Aula 10

PRF (Policial) Raciocínio Lógico Matemático - 2023 (Pré-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

14 de Março de 2023

Índice

MÚLTIPLOS E DIVISORES

Múltiplos e divisores

Múltiplos e divisores de um número

—Um número inteiro **A é múltiplo de um número inteiro B** quando **A pode ser descrito por B** × **k**, sendo **k** um número inteiro.
Exemplo: os números da forma **A** = **7**×**k** são múltiplos **de 7** (sendo **k** inteiro).

Se **B divide A** deixando resto zero, então:
- **B é divisor** de A;
- **A é divisível** por B.

— Se **B** é **divisor** de **A**, então **A** é um **múltiplo** de **B**.
— Se **A** é um **múltiplo** de **B**, então **B** é **divisor** de **A**.

Regras de divisibilidade

—**Divisibilidade por 2**: um número é divisível por 2 quando for par, isto é, quando terminar em 0, 2, 4, 6 ou 8.
—**Divisibilidade por 3**: um número é divisível por 3 quando a soma de seus algarismos for divisível por 3.
—**Divisibilidade por 4**: um número é divisível por 4 quando os dois últimos algarismos do número forem divisíveis por 4. Essa regra inclui o caso em que o número termina em 00.
—**Divisibilidade por 5**: um número é divisível por 5 quando terminar em 0 ou 5.
—**Divisibilidade por 6**: um número é divisível por 6 quando for divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo.
—**Divisibilidade por 8**: um número é divisível por 8 quando os três últimos algarismos do número forem divisíveis por 8. Essa regra inclui o caso em que o número termina em 000.
—**Divisibilidade por 9**: um número é divisível por 9 quando a soma de seus algarismos for divisível por 9.
—**Divisibilidade por 10**: um número é divisível por 10 quando termina em 0.
—**Divisibilidade por 11**: um número é divisível por 11 se a soma dos algarismos de ordem par (p) menos a soma dos algarismos de ordem ímpar (i) é um número divisível por 11. Essa regra inclui o caso particular em que $p - i = 0$, pois 0 é divisível por 11.
—**Divisibilidade por 12**: um número é divisível por 12 quando for divisível por 3 e por 4 ao mesmo tempo.
—**Divisibilidade por 15**: um número é divisível por 15 quando for divisível por 3 e por 5 ao mesmo tempo.

Números primos

- **Números primos** são números naturais maiores do que 1 que possuem **somente dois divisores** naturais: o número 1 e o próprio número primo.
- Os 15 primeiros números primos são: **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47.**

Para **determinar se um número N é primo**, devemos dividi-lo sucessivamente pelos números primos 2, 3, 5, 7, 11, 13, ..., e verificar se algum primo é divisor de **N**.
— Se **algum primo for divisor** de **N**, então **N não é primo**;
— Se, ao realizar a divisão sucessiva, **obtivermos um quociente menor do que o primo pelo qual estamos dividindo N**, então **N é primo**.

Para **decompor um número em fatores primos**, devemos dividir o número em questão sucessivas vezes pelos números primos na sequência 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, etc., mudando de número primo sempre que o número obtido não for divisível pelo primo selecionado.

$$\begin{array}{r|l} 500 & 2 \\ 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$500 = 2^2 \times 5^3$$

Obtenção dos divisores naturais de um número

- **O número 1 é sempre um divisor** de qualquer número e é por ele que devemos começar o método;
- Os divisores são obtidos pela **multiplicação de um fator primo por todos os divisores anteriores**;
- **Não se deve escrever mais de uma vez um divisor já obtido**, pois não é necessário.

$$\begin{array}{r|c|l} & & \text{Divisores} \\ & & 1 \\ 500 & 2 & 2 \\ 250 & 2 & 4 \\ 125 & 5 & 5,\ 10,\ 20 \\ 25 & 5 & 25,\ 50,\ 100 \\ 5 & 5 & 125,\ 250,\ 500 \\ 1 & & \end{array}$$

Quantidade de divisores naturais de um número

Para saber a quantidade de divisores naturais de um número qualquer, basta decompor o número em fatores primos e, em seguida:

- Obter todos os expoentes dos fatores primos;
- Somar 1 a cada um desses expoentes e realizar o produto dos números obtidos.

Se um número apresenta uma quantidade $\boldsymbol{p}$ de divisores naturais, com $\boldsymbol{p}$ primo, então esse número é da forma $\boldsymbol{q^{p-1}}$, sendo $\boldsymbol{q}$ também um número primo.

Divisores inteiros de um número

A quantidade de divisores inteiros é sempre o dobro do número de divisores naturais

Múltiplos e divisores de um número

Pessoal, nesse momento precisamos desenvolver alguns conceitos que por vezes geram dúvidas no concurseiro.

Múltiplos de um número

Considere o número 7. Os **múltiplos do número 7** são:

$$\mathbf{7} \times 0 = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{7} \times 1 = \mathbf{7}$$

$$\mathbf{7} \times 2 = \mathbf{14}$$

$$\mathbf{7} \times 3 = \mathbf{21}$$

...

Perceba que um número qualquer apresenta infinitos múltiplos. O número 462, por exemplo, é múltiplo de 7, pois:

$$\mathbf{7} \times 66 = 462$$

Note que todos os números da forma **A** = **7** **×** **k** são múltiplos **de 7** (sendo **k** um número inteiro).

TOME NOTA!

Um número inteiro **A é múltiplo de um número inteiro B** quando **A pode ser descrito pelo produto B × k**, sendo **k** um número inteiro.

(SSP AM/2022) Considere uma operação entre números inteiros maiores do que zero, representada pelo símbolo & e definida como:

$$a\&b = 3a + b, \text{ sendo } a \text{ e } b \text{ números inteiros positivos.}$$

Considere também o conjunto C cujos elementos são os números inteiros x, maiores do que zero, tais que $x\&2$ seja múltiplo de 4 e menor do que 40.

O número de elementos do conjunto C é igual a

a) 1.

b) 2.

c) 3.

d) 4.

e) 5.

Comentários:

Conforme a definição do enunciado, temos:

$$x\&2 = 3x + 2$$

C é o conjunto dos **inteiros x** maiores do que zero tais que $\mathbf{3x + 2}$ seja **múltiplo de 4** e **menor do que 40**.

Para verificar os números **inteiros x** maiores do que zero tais que $\mathbf{3x + 2}$ seja **múltiplo de 4** e **menor do que 40**, vamos **igualar $3x + 2$ a todos os múltiplos de 4 maiores do que zero e menores do que 40**:

4, **8**, **12**, **16**, **20**, **24**, **28**, **32** e **36**.

Se nessa igualdade obtivermos um número x inteiro, então esse número pertence ao conjunto C.

$$\mathbf{3x + 2} = \mathbf{4}$$

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

→ Não é inteiro → Não pertence ao conjunto C

$$\mathbf{3x + 2} = \mathbf{8}$$

$$3x = 6$$

$$\boldsymbol{x = 3}$$

→ **É inteiro** → **Pertence ao conjunto C**

$$\mathbf{3x + 2} = \mathbf{12}$$

$$3x = 10$$

$$x = \frac{10}{3}$$

→ Não é inteiro → Não pertence ao conjunto C

$$\mathbf{3x + 2} = \mathbf{16}$$

$$3x = 14$$

$$x = \frac{14}{3}$$

→ Não é inteiro → Não pertence ao conjunto C

$$\mathbf{3x + 2} = \mathbf{20}$$

$$3x = 18$$

$$\boldsymbol{x = 6}$$

→ **É inteiro** → **Pertence ao conjunto C**

$$\mathbf{3x + 2 = 24}$$

$$3x = 22$$

$$x = \frac{22}{3}$$

$\rightarrow$ Não é inteiro $\rightarrow$ Não pertence ao conjunto C

$$\mathbf{3x + 2 = 28}$$

$$3x = 26$$

$$x = \frac{26}{3}$$

$\rightarrow$ Não é inteiro $\rightarrow$ Não pertence ao conjunto C

$$\mathbf{3x + 2 = 32}$$

$$3x = 30$$

$$\mathbf{x = 10}$$

$\rightarrow$ **É inteiro** $\rightarrow$ **Pertence ao conjunto C**

$$\mathbf{3x + 2 = 36}$$

$$3x = 34$$

$$x = \frac{34}{3}$$

$\rightarrow$ Não é inteiro $\rightarrow$ Não pertence ao conjunto C

Portanto, o conjunto C apresenta **3 elementos**: **3**, **6** e **10**.

Gabarito: Letra C.

Divisores de um número

O que significa dizer que um número é divisor de outro?

TOME NOTA!

Um **número natural** **B é divisor de** **um número natural A** quando o **resultado da divisão** **de A** **por B** **deixar** **resto zero**.

Exemplos:

- **10 é divisor de** 50, pois o **resultado da divisão** de 50 **por 10** deixa **resto zero**;
- **33 é divisor de** 99, pois o **resultado da divisão** de 99 **por 33** deixa **resto zero**;
- **67 é divisor de** 469, pois o **resultado da divisão** de 469 **por 67** deixa **resto zero**.

Agora que entendemos o que significa dizer que um número é **divisor** de outro, devemos compreender a expressão "**divisível por**".

Basicamente, você deve saber que a expressão "**A é divisível por B**" é uma outra forma de dizer que "**B é divisor de A**". Exemplos:

- 50 é **divisível por** 10, pois 10 é **divisor de** 50;
- 99 é **divisível por** 33, pois 33 é **divisor de** 99;
- 469 é **divisível por** 67, pois 67 é **divisor de** 469;

Se **B divide A** deixando resto zero, então:

- **B é divisor** de A;
- **A é divisível** por B.

Relação entre múltiplo e divisor

Os conceitos de divisores e múltiplos estão intimamente relacionados.

Observe que se **B** é **divisor** de **A**, então **A** é um **múltiplo** de **B**. Veja:

- 10 é divisor de 50 (a divisão deixa quociente 5 e resto 0).
  Logo, é verdade que 50 é múltiplo de 10 (de fato, pois $10 \times 5 = 50$).

- 33 é divisor de 99 (a divisão deixa quociente 3 e resto 0).
  Logo, é verdade que 99 é múltiplo de 33 (de fato, pois $33 \times 3 = 99$).

- 67 é divisor de 469 (a divisão deixa quociente 7 e resto 0).
  Logo, é verdade que 469 é múltiplo de 67 (de fato, pois $67 \times 7 = 469$).

Observe também que se **A** é **múltiplo** de **B**, então **B** é **divisor** de **A**. Veja:

- 70 é múltiplo de 7 (pois 7×10 = 70).
  Logo, é verdade que 7 é divisor de 70 (de fato, pois a divisão deixa quociente 10 e resto 0).

- 168 é múltiplo de 3 (pois 3×56 = 168).
  Logo, é verdade que 3 é divisor de 168 (de fato, pois a divisão deixa quociente 56 e resto 0).

- 480 é múltiplo de 5 (pois 5×96 = 480).
  Logo, é verdade que 5 é divisor de 480 (de fato, pois a divisão deixa quociente 96 e resto 0).

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

Se **B** é **divisor** de **A**, então **A** é um **múltiplo** de **B**.

Se **A** é um **múltiplo** de **B**, então **B** é **divisor** de **A**.

(TRT 15/2009) Certo dia, Eurídice falou a Josué:

– Hoje é uma data curiosa, pois é dia de nosso aniversário, sua idade se escreve ao contrário da minha e, além disso, a diferença entre as nossas idades é igual ao nosso tempo de serviço no Tribunal Regional do Trabalho: 18 anos.

Considerando que Josué tem mais de 20 anos, Eurídice tem menos de 70 anos e é mais velha do que Josué, então, com certeza, a soma de suas idades, em anos, é um número

a) maior que 100.

b) quadrado perfeito.

c) múltiplo de 11.

d) divisível por 9.

e) menor que 100.

Comentários:

Essa questão é bastante interessante por envolver conceitos do sistema de numeração decimal e o conceito de múltiplo.

Primeiramente, deve-se entender que qualquer número de 2 dígitos **XY** pode ser escrito pela soma **10X + Y**. **Exemplo**: o número **27** pode ser descrito por 10×**2** + **7**.

Voltando ao problema, veja que, se a idade de Eurídice for escrita como **AB**, onde **A** é o dígito das dezenas e **B** é o dígito das unidades, a idade de Josué deve ser escrita por **BA**.

A soma **S** das idades é dada por:

$$S = \text{"}\underline{\mathbf{AB}}\text{"} + \text{"}\underline{\mathbf{BA}}\text{"}$$

$$= (10A + B) + (10B + A)$$

$$= 11A + 11B$$

$$= 11 \times (A+B)$$

Note que $S = 11 \times (A+B)$, com $(A+B)$ inteiro.

A soma, portanto, é um múltiplo de 11, pois S é descrito como o produto de 11 por um número inteiro.

Gabarito: Letra C.

Regras de divisibilidade

As regras de divisibilidade são "regras de bolso" que servem para ver se um determinado número é divisível por outro sem ser necessário realizar a divisão.

- **Divisibilidade por 2**: um número é divisível por 2 quando for par, isto é, quando terminar em 0, 2, 4, 6 ou 8.

- **Divisibilidade por 3**: um número é divisível por 3 quando a soma de seus algarismos for divisível por 3.

- **Divisibilidade por 4**: um número é divisível por 4 quando os dois últimos algarismos do número forem divisíveis por 4. Essa regra inclui o caso em que o número termina em 00.

- **Divisibilidade por 5**: um número é divisível por 5 quando terminar em 0 ou 5.

- **Divisibilidade por 6**: um número é divisível por 6 quando for divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo.

- **Divisibilidade por 8**: um número é divisível por 8 quando os três últimos algarismos do número forem divisíveis por 8. Essa regra inclui o caso em que o número termina em 000.

- **Divisibilidade por 9**: um número é divisível por 9 quando a soma de seus algarismos for divisível por 9.

- **Divisibilidade por 10**: um número é divisível por 10 quando termina em 0.

- **Divisibilidade por 11**: um número é divisível por 11 se a soma dos algarismos de ordem par (p) menos a soma dos algarismos de ordem ímpar (i) é um número divisível por 11. Essa regra inclui o caso particular em que $p - i = 0$, pois 0 é divisível por 11.

  Exemplo: o número 5016 é divisível por 11.
  Os algarismos de ordem par são, da direita para a esquerda, o segundo (1) e o quarto (5). A soma dos algarismos de ordem par é $p = 1 + 5 = 6$.
  Os algarismos de ordem ímpar são, da direita para a esquerda, o primeiro (6) e o terceiro (0). A soma dos algarismos de ordem ímpar é $i = 6 + 0 = 6$.
  Note que $p - i = 0$, que é divisível por 11. Logo, o número 5016 é divisível por 11.

- **Divisibilidade por 12**: um número é divisível por 12 quando for divisível por 3 e por 4 ao mesmo tempo.

- **Divisibilidade por 15**: um número é divisível por 15 quando for divisível por 3 e por 5 ao mesmo tempo.

(Pref. Osasco/2014) O maior número que é múltiplo de 3, é múltiplo de 4 e é menor que 200 é:

a) 190

b) 192

c) 194

d) 196

e) 198

Comentários:

A questão quer determinar o maior número menor do que 200 que é **múltiplo de 3 e de 4** simultaneamente. Em outras palavras, quer determinar o maior número menor do que 200 em que **3 e 4 são divisores** simultaneamente.

Podemos começar a testar os casos pelo maior número menor do que 200.

- **199** não é divisível por 3, pois 1 + 9 + 9 = 19 não é divisível por 3;

- **198** não é divisível por 4, pois 98 não é divisível por 4;

- **197** não é divisível por 3, pois 1 + 9 + 7 = 17 não é divisível por 3;

- **196** não é divisível por 3, pois 1 + 9 + 6 = 16 não é divisível por 3;

- **195** não é divisível por 4, pois 95 não é divisível por 4;

- **194** não é divisível por 3, pois 1+ 9 + 4 = 14 não é divisível por 3;

- **193** não é divisível por 3, pois 1+ 9 + 3 = 13 não é divisível por 3;

- **192** é divisível por 3, pois 1+ 9 + 2 = 12 é divisível por 3. Note também que 192 é divisível por 4, pois 92 é divisível por 4.

Logo, **192** é o maior número que é múltiplo de 3, é múltiplo de 4 e é menor que 200.

Gabarito: Letra B.

Números primos

Conceito de números primos

Os números primos são números **naturais** maiores do que 1 que possuem **somente dois divisores** naturais:

- O número 1; e
- O próprio número primo.

Isso significa que, se um número natural X é primo, apenas o número 1 e o próprio número X podem dividir X deixando resto zero.

Existem infinitos números primos. É importante que você **DECORE** os 15 primeiros.

Os 15 primeiros números primos são:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

Como determinar se um número é primo

Para determinar se um número **N** é primo, devemos dividi-lo sucessivamente pelos números primos 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... e verificar se algum primo é divisor de **N**:

- Se **algum primo for divisor** de **N**, então **N não é primo**;
- Se, ao realizar a divisão sucessiva, **obtivermos um quociente menor do que o primo pelo qual estamos dividindo N**, então **N é primo**.

Veja que não é nada prático dividir **N** por diversos primos até obtermos um quociente menor do que o primo pelo qual estamos dividindo **N**. É justamente por isso que esse método, nas questões de concurso público, é mais utilizado para verificar se um dado número **não é primo**. Para melhor compreensão do método, vejamos a questão a seguir:

(SEE PE/2016) O número de três algarismos: n = 68D é primo.

O algarismo D, das unidades, é

a) 1.

b) 3.

c) 5.

d) 7.

e) 9.

Comentários:

Note que, para **n** ser primo, **n** só pode ser divisível por 1 e por ele mesmo. Vamos testar as alternativas, **eliminando aquelas em que n não é primo**.

a) 681 é divisível por 3, pois a soma $6 + 8 + 1 = 15$ é divisível por 3. Logo, não é primo.

c) 685 é divisível por 5, pois termina em 5. Logo, não é primo.

d) 687 é divisível por 3, pois a soma $6 + 8 + 7 = 21$ é divisível por 3. Logo, não é primo.

Restaram as alternativas B e E. Vamos testar a alternativa E.

Para verificar se 689 **não é primo**, vamos tentar dividir o número **pelos primos na ordem 2, 3, 5, 7, 11, 13 ...**.

- 689 não é divisível por **2**, pois não é par;

- 689 não é divisível por **3**, pois a soma dos algarismos não é divisível por 3;

- 689 não é divisível por **5**, pois não termina em 0 ou 5;

- Ao tentar dividir 689 por **7**, encontramos resto 3;

- 689 não é divisível por **11**, pois $(8) - (9 + 6) = -5$ não é divisível por 11 ;

- Ao tentar dividir 689 por **13**, encontramos resto 0. Logo, 689 não é primo, pois é divisível por 13.

Por exclusão, a **alternativa B é a correta**, ou seja **683 é primo**.

Para obter diretamente que o número 683 é primo, temos que dividir esse número **pelos primos na ordem 2, 3, 5, 7, 11, 13, etc**., e verificar que nenhum desses primos é divisor de 683 **até obter um quociente menor do que o primo pelo qual estamos dividindo 683**.

Ao dividir o número 683 por **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 e 23**, nota-se que nenhum desses primos é divisor de 683 (**a divisão sempre deixa resto**). Nessas divisões, o quociente obtido é sempre maior do que o primo pelo qual estamos dividindo 683.

Ao dividir 683 pelo **primo 29**, obtém-se **quociente 23** e resto 6. Como o quociente obtido é menor do que o primo testado, conclui-se que **683 é primo**.

Gabarito: Letra B.

Decomposição em fatores primos

Decompor um número qualquer em fatores primos significa **escrevê-lo como um produto de números primos**. Por exemplo, a decomposição em fatores primos do número 60 é:

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

Para decompor um número em fatores primos, devemos dividir o número em questão sucessivas vezes pelos números primos na sequência 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, etc., mudando de número primo sempre que o número obtido não for divisível pelo primo selecionado.

Para realizar a decomposição em fatores primos, é muito importante conhecermos as regras de divisibilidade para não perdermos tempo tentando dividir um número que não é divisível pelo primo selecionado.

Vejamos alguns exemplos:

Decomponha o número 500 em fatores primos

- Ao dividir 500 por 2, obtemos 250.

- Ao dividir 250 por 2, obtemos 125.

- Note que 125 não é mais divisível por 2 (não é par). **Passemos ao 3**.

- Note que 125 não é divisível por 3 (1+2+5 não é divisível por 3). **Passemos ao 5**.

- Ao dividir 125 por 5, obtemos 25.

- Ao dividir 25 por 5, obtemos 5.

- Ao dividir 5 por 5, **obtemos 1**. **Nesse momento, devemos parar as divisões sucessivas.**

$$\begin{array}{r|l} 500 & 2 \\ 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, a decomposição de 500 em fatores primos é:

$$500 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$500 = 2^2 \times 5^3$$

Decomponha o número 282 em fatores primos

$$\begin{array}{r|l} 282 & 2 \\ 141 & 3 \\ 47 & 47 \\ 1 & \end{array}$$

A decomposição de 282 em fatores primos é:

$$282 = 2 \times 3 \times 47$$

Decomponha o número 3960 em fatores primos

$$\begin{array}{r|l} 3960 & 2 \\ 1980 & 2 \\ 990 & 2 \\ 495 & 3 \\ 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

A decomposição de 3960 em fatores primos é:

$$3960 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11$$

$$3960 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11$$

Decomponha o número 10098 em fatores primos

$$\begin{array}{r|l} 10098 & 2 \\ 5049 & 3 \\ 1683 & 3 \\ 561 & 3 \\ 187 & 11 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

A decomposição de 10098 em fatores primos é:

$$10098 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 11 \times 17$$

$$10098 = 2 \times 3^3 \times 11 \times 17$$

Existe uma **forma não metodológica** de se obter a decomposição em fatores primos. Essa forma **costuma ser mais rápida** especialmente para números mais simples. Por exemplo, vamos decompor o número 500. Acompanhe o raciocínio:

$$500 = 5 \times 100$$

$$= 5 \times 10 \times 10$$

$$= 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 5)$$

$$= 2^2 \times 5^3$$

Note que usamos o fato de 500 ser facilmente descrito por 5×100 para decompormos o número de uma forma não metodológica.

Veja a questão a seguir, que apresenta uma aplicação interessante da decomposição em fatores primos.

(MPE RJ/2016) Sejam x e y números inteiros positivos tais que $\frac{x}{16} = \frac{3}{y}$.

O número de pares ordenados diferentes (x, y) que podem ser formados é:

a) 16;

b) 14;

c) 12;

d) 10;

e) 8.

Comentários:

Esta questão apresenta um nível de dificuldade bastante elevado, especialmente para aqueles que nunca viram uma questão desse tipo.

Veja que a igualdade apresentada corresponde a $\boldsymbol{xy = 3 \times 16}$.

Podemos **decompor o produto xy em fatores primos**:

$$xy = 3 \times (16)$$

$$xy = 3 \times (2^4)$$

$$xy = 2^4 \times 3$$

Como x e y são números naturais que multiplicados resultam em $2^4 \times 3$, **x e y só podem ter em sua composição o primo 2 ou o primo 3**.

Note, portanto, que **o número x pode ser descrito na forma $x = 2^a \times 3^b$**, sendo que a pode ser 0, 1, 2, 3 ou 4 e b pode ser 0 ou 1.

Toda vez que determinarmos a e b, teremos o x determinado e o y determinado, uma vez que x será dado por $2^a \times 3^b$ e y será dado por $2^{4-a} \times 3^{1-b}$. Veja:

$$xy = 2^4 \times 3$$

$$(2^a \times 3^b) \times y = 2^4 \times 3$$

$$y = \frac{2^4}{2^a} \times \frac{3^1}{3^b}$$

$$y = 2^{4-a} \times 3^{1-b}$$

Logo, **toda vez que determinarmos a e b, teremos o par (x, y) determinado.**

Como existem 5 possibilidades para a e 2 possibilidades para b, o total de possibilidades para se determinar x é $5 \times 2 = 10$. Esse é justamente o número de possibilidades para o par ordenado (x, y). O **gabarito** é **Letra D**.

