x \leq 60\}$$

Como o enunciado diz que a quantidade de tentativas de invasão é o maior valor desse intervalo, então:

$$Resp. = 60$$

Gabarito: LETRA C.

Tenho certeza que tudo ficará mais intuitivo a medida em que realizarmos os exercícios. Logo, não se preocupe se não está tudo cristalino como a água, vamos adquirindo mais maturidade com o decorrer do curso.

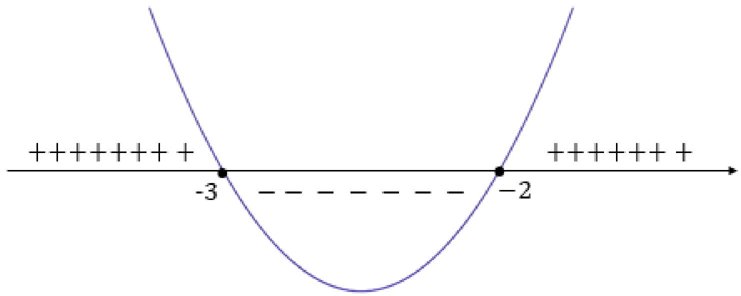
Visto essa parte inicial, também vamos nos preparar para uma cobrança mais puxada, tudo bem? Da mesma forma que nas inequações de primeiro grau, também podemos ter que avaliar **inequação formadas pela razão ou multiplicação de duas funções de segundo grau**. A boa notícia é que, se você entendeu bem como fazemos na inequação de primeiro grau, então aqui basicamente repetiremos o procedimento.

Imagine que você quer encontrar o conjunto solução de $\frac{x^2+5x+6}{x^2+2x-3} \leq 0$. Como faríamos?

O raciocínio geral é: **devemos analisar o sinal do numerador e do denominador, <u>individualmente</u>**. Depois, utilizando o jogo de sinais, observamos em que região a expressão será positiva ou negativa. Tudo bem?!

<u>**Numerador: $x^2 + 5x + 6$.**</u>

As raízes do numerador são obtidas quando fazemos: $x^2 + 5x + 6 = 0$. Ao usar Bhaskara, conforme aprendemos no tópico anterior, chegamos ao resultado que $\boldsymbol{x_1 = -3}$ **e** $\boldsymbol{x_2 = -2}$. Como o coeficiente dominante é positivo, chegamos a seguinte situação:

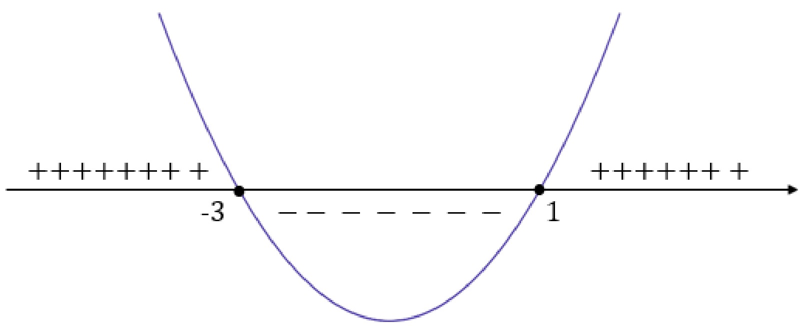


Observe que **o numerador é positivo para valores de x menores que -3 e maiores que -2**. Podemos resumir essas informações em uma reta apenas, conforme já fizemos.

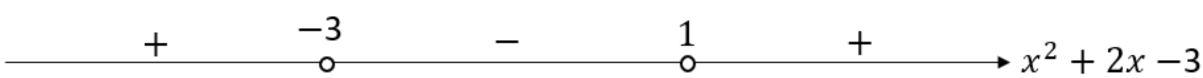
Vamos proceder analogamente para o denominador.

<u>**Denominador: $x^2 + 2x - 3$**</u>

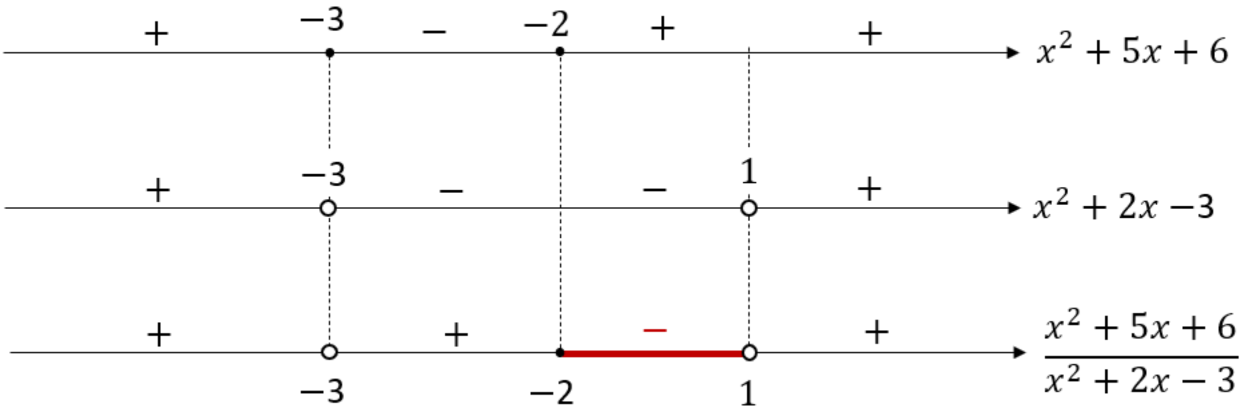
Quando usamos a fórmula de Bhaskara, percebemos que as raízes do denominador são iguais a $\boldsymbol{x_1 = -3}$ **e** $\boldsymbol{x_2 = 1}$. Logo, percebendo também o coeficiente dominante é positivo, temos a seguinte situação:



Veja que o denominador também **é positivo para valores de x menores que -3 e para valores de x maiores que 1**. Podemos representar essas informações assim:



Quando juntamos tudo no nosso esquema, ficamos com o seguinte.



Observe que depois de fazermos o jogo de sinais, **apenas a região entre -2 e 1 é que dá um resultado negativo para o quociente**. Assim, a solução da inequação $\frac{x^2+5x+6}{x^2+2x-3} \leq 0$ é exatamente essa destacada em vermelho. Formalmente, escrevemos que:

$$S = \{x \in \mathbb{R};\ -2 \leq x < 1\} = [-2, 1[$$

Você deve ter percebido que, quando escrevemos a solução, **deixamos aberto em "1".** Isso acontece, pois, **"1" é uma das raízes do denominador**. Sabemos que o denominador não pode ser zero, já que formaria uma indeterminação matemática. Você deve ficar bem atento! **Cuidado para não incluir no conjunto solução um número que vá zerar o seu denominador!** Para finalizar, vamos ver como caí em concursos?

HORA DE PRATICAR!

(PREF. FORMIGA/2020) Dada a inequação $\frac{-x^2+5x+14}{x-1} \leq 0$. Os valores de x que satisfazem a inequação pertencem a:

A) $[-2,1) \cup [7, \infty)$

B) $(-2,1] \cup [7, \infty)$

C) $[-2, 7]$

D) $[-\infty, -2) \cup (1, 7]$

Comentários:

Olha aí, moçada! Temos que encontrar o conjunto solução da inequação dada. No numerador, temos uma função de segundo grau, no denominador, uma de primeiro grau. Vamos analisar o sinal de cada uma das funções individualmente, tudo bem?!

Numerador: $f(x) = -x^2 + 5x + 14.$

Quais as raízes de $f(x)$? Basta fazermos $-x^2 + 5x + 14 = 0$ e usar Bhaskara.

1º) Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = 5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (14) \quad \rightarrow \quad \Delta = 25 + 56 \quad \rightarrow \quad \Delta = 81$$

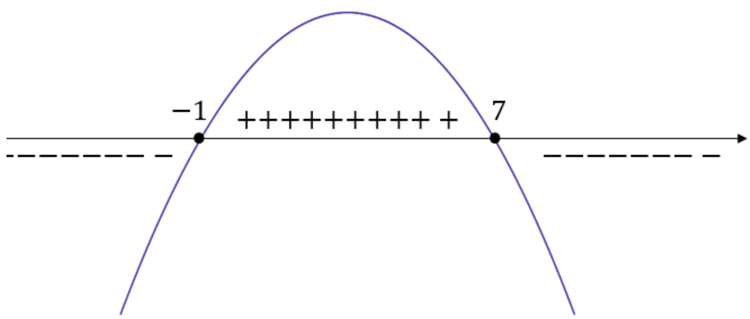
2º) Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot (-1)} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-5 \pm 9}{-2}$$

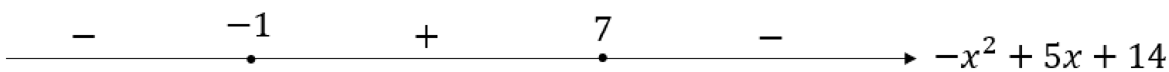
$$x_1 = \frac{-5 - 9}{-2} \quad \rightarrow \quad x_1 = \frac{-14}{-2} \quad \rightarrow \quad x_1 = 7$$

$$x_2 = \frac{-5 + 9}{-2} \quad \rightarrow \quad x_2 = \frac{4}{-2} \quad \rightarrow \quad x_2 = -2$$

Com as raízes na mão, podemos desenhar a parábola. Note que o coeficiente dominante é negativo e, portanto, a parábola terá concavidade para baixo.



Simplificando em uma reta, para depois usarmos em nosso esquema:

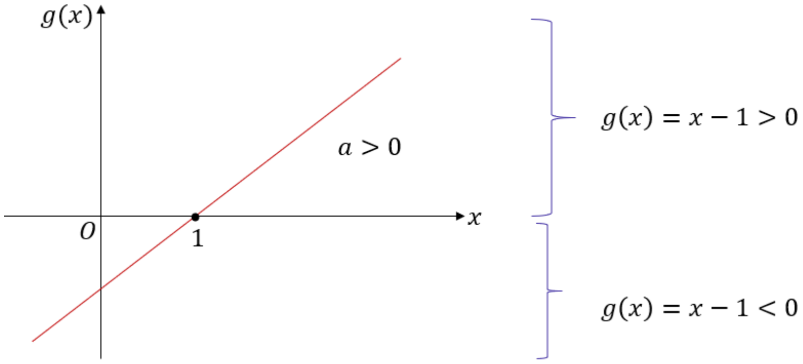


Vamos agora para o denominador!

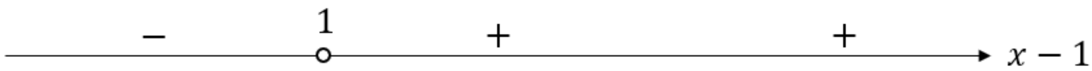
Denominador: $g(x) = x - 1$

Qual a raiz de $g(x)$? Basta fazermos $x - 1 = 0$. Dessa forma, obtemos que $x_0 = 1$. Lembre-se que o denominador nunca pode zerar, logo x nunca poderá assumir o valor da raiz do denominador. Tudo bem? Sabendo disso, já poderíamos eliminar as alternativas B e C, uma vez que os intervalos dessas alternativas contêm o número "1".

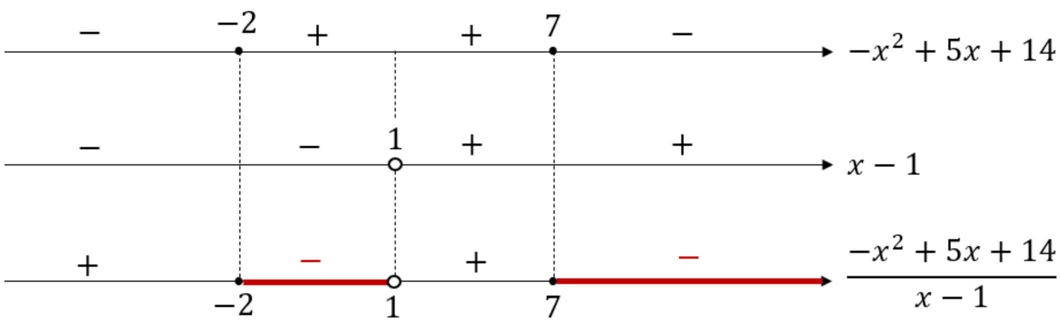
Note também que o coeficiente dominante de $g(x)$ é positivo. Sendo assim, vamos ter uma reta ascendente.



Também podemos simplificar as informações acima em uma única reta.



Pronto, agora vamos juntar as duas retas, fazer aquele jogo de sinais e ver o resultado!



Veja que temos duas regiões em que o resultado do quociente é negativo (para valores de x entre -1 e 1 ou maiores que 7). Lembre-se da inequação:

$$\frac{-x^2+5x+14}{x-1} \leq \mathbf{0}$$

Podemos escrever a solução como:

$$-2 \leq x < 1 \; ou \; x \geq 7$$

Note que a inequação trouxe "menor ou igual a zero". Ou seja, podemos incluir as raízes do numerador (pois essa vão zerar o quociente), mas sempre devemos tirar as raízes do denominador. Tudo bem? Formalmente, ficamos com:

$$S = \{x \in \mathbb{R};\ -2 \leq x < 1 \; ou \; x \geq 7\}$$

Usando a notação de intervalos:

$$S = [-2, 1) \cup [7, \infty)$$

Gabarito: LETRA A.

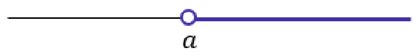
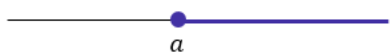
FÓRMULAS E TABELAS

Fórmula de Bhaskara

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Discriminante	Consequência
$\Delta > 0$	Duas soluções reais **distintas**
$\Delta = 0$	Duas soluções reais **iguais**
$\Delta < 0$	Sem solução nos reais.

Símbolo	Leitura
$>$	"maior que"
$\geq$	"maior ou igual a"
$<$	"menor que"
$\leq$	"menor ou igual a"

Representação Explícita	Representação por Intervalos	Representação Geométrica
$S = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$	$S = [a, b]$	
$S = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$	$S = [a, b[$	
$S = \{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$	$S =]a, b]$	
$S = \{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$	$S =]a, b[$	
$S = \{x \in \mathbb{R}; x > a\}$	$S =]a, \infty[$	
$S = \{x \in \mathbb{R}; x \geq a\}$	$S = [a, \infty[$	
$S = \{x \in \mathbb{R}; x < b\}$	$S =]-\infty, b[$	
$S = \{x \in \mathbb{R}; x \leq b\}$	$S =]-\infty, b]$	

Coeficiente dominante	Inequação a ser resolvida	Conjunto solução
$a > 0$ $Concavidade\ para\ cima$	$ax^2 + bx + c \leq 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x_1 \leq x \leq x_2\}$
	$ax^2 + bx + c < 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x_1 < x < x_2\}$
	$ax^2 + bx + c \geq 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x \leq x_1\ ou\ x \geq x_2\}$
	$ax^2 + bx + c > 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x < x_1\ ou\ x < x_2\}$
$a < 0$ $Concavidade\ para\ baixo$	$ax^2 + bx + c \leq 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x \leq x_1\ ou\ x \geq x_2\}$
	$ax^2 + bx + c < 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x < x_1\ ou\ x < x_2\}$
	$ax^2 + bx + c \geq 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x_1 \leq x \leq x_2\}$
	$ax^2 + bx + c > 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x_1 < x < x_2\}$

Resumo

Equações de 1º Grau

Forma Geral

$$ax + b = 0, \qquad a \neq 0$$

Solução

$$x = -\frac{b}{a}$$

Equações de 2º Grau

Forma Geral

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

Solução

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Análise do Discriminante

Discriminante	Consequência
$\Delta > 0$	Duas soluções reais **distintas**
$\Delta = 0$	Duas soluções reais **idênticas**
$\Delta < 0$	**Sem** solução nos reais

Resumo

Inequações

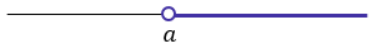
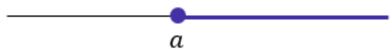
Simbologia

Símbolo	Leitura
$>$	"maior que"
$\geq$	"maior ou igual a"
$<$	"menor que"
$\leq$	"menor ou igual a"

Inequações de 2º grau

Coeficiente dominante	Inequação a ser resolvida	Conjunto solução
$a > 0$ $Concavidade\ para\ cima$	$ax^2 + bx + c \leq 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x_1 \leq x \leq x_2\}$
	$ax^2 + bx + c < 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x_1 < x < x_2\}$
	$ax^2 + bx + c \geq 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x \leq x_1\ ou\ x \geq x_2\}$
	$ax^2 + bx + c > 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x < x_1\ ou\ x < x_2\}$
$a < 0$ $Concavidade\ para\ baixo$	$ax^2 + bx + c \leq 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x \leq x_1\ ou\ x \geq x_2\}$
	$ax^2 + bx + c < 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x < x_1\ ou\ x < x_2\}$
	$ax^2 + bx + c \geq 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x_1 \leq x \leq x_2\}$
	$ax^2 + bx + c > 0$	$S = \{x \in \mathbb{R}; x_1 < x < x_2\}$

Representações

Representação Explícita	Representação por Intervalos	Representação Geométrica
$S = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$	$S = [a, b]$	
$S = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$	$S = [a, b[$	
$S = \{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$	$S =]a, b]$	
$S = \{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$	$S =]a, b[$	
$S = \{x \in \mathbb{R}; x > a\}$	$S =]a, \infty[$	
$S = \{x \in \mathbb{R}; x \geq a\}$	$S = [a, \infty[$	
$S = \{x \in \mathbb{R}; x < b\}$	$S =]-\infty, b[$	
$S = \{x \in \mathbb{R}; x \leq b\}$	$S =]-\infty, b]$	

Questões Comentadas

Equações de Primeiro Grau

CEBRASPE

1. (CESPE/PC-PB/2022) A empresa Vila Real comercializa três tipos de vinho: Real Prata, Real Ouro e Real Premium. O preço de uma garrafa de Real Ouro é igual ao dobro do preço de uma garrafa de Real Prata. Além disso, uma garrafa de Real Ouro é também igual à metade do preço de uma garrafa de Real Premium. No ano passado, essa empresa vendeu mil garrafas de cada um dos três tipos de vinho, tendo obtido uma receita de 350 mil reais. A partir dessas informações, conclui-se que o preço de
A) uma garrafa de vinho Real Prata é superior a R$ 62,00.
B) três garrafas de vinho de tipos diferentes é superior a R$ 387,00.
C) uma garrafa de vinho Real Ouro é inferior a R$ 93,00.
D) uma garrafa de vinho Real Premium é superior a R$ 187,00.
E) duas garrafas de vinho, sendo uma do Real Prata e outra de Real Premium, é inferior a R$ 245,00.

Comentários:
Vamos chamar o preço do Real Prata de "P", o do Real Ouro de "O" e o do Real Premium de "M".

Como o preço de uma garrafa de Real Ouro **é igual ao <u>dobro</u> do preço** de uma garrafa de Real Prata, podemos escrever que:

$$O = 2P \qquad (1)$$

Por sua vez, uma garrafa de Real Ouro **custa <u>metade</u> do preço** de uma garrafa de Real Premium.

$$O = \frac{M}{2} \qquad (2)$$

Ademais, o enunciado disse que a receita da venda de **mil garrafas** de cada um dos três tipos de vinho foi 350 mil. Assim:

$$1.000 \cdot O + 1.000 \cdot M + 1.000 \cdot P = 350.000$$

Simplificando por 1.000,

$$O + M + P = 350 \qquad (3)$$

Vamos isolar o "P" em (1) e o "M" em (2)

$$P = \frac{O}{2} \qquad e \qquad M = 2O$$

Substituindo essas expressões em (3), deixando tudo em função de O:

$$O + \frac{O}{2} + 2O = 350 \quad \rightarrow \quad \frac{7O}{2} = 350 \quad \rightarrow \quad O = 100$$

Com o valor do Real Ouro, conseguimos determinar o preço dos restantes.

$$P = \frac{O}{2} \quad \rightarrow \quad P = \frac{100}{2} \quad \rightarrow \quad P = 50$$

$$M = 2O \quad \rightarrow \quad M = 2 \cdot 100 \quad \rightarrow \quad M = 200$$

Pronto! Temos todos os preços.

Vinho	Preço
Real Prata	R$ 50,00
Real Ouro	R$ 100,00
Real Premium	R$ 200,00

Agora, vamos analisar as alternativas.
A) uma garrafa de vinho Real Prata é superior a R$ 62,00.
Errado. Uma garra de vinho Real Prata é R$ 50,00. Logo, **inferior** a R$ 62,00.

B) três garrafas de vinho de tipos diferentes é superior a R$ 387,00.
Errado. Três garrafas de vinho de tipos diferente **é igual a R$ 350,00**, conforme a nossa equação (3).

C) uma garrafa de vinho Real Ouro é inferior a R$ 93,00.
Errado. Uma garrafa de vinho Real Ouro é R$ 100,00. Logo, **superior** a R$ 93,00.

D) uma garrafa de vinho Real Premium é superior a R$ 187,00.
Correto. Uma garrafa de vinho Real Premium é R$ 200,00. Logo, **superior** a R$ 187,00.

E) duas garrafas de vinho, sendo uma do Real Prata e outra de Real Premium, é inferior a R$ 245,00.
Errado. Uma garrafa do Real Prata mais uma garrafa do Real Premium custa R$ 250,00. Logo, **superior** a R$ 245,00.

Gabarito: LETRA D.

2. (CESPE/TJ-PA/2020) Determinada empresa tem 70 atendentes, divididos em 3 equipes de atendimento ao público que trabalham em 3 turnos: de 7 h às 13 h, de 11 h às 17 h e de 14 h às 20 h, de modo que, nos horários de maior movimento, existam duas equipes em atendimento. Se a quantidade de atendentes trabalhando às 12 h for igual a 42 e se a quantidade de atendentes trabalhando às 15 h for igual a 40, então a quantidade de atendentes que começam a trabalhar às 7 h será igual a
A) 12.

B) 24.
C) 28.
D) 30.
E) 42.

Comentários:
Vamos chamar a quantidade de pessoas que atendem em cada turno de x, y e z, conforme a tabela:

Turno	Quantidade de atendentes
7h às 13h	x
11h às 17h	y
14h às 20h	z

De acordo com o enunciado, **às 12 horas temos 42 atendentes**. Observe que às 12h temos x atendentes do primeiro turno e ***y* atendentes do segundo turno, que já estão trabalhando desde às 11h.** Assim, podemos escrever que:

$$x + y = 42 \qquad (1)$$

Analogamente, sabemos que **às 15h temos 40 pessoas atendendo**. Nesse horário, vamos ter y pessoas do segundo turno e ***z* pessoas do terceiro turno, que já tinham chegado par trabalhar desde às 14h.** Logo,

$$y + z = 40 \qquad (2)$$

Além disso, uma informação crucial é **o total de atendentes da empresa: 70**. Então,

$$x + y + z = 70 \qquad (3)$$

O enunciado pede **o número de pessoas que começam a trabalhar às 7h**. Ora, essa **é a moçada que cumpre o primeiro turno (x atendentes).** Podemos substituir (2) em (3) e encontrar x:

$$x + 40 = 70$$

$$x = 30$$

Logo, **30 pessoas** começam às 7h.

Gabarito: LETRA D.

3. (CESPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

Suponha que uma quantidade x de novos processos tenha sido enviada a esse setor para análise naquele dia; suponha, ainda, que, ao final do expediente, apenas a metade do total de processos, incluídos os novos, tenha sido relatada. Nessa situação, se a quantidade de processos relatados nesse dia tiver sido igual a 26, então x < 20.

Comentários:

Temos uma quantidade inicial de 30 processos. No entanto, x novos processos aparecem para a análise do setor. Assim, temos um total de $(30 + x)$ processos. O enunciado diz que **apenas 26 deles foram relatados** e que esse valor **corresponde a metade do total de processos que o setor possuía**. Assim,

$$\frac{30 + x}{2} = 26 \quad \Rightarrow \quad 30 + x = 52 \quad \Rightarrow \quad x = 22$$

Observe que o enunciado diz que x é menor do que 20, o que vimos que não é verdade, pois $x = 22$.

Gabarito: ERRADO.

4. (CESPE/SEFAZ-RS/2019) Um grupo de 256 auditores fiscais, entre eles Antônio, saiu de determinado órgão para realizar trabalhos individuais em campo. Após cumprirem suas obrigações, todos os auditores fiscais retornaram ao órgão, em momentos distintos. A quantidade de auditores que chegaram antes de Antônio foi igual a um quarto da quantidade de auditores que chegaram depois dele. Nessa situação hipotética, Antônio foi o

A) 46º auditor a retornar ao órgão.
B) 50º auditor a retornar ao órgão.
C) 51º auditor a retornar ao órgão.
D) 52º auditor a retornar ao órgão.
E) 64º auditor a retornar ao órgão.

Comentários:

São 256 auditores fiscais, uma parte deles chegou antes de Antônio e uma outra, depois. Vamos considerar que **x auditores fiscais chegaram depois** de Antônio. De acordo com o enunciado, um quarto dessa quantidade chegou antes, logo, **foram $x/4$ auditores que chegaram antes.** Vocês concordam comigo que se somarmos **a quantidade que chegou antes com a quantidade que chegou depois e o próprio Antônio**, então vamos ter os 256?

$$x + \frac{x}{4} + 1 = 256 \quad \Rightarrow \quad \frac{5x}{4} = 255 \quad \Rightarrow \quad x = 204$$

Achamos a quantidade de pessoas que chegaram depois de Antônio. Sabemos que **um quarto dessa quantidade chegou antes, logo, $\frac{204}{4} = 51$**. Note que, se 51 pessoas chegaram antes de Antônio, então **Antônio foi 52º auditor a retornar ao órgão**.

Gabarito: LETRA D.

5. (CESPE/PGE-PE/2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

No primeiro dia de abril, o casal Marcos e Paula comprou alimentos em quantidades suficientes para que eles e seus dois filhos consumissem durante os 30 dias do mês. No dia 7 desse mês, um casal de amigos chegou de surpresa para passar o restante do mês com a família. Nessa situação, se cada uma dessas seis pessoas consumir diariamente a mesma quantidade de alimentos, os alimentos comprados pelo casal acabarão antes do dia 20 do mesmo mês.

Comentários:
Galera, vamos dar nome aos bois pra facilitar nossa vida. **Imagine que foram 30 quilogramas** de comida que essa família comprou. Concordam comigo que **ela deve comer 1 kg por dia para que a comida dure todo o mês**? Ok! Nesse ritmo, no dia 7 **essa família terá consumido 7 kg desses 30.** A família terá 23 kg de estoque de comida para quando o casal de amigos chegarem!

Vamos descobrir **quanto de comida eles irão consumir por dia!** Note que essa quantidade vai mudar, pois **temos mais pessoas na casa e ninguém diminui seu consumo de alimento**. Antes, tínhamos 4 pessoas comendo 1 kg de comida todos os dias. Logo, cada uma das pessoas dessa família comia 0,25 kg (1/4) por dia.

Se essa taxa é mantida constante, as 6 pessoas comerão, juntas, $0{,}25 \times 6 = 1{,}5$ kg de comida por dia. Quantos dias vai levar para comer 23 quilogramas de comida a uma taxa de 1,5 kg por dia? Basta fazermos:

$$\frac{23}{1{,}5} = 15{,}33 \ldots \text{dias}$$

Logo, o estoque de comida durará aproximadamente mais 15 dias. Como já haviam passado 7 dias, os alimentos comprados pelo casal acabarão **depois do dia 20**.

Gabarito: ERRADO.

CESGRANRIO

6. (Cesgranrio/Liquigás/2018) A compra de um carro foi feita pagando-se de entrada 3/25 do preço total do carro, e dividindo-se o restante em 10 prestações iguais a R$ 1.100,00. Dessa forma, quanto foi pago, ao todo, pelo carro?
A) R$ 11.000,00
B) R$ 12.100,00
C) R$ 12.320,00
D) R$ 12.500,00
E) R$ 13.000,00

Comentários:
Pessoal, se a entrada foi de 3/25 do preço total do carro, então é por que ainda falta pagar:

$$\frac{3}{25} + x = 1 \quad \rightarrow \quad x = 1 - \frac{3}{25} \quad \rightarrow \quad x = \frac{25 - 3}{25} \quad \rightarrow \quad x = \frac{22}{25}$$

Logo, **o valor parcelado em 10 prestações iguais corresponde a 22/25 do preço total do carro**. Se as parcelas foram iguais a R$ 1.100,00, então o total parcelado é de:

$$\text{Total Parcelado} = 10 \cdot 1.100 \quad \rightarrow \quad \text{Total Parcelado} = 11.000$$

Considere **que P seja o preço do carro**. Assim,

$$\frac{22P}{25} = 11.000 \quad \rightarrow \quad P = \frac{11.000 \cdot 25}{22} \quad \rightarrow \quad P = 12.500$$

Assim, **o preço total pago pelo carro foi de R$ 12.500,00**.

Gabarito: LETRA D.

7. (Cesgranrio/ANP/2018) Um comerciante deseja colocar algumas latas de refrigerante em n prateleiras. Na primeira tentativa, ele pensou em colocar 14 latas em cada prateleira, mas sobrariam 16 latas. O comerciante fez uma nova tentativa: foi colocando 20 latas em cada prateleira, mas, ao chegar na última, faltaram 8 latas para completar as 20. Quantas latas ele deverá colocar em cada prateleira para que todas fiquem com a mesma quantidade de latas e não sobre nenhuma lata?