Para fins didáticos, vamos mostrar todas as possibilidades para o par ordenado (x, y):

a	b	$x = 2^a.3^b$	$y = 2^{4-a}.3^{1-b}$	Par (x,y)	xy
0	0	1	48	(1,48)	48
1	0	2	24	(2,24)	48
2	0	4	12	(4,12)	48
3	0	8	6	(8,6)	48
4	0	16	3	(16,3)	48
0	1	3	16	(3,16)	48
1	1	6	8	(6,8)	48
2	1	12	4	(12,4)	48
3	1	24	2	(24,2)	48
4	1	48	1	(48,1)	48

Gabarito: Letra D.

Obtenção dos divisores naturais de um número

Para obter todos os divisores **naturais** de um determinado número, realizaremos um exemplo completo para melhor entendimento.

Saiba de antemão que, para obter os divisores **naturais**, é necessário seguir 3 princípios básicos:

- **O número 1 é sempre um divisor** de qualquer número e é por ele que devemos começar o método;
- Os divisores são obtidos pela **multiplicação de um fator primo por todos os divisores anteriores**;
- **Não se deve escrever mais de uma vez um divisor já obtido**, pois não é necessário.

Obtenha todos os divisores naturais de 500

Primeiramente, devemos decompor 500 em fatores primos pelo método tradicional:

$$\begin{array}{r|l} 500 & 2 \\ 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Em seguida, delimitamos a área dos divisores e já escrevemos o divisor 1, pois o número 1 sempre divide qualquer número sem deixar resto.

$$\begin{array}{r|l|l} & & \text{Divisores} \\ & & 1 \\ 500 & 2 & \\ 250 & 2 & \\ 125 & 5 & \\ 25 & 5 & \\ 5 & 5 & \\ 1 & & \end{array}$$

Agora, para cada fator primo, devemos multiplicá-lo por todos os divisores

Começaremos pelo primeiro fator primo 2. Esse fator primo pode ser multiplicado pelo divisor 1. Nesse caso, obtemos o divisor 2.

$$\begin{array}{r|l|l} & & \text{Divisores} \\ & & 1 \\ 500 & 2 & 2 \\ 250 & 2 & \\ 125 & 5 & \\ 25 & 5 & \\ 5 & 5 & \\ 1 & & \end{array}$$

Agora vamos para o segundo fator primo 2. Esse fator primo pode ser multiplicado por todos os divisores já obtidos: 1 e 2. Observe que **não há necessidade de registrar <u>novamente</u> o divisor 2 proveniente do produto 2×1**. Logo, vamos registrar somente o divisor 4 (2×2)

$$
\begin{array}{r|c|l}
 & & \text{Divisores} \\
 & & 1 \\
500 & 2 & 2 \\
250 & 2 & 4 \\
125 & 5 & \\
25 & 5 & \\
5 & 5 & \\
1 & &
\end{array}
$$

Agora vamos para o primeiro fator primo 5. Esse fator primo pode ser multiplicado por todos os divisores já obtidos: 1, 2 e 4. Nesse caso, obtemos 1×5 = **5**; 2×5 = **10** e 4×5 = **20**.

$$
\begin{array}{r|c|l}
 & & \text{Divisores} \\
 & & 1 \\
500 & 2 & 2 \\
250 & 2 & 4 \\
125 & 5 & 5,\ 10,\ 20 \\
25 & 5 & \\
5 & 5 & \\
1 & &
\end{array}
$$

Agora vamos para o segundo fator primo 5. Esse fator primo pode ser multiplicado por todos os divisores já obtidos: 1, 2, 4, 5, 10 e 20. Observe, porém, que não há necessidade de multiplicar o segundo fator 5 por 1, 2 e 4, pois nesses casos obteríamos divisores que já temos. Logo, vamos multiplicar o segundo fator 5 somente por 5, 10 e 20.

$$
\begin{array}{r|c|l}
 & & \text{Divisores} \\
 & & 1 \\
500 & 2 & 2 \\
250 & 2 & 4 \\
125 & 5 & 5,\ 10,\ 20 \\
25 & 5 & 25,\ 50,\ 100 \\
5 & 5 & \\
1 & &
\end{array}
$$

Por fim, vamos ao terceiro fator primo 5. Esse fator primo pode ser multiplicado por todos os divisores já obtidos. Observe, porém, que só há necessidade de multiplicar esse fator 5 pelos divisores 25, 50 e 100, pois a multiplicação pelos outros divisores (1, 2, 4, 5, 10, 20) nos retornaria divisores já obtidos.

		Divisores
		1
500	2	2
250	2	4
125	5	5, 10, 20
25	5	25, 50, 100
5	5	125, 250, 500
1		

Logo, temos os seguintes divisores de 500:

$$1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100, 125, 250 \text{ e } 500$$

Agora que desenvolvemos o método completo, vamos praticar a obtenção dos divisores. **Tente fazer sozinho antes de consultar a resolução**.

Obtenha todos os divisores naturais de 282

		Divisores
		1
282	2	2
141	3	3, 6
47	47	47, 94, 141, 282
1		

Logo, temos os seguintes divisores de 282:

$$1, 2, 3, 6, 47, 94, 141, 282$$

Obtenha todos os divisores naturais de 2900

		Divisores
		1
2900	2	2
1450	2	4
725	5	5, 10, 20
145	5	25, 50, 100
29	29	29, 58, 116, 145, 290, 580, 725, 1450, 2900
1		

Logo, temos os seguintes divisores de 2900:

$$1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 29, 50, 58, 100, 116, 145, 290, 580, 725, 1450, 2900$$

Quantidade de divisores naturais de um número

Para saber a **quantidade de divisores naturais** de um número qualquer, não é necessário obter todos os divisores. Basta decompor o número em fatores primos e, em seguida:

- Obter todos os expoentes dos fatores primos;
- Somar 1 a cada um desses expoentes e realizar o produto dos números obtidos.

Obtenha a quantidade de divisores naturais de 500

A decomposição em fatores primos de 500 corresponde a $2^{\mathbf{2}} \times 5^{\mathbf{3}}$.

Os expoentes são **2** e **3**.

A quantidade de divisores de 500 é $(\mathbf{2}+1) \times (\mathbf{3}+1) = 3 \times 4 = 12$.

Obtenha a quantidade de divisores naturais de 2900

A decomposição em fatores primos de 2900 corresponde a $2^{\mathbf{2}} \times 5^{\mathbf{2}} \times 29^{\mathbf{1}}$.

Os expoentes são **2**, **2** e **1**.

A quantidade de divisores de 2900 é $(\mathbf{2}+1) \times (\mathbf{2}+1) \times (\mathbf{1}+1) = 3 \times 3 \times 2 = 18$.

Veja como isso pode ser cobrado.

(Pref. Recife/2019) O número de divisores inteiros positivos de 600 é

a) 25.

b) 23.

c) 22.

d) 21.

e) 24.

Comentários:

Perceba que não precisamos saber todos os divisores de 600 para determinar a quantidade de divisores.

Vamos fatorar 600.

$$600 = 6 \times 100$$
$$= (2 \times 3) \times (10 \times 10)$$
$$= 2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5$$
$$= 2^{\mathbf{3}} \times 3^{\mathbf{1}} \times 5^{\mathbf{2}}$$

Os expoentes são **3**, **1** e **2**.

A quantidade de divisores de 600 é $(\mathbf{3}+1) \times (\mathbf{1}+1) \times (\mathbf{2}+1) = 4 \times 2 \times 3 = 24$.

Gabarito: Letra E.

Algumas bancas costumam "pegar pesado" em problemas que envolvem quantidade de divisores. Para você não ficar despreparado para estas questões difíceis, os elaboramos um bizu fortíssimo.

> Se um número apresenta uma quantidade $\boldsymbol{p}$ de divisores naturais, com $\boldsymbol{p}$ primo, então esse número é da forma $\boldsymbol{q^{p-1}}$, sendo $\boldsymbol{q}$ também um número primo.

Vamos mostrar como chegamos nesse resultado.

Considere um número **N** que tenha uma quantidade **p** de divisores, com **p** primo.

Ao decompormos **N** em fatores primos, vamos supor que tenhamos obtido a seguinte fatoração, com $q_1, q_2, \dots q_n$ os primos obtidos e $e_1, e_2, \dots, e_n$ seus expoentes, que devem ser maiores ou iguais a 1.

$$N = q_1^{e_1} \times q_2^{e_2} \times \dots \times q_n^{e_n}$$

Obtida essa fatoração genérica, o número de divisores, que deve ser igual a p, é representado por:

$$(e_1 + 1) \times (e_2 + 1) \times \dots \times (e_n + 1) = p$$

Note que na esquerda da equação temos o produto de números naturais da forma $(e_i + 1)$, que devem ser maiores ou iguais a 2, e na direita temos um número primo p. Veja que **não podemos decompor esse número primo p em um produto de números inteiros maiores do que 2**. Isso significa que necessariamente temos apenas um fator $(e_i + 1)$. Nossa igualdade fica:

$$(e_1 + 1) = p$$

Note que, como temos apenas um fator $(e_i + 1)$, a decomposição do nosso número X apresenta apenas um número primo q_1 com seu expoente e_1. Além disso, e_1 é dado por:

$$(e_1 + 1) = p$$

$$e_1 = p - 1$$

Assim, nosso número com p divisores pode ser descrito como $N = q^{p-1}$.

Veja como isso pode ser cobrado em questões de concurso público.

(SABESP/2018) Dois números naturais menores que 10 tem três e apenas três divisores. Dentre os números naturais maiores que 10 e menores que 30 há outro número com três e apenas três divisores e mais um com cinco e apenas cinco divisores. A soma desses quatro números naturais é

a) 35

b) 48

c) 69

d) 42

e) 54

Comentários:

Esta era para ser muito difícil. Com o bizu que acabamos de apresentar, fica um pouco mais tranquila.

—"*Dois números naturais menores que 10 tem três e apenas três divisores*".

Veja que esses dois números naturais apresentam um **número primo de divisores**, **dado por 3**. Logo, eles podem ser escritos da forma $q^{3-1} = q^2$, com q primo. Para serem menores do que dez, eles devem ser $2^2 = \mathbf{4}$ e $3^2 = \mathbf{9}$.

— "*Dentre os números naturais maiores que 10 e menores que 30 há outro número com três e apenas três divisores e mais um com cinco e apenas cinco divisores*."

Um número apresenta **3 divisores**. Como já vimos, esse número pode ser escrito como q^2. Para esse número ficar entre 10 e 30, devemos ter $5^2 = \mathbf{25}$. Perceba que o quadrado do próximo primo, 7^2, ultrapassa 30.

O outro número apresenta **5 divisores**. Como 5 é primo, esse número pode ser escrito como $q^{5-1} = q^4$, com q primo. Para esse número ficar entre 10 e 30, devemos ter $2^4 = \mathbf{16}$. Perceba que o próximo primo elevado ao expoente 4, 3^4, ultrapassa 30.

Os quatro números obtidos são **4**, **9**, **25** e **16**. A soma é dada por:

$$4 + 9 + 25 + 16 = 54$$

Gabarito: Letra E.

Divisores inteiros de um número

Até agora, tratamos dos divisores **naturais** de um número. O que aconteceria se quiséssemos os divisores **inteiros** do número?

Os divisores **inteiros** do número são os divisores inteiros **positivos e negativos**. Já sabemos como obter os divisores inteiros positivos: são os divisores naturais. Os divisores inteiros negativos são os positivos com sinal trocado.

Vejamos um exemplo:

Obtenha os divisores inteiros de 282

$$\begin{array}{r|l|l} & & \text{Divisores} \\ & & 1 \\ 282 & 2 & 2 \\ 141 & 3 & 3,\ 6 \\ 47 & 47 & 47,\ 94,\ 141,\ 282 \\ 1 & & \end{array}$$

Os divisores **inteiros positivos** (**naturais**) são $1, 2, 3, 6, 47, 94, 141, 282$.

Logo, os **divisores inteiros** (**positivos** e **negativos**) são:

$$-1, -2, -3, -6, -47, -94, -141, -282, 1, 2, 3, 6, 47, 94, 141, 282.$$

Note que o número de divisores **inteiros** é sempre o dobro do número de divisores **naturais**.

(SEDUC AM/2014) Sendo $y = \frac{48}{x+5}$, o número de valores inteiros de x, para os quais o valor de y também é inteiro, é:

a) 12.

b) 15.

c) 16.

d) 20.

e) 24.

Comentários:

Primeiramente, observe que para $\frac{48}{x+5}$ ser inteiro, $x + 5$ deve ser divisor inteiro de 48.

Vamos obter **quantos** divisores **inteiros** de 48 temos. Para tanto, vamos fatorar 48.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, $48 = 2^{\mathbf{4}} \times 3^{\mathbf{1}}$.

Temos um total de $(\mathbf{4} + 1) \times (\mathbf{1} + 1) = \mathbf{10}$ **divisores naturais**. Como o número de divisores inteiros é sempre o dobro do número de divisores naturais, **temos 20 divisores inteiros**.

Uma vez que temos 20 divisores inteiros para o número 48, temos 20 valores inteiros para $x + 5$ que farão com que a divisão $\frac{48}{x+5}$ seja inteira.

Isso significa que temos 20 valores para x que, somados com 5, farão com que a divisão $\frac{48}{x+5}$ seja inteira.

Gabarito: Letra D.

MMC E MDC

MMC e MDC

Mínimo múltiplo comum (MMC)

Para obter o **MMC** entre **N** números, devemos proceder do seguinte modo:
—Decompor todos os números em fatores primos;
—Selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

—Quando temos que realizar um **MMC** de **N** números e no meio desses números temos que a **é múltiplo** de b, podemos eliminar b do cálculo do MMC.
—Se tivermos **N** números e um deles é **múltiplo de todos os outros**, esse número é o **MMC**.

Máximo divisor comum (MDC)

Para obter o **MDC** entre **N** números, devemos proceder do seguinte modo:
—Decompor todos os números em fatores primos;
—Selecionar os números primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

—Quando temos que realizar um **MDC** de **N** números e no meio desses números temos que a **é divisor** de b, podemos eliminar b do cálculo do MDC.
—Se tivermos **N** números e um deles é **divisor de todos os outros**, esse número é o **MDC**.

MMC ou MDC. Qual usar?

- Se o resultado procurado deve ser **maior** do que os **dados do problema**, use o **MMC**;
- Se o resultado deve ser **menor** do que os **dados**, use o **MDC**.

A relação é inversa:
- **Resultado MAIOR**, **use o MÍNIMO Múltiplo Comum**;
- **Resultado MENOR**, **use o MÁXIMO Divisor Comum**.

O melhor caminho para acertar as questões é sempre tentar responder à seguinte pergunta:
*Preciso encontrar o **menor múltiplo** dos **números em questão** ou o **maior divisor** desses números?*

Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

O **Mínimo** **Múltiplo** **Comum** (**MMC**) entre **N** números é o **menor** dos **múltiplos** que é comum a todos os números.

Representaremos o **MMC** entre os números $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{c}$ por $\text{MMC}\,(a; b; c)$.

Para obter o **MMC** entre **N** números, devemos proceder do seguinte modo:

- Decompor todos os números em fatores primos; e
- Selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

Vamos a alguns exemplos:

Calcule o MMC entre 380, 520 e 550

Primeiramente, devemos decompor todos os números em fatores primos.

$$380 = 38 \times 10$$
$$= (2 \times 19) \times (2 \times 5)$$
$$\mathbf{= 2^2 \times 5 \times 19}$$

$$520 = 52 \times 10$$
$$= (2 \times 26) \times (2 \times 5)$$
$$= 2 \times 2 \times 13 \times 2 \times 5$$
$$\mathbf{= 2^3 \times 5 \times 13}$$

$$550 = 55 \times 10$$
$$= (11 \times 5) \times (2 \times 5)$$
$$\mathbf{= 2 \times 5^2 \times 11}$$

Devemos selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$380 = 2^2 \times 5 \times 19$

$520 = 2^3 \times 5 \times 13$

$550 = 2 \times 5^2 \times 11$

Logo, $\text{MMC}\,(380; 520; 550) = 2^3 \times 5^2 \times 11 \times 13 \times 19 = 543.400$.

Calcule o MMC entre 3960 10098.

Primeiramente, devemos decompor todos os números em fatores primos.

$$\begin{array}{r|l} 3960 & 2 \\ 1980 & 2 \\ 990 & 2 \\ 495 & 3 \\ 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 10098 & 2 \\ 5049 & 3 \\ 1683 & 3 \\ 561 & 3 \\ 187 & 11 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

Devemos selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$3960 = \ 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11$

$10098 = \ 2 \ \times 3^3 \qquad \times 11 \ \times 17$

Logo, $\text{MMC}\ (3960; 10098) = 2^3 \times 3^3 \times 5 \times 11 \times 17 = 201.960.$

Calcule o MMC entre 5, 10, 15, 20 e 50.

Primeiramente, devemos decompor todos os números em fatores primos.

$$5 = 5$$

$$10 = 2 \times 5$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$\begin{aligned} 20 &= 2 \times 10 \\ &= 2^2 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 50 &= 5 \times 10 \\ &= 2 \times 5^2 \end{aligned}$$

Devemos selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$5 = \qquad\qquad 5$

$10 = 2 \times \qquad 5$

$15 = \qquad 3 \times 5$

$20 = 2^2 \qquad \times 5$

$50 = 2 \qquad \times 5^2$

Logo, $\text{MMC}\ (5; 10; 15; 20; 50) = 2^2 \times 3 \times 5^2 = 300.$

Calcule o MMC entre 21, 45 e 50

Vamos decompor os 3 números em fatores primos, selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$21 = 3 \times 7$

$45 = 3^2 \times 5$

$50 = 2 \times 5^2$

Logo, $\text{MMC}\ (21; 45; 50) = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 3150.$

Uma dica importante que pode economizar um certo tempo em prova é a seguinte: quando temos que realizar um **MMC** de **N** números e no meio desses números temos que $\boldsymbol{a}$ **é múltiplo** de $\boldsymbol{b}$**,** podemos eliminar $\boldsymbol{b}$ do cálculo do MMC.

Vejamos dois exemplos:

Calcule o MMC de 40, 30 e 15

Ao calcular o $\text{MMC}(40; 30; 15)$, perceba que **30** é **múltiplo de 15.** Logo:

$$\text{MMC}(40; \mathbf{30}; \mathbf{15}) = \text{MMC}\ (40; \mathbf{30})$$

Calcular o MMC de 40 e 30 é mais rápido, não é mesmo?

Calcule o MMC de 390, 130 e 75

Ao calcular o $\text{MMC}(390; 130; 75)$, perceba que **390** é **múltiplo de 130**. Logo:

$$\text{MMC}(\mathbf{390}; \mathbf{130}; 75) = \text{MMC}\ (\mathbf{390}; 75)$$

Calcular o MMC de 390 e 75 é mais rápido, não é mesmo?

Perceba que se tivermos **N** números e **um deles é múltiplo de todos os outros**, **esse número é o MMC**.

Calcule o MMC de 3, 6 e 12

Note que 12 é múltiplo de 3 e de 6. Logo:

$$\text{MMC}\ (3; 6; 12) = 12$$

Calcule o MMC de 120, 60 e 15

Note que 120 é múltiplo de 60 e de 15. Logo:

$$\text{MMC}\ (120; 60; 15) = 120$$

Vamos ver como o MMC pode ser cobrado em problemas.

(AVAREPREV/2020) Dois relógios foram programados para despertar em intervalos de tempo constantes: um deles desperta 3 vezes ao dia, e o outro, 4 vezes ao dia. Suponha que em determinado horário x, de um dia qualquer, ambos os relógios despertaram, ao mesmo tempo, e funcionaram corretamente, durante as 50 horas seguintes. Nessas condições, iniciando-se a contagem nesse horário x, e encerrando-a 50 horas após, o número total de vezes em que esses dois relógios teriam despertado, em um mesmo horário, será igual a

a) 3.

b) 4.

c) 5.

d) 6.

e) 7.

Comentários:

O relógio que desperta 3 vezes ao dia desperta a cada $\frac{24h}{3} = 8$ horas, e o relógio que desperta 4 vezes ao dia desperta a cada $\frac{24h}{4} = 6$ horas.

A questão pede o número total de vezes em que esses dois relógios teriam despertado, em um mesmo horário, em um intervalo de 50 horas. Para isso, precisamos saber a cada quantas horas os dois relógios despertam juntos. Trata-se do **MMC** entre 8h e 6h.

Vamos decompor 8 e 6 em fatores primos, selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto

$8 = 2^3$

$6 = 2 \times 3$

Logo, $\text{MMC}(8; 6) = 2^3 \times 3 = 24.$

Como os relógios despertam simultaneamente a cada 24h, em um intervalo de 50h eles despertam juntos 3 vezes: no início das 50h, após 24h e após 48h.

Gabarito: Letra A.

(AFAP/2019) João e Maria correm todos os dias no circuito de 1.500 m de um parque. João faz o percurso em 8 minutos e Maria em 10 minutos. Se eles partem juntos do ponto inicial do percurso, a diferença entre o número de metros percorridos por João e o número de metros percorridos por Maria, quando se encontrarem novamente no ponto de partida, supondo que mantenham o mesmo ritmo durante todo o exercício, é

a) 7.500.

b) 5.500.

c) 3.000.

d) 2.500.

e) 1.500.

Comentários:

Note que, para João e Maria se encontrarem novamente no ponto de partida, é necessário que tenha decorrido um tempo determinado que seja múltiplo tanto de 8 minutos quanto de 10 minutos.

Como a questão pede o próximo encontro, devemos encontrar o menor múltiplo comum entre 8 e 10. Trata-se do $\text{MMC}\ (8; 10)$.

Vamos decompor os 2 números em fatores primos, selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$8 = \ 2^3$

$10 = 2 \times 5$

Logo, $\text{MMC}(8; 10) = 2^3 \times 5 = 40$. Portanto, o novo encontro ocorrerá em 40 minutos.

Nesse tempo, João terá dado $\frac{40}{8}$ = 5 voltas e Maria terá dado $\frac{40}{10} = 4$ voltas. A diferença de número de metros percorridos entre João e Maria corresponde a $5 - 4 = 1$ volta, ou seja, 1.500m.

Gabarito: Letra E.

(SEFAZ AM/2022) Um pote contém entre 150 e 200 balas. Miguel reparou que separando essas balas em grupos de 5 sobravam 2 balas, e que, separando em grupos de 7, sobravam também 2 balas.

Se Miguel separasse as balas em grupos de 9 balas, sobrariam

a) 0.

b) 2.

c) 4.

d) 6.

e) 8.

Comentários:

Considere que o número de balas é x. Sabemos que $\boldsymbol{x}$ **está entre 150 e 200**.

Além disso, perceba que ao dividir x por 5 ou por 7, sempre temos **resto 2**. Isso significa que, ao dividir **($\boldsymbol{x}$−2)** por 5 ou por 7, sempre temos **resto zero**. Em outras palavras, **($\boldsymbol{x}$−2) é múltiplo comum a 5 e 7**.

Note que o **mínimo múltiplo comum a 5 e 7** é o produto 5×7 = **35**, pois 5 e 7 são primos.

Logo, os candidatos para **($\boldsymbol{x}$−2) são os múltiplos de 35**, pois **os múltiplos de 35 são os múltiplos comuns a 5 e 7**, sendo **35** o menor múltiplo comum a 5 e 7.

Como x está entre 150 e 200, **(x–2)**, que é múltiplo de 35, **está entre 148 e 198**. Vamos testar alguns múltiplos de 35:

$$35 \times 4 = 140$$

$$35 \times 5 = 175$$

$$35 \times 6 = 210$$

Veja que **o único múltiplo de 35 que está entre 148 e 198** é **175**. Logo:

$$x - 2 = 175$$

$$x = 177$$

Assim, o número de balas é 177. Ao dividir 177 por 9, obtemos **quociente 19** e **resto 6**. Portanto, se Miguel separasse as 177 balas em **grupos de 9 balas**, **sobrariam 6 balas**.

Gabarito: Letra D.

Máximo Divisor Comum (MDC)

O **Máximo** **Divisor** **Comum** (**MDC**) entre **N** números é o **maior** dos **divisores** que é comum a todos os números.

Representaremos o **MDC** entre os números $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{c}$ por $\mathrm{MDC}\ (\mathrm{a}; \mathrm{b}; \mathrm{c})$.

Para obter o MDC entre **N** números, devemos proceder do seguinte modo:

- Decompor todos os números em fatores primos;
- Selecionar os números primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

Selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes**.

Máximo Divisor Comum (MDC)

Selecionar os números primos **comuns** com os **menores expoentes**

Vamos a alguns exemplos:

Calcule o MDC entre 20, 50 e 65

Vamos decompor os números em fatores primos:

$$20 = 2 \times 10$$
$$= 2 \times 2 \times 5$$
$$\mathbf{= 2^2 \times 5}$$

$$50 = 5 \times 10$$
$$= 5 \times 2 \times 5$$
$$\mathbf{= 2 \times 5^2}$$

$$65 = 5 \times 13$$

Devemos selecionar os números primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$20 = 2^2 \times 5$

$50 = 2 \ \times 5^2$

$65 = \qquad 5 \ \times 13$

Veja que o único primo comum é o 5 e o seu expoente é 1.

Logo, $\mathrm{MDC}(20; 50; 65) = 5$.

Calcule o MDC entre 3960 10098.

Primeiramente, devemos decompor todos os números em fatores primos.

$$\begin{array}{r|l} 3960 & 2 \\ 1980 & 2 \\ 990 & 2 \\ 495 & 3 \\ 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 10098 & 2 \\ 5049 & 3 \\ 1683 & 3 \\ 561 & 3 \\ 187 & 11 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

Devemos selecionar os números primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$3960 = \quad 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 11$

$10098 = \ 2 \ \times 3^3 \qquad \times 11 \ \times 17$

Logo, $\mathrm{MDC}(3960; 10098) = 2 \times 3^2 \times 11 = 198$.

Uma dica importante que pode economizar um certo tempo em prova é a seguinte: quando temos que realizar um **MDC** de **N** números e no meio desses números temos que $\boldsymbol{a}$ **é divisor** de $\boldsymbol{b}$**,** podemos eliminar **b** do cálculo do MDC.

Calcule o MDC de 60, 45 e 30

Ao calcular o $\mathrm{MDC}(60; 45; 15)$, perceba que **30** é **divisor de 60**. Logo:

$$\mathrm{MDC}(\mathbf{60}; 45; \mathbf{30}) = \mathrm{MDC}(45; \mathbf{30})$$

Calcular o MDC de 45 e 30 é mais rápido, não é mesmo?

Calcule o MDC de 580, 290 e 85

Ao calcular o $\mathrm{MDC}(580; 290; 85)$, perceba que **290** é **divisor de 580**. Logo:

$$\mathrm{MDC}(\mathbf{580}; \mathbf{290}; 85) = \mathrm{MDC}(\mathbf{290}; 85)$$

Calcular o MDC de 290 e 85 é mais rápido, não é mesmo?

Perceba que se tivermos **N** números e **um deles é divisor de todos os outros**, **esse número é o MDC**.

Calcule o MDC de 90, 30 e 10

Perceba que 10 é divisor de 90 e 30. Logo:

$$\text{MDC}(90; 30; 10) = 10$$

Calcule o MDC de 110, 88 e 22

Perceba que 22 é divisor de 110 e 88. Logo:

$$\text{MDC}(110; 88; 22) = 22$$

Vamos praticar com alguns problemas de MDC.

(Pref. Morro Agudo/2020) Tem-se 144 cm de fita na cor vermelha e 168 cm de fita na cor verde. Pretende-se cortar essas fitas em pedaços, todos com o mesmo comprimento, sendo este o maior possível, de modo a utilizar totalmente essas fitas, sem desperdiçá-las. Nesse caso, o número total de pedaços de fitas que será possível obter é

a) 12.

b) 13.

c) 16.

d) 24.

e) 26.

Comentários:

Veja que, para obter o maior pedaço possível, esse pedaço deve ter um comprimento tal que, ao dividir 144 e 168, nos deixa resto zero. Logo, estamos diante da necessidade de encontrar um divisor comum a 144 e 168 que seja o maior possível. Trata-se do $\text{MDC}(144; 168)$.

Vamos fatorar 144.

$$\begin{aligned} 144 &= 12 \times 12 \\ &= (3 \times 4) \times (3 \times 4) \\ &= 2^4 \times 3^2 \end{aligned}$$

Vamos fatorar 168.

$$\begin{array}{r|l} 168 & 2 \\ 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Devemos selecionar os números primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$144 = 2^4 \times 3^2$

$168 = 2^3 \times 3 \times 7$

Logo, $\text{MDC}(144; 168) = 2^3 \times 3 = 24.$

Sabemos agora que o pedaço deve ter 24cm.

O número de pedaços vermelhos é $\frac{144cm}{24cm} = 6$ e o número de pedaços verdes é $\frac{168cm}{24cm} = 7$. Logo, temos um total de $6 + 7 = 13$ pedaços.

Gabarito: Letra B.

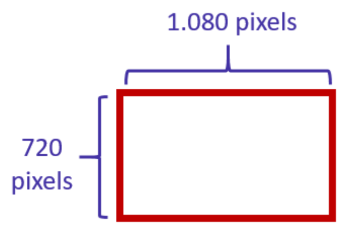
(SEDF/2017) Julgue o item a seguir, relativo a números naturais, números racionais e regra de três.

Situação hipotética: Na veiculação de determinado anúncio publicitário em aparelhos de TV digital de resolução igual a 1.080 pixels × 720 pixels, a tela aparece dividida em quadrados, todos de mesma área.

Assertiva: Nesse caso, a menor quantidade de quadrados possível é igual a 6.

Comentários:

A tela apresenta 1.080 pixels de comprimento e 720 pixels de largura.



Se o quadrado apresentar um comprimento e uma largura de **L** pixels, esse valor **L** deve ser um divisor tanto do comprimento de 1.080 pixels quanto da largura 720 pixels.

Note que, para obtermos a menor quantidade de quadrados, devemos ter o maior tamanho para **L**, pois quanto maior o tamanho do quadrado, menos quadrados precisaremos para preencher a tela.

Como **L** deve ser um divisor comum de 1.080 e 720 e deve ser o maior possível, $L = MDC\ (1.080;\ 720)$.

Primeiramente, devemos decompor os números em fatores primos.

$$1080 = 10 \times 108$$
$$= 10 \times 9 \times 12$$
$$= (2 \times 5) \times 3^2 \times (3 \times 2^2)$$
$$= 2^3 \times 3^3 \times 5$$

$$720 = 72 \times 10$$
$$= (9 \times 8) \times (2 \times 5)$$
$$= 3^2 \times 2^3 \times 2 \times 5$$

$$= 2^4 \times 3^2 \times 5$$

Agora devemos selecionar os números primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

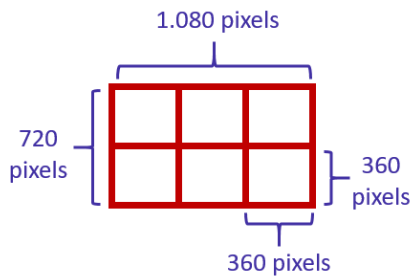
$1080 = 2^3 \times 3^3 \times 5$

$720 = \ 2^4 \times 3^2 \times 5$

Logo, $\text{MDC}(1080; 720) = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 360.$

Portanto, lado **L** do quadrado tem 360 pixels.

Nesse caso, o comprimento da tela apresenta $\frac{1080}{360} = 3$ quadrados e a largura da tela apresenta $\frac{720}{360} = 2$ quadrados.



Gabarito: CERTO.

MMC ou MDC. Qual usar?

Muitos alunos apresentam certa dificuldade em identificar, em um dado problema, se deve ser utilizado o **Mínimo Múltiplo Comum** (**MMC**) ou o **Máximo Divisor Comum** (**MDC**) para os **números apresentados no enunciado**.

Primeiramente, deve-se entender que o **MMC** é um **múltiplo** dos **números em questão**. Logo, o **MMC** é necessariamente **maior** **do que todos os números**.

Por outro lado, o **MDC** é um **divisor** dos números em questão. Portanto, o **MDC** é necessariamente **menor** **do que todos os números**.

Em resumo:

$$\mathbf{MMC} > \text{todos os números em questão} > \mathbf{MDC}$$

Assim, se você estiver em um problema sem saber se deve usar o **MMC** ou o **MDC**, utilize a seguinte dica:

- Se o resultado procurado deve ser **maior** do que os **dados do problema**, use o **MMC**.
- Se o resultado deve ser **menor** do que os **dados**, use o **MDC**.

Note que a relação em questão é inversa!

- **Resultado MAIOR**, **use o MÍNIMO Múltiplo Comum**;
- **Resultado MENOR**, **use o MÁXIMO Divisor Comum**.

Vejamos dois exemplos.

Exemplo 1: Um segurança faz sua ronda a cada 30 minutos, e outro segurança faz sua ronda a cada 40 minutos. Os dois seguranças iniciaram suas rondas agora. Daqui a quanto tempo eles farão a próxima ronda juntos?

Note que o tempo procurado será **maior** **do que os intervalos do enunciado**. Logo, deve-se usar o **MMC**.

Exemplo 2: Em uma sala com 40 homens e 24 mulheres, é necessário montar grupos contendo a mesma quantidade de pessoas e que tenham apenas homens ou apenas mulheres, de modo que tenhamos o número máximo de pessoas em cada grupo. Qual é o número de pessoas de cada grupo formado?

Note que a quantidade procurada de pessoas em cada grupo será **menor** **do que os dados do enunciado**. Logo, deve-se usar o **MDC**.

Apresentada a dica, ressalto que o melhor caminho para acertar as questões é sempre tentar responder à seguinte pergunta:

*Preciso encontrar o **menor múltiplo** **dos números em questão** ou o **maior divisor** **desses números**?*

Veja que, para responder a pergunta, é necessário ter muito claro os conceitos de **múltiplo** e de **divisor** aprendidos na presente aula.

Naturalmente, se você está atrás do **menor múltiplo** **dos números em questão**, você deve calcular o **Mínimo Múltiplo Comum (MMC)**. Caso contrário, se você está atrás do **maior divisor** **desses números**, você deve calcular o **Máximo Divisor Comum (MDC)**.

Vamos verificar novamente os dois exemplos vistos com base nesse entendimento.

Exemplo 1: Um segurança faz sua ronda a cada 30 minutos, e outro segurança faz sua ronda a cada 40 minutos. Os dois seguranças iniciaram suas rondas agora. Daqui a quanto tempo eles farão a próxima ronda juntos?

Note que o tempo procurado será **múltiplo** **de 30 e de 40**. Como se quer a próxima ronda, esse múltiplo procurado deve ser o **menor possível**. Logo, deve-se usar o **Mínimo Múltiplo Comum (MMC)**.

Exemplo 2: Em uma sala com 40 homens e 24 mulheres, é necessário montar grupos contendo a mesma quantidade de pessoas e que tenham apenas homens ou apenas mulheres, de modo que tenhamos o número máximo de pessoas em cada grupo. Qual é o número de pessoas de cada grupo formado?

Note que a quantidade procurada de pessoas em cada grupo será **divisor** **dos números 40 e 24**. Além disso, esse divisor deve ser o **maior possível**, pois quer-se o número máximo de pessoas em cada grupo. Logo, deve-se usar o **Máximo Divisor Comum (MDC)**.

Questões Comentadas

Múltiplos e Divisores

CEBRASPE

1.(CESPE/SERPRO/2021) Suponha que sejam gerados 5 números válidos de CPF para serem atribuídos a 5 indivíduos distintos. Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

Suponha que a seja o último dígito de um dos CPFs gerados, que b seja o último dígito de outro desses CPFs e que a e b sejam números ímpares consecutivos. Nessa situação, a + b é múltiplo de 4.

Comentários:

Para resolver o problema, devemos saber que todo **número ímpar** pode ser escrito da forma $2\boldsymbol{k} + 1$, sendo $\boldsymbol{k}$ um número inteiro. Por exemplo:

- O número 5 pode ser escrito como $2 \times \mathbf{2} + 1$;
- O número 7 pode ser escrito como $2 \times \mathbf{3} + 1$;
- O número 9 pode ser escrito como $2 \times \mathbf{4} + 1$;
- Etc.

E o que é um **ímpar consecutivo** de um número? É o próximo número ímpar maior do que esse determinado número. Por exemplo, o ímpar consecutivo do número 11 é o 13.

Voltando ao problema, note que, como a é um **número ímpar**, ele pode ser escrito da forma $2k + 1$, sendo k um número inteiro.

Além disso, b é um **ímpar consecutivo** de a. Logo, ele pode ser escrito como $a + 2$.

Devemos verificar se $a + b$ é múltiplo de 4. Temos que:

$$a + b$$

$$= a + (a + 2)$$

$$= 2a + 2$$

$$= 2 \times (2k + 1) + 2$$

$$= 4k + 2 + 2$$

$$= 4k + 4$$

$$= 4 \times (k + 1)$$

Note que $a + b$ é igual a $4 \times \boldsymbol{(k+1)}$, sendo $\boldsymbol{(k+1)}$ um **número inteiro**.

A soma $a + b$, portanto, é um múltiplo de 4, pois $a + b$ é descrita como o produto do número 4 por um número inteiro.

Gabarito: CERTO.

2. (CESPE/PC DF/2021) No item a seguir, é apresentada uma situação hipotética seguida de uma assertiva a ser julgada.

Um foragido da justiça, que gostava de se exibir perante seus comparsas e conhecia um pouco de matemática, ligou para a polícia e passou as seguintes informações: "em 30 minutos, eu estarei na rua Alfa, em uma casa, do lado direito da rua, cujo número tem as seguintes características: é inferior a 1.000, o algarismo das centenas é igual ao número de diagonais de um retângulo e, além disso, a parte do número formada só pelos algarismos das dezenas e das unidades é múltiplo de 7". Uma viatura foi deslocada para o intervalo de casas da rua Alfa correspondente ao algarismo das centenas revelado. Lá chegando, os policiais verificaram que, nesse trecho da rua Alfa, os números das casas tinham as seguintes características: os algarismos das dezenas e das unidades começavam de 01 e de uma casa para a próxima eram acrescentadas 8 unidades. Nessa situação, o número da casa informado pelo foragido é inferior a 250.

Comentários:

Observe que o número deve ser menor do que 1000 e o algarismo das centenas é igual ao número de diagonais do retângulo. Como o retângulo tem duas diagonais, o número é da seguinte forma:

$$2\,\_\,\_$$

A parte do número formada só pelos algarismos das dezenas e das unidades é múltiplo de 7:

$$2 \underbrace{\_\,\_}_{\substack{\text{Múltiplo} \\ \text{de 7}}}$$

Note que o número das casas começava em 201 e a casas subsequentes apresentavam a numeração anterior acrescida de 8 unidades. Temos, portanto, as seguintes numerações:

$$201, 209, 2017, 255, 233, 241, \mathbf{249}, 257, \ldots$$

Observe, portanto, que **249 é o número procurado**, pois **49 é múltiplo de 7**. Logo, o número da casa informado pelo foragido é inferior a 250.

Gabarito: CERTO.

3. (CESPE/Pref. São Cristóvão/2019) Julgue o item a seguir, relativo a sequências numéricas.

A quantidade de números inteiros múltiplos de 19 que estão entre 1.234 e 4.321 é inferior a 160.

Comentários:

Para encontrar o **número de múltiplos de 19** entre **1.234** e **4.321**, vamos realizar a seguinte operação:

$$\frac{\begin{pmatrix}\text{Múltiplo de 19 imediatamente} \\ \text{inferior a 4.321}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Múltiplo de 19 imediatamente} \\ \text{superior a 1.234}\end{pmatrix}}{19} + \mathbf{1}$$

Observe que **é necessário somar uma unidade** na expressão para não deixar de fora um dos extremos.

Exemplo: **quantos múltiplos de 19 existem entre 19 e 38**? Ora, claramente existem dois: o próprio 19 e o próprio 38. Ocorre que, ao realizar $\frac{38-19}{19}$, obteríamos 1 como resultado. Logo, é necessário somar uma unidade na expressão:

$$\frac{38-19}{19}+1=2$$

Voltando ao problema, vamos agora obter o **múltiplo de 19 imediatamente inferior a 4.321.** Note que **4.321** dividido por 19 nos deixa **quociente 227** e resto 8. Logo, o **múltiplo de 19 imediatamente inferior a 4.321** é:

$$227 \times 19 = 4.313$$

Vamos agora obter o **múltiplo de 19 imediatamente superior a 1.234**. Note que **1.234** dividido por 19 nos traz quociente 64 e **resto 18**. Logo, para não deixar resto na divisão, devemos somar uma unidade ao número. Portanto, o **múltiplo de 19 imediatamente superior a 1.234** é:

$$1.234 + 1 = 1.235$$

Portanto, o **número de múltiplos de 19** entre **1.234** e **4.321** é:

$$\frac{\begin{pmatrix}\text{Múltiplo de 19 imediatamente} \\ \text{inferior a 4.321}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Múltiplo de 19 imediatamente} \\ \text{superior a 1.234}\end{pmatrix}}{19} + \mathbf{1}$$

$$\frac{4.313-1.235}{19}+1$$

$$162+1$$

$$=163$$

Logo, quantidade de números inteiros múltiplos de 19 que estão entre 1.234 e 4.321 é **superior a 160**. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

4. (CESPE/SEFAZ RS/2018) Uma assistente administrativa rasgou em n pedaços uma folha de papel que continha informação considerada sigilosa. Como ainda era possível ler alguma informação em um desses pedaços, ela rasgou-o também em n pedaços. Receosa de que a informação sigilosa pudesse ser recuperada de um desses últimos pedaços, rasgou-o também em n pedaços.

Assinale a opção que indica uma quantidade possível de pedaços em que a folha foi rasgada.

a) 15

b) 26

c) 28

d) 30

e) 36

Comentários:

Vamos entender passo a passo cada linha do problema.

"Uma assistente administrativa rasgou em n pedaços uma folha de papel que continha informação considerada sigilosa"

Observe que o valor de **n é inteiro**, pois a assistente administrativa não pode ter rasgado a folha de papel em "5,5 pedaços" ou "10,8 pedaços", por exemplo.

"Como ainda era possível ler alguma informação em um desses pedaços, ela rasgou-o também em n pedaços."

Note que, anteriormente, tínhamos n pedaços. **Um único** desses n pedaços foi rasgado novamente, e outros $n-1$ pedaços permaneceram como estavam. Logo, ficamos com:

- $n-1$ pedaços que permaneceram como estavam;
- n pedaços provenientes desse único pedaço original que foi rasgado em n partes.

Observe que, **nesse momento**, o **total de pedaços** é

$$(n-1)+n=\mathbf{2n-1}$$

"Receosa de que a informação sigilosa pudesse ser recuperada de um desses últimos pedaços, rasgou-o também em n pedaços."

Note que, no passo anterior, **tínhamos $(2n-1)$** pedaços. **Um único** desses $(2n-1)$ pedaços foi rasgado novamente. Os outros $(2n-1)-1$ pedaços permaneceram como estavam. Logo, ficamos com:

- $(2n-1)-1$ pedaços que permaneceram como estavam;
- n pedaços provenientes desse único pedaço que, nesse novo passo, foi rasgado em n partes.

Observe que, nesse momento, o **total de pedaços** é

$$(2n-1)-1+n$$

$$= \mathbf{3n-2}$$

A questão pergunta por **uma quantidade possível de pedaços em que a folha foi rasgada**, isto é, uma quantidade que possa ser escrita como $\mathbf{3n-2}$, **sendo n um número inteiro**. Suponha que essa quantidade seja x. Nesse caso:

$$x = 3n - 2$$

$$x + 2 = 3n$$

$$\boldsymbol{n = \frac{x+2}{3}}$$

Observe, portanto, que **se a quantidade x é o número de pedaços em que a folha foi rasgada, $x+2$ deve ser múltiplo de 3 para que $n = \frac{x+2}{3}$ seja um número inteiro**.

Logo, **devemos assinalar a alternativa em que, ao somar 2, obtemos um múltiplo de 3.**

a) 15. **ERRADO.**

$$x + 2 = 15 + 2 = 17$$

→ **$x+2$ não é múltiplo de 3.**

b) 26. **ERRADO.**

$$x + 2 = 26 + 2 = 28$$

→ **$x+2$ não é múltiplo de 3.**

c) 28. **CERTO.**

$$x+2=28+2=30$$

→ $x+2$ é múltiplo de 3.

Logo, $x=28$ é uma quantidade possível de pedaços em que a folha foi rasgada

d) 30. **ERRADO.**

$$x+2=30+2=32$$

→ $x+2$ não é múltiplo de 3.

e) 36. **ERRADO.**

$$x+2=36+2=28$$

→ $x+2$ não é múltiplo de 3.

Gabarito: Letra C.

5. (CESPE/FUB/2018) Paulo, Maria e João, servidores lotados em uma biblioteca pública, trabalham na catalogação dos livros recém-adquiridos. Independentemente da quantidade de livros a serem catalogados em cada dia, Paulo cataloga 1/4, Maria cataloga 1/3 e João, 5/12.

A respeito da catalogação de livros por esses servidores, julgue o item a seguir.

Sempre que trabalharem de segunda-feira a sexta-feira, os três servidores catalogarão uma quantidade de livros que será um número múltiplo de 12.

Comentários:

Note que, **todos os dias**, independentemente da quantidade de livros a serem catalogados em cada dia, **João cataloga 5/12 dos livros**.

Suponha que **em um dia qualquer temos $\boldsymbol{l}$ livros para serem catalogados**. Isso significa que **João cataloga**:

$$\frac{5}{12}\ \textbf{dos}\ (\text{livros do dia})$$

$$=\frac{5}{12}\times l$$

$$=\frac{\mathbf{5\times \boldsymbol{l}}}{\mathbf{12}}$$

Observe, portanto, que se **nesse dia qualquer** foram catalogados l livros, **$\boldsymbol{l}$ deve ser múltiplo de 12** para que o número de livros catalogados por João seja um número inteiro.

Isso significa que, todos os dias, o número de livros catalogados pelos servidores será múltiplo de 12.

Como em todos os dias deve ser catalogada uma quantidade múltipla de 12, o total de livros catalogados pelos três servidores de segunda-feira a sexta-feira será também múltiplo de 12.

O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Mas professor, a gente sabe que todos os dias é catalogada uma quantidade múltipla de 12. Por que a soma dos livros catalogados nos 5 dias da semana também será múltipla de 12?

Excelente pergunta, caro aluno!

Perceba que, se de segunda a sexta foram catalogadas, todos os dias, quantidades múltiplas de 12, então podemos dizer que:

- Na segunda-feira, foram catalogados $\mathbf{12 \times k_1}$ livros, sendo $\mathbf{k_1}$ **inteiro**;
- Na terça-feira, foram catalogados $\mathbf{12 \times k_2}$ livros, sendo $\mathbf{k_2}$ **inteiro**;
- Na quarta-feira, foram catalogados $\mathbf{12 \times k_3}$ livros, sendo $\mathbf{k_3}$ **inteiro**;
- Na quinta-feira, foram catalogados $\mathbf{12 \times k_4}$ livros, sendo $\mathbf{k_4}$ **inteiro**; e
- Na sexta-feira, foram catalogados $\mathbf{12 \times k_5}$ livros, sendo $\mathbf{k_5}$ **inteiro**.