A) 15
B) 16
C) 17
D) 18
E) 19

Comentários:

Perceba que quando ele coloca **14 latas em cada prateleira**, **sobram 16 latas**. Assim, podemos escrever:

$$\text{Total de Latas} = 14\text{n} + 16 \qquad (1)$$

Depois, note que ele tenta colocar **20 latas em cada prateleira**, mas **ficam faltando 8**. Com isso,

$$\text{Total de Latas} = 20\text{n} - 8 \qquad (2)$$

Ora, podemos **o total de latas é o mesmo** nas duas situações de forma que podemos igualar (1) e (2).

$$14n + 16 = 20n - 8 \quad \rightarrow \quad 6n = 24 \quad \rightarrow \quad n = 4$$

Logo, **temos 4 prateleiras**. Com o valor de "n", conseguimos encontrar o total de latas. Para isso, basta substituirmos $n = 4$ em qualquer uma das equações acima.

$$\text{Total de Latas} = 20 \cdot 4 - 8 \quad \rightarrow \quad \text{Total de Latas} = 72$$

Como queremos saber a quantidade de latas por prateleiras, **basta dividirmos 72 por 4**.

$$Resp. = \frac{72}{4} \quad \rightarrow \quad Resp. = 18$$

Gabarito: LETRA D.

8. (Cesgranrio/IBGE/2016) Em uma prova de múltipla escolha, todas as questões tinham o mesmo peso, ou seja, a cada questão foi atribuído o mesmo valor. Aldo tirou nota 5 nessa prova, o que corresponde a acertar 50% das questões da prova. Ao conferir suas marcações com o gabarito da prova, Aldo verificou que acertou 13 das 20 primeiras questões, mas constatou que havia acertado apenas 25% das restantes. Quantas questões tinha a prova?
A) 24
B) 84
C) 32
D) 72
E) 52

Comentários:
Considere que a prova tem "n" questões. Se **Aldo acertou 50% da prova**, então ele acertou metade da prova.

$$\text{Número de acertos de Aldo} = \frac{\text{n}}{2}$$

Depois de corrigir as **20 primeiras**, o número de questões que falta para ele corrigir é "$n - 20$". Ademais, o enunciado ainda informou que, desse restante, **ele acertou apenas 25%**. Dessa forma, podemos escrever o seguinte:

$$\text{Número de Acertos de Aldo} = 13 + 0{,}25 \cdot (\text{n} - 20)$$

O **"13" corresponde ao número de acertos nas 20 primeiras questões** e, como ele acertou 25% do restante ($n - 20$), daí surge o termo "$0{,}25 \cdot (\text{n} - 20)$". Tudo bem? Portanto, **podemos igualar as duas expressões** para a quantidade de acertos de Aldo.

$$\frac{n}{2} = 13 + 0{,}25 \cdot (\text{n} - 20)$$

Vamos tentar **isolar o "n"** do lado esquerdo.

$$n = 26 + 0{,}5 \cdot (\text{n} - 20) \quad \rightarrow \quad n = 26 + 0{,}5n - 10 \quad \rightarrow \quad n - 0{,}5n = 16$$

$$0{,}5n = 16 \quad \rightarrow \quad n = 32$$

Assim, **o número de questão na prova é 32**.

Gabarito: LETRA C.

9. (Cesgranrio/BB/2015) Fábio possui certa quantia aplicada em um fundo de investimentos. Pensando em fazer uma viagem, Fábio considera duas possibilidades: resgatar 1/5 ou 1/4 da quantia aplicada. Optando pelo resgate maior, Fábio terá R$ 960,00 a mais para arcar com os custos de sua viagem. Qual é, em reais, o saldo do fundo de investimentos de Fábio?

A) 5.600,00
B) 19.200,00
C) 3.840,00
D) 4.800,00
E) 10.960,00

Comentários:

Vamos chamar o saldo do fundo de investimento de Fábio de S. O resgate maior é quando ele decide resgatar **1/4** da quantia aplicada (25%). Nessa situação, ele resgatará:

$$\text{Resgate Maior} = \frac{\text{S}}{4}$$

Por sua vez, **o resgate <u>menor</u>** seria de:

$$\text{Resgate Menor} = \frac{\text{S}}{5}$$

O enunciado informa que caso opte pelo resgate maior, **Fábio terá <u>960 reais a mais</u>**. Dessa forma,

$$Resgate\ Maior = Resgate\ Menor + 960$$

Substituindo as expressões:

$$\frac{S}{4} = \frac{S}{5} + 960$$

Agora, basta **resolvermos a equação acima** para determinarmos o saldo no fundo de investimentos.

$$\frac{S}{4} - \frac{S}{5} = 960 \quad \rightarrow \quad \frac{5S - 4S}{20} = 960 \quad \rightarrow \quad S = 960 \cdot 20 \quad \rightarrow \quad S = 19.200$$

Assim, o saldo no fundamento de investimentos de Fábio é **R$ 19.200,00**.

Gabarito: LETRA B.

10. (Cesgranrio/BB/2015) Um cliente foi sorteado em um plano de capitalização, cujo prêmio, após os descontos, foi de R$ 8.800,00. Esse prêmio foi dividido entre seus três filhos de modo que o segundo ganhou um quinto a mais que o primeiro, e o terceiro ganhou cinco sextos a mais que o segundo. Quanto recebeu o primeiro filho?

A) R$ 4.000,00

B) R$ 3.600,00
C) R$ 2.000,00
D) R$ 2.400,00
E) R$ 4.400,00

Comentários:
Seja x_1, x_2 e x_3 as quantias recebidas pelo primeiro, segundo e terceiro filho, respectivamente. Sendo assim,

$$x_1 + x_2 + x_3 = 8800 \qquad (1)$$

Como **o segundo ganhou um quinto a mais que o primeiro**, podemos dizer que:

$$x_2 = x_1 + \frac{x_1}{5} \quad \rightarrow \quad x_2 = \frac{6x_1}{5} \quad (2)$$

Além disso, **o terceiro ganhou cinco sextos a mais que o segundo**.

$$x_3 = x_2 + \frac{5x_2}{6} \quad \rightarrow \quad x_3 = \frac{11x_2}{6} \quad (3)$$

Como queremos saber a quantia que o primeiro filho recebeu, **vamos deixar tudo em função de x_1**.

Para isso, vamos começar usando (2) em (3).

$$x_3 = \frac{11}{6}\left(\frac{6x_1}{5}\right) \quad \rightarrow \quad x_3 = \frac{11x_1}{5} \quad (4)$$

Usando (4) e (2) em (1):

$$x_1 + \frac{6x_1}{5} + \frac{11x_1}{5} = 8800 \quad \rightarrow \quad \frac{5x_1 + 17x_1}{5} = 8800 \quad \rightarrow \quad 22x_1 = 8800 \cdot 5$$

$$x_1 = \frac{44000}{22} \quad \rightarrow \quad x_1 = 2000$$

Portanto, **o primeiro filho recebeu a quantia de R$ 2.000,00**.

Gabarito: LETRA C.

FCC

11. (FCC/PGE-AM/2022) Quatro irmãos, Ana, Bruno, Caio e Diva ganharam, juntos, 20 bolinhas de gude. Eles dividiram as bolinhas da seguinte forma: Ana foi quem ganhou mais bolinhas, Bruno ganhou uma bolinha a menos do que Ana, Caio foi o que ganhou menos bolinhas e Diva ganhou uma bolinha a mais do

que Caio. Todos os irmãos ficaram com quantidades distintas de bolinhas e cada um ganhou pelo menos 3 bolinhas. O número de bolinhas de Ana e Bruno juntos é:

A) 13.
B) 11.
C) 12.
D) 14.
E) 15.

Comentários:

Vamos chamar a quantidade de bolinhas de gude recebida por cada irmão pelas suas iniciais.

Logo, **se Ana, Bruno, Caio e Diva ganharam, juntos, 20 bolinhas de gude**, então podemos escrever:

$$A + B + C + D = 20 \quad (1)$$

Ademais, **se Bruno ganhou uma bolinha a menos do que Ana**, então:

$$B = A - 1 \quad (2)$$

O enunciado também falou que **Diva ganhou uma bolinha a mais do que Caio**. Assim:

$$D = C + 1 \quad (3)$$

Por fim, temos que considerar ainda as seguintes informações:

i) Ana ganhou **mais** bolinhas;
ii) Caio ganhou **menos** bolinhas;
iii) Cada um ganhou **pelo menos três bolinhas**;
iv) Todos ficaram com **quantidades distintas** de bolinhas.

Para começar, vamos substituir (2) e (3) em (1).

$$A + (A - 1) + C + (C + 1) = 20$$

$$2A + 2C = 20 \quad \rightarrow \quad A + C = 10$$

Ora, se Caio ganhou menos bolinhas e cada um ganhou pelo menos três bolinhas, então vamos supor que **Caio ganhou exatamente essas três bolinhas mínimas**. Nessa situação,

$$A + 3 = 10 \quad \rightarrow \quad A = 7$$

Com isso, **Ana ficaria com 7 bolinhas**. Se Bruno ganhou um a menos do que Ana, então **Bruno tem 6 bolinhas**. Por fim, como Diva tem uma bolinha a mais do que Caio, então **ela tem 4 bolinhas**.

Nome	Quantidade

Ana	7
Bruno	6
Caio	3
Diva	4

Note que **obedece a todas as condições** e, portanto, nossa suposição foi válida.

A questão quer a **soma das bolinhas de Ana e Bruno**:

$$A + B = 7 + 6 = 13$$

Gabarito: LETRA A.

12. (FCC/PREF. RECIFE/2019) O chefe de uma seção passou a um de seus funcionários uma tarefa que consistia em ler, registrar e arquivar um determinado número de processos. O funcionário, depois de ter lido, registrado e arquivado um quarto do número total de processos, notou que se lesse, registrasse e arquivasse mais três processos, teria completado um terço da tarefa. O número total de processos que compõem a tarefa completa passada, ao funcionário, pelo chefe é de

A) 36.
B) 12.
C) 24.
D) 48.
E) 60.

Comentários:

Vamos considerar que **o número de processos é n**. Se ele leu, registrou e arquivou **um quarto do total de processos**, então temos $\frac{n}{4}$ **processos** que já passaram por ele. Além disso, se repetir o procedimento para **mais 3 processos**, então terá completado **um terço** da tarefa $\left(\frac{n}{3}\right)$. Matematicamente,

$$\frac{n}{4} + 3 = \frac{n}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{n}{3} - \frac{n}{4} = 3 \quad \Rightarrow \quad \frac{n}{12} = 3 \quad \Rightarrow \quad n = 36$$

Logo, o número total de processos é 36.

Gabarito: LETRA A.

13. (FCC/AFAP/2019) A soma de três números pares, positivos e consecutivos é 330. O maior número dessa sequência é o número

A) 116.
B) 108.
C) 100.
D) 112.
E) 110.

Comentários:

Pessoal, são **três** números **pares, positivos e consecutivos**. Vamos considerar que **o segundo número par dessa sequência seja $\boldsymbol{n}$**. O próximo número par será $\boldsymbol{n+2}$. O número par anterior a ele será $\boldsymbol{n-2}$. Assim, temos a seguinte sequência de números: $n-2, n, n+2$. Sabemos que **a soma deles é 330**. Logo,

$$(n-2)+n+(n+2)=330 \quad \Rightarrow \quad 3n=330 \quad \Rightarrow \quad n=110$$

O próximo número, maior entre os três da sequência, será $n+2=112$.
Gabarito: LETRA D.

14. (FCC/PREF. MANAUS/2019) Adriana, Bianca, Carla e Daniela almoçaram juntas em um restaurante. Adriana pagou 1/3 do total da conta, Bianca pagou 1/4 do total da conta e Carla pagou 1/5 do total conta. Se restaram R$ 39,00 para Daniela totalizar a conta, então o valor total da conta foi de
A) R$ 180,00
B) R$ 120,00
C) R$ 156,00
D) R$ 221,00
E) R$ 245,00

Comentários:
Vamos considerar que o total da conta seja x.

- Adriana pagou 1/3 do total da conta:$x/3$.
- Bianca pagou 1/4 do total da conta: $x/4$.
- Carla pagou 1/5 do total da conta: $x/5$.
- Daniela pagou $R\$\ 39{,}00$.

Os pagamentos acima totalizam o valor da conta. Ou seja,

$$\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}+39=x \quad \Rightarrow \quad \frac{20x+15x+12x}{60}+39=x \quad \Rightarrow \quad \frac{47x}{60}+39=x \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x-\frac{47x}{60}=39 \quad \Rightarrow \quad \frac{13x}{60}=39 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{60}=3 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x=180}$$

Logo, o total da conta foi de $R\$\ 180{,}00$.

Gabarito: LETRA A.

15. (FCC/PREF. MANAUS/2019) Para a festa de aniversário de seu filho, Simone seguiu as instruções no rótulo de uma garrafa de suco de uva concentrado e misturou seu conteúdo com água na proporção de 2/3 de água e 1/3 de suco concentrado, em volume, obtendo, assim, 900 mL de refresco de uva. Ao notar que o número de crianças na festa seria maior do que o que previra, Simone diluiu um pouco mais o refresco, misturando mais água, de forma que, depois da diluição, a parte do volume que correspondia a água ficou sendo 3/4. O volume de refresco obtido após a diluição foi de
A) 2,1 L

B) 1,5 L
C) 1,8 L
D) 1,2 L
E) 2,4 L

Comentários:
Inicialmente, temos **900 mL de refresco de uva**. Desses 900 mL, temos **2/3 de água** e **1/3 de suco concentrado**. As quantidades de cada um são, portanto,

- Quantidade inicial de água: $\frac{2}{3} \times 900 = \mathbf{600\ mL}$.
- Quantidade inicial de suco concentrado: $\frac{1}{3} \times 900 = \mathbf{300\ mL}$.

Note que a adição posterior de água **não influencia na quantidade de suco concentrado**. Se tínhamos 300 mL de suco concentrado no início, **vai continuar 300 mL** após colocarmos só a água. Como a quantidade de água passa a ser 3/4 do volume, **sobra 1/4** do volume para o suco concentrado.

Imagine que **o novo volume de refresco seja V**. Assim, se 1/4 dele é de suco, temos,

$$\frac{V}{4} = 300 \quad \Rightarrow \quad V = 1.200\ mL$$

Assim, temos 1.200 mL (ou 1,2 L) de refresco após a adição da água.

Gabarito: LETRA D.

FGV

16. (FGV/MPE-GO/2022) Paulo e Berenice possuem, respectivamente, R$ 47,30 e R$ 62,50. Para que Berenice fique com o triplo da quantia de Paulo, Paulo tem que dar a Berenice
A) R$ 19,85.
B) R$ 20,35.
C) R$ 21,25.
D) R$ 24,15.
E) R$ 27,45.

Comentários:
Vamos organizar uma pequena tabela.

Nome	Quantia
Paulo	R$ 47,30
Berenice	R$ 62,50

Considere que **"x" é a quantia que Paulo tem que dar a Berenice**.

Se Berenice já tem R$ 62,50, depois de **receber "x" reais de Paulo**, ela ficará com "62,50 + x".

Por sua vez, ao **dar os "x" reais para Berenice**, Paulo ficará com "47,30 - x".

Assim, como **Berenice termina com o triplo da quantia de Paulo**, podemos escrever:

$$62{,}50 + x = 3 \cdot (47{,}30 - x) \quad \rightarrow \quad 62{,}50 + x = 141{,}9 - 3x \quad \rightarrow \quad 4x = 79{,}4 \quad \rightarrow \quad \boxed{x = 19{,}85}$$

Gabarito: LETRA A.

17. (FGV/CBM-AM/2022) Doze amigos foram a um restaurante e resolveram dividir a conta igualmente entre eles. Como um deles estava sem dinheiro, cada um dos outros onze amigos teve que pagar um adicional de R$ 5,40. O valor total da conta foi de

A) R$ 724,80.
B) R$ 712,80.
C) R$ 684,00.
D) R$ 674,40.
E) R$ 653,40.

Comentários:
Considere que **o valor da conta foi "C"**. Como eram **12 amigos**, cada um era para ter pagado:

$$P = \frac{C}{12} \qquad (1)$$

Acontece que, na verdade, **apenas 11 pagaram**. Por esse motivo, a quantia paga por cada um **subiu R$ 5,40**. Com isso, podemos equacionar:

$$11 \cdot (P + 5{,}40) = C \qquad (2)$$

Pessoal, note que "P" é a quantia que cada um deveria ter pagado, caso todos os 12 tivessem o dinheiro. Como um dos amigos não tinha, **cada amigo pagou "P + 5,40"**. Esse valor multiplicado por 11, que é a quantidade de amigos que efetivamente pagaram, **deve resultar no total da conta "C"**. Explicado isso, vamos **resolver o sistema** formado pelas equações (1) e (2).

Podemos substituir (1) em (2).

$$11 \cdot \left(\frac{C}{12} + 5{,}40\right) = C \quad \rightarrow \quad \frac{11C}{12} + 59{,}4 = C \quad \rightarrow \quad \frac{C}{12} = 59{,}4 \quad \rightarrow \quad C = 712{,}8$$

Logo, o valor da conta foi de **R$ 712,80**.

Gabarito: LETRA B.

18. (FGV/PC-RJ/2022) Uma delegacia recebeu 55 camisetas para dividir igualmente entre seus policiais. O delegado Saraiva percebeu que, dando 3 camisetas a cada policial, sobravam ainda 13 camisetas, e que,

dando 5 camisetas a cada policial, no final da distribuição, 3 policiais nada receberiam. O número de policiais dessa delegacia é:
A) 14.
B) 15.
C) 16.
D) 17.
E) 18.

Comentários:
Considere que "P" é o número de policiais.

Dando **3 camisetas para cada policial ainda sobram 13**. Com isso em mente, podemos escrever:

$$3P + 13 = 55 \quad \rightarrow \quad 3P = 42 \quad \rightarrow \quad \boxed{P = 14}$$

Logo, são **14 policiais** nessa delegacia.

Gabarito: LETRA A.

19. (FGV/PREF. DE SALVADOR/2019) As amigas Flávia, Gilda e Hilda, saíram para fazer um lanche. A primeira tinha 35 reais, a segunda 45 reais e a terceira, 64 reais. Como Hilda tinha mais dinheiro, ela deu a cada uma das amigas alguma quantia de forma que ficassem, as três, com quantias iguais. É correto concluir que
A) Flávia ganhou mais 10 reais do que Gilda.
B) Hilda ficou com menos 14 reais.
C) Flávia ganhou 12 reais.
D) Hilda perdeu a terça parte do que tinha.
E) Gilda ganhou 4 reais.

Comentários:
Ok! Hilda tem mais grana e vai dar um pouquinho dela para suas amigas de modo que **as três fiquem com a mesma quantia**. Considere que x **seja a quantia que Hilda dá a Gilda** e y **seja a quantia que Hilda dá a Flávia**.

$$\text{Hilda} \xrightarrow{+x} \text{Gilda } (45 + \text{x})$$

$$\text{Hilda} \xrightarrow{+y} \text{Flávia } (35 + \text{y})$$

Depois de entregar o dinheiro para suas amigas, **Hilda fica apenas com $(64 - x - y)$.** Nesse momento, **todas possuem a mesma quantia** e podemos escrever:

$$64 - x - y = 45 + x = 35 + y$$

Podemos montar um sistema pegando duas dessas equações: $\begin{cases} 64 - x - y = 45 + x \\ 45 + x = 35 + y \end{cases}$

Simplificando as equações, ficamos com: $\begin{cases} 2x + y = 19 & (1) \\ x - y = -10 & (2) \end{cases}$

Você pode resolver o sistema acima da maneira que achar mais conveniente. Como temos $+y$ na primeira e $-y$ na segunda, **um jeito mais rápido seria somando as equações membro a membro**.

$$2x + y + (x - y) = 19 + (-10)$$

$$2x + y + x - y = 19 - 10 \quad \rightarrow \quad 3x = 9 \quad \rightarrow \quad x = 3$$

Com isso, descobrimos que **Hilda deu 3 reais a Gilda**. Para descobrir quanto Flávia recebeu, é só substituirmos $x = 3$ em uma das equações do nosso sistema. Façamos isso em (1).

$$2 \cdot 3 + y = 19 \quad \rightarrow \quad 6 + y = 19 \quad \rightarrow \quad y = 13$$

Logo, **Hilda deu 13 reais a Flávia**. Observe que todas ficaram com a mesma quantidade:

- Gilda: $45 + x = 45 + 3 = 48$ reais.
- Flávia: $35 + y = 35 + 13 = 48$ reais.
- Hilda: $64 - x - y = 64 - 3 - 13 = 48$ reais.

Se Gilda ganhou 3 reais e Flávia ganhou 13, então **Flávia ganhou 10 reais a mais do que Gilda**.

Gabarito: LETRA A.

20. (FGV/PREF. NITEROI/2018) Em uma gaveta A existem 43 processos e em uma gaveta B existem 27 processos. Para que as duas gavetas fiquem com o mesmo número de processos, devemos passar da gaveta A para a gaveta B:

A) 18 processos;
B) 16 processos;
C) 12 processos;
D) 8 processos;
E) 6 processos.

Comentários:

Pessoal, **43 processos estão na gaveta A** e **27 processos estão na B**. Imagine que vamos retirar x processos da gaveta A para colocar na B. A intenção aqui é fazer que tenhamos um mesmo número de processos nas duas.

Se tiramos x processos da gaveta A, então ela ficou com $\mathbf{(43 - x)}$ **processos**. Se colocarmos esses x processos na gaveta B, então ela ficará com $\mathbf{(27 + x)}$ **processos**. Essas duas quantidades **devem ser iguais**! Assim,

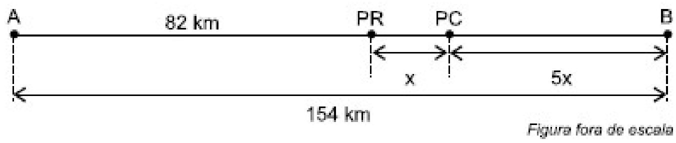
$$43 - x = 27 + x \quad \Rightarrow \quad 2x = 16 \quad \Rightarrow \quad x = 8$$

Logo, devemos passar **8 processos** da gaveta A para a B.

Gabarito: LETRA D.

VUNESP

21. (VUNESP/PREF. OSASCO/2022) A distância entre as cidades A e B é 154 km. Entre elas, há um posto da polícia rodoviária (PR) e um posto de combustíveis (PC), conforme mostra a figura.



Sabendo que a distância entre o posto de combustíveis e a cidade B é 5 vezes a distância entre o posto da polícia rodoviária e o posto de combustíveis, então a distância entre o posto de combustíveis e a cidade B é igual a

A) 12 km.
B) 24 km.
C) 36 km.
D) 48 km.
E) 60 km.

Comentários:
Pessoal, a imagem nos ajuda bastante. Perceba que **se somarmos cada trecho, devemos obter os 154 km**.

$$82 + x + 5x = 154 \quad \rightarrow \quad 6x = 72 \quad \rightarrow \quad x = \frac{72}{6} \quad \rightarrow \quad x = 12$$

Cuidado aqui! "x" é a distância entre o posto da polícia rodoviária (PR) e o posto de combustível (PC).

A questão quer saber **a distância do posto de combustível até a cidade B**. Note que **essa distância vale "5x"**.

$$d = 5x \quad \rightarrow \quad d = 5 \cdot 12 \quad \rightarrow \quad \boxed{d = 60\ km}$$

Gabarito: LETRA E.

22. (VUNESP/PM-SP/2022) De um valor total disponível em reais, a quarta parte foi destinada para o pagamento de um compromisso A; com a metade do que não foi utilizado para o compromisso A, pagou-se um compromisso B; e o restante, R$ 187,50, foi depositado em um investimento. A diferença entre o que foi investido e o que foi destinado para o pagamento do compromisso A é de:

A) R$ 18,00.
B) R$ 62,50.

C) R$ 36,00.
D) R$ 54,50.
E) R$ 0,00.

Comentários:
Vamos lá, moçada! Considere que **o valor total disponível é "T"**. Desse valor, parte foi destinada a um compromisso A, outra parte foi destinada a um compromisso B e **ainda sobrou R$ 187,50**, que foi investido. Com isso, é possível escrever:

$$T = A + B + 187{,}50 \qquad (1)$$

O enunciado diz ainda que, para pagar o compromisso A, foi destinada **a quarta parte de** T.

$$A = \frac{T}{4} \qquad (2)$$

Além disso, após pagar A, **a metade do valor que sobrou** foi usada para pagar B.

$$B = \frac{T - A}{2} \qquad (3)$$

Se você tinha T e pagou A, então sobrou "$T - A$". A metade desse valor foi usada para B, por isso dividimos a expressão por 2, resultando na equação (3) acima.

Pronto, temos um sistema com **três incógnitas e três equações**. Para resolvê-lo, inicialmente vamos substituir (2) em (3).

$$B = \frac{T - \frac{T}{4}}{2} \quad \rightarrow \quad B = \frac{3T}{8} \qquad (4)$$

Agora, vamos usar (4) e (2) em (1).

$$T = \frac{T}{4} + \frac{3T}{8} + 187{,}50 \quad \rightarrow \quad T = \frac{5T}{8} + 187{,}50 \quad \rightarrow \quad \frac{3T}{8} = 187{,}60 \quad \rightarrow \quad T = \frac{187{,}50 \cdot 8}{3} \quad \rightarrow$$

$$T = 500$$

Logo, determinarmos que **a quantia total é 500 reais**. Podemos usar esse valor em (2) para determinar A.

$$A = \frac{500}{4} \quad \rightarrow \quad A = 125$$

A questão quer **a diferença entre A e o valor investido**.

$$d = 187{,}50 - 125 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{d = 62{,}50}}$$

Gabarito: LETRA B.

23. (VUNESP/ALESP/2022) Meu irmão, que é 5 anos mais velho do que eu, falou que daqui a 3 anos a idade do nosso pai será o triplo das nossas duas idades somadas. Meu pai tinha 65 anos quando eu nasci. Daqui a 3 anos, quando isso acontecer, a minha idade somada com a idade do meu irmão será menor que a idade do nosso pai em um número de anos igual a

A) 56.
B) 52.
C) 50.
D) 46.
E) 58.

Comentários:

Considere as idades dos irmãos iguais a "N" e a "V". Note que o narrador do enunciado é o irmão mais novo, pois ele fala que seu irmão é mais velho que ele cinco anos. Assim, vamos definir **"N" como a idade do irmão mais novo** e **"V", a do mais velho**. Beleza?!! Essa distinção vai ser importante lá na frente! Por sua vez, considere a idade do pai igual a "P".

Um irmão é 5 anos mais velho do que o outro. Logo, podemos escrever:

$$V = N + 5 \qquad (1)$$

Ademais, daqui a três anos, **a idade do pai será o triplo da soma da idade dos dois**.

$$P + 3 = 3 \cdot \big((N+3) + (V+3)\big) \quad \rightarrow \quad P + 3 = 3 \cdot (N + V + 6) \qquad (2)$$

Note que temos que **somar 3 em cada idade**, pois, após três anos, cada um dos irmãos não terá mais "N" e "V", **mas sim "N+3" e "V+3"**.

Por fim, a questão disse que **o pai tinha 65 quando o irmão mais novo nasceu**.

$$P - N = 65 \quad \rightarrow \quad P = N + 65 \qquad (3)$$

Pronto, equacionamos tudo. Agora, vamos substituir (3) e (1) em (2).

$$(N + 65) + 3 = 3 \cdot \big((N+5) + N + 6\big)$$

$$N + 68 = 3 \cdot (2N + 11)$$

$$N + 68 = 6N + 33 \quad \rightarrow \quad 5N = 35 \quad \rightarrow \quad N = 7$$

Opa, determinarmos a idade do irmão mais novo, que é de **7 anos**. Podemos usar esse valor em (1) para determinar V.

$$V = 7 + 5 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V = 12}$$

Já a idade do pai é:

$$P = 7 + 65 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P = 72}$$

Vamos organizar essas informações numa tabela.

Quem	Idade Atual	Idade 3 anos depois
Pai	72	75
Irmão mais velho	12	15
Irmão mais novo	7	10

A questão quer **a diferença entre a soma das idades dos irmãos e a idade do pai**, **3 anos depois**, ou seja, usaremos as idades na terceira coluna da tabela acima.

$$d = 75 - (15 + 10) \quad \rightarrow \quad d = 75 - 25 \quad \rightarrow \quad \boxed{d = 50}$$

Gabarito: LETRA C.

24. (VUNESP/ALESP/2022) Carlos, Luciana e Jonas fizeram um total de 58 horas extras. Carlos fez uma hora extra a mais que a metade das que Luciana tinha feito. Jonas fez 4 horas extras a mais do que Carlos. O total das horas extras de Carlos e Jonas supera o número feito por Luciana em

A) 7.
B) 6.
C) 4.
D) 5.
E) 3.

Comentários:

Considere **"C"** a quantidade de horas extras feitas por **Carlos**, **"L"** a quantidade feita por **Luciana** e **"J"** a quantidade feita por **Jonas**. Como **o total foi de 58 horas extras**, podemos escrever:

$$C + L + J = 58 \qquad (1)$$

Se **Carlos fez uma hora extra a mais do que a metade das que Luciana** fez, então

$$C = \frac{L}{2} + 1 \qquad (2)$$

Por fim, se **Jonas fez 4 horas a mais do que Carlos**, então:

$$J = C + 4 \qquad (3)$$

Vamos usar (2) em (3):

$$J = \frac{L}{2} + 1 + 4 \quad \rightarrow \quad J = \frac{L}{2} + 5 \quad (4)$$

Agora, vamos usar (4) e (2) em (1).

$$\left(\frac{L}{2} + 1\right) + L + \left(\frac{L}{2} + 5\right) = 58$$

$$L + L + 6 = 58 \quad \rightarrow \quad 2L = 52 \quad \rightarrow \quad L = \frac{52}{2} \quad \rightarrow \quad L = 26$$

Logo, a quantidade de horas extras feita por **Luciana** foi de **26 horas**. Podemos usar esse valor em (3) e (4) para determinarmos C e J.

$$C = \frac{L}{2} + 1 \quad \rightarrow \quad C = 13 + 1 \quad \rightarrow \quad C = 14$$

$$J = \frac{l}{2} + 5 \quad \rightarrow \quad J = 13 + 5 \quad \rightarrow \quad J = 18$$

Carlos e Jonas totalizaram 14 e 18 horas extras, respectivamente. Quando somamos as quantidades de horas extras dos dois, obtemos **32 horas extras**. O enunciado pede a diferença entre essa soma e a quantidade de horas extras feitas por Luciana.

$$d = 32 - 26 \quad \rightarrow \quad \boxed{d = 6}$$

Gabarito: LETRA B.