Logo, no período de segunda-feira a sexta-feira, foram catalogados:

$$12k_1 + 12k_2 + 12k_3 + 12k_4 + 12k_5$$

$$= 12 \times \underbrace{(\mathbf{k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5})}_{\textbf{Inteiro}}$$

Observe, portanto, que o **total de livros catalogados de segunda-feira a sexta-feira é múltiplo de 12**, pois esse total pode ser escrito da forma "12 vezes um número inteiro".

Gabarito: CERTO.

6. (CESPE/Pref. SL/2017) A quantidade N de pacotes de arroz distribuídos no primeiro trimestre para as 6 escolas de determinado município é um número de três algarismos que pode ser escrito na forma N = X3Y, em que X e Y são dois algarismos entre 0 e 9. Sabe-se que cada escola recebeu a mesma quantidade de pacotes das demais e o número N é o maior possível que atende às condições descritas.

Nessa situação, a quantidade de pacotes de arroz distribuídos no primeiro trimestre para as 6 escolas do município foi

a) superior a 800 e inferior a 900.

b) superior a 900.

c) inferior a 600.

d) superior a 600 e inferior a 700.

e) superior a 700 e inferior a 800.

Comentários:

Note que a quantidade **N** de pacotes foi distribuída igualmente para 6 escolas. Isso significa que **N é divisível por 6.**

Lembre-se de que um número é divisível por 6 quando ele é **divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo**. Como **N** é escrito como **X3Y**, em que **X** e **Y** são algarismos, temos que:

- **N** é divisível por 2 → **N** é par → O último algarismo de **N**, dado por **Y**, é par.
  Logo, **Y pode ser 0, 2, 4, 6 ou 8.**

- **N** é divisível por 3 → A soma dos algarismos de **N** é divisível por 3. Logo:

  X + 3 + Y é divisível por 3

  Consequentemente, temos que:

  X + Y é divisível por 3

Observe, ainda, que **N é o maior possível que atende às condições descritas**.

O maior valor para **X**, que é o algarismo das centenas, é 9. Fazendo $X = 9$, devemos ter que:

- **Y pode ser igual a 0, 2, 4, 6 ou 8;**
- **X + Y é divisível por 3.**

Como **X + Y = 9 + Y**, devemos ter que **Y deve ser divisível por 3**, pois, nesse caso, **9 + Y** automaticamente será divisível por 3. Portanto:

- **Y pode ser igual a 0, 2, 4, 6 ou 8;**
- **Y é divisível por 3.**

Veja que, para maximizarmos o valor de **N = 93Y** respeitando as duas condições anteriores, teremos **Y = 6**. Portanto, o número procurado é **936**, valor este superior a 900.

Gabarito: Letra B.

7. (CESPE/SECTI DF/2014) Acerca das propriedades dos conjuntos numéricos, julgue o item a seguir.

Existem exatamente quatro números inteiros r para os quais a fração $\frac{14}{2r+1}$ é um número inteiro.

Comentários:

Primeiramente, observe que para $\frac{14}{2r+1}$ ser inteiro, $2r+1$ deve ser divisor inteiro de 14.

Vamos obter os divisores <u>**inteiros**</u> de 14.

$$\begin{array}{r|c|l} & & \text{Divisores} \\ & & 1 \\ 14 & 2 & 2 \\ 7 & 7 & 7 \quad 14 \\ 1 & & \end{array}$$

Note que os divisores **naturais** (**positivos**) de 14 são **1**; **2**; **7** e **14**.

Logo, os divisores <u>**inteiros**</u> de 14 são **−14**; **−7**; **−2**; **−1**; **1**; **2**; **7** e **14**.

Sabemos que $2r+1$ deve ser divisor de 14. Portanto, as possibilidades para r são:

- $2r+1 = \mathbf{-14} \rightarrow 2r = -15 \rightarrow r = -7{,}5$
- $2r+1 = \mathbf{-7} \rightarrow 2r = -8 \rightarrow \boldsymbol{r = -4}$
- $2r+1 = \mathbf{-2} \rightarrow 2r = -3 \rightarrow r = -1{,}5$
- $2r+1 = \mathbf{-1} \rightarrow 2r = -2 \rightarrow \boldsymbol{r = -1}$
- $2r+1 = \mathbf{1} \rightarrow 2r = 0 \rightarrow \boldsymbol{r = 0}$
- $2r+1 = \mathbf{2} \rightarrow 2r = 1 \rightarrow r = -0{,}5$
- $2r+1 = \mathbf{7} \rightarrow 2r = 6 \rightarrow \boldsymbol{r = 3}$
- $2r+1 = \mathbf{14} \rightarrow 2r = 13 \rightarrow r = 6{,}5$

Dentre as 8 possibilidades para r que fazem com que $\frac{14}{2r+1}$ seja inteiro, apenas 4 são números inteiros:

$$\mathbf{-4};\ \mathbf{-1};\ \mathbf{0} \text{ e } \mathbf{3}$$

Portanto, **existem exatamente quatro <u>números inteiros</u> $\boldsymbol{r}$ para os quais a fração $\boldsymbol{\frac{14}{2r+1}}$ é um número inteiro.**

Gabarito: CERTO.

8. (CESPE/PC DF/2013) Considerando que 300 pessoas tenham sido selecionadas para trabalhar em locais de apoio na próxima copa do mundo e que 175 dessas pessoas sejam do sexo masculino, julgue o seguinte item.

É impossível dividir as 300 pessoas em grupos de modo que todos os grupos tenham a mesma quantidade de mulheres e a mesma quantidade de homens.

Comentários:

Note que, em um grupo com **300 pessoas**, uma vez que **175 são homens**, temos **300–175 = 125 mulheres**.

Considere que x grupos foram formados. Nesse caso, cada um desses x grupos terão $\frac{175}{x}$ **homens** e $\frac{125}{x}$ **mulheres**.

É importante perceber que **a questão não diz que deve haver uma quantidade igual de homens e mulheres em cada grupo**. É necessário que todos os grupos tenham a mesma quantidade de homens $\left(\frac{175}{x}\right)$ e que todos os grupos tenham a mesma quantidade de mulheres $\left(\frac{125}{x}\right)$.

Observe, portanto, que **é possível** dividir as 300 pessoas em grupos de modo que todos os grupos tenham a mesma quantidade de mulheres e a mesma quantidade de homens. Para tanto, **basta que a quantidade de grupos formados (x) seja divisor tanto de 175 quanto de 125**.

Por exemplo, se forem formados $x = 5$ grupos, esses grupos podem ter sempre:

- $\frac{175}{5} = 35$ homens; e
- $\frac{125}{5} = 25$ mulheres

Por outro lado, se forem formados $x = 25$ grupos, esses grupos podem ter sempre:

- $\frac{175}{25} = 7$ homens; e
- $\frac{125}{25} = 5$ mulheres.

Como **é possível** dividir as 300 pessoas em grupos de modo que todos os grupos tenham a mesma quantidade de mulheres e a mesma quantidade de homens, o **gabarito** é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

9. (CESPE/Pref. Teresina/2009) A soma dos divisores primos, positivos e maiores que 2 do número 210 é igual a

a) 12.

b) 13.

c) 14.

d) 15.

Comentários:

Primeiramente, vamos fatorar o número 210.

$$\begin{array}{r|l} 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Poderíamos obter todos os divisores positivos do número 210. Ocorre que, dente todos os divisores positivos possíveis, **os divisores positivos primos são 2, 3, 5 e 7**. **Qualquer outro divisor terá em sua composição um desses primos e, portanto, não será um divisor primo**.

Logo, os **divisores positivos primos maiores do que 2 do número 210 são 3, 5 e 7**, sendo a soma igual a:

$$3 + 5 + 7 = 15$$

Gabarito: Letra D.

FCC

10.(FCC/TRF 4/2014) O primeiro múltiplo de 7 que é maior que 1000 é também múltiplo de

a) 19 e de 13.

b) 11 e de 13.

c) 19 e de 23.

d) 23 e de 11.

e) 11 e de 19.

Comentários:

Note que ao dividir **1000** por **7** obtém-se **quociente 142** e **resto 6**. Isso significa que, **se somarmos uma unidade ao número 1000**, teremos **resto zero**.

Logo, o número **1001 é divisível por 7**, ou seja, **1001 é múltiplo de 7**. Este é o primeiro múltiplo de 7 que é maior que 1000.

Para marcar a alternativa correta, devemos saber se **1001** é também múltiplo de 11, 13, 19 e 23. Para responder a essa pergunta, vamos dividir **1001** por 11, 13, 19 e 23. **Quando a divisão der resto zero, isso significa que 1001 é múltiplo do número em questão**.

- **1001** dividido por **11** nos deixa **quociente 91** e **resto zero.** Logo, **1001 é múltiplo de 11**;
- **1001** dividido por **13** nos deixa **quociente 77** e **resto zero.** Logo, **1001 é múltiplo de 13**;
- **1001** dividido por **19** nos deixa **quociente 52** e **resto 12.** Logo, **1001 não é múltiplo de 19**;
- **1001** dividido por **23** nos deixa **quociente 43** e **resto 11.** Logo, **1001 não é múltiplo de 23**.

Portanto, **1001 é também múltiplo de 11 e 13**.

Gabarito: Letra B.

11.(FCC/CREMESP/2016) Um contador possui mais do que 130 livros. Quando ele empilha os livros de 3 em 3, sobra um livro. Quando ele empilha de 4 em 4, também sobra um livro, mas quando ele empilha de 7 em 7, nenhum livro sobra. Sendo x o menor número natural que atende às condições do problema, a soma dos algarismos de x é igual a

a) 7.

b) 9.

c) 19.

d) 10.

e) 11.

Comentários:

Seja x o menor número de livros que atende às condições do problema. Temos as seguintes condições:

- " *Um contador possui mais do que 130 livros*": $x > 130$;
- *"Quando ele empilha os livros de 3 em 3, sobra um livro":* $x \div 3$ deixa resto 1, ou seja, $x - 1$ é divisível por 3.
- *" Quando ele empilha de 4 em 4, também sobra um livro"*: $x \div 4$ deixa resto 1, ou seja, $x - 1$ divisível por 4.
- "*Quando ele empilha de 7 em 7, nenhum livro sobra*": x é divisível por 7, ou seja, é múltiplo de 7.

Para obter o valor de x, vamos obter os múltiplos de 7 maiores do que 130. Em seguida, vamos ver qual é o primeiro número que respeita a as condições de que $x - 1$ é divisível por 3 e por 4.

130/7 nos deixa quociente 18 e resto 4. Logo, o primeiro múltiplo de 7 maior do que 130 é:

$$(18 + 1) \times 7 = 19 \times 7 = 133$$

Os demais múltiplos de 7 maiores do que 130 são:

$$20 \times 7 = 140$$

$$21 \ \times 7 = 147$$

...

Vamos agora testar o primeiro múltiplo de 7 maior do que 130: 133.

Note que $133 - 1 = 132$, e 132 é divisível por 3 e por 4, pois:

- A soma dos dígitos $1 + 3 + 2 = 6$ é divisível por 3; e

- O número composto pelos últimos dois dígitos de 132, que é 32, é divisível por 4.

Conclui-se que o número 133 respeita todas as condições e é o menor número que atende a elas.

Logo, $x = 133$. A soma dos algarismos procurada é $1 + 3 + 3 = 7$.

Gabarito: Letra A.

12. (FCC/TRT 6/2018) Em relação aos 31 dias de um mês, Fernando, Geraldo e Hélio folgaram, respectivamente, nos dias que são "múltiplos de 6", "divisores de 12" e "múltiplos de 3 e divisores de 30". Nesse mês, os três trabalharam juntos em um total de

a) 19 dias.

b) 21 dias.

c) 23 dias.

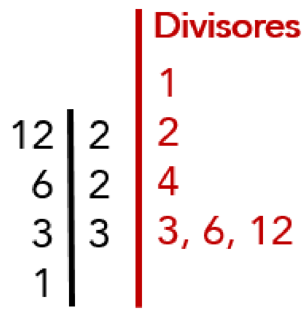
d) 22 dias.

e) 20 dias.

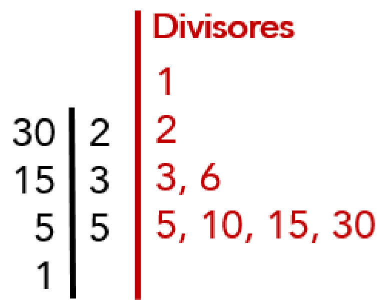
Comentários:

Os "**múltiplos de 6"** diferentes de zero e menores do que 32 são: **6, 12, 18, 24, 30**.

Os "**divisores de 12"** são **1, 2, 3, 4, 6 e 12.**



Os divisores de 30 são 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 e 30.



Logo, os **"múltiplos de 3 e divisores de 30" são 3, 6, 15 e 30**.

Os **dias em que temos alguém em folga** corresponde ao conjunto dos dias "múltiplos de 6", "divisores de 12" e "múltiplos de 3 e divisores de 30":

1, 2, 3, 4, 6, 12, 15, 18, 24 e 30

Temos um total de dias que temos alguém em folga é 10. Nos demais dias, todos trabalham. Logo, nesse mês de 31 dias, os três trabalharam juntos em um total de 31 — 10 = 21 dias.

Gabarito: Letra B.

13.(FCC/SABESP/2018) O total de 168 lanches foram servidos para x pessoas, sendo que todas receberam o mesmo número de lanches e não sobraram lanches sem serem distribuídos entre essas pessoas. Não sendo possível servir frações de lanche para as pessoas e sendo x um número entre 5 e 30, o total de possibilidades diferentes para x é igual a

a) 6

b) 9

c) 8

d) 5

e) 7

Comentários:

Como **168 lanches** foram divididos entre x **pessoas** sem sobrar lanches, **x deve ser divisor de 168**. Isso porque o total de lanches que cada pessoa recebeu, que deve ser um número inteiro, é dado por:

$$\frac{168}{x}$$

Os **divisores de 168** são **1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 12, 14, 21, 24, 28, 42, 56, 84** e **168.**

		Divisores
		1
168	2	2
84	2	4
42	2	8
21	3	3, 6, 12, 24
7	7	7, 14, 28, 56, 21, 42, 84, 168
1		

Pelos dados do problema, além de ser divisor de 168, **x é um número entre 5 e 30**. Logo, as possibilidades para x são:

$$\mathbf{6, 7, 8, 12, 14, 21, 24} \text{ e } \mathbf{28}$$

Temos, portanto, **oito possibilidades para x.**

Gabarito: Letra C.

14. (FCC/METRO SP/2015) A área de um retângulo é 144 m². Sabe-se que as medidas do comprimento e da largura desse retângulo, em metros, são número inteiros positivos, e que o comprimento é maior do que a largura. Apenas com os dados fornecidos, o total de possibilidades numéricas diferentes para o comprimento desse retângulo é igual a

a) cinco.

b) seis.

c) nove.

d) sete.

e) oito.

Comentários:

Temos que a área de um retângulo é dada pelo produto do comprimento pela largura. Logo:

$$(\text{Comprimento}) \times (\text{Largura}) = 144$$

Como o comprimento e a largura devem ser **inteiros positivos**, tanto o comprimento quanto a largura devem ser **divisores de 144**.

Os **divisores de 144** são **1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72** e **144**.

		Divisores
		1
144	2	2
72	2	4
36	2	8
18	2	16
9	3	3, 6, 12, 24, 48
3	3	9, 18, 36, 72, 144
1		

Note que, caso **escolhêssemos o divisor 12 como comprimento**, obteríamos a seguinte largura:

$$12 \times (\text{Largura}) = 144$$

$$(\text{Largura}) = \frac{144}{12} = 12$$

Nesse caso, **não teríamos o comprimento maior do que a largura**, pois eles seriam iguais.

Além disso, **qualquer número menor do que 12 para o comprimento dos daria uma largura maior do que o comprimento**. Por exemplo, caso escolhêssemos o divisor 3 como comprimento, obteríamos a seguinte largura:

$$3 \times (\text{Largura}) = 144$$

$$(\text{Largura}) = \frac{144}{3} = 48$$

Perceba que, para que o comprimento seja maior do que a largura, devemos selecionar os divisores de 144 maiores do que 12. Logo, **7 possibilidades para o comprimento do retângulo**:

$$\mathbf{16, 18, 24, 36, 48, 72 \text{ e } 144}$$

O **gabarito**, portanto, é **letra D**.

Gabarito: Letra D.

15. (FCC/TRT 12/2013) Seja P o produto 8726617 × 9827274. O resto da divisão de P por 5 é igual a

a) 2.

b) 4.

c) 3.

d) 0.

e) 1.

Comentários:

Perceba que ao realizar a multiplicação 8726617 × 9827274, o primeiro dígito que aparece é o 8. Isso porque o resultado da multiplicação do algarismo das unidades de 8726617, dado por 7, pelo algarismo das unidades de 9827274, dado por 4, é 28. O número P será da seguinte forma:

$$P = \_\_\_\cdots\_\_\_8$$

Isso significa que $P - 3$ será da seguinte forma:

$$P - 3 = (\_\_\_\cdots\_\_\_8) - 3$$
$$= \_\_\_\cdots\_\_\_5$$

Perceba que $P - 3$ é divisível por 5, pois termina em 5. Isso significa que P deixa resto 3 na divisão por 5.

Gabarito: Letra C.

16. (FCC/METRO SP/2013) No universo dos números naturais, o resto da divisão do número Y por 13 é 2. O resto da divisão do mesmo número Y por 17 é 3. O número Y é menor do que 80. O resto da divisão do número Y por 15 é

a) 3.

b) 0.

c) 5.

d) 12.

e) 9.

Comentários:

O **resto da divisão de Y por 13 é 2.** Isso significa que, ao subtrair 2 unidades de Y, temos um múltiplo de 13. Logo, **o valor de Y−2 está entre os seguintes números (múltiplos de 13)**:

$$0, 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, \ldots$$

Portanto, **o valor de Y está entre os seguintes números (múltiplos de 13 + 2 unidades)**:

$$2, 15, 28, 41, \mathbf{54}, 67, 80, 93, \ldots$$

Além disso, **resto da divisão de Y por 17 é 3.** Isso significa que, ao subtrair 3 unidades de Y, temos um múltiplo de 17. Logo, **o valor de Y−3 está entre os seguintes números (múltiplos de 17)**:

$$0, 17, 34, 51, 68, 85, \ldots$$

Portanto, **o valor de Y também está entre os seguintes números (múltiplos de 17 + 2 unidades)**:

$$3, 20, 37, \mathbf{54}, 71, 88, \ldots$$

Como **Y deve ser menor do que 8**, **a única possibilidade para Y é que ele seja igual a 54**.

Ao **dividir 54 por 15**, obtém-se quociente 3 e **resto 9**. Logo, **o resto da divisão do número Y por 15 é 9**.

Gabarito: Letra E.

17. (FCC/SABESP/2018) De modo geral, um ano bissexto é todo aquele que é múltiplo de 4. Porém, essa regra tem uma exceção: mesmo que o ano seja múltiplo de 4, se ele também for múltiplo de 100, ele deixa de ser bissexto.

Essa última regra tem outra exceção: se o ano for múltiplo de 100, mas também for múltiplo de 400, ele volta a ser bissexto.

Considerando essas informações, é correto afirmar que existem anos que são

a) múltiplos de 400 e não são bissextos.

b) múltiplos de 100 e são bissextos.

c) bissextos e não são múltiplos de 4.

d) ímpares e são bissextos.

e) bissextos e não são múltiplos de 2.

Comentários:

Note que:

- **Em regra**, **o ano é bissexto** quando é **múltiplo de 4**;
- **Exceção à esta regra** ocorre quando o **ano é múltiplo de 100**: nesse caso, mesmo sendo múltiplo de 4, o ano **não é bissexto**;
- **Exceção à esta exceção** ocorre quando **o ano é múltiplo de 400**: nesse caso, mesmo que o ano seja múltiplo de 4 e múltiplo de 100, o **ano é bissexto**.

Vamos analisar as alternativas.

a) Existem anos que são múltiplos de 400 e não são bissextos. ERRADO.

Quando o ano é **múltiplo de 400** ele é **bissexto**, mesmo sendo múltiplo de 100.

b) Existem anos que são múltiplos de 100 e são bissextos. CERTO.

Observe que os anos **múltiplos de 400** são múltiplos de 100 e são bissextos. Logo, **existem anos que são múltiplos de 100 e são bissextos**.

c) Existem anos que são bissextos e não são múltiplos de 4. ERRADO.

Para um ano ser bissexto, **necessariamente deve ser múltiplo de 4**. Existe uma exceção que faz com que um múltiplo de 4 não seja bissexto, porém **todo o ano bissexto é múltiplo de 4**.

d) Existem anos que são ímpares e são bissextos. ERRADO.

Para um ano ser **bissexto**, necessariamente **deve ser múltiplo de 4**. **Todo múltiplo de 4 é par** e, portanto, não existem anos que são ímpares e são bissextos.

e) Existem anos que são bissextos e não são múltiplos de 2. ERRADO.

Para um ano ser **bissexto**, necessariamente deve ser **múltiplo de 4**. **Todo múltiplo de 4 é múltiplo de 2** e, portanto, não existem anos que são bissextos e não são múltiplos de 2.

Gabarito: Letra B.

18. (FCC/COPERGÁS/2016) Escolhendo-se um número natural par maior do que o 0 (zero) qualquer, seu segundo maior divisor será exatamente a metade do número escolhido. Escolhendo-se um número natural ímpar maior do que 1 (um) qualquer, seu segundo maior divisor será, no máximo, a terça parte do número escolhido. O primeiro número natural ímpar maior do que 100 cujo segundo maior divisor natural, supera em 1 unidade o segundo maior divisor natural de 100, é o número

a) 123.

b) 105.

c) 147.

d) 153.

e) 165.

Comentários:

A questão pergunta pelo **primeiro número natural ímpar maior do que 100 cujo segundo maior divisor natural** **supera em 1 unidade o segundo maior divisor natural de 100**.

O **segundo maior divisor natural de 100 é 50** pois, como afirma o enunciado, o segundo maior divisor de um número par é a metade do número.

Logo, a questão pergunta pelo **primeiro número natural ímpar maior do que 100 cujo segundo maior divisor natural** **é 51** **(50 + 1)**.

Note que o próprio enunciado nos diz que, **escolhendo-se um número natural ímpar maior do que 1, seu segundo maior divisor será**, **no máximo**, **a terça parte do número escolhido.**

Logo, o **primeiro número natural ímpar maior do que 100 cujo segundo maior divisor natural** **é 51** é:

$$\mathbf{3} \times \underbrace{51}_{\substack{\text{Segundo maior} \\ \text{divisor natural} \\ \text{do número ímpar}}} = 153$$

O **gabarito**, portanto, é **letra D**.

Gabarito: Letra D.

19. (FCC/DPE RR/2015) Um número natural é primo se é diferente de 1 e possui exatamente dois divisores, que são o 1 e o próprio número. Afirma-se que “se n é um número natural primo menor do que 12, então $n^2 + 2$ é natural primo”.

O total de contraexemplos possíveis para a implicação da afirmação é igual a

a) 1.

b) 2.

c) 3.

d) 4.

e) 5.

Comentários:

Os números primos menores do que 12 são: **2, 3, 5, 7, 11**. Para esses números, o valor de $\mathbf{n^2 + 2}$ é:

- $2^2 + 2 = 6 \rightarrow$ **não é primo**, pois é divisível por 2;
- $3^2 + 2 = 11 \rightarrow$ **é primo**;
- $5^2 + 2 = 27 \rightarrow$ **não é primo**, pois é divisível por 3;
- $7^2 + 2 = 51 \rightarrow$ **não é primo**, pois é divisível por 3;
- $11^2 + 2 = 123 \rightarrow$ **não é primo**, pois é divisível por 3.