25. (VUNESP/TJ-SP/2018) No posto Alfa, o custo, para o consumidor, de um litro de gasolina é R$ 3,90, e o de um litro de etanol é R$ 2,70. Se o custo de um litro de uma mistura de quantidades determinadas desses dois combustíveis é igual a R$ 3,06, então o número de litros de gasolina necessários para compor 40 litros dessa mistura é igual a

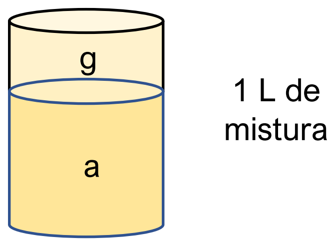
A) 28.
B) 20.
C) 16.
D) 24.
E) 12.

Comentários:

Vamos separar algumas informações do enunciado.

1 litro de gasolina = $R\$ \ 3{,}90$ 1 litro de álcool = $R\$ \ 2{,}70$ 1 litro da mistura = $R\$ \ 3{,}06$

Vamos chamar de "g" e "a" as quantidades (em litros) de gasolina e álcool, respectivamente, **presentes em 1 litro dessa mistura**. Vamos esquematizar.



Ora, **a soma da quantidade de gasolina e álcool deve totalizar 1 L**. Assim, podemos escrever:

$$g + a = 1 \quad (1)$$

Além disso, o preço do litro da mistura é dado por:

$$3{,}90g + 2{,}70a = 3{,}06 \quad (2)$$

Observe que podemos **isolar o "a"** em (1) e substituir em (2):

$$a = 1 - g$$

Substituindo:

$$3{,}9g + 2{,}7 \cdot (1 - g) = 3{,}06 \quad \rightarrow \quad 3{,}9g + 2{,}7 - 2{,}7g = 3{,}06$$

$$1{,}2g = 0{,}36 \quad \rightarrow \quad g = \frac{0{,}36}{1{,}2} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{g = 0,3}$$

Observe que nessa mistura temos **0,3 litros** (ou 300 mL) **de gasolina** **para cada litro**. Utilizaremos essa informação para esquematizar uma **regra de três simples**.

$$0{,}3\ L \longleftrightarrow 1\ L$$

$$x \longleftrightarrow 40\ L$$

Multiplicando cruzado.

$$1 \cdot x = 40 \cdot 0{,}3 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 12\ L}$$

Gabarito: LETRA E.

Outras Bancas

26. (AOCP/CM BAURU/2022) A soma das idades de dois servidores da câmara é 63 anos. Sabendo que a razão entre as idades é 2/7, qual é a diferença entre as idades desses dois servidores?

A) 25 anos.

B) 30 anos.
C) 49 anos.
D) 42 anos.
E) 35 anos.

Comentários:
Vamos chamar as idades desses dois servidores de "x" e de "y". Como **a soma dessas idades é 63 anos**, então podemos escrever:

$$x + y = 63 \qquad (1)$$

Por sua vez, o enunciado também disse que **a razão entre as idades é 2/7**.

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{7} \qquad \rightarrow \qquad x = \frac{2y}{7} \qquad (2)$$

Com as duas expressões acima, podemos **substituir** (2) em (1).

$$\frac{2y}{7} + y = 63 \qquad \rightarrow \qquad \frac{9y}{7} = 63 \qquad \rightarrow \qquad y = 49$$

Com o valor de "y", podemos usá-lo em (1) e determinar "x".

$$x + 49 = 63 \qquad \rightarrow \qquad x = 14$$

Portanto, um servidor tem **14 anos** (bem novo, rsrs) e o outro tem **49**.

A questão pergunta **a diferença** entre essas idades.

$$49 - 14 = 35$$

Gabarito: LETRA E.

27. (AVANÇASP/PREF. LOUVEIRA/2022) A soma do sucessor de um número n com o sucessor de 64 é igual a 318. Então, podemos afirmar que o antecessor de n é igual a:
A) 63
B) 65
C) 251
D) 252
E) 253

Comentários:
Vamos lá! O sucessor do número "n" é "n+1". Por sua vez, o sucessor de 64 é 65.

A questão fala que **a soma desses dois sucessores é igual a 318**. Portanto, podemos escrever:

$$(n+1)+65=318 \quad \rightarrow \quad n+66=318 \quad \rightarrow \quad n=252$$

Muito cuidado agora, moçada! A questão quer **o antecessor de "n"**.

Ora, **o antecessor de "n" é 251**. Logo, alternativa C.

Gabarito: LETRA C.

28. (IBADE/CRM AC/2022) Maria é 5 anos mais velha que seu irmão João e tem um primo que tem o dobro da sua idade. Se a soma das idades dos três é igual a 55, qual é a idade de Pedro?
A) Pedro tem 10 anos.
B) Pedro tem 25 anos.
C) Pedro tem 30 anos.
D) Pedro tem 40 anos.
E) Pedro tem 20 anos.

Comentários:
Vamos chamar de "M" a idade de Maria, de "J" a de João e de "P" a do primo.

A **soma das idades dos três é igual a 55**. Logo:

$$M+J+P=55 \qquad (1)$$

Ademais, **Maria é 5 anos mais velha que João**. Assim:

$$J=M-5 \qquad (2)$$

Por fim, tem um primo com o dobro da sua idade:

$$P=2M \qquad (3)$$

Com todas as equações escritas, podemos usar (2) e (3) em (1), deixando tudo em função da idade de Maria.

$$M+(M-5)+2M=55 \quad \rightarrow \quad 4M=60 \quad \rightarrow \quad M=15$$

Destarte, **a idade de Maria é 15 anos**. Como a questão pede a idade de Pedro (certamente o nome do primo, já que a questão não deixa claro), sabemos que **ele tem o dobro da idade de Maria**.

$$P=2M \quad \rightarrow \quad P=2\cdot 15 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{P=30}}$$

Gabarito: LETRA C.

29. (FUNDATEC/IPE SAÚDE/2022) Para comprar um celular, Marcos precisa de R$ 580,00 a mais do que tem. Se ele tivesse o dobro da quantia que possui, ele compraria o celular e ainda ficaria com R$120,00. Com base nesses dados, podemos afirmar que:

A) Marcos tem R$ 500,00.

B) Marcos tem R$ 1.280,00.

C) O celular que Marcos pretende comprar custa R$1.280,00.

D) O celular que Marcos pretende comprar custa R$ 700,00.

E) O celular custa R$1.200,00, e Marcos tem R$ 500,00.

Comentários:

Vamos dizer que o preço do celular é "C" e a quantia que Marcos tem é "M".

Marcos precisa de R$ 580,00 para comprar o celular. Logo:

$$M + 580 = C \qquad (1)$$

Ademais, **se ele tivesse o dobro, ainda ficaria com R$ 120,00**. Com isso, podemos escrever:

$$2M - C = 120 \qquad (2)$$

Com as duas expressões acima, podemos determinar cada uma das incógnitas. Para isso, vamos substituir (1) em (2).

$$2M - (M + 580) = 120 \qquad \rightarrow \qquad M - 580 = 120 \qquad \rightarrow \qquad M = 700$$

Portanto, **Marcos tem R$ 700,00**. Para determinar quanto custa o celular, podemos usar esse valor em (1).

$$C = 580 + 700 \qquad \rightarrow \qquad C = 1280$$

O celular que Marcos pretende comprar custa **R$ 1.280,00**.

Gabarito: LETRA C.

30. (IDECAN/IBGE/2022) Um professor de Matemática experiente participa da elaboração de provas de uma banca de concursos públicos e cobra R$ 60,00 pela participação acrescido de R$ 50,00 por questão elaborada. Já um professor de Matemática recém egresso de sua licenciatura, pede o valor de R$ 100,00 para participar da banca e por elaboração de cada questão, R$ 30,00. Quantas questões os dois professores devem realizar para que a banca elaboradora do concurso pague o mesmo valor para ambos?

A) 1.

B) 2.

C) 3.

D) 4.

E) 5.

Comentários:

Vamos chamar a quantia recebida pelo professor experiente de "E". Por sua vez, a quantia recebida pelo professor recém egresso de "R".

- O professor experiente cobra **R$ 60,00 para participar mais R$ 50,00 por questão**.

$$E = 60 + 50Q$$

- O professor recém egresso cobra **R$ 100,00 para participar mais R$ 30,00 por questão**.

$$R = 100 + 30Q$$

"Q" é a quantidade de questões elaboradas por cada um dos professores. Para saber quantas questões devem ser elaboradas **para que os dois recebam a mesma quantia**, devemos igualar "E" com "R".

$$E = R$$

$$60 + 50Q = 100 + 30Q$$

$$20Q = 40 \quad \rightarrow \quad Q = \frac{40}{20} \quad \rightarrow \quad \boxed{Q = 2}$$

Gabarito: LETRA B.

QUESTÕES COMENTADAS

Equação de Segundo Grau

CEBRASPE

1. (CESPE/TELEBRAS/2022) Quanto a equações e inequações de 1º e 2º graus, julgue o próximo item.

Se $x_1 = -1$ e $x_2 = -3$ são as raízes da equação de 2º grau $x^2 + ax + b = 0$, então não existem raízes reais para a equação $-ax^2 + bx + 1 = 0$.

Comentários:
O primeiro passo aqui é encontrar o valor de "a" e de "b".

Para isso, podemos **substituir as raízes na equação e montar um sistema**, veja só!

$$x^2 + ax + b = 0$$

Para $x = -1$:

$$(-1)^2 + a \cdot (-1) + b = 0 \quad \rightarrow \quad b - a + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad b = a - 1 \quad (1)$$

Para $x = -3$:

$$(-3)^2 + a \cdot (-3) + b = 0 \quad \rightarrow \quad 9 - 3a + b = 0 \quad (2)$$

Vamos usar (1) em (2).

$$9 - 3a + (a - 1) = 0 \quad \rightarrow \quad 8 - 2a = 0 \quad \rightarrow \quad a = 4$$

Com o valor de "a", podemos usá-lo em (1) para determinar "b".

$$b = 4 - 1 \quad \rightarrow \quad b = 3$$

Pronto, encontramos "a" e "b", agora podemos **usar esses valores na segunda equação** que ele deu:

$$-ax^2 + bx + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad -4x^2 + 3x + 1 = 0$$

O item quer saber se a equação acima tem raízes reais. Para isso, **basta olharmos o "delta".**

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) \quad \rightarrow \quad \Delta = 9 + 16 \quad \rightarrow \quad \Delta = 25$$

Opa! **Discriminante positivo**! Quando isso acontece, vamos ter **duas raízes reais distintas**. Logo, item errado.

Gabarito: ERRADO.

2. (CESPE/TJ-PR/2019) Uma instituição alugou um salão para realizar um seminário com vagas para 100 pessoas. No ato de inscrição, cada participante pagou R$ 80 e se comprometeu a pagar mais R$ 4 por cada vaga não preenchida. Nessa situação hipotética, a maior arrecadação da instituição ocorrerá se a quantidade de inscrições for igual a

A) 95.

B) 90.

C) 84.

D) 60.

E) 60.

Comentários:

Pessoal, questão um pouco difícil. Quando ele fala em maior arrecadação, devemos **levantar as orelhas e lembrar da função de segundo grau**. Lembre-se que o formato dela é uma parábola e, dependendo do valor do coeficiente dominante, vamos ter **um ponto de máximo ou de mínimo**. O enunciado descreve um problema e, a partir dele, devemos inferir como será a função de arrecadação. Imagine que x participantes se inscreveram. Como **cada um paga 80 reais**, então, inicialmente, podemos considerar que a arrecadação é:

$$Arr(x) = 80x$$

No entanto, veja que **não é só isso**. **Cada um dos inscritos** se compromete a pagar **mais 4 reais por CADA vaga não preenchida**. Ora, se são 100 vagas e teve x inscrições, então **temos $(\mathbf{100 - x})$ vagas não preenchidas**. Se são **4 reais por cada vaga não preenchida**, então vamos ter que cada inscrito pagará $4 \cdot (100 - x)$ pelas vagas não preenchidas. Com isso, os inscritos pagarão ao total $4 \cdot x \cdot (100 - x)$. Devemos adicionar esse valor **ao total arrecadado**.

$$Arr(x) = 80x + 4x(100 - x)$$

$$Arr(x) = 80x + 400x - 4x^2$$

$$Arr(x) = -4x^2 + 480x$$

Observe que **o coeficiente dominante é negativo**, indicando que temos uma parábola com concavidade voltada para baixo e, portanto, **uma arrecadação máxima**. O número de inscritos que gera a maior arrecadação **é o x do vértice**. Sabemos como calculá-lo:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \quad \Rightarrow \quad x_v = -\frac{480}{2 \cdot (-4)} \quad \Rightarrow \quad x_v = -\frac{480}{-8} \quad \Rightarrow \quad x_v = 60$$

Gabarito: LETRA D.

3. (CESPE/MCT/2012) Uma creperia vende, em média, 500 crepes por semana, a R$ 20,00 a unidade. O proprietário estima que, para cada real de aumento no preço unitário de venda dos crepes, haverá redução de dez unidades na média semanal de vendas. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

Caso o proprietário aumente em x reais o preço unitário de venda dos crepes, então o faturamento médio semanal será de $10.000 + 500x - 10x^2$ reais.

Comentários:
Galera, devemos achar o faturamento médio da creperia, em função do aumento de preço em x reais. O faturamento nada mais é do que **o produto da quantidade vendida pelo preço unitário**. Por exemplo, se o proprietário vende, em média, **500 crepes por semana e o valor de cada crepe é R$ 20,00**, então, seu faturamento médio semanal é:

$$Fat_m = 500 \times 20 \qquad \Rightarrow \qquad Fat_m = 10.000$$

Ou seja, **sem aumento de preços, o faturamento médio semanal do proprietário é de R$ 10.000,00**. Imagine agora, que o proprietário aumentou em x reais o preço do crepe. Dessa forma, **o preço unitário passa a ser $(20 + x)$ reais**.

Uma consequência disso é uma queda nas vendas semanais. Ora, o preço aumentou! O enunciado diz que para cada real de aumento, **ele deixa de vender dez unidades na média da semana**. Em outras palavras, temos o seguinte:

- Se o proprietário aumentou $R\$ \ 1{,}00$, então a quantidade de crepes vendidos na semana diminui 10.
- Se o proprietário aumentou $R\$ \ 2{,}00$, então a quantidade de crepes vendidos na semana diminui 20.
- Se o proprietário aumentou $R\$ \ 5{,}00$, então a quantidade de crepes vendidos na semana diminui 50.
- Se o proprietário aumentou $R\$ \ x$, então a quantidade de crepes vendidos na semana diminui $10 \cdot x$.

Assim, o novo faturamento, **contabilizando esse aumento**, é dado por:

$$Fat(x) = (500 - 10x) \cdot (20 + x)$$

Aplicando a **propriedade distributiva da multiplicação**, chegamos ao seguinte faturamento médio:

$$Fat(x) = 10000 + 300x - 10x^2$$

Observe que **a expressão do enunciado está diferente** e, portanto, equivocada.

Gabarito: ERRADO.

4. (CESPE/SEDUC-AM/2011) Julgue o item seguinte, acerca de equações e inequações.

Se k é um número real diferente de 2, então a equação $(K - 2)x^2 - 3Kx + 1 = 0$ sempre terá raízes reais distintas.

Comentários:

Na teoria, vimos que uma equação de segundo grau terá raízes reais distintas quando **o seu discriminante for maior do que 0**. O enunciado forneceu a seguinte equação:

$$(K-2)x^2 - 3Kx + 1 = 0$$

Tiramos que: $\begin{cases} a = K-2 \\ b = -3K \\ c = 1 \end{cases}$

O delta (discriminante) é calculado por $\boldsymbol{\Delta = b^2 - 4ac}$. Vamos substituir?

$$\Delta = (-3K)^2 - 4 \cdot (K-2) \cdot 1$$
$$\Delta = 9K^2 - 4K + 8$$

Para que a equação tenha sempre raízes reais e distintas, devemos ter que $\boldsymbol{9K^2 - 4K + 8 > 0}$.

Observe que nossa condição gera uma **inequação de segundo grau**, e, para ela, devemos também encontrar o discriminante. Temos que: $a = 9, b = -4$ e $c = 8$. O discriminante dessa nova expressão fica:

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Rightarrow \quad \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 8 \quad \Rightarrow \quad \Delta = -272$$

Observe que **o discriminante deu negativo**, indicando que $\boldsymbol{9K^2 - 4K + 8}$ **não possui raízes reais**. Uma consequência disso é que **a expressão nunca mudará de sinal (uma vez que não cruza o eixo x)**. Na prática, teremos uma parábola que ocupará o primeiro e o segundo quadrante do plano cartesiano, nunca sendo negativa. Por esse motivo, a inequação $9K^2 - 4K + 8 > 0$ será sempre verdadeira qualquer que seja K.

Como **a inequação acima é sempre verdadeira**, $(K-2)x^2 - 3Kx + 1 = 0$ **terá sempre raízes reais distintas**. Vale ressaltar que a condição para que K seja diferente de 2 é para **impedir que o coeficiente "a" da equação não se anule**.

Gabarito: CERTO.

5. (CESPE/SEDUC-AM/2011) Julgue o item seguinte, acerca de equações e inequações.

Suponha que A, B e C sejam constantes reais e que $x_1 = -2$ e $x_2 = 3$ sejam as raízes da equação $Ax^2 + Bx + C = 0$. caso, é correto afirmar que $x_1 = -5\ e\ x_2 = 0$ são as raízes da equação $A(x+3)^2 + B(x+3) + C = 0$.

Comentários:

Ora, **temos duas raízes e queremos encontrar a equação** de segundo grau correspondente! Aprendemos isso na teoria! Podemos escrever uma equação de segundo grau na forma:

$$(x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$$

As raízes do enunciado são $\boldsymbol{x_1 = -2}$ **e** $\boldsymbol{x_2 = 3}$, logo,

$$\big(x-(-2)\big)\cdot(x-3)=0$$
$$(x+2)\cdot(x-3)=0$$

Usando a **propriedade distributiva** da multiplicação:

$$x^2-x-6=0$$

Assim, encontramos o valor de A, B e C: $\begin{cases} A=1 \\ B=-1 \\ C=-6 \end{cases}$

Vamos usar esses valores na outra equação dada:

$$A(x+3)^2+B(x+3)+C=0$$
$$1\cdot(x+3)^2+(-1)\cdot(x+3)-6=0$$
$$(x+3)^2-(x+3)-6=0$$

Vamos abrir o quadrado e tentar escrever essa expressão **na forma que estamos habituados**.

$$x^2+6x+9-x-3-6=0$$
$$x^2+5x=0$$

Show! Agora, calculando **o discriminante**:

$$\Delta=b^2-4ac \qquad \Rightarrow \qquad \Delta=5^2-4\cdot1\cdot0 \qquad \Rightarrow \qquad \Delta=25$$

Na **fórmula de Bhaskara**, vamos ter que:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad \Rightarrow \qquad x=\frac{-5\pm\sqrt{25}}{2} \qquad \Rightarrow \qquad x_1=-5 \quad e \quad x_2=0$$

Observe que é exatamente **as raízes dadas no item**. Portanto, o mesmo se encontra correto.

Obs.: Existe um jeito mais rápido de resolver. Observe a equação $x^2+5x=0$. Se você **colocar o x em evidência, temos que $x\cdot(x+5)=0$**. Escrito dessa forma, podemos igualar cada um dos termos a zero e ver qual a raiz.

$$x=0 \quad e \quad x+5=0 \qquad \rightarrow \qquad x_2=0 \quad e \quad x_1=-5$$

Gabarito: CERTO.

6. (CESPE/PETROBRÁS/2008) Se x é um número real, positivo, e $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$, então

A) $x^2+x-6=0$

B) $x^2+x+6=0$

C) $x^2-5x+6=0$

D) $x^2 - x + 6 = 0$
E) $x^2 + 5x - 6 = 0$

Comentários:

Temos a seguinte equação de segundo grau $\left(\boldsymbol{x} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{4}}$. Vamos desenvolver o quadrado e ver que expressão obtemos.

$$\left(\boldsymbol{x} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{4}}$$

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = \frac{25}{4}$$

$$x^2 - x - \frac{24}{4} = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

Observe que é exatamente a equação da questão anterior e que **já sabemos as raízes: $\boldsymbol{x_1 = 3}$ e $\boldsymbol{x_2 = -2}$**. O enunciado diz que **x é positivo, portanto, só devemos considerar $\boldsymbol{x_1 = 3}$**. Para marcar a alternativa correta, **devemos buscar a equação que possui $\boldsymbol{x = 3}$ como uma de suas raízes**. Nesse intuito, vamos substituir $x = 3$ em cada alternativa.

A) $x^2 + x - 6 = 0$
Alternativa incorreta. Veja que $3^2 + 3 - 6 = 6 \neq 0$.

B) $x^2 + x + 6 = 0$
Alternativa incorreta. Veja que $3^2 + 3 + 6 = 18 \neq 0$

C) $x^2 - 5x + 6 = 0$
Alternativa correta. Veja que $3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = 0$.

D) $x^2 - x + 6 = 0$
Alternativa incorreta. Veja que $3^2 - 3 + 6 = 12 \neq 0$.

E) $x^2 + 5x - 6 = 0$
Alternativa incorreta. Veja que $3^2 + 5 \cdot 3 - 6 = 9 + 15 - 6 = 18 \neq 0$.

Gabarito: LETRA C.

7. (CESPE/HEMOBRÁS/2008) O custo para a produção mensal de x milhares de unidades de certo produto é de $x^2 + 2x$ reais. O preço de venda de x milhares desse produto é de $4x + 24$ reais. Nessas condições, julgue os itens a seguir.

O lucro máximo da empresa será obtido com a produção e venda de 1.000 unidades do produto.

Comentários:

O lucro de uma empresa será, simplificadamente, **a receita menos o custo**.

$$L(x) = R(x) - C(x)$$

O custo é dado por $\boldsymbol{C(x) = x^2 + 2x}$. Já a receita vai ser dada por $\boldsymbol{R(x) = 4x + 24}$. Assim,

$$L(x) = 4x + 24 - x^2 - 2x \qquad \Rightarrow \qquad L(x) = -x^2 + 2x + 24.$$

Observe que a expressão para o lucro possui **coeficiente dominante negativo**, indicando que a parábola tem concavidade para baixo e que, portanto, **teremos ponto de máximo**. O ponto em que ocorre esse máximo será dado pelas coordenadas do vértice. Como queremos saber apenas a quantidade do produto, **devemos buscar o x do vértice**.

$$x_v = -\frac{b}{2a} \qquad \Rightarrow \qquad x_v = -\frac{2}{2 \cdot (-1)} \qquad \Rightarrow \qquad x_v = 1$$

Como **x está em milhares**, o lucro máximo realmente será obtido com a produção e venda de 1.000 unidades do produto.

Gabarito: CERTO.

8. (CESPE/BB/2007) Um grupo de amigos fez, em conjunto, um jogo em determinada loteria, tendo sido premiado com a importância de R$ 2.800.000,00 que deveria ser dividida igualmente entre todos eles. No momento da partilha, constatou-se que 3 deles não haviam pago a parcela correspondente ao jogo, e, dessa forma, não faziam jus ao quinhão do prêmio. Com a retirada dos 3 amigos que não pagaram o jogo, coube a cada um dos restantes mais R$ 120.000,00. Considerando a situação hipotética apresentada, julgue o item que se segue.

A quantidade de elementos do grupo de amigos que fizeram jus ao prêmio é superior a 11.

Comentários:

Galera, vamos considerar que esse **grupo seja composto por $\boldsymbol{x}$ amigos**. Logo, como a quantia deveria ser **repartida igualmente** entre cada um deles, o prêmio individual (p) que cada um receberia era:

$$p = \frac{2.800.000}{x} \qquad (1)$$

Note que **3 amigos não pagaram a parcela**. Sendo assim, devemos dividir o mesmo prêmio por $\boldsymbol{x - 3}$ **e não mais só por $\boldsymbol{x}$**. Quando fazemos isso, o prêmio individual que **antes era $\boldsymbol{p}$, agora passa a ser $\boldsymbol{p + 120.000}$**. Matematicamente,

$$p + 120.000 = \frac{2.800.000}{x - 3} \qquad (2)$$

Temos **duas equações e duas incógnitas**. Para resolver esse sistema, usaremos **o método da substituição.** Substituindo (1) em (2), ficamos com:

$$\frac{2.800.000}{x} + 120.000 = \frac{2.800.000}{x-3}$$

Vamos simplificar a expressão, **dividindo tudo por 40.000**, para sumir com os zeros e diminuir os números.

$$\frac{70}{x} + 3 = \frac{70}{x-3}$$

$$\frac{70+3x}{x} = \frac{70}{x-3}$$

$$(70+3x)(x-3) = 70x$$

$$70x - 210 + 3x^2 - 9x = 70x$$

$$3x^2 - 9x - 210 = 0$$

$$x^2 - 3x - 70 = 0$$

Resolvendo **a equação de segundo grau** acima, encontramos as raízes $x_1 = -7$ e $x_2 = 10$. Como estamos falando da quantidade de amigos, **a raiz negativa não tem sentido para nós**. Sendo assim, o tamanho do grupo de amigos é 10 e **aqueles que fazem jus ao prêmio são apenas 7**. Esse número é inferior a 11. Portanto, o item encontra-se errado.

Gabarito: ERRADO.

9. (CESPE/PM-ES/2007) Julgue o item que se segue, a respeito de equações algébricas, equações e funções polinomiais de 1º e de 2º graus, progressões aritméticas e geométricas.

A respeito da equação $x^2 + mx + m = 0$, em que m é um número real, todas as seguintes afirmações são verdadeiras.

I. se $m = 0$, então a equação tem uma única solução;
II. se $m = 4$, então a equação tem uma única solução;
III. se $0 < m < 4$, então a equação não tem nenhuma solução real;
IV. para cada valor de m tal que $m < 0$ ou $m > 4$, a equação tem duas soluções reais.

Comentários:
Lembrem-se sempre que para avaliarmos a quantidade de raízes, devemos olhar para o discriminante.

- Se $\Delta > 0$, teremos **duas raízes reais e distintas**.
- Se $\Delta = 0$, teremos apenas **uma única raiz real**.
  - Rigorosamente, **são duas raízes, porém idênticas**.
- Se $\Delta < 0$, **não temos raízes reais**.

- Não significa que a equação não possui raízes. Significa apenas que as raízes não são reais. Quando o discriminante é negativo, temos **duas raízes complexas**.

Vamos calcular o discriminante da equação em função de m:

$$\Delta = m^2 - 4m$$

I. Se $m = 0$, então **o discriminante também será nulo** $\Delta = 0$. Dessa forma, afirmação correta.
II. Se $m = 4$, então o discriminante será nulo $\Delta = 4^2 - 4 \cdot 4 = 16 - 16 = 0$. Dessa forma, afirmação correta.
III. Para a equação não ter solução real, precisamos que:

$$\Delta < 0 \quad \Rightarrow \quad m^2 - 4m < 0$$

Se colocarmos o m em evidência, ficamos com $m \cdot (m-4) < 0$. Quando a expressão da esquerda vai ser negativa? Ora, quando **os termos do produto apresentarem sinais distintos**, isto é,

$$m > 0 \; e \; (m-4) < 0 \quad \Rightarrow \quad m > 0 \; e \; m < 4 \quad \Rightarrow \quad 0 < m < 4$$

$$ou$$

$$m < 0 \; e \; (m-4) > 0 \quad \Rightarrow \quad m < 0 \; e \; m > 4$$

Observe que o segundo resultado não serve, já que **não existe número que é, ao mesmo tempo, menor do que zero e maior do que 4**. Dessa forma, nem consideramos. Veja que a resposta final é exatamente a condição do item, portanto, **o mesmo está correto.**

IV. Dessa vez, queremos os intervalos de valores de m em que a equação possui duas raízes reais.

$$\Delta > 0 \quad \Rightarrow \quad m^2 - 4m > 0$$

Quando colocamos o m em evidencia, ficamos com $m \cdot (m-4) > 0$. Pergunte-se: *quando o produto de dois número vai ser um número positivo?* Ora, **quando eles tiverem o mesmo sinal**! Ou os dois são positivos ou os dois são negativos. Assim,

$$m > 0 \; e \; (m-4) > 0 \quad \Rightarrow \quad m > 0 \;\; e \;\; m > 4 \quad \Rightarrow \quad m > 4$$

$$ou$$

$$m < 0 \; e \; (m-4) < 0 \quad \Rightarrow \quad m < 0 \;\; e \;\; m < 4 \quad \Rightarrow \quad m < 0$$

Veja que chegamos a $m > 4 \; ou \; m < 0$. Essa **foi a condição trazida pelo item** e, portanto, também está correta.

Gabarito: CERTO.

10. (CESPE/SEFAZ-RS/2019) A soma das soluções reais da equação $\frac{2x^2-20x}{x^2-6x}=2x$, em que $x \neq 0$ é igual a

A) -7.
B) 2.
C) 5.
D) 7.
E) 10.

Comentários:

Temos que achar **as soluções reais** da equação do enunciado:

$$\frac{2x^2-20x}{x^2-6x}=2x$$

Podemos reescrevê-la como:

$$2x^2-20x=2x(x^2-6x)$$
$$2x(x-10)=2x(x^2-6x)$$

Observe que podemos colocar o **"$2x$" em evidência no lado esquerdo**. Sendo assim, **conseguimos cortá-lo**.

$$x-10=x^2-6x$$
$$x^2-7x+10=0$$

Para encontrar a soma das raízes, não precisamos determinar cada uma das raízes individualmente. As **relações de Girard nos fornecem a soma e o produto das raízes** apenas com os **coeficiente da equação**. Lembre-se:

$$S=-\frac{b}{a} \quad \Rightarrow \quad S=-\frac{-7}{1} \quad \Rightarrow \quad S=7$$

Gabarito: LETRA D.

11. (CESPE/PREF. SÃO LUÍS/2017) Se X_1 e X_2, em que $X_1 < X_2$, são as raízes positivas da equação $x^2-164x+6400=0$, então a diferença X_2-X_1 é igual a:

A) 2.
B) 1.
C) 36.
D) 18.
E) 4.

Comentários:

Temos uma equação de segundo grau. Para encontrar as raízes, devemos usar **a fórmula de Bhaskara**.

$$x^2-164x+6400=0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Rightarrow \quad \Delta = 164^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6400 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 26.896 - 25600 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 1296$$

Agora,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-164) \pm \sqrt{1296}}{2}$$

$$x = \frac{164 \pm 36}{2} \qquad \Rightarrow \qquad x_1 = 64 \quad e \quad x_2 = 100$$

Sendo assim, a diferença entre as raízes da equação é:

$$x_2 - x_1 = 100 - 64 = 36$$

Gabarito: LETRA C.

CESGRANRIO

12. (Cesgranrio/Ptbrs/2017) Quantos valores reais de x fazem com que a expressão $(x^2 - 5x + 5)^{x^2+4x-60}$ assuma valor numérico igual a 1?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

Comentários:

Galera, vamos lá! Queremos o seguinte:

$$(x^2 - 5x + 5)^{x^2+4x-60} = 1$$

Observe que **se o expoente for igual a zero**, a igualdade sempre se verificará para uma base não nula. Logo,

$$x^2 + 4x - 60 = 0$$

- Vamos calcular o discriminante.

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-60) \quad \rightarrow \quad \Delta = 16 + 240 \quad \rightarrow \quad \Delta = 256$$

- Agora, as raízes.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-4 \pm \sqrt{256}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-4 \pm 16}{2}$$

$$x_1 = \frac{-20}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = -10$$

$$x_2 = \frac{12}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = 6$$

Como **os dois valores acima não anulam a base**, então temos valores coerentes para "x" e que geram o resultado esperado. No entanto, **essa não é a única possibilidade.** Sempre que a base for igual a 1, o resultado da expressão **também será igual a 1**, independente do que for o expoente. Com isso, podemos escrever que:

$$x^2 - 5x + 5 = 1 \quad \rightarrow \quad x^2 - 5x + 4 = 0$$

- Cálculo do discriminante.

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 \quad \rightarrow \quad \Delta = 25 - 16 \quad \rightarrow \quad \Delta = 9$$

- Agora, as raízes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{5 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = \frac{2}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{8}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = 4$$

Temos aí mais dois valores que também vão fazer com que a expressão se torne igual a 1. Até agora já achamos 4 raízes.

No entanto, **ainda temos que considerar a possibilidade em que a base é igual a -1**. Nessas situações, **sempre que o expoente for par, o resultado da expressão também será igual a 1**.

$$x^2 - 5x + 5 = -1 \quad \rightarrow \quad x^2 - 5x + 6 = 0$$

- Cálculo do discriminante.

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 \quad \rightarrow \quad \Delta = 25 - 24 \quad \rightarrow \quad \Delta = 1$$

- Agora, as raízes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{4}{2} \qquad \rightarrow \qquad x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{6}{2} \qquad \rightarrow \qquad x_2 = 3$$

Para esses dois valores de "x", vamos calcular os expoentes:

Para $x = 2$:

$$Expoente = 2^2 + 4 \cdot 2 - 60 \quad \rightarrow \quad Expoente = 12 - 60 \quad \rightarrow \quad Expoente = -48$$

Note que **o expoente, apesar de negativo, é par**. Portanto, $x = 2$ é uma solução válida.

Para $x = 3$

$$Expoente = 3^2 + 4 \cdot 3 - 60 \quad \rightarrow \quad Expoente = 9 + 12 - 60 \quad \rightarrow \quad Expoente = -39$$

Por sua vez, **-39 é um número ímpar** de tal modo que (-1) elevado a -39 resultará em -1.

Sendo assim, temos **5 valores possíveis** para "x":

$$S = \{-10, 1, 2, 4, 6\}$$

Gabarito: LETRA D.

13. (Cesgranrio/TRANSPETRO/2012) João gastou R$ 154,00 em barras de chocolate, todas de igual valor. O vendedor, satisfeito com a venda, deu-lhe de brinde 3 barras do mesmo chocolate. João fez as contas e verificou que cada barra de chocolate comprada por ele ficou R$ 3,00 mais barata. O número de barras compradas por ele foi

A) 9
B) 10
C) 11
D) 12
E) 13

Comentários:

Seja "n" a quantidade de barras de chocolate que João comprou e "P" é o preço de cada uma delas. Assim,

$$nP = 154 \quad \rightarrow \quad P = \frac{154}{n} \quad (1)$$

Com as **três barras que ele ganhou**, o preço da unidade **caiu 3 reais**. Logo,

$$P - 3 = \frac{154}{n+3} \qquad (2)$$

Usando (1) em (2):

$$\frac{154}{n} - 3 = \frac{154}{n+3} \quad \rightarrow \quad 154(n+3) - 3n(n+3) = 154n$$

Aplicando a **propriedade distributiva** da multiplicação:

$$\cancel{154n} + 462 - 3n^2 - 9n = \cancel{154n}$$

$$3n^2 + 9n - 462 = 0$$

Para simplificar, **vamos dividir tudo por 3**.

$$n^2 + 3n - 154 = 0$$

- Cálculo do discriminante.

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-154) \quad \rightarrow \quad \Delta = 9 + 616 \quad \rightarrow \quad \Delta = 625$$

- Agora, as raízes:

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad n = \frac{-3 \pm \sqrt{625}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad n = \frac{-3 \pm 25}{2}$$

$$n_1 = \frac{-28}{2} \quad \rightarrow \quad n_1 = -14$$

$$n_2 = \frac{22}{2} \quad \rightarrow \quad n_2 = 11$$

Como "n" representa a quantidade de barras de chocolate, **esse número <u>não</u> pode ser negativo**. Dito isso, podemos eliminar a raiz -14. Assim, **nossa resposta é apenas a raiz positiva**.

$$n = 11$$

Gabarito: LETRA C.

14. (Cesgranrio/Petrobras/2010) Na tabela abaixo têm-se duas equações quadráticas de incógnitas x, E_1 e E_2.

E_1	$x^2 + 2x - 15 = 0$
E_2	$x^2 - bx + 12 = 0$

Se a maior raiz de E_1 é igual à menor raiz de E_2, a maior raiz de E_2 é

A) 4

B) 5

C) 6

D) 7

E) 8

Comentários:

Vamos primeiro resolver E_1.

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

- Cálculo do discriminante.

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) \quad \rightarrow \quad \Delta = 4 + 60 \quad \rightarrow \quad \Delta = 64$$

- Agora, as raízes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-2 \pm 8}{2}$$

$$x_1 = \frac{-10}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = -5$$

$$x_2 = \frac{6}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = 3$$

Como **a maior raiz de E_1 também é raiz de E_2**, podemos substituí-la em E_2 para **determinarmos "b"**.

A maior raiz de E_1 é 3. Sendo assim,

$$x^2 - bx + 12 = 0 \quad \overset{x=3}{\rightarrow} \quad 3^2 - 3b + 12 = 0 \quad \rightarrow \quad 3b = 21 \quad \rightarrow \quad b = 7$$

Portanto, E_2 fica:

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

- Cálculo do discriminante.

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 \quad \rightarrow \quad \Delta = 49 - 48 \quad \rightarrow \quad \Delta = 1$$

- Agora, as raízes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{7 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{6}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = 3$$

$$x_2 = \frac{8}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = 4$$

Portanto, **a maior raiz de E_2 é 4**.

Gabarito: LETRA A.

15. (Cesgranrio/Petrobras/2009) Para que a equação do 2º grau $2x^2 - 12x + k = 0$ tenha duas raízes reais iguais, o valor de k deve ser

A) 0
B) 9
C) 18
D) 24
E) 36

Comentários:

Para que uma equação tenha duas raízes iguais, **o seu discriminante deve ter valor igual a zero**!

$$2x^2 - 12x + k = 0$$

Sendo assim,

$$\Delta = (-12)^2 - 4 \cdot 2 \cdot k \quad \rightarrow \quad \Delta = 144 - 8k$$

Como **devemos ter $\Delta = 0$**:

$$144 - 8k = 0 \quad \rightarrow \quad k = \frac{144}{8} \quad \rightarrow \quad k = 18$$

Gabarito: LETRA C.

16. (Cesgranrio/BNDES/2004) Para arrecadar R$ 240,00 a fim de comprar um presente para um colega que se aposentava, os funcionários de uma empresa fizeram um rateio. No dia do pagamento, 5 funcionários resolveram não participar, o que aumentou a quota de cada um dos demais em R$ 8,00. Quantos funcionários efetivamente participaram do rateio?

A) 8
B) 9
C) 10
D) 12
E) 15

Comentários:

Seja "n" o número de funcionários que participariam **originalmente** do rateio. Nessas condições, a quantia que cada um pagaria é dada por:;

$$P = \frac{240}{n} \qquad (1)$$

Como **a quota subiu 8 reais pois 5 funcionários não participaram**, ficamos com:

$$P + 8 = \frac{240}{n-5} \qquad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$\frac{240}{n} + 8 = \frac{240}{n-5} \quad \rightarrow \quad 240(n-5) + 8n(n-5) = 240n$$

Usando a **propriedade distributiva** da multiplicação:

$$\cancel{240n} - 1200 + 8n^2 - 40n = \cancel{240n}$$

Ficamos com,

$$8n^2 - 40n - 1200 = 0$$

Para simplificar, podemos **dividir toda a equação por 8**.

$$n^2 - 5n - 150 = 0$$

- Cálculo do discriminante.

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-150) \quad \rightarrow \quad \Delta = 25 + 600 \quad \rightarrow \quad \Delta = 625$$

- Cálculo das Raízes

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad n = \frac{-(-5) \pm \sqrt{625}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad n = \frac{5 \pm 25}{2}$$

$$n_1 = \frac{-20}{2} \quad \rightarrow \quad n_1 = -10$$

$$n_2 = \frac{30}{2} \quad \rightarrow \quad n_2 = 15$$

Se "n" é o número de funcionários que originalmente participariam, então **esse valor não pode ser negativo**. A única resposta possível, portanto, é $\boldsymbol{n = 15}$.

Cuidado aqui!! A questão pede o número de funcionários que **efetivamente** participaram do rateio. Ora, se **cinco funcionários desistiram de última hora**, então a quantidade pedida é:

$$n - 5 = 15 - 5 = 10$$

Gabarito: LETRA C.

FCC

17. (FCC/TRF-4/2019) Um comerciante compra uma caixa de latas de azeites estrangeiros por R$ 1.000,00. Retira 5 latas da caixa e a vende pelo mesmo preço, R$ 1.000,00. Desse modo o preço de cada dúzia de latas do azeite aumenta em R$ 120,00 em relação ao preço que ele pagou. O aumento, em porcentagem, do preço da lata foi de

A) 20
B) 25
C) 30
D) 35
E) 40

Comentários:

Considere que a caixa de latas de azeite tenha $\boldsymbol{n}$ **latas**. Cada uma das latas custa $\boldsymbol{p}$ **reais**. Como ele comprou essa quantidade por R$ 1.000,00, então,

$$np = 1000 \quad (1)$$

Quando ele retira 5 latas, a caixa fica com $(n - 5)$ latas. Nessa situação, ao vender novamente essa caixa por 1000 reais, o preço da lata aumentou, não foi? O enunciado diz que **o preço da dúzia (12 latas) aumenta em 120 reais**. Se ele diz isso, então concluímos que **cada lata aumenta em 10 reais**. Podemos equacionar assim:

$$(n - 5)(p + 10) = 1000 \quad (2)$$

Temos duas equações e duas incógnitas. Como **queremos saber o preço da lata**, vamos isolar o n na equação (1) e substituir em (2).

$$n = \frac{1000}{p} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{1000}{p} - 5\right)(p + 10) = 1000$$

Aplicando a **propriedade distributiva da multiplicação**:

$$1000 + \frac{10000}{p} - 5p - 50 = 1000$$
$$\frac{10000}{p} - 5p - 50 = 0$$

Vamos multiplicar tudo por p, para "sumir" com essa fração.

$$-5p^2 - 50p + 10000 = 0$$
$$5p^2 + 50p - 10000 = 0$$

Observe que caímos em uma equação de segundo grau. Antes de resolvê-la, note que podemos dividir tudo por 5, para simplificá-la.

$$p^2 + 10p - 2000 = 0$$

Os coeficientes que vamos usar na **fórmula de Bhaskara** são: $\begin{cases} a = 1 \\ b = 10 \\ c = -2000 \end{cases}$

- Cálculo do discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Rightarrow \quad \Delta = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2000) \quad \Rightarrow \quad \Delta = 100 + 8000 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 8100$$

- Cálculo das raízes

$$p = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Rightarrow \quad p = \frac{-10 \pm \sqrt{8100}}{2 \cdot 1} \quad \Rightarrow \quad p = \frac{-10 \pm 90}{2} \quad \Rightarrow \quad p_1 = -50 \;\; e \;\; p_2 = 40$$

Observe que **a raiz negativa não possui significado** para nós. Dessa forma, nossa solução é $p = 40$. Se cada lata aumentou 10 reais, então o aumento percentual **foi de 25%.**

Gabarito: LETRA B.

18. (FCC/SABESP/2019) Definem-se Números Amigos Quadráticos como sendo dois números tais que a soma dos algarismos do quadrado de um deles é igual ao outro e vice-versa. Considerando-se a maior solução da equação $2x^2 - 25x - 13 = 0$, seu número amigo quadrático será

A) 16
B) 15
C) 13
D) 17
E) 19

Comentários:

Antes de falarmos de Números Amigos Quadráticos, vamos resolver a equação de segundo de grau?

$$2x^2 - 25x - 13 = 0$$

Os coeficientes que vamos usar na **fórmula de Bhaskara** são: $\begin{cases} a = 2 \\ b = -25 \\ c = -13 \end{cases}$

- Cálculo do discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Rightarrow \quad \Delta = (-25)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-13) \quad \Rightarrow \quad \Delta = 625 + 104 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 729$$

- Cálculo das raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-(-25) \pm \sqrt{729}}{2 \cdot 2} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{25 \pm 27}{4} \quad \Rightarrow \quad x_1 = -\frac{1}{2} \;\; e \;\; x_2 = 13$$

Agora que encontramos as raízes, vamos pegar a maior dela $(x_2 = 13)$ e achar seu amigo quadrático. De acordo com o enunciado, amigos quadráticos são dois números tais que **a soma dos algarismos do quadrado de um deles é igual** ao outro e vice-versa.

Para encontrá-lo, devemos nos perguntar: **qual é a soma dos algarismos do quadrado de 13?** Ora, o quadrado de 13 é 169. A soma dos algarismos de 169 é 1+6+9=16. Observe que o quadrado de 16 é 256, a soma dos algarismos de 256 é 2+5+6=13. Logo, **13 e 16 são números amigos quadráticos**.

Gabarito: LETRA A.

19. (FCC/PREF. CAMPINAS/2016) Uma campanha de arrecadação de donativos conseguiu R$ 12.000,00, que seriam destinados a atender certo número de entidades sociais, cada uma recebendo a mesma quantia. Na hora de repartir os donativos por entidade, verificou-se que três delas não atendiam às normas exigidas. A eliminação dessas três entidades implicou em acréscimo no valor de R$ 900,00 para cada entidade que efetivamente recebeu a doação. De acordo com os dados, a soma dos algarismos do número que representa, em reais, o valor que cada entidade efetivamente recebeu de doação é igual a

A) 4.
B) 6.
C) 8.
D) 10.
E) 12.

Comentários:

Inicialmente, temos **R$ 12.000,00** que serão repartidos entre $\boldsymbol{n}$ **entidades.** Assim, cada entidade estava destinada a receber a quantia p:

$$p = \frac{12.000}{n} \qquad (1)$$

Na hora de repartir a quantia, **3 entidades não atendiam as exigências**. Assim, os R$ 12.000,00 agora serão repartidos entre as $(n-3)$ entidades. Concorda comigo que **a quantidade que cada uma vai receber será maior**? O enunciado diz que a quantia vai subir **R$ 900,00** em relação ao que elas ganhariam anteriormente. Assim,

$$p + 900 = \frac{12.000}{n-3} \quad (2)$$

Temos **duas equações e duas incógnitas**. Vamos substituir (1) em (2):

$$\frac{12.000}{n} + 900 = \frac{12.000}{n-3}$$

Multiplicando os dois lados por $\boldsymbol{n(n-3)}$:

$$12.000(n-3) + 900n(n-3) = 12.000n$$

Observe que temos muitos zeros, podemos dividir **tudo por 300** e simplificar a expressão:

$$40(n-3) + 3n(n-3) = 40n$$

Ok! Agora, podemos aplicar **a propriedade distributiva da multiplicação**:

$$40n - 120 + 3n^2 - 9n = 40n$$
$$3n^2 - 9n - 120 = 0$$

Mais uma vez podemos simplificar a expressão. **Dividindo tudo por 3**, ficamos com:

$$n^2 - 3n - 40 = 0$$

Uma equação de 2º grau! Para resolvê-la, **podemos utilizar Bhaskara**. Temos os coeficientes: $\begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = -40 \end{cases}$

- Cálculo do discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Rightarrow \quad \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-40) \quad \Rightarrow \quad \Delta = 9 + 160 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 169$$

- Cálculo das raízes

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{-(-3) \pm \sqrt{169}}{2 \cdot 1} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{3 \pm 13}{2} \quad \Rightarrow \quad n_1 = -5 \;\; e \;\; n_2 = 8$$

Note que o número de entidades não pode ser negativo. Logo, para nossa situação, $\boldsymbol{n_1 = -5}$ **não faz sentido algum**. Com isso, consideramos apenas $n_2 = 8$.

Dessas 8 entidades, **apenas 5** receberam o prêmio pois **3 não cumpriram as exigências**. Assim, o valor de 12.000 foi repartido para as 5.

$$VALOR\ EFETIVAMENTE\ RECEBIDO = \frac{12.000}{5} = 2.400.$$

A soma dos algarismos que compõe esse número é 2+4+0+0=6.

Gabarito: LETRA B.

20. (FCC/SPPREV/2012) Hoje a idade de um pai é igual ao quadrado da idade do filho, acrescido de 4 anos. A soma de suas idades atuais é 60 anos. Nessas condições, é correto afirmar que a idade do pai quando seu filho nasceu era
A) 40 anos.
B) 46 anos.
C) 48 anos.
D) 49 anos.
E) 53 anos.

Comentários:
Beleza! Vamos chamar **a idade do pai de p** e **a idade do filho de f**.

- A idade do pai é igual **ao quadrado** da idade do filho, **acrescido de 4 anos**.

$$p = f^2 + 4 \quad (1)$$

- A soma das idades é 60 anos.

$$p + f = 60 \quad (2)$$

Temos duas equações e duas incógnitas. Vamos substituir (1) em (2):

$$f^2 + 4 + f = 60 \quad \Rightarrow \quad f^2 + f - 56 = 0$$

Uma equação de 2º grau! Para resolvê-la, **podemos utilizar Bhaskara**. Temos os coeficientes: $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -56 \end{cases}$

- Cálculo do discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Rightarrow \quad \Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56) \quad \Rightarrow \quad \Delta = 1 + 224 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 225$$

- Cálculo das raízes

$$f = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{-1 \pm \sqrt{225}}{2 \cdot 1} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{-1 \pm 15}{2} \quad \Rightarrow \quad f_1 = -8 \ \ e \ \ f_2 = 7$$

Veja que **não faz sentido a idade do filho ser <u>negativa</u>**. Logo, devemos apenas considerar $f = f_2 = 7$.

Usando essa informação na equação 2, tiramos que **a idade do pai é 53 anos**. Cuidado aqui! O pessoal mais apressado vai correr e marcar o gabarito, mas **a questão não pede a idade do pai atualmente**. O enunciado quer **a idade do pai quando o filho nasceu, ou seja, 7 anos atrás**. Se ele tem 53 anos hoje, então 7 anos atrás **ele tinha 46**.

Gabarito: LETRA B.

21. (FCC/TRT-4/2011) Um lote de x microcomputadores, todos de um mesmo tipo, foi comprado por R$ 18 000,00. Sabe-se que, se a compra tivesse sido feita em outra loja, com a mesma quantia, poderiam ser comprados 9 micros a mais. Considerando que, nas duas lojas, a diferença entre os preços unitários dos micros é de R$ 450,00, é correto afirmar que

A) cada microcomputador custou R$ 1 200,00.
B) na segunda loja, cada microcomputador sairia por R$ 900,00.
C) x > 20.
D) x < 12.
E) x + 9 = 20.

Comentários:

Ora, temos **um lote com x microcomputadores**. Considere que cada microcomputador **tenha preço igual a y**. Se o preço total na primeira loja foi **R$ 18.000,00**, então:

$$xy = 18000 \quad (1)$$

Depois, o enunciado fala que caso a compra tivesse sido feita em outra loja, **com os mesmos 18 mil reais** compraríamos **9 microcomputadores a mais**, isto é, $(x+9)$. Nessas condições, **o preço unitário na segunda loja é 450 reais menor**, ou seja, $(y-450)$. Podemos equacionar esse fato,

$$(x+9)(y-450) = 18000 \quad (2)$$

Temos **duas equações e duas incógnitas**. Vamos isolar uma das variáveis em (1) e substituir em (2).

$$y = \frac{18000}{x} \quad \Rightarrow \quad (x+9)\left(\frac{18000}{x} - 450\right) = 18000$$

Aplicando a propriedade distributiva da multiplicação:

$$18000 - 450x + \frac{162000}{x} - 4050 = 18000$$

$$-450x + \frac{162000}{x} - 4050 = 0$$

Vamos **dividir tudo por 450** para simplificar?

$$-x + \frac{360}{x} - 9 = 0$$

Aquele x no denominador está incomodando, né? Multipliquemos tudo por x então!

$$-x^2 + 360 - 9x = 0$$

Reorganizando os termos:

$$x^2 + 9x - 360 = 0$$

Uma **equação de segundo grau**! Para resolvê-la, vamos **aplicar Bhaskara**. Os coeficientes são: $\begin{cases} a = 1 \\ b = 9 \\ c = -360 \end{cases}$

- Cálculo do discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Rightarrow \quad \Delta = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-360) \quad \Rightarrow \quad \Delta = 81 + 1440 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 1521$$

- Cálculo das raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-9 \pm \sqrt{1521}}{2 \cdot 1} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-9 \pm 39}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = -24 \ \ e \ \ x_2 = 15$$

Lembre-se que $\boldsymbol{x}$ **é a quantidade de microcomputadores**. Nessa situação, **o valor negativo não possui qualquer significado**. Para efeitos dessa questão, a única raiz que devemos considerar é $x = x_2 = 15$. Portanto, **cada lote possui 15 microcomputadores**. Aplicando esse valor em (1), é possível obter o preço unitário.

$$y = \frac{18000}{x} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{18000}{15} \quad \Rightarrow \quad y = 1200$$

Logo, cada computador, na primeira loja, custou R$ 1.200,00.

Gabarito: LETRA A.

FGV

22. (FGV/ALE-RO/2018) As equações $\boldsymbol{x^2 - 4x + 3 = 0}$ e $\boldsymbol{x^2 + x + m = 0}$ tem uma raiz em comum. A soma dos possíveis valores de m é:

A) 4.
B) -4.
C) -7.
D) -12.
E) -14.

Comentários:

O enunciado nos forneceu **duas equações de segundo grau**.

- $x^2 - 4x + 3 = 0 \qquad (1)$
- $x^2 + x + m = 0 \qquad (2)$

Ademais, as duas equações **possuem uma raiz comum**. Como temos todos os coeficientes de (1), podemos encontrar as suas raízes, substituí-las em (2) e achar os possíveis valores de m. Para encontrar as raízes de (1), **devemos aplicar Bhaskara**. Os coeficientes são: $a = 1, b = -4$ e $c = 3$.

- Cálculo do discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Rightarrow \quad \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 16 - 12 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 4$$

- Cálculo das raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{4 \pm 2}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 1 \;\; e \;\; x_2 = 3$$

Veja que **as raízes da equação (1) são 1 e 3**. Vamos supor que a raiz comum entre as duas seja 1. Assim,

$$1^2 + 1 + m = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{m = -2}$$

Com $m = -2$, a equação (2) fica: $x^2 + x - 2 = 0$. Veja que **1 é realmente uma raiz em comum**.

No entanto, essa não é a única possibilidade. **Imagine que a raiz comum entre as duas seja 3**. Logo,

$$3^2 + 3 + m = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{m = -12}$$

Dessa vez, temos que $m = -12$ e a equação (2) fica: $x^2 + x - 12 = 0$. Com essa suposição, 3 é a raiz em comum. Note, portanto, que **a soma dos valores possíveis para $\boldsymbol{m}$ é $\boldsymbol{-2 + (-12) = -14}$**.

Gabarito: LETRA E.

23. (FGV/CODESP-SP/2010) A soma das raízes da equação $\boldsymbol{(2x + 7)(x - 8) = 0}$ é

A) -15.
B) -1.
C) 4,5.
D) 2.
E) 7,5.

Comentários:

Nem precisamos aplicar a propriedade distributiva e encontrar a equação de segundo grau. Temos o produto de dois termos, essa expressão **será 0 quando qualquer um dos termos da multiplicação for 0**. Assim,

$$2x + 7 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{7}{2} \quad \Rightarrow \quad x = -3{,}5$$

Analogamente,

$$x - 8 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 8$$

Logo, **as raízes** da expressão são $x_1 = -3{,}5$ e $x_2 = 8$. O enunciado pede **a soma dessas raízes**.

$$x_1 + x_2 = -3{,}5 + 8 \quad \Rightarrow \quad x_1 + x_2 = 4{,}5$$

Gabarito: LETRA C.

24. (FGV/PREF. DE OSASCO/2014) Há dois valores de x que satisfazem a equação do segundo grau $5x^2 - 26x + 5 = 0$. Sobre esses valores, é verdadeiro afirmar que:

A) sua soma é 26 e seu produto é 5;
B) sua soma é 5 e seu produto é 26;
C) sua soma é um número inteiro;
D) seu produto é um número racional, porém não inteiro;
E) seu produto é 1.

Comentários:
Uma questão sobre **soma e produto de raízes**. Vimos na teoria que apenas com os coeficientes da equação do segundo grau, **nós conseguimos concluir sobre esses valores**. As relações que fornecem a soma e o produto das raízes de uma equação de segundo grau são conhecidas como **Relações de Girard**.

Considere uma equação de segundo grau da forma $ax^2 + bx + c = 0$. Então,

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad e \qquad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

A equação do enunciado é $\mathbf{5x^2 - 26x + 5 = 0}$. Dessa forma, os coeficientes são: $\begin{cases} a = 5 \\ b = -26 \\ c = 5 \end{cases}$

Podemos calcular **o produto e a soma das raízes**.

$$x_1 + x_2 = -\frac{(-26)}{5} \quad \Rightarrow \quad x_1 + x_2 = \frac{26}{5} \quad \Rightarrow \quad x_1 + x_2 = 5{,}2$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{5}{5} \quad \Rightarrow \quad x_1 \cdot x_2 = 1$$

Analisando as alternativas.
A) sua soma é 26 e seu produto é 5;
ERRADO. A soma é 5,2 e o produto é 1.

B) sua soma é 5 e seu produto é 26;
ERRADO. A soma é 5,2 e o produto é 1.

C) sua soma é um número inteiro;
ERRADO. A soma é 5,2, não sendo, portanto, um inteiro.

D) seu produto é um número racional, porém não inteiro;
ERRADO. O produto das raízes é 1. Logo, um racional e um inteiro.

E) seu produto é 1.
CERTO. Nosso gabarito.

Gabarito: LETRA E.

VUNESP

25. (VUNESP/PREF. JUNDIAÍ/2022) À soma de um número racional n com seu inverso multiplicativo 1/n resulta em 2,9. Então, descobrindo os dois n valores possíveis para n, verifica-se que o maior supera o menor em
A) 2,5.
B) 244.
C) 2,3.
D) 2,2.
E) 2,1.

Comentários:
A questão fala que a soma de um número "n' com o seu inverso multiplicativo "1/n" resulta em 2,9. Assim,

$$n+\frac{1}{n}=2{,}9 \quad \rightarrow \quad \frac{n^2+1}{n}=2{,}9 \quad \rightarrow \quad n^2+1=2{,}9n \quad \rightarrow \quad n^2-2{,}9n+1=0$$

Vamos resolver essa equação **por Bhaskara**!