Temos, portanto, **4 contraexemplos** possíveis para a implicação da afirmação.

Gabarito: Letra D.

20.(FCC/TRT 6/2018) Exatamente $\frac{1}{4}$ das vagas de uma faculdade são destinadas aos cursos de humanas, e exatamente $\frac{1}{8}$ das vagas destinadas aos cursos de humanas são do período noturno. Sabendo-se que o total de vagas dessa faculdade é um número inteiro positivo entre 420 e 470, então o número de vagas dessa faculdade destinadas aos cursos de humanas é igual a

a) 108.

b) 124.

c) 112

d) 120.

e) 104.

Comentários:

> **Observação:** A resolução dessa questão envolve conhecimentos sobre frações que serão vistos em aula própria, caso faça parte do seu edital.

Considere que o **total de vagas da faculdade é T**. Esse número é um **inteiro positivo entre 420 e 470**.

Temos que $\frac{1}{4}$ **das vagas da faculdade** são destinados aos cursos de humanas.

Logo, o total de **vagas destinadas aos cursos de humanas** é:

$$\frac{1}{4}\ \textbf{de}\ \mathrm{T} = \frac{1}{4} \times \mathrm{T} = \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{4}}$$

Além disso, $\frac{1}{8}$ **das** vagas destinadas aos cursos de humanas são do período noturno.

Logo, o **número de vagas destinadas aos cursos de humanas que são do período noturno** é:

$$\frac{1}{8}\ \textbf{das}\ \text{(vagas destinadas aos cursos de humanas)}$$

$$\frac{1}{8} \times \left(\frac{T}{4}\right)$$

$$= \frac{T}{32}$$

Observe que esse número de **vagas destinadas aos cursos de humanas que são do período noturno** deve ser um número inteiro, ou seja, $\frac{T}{32}$ é inteiro. Isso significa que ***T* deve ser múltiplo de 32**. Temos, portanto, as seguintes informações sobre o total de vagas da faculdade:

- T é um inteiro positivo entre 420 e 470; e
- T é múltiplo de 32.

420 dividido por 32 nos deixa **quociente 13** e **resto 4**. Logo, o primeiro múltiplo de 32 menor do que 420 é:

$$32 \times \mathbf{13} = 416$$

Os próximos múltiplos de 32 são:

- $32 \times 14 = \mathbf{448}$
- $32 \times 15 = 480$
- Etc.

Veja, portanto, que o único inteiro positivo entre 420 e 470 que é múltiplo de 32 é o número **448**. Logo:

$$T = 448$$

Portanto, o **número de vagas dessa faculdade destinadas aos cursos de humanas** é:

$$\frac{T}{4} = \frac{448}{4} = 112$$

Gabarito: Letra C.

21. (FCC/TRT 6/2018) O número natural x possui ao todo três divisores positivos distintos. O número natural y possui ao todo três divisores positivos distintos. O produto x . y é um número natural maior que 30 e menor que 40. A soma x + y é igual a

a) 12.

b) 14.

c) 13.

d) 16.

e) 19.

Comentários:

Lembre-se que se um número apresenta uma quantidade $\boldsymbol{p}$ de divisores naturais, com $\boldsymbol{p}$ primo, então esse número é da forma $\boldsymbol{q^{p-1}}$, sendo $\boldsymbol{q}$ também um número primo.

Como x e y, que apresentam 3 divisores positivos, então x e y são da forma $\boldsymbol{q^{3-1}} = \boldsymbol{q^2}$, com $\boldsymbol{q}$ primo.

Observe que x e y devem ser distintos, pois apresentam divisores positivos distintos.

Se x e y forem $\mathbf{2^2}$ e $\mathbf{3^2}$, então $xy = 36$, que está entre 30 e 40. Para esse caso, $x + y = 4 + 9 = 13$. Chagamos ao gabarito, alternativa C.

Observe que, se x e y fossem números mais elevados, obteríamos um produto sempre maior do que 40. Exemplo: $\mathbf{3^2}$ e $\mathbf{5^2}$ tem como produto 225.

Gabarito: Letra C.

22. (FCC/TRF 3/2016) A diferença entre o menor número natural ímpar com cinco divisores positivos distintos e o menor número natural par, também com cinco divisores positivos distintos, é igual a

a) 39.

b) 27.

c) 83.

d) 65.

e) 41.

Comentários:

Lembre-se que se um número apresenta uma quantidade $\boldsymbol{p}$ de divisores naturais, com $\boldsymbol{p}$ primo, então esse número é da forma $\boldsymbol{q^{p-1}}$, sendo $\boldsymbol{q}$ também um número primo.

Como os números apresentam 5 divisores positivos, então eles são da forma $\boldsymbol{q^{5-1}} = \boldsymbol{q^4}$, com $\boldsymbol{q}$ primo.

O menor natural par com 5 divisores é $2^4 = 16$, e o menor natural ímpar com 5 divisores é $3^4 = 81$. A diferença é dada por: $81 - 16 = 65$.

Gabarito: Letra D.

23. (FCC/DETRAN SP/2019) Um pacote contém N balas. Sabe-se que N ≤ 29 e que há 8 maneiras diferentes de dividir o número de balas do pacote em partes iguais, incluindo a divisão trivial em uma só parte contendo todas as N balas. Então, o resto da divisão de N por 5 é igual a

a) 3.

b) 1.

c) 2.

d) 4.

e) 0.

Comentários:

Observe que, se há 8 maneiras de se dividir o número de balas N em partes iguais, então N apresenta 8 divisores.

O **número 8 não é um número primo**, portanto **não podemos aplicar a seguinte regra:**

Se um número apresenta uma quantidade $\boldsymbol{p}$ de divisores naturais, com $\boldsymbol{p}$ **primo**, então esse número é da forma $\boldsymbol{q^{p-1}}$, sendo $\boldsymbol{q}$ também um número primo.

Para resolver o problema em questão, podemos aplicar um raciocínio análogo ao que fizemos na parte teórica da aula para o caso em que temos um número primo de divisores.

Ao decompormos o número **N** em questão em fatores primos, vamos supor que tenhamos obtido a seguinte fatoração, com $q_1, q_2, \dots q_n$ os primos obtidos e $e_1, e_2, \dots, e_n$ seus expoentes, que devem ser maiores ou iguais a 1.

$$N = q_1^{e_1} \times q_2^{e_2} \times \dots \times q_n^{e_n}$$

Obtida essa fatoração genérica, o número de divisores, que deve ser igual a 8, é representado por:

$$(e_1 + 1) \times (e_2 + 1) \times \dots \times (e_n + 1) = 8$$

Note que na esquerda da equação temos o produto de números naturais da forma $(e_i + 1)$, que devem ser maiores ou iguais a 2, e na direita temos o número 8. Veja **podemos** decompor esse número 8 em um produto de números inteiros maiores do que 2 **de apenas três modos**:

- Primeiro modo $2 \times 2 \times 2$
- Segundo modo: 4×2
- Terceiro modo: 8

Primeiro modo

Se considerarmos o **primeiro modo**, devemos ter do lado esquerdo da equação três fatores $(e_i + 1)$:

$$(e_1 + 1) \times (e_2 + 1) \times (e_3 + 1) = 2 \times 2 \times 2$$

Nesse caso, o número N é decomposto em três fatores primos q_1, q_2 e q_3 com expoentes e_1, e_2 e e_3 todos iguais a 1:

$$(1 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 2 \times 2 \times 2$$

Nesse caso, o menor valor para N ocorreria quando os fatores primos fossem os menores possíveis, isto é, 2, 3 e 5.

$$N = 2^1 \times 3^1 \times 5^1 = 30$$

Como pelo enunciado da questão $n \leq 29$, não podemos ter 3 primos para N.

Segundo modo

Se considerarmos o **segundo modo**, devemos ter do lado esquerdo da equação dois fatores $(e_i + 1)$:

$$(e_1 + 1) \times (e_2 + 1) = 4 \times 2$$

Nesse caso, o número N é decomposto em dois fatores primos q_1 e q_2 com expoentes $e_1 = 3$ e $e_2 = 1$:

$$(3 + 1) \times (1 + 1) = 4 \times 1$$

Nesse caso, o menor valor para N ocorreria quando os fatores primos fossem os menores possíveis, isto é, 2, 3.

$$N = 2^3 \times 3^1 = 24$$

Observe que qualquer outro caso com expoentes 3 e 1 nos traria valores para N maiores do que 29, e o enunciado da questão não nos permite isso. **Logo, o número $N \leq 29$ que apresenta 8 divisores é 24**.

Ao dividir 24 por 5, temos quociente 4 e **resto 4**. O nosso gabarito é a alternativa D.

Observação 1: ainda poderíamos testar o caso em que N apresenta um único primo. Nesse caso:

$$(e_1 + 1) = 8$$

$$e_1 = 7$$

O menor valor para N seria 2^7, que é maior do que 29.

Observação 2: uma outra maneira de resolver a questão seria usar a "força bruta", testando os números 29, 28, 27... até se chegar em um número com 8 divisores. Na hora da prova, vale tudo para marcar o X no lugar certo.

Gabarito: Letra D.

24. (FCC/TRF 4/2019) João escolheu um número do conjunto {90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98} que Pedro deve adivinhar. João fez três afirmações mas só uma é verdadeira:

– o número é par.

– o número é múltiplo de 5.

– o número é divisível por 3.

O número máximo de tentativas para que Pedro adivinhe o número escolhido por João é

a) 9

b) 7

c) 6

d) 5

e) 4

Comentários:

A chave sessa questão é perceber que, ao considerarmos que João falou uma afirmação verdadeira, devemos considerar também que as demais afirmações são falsas, pois apenas uma afirmação é verdadeira

Vamos avaliar 3 casos:

- **Caso 1**: a primeira afirmação é verdadeira e as demais são falsas;
- **Caso 2**: a segunda afirmação é verdadeira e as demais são falsas;
- **Caso 3**: a terceira afirmação é verdadeira e as demais são falsas.

Para o **caso 1**, temos que:

– O número **É** par. Logo, eliminamos os ímpares: {90, ~~91~~, 92, ~~93~~, 94, ~~95~~, 96, ~~97~~, 98}.

– O número **NÃO É** múltiplo de 5. Logo, eliminamos os múltiplos de 5: {~~90~~, ~~91~~, 92, ~~93~~, 94, ~~95~~, 96, ~~97~~, 98}.

– O número **NÃO É** divisível por 3. Logo, eliminamos os divisíveis por 3: {~~90~~, ~~91~~, 92, ~~93~~, 94, ~~95~~, ~~96~~, ~~97~~, 98}.

Veja que, para o caso 1, temos apenas 3 números: 92, 94 e 98

Para o **caso 2**, temos que:

– O número **É** múltiplo de 5. Logo, eliminamos os que não são múltiplos de 5: {90, ~~91, 92, 93, 94~~, 95, ~~96, 97, 98~~}.

– O número **NÃO É** par. Logo, eliminamos os pares: {~~90~~, ~~91, 92, 93, 94~~, 95, ~~96, 97, 98~~}.

− O número **NÃO É** divisível por 3. Note que não restou nenhum número divisível por 3 para ser eliminado.

Veja que, para o caso 2, temos apenas 1 número: 95.

Para o **caso 3**, temos que:

− O número **É** divisível por 3. Logo, eliminamos os que não são divisíveis por 3: {90, ~~91~~, ~~92~~, 93, ~~94~~, ~~95~~, 96, ~~97~~, ~~98~~}.

− O número **NÃO É** par. Logo, eliminamos os pares: {~~90~~, ~~91~~, ~~92~~, 93, ~~94~~, ~~95~~, ~~96~~, ~~97~~, ~~98~~}.

− O número **NÃO É** múltiplo de 5. Note que não restou nenhum número múltiplo de 5 para ser eliminado.

Veja que, para o caso 3, temos apenas 1 número: 93.

Considerando que os 3 casos apresentados podem ocorrer, os números que precisam ser averiguados são 5: **92, 93, 94, 95 e 98**.

Os outros números não precisam ser alvo de tentativas, pois não são possíveis para nenhum dos casos. Logo, o número máximo de tentativas para que Pedro adivinhe o número escolhido por João é 5.

Gabarito: Letra D.

FGV

25.(FGV/PM SP/2021) 180 soldados serão posicionados no pátio do quartel, arrumados em linhas e colunas, de maneira a formar um retângulo perfeito. Sabe se que tanto o número de linhas quanto o número de colunas do retângulo não podem ser menores que 5.

O maior número de arrumações possíveis para esse retângulo de soldados é

a) 4.

b) 5.

c) 7.

d) 10.

e) 12.

Comentários:

Temos que o **número de soldados** presentes nesse retângulo é o produto do número de linhas pelo número de colunas. Logo:

$$(\text{Linhas}) \times (\text{Colunas}) = 180$$

Como o número de linhas e o número de colunas devem ser **inteiros positivos**, tanto o número de linhas quanto o número de colunas devem ser **divisores de 180**.

Os **divisores de 180** são **1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90** e **180**.

		Divisores
		1
180	2	2
90	2	4
45	3	3, 6, 12
15	3	9, 18, 36
5	5	5, 10, 20, 15, 30, 60, 45, 90,180
1		

Uma vez que se determina um possível valor para a <u>linha</u> dentre os divisores de 180, **o número de <u>colunas</u> é dado por**:

$$(\text{Colunas}) = \frac{180}{(\text{Linhas})}$$

Para que se respeite o fato de que **tanto o número de <u>linhas</u> quanto o número de <u>colunas</u> do retângulo <u>não podem ser menores que 5</u>**, os possíveis números de linhas são: **5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30** e **36**. Esses valores para as linhas geram, respectivamente, os seguintes números de colunas: **36, 30, 20, 18, 15, 12 ,10, 9, 6** e **5**.

Logo, temos um total de **10 arrumações** para os soldados. O **gabarito**, portanto, é **letra D**.

Veja que, **se selecionássemos um número de <u>linhas</u> maior do que 36**, **teríamos um número de <u>colunas</u> inferior a 5**, violando o comando da questão. Por exemplo, se tivéssemos 45 linhas, o número de colunas seria:

$$(\text{Colunas}) = \frac{180}{45} = 4$$

Gabarito: Letra D.

26. (FGV/IMBEL/2021) O número de cinco algarismos 2021U é divisível por 9. O resto da divisão desse número por 7 é

a) 1.

b) 2.

c) 3.

d) 4.

e) 5.

Comentários:

Note que o número **2021U** é composto por 5 algarismos, sendo **U** um algarismo. Isso significa que **U** é um número de 0 a 9.

Sabemos que **2021U** é divisível por 9. Lembre-se de que um número qualquer é **divisível por 9** quando a **soma dos seus algarismos é divisível por 9**.

A soma dos algarismos de **2021U** é:

$$2 + 0 + 2 + 1 + U$$
$$= 5 + U$$

Logo, $\mathbf{5 + U}$ **deve ser divisível por 9.**

Se igualarmos $5 + U$ a 9, obtemos:

$$5 + U = 9$$
$$U = 9 - 5$$
$$\boldsymbol{U = 4}$$

Portanto, **o número procurado é 2021<u>4</u>**.

Observe que, se igualássemos $5 + U$ a 18, **obteríamos um valor para U que não corresponde a um algarismo de 0 a 9**:

$$5 + U = 18$$
$$U = 13$$

Ao dividir **20214** por 7 obtém-se quociente 2887 e **<u>resto 5</u>**. O **gabarito**, portanto, é **letra E.**

Gabarito: Letra E.

27. (FGV/IMBEL/2021) Seja N o maior número de 4 algarismos tal que o produto desses 4 algarismos seja 144.

A soma dos algarismos de N é

a) 20.

b) 19.

c) 18.

d) 17.

e) 16.

Comentários:

Primeiramente, vamos fatorar o número 144.

$$144 = 12 \times 12$$
$$(3 \times 4) \times (3 \times 4)$$
$$(3 \times 2 \times 2) \times (3 \times 2 \times 2)$$
$$= 2^4 \times 3^2$$

Se o número de quatro algarismos for escrito da forma **ABCD**, em que **A**, **B**, **C** e **D** são algarismos de 0 a 9, temos que:

$$\mathrm{A} \times \mathrm{B} \times \mathrm{C} \times \mathrm{D} = 144$$
$$\mathbf{A \times B \times C \times D = 2^4 \times 3^2}$$

Como o número **ABCD** deve ser o maior número possível, devemos maximizar o primeiro dígito. Note que o dígito **A** pode ser 9, pois **9 pode ser extraído do produto $\mathbf{2^4 \times 3^2}$**, uma vez que $9 = 3^2$.

Sendo $\boldsymbol{A = 9}$, ficamos com:

$$9 \times \mathrm{B} \times \mathrm{C} \times \mathrm{D} = 2^4 \times 3^2$$
$$3^2 \times \mathrm{B} \times \mathrm{C} \times \mathrm{D} = 2^4 \times 3^2$$
$$\mathbf{B \times C \times D = 2^4}$$

Ainda, para maximizar o número **ABCD**, que é da forma **9BCD**, devemos maximizar o dígito **B**. Note que o dígito **B** não pode ser 9, pois 9 não pode ser extraído de 2^4. Por outro lado, **8 pode ser extraído de $\mathbf{2^4}$**, uma vez que $8 = 2^3$.

Sendo $\boldsymbol{B = 8}$, ficamos com:

$$8 \times C \times D = 2^4$$
$$2^3 \times C \times D = 2^4$$
$$\boldsymbol{C \times D = 2}$$

Novamente, para maximizar o número **ABCD**, que é da forma **98CD**, devemos maximizar o dígito **C**. Como o produto $C \times D$ é igual a 2, só nos resta que ***C* seja igual a 2** e ***D* seja igual a 1**. Portanto, o número procurado é:

$$\mathbf{9821}$$

A soma dos dígitos do número em questão é:

$$9 + 8 + 2 + 1 = 20$$

Gabarito: Letra A.

28. (FGV/IMBEL/2021) O número de 4 algarismos 31aa é divisível por 12. O valor do algarismo a é

a) 0.

b) 2.

c) 4.

d) 6.

e) 8.

Comentários:

Note que o problema poderia ser resolvido **testando as alternativas**, isto é, verificando qual dos números é divisível por 12: 31**00**, 31**22**, 31**44**, 31**66** ou 31**88**. Nesse caso, ao dividir cada um dos números por 12, obteríamos que apenas 31**44** nos deixa resto zero, de modo que o valor de **a** é 4.

Feita essa observação, vamos resolver a questão "da maneira correta", para fins de aprendizado.

Temos que **a** é um algarismo do número **31aa**. Isto é, **a** é um número inteiro de 0 a 9.

Sabemos que **um número é divisível por 12 quando é divisível por 3 e por 4 ao mesmo tempo**. Além disso:

- **Um número é divisível por 3 quando a soma dos seus algarismos for divisível por 3; e**
- **Um número é divisível por 4 quando os dois últimos algarismos forem divisíveis por 4.**

Logo, quanto ao número de quatro algarismos **31aa**, temos que:

- **3 + 1 + a + a** = **4 + 2a é divisível por 3**; e
- O número de dois dígitos dado por **aa é divisível por 4**.

Para que **4 + 2a seja divisível por 3**, podemos ter:

- $4 + 2a = \mathbf{3} \rightarrow 2a = -1 \rightarrow a = -\frac{1}{2} \rightarrow$ Inviável, pois **a** é um algarismo de 0 a 9;
- $4 + 2a = \mathbf{6} \rightarrow 2a = 2 \rightarrow \boldsymbol{a = 1}$
- $4 + 2a = \mathbf{9} \rightarrow 2a = 5 \rightarrow a = \frac{5}{2} \rightarrow$ Inviável, pois **a** é um algarismo de 0 a 9;
- $4 + 2a = \mathbf{12} \rightarrow 2a = 8 \rightarrow \boldsymbol{a = 4}$
- $4 + 2a = \mathbf{15} \rightarrow 2a = 1 \rightarrow a = \frac{11}{2} \rightarrow$ Inviável, pois a é um algarismo de 0 a 9;
- $4 + 2a = \mathbf{18} \rightarrow 2a = 14 \rightarrow \boldsymbol{a = 7}$
- $4 + 2a = \mathbf{21} \rightarrow 2a = 17 \rightarrow a = \frac{17}{2} \rightarrow$ Inviável, pois **a** é um algarismo de 0 a 9;
- $4 + 2a = \mathbf{24} \rightarrow 2a = 20 \rightarrow a = 10 \rightarrow$ Inviável, pois **a** é um algarismo de 0 a 9;

Note que, se atribuirmos para **4 + 2a valores maiores do que 24**, obteríamos um valor para **a** superior a 10. Logo, os possíveis valores para **a** são **1**, **4** e **7**.

Além disso, o outro requisito que deve ser respeitado é que número de dois dígitos dado por **aa** é divisível por 4. Dentre as opções possíveis, **11**, **44** e **77**, apenas 44 é divisível por 4. Logo, o valor do algarismo **a** é 4.

Gabarito: Letra C.

29. (FGV/Pref. Salvador/2019) Dizemos que um número inteiro é "soteropolista" quando todos os seus algarismos são ímpares e o número é divisível pelo seu algarismo das unidades.

Considere as afirmativas:

I. 73 é um número "soteropolista".

II. 35 é um número "soteropolista".

III. 63 é um número "soteropolista".

É correto concluir que

a) todas são verdadeiras.

b) apenas I e II são verdadeiras.

c) apenas II e III são verdadeiras.

d) apenas II é verdadeira.

e) apenas III é verdadeira.

Comentários:

Um número é "soteropolista" quando **seus algarismos são ímpares** **e** **o número é divisível pelo seu algarismo das unidades**.

Vamos verificar os itens da questão:

I. 73 é um número "soteropolista". ERRADO.

Apesar de os algarismos de **73** serem ímpares, **73** **não** é divisível por **3**, pois **ao dividir 73 por 3 obtém-se resto 1**.

II. 35 é um número "soteropolista". CERTO.

Os algarismos de **35** são ímpares, pois 3 e 5 são ímpares. Além disso, **35 é divisível por 5**, pois ao dividir 35 por 5 obtém-se resto zero.

III. 63 é um número "soteropolista". ERRADO.

Os algarismos de **63** **não** são ímpares, **pois 6 é par**.

Portanto, **apenas a afirmativa II é verdadeira**.

Gabarito: Letra D.

30. (FGV/Pref. Salvador/2019) Dizemos que um número de 3 algarismos é "feliz" quando os 3 algarismos, na ordem centenas, dezenas e unidades, são consecutivos (crescentes ou decrescentes) e o número é divisível pelo algarismo das unidades. Por exemplo, 432 é um número "feliz", mas 234 não é um número "feliz" pois não é divisível por 4.

A quantidade de números "felizes" de 3 algarismos é

a) 10.

b) 11.

c) 12.

d) 13.

e) 14.

Comentários:

Note que um número é "feliz" quando os algarismos são consecutivos e o número é divisível pelo algarismo das unidades.

- Temos **7** números de três algarismos **consecutivos na ordem crescente**: 123, 234, 345, 456, 567, 678, 789;
- Temos **8** números de três algarismos **consecutivos na ordem decrescente**: 987, 876, 765, 654, 543,432,321, 210.

Vamos verificar **quais desses 15 números** de três algarismos consecutivos **são "felizes"**:

- 123 → é divisível por 3, pois a soma dos algarismos é divisível por 3 → **é "feliz";**
- 234 → não é divisível por 4, pois 34 não é divisível por 4 → **não é "feliz";**
- 345 → é divisível por 5, pois termina em 5 → **é "feliz";**
- 456 → é divisível por 6, pois é divisível por 2 e por 3 → **é "feliz";**
- 567 → é divisível por 7, pois a divisão deixa resto zero → **é "feliz";**
- 678 → não é divisível por 8, pois a divisão não deixa resto zero → **não é "feliz";**
- 789 → não é divisível por 9, pois a soma dos algarismos não é divisível por 9 → **não é "feliz";**
- 987 → é divisível por 7, pois a divisão deixa resto zero → **é "feliz";**
- 876 → é divisível por 6, pois é divisível por 2 e por 3 → **é "feliz";**
- 765 → é divisível por 5, pois termina em 5 → **é "feliz";**
- 654 → não é divisível por 4, pois 54 não é divisível por 4 → **não é "feliz";**
- 543 → é divisível por 3, pois a soma dos algarismos é divisível por 3 → **é "feliz";**
- 432 → é divisível por 2, pois é par → **é "feliz";**
- 321 → é divisível por 1, pois todo número inteiro é divisível por 1 → **é "feliz";**
- 210 → não é divisível por 0, pois não se pode dividir um número por zero. → **não é "feliz"**.

Logo, há **10 números "felizes" de 3 algarismos**.

Gabarito: Letra A.

31. (FGV/MPE AL/2018) Marta tem 20 bolas numeradas de 1 a 20. Ela pinta de vermelho todas as bolas cujo número é múltiplo de 4, isto é, 4, 8, 12 etc.

A seguir, ela pinta de azul as bolas cujos números são antecessores de números das bolas que foram pintadas de vermelho.

Por último, ela pinta de verde as bolas cujos números são sucessores de números das bolas que foram pintadas de vermelho.

Nenhuma outra bola foi pintada.

O número de bolas não pintadas é

a) 4.

b) 5.

c) 6.

d) 7.

e) 8.

Comentários:

Vamos resolver o problema seguindo os passos apresentados no enunciado.

"Marta tem 20 bolas numeradas de 1 a 20."

Temos a seguinte representação das 20 bolas:

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$$

"Ela pinta de vermelho todas as bolas cujo número é múltiplo de 4, isto é, 4, 8, 12 etc."

Vamos indicar no nosso esquema que os múltiplos de 4 foram pintados de **vermelho (Vm):**

$$1, 2, 3, \underbrace{\mathbf{4}}_{Vm}, 5, 6, 7, \underbrace{\mathbf{8}}_{Vm}, 9, 10, 11, \underbrace{\mathbf{12}}_{Vm}, 13, 14, 15, \underbrace{\mathbf{16}}_{Vm}, 17, 18, 19, \underbrace{\mathbf{20}}_{Vm}$$

"A seguir, ela pinta de azul as bolas cujos números são antecessores de números das bolas que foram pintadas de vermelho."

Vamos indicar no nosso esquema as bolas pintadas de **azul (A):**

$$1, 2, \underbrace{\mathbf{3}}_{A}, \underbrace{\mathbf{4}}_{Vm}, 5, 6, \underbrace{\mathbf{7}}_{A}, \underbrace{\mathbf{8}}_{Vm}, 9, 10, \underbrace{\mathbf{11}}_{A}, \underbrace{\mathbf{12}}_{Vm}, 13, 14, \underbrace{\mathbf{15}}_{A}, \underbrace{\mathbf{16}}_{Vm}, 17, 18, \underbrace{\mathbf{19}}_{A}, \underbrace{\mathbf{20}}_{Vm}$$

"Por último, ela pinta de verde as bolas cujos números são sucessores de números das bolas que foram pintadas de vermelho."

Vamos indicar no nosso esquema as bolas pintadas de verde (Vd):

$$1, 2, \underbrace{\mathbf{3}}_{A}, \underbrace{\mathbf{4}}_{Vm}, \underbrace{\mathbf{5}}_{Vd}, 6, \underbrace{\mathbf{7}}_{A}, \underbrace{\mathbf{8}}_{Vm}, \underbrace{\mathbf{9}}_{Vd}, 10, \underbrace{\mathbf{11}}_{A}, \underbrace{\mathbf{12}}_{Vm}, \underbrace{\mathbf{13}}_{Vd}, 14, \underbrace{\mathbf{15}}_{A}, \underbrace{\mathbf{16}}_{Vm}, \underbrace{\mathbf{17}}_{Vd}, 18, \underbrace{\mathbf{19}}_{A}, \underbrace{\mathbf{20}}_{Vm}$$

Temos as seguintes bolas que não foram pintadas: $1, 2, 6, 10, 14, 18$.

Logo, **o número de bolas não pintadas é 6**.

Gabarito: Letra C.

32. (FGV/SSP AM/2015) Sargento Garcia quer dispor os soldados presentes a uma solenidade em colunas com exatamente 7 soldados cada uma. Até o momento, 37 soldados estão presentes. O número mínimo de soldados que devem chegar para que o sargento Garcia possa arrumá-los do jeito desejado é:

a) 6;

b) 5;

c) 4;

d) 3;

e) 2.

Comentários:

Note, que, ao dividir os **37** soldados por **7**, obtém-se **quociente 5** e **resto 2**. Isso significa que, com os **37** soldados, temos **5 colunas** com **7 soldados e ainda restam 2 soldados**.

Para que esses 2 soldados restantes formem uma nova coluna com 7 soldados, é necessário que cheguem, no mínimo:

$$7 - \mathbf{2} = 5 \text{ soldados}$$

O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

Observe que, com esses novos 5 soldados, teremos **37 + 5 = 42 soldados**. Ao dividir **42** soldados por **7**, obtém-se **quociente 6** e **resto zero**. Isso significa que, **ao acrescentar esses <u>5 soldados</u>, teremos 6 colunas com exatamente 7 soldados**.

Gabarito: Letra B.

33. (FGV/SEDUC AM/2014) O jogo de origem chinesa NIM é usado por alguns professores para motivar aulas sobre divisibilidades e restos. No NIM, coloca-se uma quantidade de palitos sobre uma mesa e dois

jogadores vão, alternadamente, retirando 1, 2,3, 4 ou 5 palitos da mesa. Perde o jogo aquele que retirar o último palito da mesa. Nesse jogo, há uma estratégia para vencer logo na primeira jogada, bastando que o primeiro jogador deixe sempre uma quantidade inteira de grupos de 6 palitos mais 1 palito isolado. Para vencer, por exemplo, um jogo com 33 palitos, o primeiro jogador deve retirar 2 palitos para deixar 5 grupos de 6 palitos e 1 palito isolado.

Em um jogo de NIM com 47 palitos, para garantir a vitória na primeira jogada, o primeiro jogador deve retirar

a) 5 palitos.

b) 4 palitos.

c) 3 palitos.

d) 2 palitos.

e) 1 palito.

Comentários:

A estratégia para vencer o jogo consiste em **deixar uma quantidade inteira de grupos de 6 palitos mais 1 palito isolado**. Em outras palavras, **após a retirada do primeiro jogador**, **o número de palitos restantes deve deixar resto 1 ao ser dividido por 6.**

Note que, ao dividir **47** por **6**, obtém-se **quociente 7** e **resto 5**. Para que tenhamos **resto 1**, **devemos retirar 4 palitos**. O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

Observe que, ao retirar 4 palitos, ficamos com **47 − 4 = 43 palitos**. Ao dividir **43** por **6** obtém-se **quociente 7** e **resto 1**. Isso significa que podem ser formados **7 grupos de 6 palitos** e **1 palito isolado**, garantindo a vitória após a primeira jogada.

Gabarito: Letra B.

34. (FGV/SEDUC AM/2014) O conjunto C é formado por todos os números naturais que divididos por 5 são maiores que 3 e menores que 13.

O número de elementos de C é

a) 48.

b) 49.

c) 50.

d) 51.

e) 52.

Comentários:

Os elementos do conjunto C são **números naturais** que, ao serem divididos por 5, são maiores do que 3 e menores do que 13. Observe que:

- **Os extremos do intervalo não estão incluídos**, ou seja, o elemento do conjunto C, ao ser dividido por 5, **não pode** resultar exatamente no número 3 ou no número 13;
- **O resultado da divisão** do elemento do conjunto C por 5 **não precisa necessariamente ser um número natural**, pois não há essa restrição no enunciado: basta que a divisão por 5 resulte em um número entre 3 e 13.

Observe que o **número que dividido por 5 resulta em 3 é o 15**, pois:

$$\frac{x}{5} = 3 \rightarrow x = \mathbf{15}$$

Além disso, o **número que dividido por 5 resulta em 13 é o 65**, pois:

$$\frac{y}{5} = 13 \rightarrow y = \mathbf{65}$$

O número de elementos do conjunto C é o total de números naturais entre 15 e 65 sem considerar os extremos 15 e 65.

Ao considerar os extremos, teríamos o seguinte número de elementos:

$$(65 - 15) + 1 = 51$$

Removendo os dois extremos, **15** e **65**, **temos o total de elementos do conjunto C:**

$$51 - 2 = 49$$

O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

Professor, por que você somou 1 para obter o número de elementos entre 15 e 65 considerando os extremos?

Excelente pergunta! Vou te responder essa pergunta com outra: quantos números naturais temos **entre 2 e 4**, **considerando os extremos**? Ora, 3 números: 2, 3 e 4. Observe, porém, que:

$$4 - 2 = 2$$

Portanto, para obter o número de elementos em um intervalo considerando os extremos, devemos somar uma unidade. A operação correta é:

$$(4 - 2) + 1 = 3$$

Gabarito: Letra B

VUNESP

35.(VUNESP/EsFCEx/2020) Se o número inteiro $2^a . 3^b . 11^c$ (sendo $a, b, c \in N$) divide o número 1056, então o número de divisores positivos e negativos de 1056 é igual a

a) 36.

b) 24.

c) 44.

d) 12.

e) 48.

Comentários:

Vimos na teoria que para saber a quantidade de **divisores naturais** de um número qualquer, devemos:

- Obter todos os expoentes dos fatores primos;
- Somar 1 a cada um desses expoentes e realizar o produto dos números obtidos.

Portanto, o número de **divisores naturais** será:

$$(a+1) \times (b+1) \times (c+1)$$

A questão pede o número de **divisores inteiros** (**positivos** e **negativos**). Trata-se do **dobro do valor anterior**, pois os divisores negativos são os divisores positivos (naturais) com sinal trocado. A resposta da questão será, portanto:

$$2 \times (a+1) \times (b+1) \times (c+1)$$

Para obter os valores de a, b e c, devemos fatorar 1056.

$$\begin{array}{r|l} 1056 & 2 \\ 528 & 2 \\ 264 & 2 \\ 132 & 2 \\ 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

Logo:

$$1056 = 2^5 \times 3^1 \times 11^1$$

Isso significa que $a = 5$, $b = 1$ e $c = 1$. Logo, o número de **divisores inteiros** (**positivos** e **negativos**) é:

$$2 \times (5 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1)$$

$$= 2 \times 6 \times 2 \times 2$$

$$= 48$$

Gabarito: Letra E.

36. (VUNESP/ISS Osasco/2019) As tarefas numeradas de 1 a 50 devem ser realizadas no prazo dos cinco dias úteis de uma semana. A pessoa que vai realizar as tarefas decidiu fazer aquelas que estão numeradas com um múltiplo de 3 na segunda-feira. Das que sobrarem, ela fará as numeradas por múltiplo de 4 na terça-feira. Das que sobrarem, ela fará as numeradas por múltiplo de 5 na quarta-feira. Seguindo o mesmo padrão, das que sobrarem, ela fará as numeradas por múltiplo de 6 na quinta-feira e, por fim, fará as que restarem na sexta-feira. Sendo assim, essa pessoa terá que realizar na sexta-feira um total de tarefas igual a

a) 17.

b) 18.

c) 19.

d) 20.

e) 21.

Comentários:

Na **segunda-feira**, a pessoa fez as tarefas numeradas com um **múltiplo de 3**. Logo, ela fez as seguintes tarefas:

$$\mathbf{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48}$$

Total: 16 tarefas

Na **terça-feira**, **das tarefas que sobraram**, ela fez as numeradas com um múltiplo de 4. Em outras palavras, ela fez as tarefas numeradas com um **múltiplo de 4** **que não é múltiplo de 3**. Logo, ela fez as seguintes tarefas:

$$\mathbf{4, 8, \cancel{12}, 16, 20, \cancel{24}, 28, 32, \cancel{36}, 40, 44, \cancel{48}}$$

Total: 8 tarefas

Na **quarta-feira**, **das tarefas que sobraram**, ela fez as numeradas com um múltiplo de 5. Em outras palavras, ela fez as tarefas numeradas com um **múltiplo de 5** **que não é múltiplo de 3 nem de 4**. Logo, ela fez as seguintes tarefas:

$$\mathbf{5, 10, \cancel{15}, \cancel{20}, 25, \cancel{30}, 35, \cancel{40}, \cancel{45}, 50}$$

Total: 5 tarefas

Na **quinta-feira**, **das tarefas que sobraram**, a pessoa teria feito tarefas numeradas com um múltiplo de 6. Ocorre que **todo o múltiplo de 6 é múltiplo de 3**, de modo que, na **quinta-feira**, a pessoa não fez nenhuma tarefa.

Observe, portanto, que o total de tarefas feiras até **quinta-feira** é:

$$16 + 8 + 5 = 29$$

Como na **sexta-feira** a pessoa fez as tarefas restantes, o total feito nesse dia é:

$$50 - 29 = 21$$

Gabarito: Letra E.

37. (VUNESP/CM Poá/2016) Seja X um número inteiro, positivo e menor do que 100. O resto da divisão de X por 5 é igual a 1, e o resto da divisão de X por 11 é igual a 7. A soma dos algarismos de X é igual a

a) 6.

b) 7.

c) 8.

d) 9.

e) 10.

Comentários:

Precisamos determinar um número X menor do que 100.

O resto da divisão de X por 5 é igual a 1. Logo, $\boldsymbol{X - 1}$ **é múltiplo de 5**. Isso significa que os múltiplos de 5 menores que 100 são **valores possíveis para** $\boldsymbol{X - 1}$:

$$0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95$$

Ao somar uma unidade nesses números, **temos possíveis valores para** $\boldsymbol{X}$:

$$\mathbf{1, 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, 41, 46, 51, 56, 61, 66, 71, 76, 81, 86, 91, 96}$$

O resto da divisão de X por 11 é igual a 7. Logo, $\boldsymbol{X - 7}$ **é múltiplo de 11**. Isso significa que os múltiplos de 11 menores que 100 são **valores possíveis para** $\boldsymbol{X - 7}$:

$$0, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99$$

Ao somar 7 nesses números, **temos possíveis valores para** $\boldsymbol{X}$:

$$\mathbf{7, 18, 29, 40, 51, 62, 73, 84, 95}, \cancel{106}$$

Comparando as duas listas de possibilidades para X, que devem ser simultaneamente atendidas, temos que a única possibilidade é $X = 51$. Portanto, a soma dos algarismos de X é $5 + 1 = 6$.

Gabarito: Letra A.

38.(VUNESP/Pref. Araçatuba/2019) Ariel, Gabriel e Rafael frequentam a mesma academia. Ariel vai à academia a cada 2 dias, Gabriel, a cada 3 dias, e Rafael, a cada 4 dias. Incluindo o dia primeiro de março, quando os 3 estiveram na academia, até o dia 15 de março, o número de dias em que pelo menos dois desses garotos estiveram na academia, no mesmo dia, foi

a) 2.

b) 3.

c) 4.

d) 5.

e) 6.

Comentários:

Pessoal, o intervalo que deve ser considerado é de apenas 15 dias, do dia primeiro de março ao dia 15 de março. Nesse caso, devemos resolver o problema de modo mais "manual".

Os dias de março em que Ariel foi à academia foram:

$$\mathbf{1}, 3, \mathbf{5}, 7, 9, 11, 13, 15$$

Os dias de março em que Gabriel foi à academia foram:

$$\mathbf{1}, 4, 7, 10, 13$$

Por fim, os dias de março em que Rafael foi à academia foram:

$$\mathbf{1}, \mathbf{5}, 9, \mathbf{13}$$

Observe que a questão pergunta o número de dias em que pelo menos dois desses garotos estiveram na academia. Logo, devemos contabilizar os dias em que dois garotos quaisquer estiveram juntos bem como os dias em que os três estavam juntos. Esses dias são:

$$\mathbf{1}, \mathbf{5}, 7, 9, \mathbf{13}$$

Portanto, **o número de dias em que pelo menos dois desses garotos estiveram na academia**, **no mesmo dia, foi 5**.

Gabarito: Letra D.

Questões Comentadas

MMC e MDC

CEBRASPE

1. (CESPE/IFF/2018) Uma companhia aérea fixou rodízio entre duas cidades para seus comissários de bordo de determinado voo diário. A escala estabelece que o comissário A trabalhe nesse voo a cada 8 dias; o comissário B, a cada 10 dias; e o comissário C, a cada 12 dias.

Nesse caso, se os três tiverem trabalhado juntos no voo do dia de hoje, então a próxima vez em que eles trabalharão novamente juntos nesse voo ocorrerá daqui a

a) 30 dias.

b) 74 dias.

c) 120 dias.

d) 240 dias.

e) 960 dias.

Comentários:

Os três comissários trabalham a cada 8, 10 e 12 dias. Como os três trabalharam juntos hoje, eles trabalharão juntos novamente sempre que transcorrer um número de dias **múltiplo**, **ao mesmo tempo**, de 8, 10 e 12 dias. Como queremos saber **próxima vez** em que eles trabalharão juntos, precisamos obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) de 8, 10 e 12.

Primeiramente, devemos decompor 8, 10 e 12 em fatores primos.

$$8 = 2 \times 4$$
$$= 2 \times 2 \times 2$$
$$= 2^3$$

$$10 = 2 \times 5$$

$$12 = 4 \times 3$$
$$= 2^2 \times 3$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$8 = \ 2^3$

$10 = 2^2 \qquad \times 5$

$12 = 2^2 \times 3$

Logo, $\text{MMC}(8;\ 10;\ 12) = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$. Portanto, a próxima vez em que os três comissários trabalharão novamente juntos ocorrerá daqui a **120 dias**.

Gabarito: Letra C.

2. (CESPE/BNB/2018) A respeito de números reais e de funções de variáveis reais, julgue o item que se segue.

Situação hipotética: Carlos possui uma quantidade de revistas que é maior que 500 e menor que 700. Separando as revistas em conjuntos de 8 revistas, Carlos verificou que sobrou um grupo com 3 revistas. O mesmo acontecia quando ele separava as revistas em conjuntos de 14 ou em conjuntos de 20 revistas: sempre sobrava um conjunto com 3 revistas.

Assertiva: Nesse caso, é correto afirmar que Carlos possui 563 revistas.

Comentários:

Vamos supor que a **quantidade de revistas** que Carlos possui **é x**. Devemos determinar o valor de x.

Note que **a quantidade é maior que 500 e menor que 700**. Logo:

$$\mathbf{500 < x < 700}$$

Além disso, sabemos que **separando as revistas em conjuntos de 8, 14 ou 20 revistas, sempre sobra um grupo com 3 revistas.** Isso significa que $(x-3)$ **é múltiplo, simultaneamente, de 8, 14 e 20.**

Nesse momento, vamos obter o **menor múltiplo comum a 8, 14 e 20**, isto é, o MMC de 8, 14 e 20. Primeiramente, vamos decompor 8, 14 e 20 em fatores primos.

$$\begin{aligned} 8 &= 2 \times 4 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \\ &= 2^3 \end{aligned}$$

$$14 = 2 \times 7$$

$$\begin{aligned} 20 &= 2 \times 10 \\ &= 2 \times 2 \times 5 \\ &= 2^2 \times 5 \end{aligned}$$

Após decompor 8, 14 e 20 em fatores primos, devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$8 = 2^3$

$14 = 2 \quad\quad \times 7$

$20 = 2^2 \times 5$

Logo, $\text{MMC}(8; 14; 20) = 2^3 \times 5 \times 7 = \mathbf{280}$. Esse é o menor múltiplo comum a **8, 14 e 20**.

Como **$(x-3)$ é múltiplo, simultaneamente, de 8, 14 e 20**, note que $(x-3)$ deve ser um m múltiplo de 280, isto é, **$(x-3)$ deve ser múltiplo do MMC entre 8, 14 e 20**. Logo, as possibilidades para $(x-3)$ são:

$$\underbrace{280}_{\text{MMC}}, \underbrace{\mathbf{560}}_{2\times280}, \underbrace{840}_{3\times280}, \underbrace{1120}_{4\times280}, \ldots$$

Lembre-se, também, que $500 < x < 700$. Isto é:

$$500 - 3 < (x-3) < 700 - 3$$

$$497 < (x-3) < 697$$

Como $(x-3)$ deve entre 497 e 697, devemos ter que **$(x-3)$ é igual a 560**. Os outros múltiplos de 280 estão fora desse intervalo. Portanto:

$$x - 3 = \mathbf{560}$$

$$x = 563$$

Nesse caso, é **correto afirmar** que Carlos possui **563 revistas**.

Gabarito: CERTO.

Texto para as próximas questões

Considerando que dois álbuns de fotos, com x e y páginas, sejam montados com o menor número possível de capítulos — divisão das fotos por eventos — e que cada capítulo, nos dois álbuns, deva ter o mesmo número z de páginas, julgue os itens subsequentes.

3. (CESPE/TRT 17/2013) Se x = 96 e y = 128, então z = 32.

4. (CESPE/TRT 17/2013) Se x é divisor de y, então z = x.

5. (CESPE/TRT 17/2013) z é múltiplo de x.

Comentários:

Antes julgar os itens da questão, vamos entender o enunciado.

Observe que temos x **páginas em um álbum** e y **páginas em outro álbum**. Os dois álbuns apresentam uma quantidade de capítulos diferentes. Ocorre que, para os dois álbuns, **cada capítulo deve conter exatamente z páginas**.

Observe, portanto, que para o **primeiro álbum teremos $\frac{x}{z}$ capítulos** e para o **segundo álbum teremos $\frac{y}{z}$ capítulos**.

Note que, para que tenhamos uma quantidade inteira de capítulos, necessariamente z deve ser divisor tanto de x quanto de y, isto é, **z deve ser divisor comum a x e a y.**

Além disso, os álbuns devem ser montados com o menor número possível de capítulos. Para tanto, o valor de páginas por capítulo, dado por **z, deve ser o maior possível**.

Portanto, temos que:

- **z é divisor comum a x e a y;**
- **z deve ser o maior possível.**

Logo, conclui-se que **z é o Máximo Divisor Comum (MDC) de x e y.**

Entendido o problema, vamos julgar os itens.

Questão 03

Se x = 96 e y = 128, então z = 32. CERTO.

Vimos que $z = \text{MDC}\ (\text{x}; \text{y})$. Para o caso em questão, $z = \text{MDC}(96; 128)$.

Vamos decompor os números em fatores primos:

$$96 = 2 \times 48$$
$$= 2 \times 2 \times 24$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 12$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 4 \times 3$$
$$= 2^5 \times 3$$

$$128 = 2 \times 64$$
$$= 2 \times 2 \times 32$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 16$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2^4$$
$$= 2^7$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$96 = 2^5 \times 23$

$128 = 2^7$

Logo, $\text{MDC}\ (96; 128) = 2^5 = 32$. Portanto, $z = 32$.

Assim, **é correto afirmar que se x = 96 e y = 128, então z = 32**.

Questão 04

Se x é divisor de y, então z = x. CERTO.

Extraímos do enunciado que z é o **MDC** de x e y.

Da teoria de **MDC**, você deve se lembrar que se quisermos calcular o **MDC** de alguns números e **um deles é divisor de todos os outros**, **esse número é o MDC**.

Portanto, uma vez que $\boldsymbol{x}$ **é divisor** de $\boldsymbol{y}$, $\boldsymbol{x}$ **é o MDC entre** $\boldsymbol{x}$ **e** $\boldsymbol{y}$. Como z também é o **MDC** entre x e y, temos que $z = x$.

Questão 05

z é múltiplo de x. ERRADO.