Passo 1: Calcular o Discriminante

$$\Delta=b^2-4ac \quad \rightarrow \quad \Delta=(-2{,}9)^2-4\cdot 1\cdot 1 \quad \rightarrow \quad \Delta=8{,}41-4 \quad \rightarrow \quad \Delta=4{,}41$$

Passo 2: Encontrar as Raízes

$$n=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad n=\frac{-(-2{,}9)\pm\sqrt{4{,}41}}{2\cdot 1} \quad \rightarrow \quad n=\frac{2{,}9\pm 2{,}1}{2}$$

$$n_1=\frac{2{,}9+2{,}1}{2} \quad \rightarrow \quad n_1=\frac{5}{2} \quad \rightarrow \quad n_1=2{,}5$$

$$n_2=\frac{2{,}9-2{,}1}{2} \quad \rightarrow \quad n_2=\frac{0{,}8}{2} \quad \rightarrow \quad n_2=0{,}4$$

Logo, **os valores possíveis de "n" são "2,5" e "0,4".**

A questão pede a diferença entre esses dois valores (que é justamente quanto um supera o outro).

$$d = 2{,}5 - 0{,}4 \quad \rightarrow \quad \boxed{d = 2{,}1}$$

Gabarito: LETRA E.

26. (VUNESP/UFABC/2019) Considere a equação do segundo grau $3x^2 - 4x + q = 0$, na qual q representa um número inteiro. Sabendo-se que -3 é uma das raízes dessa equação, então o produto das duas raízes dessa equação é igual a

A) -6.
B) -13.
C) 0.
D) 7.
E) 12.

Comentários:

Temos uma equação de segundo grau e uma de suas raízes. Ora, se **-3 é uma raiz**, então podemos usá-la na equação para determinar q.

$$3x^2 - 4x + q = 0 \quad \Rightarrow \quad 3 \cdot (-3)^2 - 4 \cdot (-3) + q = 0 \quad \Rightarrow \quad 27 + 12 + q = 0 \quad \Rightarrow \quad q = -39$$

Logo, nossa equação **possui a seguinte forma**:

$$3x^2 - 4x - 39 = 0$$

Para encontrar **o produto das duas raízes**, lembre-se que não precisamos encontrá-la, basta utilizarmos as **relações de Girard**. Para o produto, temos que

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad \Rightarrow \quad x_1 \cdot x_2 = -\frac{39}{3} \quad \Rightarrow \quad x_1 \cdot x_2 = -13$$

Gabarito: LETRA B

27. (VUNESP/UNICAMP/2019) A equação $x^2 + 10x + 16 = 0$ tem duas raízes. Subtraindo-se a menor da maior, obtém-se o valor

A) 6.
B) 4.
C) 2.
D) -4.
E) -6.

Comentários:

Questão que existe **aplicação direta da fórmula de Bhaskara** para encontrarmos as raízes. Temos que,

$$x^2 + 10x + 16 = 0$$

Com a equação, tiramos **os seguintes coeficientes**: $\begin{cases} a = 1 \\ b = 10 \\ c = 16 \end{cases}$

- Cálculo do discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Rightarrow \quad \Delta = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 100 - 64 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 36$$

- Cálculo das raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-10 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-10 \pm 6}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = -2 \ \ e \ \ x_2 = -8$$

Assim, as duas raízes são -2 e -8. Vamos **subtrair a menor da maior**.

$$Subt. = -2 - (-8) \quad \Rightarrow \quad Subt. = 6$$

Gabarito: LETRA A.

28. (VUNESP/PREF. OLÍMPIA/2019) Considere a equação $x^2 + 8x + 12 = 0$ de raízes x_1 e x_2. Se x_1 é a raiz de menor valor, e x_2 a de maior valor, então a expressão $\frac{x_2 - x_1}{2}$ é igual a

A) -2.
B) -1.
C) 1.
D) 2.
E) 4.

Comentários:

Questão que existe **aplicação direta da fórmula de Bhaskara** para encontrarmos as raízes. Temos que,

$$x^2 + 8x + 12 = 0$$

Com a equação, tiramos **os seguintes coeficientes**: $\begin{cases} a = 1 \\ b = 8 \\ c = 12 \end{cases}$

- Cálculo do discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Rightarrow \quad \Delta = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 64 - 48 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 16$$

- Cálculo das raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-8 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-8 \pm 4}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = -6 \quad e \quad x_2 = -2$$

Assim, **as duas raízes são -6 e -2**. Queremos o resultado da expressão $\frac{x_2 - x_1}{2}$.

$$E = \frac{x_2 - x_1}{2} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{-2-(-6)}{2} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{-2+6}{2} \quad \Rightarrow \quad E = 2$$

Gabarito: LETRA D.

29. (VUNESP/PREF. VALINHOS/2019) Para realizar uma excursão, um grupo de 72 pessoas alugou alguns micro-ônibus, de modo que cada um deles transportará o mesmo número de pessoas. Sabendo que o número de pessoas por micro-ônibus é 8 vezes o número de micro-ônibus, então, o número de pessoas por micro-ônibus será

A) 16.
B) 20.
C) 24.
D) 28.
E) 32.

Comentários:

Ok! Temos **72 pessoas que alugaram uma quantidade x** de micro-ônibus para levá-las em uma excursão. Como cada um transportará o mesmo número de pessoas, então a quantidade de pessoas por micro-ônibus é dada por:

$$n = \frac{72}{x} \qquad (1)$$

O enunciado ainda diz que o número de pessoas por micro-ônibus é **8 vezes** o número de micro-ônibus, logo,

$$n = 8x \qquad (2)$$

Duas equações e duas incógnitas. Um sistema que conseguimos resolver. Podemos usar (1) em (2).

$$8x = \frac{72}{x} \quad \Rightarrow \quad 8x^2 = 72 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 9 \quad \Rightarrow \quad x = \pm 3$$

Como x representa a quantidade de micro-ônibus, então não há motivos para x ser negativo. Logo, **só vamos considerar o resultado positivo**, isto é, $x = 3$. Quando substituímos "x" em (1):

$$n = \frac{72}{3} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{n = 24}$$

Gabarito: LETRA C.

30. (VUNESP/PREF. SJC/2019) No conjunto dos números reais, a equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, tem:

A) somente uma raiz se $b^2 - 4ac = 0$
B) duas raízes iguais se $b^2 - 4ac = 0$
C) somente uma raiz se $b^2 - 4ac > 0$
D) duas raízes distintas se $b^2 - 4ac < 0$
E) somente uma raiz se $b^2 - 4ac < 0$

Comentários:

Sempre que a questão falar de número de raízes de uma equação de segundo grau, deveremos olhar o discriminante. Lembre-se do seguinte:

- Se o discriminante $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac > 0}$, então a equação terá **duas raízes reais distintas**.

- Se o discriminante $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac = 0}$, então a equação terá **duas raízes reais idênticas**.

- Se o discriminante $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac < 0}$, então a equação **não terá raízes reais**.

Dessa forma, a única alternativa que **se encaixa nessas observações é a letra B**.

Gabarito: LETRA B.

31. (VUNESP/PREF. SERRANA/2019) Especialistas em segurança no trânsito apontam que a distância mínima D, em metros, necessária para que dois motoristas de habilidade média, conduzindo veículos que percorram, em sentidos opostos, uma mesma faixa de tráfego, possam evitar o choque frontal, recorrendo aos freios, pode ser obtida, de modo simplificado, pelo seguinte cálculo:

$$\boldsymbol{D = 2 \cdot (0,5V + 0,01V^2)}$$

Na expressão indicada, V corresponde à velocidade máxima permitida, em km/h, que cada um dos veículos pode manter, no referido trecho, com V positivo. A distância mínima de 300 m, necessária para evitar o choque frontal, está associada a uma velocidade V igual a

A) 60 km/h.
B) 80 km/h.
C) 100 km/h.
D) 120 km/h.
E) 150 km/h.

Comentários:

Devemos **substituir $\boldsymbol{D = 300}$** e tentar resolver a equação de segundo grau. Dessa forma, conseguiremos encontrar a velocidade desejada.

$$300 = 2 \cdot (0{,}5V + 0{,}01V^2)$$

Simplificando por 2.

$$0{,}5V + 0{,}01V^2 = 150$$

Deixando no "**jeitão**" de uma equação de segundo grau.

$$0{,}01V^2 + 0{,}5V - 150 = 0 \quad \rightarrow \quad V^2 + 50V - 15000 = 0$$

Pronto, da equação acima, conseguimos tirar que $\boldsymbol{a = 1, b = 50}$ **e** $\boldsymbol{c = -15000}$.

- Cálculo do Discriminante (Δ)

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = 50^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15.000) \quad \rightarrow \quad \Delta = 2500 + 60000 \quad \rightarrow \quad \Delta = 62500$$

- Cálculo das Raízes

$$V = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad V = \frac{-50 \pm \sqrt{62500}}{2} \quad \rightarrow \quad V = \frac{-50 \pm 250}{2}$$

$$V' = \frac{-50 - 250}{2} \quad \rightarrow \quad V' = \frac{-300}{2} \quad \rightarrow \quad V' = -150$$

$$V'' = \frac{-50 + 250}{2} \quad \rightarrow \quad V'' = \frac{200}{2} \quad \rightarrow \quad V'' = 100$$

Como a velocidade negativa não faz sentido para o problema em estudo, podemos considerar como resposta apenas **o valor da raiz positiva**. Logo,

$$V = 100\ km/h$$

Gabarito: LETRA C.

32. (VUNESP/PREF. SJC/2018) Alguns aniversariantes comemoraram juntos seus aniversários e convidaram 15 amigos para uma festa. Cada convidado trouxe um presente para cada aniversariante. Cada aniversariante também trouxe um presente para cada outro aniversariante, mas não para si próprio. Se, no total, foram oferecidos 351 presentes, o número de aniversariantes era um número divisor de

A) 20.
B) 22.
C) 24.
D) 26.
E) 28.

Comentários:

Vamos considerar que $\boldsymbol{x}$ **seja o número de aniversariantes**.

Se cada convidados trouxe um presente para cada um dos x aniversariante, então o total de presentes que os convidados trouxeram é dado por "$15x$". Da mesma forma, **cada um dos aniversariantes trouxe um**

presente para os outros $x - 1$ aniversariantes. O total de presentes que os x aniversariantes trouxeram é dado por "$x \cdot (x-1)$".

O enunciado fala que **o total de presentes nessa festa foi de 351**. Assim,

$$15x + x(x-1) = 351$$

Organizando a expressão para deixá-la no "jeitão" de uma **equação de segundo grau**.

$$x^2 + 14x - 351 = 0$$

Quando olhamos para a equação acima, tiramos que $\boldsymbol{a = 1}$, $\boldsymbol{b = 14}$ **e** $\boldsymbol{c = -351}$.

- Cálculo do Discriminante (Δ)

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = 14^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-351) \quad \rightarrow \quad \Delta = 196 + 1404 \quad \rightarrow \quad \Delta = 1600$$

- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-14 \pm \sqrt{1600}}{2} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-14 \pm 40}{2}$$

$$x' = \frac{-14 - 40}{2} \quad \rightarrow \quad x' = \frac{-54}{2} \quad \rightarrow \quad x' = -27$$

$$x'' = \frac{-14 + 40}{2} \quad \rightarrow \quad x'' = \frac{26}{2} \quad \rightarrow \quad x'' = 13$$

Pessoal, **"x" representa o número de aniversariantes**, ele **<u>não</u> pode ser um valor negativo**. Logo, podemos desconsiderar x'. Com isso, podemos dizer que o número de aniversariantes é igual a 13. Observe que **13 é um divisor de 26**, que está na alternativa D.

Gabarito: LETRA D.

Outras Bancas

33. (FUNDATEC/PREF. FLORES DA CUNHA/2022) Considerando $x = 2$ como uma das raízes reais da seguinte equação do 2º grau $3x^2 - 4x + k = 0$, o valor de $(k - 1)^2$ corresponde a:

A) 3.

B) 5.

C) 9.

D) 10.

E) 25.

Comentários:

Temos a seguinte equação de segundo grau:

$$3x^2 - 4x + k = 0$$

Como $x = 2$ é uma das raízes, podemos **substituir esse valor na equação acima** para determinarmos k.

$$3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + k = 0 \quad \rightarrow \quad 3 \cdot 4 - 8 + k = 0 \quad \rightarrow \quad k = -12 + 8 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{k = -4}$$

O enunciado pede **o valor de $(\boldsymbol{k-1})^2$**. Assim,

$$(k-1)^2 = (-4-1)^2 = (-5)^2 = \mathbf{25}$$

Gabarito: LETRA E.

34. (CETREDE/PREF. FRECHEIRINHA/2022) Na equação $x^2 - ax - 20a^2 = 0$, com $a > 0$, os valores de x são

A) a e -2^a.
B) $-4a$ e $5a$.
C) -2 e $2a^2$.
D) -4 e 5.
E) $5a^2$ e -3.

Comentários:
Vamos resolver a equação de segundo grau usando a **Bhaskara**.

Passo 1: Calcular o Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = (-a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20a^2) \quad \rightarrow \quad \Delta = a^2 + 80a^2 \quad \rightarrow \quad \Delta = 81a^2$$

Passo 2: Encontrar as Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-(-a) \pm \sqrt{81a^2}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{a \pm 9a}{2}$$

$$x_1 = \frac{a + 9a}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = \frac{10a}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = 5a$$

$$x_2 = \frac{a - 9a}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = \frac{-8a}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = -4a$$

Logo, **as raízes são $\boldsymbol{5a}$ e $\boldsymbol{-4a}$**.

Gabarito: LETRA B.

35. (UNIFIL/PREF. CAMBÉ/2021) Considere a equação quadrática $x^2 + 4x - 21 = 0$. Assinale a alternativa que apresenta a soma das raízes dessa equação.

A) -10

B) -4
C) 0
D) 4
E) 10

Comentários:
Essa questão sai rapidamente caso o aluno conheça as **Relações de Girard**. Lembre-se que em uma equação de segundo grau na forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Podemos calcular **a soma das raízes** por meio da seguinte relação:

$$S = -\frac{b}{a}$$

Olhando para a equação fornecida no enunciado, tiramos que:

$$a = 1 \qquad b = 4 \qquad c = -21$$

Assim, a soma das raízes fica:

$$S = -\frac{4}{1} \quad \rightarrow \quad \boxed{S = -4}$$

Gabarito: LETRA B.

36. (FADESP/CM MARABÁ/2021) A equação $x^2 - 10mx + 25m^2 = 0$ tem
A) duas raízes iguais.
B) uma raiz igual ao dobro da outra.
C) uma raiz igual à metade da outra.
D) uma raiz igual ao triplo da outra.
E) uma raiz igual à terça parte da outra.

Comentários:
Vamos calcular o discriminante dessa equação de segundo grau.

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = (-10m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (25m^2) \quad \rightarrow \quad \Delta = 100m^2 - 100m^2 \quad \rightarrow \quad \Delta = 0$$

Opa, **discriminante nulo**! Vimos que nessa situação temos **duas raízes reais iguais**. Logo, alternativa A.

Gabarito: LETRA A.

Questões Comentadas

Inequação de Primeiro Grau

CEBRASPE

1. (CESPE/TELEBRAS/2022) Quanto a equações e inequações de 1º e 2º graus, julgue o próximo item.

Para o conjunto $C = \{x \in \mathbb{R} : \frac{4x+1}{3} - \frac{x}{2} \leq 4\}$, o maior número inteiro é 4.

Comentários:
Bora lá, moçada! Temos a seguinte inequação para resolver:

$$\frac{4x+1}{3} - \frac{x}{2} \leq 4$$

É uma inequação de 1º grau e temos que manipulá-la de forma a **isolar o "x" em um dos lados**.

$$\frac{4x+1}{3} - \frac{x}{2} \leq 4 \quad \rightarrow \quad \frac{8x+2-3x}{6} \leq 4 \quad \rightarrow \quad 5x+2 \leq 24 \quad \rightarrow \quad 5x \leq 22$$

Com isso,

$$x \leq \frac{22}{5} \quad \rightarrow \quad \boxed{x \leq 4{,}4}$$

Note que encontramos que, para ser solução, $\boldsymbol{x}$ **deve ser menor ou igual que 4,4**.

Com isso **o maior número INTEIRO** que é solução dessa inequação é o 4.

Gabarito: CERTO.

2. (CESPE/BANESE/2021) No ano de 2019, em valores aproximados, os setores industrial, de agropecuária e de serviços geraram, juntos, uma receita bruta de 28 bilhões de reais para a economia do estado de Sergipe. Considerando que a receita bruta conjunta dos setores industrial e de agropecuária foi inferior a 11 bilhões de reais, e que a receita bruta conjunta dos setores de serviços e de agropecuária foi inferior a 20 bilhões de reais, julgue o item seguinte.

A receita bruta do setor de agropecuária foi superior a 3,1 bilhões de reais.

Comentários:
Considere que as receitas dos setores industrial, de agropecuária e de serviços, sejam, respectivamente "I", "A" e "S". Ora, se **a soma desses receitas foi de 28 bilhões de reais**, então podemos escrever:

$$I + A + S = 28 \qquad (1)$$

Além disso, o enunciado disse que a receita conjunta dos setores industrial e de agropecuária **foi inferior a 11 bilhões**. Com isso,

$$I + A < 11 \qquad (2)$$

Por fim, temos também que a receita conjunta dos setores de serviço e de agropecuária **foi inferior a 20 bilhões**. Logo,

$$S + A < 20 \qquad (3)$$

Vamos somar as inequações (2) e (3) membro a membro.

$$I + A + S + A < 31$$

Ora, podemos usar (1):

$$28 + A < 31 \quad \rightarrow \quad \boxed{A < 3}$$

Note que **a receita da agropecuária é menor que 3 bilhões**. Logo, não pode ser superior a 3,1 bilhões.

Gabarito: ERRADO.

3. (CESPE/FUB/2018) A respeito de razões, proporções e inequações, julgue o item seguinte.

Se $\frac{x}{x-1} < 1$, então $x < 1$.

Comentários:

A primeira coisa que devemos perceber na inequação $\frac{x}{x-1} < 1$ é que **x deve ser diferente de 1** $(x \neq 1)$. Queremos evitar que o denominador da fração fique igual a 0, pois, nesse caso, teríamos uma indeterminação. Dito isso, vamos resolver a inequação.

$$\frac{x}{x-1} < 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{x-1} - 1 < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x - x + 1}{x-1} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{x-1} < 0$$

Ora, veja que conseguimos simplificar bastante nossa vida. Temos que o número 1 está dividido por $(x-1)$ e **o resultado disso é um número negativo!** Ora, para que ao dividir o número 1 o resultado seja negativo, precisamos que **o denominador seja um número negativo**! Sendo assim,

$$x - 1 < 0 \quad \Rightarrow \quad x < 1$$

É exatamente a conclusão do enunciado! Portanto, item correto.

Gabarito: CERTO.

4. (CESPE/PGE-PA/2007) Uma mensagem é codificada por um número inteiro positivo x que satisfaz, simultaneamente, às inequações: $3x - 11 > 39$ e $35 - 2x > -1$. Nesse caso, é correto afirmar que

A) $1 \leq x < 6$
B) $7 \leq x < 12$
C) $13 \leq x < 18$
D) $19 \leq x < 24$

Comentários:

Temos um **sistema de inequações** que queremos resolver: $\begin{cases} 3x - 11 > 39 \\ 35 - 2x > -1 \end{cases}$

Vamos trabalhar em cada uma delas:

$$3x - 11 > 39 \quad \rightarrow \quad 3x > 50 \quad \rightarrow \quad x > \frac{50}{3} = 16{,}667 \ldots$$

Temos o resultado da primeira, agora vamos ver a segunda.

$$35 - 2x > -1 \quad \rightarrow \quad 2x < 36 \quad \rightarrow \quad x < 18$$

Note que x é um número **inteiro positivo** que é **maior do que $16,667$ ...** **e menor do que 18**. O único número que satisfaz essas condições **é o 17**. Entre as alternativas, a única que apresenta um intervalo que contém o 17 é a C.

Gabarito: LETRA C.

5. (CESPE/TRT-10/2004) Julgue o item seguinte.

As inequações $2x + 3 < 7$ e $6 - x > 2$ não têm solução real positiva.

Comentários:

Temos um **sistema de inequações** que queremos resolver: $\begin{cases} 2x + 3 < 7 \\ 6 - x > 2 \end{cases}$

Vamos trabalhar em cada uma delas:

$$2x + 3 > 7 \quad \rightarrow \quad 2x > 4 \quad \rightarrow \quad x > 2$$

Essa é nossa primeira descoberta. Vamos guardá-la e ir para a segunda inequação.

$$6 - x > 2 \quad \rightarrow \quad x < 4$$

A solução das inequações é o intervalo tal que **x é maior do que 2** $(x > 2)$ e **x é menor do que 4** $(x < 4)$. Observe que existe sim um intervalo real que satisfaz as inequações simultaneamente. Logo, **é incorreto** dizer que elas não possuem solução real positiva.
Gabarito: ERRADO.

6. (CESPE/TRT-6/2002) Julgue o item a seguir.

O número 6 pertence ao conjunto-solução da inequação $x + 1 + \frac{x-1}{2} \leq x + 3$.

Comentários:

Temos a seguinte inequação para resolver $x + 1 + \frac{x-1}{2} \leq x + 3$.

$$x + 1 + \frac{x-1}{2} \leq x + 3 \quad \rightarrow \quad \frac{2 \cdot (x+1)}{2} + \frac{x-1}{2} \leq \frac{2 \cdot (x+3)}{2} \quad \rightarrow$$

$$2 \cdot (x+1) + (x-1) \leq 2 \cdot (x+3) \quad \rightarrow \quad 2x + 2 + x - 1 \leq 2x + 6 \quad \rightarrow$$

$$x + 1 \leq 6 \quad \rightarrow \quad x \leq 5$$

Logo, o conjunto-solução da inequação é composto de todos os números reais **igual ou menor do que 5**. Observe que **o número 6 está fora desse intervalo** e, portanto, não pertence ao conjunto-solução.

Gabarito: ERRADO.

FCC

7. (FCC/SEFAZ-BA/2019) Em uma negociação salarial, o sindicato representativo dos trabalhadores de uma empresa de alta tecnologia em manufatura de peças para computadores pediu 31,25 reais por hora de trabalho mais uma taxa adicional por empreitada de 7,05 reais por unidade inteira fabricada em cada hora. A empresa por sua vez ofereceu 12,03 reais por hora trabalhada mais 12,03 reais por taxa de empreitada por unidade inteira produzida por hora. Na audiência de negociação, foram estabelecidas equações para o salário por hora de cada uma das propostas em termos de n, o número inteiro de peças produzidas por hora. O valor por hora trabalhada mais a taxa de empreitada que a empresa ofereceu só é maior que o valor solicitado pelo sindicato quando

A) n < 2.
B) n = 2.
C) n = 3.
D) n < 3.
E) n > 3.

Comentários:

Vamos tentar equacionar as duas situações! Primeiramente, o sindicato pede **31,25 reais por hora trabalhada** mais uma **taxa adicional de 7,05 reais por unidade inteira** fabricada em cada hora. O valor ganho por hora, nessas condições seria:

$$v_S = 31{,}25 + 7{,}05n$$

Observe que, por hora, temos um valor fixo "31,25" que é o valor da hora trabalhada MAIS um valor que vai depender de **quantas peças inteiras forem fabricadas naquela hora**. Estamos representando essa quantidade de peças pela letra **n**. A empresa faz uma contraproposta e diz que paga **12,03 reais por hora trabalhada** MAIS **um valor de 12,03 reais por peça inteira** produzida por hora. Assim,

$$v_E = 12{,}03 + 12{,}03n$$

Queremos saber quantas peças os trabalhadores terão que produzir para que **a proposta da empresa seja mais vantajosa do que a do sindicado**. Assim, devemos ter:

$$v_E > V_S$$

$$12{,}03 + 12{,}03n > 31{,}25 + 7{,}05n \quad \rightarrow \quad 12{,}03n - 7{,}05n > 31{,}25 - 12{,}03 \quad \rightarrow$$

$$4{,}98n > 19{,}22 \quad \rightarrow \quad n > 3.85\ldots$$

Como o número de peças **deve ser um inteiro**, então a proposta da empresa passa a compensar a partir da 4ª peça inteira produzida (primeiro inteiro maior que 3,85...). Assim, a única alternativa que contempla uma condição correta **é a letra E**. Apesar de não trazer as casas decimais, isso não é problema algum, pois estamos falando de números inteiros. Veja que a letra é diz que **"$n > 3$", ou seja, n pode ser 4, 5, 6...** Nessas situações $v_E > v_S$.

Gabarito: LETRA E.

8. (FCC/DPE-RS/2017) Foram f =780 processos que deram entrada no mês de fevereiro em uma repartição pública. No mês seguinte, março, deram entrada outros m = 624 processos. O número mínimo de processos que deverão entrar nessa repartição, no mês de abril (a), para que a razão entre (a) e (f) supere a razão entre (f) e (m) é igual a

A) 810
B) 989
C) 584
D) 976
E) 1012

Comentários:

Queremos o número de processos "a" de forma que a razão entre a e f supere a razão entre f e m. Matematicamente,

$$\frac{a}{f} > \frac{f}{m} \quad \Rightarrow \quad a > \frac{f^2}{m}$$

O enunciado nos deu que $f = 780$ e $m = 624$. Vamos substituí-los:

$$a > \frac{780^2}{624} \quad \Rightarrow \quad a > 975$$

Logo, "a" deve ser maior do que 975. O primeiro inteiro acima dele é 976, portanto, letra D.

Gabarito: LETRA D.

9. (FCC/METRO-SP/2015) Um número natural é tal que a soma entre a quarta parte de seu triplo, a terça parte de seu dobro e sua metade é também um número natural menor que 25 e maior que 21. Sendo assim, é correto afirmar que esse número natural é

A) múltiplo de 5.
B) múltiplo de 6.
C) divisor de 22.
D) divisor de 8.
E) múltiplo de 48.

Comentários:

Seja **n o número natural** que queremos encontrar.

A **quarta parte do seu triplo** é: $\frac{3n}{4}$

A **terça parte do seu dobro** é: $\frac{2n}{3}$

Sua **metade** é: $\frac{n}{2}$

O enunciado diz que **a soma desses números é um número natural entre 21 e 25**.

$$S = \frac{3n}{4} + \frac{2n}{3} + \frac{n}{2} \quad \Rightarrow \quad S = \frac{9n + 8n + 6n}{12} \quad \Rightarrow \quad S = \frac{23n}{12}$$

Sendo assim,

$$21 < \frac{23n}{12} < 25$$

Veja que **S só pode 22, 23 ou 24**. Se ele for 22 ou 24, então você obterá um valor **não natural para n.** O único dos três números que nos fornece **n natural é quando $S = 23$**. Faça o teste!

$$\frac{23n}{12} = 23 \quad \Rightarrow \quad \frac{n}{12} = 1 \quad \Rightarrow \quad n = 12$$

Logo, **n é um número múltiplo de 6**.

Gabarito: LETRA B.

FGV

10. (FGV/PRE. SALVADOR/2019) Considere o sistema de inequações: $\begin{cases} 2x - 1 < x + 3 \\ x + 1 \leq 3x + 4 \end{cases}$

O número de soluções inteiras desse sistema é

A) 5.
B) 4.
C) 3.
D) 2.
E) 1.

Comentários:
Vamos resolver cada uma das inequações individualmente.

$$2x - 1 < x + 3 \quad \Rightarrow \quad x < 4$$

A solução da primeira é qualquer **x menor do que quatro**! Vamos para a segunda inequação,

$$x + 1 < 3x + 4 \quad \Rightarrow \quad 2x > -3 \quad \Rightarrow \quad x > -\frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad x > -1{,}5$$

Já a segunda inequação diz que x deve ser maior do que $-1{,}5$. Quais são os números inteiros entre $-1{,}5\ e\ 4$?

$$-1, \qquad 0, \qquad 1, \qquad 2, \qquad 3$$

Observe que **temos 5 números inteiros entre -1,5 e 4**. Essa é nossa resposta. Veja que não contamos o 4 pois a primeira equação diz que x deve ser estritamente menor do que 4, não podendo ser igual.

Gabarito: LETRA A.

11. (FGV/CAERN/2010) O conjunto de todas as soluções reais da inequação $2x + 1 < 3x + 2$ é
A) $]-\infty, -1[$.
B) $]-\infty,\ 1[$.
C) $]-1, +\infty[$.
D) $]1, +\infty[$.
E) $]-1, 1[$.

Comentários:
Vamos **isolar o "x" do lado esquerdo** e ver o que obtemos!

$$2x - 3x < 2 - 1 \quad \rightarrow \quad -x < 1 \quad \rightarrow \quad x > -1$$

Note que para a inequação ser satisfeita, o **"x" deve ser maior que -1**. Em intervalos, representamos esse conjunto solução da seguinte maneira:

$$S =]-1, +\infty[$$

É importante perceber que **o intervalo é aberto** nas duas extremidades!

Gabarito: LETRA C.

12. (FGV/IBGE/2016) Sobre os números inteiros w, x, y e z, sabe-se que

$$\boldsymbol{w > x > 2y > 3z}\,.$$

Se $z = 2$, o valor mínimo de w é:
A) 6;
B) 7;
C) 8;
D) 9;
E) 10.

Comentários:
Vamos pegar a inequação acima por partes. Além disso, é super importante notar que **w, x,y e z são números inteiros**. Dito isso, veja que:

$$2y > 3z$$

Como $z = 2$, podemos **substituir o valor** na inequação acima.

$$2y > 3 \cdot 2 \quad \rightarrow \quad y > 3$$

Ora, se **"y" é um inteiro e é maior que 3**, então o menor valor que y pode assumir é 4.

Com isso em mente, considere agora a seguinte parte da inequação do enunciado:

$$x > 2y$$

Se $y = 4$, ficamos com:

$$x > 2 \cdot 4 \quad \rightarrow \quad x > 8$$

Ora, **"x" é um inteiro e é maior que 8** (no mínimo, pois usamos o valor mínimo para y). Assim, o menor valor de "x" possível nessas condições é 9. Agora, vamos repetir o processo para a última parte da inequação do enunciado.

$$\boldsymbol{w > x}$$

Com "x" mínimo, temos que:

$$w > 9$$

Por fim, se **"w" é um inteiro e é maior que 9**, então o menor valor que pode assumir é 10.

Gabarito: LETRA E.

13. (FGV/SEFAZ-MS/2006) O número de soluções inteiras do sistema de inequações

$$\begin{cases} \mathbf{2x + 3 < 4x + 6} \\ \mathbf{3x - 1 < x + 7} \end{cases}$$

é:
A) 0.
B) 1.
C) 3.
D) 5.
E) infinito.

Comentários:
Vamos olhar para uma inequação por vez!

$$2x + 3 < 4x + 6$$

Agora, **isolando o "x"** do lado esquerdo:

$$2x - 4x < 6 - 3 \quad \rightarrow \quad -2x < 3$$

Para tirar o sinal de negativo do "x", multiplicamos ambos os lados da inequação por -1. Não podemos esquecer que, nessa situação, **o sinal da inequação se inverte**!

$$2x > -3 \quad \rightarrow \quad x > -\frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad x > -1{,}5$$

Pronto! A primeira inequação está nos dizendo que **"x" deve ser maior que -1,5** para que a mesma seja satisfeita. Vamos olhar a segunda inequação.

$$3x - 1 < x + 7$$

Isolando o "x" do lado esquerdo:

$$3x - x < 7 + 1 \quad \rightarrow \quad 2x < 8 \quad \rightarrow \quad x < 4$$

Por sua vez, a segunda inequação nos diz que **"x" deve ser um número menor que 4**. Observe que os números inteiros que cumprem essas duas inequações são:

$$S = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$

Com isso, temos **5 soluções inteiras**.

Gabarito: LETRA D.

14. (FGV/SEFAZ-MS/2006) O número de soluções inteiras do sistema de inequações

$$\begin{cases} 3x + 1 < x + 4 \\ x + 2 > 5x - 6 \end{cases}$$

A) 0
B) 1
C) 2
D) 4
E) infinito

Comentários:
Resolveremos da forma semelhante à anterior. Para começar, vamos olhar para uma inequação por vez!

$$3x + 1 < x + 4$$

Agora, **isolando o "x"** do lado esquerdo:

$$3x - x < 4 - 1 \quad \rightarrow \quad 2x < 3 \quad \rightarrow \quad x < \frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad x < 1{,}5$$

Pronto! A primeira inequação está nos dizendo que **"x" deve ser menor que 1,5** para que a mesma seja satisfeita. Vamos olhar a segunda inequação.

$$x + 2 > 5x - 6$$

Isolando o "x" do lado esquerdo:

$$x - 5x > -6 - 2 \quad \rightarrow \quad -4x > -8 \quad \rightarrow \quad x < 2$$

Por sua vez, a segunda inequação nos diz que **"x" deve ser um número menor que 2**. Dessa forma, note que quando selecionamos um número menor que 1,5, automaticamente as duas inequações estarão satisfeitas!

Pergunte-se, agora, **quantos números inteiros são menores que 1,5**. Ora, infinitos! Podemos marcar a alternativa E.

Gabarito: LETRA E.

VUNESP

15. (VUNESP/EsFCEx/2020) O conjunto solução da desigualdade $\frac{2x+4}{x-1} - 1 \geq 0$, no U = R, é determinado por dois intervalos reais. O menor número inteiro positivo e o maior número inteiro negativo que estão situados nesses intervalos são, correta e respectivamente,
A) 2 e -6.

B) 2 e -5
C) 1 e -6.
D) 2 e -4.
E) 3 e -6.

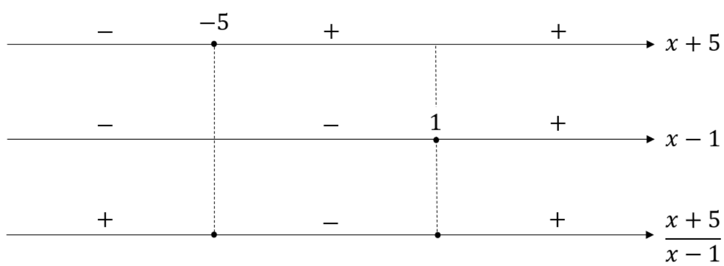
Comentários:
Beleza! Vamos resolver **uma inequação**. O enunciado diz que:

$$\frac{2x+4}{x-1} - 1 \geq 0$$

Podemos reescrever como:

$$\frac{2x+4-(x-1)}{x-1} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x+4-x+1}{x-1} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x+5}{x-1} \geq 0$$

Devemos fazer aquele nosso esquema em que **avaliamos os sinais tanto do numerador quanto do denominador**. Sabemos que a raiz do numerador é -5 e a raiz do denominador é 1. Assim,



Observe que a fração vai assumir valores positivos para **x menor ou igual a -5 e para x maior do que 1**. Note que **x não pode ser 1**, pois, se assim acontecesse, o denominador da fração poderia ser zero. Sabemos que **o denominador de uma fração não pode ser zero**. Dessa forma,

$$S =]-\infty, -5] \cup]1, +\infty[$$

Logo, o menor número inteiro positivo desse intervalo é 2 (o próximo inteiro depois de 1) e o maior número inteiro negativo desse intervalo é -5.

Gabarito: LETRA B.

16. (VUNESP/PREF. SERTÃZINHO/2016) Dona Juliana produz docinhos para festas de aniversário. Uma cliente precisava de pelo menos 520 docinhos e queria que os docinhos fossem dispostos em um igual número de bandejas completas que coubessem, respectivamente, 12, 25 e 35 docinhos em cada uma. Dona Juliana preparou a menor quantidade de docinhos necessários para atender a cliente. Dessa maneira, a quantidade total de docinhos que estarão nas bandejas menores é igual a
A) 144.
B) 120.
C) 96.

D) 80.
E) 60.

Comentários:
Vamos devagar. Dona Juliana quer colocar **pelo menos** 520 docinhos em três tipos de bandejas. Na menor, ela consegue colocar **12 docinhos**. Na média, **25**. Na grande, **35**. Não sabemos quantas bandejas de cada tamanho ela possui.

Observe, no entanto, que uma das exigências é que esses docinhos **fossem dispostos em um igual número de bandejas**. Na prática, significa que se Dona Juliana utilizar x bandejas pequenas, ela também vai utilizar x bandejas médias e x bandejas grandes. Como sabemos a quantidade que vai em cada bandeja, podemos fazer:

$$12x + 25x + 35x \geq 520$$

$$72x \geq 520$$

$$x \geq \frac{520}{72}$$

$$x \geq 7{,}22\ldots$$

Como **não podemos ter um número quebrado de bandejas**, o próximo número inteiro será **8**. Como na menor bandeja é possível colocar 12 docinhos, no total teremos:

$$12 \times 8 = \mathbf{96\ docinhos\ nas\ bandejas\ menores}.$$

Gabarito: LETRA C.

Outras Bancas

17. (FADESP/CM MARABÁ/2021) A proprietária de uma confeitaria gasta R$ 300,00 para produzir uma certa quantidade de bolos, que serão vendidos, cada um, por R$ 15,00. O número mínimo de bolos que deverão ser vendidos, para que tenha, de lucro, um valor superior ao que foi gasto na produção é igual a:
A) 19.
B) 20.
C) 21.
D) 22.
E) 23.

Comentários:
Considere que o número de bolos vendidos seja "n".

Como **cada um é vendido por 15 reais**, então a receita da venda desses "n" bolos será:

$$R = 15n$$

Queremos a quantidade que uma **receita <u>maior</u> do que o custo da proprietária**.

$$15n > 300$$

Com isso,

$$n > \frac{300}{15} \quad \rightarrow \quad n > 20$$

Ou seja, **o número de bolos tem que ser <u>superior</u> a 20**. O menor valor inteiro que satisfaz é o 21.

Alguns podem ter ficado com dúvida sobre o motivo de não ser 20. Galera, **20 bolos vai fazer a receita ser igual ao custo**. Nessa situação, a proprietária ainda não tem lucro, pois ela ganha apenas o suficiente para compensar o que ela gastou. É somente a partir do 21º bolo vendido que ela passará a ter lucro.

Gabarito: LETRA C.

18. (MÉTODO/PREF. NB D'OESTE/2021) Resolva a inequação em $\mathbb{R}$:

$$\frac{x-1}{x+1} \geq 3$$

A) $S = \{x \in \mathbb{R}: -3 \leq x < 3\}$
B) $S = \{x \in \mathbb{R}: -1 \leq x < 1\}$
C) $S = \{x \in \mathbb{R}: -2 \leq x < -1\}$
D) $S = \{x \in \mathbb{R}: -2 \leq x \leq 0\}$

Comentários:
Pessoal, existe uma maneira bem rápida de resolver essa questão.

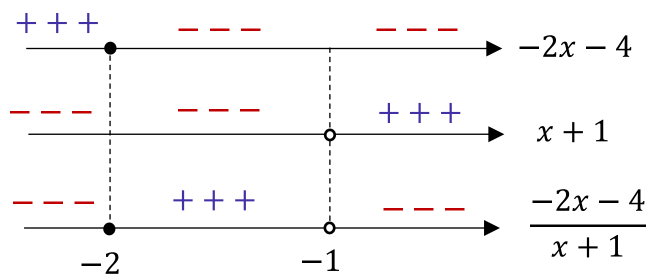
Note que **x não pode ser -1**. Se "x" for -1, o denominador da expressão zera e sabemos que não podemos ter essa indeterminação. Assim, observe que **a única alternativa cujo conjunto <u>não</u> inclui o -1 na solução é a alternativa C**. Logo, é a única possível.

Vamos supor que as alternativas não nos possibilitasse essa conclusão. Como resolveríamos o problema?

O primeiro passo é trazer o que está do lado direito para o lado esquerdo. O objetivo dessa manipulação é tornar o lado direito igual a zero.

$$\frac{x-1}{x+1} \geq 3 \quad \rightarrow \quad \frac{x-1}{x+1} - 3 \geq 0 \quad \rightarrow \quad \frac{x-1-3x-3}{x+1} \geq 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{-2x-4}{x+1} \geq 0}$$

Pronto. Agora, vamos avaliar **o sinal do numerador e do denominador**.



Observe que **o resultado é positivo apenas para os valores entre -2 e -1** (não incluso esse último). Assim,

$$S = \{x \in \mathbb{R}: -2 \leq x < -1\}$$

Gabarito: LETRA C.

19. (SELECON/SEDUC-MT/2021) Na inequação $7x - 5 \geq 4 + 9x$, o maior valor inteiro que x pode assumir corresponde a:

A) -6
B) -5
C) -4
D) 4

Comentários:

Vamos deixar tudo que tem "x" do lado esquerdo e tudo que é número do lado direito.

$$7x - 5 \geq 4 + 9x \quad \rightarrow \quad 7x - 9x \geq 4 + 5 \quad \rightarrow \quad -2x \geq 9$$

Agora, para tirar esse sinal de menos do "x", devemos **multiplicar toda expressão por -1**.

Quando fazemos isso, **invertemos a desigualdade**.

$$2x \leq -9 \quad \rightarrow \quad x \leq -\frac{9}{2} \quad \rightarrow \quad x \leq -4{,}5$$

Veja que a solução para a inequação é **todo número menor ou igual a $-4,5$**.

Sendo assim, o maior número **inteiro** que satisfaz é o -5.

Gabarito: LETRA B.

QUESTÕES COMENTADAS

Inequação de Segundo Grau

CEBRASPE

1. (CESPE/TJ-PA/2020) A quantidade de tentativas mensais de invasão virtual a uma rede de computadores vem sendo registrada durante certo tempo e, no último mês, essa quantidade foi igual ao maior valor de x que satisfaz a desigualdade $-x^2 + 70x - 600 \geq 0$. Nessa situação hipotética, a quantidade de tentativas de invasão virtual registradas no último mês foi igual a

A) 10.

B) 35.

C) 60.

D) 625.

E) 2500.

Comentários:

Beleza, queremos resolver uma inequação do segundo grau! Para começar, devemos encontrar as raízes usando **a fórmula de Bhaskara**. Olhando para a inequação, tiramos os seguintes coeficientes.

$$a = -1 \qquad b = 70 \qquad c = -600$$

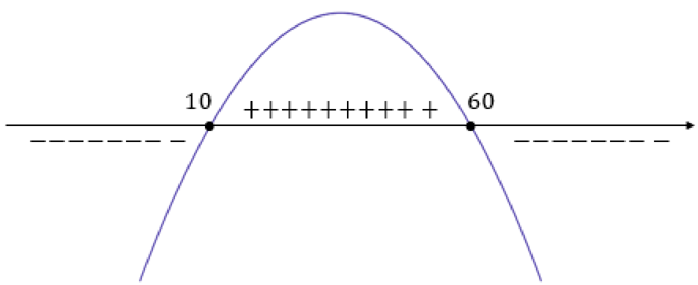
- Cálculo do Discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = (70)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-600) \quad \Rightarrow \quad \Delta = 4900 - 2400 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 2.500$$

- Cálculo das Raízes: $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$x = \frac{-70 \pm \sqrt{2.500}}{2 \cdot (-1)} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{70 \mp 50}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 10 \quad e \quad x_2 = 60$$

Com as raízes em mãos, conseguimos desenhar aquele nosso diagrama. Como o coeficiente dominante **"a"** é **negativo, então temos que a concavidade da parábola será para cima.**



Apenas nos interessamos pela parte positiva (pois a inequação quer os valores de x que torna a expressão MAIOR do que zero). Observe que **a expressão tem valores positivos no intervalo entre as raízes**. Assim, a solução da inequação é:

$$S = \{x \in \mathbb{R}; 10 \leq x \leq 60\}$$

Como o enunciado diz que a quantidade de tentativas de invasão é o maior valor desse intervalo, então:

$$Resp. = 60$$

Gabarito: LETRA C.

2. (CESPE/MDIC/2014) Lúcio, Breno, Cláudia e Denise abriram a loja virtual Lik, para a qual, no ato de abertura, Lúcio contribuiu com R$ 10.000,00; Breno, com R$ 15.000,00; Cláudia, com R$ 12.000,00; e Denise, com R$ 13.000,00. Os lucros obtidos por essa loja serão distribuídos de forma diretamente proporcional à participação financeira de cada um dos sócios no ato de abertura da loja. A partir dessas informações, julgue o item a seguir.

Se, diariamente, o valor em reais das vendas da loja Lik for sempre a solução da inequação $x^2 - 700x + 120.000 \leq 0$, então o valor diário das vendas poderá ultrapassar R$ 500,00.

Comentários:
Queremos o conjunto-solução da inequação dada. Quando temos uma **inequação do segundo grau**, devemos encontrar as suas raízes. Para tanto, **podemos usar a fórmula de Bhaskara**. Olhando para a inequação, tiramos os seguintes coeficientes.

$$a = 1$$
$$b = -700$$
$$c = 120.000$$

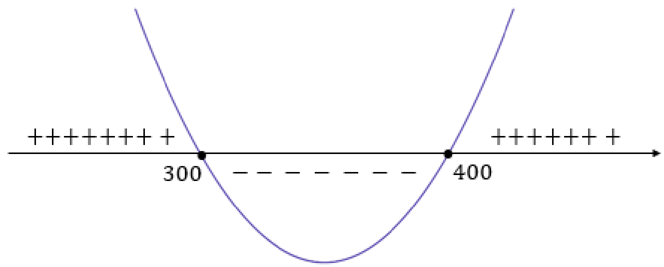
- Cálculo do Discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = (-700)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 120.000 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 490.000 - 480.000 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 10.000$$

- Cálculo das Raízes: $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$x = \frac{-(-700) \pm \sqrt{10.000}}{2 \cdot 1} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{700 \pm 100}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 300 \quad e \quad x_2 = 400$$

Com as raízes em mãos, conseguimos desenhar aquele nosso diagrama. Como o coeficiente dominante **"a" é positivo, então temos que a concavidade da parábola será para baixo**.



Observe que **a expressão tem valores negativos no intervalo entre as raízes**. Assim, a solução da inequação é:

$$S = \{x \in \mathbb{R}; 300 \leq x \leq 400\}$$

Dessa forma, se o valor das vendas for realmente dado pela solução da inequação, então **ele não poderá ser** inferior a R$ 300,00 ou **superior a R$ 400,00**.

Gabarito: ERRADO.

3. (CESPE/BASA/2012) Carlos, Eduardo e Fátima se associaram para abrir uma pequena empresa. Para a abertura desse empreendimento, Carlos entrou com R$ 32.000,00, Eduardo, com R$ 28.000,00 e Fátima, com R$ 20.000,00. Após cinco anos de atividade, eles venderam a empresa por R$ 416.000,00 e dividiram esse valor pelos três sócios, de forma diretamente proporcional à quantia que cada um investiu na abertura do empreendimento. Considerando essa situação, julgue o próximo item.

Se P = L/5.000, em que L é o lucro obtido na venda da empresa, então P será um valor do intervalo solução da inequação $x^2 - 130x + 4.200 < 0$.

Comentários:
Primeiro, vamos tentar descobrir que intervalo solução é esse.

Quando temos uma **inequação do segundo grau**, devemos encontrar as suas raízes. Para tanto, **podemos usar a fórmula de Bhaskara**. Olhando para a inequação, tiramos os seguintes coeficientes.

$$a = 1$$
$$b = -130$$
$$c = 4200$$

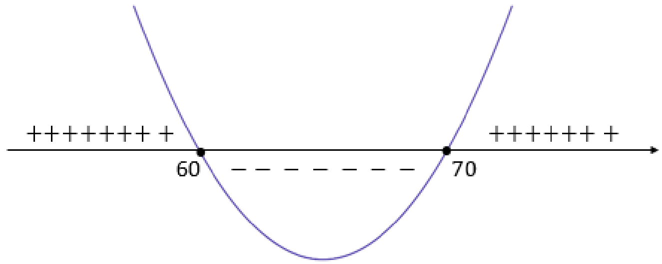
- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Rightarrow \quad \Delta = (-130)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4200 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 16900 - 16800 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 100$$

- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-(-130) \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 1} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{130 \pm 10}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 60 \quad e \quad x_2 = 70$$

Com as raízes em mãos, conseguimos desenhar aquele nosso diagrama. Como o coeficiente dominante **"a" é positivo, então temos que a concavidade da parábola será para baixo**.



Observe que **a expressão toma valores negativos para o intervalo entre as raízes**. Assim, a solução da inequação é:

$$S = \{x \in \mathbb{R}; 60 < x < 70\}$$

Ok! Com o conjunto descoberto, agora **podemos checar se P está nele** O enunciado diz que P=L/5.000, em que L é o lucro com a venda da empresa. Para descobrir L, **basta somarmos o total investido e subtrair isso do preço de venda**. Vejamos:

$$TOTAL\ INVESTIDO = 32.000 + 28.000 + 20.000$$

$$TOTAL\ INVESTIDO = 80.000$$

Eles **venderam a empresa por R$ 416.000,00**. Logo,

$$LUCRO = 416.000 - 80.000$$

$$LUCRO = 336.000$$

Assim,

$$P = \frac{LUCRO}{5.000} \quad \Rightarrow \quad P = \frac{336.000}{5.000} \quad \Rightarrow \quad P = 67{,}2$$

Observe que o valor de **P realmente está dentro do intervalo que encontramos**. Logo, item correto.

Gabarito: CERTO.

4. (CESPE/TCE-RS/2013) A respeito do controle e manutenção dos 48 veículos de um órgão público, julgue o item seguinte.

Considere que o registro histórico mostre que a quantidade x de veículos que passam por manutenção do motor, a cada mês, é tal que $x^2 - 10x + 16 \leq 0$. Então menos de 9 dos veículos desse órgão requerem, a cada mês, manutenção de seus motores.

Comentários:

Quando temos uma inequação do segundo grau, o primeiro passo que devemos tomar é encontrar as raízes. Para tanto, **podemos usar a fórmula de Bhaskara**. Olhando para a inequação, tiramos os seguintes coeficientes.

$$a = 1$$
$$b = -10$$
$$c = 16$$

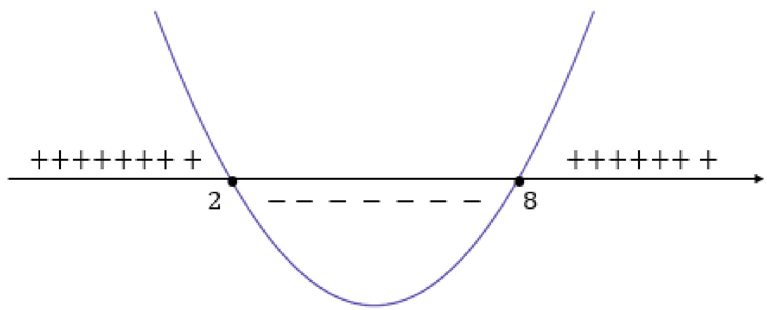
- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Rightarrow \quad \Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 100 - 64 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 36$$

- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{10 \pm 6}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 2 \quad e \quad x_2 = 8$$

Com as raízes em mãos, conseguimos desenhar aquele nosso diagrama. Como o coeficiente dominante **"a" é positivo, então temos que a concavidade da parábola será para baixo**.



Queremos quando **a expressão de segundo grau será igual a zero ou negativa**. Observe que é exatamente **entre as raízes**. Assim, a solução da inequação é:

$$S = \{x \in \mathbb{R}; 2 \leq x \leq 8\}$$

Logo, menos de 9 veículos requerem manutenção. De acordo com nosso resultado, **entre 2 e 8 veículos requerem manutenção**, a cada mês.

Gabarito: CERTO.

CESGRANRIO

5. (Cesgranrio/BASA/2018) No conjunto dos números reais, considere as seguintes duas inequações:

Inequação 1: $5x - 7 > x^2 - x + 1$
Inequação 2: $x + 6 > -x + 10$

Um número real x, que é solução da inequação 2, também será solução da inequação 1, se, e somente se, for solução da inequação
A) $-x < -4$
B) $4x - 16 < 0$
C) $x^2 - 16 > 0$
D) $x + 1 > x + 9$
E) $\frac{1}{x} < \frac{1}{4}$

Comentários:
Queremos a solução do sistema formado pelas inequações 1 e 2. Resolveremos cada uma individualmente.

$$5x - 7 > x^2 - x + 1$$

Trata-se de uma **inequação de segundo grau**. Vamos isolar toda a expressão do lado esquerdo.

$$-x^2 + 5x + x - 7 - 1 > 0 \quad \rightarrow \quad -x^2 + 6x - 8 > 0$$

Vamos multiplicar por (-1) toda a inequação.

$$x^2 - 6x + 8 < 0$$

Para resolver essa inequação, precisamos **encontrar as raízes** da expressão do segundo grau na esquerda.

- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 \quad \rightarrow \quad \Delta = 36 - 32 \quad \rightarrow \quad \Delta = 4$$

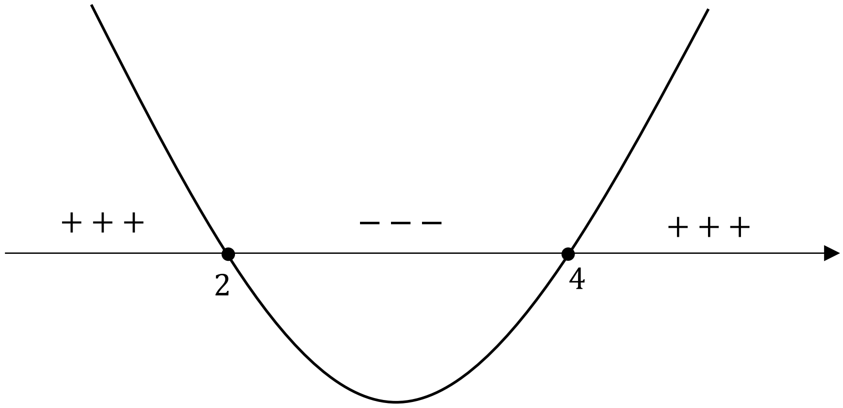
- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{6 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = \frac{4}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{8}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = 4$$

Note que **o coeficiente dominante é <u>positivo</u>**. Com isso, a parábola tem concavidade para cima. Vamos esquematizar.



Como queremos **os valores que tornam a expressão menor que 0**, então o conjunto solução da inequação será o intervalo entre as raízes, ou seja, $2 < x < 4$.
Essa é a solução da inequação 1. Vamos agora para a inequação 2.

$$x + 6 > -x + 10$$

Isolando "x" do lado esquerdo:

$$x + x > 10 - 6 \quad \rightarrow \quad 2x > 4 \quad \rightarrow \quad x > 2$$

Pela inequação (2), temos que x deve ser maior que 2. Note que para "x" ser também solução da inequação (1), **"x" também deve ser <u>menor</u> que 4**. É esse fato que estaremos procurando nas alternativas.

A) $-x < -4$
Errado. Quando multiplicamos a inequação por (-1), vamos chegar a $x > 4$. Como comentamos, estamos procurando a alternativa que traz $x < 4$.

B) $4x - 16 < 0$
Certo. Vamos isolar o "x".

$$4x < 16 \quad \rightarrow \quad x < \frac{16}{4} \quad \rightarrow \quad x < 4$$

Note que a solução da inequação (2) é $x > 2$. Mas, **se x também for menor que 4**, esse "x" também será solução da inequação (1), conforme concluímos.

C) $x^2 - 16 > 0$
Errado. Quando resolvemos essa inequação de segundo grau, vamos obter que $x < -4$ ou $x > 4$.

D) $x + 1 > x + 9$
Errado. Inequação sem pé nem cabeça. Na prática, está nos dizendo que $1 > 9$.

E) $\frac{1}{x} < \frac{1}{4}$

Errado. Quando isolamos o "x" em um dos lados, vamos obter que $x > 4$.

Gabarito: LETRA B.

6. (Cesgranrio/BB/2010) A proposição funcional "Para todo e qualquer valor de n, tem-se $6n < n^2 + 8$" será verdadeira, se n for um número real

A) menor que 8.
B) menor que 4.
C) menor que 2.
D) maior que 2.
E) maior que 3.

Comentários:

Trata-se de uma **inequação de segundo grau**. Vamos isolar toda a expressão do lado esquerdo.

$$6n - n^2 - 8 < 0 \quad \rightarrow \quad -n^2 + 6n - 8 < 0$$

Vamos multiplicar por (-1) toda a inequação.

$$n^2 - 6n + 8 > 0$$

Para resolver essa inequação, precisamos **encontrar as raízes** da expressão do segundo grau na esquerda.

- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 \quad \rightarrow \quad \Delta = 36 - 32 \quad \rightarrow \quad \Delta = 4$$

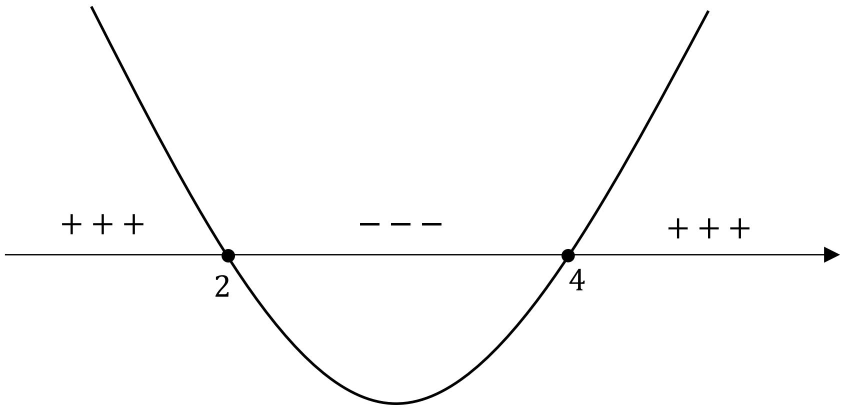
- Cálculo das Raízes

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad n = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad n = \frac{6 \pm 2}{2}$$

$$n_1 = \frac{4}{2} \quad \rightarrow \quad n_1 = 2$$

$$n_2 = \frac{8}{2} \quad \rightarrow \quad n_2 = 4$$

Note que **o coeficiente dominante é <u>positivo</u>**. Com isso, a parábola tem concavidade para cima. Vamos esquematizar.



Como queremos **os valores que tornam a expressão maior que 0**, então o conjunto solução da inequação será:

$$S =]-\infty, 2[\ \cup \ ]4, +\infty[$$

Note que **se "n" for menor que 2 ou maior que 4**, a expressão sempre será verdadeira. As alternativas trouxeram apenas um intervalo, de forma que **podemos marcar a letra C**.

Gabarito: LETRA C.

7. (Cesgranrio/BNDES/2009) O conjunto-solução da inequação $9 - x^2 > 0$ é

A) $-3 > x > 3$
B) $-3 < x < 3$
C) $x \leq 3$
D) $x < 3$
E) $x > 3$

Comentários:

Trata-se de uma **inequação de segundo grau**.

$$9 - x^2 > 0 \quad \rightarrow \quad -x^2 + 9 > 0$$

Vamos multiplicar por (-1) toda a inequação.

$$x^2 - 9 < 0$$

Para resolver essa inequação, precisamos **encontrar as raízes** da expressão do segundo grau na esquerda.

- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9) \quad \rightarrow \quad \Delta = 36$$

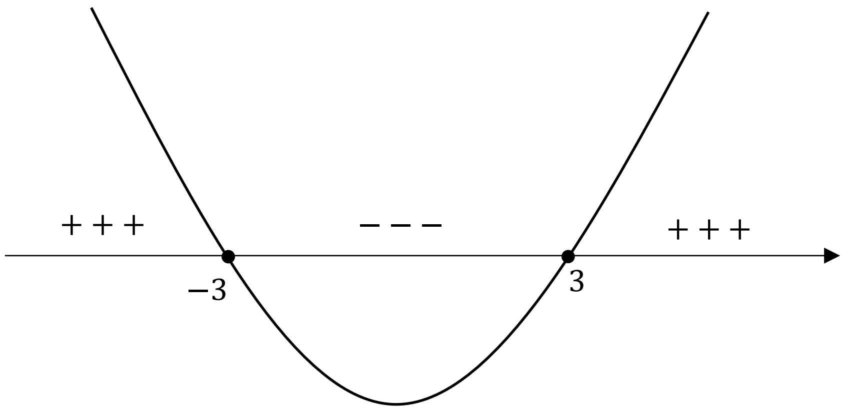
- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{0 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{\pm 6}{2}$$

$$x_1 = \frac{-6}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = -3$$

$$x_2 = \frac{6}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = 3$$

Note que **o coeficiente dominante é <u>positivo</u>**. Com isso, a parábola tem concavidade para cima. Vamos esquematizar.



Como queremos **os valores que tornam a expressão menor que 0**, então o conjunto solução da inequação será o intervalo entre as raízes, ou seja,

$$-3 < x < 3$$

Gabarito: LETRA B.

8. (Cesgranrio/Petrobras/2012) Seja $f: A \rightarrow R$ uma função dada por $f(x) = \sqrt{16 - (x-3)^2}$ onde A é o domínio tal que qualquer outro domínio possível para f seja um subconjunto de A. Se pudermos escrever A pela notação $[a, b]$, então o valor de b – a será

A) -8
B) -4
C) -2
D) 6
E) 8

Comentários:

Para começar, sei que ainda não estudamos funções. No entanto, caso essa matéria esteja presente em seu edital, **será muito importante aplicarmos inequação nesse tipo de problema**. Sem entrar em muitos detalhes, gostaria de lembrá-los que não existe, nos reais, raiz quadrada de número negativo.

Qual valor de $\sqrt{-2}$*? Ou de* $\sqrt{-100}$*?* Esses valores não existem nos reais! Dessa forma, olhe para a função do enunciado.

$$\boldsymbol{f(x) = \sqrt{16 - (x-3)^2}}$$

Só conseguiremos calcular o que estiver dentro da raiz, **caso o seu interior seja maior (ou igual) a 0**. Para ilustrar, considere que $x = 10$.

$$f(10) = \sqrt{16 - (10-3)^2} \quad \rightarrow \quad f(10) = \sqrt{16 - 7^2} \quad \rightarrow$$

$$f(10) = \sqrt{16 - 49} \quad \rightarrow \quad f(10) = \sqrt{-33}$$

Ora, quanto é $\sqrt{-33}$*?* Tal número não existe no conjunto dos reais. Portanto, dizemos que **a função acima não está definida nos reais em $x = 10$**. *E como saber para quais valores de "x" a função estará definida?* Basta impormos:

$$\boldsymbol{16 - (x-3)^2 \geq 0}$$

E resolver a inequação. Vamos fazer isso.

$$16 - (x^2 - 6x + 9) \geq 0 \quad \rightarrow \quad -x^2 + 6x - 9 + 16 \geq 0 \quad \rightarrow \quad -x^2 + 6x + 7 \geq 0$$

Vamos multiplicar por (-1) toda a inequação.

$$x^2 - 6x - 7 \leq 0$$

Para resolvê-la, precisamos **encontrar as raízes** da expressão de segundo grau.

- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) \quad \rightarrow \quad \Delta = 36 + 28 \quad \rightarrow \quad \Delta = 64$$

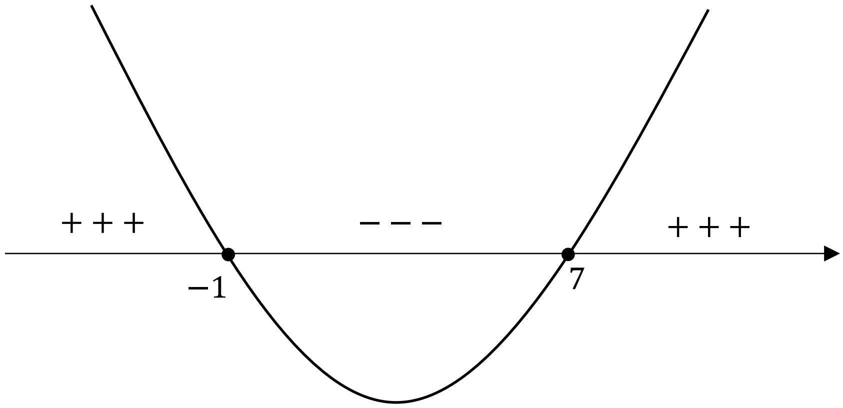
- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{6 \pm 8}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = -1$$

$$x_2 = \frac{14}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = 7$$

Note que **o coeficiente dominante é <u>positivo</u>**. Com isso, a parábola tem concavidade para cima. Vamos esquematizar.



Como queremos **os valores que tornam a expressão menor que 0**, então o conjunto solução da inequação será o intervalo entre as raízes, ou seja,

$$-1 \leq x \leq 7$$

Na forma de intervalo, **podemos escrever S = [-1, 7]**. Dessa forma, tiramos que $a = -1$ e $b = 7$. A questão pede o valor de $b - a$.

$$Resp. = 7 - (-1) \quad \rightarrow \quad Resp. = 7 + 1 \quad \rightarrow \quad Resp. = 8$$

Gabarito: LETRA E.

VUNESP

9. (VUNESP/PREF. DC/2019) Resolvendo-se corretamente a inequação $\frac{x(2{,}5x-20)}{3} \geq \frac{x(3{,}5x+80)}{3}$, tem-se como resultado

A) $x \geq -100$, apenas.
B) $x \leq -100$, apenas.
C) $x \geq 0$, apenas.
D) $-100 \leq x \leq 0$.
E) $x \leq 100$ ou $x \geq 0$.

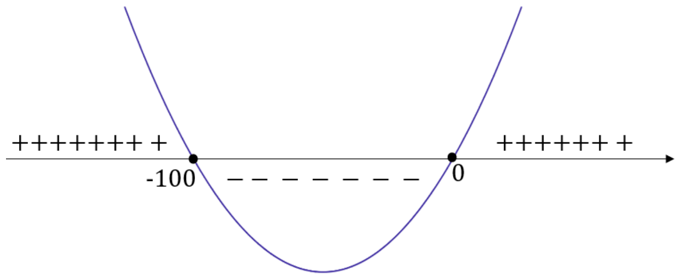
Comentários:
Opa, uma inequação! De cara **conseguimos simplificar o três no denominador**, veja:

$$\frac{x(2{,}5x-20)}{\cancel{3}} \geq \frac{x(3{,}5x+80)}{\cancel{3}}$$

Assim, ficamos apenas com:

$$x(2{,}5x - 20) \geq x(3{,}5x + 80)$$
$$2{,}5x^2 - 20x \geq 3{,}5x^2 + 80x$$
$$3{,}5x^2 - 2{,}5x^2 \leq -20x - 80x$$
$$x^2 + 100x \leq 0$$

As raízes dessa equação de segundo grau são 0 e -100. Podemos desenhar o esquema que aprendemos para resolução de inequação de segundo grau. Observe que o **coeficiente dominante é positivo**, logo, a parábola terá **concavidade para cima**.



Veja que a expressão assume valores negativos apenas entre os valores das raízes. Assim

$$S = [-100, 0]$$

Gabarito: LETRA D.

10. (VUNESP/PREF. RP/2019) A solução para a inequação $\frac{x^2+4}{-2} \geq 2x$, no campo do conjunto dos números reais, é:

A) $x \leq 2$
B) $x \leq -2$
C) $x \geq -2$
D) $x = -2$
E) $x = 2$

Comentários:

Vamos resolver mais uma inequação do segundo grau! Primeiro passo é organizar ela.

$$\frac{x^2 + 4}{-2} \geq 2x \quad \Rightarrow \quad x^2 + 4 \leq -4x \quad \Rightarrow \quad x^2 + 4x + 4 \leq 0$$

Perceba que temos um quadrado perfeito $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$. Sendo assim, podemos reescrever a inequação como:

$$(x + 2)^2 \leq 0$$

Galera, **qualquer número elevado ao quadrado vai ser um número positivo ou o zero**. Na inequação acima, **não existe valor de x que torne a expressão menor do que zero**, pois temos um quadrado. No entanto, **a expressão poderá ser igual a zero**. Nesse sentindo,

$$(x+2)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -2$$

Logo, a solução da inequação é $x = -2$.

Gabarito: LETRA D.

Outras Bancas

11. (AOCP/CM BAURU/2022) Quantos números naturais satisfazem a inequação $-x^2 - 4x + 5 > 0$?

A) Nenhum.
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

Comentários:

Inicialmente, observe que queremos os valores de "x" que tornam a expressão de segundo grau à esquerda **positiva (maior que zero).** Para isso, vamos começar encontrando as raízes.

- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 5 \quad \rightarrow \quad \Delta = 16 + 20 \quad \rightarrow \quad \Delta = 36$$

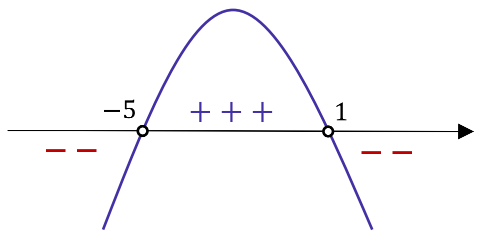
- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot (-1)} \quad \rightarrow \quad x = \frac{4 \pm 6}{-2}$$

$$x_1 = \frac{4+6}{-2} \quad \rightarrow \quad x_1 = \frac{10}{-2} \quad \rightarrow \quad x_1 = -5$$

$$x_2 = \frac{4-6}{-2} \quad \rightarrow \quad x_2 = \frac{-2}{-2} \quad \rightarrow \quad x_2 = 1$$

Agora, note que o coeficiente dominante da expressão é negativo. Na prática, isso implica que parábola terá **concavidade para baixo**.



É importante notar que marcamos as raízes com "bolas abertas" pois a desigualdade é estritamente maior que zero. No mais, observe que a expressão de segundo grau é **positiva para valores de "x" entre as raízes**. Sendo assim, nosso conjunto solução é:

$$S = \{x \in \mathbb{R} : \ -5 < x < 1\}$$

O único **número natural** dentro desse intervalo é o 0. Logo, alternativa B.

Gabarito: LETRA B.

12. (AOCP/PREF. BETIM/2020) Considere $\boldsymbol{x}$ um número real, sendo S1 o conjunto solução da inequação $\boldsymbol{x^2 - x - 6 < 0}$ e $\boldsymbol{S_2}$ o conjunto solução da inequação $\boldsymbol{x^2 - 3x - 4 > 0}$. A intersecção de $\boldsymbol{S_1}$ com $\boldsymbol{S_2}$ resultará em um conjunto $\boldsymbol{S_3}$, tal que

A) $S_3 = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x < -1\}$
B) $S_3 = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 3\}$
C) $S_3 = \{x \in \mathbb{R} : 3 < x < 4\}$
D) $S_3 = \{x \in \mathbb{R} : -3 < x < -2\}$
E) $S_3 = \{x \in \mathbb{R} : 1 < x < 3\}$

Comentários:

Vamos lá! Aqui, devemos resolver duas inequações de segundo grau e depois encontrar a intersecção!

1ª inequação: $\boldsymbol{x^2 - x - 6 < 0}$

Vamos começar encontrando as raízes.

- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) \quad \rightarrow \quad \Delta = 1 + 24 \quad \rightarrow \quad \Delta = 25$$

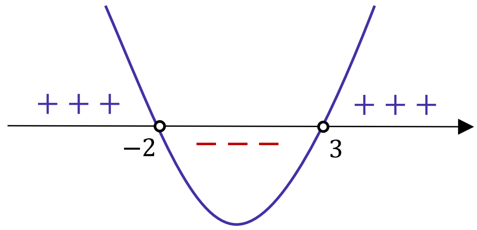
- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{1+5}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = \frac{6}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = 3$$

$$x_2 = \frac{1-5}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = \frac{-4}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = -2$$

Note que **o coeficiente dominante da expressão é <u>positivo</u>**, o que indica que a parábola terá concavidade **para cima**.



A inequação quer os valores de "x" que **torna a expressão <u>negativa</u> (menor que zero)**. Note que isso acontece para valores de "x" entre as raízes. Sendo assim,

$$S_1 = \{x \in \mathbb{R} : \ -2 < x < 3\}$$

2ª inequação: $x^2 - 3x - 4 > 0$

Encontrando as raízes.

- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) \quad \rightarrow \quad \Delta = 9 + 16 \quad \rightarrow \quad \Delta = 25$$

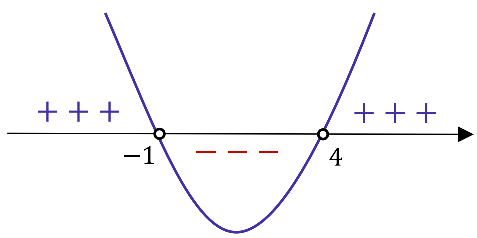
- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{3 \pm 5}{2}$$

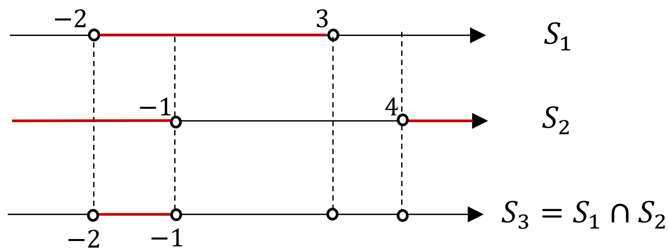
$$x_1 = \frac{3+5}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = \frac{8}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = 4$$

$$x_2 = \frac{3-5}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = \frac{-2}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = -1$$

Note que **o coeficiente dominante da expressão é <u>positivo</u>**, o que indica que a parábola terá concavidade **para cima**.



A inequação quer os valores de "x" que **torna a expressão positiva (maior que zero)**. Isso acontece para valores de **"x" menores do que -1 ou maiores do que 4**. Sendo assim, $S_2 = \{x \in \mathbb{R} : \ x < -1 \text{ ou } x > 4\}$. Com os dois conjuntos soluções, podemos encontrar sua intersecção.



Com isso,

$$S_3 = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x < -1\}$$

Gabarito: LETRA A.

13. (IDIB/PREF. JAGUARIBE/2020) Seja a inequação do segundo grau dada por $x^2 - 2x + p > 0$, e seja $p \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa que representa corretamente o valor de p para a inequação ser verdadeira para todo x.

A) $p = 1$

B) $p > 1$

C) $p < 1$

D) $p = 0$

Comentários:

Queremos o valor de "p" para que a expressão do segundo grau seja **sempre positiva**, independentemente do valor de "x". Para isso, **o discriminante deverá ser negativo** (pois aí não haverá raízes reais e, portanto, não haverá troca de sinal).

$$\Delta < 0 \quad \rightarrow \quad \mathrm{b}^2 - 4ac < 0 \quad \rightarrow \quad (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot p \quad \rightarrow \quad 4 - 4p < 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{p > 1}$$

Gabarito: LETRA B.

Lista de Questões

Equação de Primeiro Grau

CEBRASPE

1. (CESPE/PC-PB/2022) A empresa Vila Real comercializa três tipos de vinho: Real Prata, Real Ouro e Real Premium. O preço de uma garrafa de Real Ouro é igual ao dobro do preço de uma garrafa de Real Prata. Além disso, uma garrafa de Real Ouro é também igual à metade do preço de uma garrafa de Real Premium. No ano passado, essa empresa vendeu mil garrafas de cada um dos três tipos de vinho, tendo obtido uma receita de 350 mil reais. A partir dessas informações, conclui-se que o preço de

A) uma garrafa de vinho Real Prata é superior a R$ 62,00.
B) três garrafas de vinho de tipos diferentes é superior a R$ 387,00.
C) uma garrafa de vinho Real Ouro é inferior a R$ 93,00.
D) uma garrafa de vinho Real Premium é superior a R$ 187,00.
E) duas garrafas de vinho, sendo uma do Real Prata e outra de Real Premium, é inferior a R$ 245,00.

2. (CESPE/TJ-PA/2020) Determinada empresa tem 70 atendentes, divididos em 3 equipes de atendimento ao público que trabalham em 3 turnos: de 7 h às 13 h, de 11 h às 17 h e de 14 h às 20 h, de modo que, nos horários de maior movimento, existam duas equipes em atendimento. Se a quantidade de atendentes trabalhando às 12 h for igual a 42 e se a quantidade de atendentes trabalhando às 15 h for igual a 40, então a quantidade de atendentes que começam a trabalhar às 7 h será igual a

A) 12.
B) 24.
C) 28.
D) 30.
E) 42.

3. (CESPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

Suponha que uma quantidade x de novos processos tenha sido enviada a esse setor para análise naquele dia; suponha, ainda, que, ao final do expediente, apenas a metade do total de processos, incluídos os novos, tenha sido relatada. Nessa situação, se a quantidade de processos relatados nesse dia tiver sido igual a 26, então $x < 20$.

4. (CESPE/SEFAZ-RS/2019) Um grupo de 256 auditores fiscais, entre eles Antônio, saiu de determinado órgão para realizar trabalhos individuais em campo. Após cumprirem suas obrigações, todos os auditores fiscais retornaram ao órgão, em momentos distintos. A quantidade de auditores que chegaram antes de

Antônio foi igual a um quarto da quantidade de auditores que chegaram depois dele. Nessa situação hipotética, Antônio foi o

A) 46º auditor a retornar ao órgão.

B) 50º auditor a retornar ao órgão.

C) 51º auditor a retornar ao órgão.

D) 52º auditor a retornar ao órgão.

E) 64º auditor a retornar ao órgão.

5. (CESPE/PGE-PE/2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

No primeiro dia de abril, o casal Marcos e Paula comprou alimentos em quantidades suficientes para que eles e seus dois filhos consumissem durante os 30 dias do mês. No dia 7 desse mês, um casal de amigos chegou de surpresa para passar o restante do mês com a família. Nessa situação, se cada uma dessas seis pessoas consumir diariamente a mesma quantidade de alimentos, os alimentos comprados pelo casal acabarão antes do dia 20 do mesmo mês.

CESGRANRIO

6. (Cesgranrio/Liquigás/2018) A compra de um carro foi feita pagando-se de entrada 3/25 do preço total do carro, e dividindo-se o restante em 10 prestações iguais a R$ 1.100,00. Dessa forma, quanto foi pago, ao todo, pelo carro?

A) R$ 11.000,00

B) R$ 12.100,00

C) R$ 12.320,00

D) R$ 12.500,00

E) R$ 13.000,00

7. (Cesgranrio/ANP/2018) Um comerciante deseja colocar algumas latas de refrigerante em n prateleiras. Na primeira tentativa, ele pensou em colocar 14 latas em cada prateleira, mas sobrariam 16 latas. O comerciante fez uma nova tentativa: foi colocando 20 latas em cada prateleira, mas, ao chegar na última, faltaram 8 latas para completar as 20. Quantas latas ele deverá colocar em cada prateleira para que todas fiquem com a mesma quantidade de latas e não sobre nenhuma lata?

A) 15

B) 16

C) 17

D) 18

E) 19

8. (Cesgranrio/IBGE/2016) Em uma prova de múltipla escolha, todas as questões tinham o mesmo peso, ou seja, a cada questão foi atribuído o mesmo valor. Aldo tirou nota 5 nessa prova, o que corresponde a acertar 50% das questões da prova. Ao conferir suas marcações com o gabarito da prova, Aldo verificou que acertou 13 das 20 primeiras questões, mas constatou que havia acertado apenas 25% das restantes. Quantas questões tinha a prova?

A) 24
B) 84
C) 32
D) 72
E) 52

9. (Cesgranrio/BB/2015) Fábio possui certa quantia aplicada em um fundo de investimentos. Pensando em fazer uma viagem, Fábio considera duas possibilidades: resgatar 1/5 ou 1/4 da quantia aplicada. Optando pelo resgate maior, Fábio terá R$ 960,00 a mais para arcar com os custos de sua viagem. Qual é, em reais, o saldo do fundo de investimentos de Fábio?
A) 5.600,00
B) 19.200,00
C) 3.840,00
D) 4.800,00
E) 10.960,00

10. (Cesgranrio/BB/2015) Um cliente foi sorteado em um plano de capitalização, cujo prêmio, após os descontos, foi de R$ 8.800,00. Esse prêmio foi dividido entre seus três filhos de modo que o segundo ganhou um quinto a mais que o primeiro, e o terceiro ganhou cinco sextos a mais que o segundo. Quanto recebeu o primeiro filho?
A) R$ 4.000,00
B) R$ 3.600,00
C) R$ 2.000,00
D) R$ 2.400,00
E) R$ 4.400,00

FCC

11. (FCC/PGE-AM/2022) Quatro irmãos, Ana, Bruno, Caio e Diva ganharam, juntos, 20 bolinhas de gude. Eles dividiram as bolinhas da seguinte forma: Ana foi quem ganhou mais bolinhas, Bruno ganhou uma bolinha a menos do que Ana, Caio foi o que ganhou menos bolinhas e Diva ganhou uma bolinha a mais do que Caio. Todos os irmãos ficaram com quantidades distintas de bolinhas e cada um ganhou pelo menos 3 bolinhas. O número de bolinhas de Ana e Bruno juntos é:
A) 13.
B) 11.
C) 12.
D) 14.
E) 15.

12. (FCC/PREF. RECIFE/2019) O chefe de uma seção passou a um de seus funcionários uma tarefa que consistia em ler, registrar e arquivar um determinado número de processos. O funcionário, depois de ter lido, registrado e arquivado um quarto do número total de processos, notou que se lesse, registrasse e arquivasse mais três processos, teria completado um terço da tarefa. O número total de processos que compõem a tarefa completa passada, ao funcionário, pelo chefe é de

A) 36.
B) 12.
C) 24.
D) 48.
E) 60.

13. (FCC/AFAP/2019) A soma de três números pares, positivos e consecutivos é 330. O maior número dessa sequência é o número
A) 116.
B) 108.
C) 100.
D) 112.
E) 110.

14. (FCC/PREF. MANAUS/2019) Adriana, Bianca, Carla e Daniela almoçaram juntas em um restaurante. Adriana pagou 1/3 do total da conta, Bianca pagou 1/4 do total da conta e Carla pagou 1/5 do total conta. Se restaram R$ 39,00 para Daniela totalizar a conta, então o valor total da conta foi de
A) R$ 180,00
B) R$ 120,00
C) R$ 156,00
D) R$ 221,00
E) R$ 245,00

15. (FCC/PREF. MANAUS/2019) Para a festa de aniversário de seu filho, Simone seguiu as instruções no rótulo de uma garrafa de suco de uva concentrado e misturou seu conteúdo com água na proporção de 2/3 de água e 1/3 de suco concentrado, em volume, obtendo, assim, 900 mL de refresco de uva. Ao notar que o número de crianças na festa seria maior do que o que previra, Simone diluiu um pouco mais o refresco, misturando mais água, de forma que, depois da diluição, a parte do volume que correspondia a água ficou sendo 3/4. O volume de refresco obtido após a diluição foi de
A) 2,1 L
B) 1,5 L
C) 1,8 L
D) 1,2 L
E) 2,4 L

FGV

16. (FGV/MPE-GO/2022) Paulo e Berenice possuem, respectivamente, R$ 47,30 e R$ 62,50. Para que Berenice fique com o triplo da quantia de Paulo, Paulo tem que dar a Berenice
A) R$ 19,85.
B) R$ 20,35.
C) R$ 21,25.
D) R$ 24,15.
E) R$ 27,45.

17. (FGV/CBM-AM/2022) Doze amigos foram a um restaurante e resolveram dividir a conta igualmente entre eles. Como um deles estava sem dinheiro, cada um dos outros onze amigos teve que pagar um adicional de R$ 5,40. O valor total da conta foi de

A) R$ 724,80.

B) R$ 712,80.

C) R$ 684,00.

D) R$ 674,40.

E) R$ 653,40.

18. (FGV/PC-RJ/2022) Uma delegacia recebeu 55 camisetas para dividir igualmente entre seus policiais. O delegado Saraiva percebeu que, dando 3 camisetas a cada policial, sobravam ainda 13 camisetas, e que, dando 5 camisetas a cada policial, no final da distribuição, 3 policiais nada receberiam. O número de policiais dessa delegacia é:

A) 14.

B) 15.

C) 16.

D) 17.

E) 18.

19. (FGV/PREF. DE SALVADOR/2019) As amigas Flávia, Gilda e Hilda, saíram para fazer um lanche. A primeira tinha 35 reais, a segunda 45 reais e a terceira, 64 reais. Como Hilda tinha mais dinheiro, ela deu a cada uma das amigas alguma quantia de forma que ficassem, as três, com quantias iguais. É correto concluir que

A) Flávia ganhou mais 10 reais do que Gilda.

B) Hilda ficou com menos 14 reais.

C) Flávia ganhou 12 reais.

D) Hilda perdeu a terça parte do que tinha.

E) Gilda ganhou 4 reais.

20. (FGV/PREF. NITEROI/2018) Em uma gaveta A existem 43 processos e em uma gaveta B existem 27 processos. Para que as duas gavetas fiquem com o mesmo número de processos, devemos passar da gaveta A para a gaveta B:

A) 18 processos;

B) 16 processos;

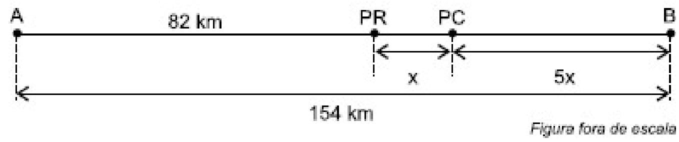
C) 12 processos;

D) 8 processos;

E) 6 processos.

VUNESP

21. (VUNESP/PREF. OSASCO/2022) A distância entre as cidades A e B é 154 km. Entre elas, há um posto da polícia rodoviária (PR) e um posto de combustíveis (PC), conforme mostra a figura.



Sabendo que a distância entre o posto de combustíveis e a cidade B é 5 vezes a distância entre o posto da polícia rodoviária e o posto de combustíveis, então a distância entre o posto de combustíveis e a cidade B é igual a

A) 12 km.
B) 24 km.
C) 36 km.
D) 48 km.
E) 60 km.

22. (VUNESP/PM-SP/2022) De um valor total disponível em reais, a quarta parte foi destinada para o pagamento de um compromisso A; com a metade do que não foi utilizado para o compromisso A, pagou-se um compromisso B; e o restante, R$ 187,50, foi depositado em um investimento. A diferença entre o que foi investido e o que foi destinado para o pagamento do compromisso A é de:

A) R$ 18,00.
B) R$ 62,50.
C) R$ 36,00.
D) R$ 54,50.
E) R$ 0,00.

23. (VUNESP/ALESP/2022) Meu irmão, que é 5 anos mais velho do que eu, falou que daqui a 3 anos a idade do nosso pai será o triplo das nossas duas idades somadas. Meu pai tinha 65 anos quando eu nasci. Daqui a 3 anos, quando isso acontecer, a minha idade somada com a idade do meu irmão será menor que a idade do nosso pai em um número de anos igual a

A) 56.
B) 52.
C) 50.
D) 46.
E) 58.

24. (VUNESP/ALESP/2022) Carlos, Luciana e Jonas fizeram um total de 58 horas extras. Carlos fez uma hora extra a mais que a metade das que Luciana tinha feito. Jonas fez 4 horas extras a mais do que Carlos. O total das horas extras de Carlos e Jonas supera o número feito por Luciana em

A) 7.
B) 6.
C) 4.
D) 5.
E) 3.

25. (VUNESP/TJ-SP/2018) No posto Alfa, o custo, para o consumidor, de um litro de gasolina é R$ 3,90, e o de um litro de etanol é R$ 2,70. Se o custo de um litro de uma mistura de quantidades determinadas

desses dois combustíveis é igual a R$ 3,06, então o número de litros de gasolina necessários para compor 40 litros dessa mistura é igual a

A) 28.
B) 20.
C) 16.
D) 24.
E) 12.

Outras Bancas

26. (AOCP/CM BAURU/2022) A soma das idades de dois servidores da câmara é 63 anos. Sabendo que a razão entre as idades é 2/7, qual é a diferença entre as idades desses dois servidores?

A) 25 anos.
B) 30 anos.
C) 49 anos.
D) 42 anos.
E) 35 anos.

27. (AVANÇASP/PREF. LOUVEIRA/2022) A soma do sucessor de um número n com o sucessor de 64 é igual a 318. Então, podemos afirmar que o antecessor de n é igual a:

A) 63
B) 65
C) 251
D) 252
E) 253

28. (IBADE/CRM AC/2022) Maria é 5 anos mais velha que seu irmão João e tem um primo que tem o dobro da sua idade. Se a soma das idades dos três é igual a 55, qual é a idade de Pedro?

A) Pedro tem 10 anos.
B) Pedro tem 25 anos.
C) Pedro tem 30 anos.
D) Pedro tem 40 anos.
E) Pedro tem 20 anos.