Da teoria da aula, você deve se lembrar disso:

Se **B** é **divisor** de **A**, então **A** é um **múltiplo** de **B**.

Vimos que $\boldsymbol{z}$ é **divisor** de $\boldsymbol{x}$, pois o número de capítulos do primeiro livro é $\frac{x}{z}$, que deve ser um número inteiro.

Logo, é correto afirmar que $\boldsymbol{x}$ é **múltiplo** de $\boldsymbol{z}$, não o contrário.

Gabarito: 3 - CERTO. 4 - CERTO. 5 - ERRADO.

6. (CESPE/TRT 17/2013) Os garotos João e Pedro vão passear de bicicleta em uma pista circular, seguindo sempre em uma mesma direção, com velocidades diferentes. Eles iniciaram o passeio partindo, no mesmo instante, de um mesmo ponto e combinaram encerrar o passeio quando se encontrarem pela primeira vez no ponto de partida. Com base nessas informações, julgue o item seguinte.

Se, para completar cada volta na pista, João gasta 20 minutos e Pedro 24, então o passeio dos garotos durará menos de 2 horas.

Comentários:

Note que:

- João passa pelo ponto de partida a cada **20 minutos**; e
- Pedro passa pelo ponto de partida a cada **24 minutos**.

Veja que, iniciando o passeio no mesmo instante do mesmo ponto de partida, João e Pedro se encontrarão sempre que o tempo transcorrido for **múltiplo**, **ao mesmo tempo**, de 20 e 24 minutos. Como queremos saber o **próximo encontro**, momento no qual eles encerram o passeio, devemos determinar o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) **de 20 e 24**.

Primeiramente, devemos decompor 20 e 24 em fatores primos.

$$20 = 2 \times 10$$
$$= 2 \times 2 \times 5$$
$$= 2^2 \times 5$$

$$24 = 2 \times 12$$
$$= 2 \times 3 \times 4$$
$$= 2^3 \times 3$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$20 = 2^2 \qquad \times 5$

$24 = 2^3 \times 3$

Logo, $\text{MMC}(20; 24) = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$. Isso significa que o próximo encontro entre João e Pedro ocorrerá após transcorridos **120 minutos**.

Portanto, é **ERRADO afirmar que o passeio dos garotos durará menos de 2 horas**, pois o passeio irá durar **exatamente 2 horas**.

Gabarito: ERRADO.

Texto para as próximas questões

Ao distribuir entre 5 técnicos do MPU determinada quantidade de processos para análise, de modo que todos recebessem quantidades iguais de processos, o chefe da unidade verificou que sobrava um processo; ao tentar distribuir igualmente entre 6 técnicos, novamente sobrou um processo, situação que se se repetiu quando ele tentou distribuir os processos igualmente entre 7 técnicos.

Considerando que N > 1 seja a quantidade de processos que serão analisados pelos técnicos, julgue os itens seguintes, com base nas informações apresentadas.

7. (CESPE/MPU/2013) É correto afirmar que N > 210.

8. (CESPE/MPU/2013) Se P é o mínimo múltiplo comum entre 5, 6 e 7, então N é múltiplo de P.

Comentários:

Sabemos que **dividindo os N processos entre 5, 6 ou 7 técnicos, sempre sobra 1 processo.**

Se subtrairmos 1 processo do total de processos, temos que essa quantia é múltipla de 5, 6 e 7. Isso significa que $(N-1)$ **é múltiplo, simultaneamente, de 5, 6 e 7.**

Nesse momento, vamos obter o **menor múltiplo comum entre 5, 6 e 7**, isto é, o MMC de 5, 6 e 7.

Lembre-se que, após a decomposição em fatores primos, devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$5 = \quad 5$

$6 = 2 \times 3$

$7 = \quad 7$

Logo, $\text{MMC}(5; 6; 7) = 2 \times 3 \times 5 \times 7 = \mathbf{210}$. Esse é o menor múltiplo comum a **5, 6 e 7**.

Como $(N-1)$ **é múltiplo, simultaneamente, de 5, 6 e 7**, note que $(N-1)$ deve ser um múltiplo de 210, isto é, $(N-1)$ **deve ser múltiplo do MMC entre 5, 6 e 7**. Logo, as possibilidades para $(N-1)$ são:

$$\underbrace{210}_{\text{MMC}}, \underbrace{420}_{2\times 210}, \underbrace{630}_{3\times 210}, \underbrace{840}_{4\times 210}, \ldots$$

Portanto, as **possibilidades para N** são:

$$\underbrace{211}_{\text{MMC}+1}, \underbrace{421}_{2\times 210+1}, \underbrace{631}_{3\times 210+1}, \underbrace{841}_{4\times 210+1}, \ldots$$

Vamos agora julgar os itens da questão.

Questão 07

É correto afirmar que N > 210. CERTO.

Vimos que as possibilidades para N são:

$$\underbrace{211}_{\text{MMC}+1}, \underbrace{421}_{2\times 210+1}, \underbrace{631}_{3\times 210+1}, \underbrace{841}_{4\times 210+1}, \ldots$$

Portanto, **N é maior do que 210.**

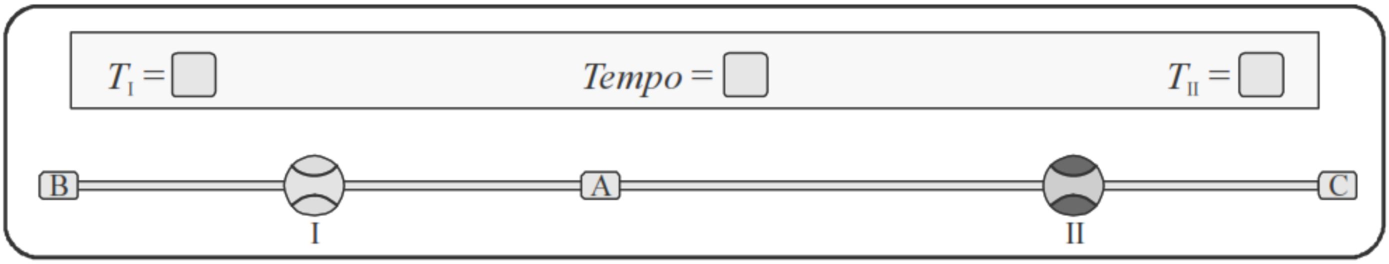
Questão 08

Se P é o mínimo múltiplo comum entre 5, 6 e 7, então N é múltiplo de P. ERRADO.

N não é múltiplo do MMC entre 5, 6 e 7. Vimos que que $(N-1)$ **deve ser múltiplo do MMC entre 5, 6 e 7**.

Gabarito: 7 - CERTO. 8 - ERRADO.

Texto para as próximas questões



A figura acima ilustra um brinquedo virtual, em que duas bolas — I e II — se movimentam em uma haste a partir do momento que o brinquedo é ligado, ambas com a mesma velocidade e de maneira contínua, indo de uma extremidade à outra. A bola I se movimenta de A para B e de B para A; a bola II, de A para C e de C para A. Antes de o brinquedo ser ligado, devem ser indicados valores nos mostradores T_I e T_{II}. Indicar T_I = M significa que a bola I levará M segundos para ir de A até B; T_{II} = N significa que a bola II levará N segundos para ir de A até C. O mostrador Tempo indica há quantos segundos o brinquedo está ligado. No momento que o brinquedo é ligado, os movimentos se iniciam sempre a partir do ponto A.

Com relação às funcionalidades do brinquedo descrito acima, julgue os itens a seguir.

9.(CESPE/AFT/2013) Se T_I = 3 e T_{II} = 9, então, toda vez que o mostrador Tempo indicar um múltiplo de 6, as bolas I e II se encontrarão no ponto A.

10. (CESPE/AFT/2013) Se T_I = 5 e T_{II} = 8, então, depois que o brinquedo foi ligado, as bolas nunca mais se encontrarão simultaneamente no ponto A.

11. (CESPE/AFT/2013) Se T_I = 3, então, quando o mostrador Tempo indicar 15 segundos, a bola I estará no ponto B.

12. (CESPE/AFT/2013) Se T_{II} = 5, então, quando o mostrador Tempo indicar 64 segundos, a bola II estará mais próxima de C do que de A.

Comentários:

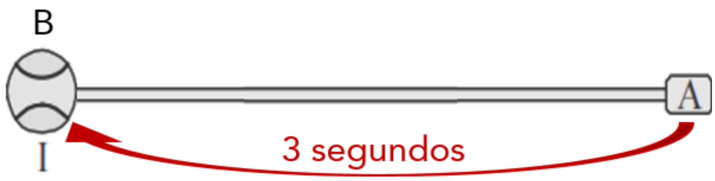
Antes de começarmos a julgar as assertivas, vamos entender o problema.

Inicialmente, é importante lembrar que **os movimentos das bolas sempre iniciam no ponto A**.

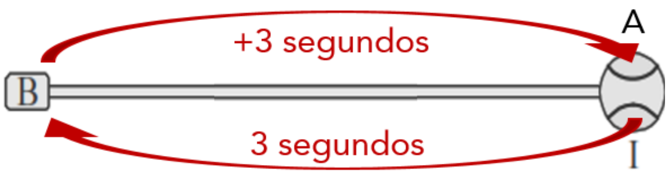
Movimento da bola I

O movimento da **bola I** está restrito ao segmento **A—B**.

Quando o mostrador indicar, por exemplo, **$T_I = 3$**, isso significa que a **bola I** leva 3 segundos para ir de **A** até **B**.



Além disso, como a velocidade é constante, sabemos que em mais 3 segundos a **bola I** volta de **B** para **A**.

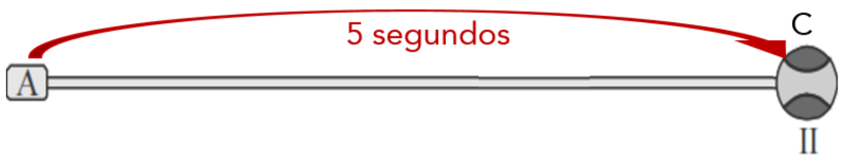


Veja, portanto, que para um determinado valor de T_I, a **bola I** levará um **tempo $2 \times T_I$ para sair de A e voltar para o ponto A**.

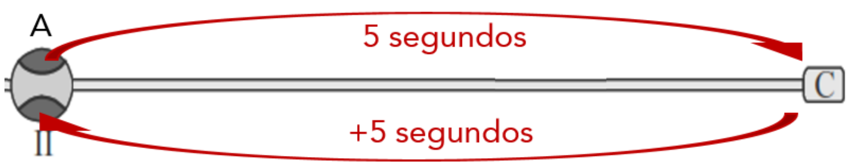
Movimento da bola II

O movimento da **bola II** está restrito ao segmento **A—C**.

Quando o mostrador indicar, por exemplo, **$T_{II} = 5$**, isso significa que a **bola II** leva 3 segundos para ir de **A** até **C**.



Além disso, como a velocidade é constante, sabemos que em mais 5 segundos a **bola II** volta de **C** para **A**.



Veja, portanto, que para um determinado valor de T_{II}, a **bola II** levará um **tempo $2 \times T_{II}$ para sair de A e voltar para o ponto A**.

Agora que entendemos como funciona o brinquedo, vamos resolver os itens da questão.

Questão 09

Se $T_I = 3$ e $T_{II} = 9$, então, toda vez que o mostrador Tempo indicar um múltiplo de 6, as bolas I e II se encontrarão no ponto A. ERRADO.

Observe que, se **$T_I = 3$ e $T_{II} = 9$**, temos que:

- A **bola I** sai de **A** e retorna para **A** em $2 \times T_I = 6$ segundos; e
- A **bola II** sai de **A** e retorna para **A** em $2 \times T_{II} = 18$ segundos.

Logo, as **bolas I** e **II** se encontrarão em um tempo que é **múltiplo comum** a 6 e a 18.

O **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) entre 6 e 18 é 18, pois 18 é múltiplo de 6.

Logo, **as bolas se encontrarão no ponto A a cada 18 segundos**. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Questão 10

Se $T_I = 5$ e $T_{II} = 8$, então, depois que o brinquedo foi ligado, as bolas nunca mais se encontrarão simultaneamente no ponto A. ERRADO.

Observe que, se **$T_I = 5$ e $T_{II} = 8$**, temos que:

- A **bola I** sai de **A** e retorna para **A** em $2 \times T_I = 10$ segundos; e
- A **bola II** sai de **A** e retorna para **A** em $2 \times T_{II} = 16$ segundos.

Logo, as **bolas I** e **II** se encontrarão em um tempo que é **múltiplo comum** a 10 e a 16.

Para obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) entre 10 e 16, primeiramente devemos decompor 10 e 16 em fatores primos.

$$10 = 2 \times 5$$

$$\begin{aligned} 16 &= 2 \times 8 \\ &= 2 \times 2 \times 4 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= 2^4 \end{aligned}$$

Devemos selecionar <u>todos</u> os fatores primos obtidos com os <u>maiores expoentes</u> e realizar o produto.

$10 = 2 \times 5$

$16 = 2^4$

Logo, $\text{MMC}(10; 16) = 2^4 \times 5 = 80$.

Portanto, **as bolas se encontrarão no ponto A a cada 80 segundos**. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Questão 11

Se $T_I = 3$, então, quando o mostrador Tempo indicar 15 segundos, a bola I estará no ponto B. CERTO.

Quando tivermos 15 segundos transcorridos, a **bola I** terá feito o seguinte trajeto:

$$\underbrace{A \underbrace{-}_{3\text{ seg.}} B \underbrace{-}_{3\text{ seg.}} A \underbrace{-}_{3\text{ seg.}} B \underbrace{-}_{3\text{ seg.}} A \underbrace{-}_{3\text{ seg.}} B}_{15\text{ segundos}}$$

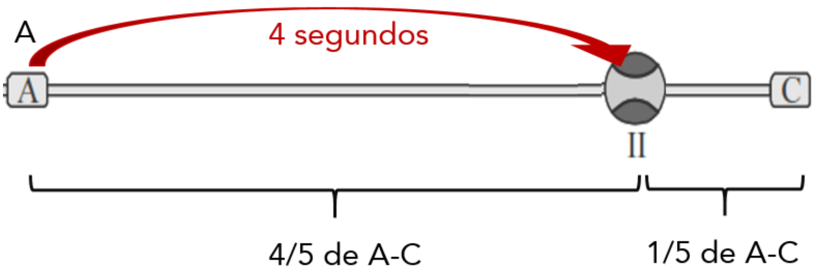
Portanto, **em 15 segundos, a bola I estará no ponto B**. O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Questão 12

Se $T_{II} = 5$, então, quando o mostrador Tempo indicar 64 segundos, a bola II estará mais próxima de C do que de A. CERTO.

Note que a cada $2 \times T_{II}$ = **10 segundos**, a **bola II** sai do ponto **A** e retorna ao ponto **A.** Portanto, em 60 segundos, a **bola II** terá feito 6 vezes esse percurso, voltando ao ponto A.

Após 4 segundos, totalizando **64** segundos, a **bola II** terá percorrido $\frac{4}{5}$ do percurso **A—C** partindo de A.



Logo, a **bola II** estará mais próxima de **C** do que de **A**. O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Gabarito: 09 - ERRADO. 10 - ERRADO. 11 - CERTO. 12 - CERTO.

Texto para as próximas questões

Considerando que N seja o conjunto de todos os números inteiros maiores ou iguais a 1 e que, para cada m ϵ N o conjunto A(m) seja o subconjunto de N formado por todos os números divisíveis por m, julgue os itens a seguir.

13. (CESPE/ANS/2013) O conjunto A(15)∩A(10) contém o conjunto A(60).

14. (CESPE/ANS/2013) O conjunto A(6)∪A(8) contém o conjunto A(14).

Comentários:

Antes de julgar as assertivas, vamos entender o enunciado.

N é o conjunto dos números inteiros maiores ou iguais a 1: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$.

A(m) é um conjunto que é formado pelos inteiros positivos **divisíveis por** **m**.

Em outras palavras, **A(m)** é um conjunto que é formado por todos os **múltiplos de** **m** **maiores do que 1**. Por exemplo, $A(5)$ é formado pelos múltiplos de 5 maiores do que 1:

$$A(5) = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \dots\}$$

Agora que entendemos o enunciado, vamos julgar as assertivas.

Questão 13

O conjunto A(15)∩A(10) contém o conjunto A(60). CERTO.

Note que $A(15)$ é o conjunto dos múltiplos de 15 maiores do que 1:

$$A(15) = \{15, 30, 45, 60, 75, \dots\}$$

Por outro lado, $A(10)$ é o conjunto dos múltiplos de 10 maiores do que 1:

$$A(10) = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, \dots\}$$

A intersecção de $A(15)$ com $A(10)$ nos trará os múltiplos que são comuns a 15 e a 10. O **menor múltiplo** que é comum a 15 e a 10 é o **MMC** entre 15 e 10.

Para obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) entre 15 e 10, primeiramente devemos decompor 15 e 10 em fatores primos.

$$15 = 3 \times 5$$

$$10 = 2 \times 5$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$15 = \quad 3 \times 5$

$10 = 2 \quad \times 5$

Logo, $\text{MMC}(15; 10) = 2 \times 3 \times 5 = 30$. Isso significa que **a intersecção de $A(15)$ e $A(10)$ nos trará os múltiplos de 30 maiores do que 1**:

$$\text{A}(15) \cap \text{A}(10) = \text{A}(30) = \{30, \mathbf{60}, 90, \mathbf{120}, 150, \mathbf{180}, 210, \mathbf{240}, \dots\}$$

Observe que **esse conjunto contém o conjunto $A(60)$, pois todos os múltiplos de 60 fazem parte dos múltiplos de 30**. Logo, é **correto** afirmar que **o conjunto A(15)∩A(10) contém o conjunto A(60).**

Questão 14

O conjunto A(6)∪A(8) contém o conjunto A(14). ERRADO.

Note que $A(6)$ é o conjunto dos múltiplos de 6 maiores do que 1:

$$A(6) = \{\mathbf{6}, \mathbf{12}, \mathbf{18}, \mathbf{24}, \mathbf{30}, \mathbf{36}, \mathbf{42}, \mathbf{48}, \dots\}$$

Por outro lado, $A(8)$ é o conjunto dos múltiplos de 8 maiores do que 1:

$$A(8) = \{\mathbf{8}, \mathbf{16}, \mathbf{24}, \mathbf{32}, \mathbf{40}, \mathbf{48}, \dots\}$$

A união de $A(6)$ com $A(8)$ nos trará os múltiplos de 6 e os múltiplos de 8 maiores do que 1:

$$A(6) \cup A(8) = \{\mathbf{6}, \mathbf{8}, \mathbf{12}, \mathbf{16}, \mathbf{18}, \mathbf{24}, \mathbf{30}, \mathbf{32}, \mathbf{36}, \mathbf{40}, \mathbf{42}, \mathbf{48}\ \dots\}$$

Por outro lado, o conjunto $A(14)$ é o conjunto dos múltiplos de 14 maiores do que 1:

$$A(14) = \{14, 28, 42, 56, \dots\}$$

Note que **A(6)∪A(8) não contém o conjunto A(14)**. Essa afirmação pode ser verificada observando-se que o elemento 14 pertence o conjunto **A(14)** e não pertence ao conjunto **A(6)∪A(8)**. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: 13 - CERTO. 14 - ERRADO.

15. (CESPE/STM/2011) Acerca dos conjuntos A = {6, 8, 10, 12} e B = {4, 6, 10}, julgue o seguinte item.

O mínimo múltiplo comum dos elementos do conjunto A / B = {x ∈ A; x ∉ B} é múltiplo de 5.

Comentários:

O conjunto **A / B** corresponde à **operação de subtração** entre **A** e **B**. **A / B** é o conjunto formado por todos os elementos de **A** que não estão em **B:**

$$A\ /\ B\ = \{8, 12\}$$

Para obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) entre 8 e 12, primeiramente devemos decompor 8 e 12 em fatores primos.

$$\begin{aligned} 8 &= 2 \times 4 \\ &= 2^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12 &= 4 \times 3 \\ &= 2^2 \times 3 \end{aligned}$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$8 = 2^3$

$12 = 2^2 \times 3$

Logo, $\text{MMC}(8; 12) = 2^3 \times 3 = 24$. Note, portanto, que este número **não é múltiplo de 5**. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

FCC

16.(FCC/TRT 18/2013) Considere, dentre os números naturais menores do que 100, todos aqueles que são divisíveis, simultaneamente, por 8 e por 12. A soma de todos esses números é igual a

a) 240.

b) 216.

c) 144.

d) 96.

e) 72.

Comentários:

Se os números que queremos encontrar são **divisíveis** por 8 e 12, então eles são **múltiplos** de 8 e 12. Vamos então encontrar o menor múltiplo comum entre 8 e 12.

Após a decomposição em fatores primos de 8 e 12, devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$8 = 2^3$

$12 = 2^2 \times 3$

Logo, $\text{MMC}(8; 12) = 2^3 \times 3 = 24$.

Como o menor múltiplo comum entre 8 e 12 é 24, então todos múltiplos de 24 serão múltiplos de 8 e de 12. Isso significa que os múltiplos de 24 são os números divisíveis por 8 e por 12 ao mesmo tempo.

Os **múltiplos de 24 menores do que 100** são:

$$24 \times 1 = 24$$

$$24 \times 2 = 48$$

$$24 \times 3 = 72$$

$$24 \times 4 = 96$$

Logo, a soma dos números **menores do que 100 que são divisíveis por 8 e 12** é:

$$24 + 48 + 72 + 96 = 240$$

Gabarito: Letra A.

17. (FCC/ALAP/2020) Marcelo viaja ao exterior uma vez a cada 15 meses. A última vez que Marcelo viajou ao exterior foi em agosto de 2019. A próxima vez em que Marcelo viajará ao exterior em agosto se dará no ano de

a) 2027

b) 2023

c) 2024

d) 2026

e) 2025

Comentários:

Perceba que Marcelo viaja a cada 15 meses e, a cada 12 meses temos um novo mês de agosto. Para a próxima viagem coincidir com o mês de agosto, deverá transcorrer um número de meses que é múltiplo de 15 e de 12. Como se trata da próxima viagem, queremos saber o menor múltiplo comum a 15 e 12, ou seja, o MMC entre 15 e 12.

Primeiramente, devemos decompor 15 e 12 em fatores primos.

$$\begin{aligned} 12 &= 4 \times 3 \\ &= 2^2 \times 3 \end{aligned}$$

$$15 = 3 \times 5$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$12 = 2^2 \times 3$

$15 = \quad\quad 3 \times 5$

Logo, $\text{MMC}(12; 15) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$.

Após 60 meses, Marcelo viajará e também será agosto. 60 meses trata-se de $\frac{60}{12} = 5$ anos. Portanto, a próxima vez que Marcelo viajará ao exterior em agosto será $2019 + 5 = 2024$.

Gabarito: Letra C.

18. (FCC/Pref. Recife/2019) Sejam 3 cidades (X, Y e Z) localizadas em uma determinada região. A cada 25 minutos sai um ônibus de X para Y e a cada 15 minutos sai um ônibus de X para Z. Sabe-se que às 8 horas e 30 minutos saiu um ônibus de X para Y e um ônibus de X para Z. O primeiro horário após o meio-dia em que vai sair um ônibus de X para Y e um ônibus de X para Z será às

a) 12 horas e 30 minutos.

b) 13 horas.

c) 12 horas e 45 minutos.

d) 12 horas e 15 minutos.

e) 13 horas e 15 minutos

Comentários:

Primeiramente, devemos a cada quantos minutos os ônibus saem juntos.

Suponha que a próxima saída conjunta ocorrerá em **t** minutos

Se um ônibus sai a cada 25 minutos e outro sai a cada 15 minutos, perceba que o temo **t** será múltiplo tanto de 25 quanto de 15. Como queremos saber sobre a próxima saída, **t** é o menor múltiplo comum a 15 e 25. Vamos então calcular $\mathrm{t} = \mathrm{MMC}(25; 15)$.