29. (FUNDATEC/IPE SAÚDE/2022) Para comprar um celular, Marcos precisa de R$ 580,00 a mais do que tem. Se ele tivesse o dobro da quantia que possui, ele compraria o celular e ainda ficaria com R$120,00. Com base nesses dados, podemos afirmar que:

A) Marcos tem R$ 500,00.
B) Marcos tem R$ 1.280,00.
C) O celular que Marcos pretende comprar custa R$1.280,00.
D) O celular que Marcos pretende comprar custa R$ 700,00.
E) O celular custa R$1.200,00, e Marcos tem R$ 500,00.

30. (IDECAN/IBGE/2022) Um professor de Matemática experiente participa da elaboração de provas de uma banca de concursos públicos e cobra R$ 60,00 pela participação acrescido de R$ 50,00 por questão elaborada. Já um professor de Matemática recém egresso de sua licenciatura, pede o valor de R$ 100,00 para participar da banca e por elaboração de cada questão, R$ 30,00. Quantas questões os dois professores devem realizar para que a banca elaboradora do concurso pague o mesmo valor para ambos?

A) 1.

B) 2.

C) 3.

D) 4.

E) 5.

Gabarito

1. LETRA D
2. LETRA D
3. ERRADO
4. LETRA D
5. ERRADO
6. LETRA D
7. LETRA D
8. LETRA C
9. LETRA B
10. LETRA C
11. LETRA A
12. LETRA A
13. LETRA D
14. LETRA B
15. LETRA D
16. LETRA A
17. LETRA B
18. LETRA A
19. LETRA A
20. LETRA D
21. LETRA E
22. LETRA B
23. LETRA C
24. LETRA B
25. LETRA E
26. LETRA E
27. LETRA C
28. LETRA C
29. LETRA C
30. LETRA B

LISTA DE QUESTÕES

Equação de Segundo Grau

CEBRASPE

1. (CESPE/TELEBRAS/2022) Quanto a equações e inequações de 1º e 2º graus, julgue o próximo item.

Se $x_1 = -1$ e $x_2 = -3$ são as raízes da equação de 2º grau $x^2 + ax + b = 0$, então não existem raízes reais para a equação $-ax^2 + bx + 1 = 0$.

2. (CESPE/TJ-PR/2019) Uma instituição alugou um salão para realizar um seminário com vagas para 100 pessoas. No ato de inscrição, cada participante pagou R$ 80 e se comprometeu a pagar mais R$ 4 por cada vaga não preenchida. Nessa situação hipotética, a maior arrecadação da instituição ocorrerá se a quantidade de inscrições for igual a

A) 95.
B) 90.
C) 84.
D) 60.
E) 60.

3. (CESPE/MCT/2012) Uma creperia vende, em média, 500 crepes por semana, a R$ 20,00 a unidade. O proprietário estima que, para cada real de aumento no preço unitário de venda dos crepes, haverá redução de dez unidades na média semanal de vendas. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

Caso o proprietário aumente em x reais o preço unitário de venda dos crepes, então o faturamento médio semanal será de $10.000 + 500x - 10x^2$ reais.

4. (CESPE/SEDUC-AM/2011) Julgue o item seguinte, acerca de equações e inequações.

Se k é um número real diferente de 2, então a equação $(K-2)x^2 - 3Kx + 1 = 0$ sempre terá raízes reais distintas.

5. (CESPE/SEDUC-AM/2011) Julgue o item seguinte, acerca de equações e inequações.

Suponha que A, B e C sejam constantes reais e que $x_1 = -2$ e $x_2 = 3$ sejam as raízes da equação $Ax^2 + Bx + C = 0$. caso, é correto afirmar que $x_1 = -5 \; e \; x_2 = 0$ são as raízes da equação $A(x+3)^2 + B(x+3) + C = 0$.

6. (CESPE/PETROBRÁS/2008) Se x é um número real, positivo, e $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$, então

A) $x^2 + x - 6 = 0$
B) $x^2 + x + 6 = 0$
C) $x^2 - 5x + 6 = 0$
D) $x^2 - x + 6 = 0$

E) $x^2 + 5x - 6 = 0$

7. (CESPE/HEMOBRÁS/2008) O custo para a produção mensal de x milhares de unidades de certo produto é de $x^2 + 2x$ reais. O preço de venda de x milhares desse produto é de $4x + 24$ reais. Nessas condições, julgue os itens a seguir.

O lucro máximo da empresa será obtido com a produção e venda de 1.000 unidades do produto.

8. (CESPE/BB/2007) Um grupo de amigos fez, em conjunto, um jogo em determinada loteria, tendo sido premiado com a importância de R$ 2.800.000,00 que deveria ser dividida igualmente entre todos eles. No momento da partilha, constatou-se que 3 deles não haviam pago a parcela correspondente ao jogo, e, dessa forma, não faziam jus ao quinhão do prêmio. Com a retirada dos 3 amigos que não pagaram o jogo, coube a cada um dos restantes mais R$ 120.000,00. Considerando a situação hipotética apresentada, julgue o item que se segue.

A quantidade de elementos do grupo de amigos que fizeram jus ao prêmio é superior a 11.

9. (CESPE/PM-ES/2007) Julgue o item que se segue, a respeito de equações algébricas, equações e funções polinomiais de 1º e de 2º graus, progressões aritméticas e geométricas.

A respeito da equação $x^2 + mx + m = 0$, em que m é um número real, todas as seguintes afirmações são verdadeiras.

I. se $m = 0$, então a equação tem uma única solução;
II. se $m = 4$, então a equação tem uma única solução;
III. se $0 < m < 4$, então a equação não tem nenhuma solução real;
IV. para cada valor de m tal que $m < 0$ ou $m > 4$, a equação tem duas soluções reais.

10. (CESPE/SEFAZ-RS/2019) A soma das soluções reais da equação $\frac{2x^2-20x}{x^2-6x} = 2x$, em que $x \neq 0$ é igual a
A) -7.
B) 2.
C) 5.
D) 7.
E) 10.

11. (CESPE/PREF. SÃO LUÍS/2017) Se X_1 e X_2, em que $X_1 < X_2$, são as raízes positivas da equação $x^2 - 164x + 6400 = 0$, então a diferença $X_2 - X_1$ é igual a:
A) 2.
B) 1.
C) 36.
D) 18.
E) 4.

CESGRANRIO

12. (Cesgranrio/Ptbrs/2017) Quantos valores reais de x fazem com que a expressão $(x^2 - 5x + 5)^{x^2+4x-60}$ assuma valor numérico igual a 1?

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

13. (Cesgranrio/TRANSPETRO/2012) João gastou R$ 154,00 em barras de chocolate, todas de igual valor. O vendedor, satisfeito com a venda, deu-lhe de brinde 3 barras do mesmo chocolate. João fez as contas e verificou que cada barra de chocolate comprada por ele ficou R$ 3,00 mais barata. O número de barras compradas por ele foi

A) 9
B) 10
C) 11
D) 12
E) 13

14. (Cesgranrio/Petrobras/2010) Na tabela abaixo têm-se duas equações quadráticas de incógnitas x, E_1 e E_2.

E_1	$x^2 + 2x - 15 = 0$
E_2	$x^2 - bx + 12 = 0$

Se a maior raiz de E_1 é igual à menor raiz de E_2, a maior raiz de E_2 é

A) 4
B) 5
C) 6
D) 7
E) 8

15. (Cesgranrio/Petrobras/2009) Para que a equação do 2º grau $2x^2 - 12x + k = 0$ tenha duas raízes reais iguais, o valor de k deve ser

A) 0
B) 9
C) 18
D) 24
E) 36

16. (Cesgranrio/BNDES/2004) Para arrecadar R$ 240,00 a fim de comprar um presente para um colega que se aposentava, os funcionários de uma empresa fizeram um rateio. No dia do pagamento, 5 funcionários resolveram não participar, o que aumentou a quota de cada um dos demais em R$ 8,00. Quantos funcionários efetivamente participaram do rateio?

A) 8
B) 9
C) 10
D) 12
E) 15

FCC

17. (FCC/TRF-4/2019) Um comerciante compra uma caixa de latas de azeites estrangeiros por R$ 1.000,00. Retira 5 latas da caixa e a vende pelo mesmo preço, R$ 1.000,00. Desse modo o preço de cada dúzia de latas do azeite aumenta em R$ 120,00 em relação ao preço que ele pagou. O aumento, em porcentagem, do preço da lata foi de
A) 20
B) 25
C) 30
D) 35
E) 40

18. (FCC/SABESP/2019) Definem-se Números Amigos Quadráticos como sendo dois números tais que a soma dos algarismos do quadrado de um deles é igual ao outro e vice-versa. Considerando-se a maior solução da equação $2x^2 - 25x - 13 = 0$, seu número amigo quadrático será
A) 16
B) 15
C) 13
D) 17
E) 19

19. (FCC/PREF. CAMPINAS/2016) Uma campanha de arrecadação de donativos conseguiu R$ 12.000,00, que seriam destinados a atender certo número de entidades sociais, cada uma recebendo a mesma quantia. Na hora de repartir os donativos por entidade, verificou-se que três delas não atendiam às normas exigidas. A eliminação dessas três entidades implicou em acréscimo no valor de R$ 900,00 para cada entidade que efetivamente recebeu a doação. De acordo com os dados, a soma dos algarismos do número que representa, em reais, o valor que cada entidade efetivamente recebeu de doação é igual a
A) 4.
B) 6.
C) 8.
D) 10.
E) 12.

20. (FCC/SPPREV/2012) Hoje a idade de um pai é igual ao quadrado da idade do filho, acrescido de 4 anos. A soma de suas idades atuais é 60 anos. Nessas condições, é correto afirmar que a idade do pai quando seu filho nasceu era
A) 40 anos.
B) 46 anos.

C) 48 anos.
D) 49 anos.
E) 53 anos.

21. (FCC/TRT-4/2011) Um lote de x microcomputadores, todos de um mesmo tipo, foi comprado por R$ 18 000,00. Sabe-se que, se a compra tivesse sido feita em outra loja, com a mesma quantia, poderiam ser comprados 9 micros a mais. Considerando que, nas duas lojas, a diferença entre os preços unitários dos micros é de R$ 450,00, é correto afirmar que
A) cada microcomputador custou R$ 1 200,00.
B) na segunda loja, cada microcomputador sairia por R$ 900,00.
C) x > 20.
D) x < 12.
E) x + 9 = 20.

FGV

22. (FGV/ALE-RO/2018) As equações $x^2 - 4x + 3 = 0$ e $x^2 + x + m = 0$ tem uma raiz em comum. A soma dos possíveis valores de m é:
A) 4.
B) -4.
C) -7.
D) -12.
E) -14.

23. (FGV/CODESP-SP/2010) A soma das raízes da equação $(2x + 7)(x - 8) = 0$ é
A) -15.
B) -1.
C) 4,5.
D) 2.
E) 7,5.

24. (FGV/PREF. DE OSASCO/2014) Há dois valores de x que satisfazem a equação do segundo grau $5x^2 - 26x + 5 = 0$. Sobre esses valores, é verdadeiro afirmar que:
A) sua soma é 26 e seu produto é 5;
B) sua soma é 5 e seu produto é 26;
C) sua soma é um número inteiro;
D) seu produto é um número racional, porém não inteiro;
E) seu produto é 1.

VUNESP

25. (VUNESP/PREF. JUNDIAÍ/2022) À soma de um número racional n com seu inverso multiplicativo 1/n resulta em 2,9. Então, descobrindo os dois n valores possíveis para n, verifica-se que o maior supera o menor em

A) 2,5.
B) 244.
C) 2,3.
D) 2,2.
E) 2,1.

26. (VUNESP/UFABC/2019) Considere a equação do segundo grau $3x^2 - 4x + q = 0$, na qual q representa um número inteiro. Sabendo-se que -3 é uma das raízes dessa equação, então o produto das duas raízes dessa equação é igual a
A) -6.
B) -13.
C) 0.
D) 7.
E) 12.

27. (VUNESP/UNICAMP/2019) A equação $x^2 + 10x + 16 = 0$ tem duas raízes. Subtraindo-se a menor da maior, obtém-se o valor
A) 6.
B) 4.
C) 2.
D) -4.
E) -6.

28. (VUNESP/PREF. OLÍMPIA/2019) Considere a equação $x^2 + 8x + 12 = 0$ de raízes x_1 e x_2. Se x_1 é a raiz de menor valor, e x_2 a de maior valor, então a expressão $\frac{x_2 - x_1}{2}$ é igual a
A) -2.
B) -1.
C) 1.
D) 2.
E) 4.

29. (VUNESP/PREF. VALINHOS/2019) Para realizar uma excursão, um grupo de 72 pessoas alugou alguns micro-ônibus, de modo que cada um deles transportará o mesmo número de pessoas. Sabendo que o número de pessoas por micro-ônibus é 8 vezes o número de micro-ônibus, então, o número de pessoas por micro-ônibus será
A) 16.
B) 20.
C) 24.
D) 28.
E) 32.

30. (VUNESP/PREF. SJC/2019) No conjunto dos números reais, a equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, tem:
A) somente uma raiz se $b^2 - 4ac = 0$
B) duas raízes iguais se $b^2 - 4ac = 0$

C) somente uma raiz se $b^2 - 4ac > 0$
D) duas raízes distintas se $b^2 - 4ac < 0$
E) somente uma raiz se $b^2 - 4ac < 0$

31. (VUNESP/PREF. SERRANA/2019) Especialistas em segurança no trânsito apontam que a distância mínima D, em metros, necessária para que dois motoristas de habilidade média, conduzindo veículos que percorram, em sentidos opostos, uma mesma faixa de tráfego, possam evitar o choque frontal, recorrendo aos freios, pode ser obtida, de modo simplificado, pelo seguinte cálculo:

$$\boldsymbol{D = 2 \cdot (0,5V + 0,01V^2)}$$

Na expressão indicada, V corresponde à velocidade máxima permitida, em km/h, que cada um dos veículos pode manter, no referido trecho, com V positivo. A distância mínima de 300 m, necessária para evitar o choque frontal, está associada a uma velocidade V igual a
A) 60 km/h.
B) 80 km/h.
C) 100 km/h.
D) 120 km/h.
E) 150 km/h.

32. (VUNESP/PREF. SJC/2018) Alguns aniversariantes comemoraram juntos seus aniversários e convidaram 15 amigos para uma festa. Cada convidado trouxe um presente para cada aniversariante. Cada aniversariante também trouxe um presente para cada outro aniversariante, mas não para si próprio. Se, no total, foram oferecidos 351 presentes, o número de aniversariantes era um número divisor de
A) 20.
B) 22.
C) 24.
D) 26.
E) 28.

Outras Bancas

33. (FUNDATEC/PREF. FLORES DA CUNHA/2022) Considerando $x = 2$ como uma das raízes reais da seguinte equação do 2º grau $3x^2 - 4x + k = 0$, o valor de $(k - 1)^2$ corresponde a:
A) 3.
B) 5.
C) 9.
D) 10.
E) 25.

34. (CETREDE/PREF. FRECHEIRINHA/2022) Na equação $x^2 - ax - 20a^2 = 0$, com $a > 0$, os valores de x são
A) a e -2^a.
B) $-4a$ e $5a$.

C) -2 e $2a^2$.
D) -4 e 5.
E) $5a^2$ e -3.

35. (UNIFIL/PREF. CAMBÉ/2021) Considere a equação quadrática $x^2 + 4x - 21 = 0$. Assinale a alternativa que apresenta a soma das raízes dessa equação.
A) -10
B) -4
C) 0
D) 4
E) 10

36. (FADESP/CM MARABÁ/2021) A equação $x^2 - 10mx + 25m^2 = 0$ tem
A) duas raízes iguais.
B) uma raiz igual ao dobro da outra.
C) uma raiz igual à metade da outra.
D) uma raiz igual ao triplo da outra.
E) uma raiz igual à terça parte da outra.

Gabarito

1. ERRADO
2. LETRA D
3. ERRADO
4. CERTO
5. CERTO
6. LETRA C
7. CERTO
8. ERRADO
9. CERTO
10. LETRA D
11. LETRA C
12. LETRA D
13. LETRA C
14. LETRA A
15. LETRA C
16. LETRA C
17. LETRA B
18. LETRA A
19. LETRA B
20. LETRA B
21. LETRA A
22. LETRA E
23. LETRA C
24. LETRA E
25. LETRA E
26. LETRA B
27. LETRA A
28. LETRA D
29. LETRA C
30. LETRA B
31. LETRA C
32. LETRA D
33. LETRA E
34. LETRA B
35. LETRA B
36. LETRA A

Lista de Questões

Inequação de Primeiro Grau

CEBRASPE

1. (CESPE/TELEBRAS/2022) Quanto a equações e inequações de 1º e 2º graus, julgue o próximo item.

Para o conjunto $C = \{x \in \mathbb{R} : \frac{4x+1}{3} - \frac{x}{2} \leq 4\}$, o maior número inteiro é 4.

2. (CESPE/BANESE/2021) No ano de 2019, em valores aproximados, os setores industrial, de agropecuária e de serviços geraram, juntos, uma receita bruta de 28 bilhões de reais para a economia do estado de Sergipe. Considerando que a receita bruta conjunta dos setores industrial e de agropecuária foi inferior a 11 bilhões de reais, e que a receita bruta conjunta dos setores de serviços e de agropecuária foi inferior a 20 bilhões de reais, julgue o item seguinte.

A receita bruta do setor de agropecuária foi superior a 3,1 bilhões de reais.

3. (CESPE/FUB/2018) A respeito de razões, proporções e inequações, julgue o item seguinte.

Se $\frac{x}{x-1} < 1$, então $x < 1$.

4. (CESPE/PGE-PA/2007) Uma mensagem é codificada por um número inteiro positivo x que satisfaz, simultaneamente, às inequações: $3x - 11 > 39$ e $35 - 2x > -1$. Nesse caso, é correto afirmar que

A) $1 \leq x < 6$
B) $7 \leq x < 12$
C) $13 \leq x < 18$
D) $19 \leq x < 24$

5. (CESPE/TRT-10/2004) Julgue o item seguinte.

As inequações $2x + 3 < 7$ e $6 - x > 2$ não têm solução real positiva.

6. (CESPE/TRT-6/2002) Julgue o item a seguir.

O número 6 pertence ao conjunto-solução da inequação $x + 1 + \frac{x-1}{2} \leq x + 3$.

FCC

7. (FCC/SEFAZ-BA/2019) Em uma negociação salarial, o sindicato representativo dos trabalhadores de uma empresa de alta tecnologia em manufatura de peças para computadores pediu 31,25 reais por hora de

trabalho mais uma taxa adicional por empreitada de 7,05 reais por unidade inteira fabricada em cada hora. A empresa por sua vez ofereceu 12,03 reais por hora trabalhada mais 12,03 reais por taxa de empreitada por unidade inteira produzida por hora. Na audiência de negociação, foram estabelecidas equações para o salário por hora de cada uma das propostas em termos de n, o número inteiro de peças produzidas por hora. O valor por hora trabalhada mais a taxa de empreitada que a empresa ofereceu só é maior que o valor solicitado pelo sindicato quando

A) n < 2.
B) n = 2.
C) n = 3.
D) n < 3.
E) n > 3.

8. (FCC/DPE-RS/2017) Foram f =780 processos que deram entrada no mês de fevereiro em uma repartição pública. No mês seguinte, março, deram entrada outros m = 624 processos. O número mínimo de processos que deverão entrar nessa repartição, no mês de abril (a), para que a razão entre (a) e (f) supere a razão entre (f) e (m) é igual a

A) 810
B) 989
C) 584
D) 976
E) 1012

9. (FCC/METRO-SP/2015) Um número natural é tal que a soma entre a quarta parte de seu triplo, a terça parte de seu dobro e sua metade é também um número natural menor que 25 e maior que 21. Sendo assim, é correto afirmar que esse número natural é

A) múltiplo de 5.
B) múltiplo de 6.
C) divisor de 22.
D) divisor de 8.
E) múltiplo de 48.

FGV

10. (FGV/PRE. SALVADOR/2019) Considere o sistema de inequações: $\begin{cases} 2x - 1 < x + 3 \\ x + 1 \leq 3x + 4 \end{cases}$

O número de soluções inteiras desse sistema é

A) 5.
B) 4.
C) 3.
D) 2.
E) 1.

11. (FGV/CAERN/2010) O conjunto de todas as soluções reais da inequação $2x + 1 < 3x + 2$ **é**

A) $]-\infty, -1[$.
B) $]-\infty,\ 1[$.
C) $]-1, +\infty[$.
D) $]1, +\infty[$.
E) $]-1, 1[$.

12. (FGV/IBGE/2016) Sobre os números inteiros w, x, y e z, sabe-se que

$$w > x > 2y > 3z\,.$$

Se $z = 2$, o valor mínimo de w é:
A) 6;
B) 7;
C) 8;
D) 9;
E) 10.

13. (FGV/SEFAZ-MS/2006) O número de soluções inteiras do sistema de inequações

$$\begin{cases} 2x + 3 < 4x + 6 \\ 3x - 1 \leq x + 7 \end{cases}$$

é:
A) 0.
B) 1.
C) 3.
D) 5.
E) infinito.

14. (FGV/SEFAZ-MS/2006) O número de soluções inteiras do sistema de inequações

$$\begin{cases} 3x + 1 < x + 4 \\ x + 2 > 5x - 6 \end{cases}$$

é:
A) 0
B) 1
C) 2
D) 4
E) infinito

VUNESP

15. (VUNESP/EsFCEx/2020) O conjunto solução da desigualdade $\frac{2x+4}{x-1} - 1 \geq 0$, no U = R, é determinado por dois intervalos reais. O menor número inteiro positivo e o maior número inteiro negativo que estão situados nesses intervalos são, correta e respectivamente,

A) 2 e -6.
B) 2 e -5
C) 1 e -6.
D) 2 e -4.
E) 3 e -6.

16. (VUNESP/PREF. SERTÃZINHO/2016) Dona Juliana produz docinhos para festas de aniversário. Uma cliente precisava de pelo menos 520 docinhos e queria que os docinhos fossem dispostos em um igual número de bandejas completas que coubessem, respectivamente, 12, 25 e 35 docinhos em cada uma. Dona Juliana preparou a menor quantidade de docinhos necessários para atender a cliente. Dessa maneira, a quantidade total de docinhos que estarão nas bandejas menores é igual a
A) 144.
B) 120.
C) 96.
D) 80.
E) 60.

Outras Bancas

17. (FADESP/CM MARABÁ/2021) A proprietária de uma confeitaria gasta R$ 300,00 para produzir uma certa quantidade de bolos, que serão vendidos, cada um, por R$ 15,00. O número mínimo de bolos que deverão ser vendidos, para que tenha, de lucro, um valor superior ao que foi gasto na produção é igual a:
A) 19.
B) 20.
C) 21.
D) 22.
E) 23.

18. (MÉTODO/PREF. NB D'OESTE/2021) Resolva a inequação em $\mathbb{R}$:

$$\frac{x-1}{x+1} \geq 3$$

A) $S = \{x \in \mathbb{R}: -3 \leq x < 3\}$
B) $S = \{x \in \mathbb{R}: -1 \leq x < 1\}$
C) $S = \{x \in \mathbb{R}: -2 \leq x < -1\}$
D) $S = \{x \in \mathbb{R}: -2 \leq x \leq 0\}$

19. (SELECON/SEDUC-MT/2021) Na inequação $7x - 5 \geq 4 + 9x$, o maior valor inteiro que x pode assumir corresponde a:
A) -6
B) -5
C) -4
D) 4

Gabarito

1. CERTO
2. ERRADO
3. CERTO
4. LETRA C
5. ERRADO
6. ERRADO
7. LETRA E
8. LETRA D
9. LETRA B
10. LETRA A
11. LETRA C
12. LETRA E
13. LETRA D
14. LETRA E
15. LETRA B
16. LETRA C
17. LETRA C
18. LETRA C
19. LETRA B

LISTA DE QUESTÕES

Inequação de Segundo Grau

CEBRASPE

1. (CESPE/TJ-PA/2020) A quantidade de tentativas mensais de invasão virtual a uma rede de computadores vem sendo registrada durante certo tempo e, no último mês, essa quantidade foi igual ao maior valor de x que satisfaz a desigualdade $-x^2 + 70x - 600 \geq 0$. Nessa situação hipotética, a quantidade de tentativas de invasão virtual registradas no último mês foi igual a

A) 10.
B) 35.
C) 60.
D) 625.
E) 2500.

2. (CESPE/MDIC/2014) Lúcio, Breno, Cláudia e Denise abriram a loja virtual Lik, para a qual, no ato de abertura, Lúcio contribuiu com R$ 10.000,00; Breno, com R$ 15.000,00; Cláudia, com R$ 12.000,00; e Denise, com R$ 13.000,00. Os lucros obtidos por essa loja serão distribuídos de forma diretamente proporcional à participação financeira de cada um dos sócios no ato de abertura da loja. A partir dessas informações, julgue o item a seguir.

Se, diariamente, o valor em reais das vendas da loja Lik for sempre a solução da inequação $x^2 - 700x + 120.000 \leq 0$, então o valor diário das vendas poderá ultrapassar R$ 500,00.

3. (CESPE/BASA/2012) Carlos, Eduardo e Fátima se associaram para abrir uma pequena empresa. Para a abertura desse empreendimento, Carlos entrou com R$ 32.000,00, Eduardo, com R$ 28.000,00 e Fátima, com R$ 20.000,00. Após cinco anos de atividade, eles venderam a empresa por R$ 416.000,00 e dividiram esse valor pelos três sócios, de forma diretamente proporcional à quantia que cada um investiu na abertura do empreendimento. Considerando essa situação, julgue o próximo item.

Se P = L/5.000, em que L é o lucro obtido na venda da empresa, então P será um valor do intervalo solução da inequação $x^2 - 130x + 4.200 < 0$.

4. (CESPE/TCE-RS/2013) A respeito do controle e manutenção dos 48 veículos de um órgão público, julgue o item seguinte.

Considere que o registro histórico mostre que a quantidade x de veículos que passam por manutenção do motor, a cada mês, é tal que $x^2 - 10x + 16 \leq 0$. Então menos de 9 dos veículos desse órgão requerem, a cada mês, manutenção de seus motores.

CESGRANRIO

5. (Cesgranrio/BASA/2018) No conjunto dos números reais, considere as seguintes duas inequações:

Inequação 1: $5x - 7 > x^2 - x + 1$
Inequação 2: $x + 6 > -x + 10$

Um número real x, que é solução da inequação 2, também será solução da inequação 1, se, e somente se, for solução da inequação

A) $-x < -4$
B) $4x - 16 < 0$
C) $x^2 - 16 > 0$
D) $x + 1 > x + 9$
E) $\frac{1}{x} < \frac{1}{4}$

6. (Cesgranrio/BB/2010) A proposição funcional "Para todo e qualquer valor de n, tem-se $6n < n^2 + 8$" será verdadeira, se n for um número real

A) menor que 8.
B) menor que 4.
C) menor que 2.
D) maior que 2.
E) maior que 3.

7. (Cesgranrio/BNDES/2009) O conjunto-solução da inequação $9 - x^2 > 0$ é

A) $-3 > x > 3$
B) $-3 < x < 3$
C) $x \leq 3$
D) $x < 3$
E) $x > 3$

8. (Cesgranrio/Petrobras/2012) Seja $f: A \to R$ uma função dada por $f(x) = \sqrt{16 - (x-3)^2}$ onde A é o domínio tal que qualquer outro domínio possível para f seja um subconjunto de A. Se pudermos escrever A pela notação $[a, b]$, então o valor de b – a será

A) -8
B) -4
C) -2
D) 6
E) 8

VUNESP

9. (VUNESP/PREF. DC/2019) Resolvendo-se corretamente a inequação $\frac{x(2,5x-20)}{3} \geq \frac{x(3,5+80)}{3}$, tem-se como resultado

A) $x \geq -100$, apenas.
B) $x \leq -100$, apenas.
C) $x \geq 0$, apenas.
D) $-100 \leq x \leq 0$.
E) $x \leq 100$ ou $x \geq 0$.

10. (VUNESP/PREF. RP/2019) A solução para a inequação $\frac{x^2+4}{-2} \geq 2x$, no campo do conjunto dos números reais, é:
A) $x \leq 2$
B) $x \leq -2$
C) $x \geq -2$
D) $x = -2$
E) $x = 2$

Outras Bancas

11. (AOCP/CM BAURU/2022) Quantos números naturais satisfazem a inequação $-x^2 - 4x + 5 > 0$?
A) Nenhum.
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

12. (AOCP/PREF. BETIM/2020) Considere x um número real, sendo S1 o conjunto solução da inequação $x^2 - x - 6 < 0$ e S_2 o conjunto solução da inequação $x^2 - 3x - 4 > 0$. A intersecção de S_1 com S_2 resultará em um conjunto S_3, tal que
A) $S_3 = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x < -1\}$
B) $S_3 = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 3\}$
C) $S_3 = \{x \in \mathbb{R} : 3 < x < 4\}$
D) $S_3 = \{x \in \mathbb{R} : -3 < x < -2\}$
E) $S_3 = \{x \in \mathbb{R} : 1 < x < 3\}$

13. (IDIB/PREF. JAGUARIBE/2020) Seja a inequação do segundo grau dada por $x^2 - 2x + p > 0$, e seja $p \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa que representa corretamente o valor de p para a inequação ser verdadeira para todo x.
A) $p = 1$
B) $p > 1$
C) $p < 1$
D) $p = 0$

GABARITO

1. LETRA C
2. ERRADO
3. CERTO
4. CERTO
5. LETRA B
6. LETRA C
7. LETRA B
8. LETRA E
9. LETRA D
10. LETRA D
11. LETRA A
12. LETRA B
13. LETRA A

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.