Após decompor 25 e 15 em fatores primos, devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$25 = \quad 5^2$

$15 = 3 \times 5$

Logo, $\mathrm{t} = \mathrm{MMC}(25; 15) = 3 \times 5^2 = 75$. Isso significa que os ônibus saem juntos a cada 75 minutos, ou seja, a cada 1h e 15min.

Vamos obter o primeiro horário de encontro após o meio-dia;

- A primeira saída conjunta ocorre às 8h30min;
- A segunda saída conjunta ocorre às 8h30min + 1h15min = 9h45min;
- A terceira saída conjunta ocorre às 9h45min + 1h15min = 11h; e
- A quarta saída conjunta ocorre às 11h + 1h15min = **12h15min**.

Logo, 12h15min é o primeiro horário após o meio-dia em que ocorre a saída conjunta.

Gabarito: Letra D.

19. (FCC/METRO SP/2016) O vigia externo de uma fábrica inicia sua ronda a cada 40 minutos. Já o vigia interno da mesma fábrica inicia a sua ronda a cada 25 minutos. Sabe-se que esses dois vigias iniciam o turno de trabalho ao mesmo tempo, já realizando a primeira ronda.

Desconsiderando o tempo gasto em cada uma das rondas, em doze horas de turno, os dois vigias iniciarão simultaneamente as rondas em um número de vezes igual a

a) 1.

b) 3.

c) 2.

d) 4.

e) 5.

Comentários:

Suponha que o próximo início de ronda que ocorre simultaneamente ocorre daqui x minutos. Como o vigia externo inicia sua ronda a cada 40min, x deve ser múltiplo de 40. Além disso, x deve ser múltiplo de 25, pois o vigia interno inicia sua ronda a cada 25 minutos. Logo, o próximo início de ronda x será o MMC entre 40 e 25.

Vamos decompor 40 e 25 em fatores primos:

$$40 = 4 \times 10$$

$$2^2 \times 2 \times 5$$

$$= 2^3 \times 5$$

$$25 = 5^2$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$40 = 2^3 \times 5$

$25 = \quad 5^2$

Logo, $\text{MMC}(40; 25) = 2^3 \times 5^2 = 200.$

Logo, a cada 200 minutos, os vigias iniciam a sua ronda. Observe que 12 horas correspondem a 720 minutos. Isso significa que as rondas que se iniciaram juntas foram:

- Primeira ronda: no início do turno;
- Segunda ronda: após 200min do início;
- Terceira ronda: após 400min do início;
- Quarta ronda: após 600min do início.

Perceba que, se tivéssemos uma quinta ronda, teríamos ela depois de 800min do início, o que não é possível pois o turno é de 12h = 720min. Logo, tem-se um total de 4 rondas que se iniciaram juntas.

Gabarito: Letra D.

20. (FCC/SABESP/2017) Laerte toma a medicação X a cada dois dias e a medicação Y a cada 3 dias. No dia 1º de janeiro ele tomou as medicações X e Y juntas. Sabendo que janeiro tem 31 dias, o número de dias do mês de janeiro em que Laerte tomará as duas medicações juntas é igual a

a) 5.

b) 7.

c) 10.

d) 4.

e) 6.

Comentários:

Laerte toma a **medicação X a cada 2 dias** e toma a **medicação Y a cada 3 dias**. Note que as medicações X e Y serão tomadas juntas sempre que o **tempo transcorrido** for **múltiplo**, ao **mesmo tempo**, de **2** e **3 dias**.

As medicações foram tomadas juntas dia **1º de janeiro**. A **próxima** vez em que as medicações serão tomadas em conjunto ocorrerá quando o tempo transcorrido for o **mínimo** **múltiplo comum** (**MMC**) entre 2 e 3 dias. Como 2 e 3 são primos, o **MMC é** 2×3 = **6 dias**.

Portanto, sempre que transcorrerem 6 dias, a contar de **1º de janeiro**, as medicações X e Y serão tomadas em conjunto. Assim, em janeiro, Laerte tomará as duas medicações nos seguintes dias:

$$1, 7, 13, 19, 25, 31$$

Logo, o **número de dias do mês de janeiro** em que Laerte tomará as duas medicações juntas **é igual a 6**.

Gabarito: Letra E.

21. (FCC/SABESP/2014) Luiz tem que tomar um comprimido do remédio X a cada 3 horas, e dois comprimidos do remédio Y a cada 5 horas. O tratamento com os comprimidos deve durar 5 dias e meio, sendo que ele iniciou tomando, simultaneamente, a dose recomendada de cada remédio na segunda-feira, às 8 horas da manhã. Sabe-se que Luiz realizou o tratamento completo cumprindo rigorosamente as instruções de doses e horários.

Na semana que Luiz fez o tratamento, o último instante em que ele tomou, simultaneamente, as doses dos remédios X e Y foi no sábado às

a) 11 horas.

b) 8 horas.

c) 23 horas.

d) 13 horas.

e) 16 horas.

Comentários:

Luiz toma o **remédio X a cada 3 horas** e toma o **remédio Y a cada 5 horas**. Note que os remédios X e Y serão tomados juntos sempre que o **tempo transcorrido** for **múltiplo**, ao **mesmo tempo**, de **3** e **5 horas**.

Os remédios foram tomados juntos **às 8h da manhã de segunda-feira**. A **próxima** vez em que os remédios serão tomados em conjunto ocorrerá quando o tempo transcorrido for o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) entre 3 e 5 horas. Como 3 e 5 são primos, o **MMC é** $3 \times 5 =$ **15 horas**.

Portanto, sempre que transcorrerem 15 horas, a contar de **8h da manhã de segunda-feira**, os remédios X e Y serão tomados em conjunto. Assim, os remédios serão tomados ao mesmo tempo nos seguintes horários:

- 8h de segunda-feira;
- 23h de segunda-feira;
- 14h de terça-feira;
- 5h de quarta-feira;
- 20h de quarta-feira;
- 11h de quinta-feira;
- 2h de sexta-feira;
- 17h de sexta-feira; e
- **8h de sábado**.

Note que o próximo horário seria **23h de sábado**, porém, nesse caso, **o tratamento seria superior a 5 dias e meio**. Logo, o último instante em que Luiz tomou, simultaneamente, as doses dos remédios X e Y foi no **sábado às 8h**.

Gabarito: Letra B.

22.(FCC/METRO SP/2019) Dois nadadores treinam em uma mesma piscina, de 40 metros de extensão, a velocidades constantes. O nadador A percorre 100 metros a cada 1 minuto e o nadador B percorre 80 metros a cada 1 minuto. Considerando-se que ambos iniciam o treino, ao mesmo tempo, a partir da margem esquerda da piscina e que nadam em raias paralelas, é possível afirmar que vão se encontrar novamente na margem esquerda da piscina quando o nadador A tiver percorrido, em metros, a distância de:

a) 200.

b) 400.

c) 160.

d) 240.

e) 360.

Comentários:

Note que **a extensão da piscina é de 40 metros**. Considerando a ida e a volta, temos que, **a cada 80 metros percorridos**, **cada nadador volta à margem esquerda da piscina**.

O **nadador A** percorre **80 metros a cada 1 minuto**, ou seja, **o nadador A volta à margem esquerda da piscina a cada minuto transcorrido**.

O **nadador B**, por sua vez, percorre **100 metros a cada 1 minuto**. **Para ele se encontrar com o nadador A na margem esquerda da piscina**, é necessário que:

- **Tenha se passado um número inteiro de minutos**, pois o nadador A volta à margem esquerda da piscina a cada minuto transcorrido; e
- **A distância percorrida pelo nadador B deve ser múltipla de 80 metros**, pois o comprimento da piscina (ida e volta) é de 80 metros, e só assim o nadador B estará na margem esquerda da piscina.

Considerando esses dois pontos, o **nadador B deve percorrer uma distância** que é **múltipla**, **ao mesmo tempo**, **de 100 metros** (**para que se passe um número inteiro de minutos**) **e de 80 metros** (**para que o nadador B esteja na margem esquerda**).

Como se quer determinar o próximo encontro, a **distância percorrida pelo nadador B** é o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) de **100 e 80**.

Primeiramente, devemos decompor 80 e 100 em fatores primos.

$$80 = 8 \times 10$$
$$= 2^3 \times (2 \times 5)$$
$$= 2^4 \times 5$$

$$100 = 10 \times 10$$
$$= (2 \times 5) \times (2 \times 5)$$
$$= 2^2 \times 5^2$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$80 = \ 2^4 \times 5$

$100 = 2^2 \times 5^2$

Logo, $\mathrm{MMC}(80; 100) = 2^4 \times 5^2 = 400$. Portanto, **a distância percorrida pelo nadador B é de 400 metros**.

Gabarito: Letra B.

23. (FCC/SP Parcerias/2018) O número A é o menor inteiro positivo divisível, simultaneamente, por 12, 14 e 21. Já o número B é o maior inteiro positivo divisor, simultaneamente, de 105, 135 e 180. Nessas condições, o valor da expressão $\left(\frac{A}{B}\right)^2$ é igual a

a) 33,64.

b) 29,16.

c) 24,01.

d) 31,36.

e) 26,01.

Comentários:

A é o menor inteiro positivo **divisível**, simultaneamente, **por** 12, 14 e 21, então ele é o menor inteiro **múltiplo** desses números. $\mathrm{A} = \mathrm{MMC}(12; 14; 21)$.

Para obter o MMC, devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$12 = 2^2 \times 3$

$14 = 2 \quad\quad \times 7$

$21 = \quad\quad 3 \times 7$

Logo, $\mathrm{A} = \mathrm{MMC}(12; 14; 21) = 2^2 \times 3 \times 7 = 84$.

B é o MDC entre 105, 135 e 180. Vamos decompor os números em fatores primos:

$$105 = 3 \times 35$$
$$= 3 \times 5 \times 7$$

$$135 = 27 \times 5$$
$$= 3^3 \times 5$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$105 = 3 \times 5 \times 7$

$135 = 3^3 \times 5$

Logo, $\mathrm{B} = \mathrm{MDC}(105; 135; 180) = 3 \times 5 = 15$.

Agora que temos os valores de A e B, podemos calcular a expressão:

$$\left(\frac{A}{B}\right)^2 = \left(\frac{2^2 \times 3 \times 7}{3 \times 5}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2^2 \times 7}{5}\right)^2 = \left(\frac{28}{5}\right)^2$$

$$= (5{,}6)^2 = 31{,}36$$

Gabarito: Letra D.

24. (FCC/Pref. SJRP/2019) Para completar seus ganhos mensais, um trabalhador vende bolo em pedaços, na porta de um prédio de escritórios, uma vez por semana. Para isso, ele prepara, em sua casa, cinco bolos de sabores variados, usando assadeiras retangulares iguais, de 40 cm por 24 cm, e cortando todos os bolos em pedaços quadrados iguais, com o maior lado possível, sem que haja qualquer desperdício. Supondo que ele consiga vender, no dia, toda quantidade de bolo produzida, e considerando-se que deseja arrecadar pelo menos R$ 300,00 a cada dia, o trabalhador deve vender cada pedaço de bolo por, no mínimo,

a) um real.

b) dois reais.

c) três reais.

d) quatro reais.

e) cinco reais

Comentários:

Vamos supor que o maior lado possível do pedaço de bolo seja l centímetros.

Perceba que, como não deve haver desperdício no corte dos bolos em pedaços quadrados iguais, e considerando que as dimensões da assadeira são 40cm e 24 cm, o lado l do pedaço de bolo deve ser, ao mesmo tempo, divisor de 40 e de 24. Logo, l é o MDC entre 40 e 24.

Vamos decompor os números em fatores primos:

$$40 = 4 \times 10$$

$$= 2^2 \times 2 \times 5$$

$$= 2^3 \times 5$$

$$24 = 2 \times 12$$

$$= 2 \times 3 \times 4$$

$$2^3 \times 3$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$40 = 2^3 \quad\quad \times 5$

$24 = 2^3 \times 3$

Logo, $\text{MDC}(40; 24) = 2^3 = 8$. Portanto, $l = 8$.

Na dimensão de 40cm, temos um total de $40/8 \ = 5$ pedaços de bolo, e na dimensão de 24cm temos um total de $24/8 = 3$ pedaços de bolo. Logo, em uma forma tem-se um total de $3 \times 5 = 15$ pedaços de bolo.

Note que o trabalhador produz 5 formas de bolo com 15 pedaços, totalizando $5 \times 15 = 75$ pedaços.

Como ele deseja arrecadar 300 reais vendendo todos os pedaços, o valor de cada pedaço será de:

$$\frac{300}{75} = 4 \text{ reais}$$

Gabarito: Letra D.

25. (FCC/METRO SP/2019) Uma editora fará uma campanha distribuindo livros e canetas em estações de metrô. Serão distribuídos 1.620 livros e 2.940 canetas, de modo que cada estação de metrô participante da campanha receba a mesma quantidade de livros para distribuição e receba a mesma quantidade de canetas para distribuição. Para atingir o maior número de estações possível, a quantidade de canetas que cada estação deve receber é

a) 49

b) 70

c) 27

d) 35

e) 98

Comentários:

Vamos supor que o **número máximo** de estações possível seja x.

Perceba que, como cada estação deve receber o mesmo número de livros e cada estação deve receber o mesmo número de canetas, x deve ser, **ao mesmo tempo**, **divisor** do número total de livros (1.620) e do número total de canetas (2.940). Logo, x é o MDC entre 1620 e 2940.

Primeiramente, devemos decompor 1620 e 2940 em fatores primos.

$$1620 = 162 \times 10$$
$$= 2 \times 81 \times (2 \times 5)$$
$$=2 \times 9^2 \times 2 \times 5$$
$$= 2^2 \times 3^4 \times 5$$

$$\begin{aligned} 2940 &= 294 \times 10 \\ &= 2 \times 147 \times (2 \times 5) \\ &= 2 \times (3 \times 49) \times 2 \times 5 \\ &= 2^2 \times 3 \times 5 \times 7^2 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$1620 = 2^2 \times 3^4 \times 5$

$2940 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

Logo, $\text{MDC}(1620; 2940) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$.

Agora, sabemos que vamos atingir 60 estações. O número de canetas que cada estação deve receber é:

$$\frac{2940}{60} = 49 \text{ canetas}$$

Gabarito: Letra A.

FGV

26.(FGV/IMBEL/2021) Em uma fábrica de munições, o fiscal de produção é trocado de 8 em 8 meses e o fiscal de equipamentos é trocado de 10 em 10 meses. Se essas trocas coincidiram em novembro de 2020, a próxima vez em que as duas trocas coincidirão será no ano de

a) 2021.

b) 2022.

c) 2023.

d) 2024.

e) 2025.

Comentários:

Note que o **fiscal de produção** é trocado **a cada 8 meses** e o **fiscal de equipamentos** é trocado **a cada 10 meses**.

Os fiscais serão trocados conjuntamente sempre que o tempo transcorrido em meses for **múltiplo**, **ao mesmo tempo**, de **8 e 10 meses**. Como queremos saber a **próxima** troca conjunta, precisamos obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) de **8 e 10**.

Primeiramente, vamos decompor 8 e 10 em fatores primos:

$$\begin{aligned} 8 &= 2 \times 4 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \end{aligned}$$

$$= 2^3$$

$$10 = 2 \times 5$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$8 = \ 2^3$

$10 = 2 \times 5$

Logo, $\text{MMC}(8;\ 10) = 2^3 \times 5 = 40$. Isso significa que **a próxima troca conjunta dos dois fiscais ocorrerá após 40 meses**.

Sabemos que **1 ano = 12 meses**. Ao dividir **40** por **12**, obtém-se **quociente 3** e **resto 4**. Portanto, **40** meses correspondem a **3 anos** e **4 meses**.

Para obter a data da próxima troca conjunta, vamos somar **3 anos** e **4 meses** a **novembro de 2020**. Ao somar **3 anos**, obtemos **novembro de 2023**. Ao somar mais **4** meses, obtemos **março de 2024**.

Logo, **a próxima vez em que as duas trocas coincidirão será no ano de 2024.**

Gabarito: Letra D.

27.(FGV/Pref. Salvador/2019) Considere as afirmativas a seguir.

I. O número 30 tem 8 divisores positivos.

II. O mínimo múltiplo comum de 12 e 15 é 120.

III. O número 221 é um número primo.

É verdadeiro o que se afirma em

a) I, II e III.

b) I e II, apenas.

c) II e III, apenas.

d) I, apenas.

e) II, apenas.

Comentários:

Vamos verificar cada uma das afirmativas.

I. O número 30 tem 8 divisores positivos. CERTO.

Para saber a **quantidade de divisores** **naturais** (isto é, **positivos**) de um número qualquer, não é necessário obter todos os divisores. Basta decompor o número em fatores primos e, em seguida:

- Obter todos os expoentes dos fatores primos;

- Somar 1 a cada um desses expoentes e realizar o produto dos números obtidos.

Primeiramente, vamos decompor o número **30** em fatores primos.

$$30 = 3 \times 10$$
$$= 3 \times (2 \times 5)$$
$$= 2^{\mathbf{1}} \times 3^{\mathbf{1}} \times 5^{\mathbf{1}}$$

Os expoentes são **1**, **1** e **1**.

A quantidade de **divisores** **positivos** do número 30 é:

$$(\mathbf{1} + 1) \times (\mathbf{1} + 1) \times (\mathbf{1} + 1)$$
$$= 2 \times 2 \times 2$$
$$= 8$$

II. O mínimo múltiplo comum de 12 e 15 é 120. ERRADO.

Primeiramente, vamos decompor 12 e 15 em fatores primos:

$$12 = 4 \times 3$$
$$= 2^2 \times 3$$

$$15 = 3 \times 5$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$12 = 2^2 \times 3$

$15 = \quad\quad 3 \times 5$

Logo, $\mathrm{MMC}(8;\ 10) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$.

III. O número 221 é um número primo. ERRADO.

Os números primos são números **naturais** maiores do que 1 que possuem **somente dois divisores** naturais:

- O número 1; e
- O próprio número primo.

Note que podemos dividir o número **221** por **13**, obtendo-se **quociente 17** e **resto zero**. Assim, **221** não é primo, podendo ser escrito como **13 × 17**.

Logo, **é verdadeiro o que se afirma em I, apenas**.

Gabarito: Letra D.

28. (FGV/SEFIN RO/2018) De uma caixa que continha 200 lápis, João retirou N lápis. Ele reparou então que dividindo esses N lápis em grupos de 9 ou em grupos de 12 ou em grupos de 15 lápis, sempre sobrava 1 lápis.

A soma dos algarismos desse número N é

a) 8.

b) 10.

c) 12.

d) 13.

e) 14.

Comentários:

Note que, **como João retirou N lápis de uma caixa de 200 lápis**, temos que **N é menor do que 200.**

Além disso, perceba que ao dividir **N** por 9, 12 ou 15, sempre temos **resto 1**. Isso significa que, ao dividir **(N−1)** por 9, 12 ou 15, sempre temos **resto zero**. Em outras palavras, **(N−1) é múltiplo comum a 9, 12 e 15**.

Nesse momento, vamos obter o **mínimo múltiplo comum a 9, 12 e 15**.

Primeiramente, vamos decompor 9, 12 e 15 em fatores primos:

$$9 = 3 \times 3$$
$$= 3^2$$

$$12 = 4 \times 3$$
$$= 2^2 \times 3$$

$$15 = 3 \times 5$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$9 = \quad 3^2$

$12 = 2^2 \times 3$

$15 = \quad 3 \times 5$

Logo, $\text{MMC}(9; 12; 15) = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$.

Note, portanto, que os candidatos para **(N−1)** são os múltiplos de **180**, pois **os múltiplos de 180 são os múltiplos comuns a 9, 12 e 15**, sendo **180** o menor múltiplo comum a 9, 12 e 15.

Como **180** é uma possibilidade para **(N−1)**, temos:

$$N - 1 = 180$$

$$N = 181$$

Note que, caso igualássemos **(N−1)** a outro múltiplo de **180**, como **360**, **obteríamos um valor para N superior a 200**, violando o enunciado. Logo, **a única possibilidade para (N−1) é 180**, de modo que **N é igual a 181**. Logo, **a soma dos algarismos desse número N é**:

$$1 + 8 + 1 = 10$$

Gabarito: Letra B.

29. (FGV/SEE PE/2016) Seja N o menor número natural de quatro algarismos que é divisível por 2, 3, 4, 5, 6 e 7.

A soma dos algarismos de N é

a) 9.

b) 10.

c) 12.

d) 15.

e) 16.

Comentários:

Note que, sendo **N** **divisível por** **2, 3, 4, 5, 6** e **7**, temos que:

N é **múltiplo**, ao mesmo tempo, de **2, 3, 4, 5, 6** e **7**.

Nesse momento, vamos obter o **mínimo** **múltiplo comum** a **2, 3, 4, 5, 6 e 7**.

Para obter o **MMC**, devemos decompor os números em fatores primos e, na sequência, devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$2 = 2$

$3 = 3$

$4 = 2^2$

$5 = 5$

$6 = 2 \times 3$

$7 = 7$

Logo, $\text{MMC}(2; 3; 4; 5; 6; 7) = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420.$

Note, portanto, que os candidatos para **N** são os múltiplos de **420**, pois **os múltiplos de 420 são os múltiplos comuns a 2, 3, 4, 5, 6 e 7**, sendo **420** o menor múltiplo comum a 2, 3, 4, 5, 6 e 7.

Perceba que o enunciado do problema nos diz que **N** é o **menor** número possível **de quatro algarismos**. Portanto, devemos obter o menor múltiplo de **420** que apresenta 4 algarismos:

- $420 \times 2 = 840$ → Não serve, pois apresenta 3 algarismos;
- $420 \times 3 = 1260$ → É o menor múltiplo de **420** com 4 algarismos.

Logo, **N = 1260**. **A soma dos algarismos de N é**

$$1 + 2 + 6 + 0 = 9$$

Gabarito: Letra A.

30. (FGV/CM Caruaru/2015) As letras da palavra CARUARU e os algarismos do ano 2015 são ordenados circularmente de forma separada e colocados em uma lista numerada, conforme se vê a seguir:

	C	A	R	U	A	R	U		2	0	1	5
1.	A	R	U	A	R	U	C		0	1	5	2
2.	R	U	A	R	U	C	A		1	5	2	0
3.	U	A	R	U	C	A	R		5	2	0	1
4.	A	R	U	C	A	R	U		2	0	1	5
...												

O número da linha em que, pela primeira vez, aparecerá CARUARU 2015 é

a) 7.

b) 11.

c) 14.

d) 28.

e) 35.

Comentários:

Note a palavra **CARUARU** apresenta 7 letras. Logo, de acordo com o padrão apresentado no problema, essa palavra **volta a ser apresentada da forma correta a cada 7 linhas**:

1. ARUARUC

2. RUARUCA

3. UARUCAR

4. ARUCARU

5. RUCARUA

6. UCARUAR

7. CARUARU

...

Além disso, o ano **2015** apresenta 4 dígitos, de modo que ele **volta a ser apresentado da maneira correta a cada 4 linhas**.

Note, portanto, que a expressão "**CARUARU 2015**" aparecerá sempre que o número de linhas for **múltiplo**, **ao mesmo tempo**, de 4 e de 7. Como se quer obter a **primeira vez** em que aparece "**CARUARU 2015**", devemos obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) de 4 e 7.

Para obter o **MMC**, devemos decompor os números em fatores primos e, na sequência, devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$4 = 2^2$

$7 = \quad 7$

Logo, $\text{MMC}(4; 7) = 2^2 \times 7 = 28$.

Portanto, **o número da linha em que, pela primeira vez, aparecerá "CARUARU 2015" é 28**.

Gabarito: Letra D.

31.(FGV/SEDUC AM/2014) Um triângulo equilátero, um quadrado e um pentágono regular têm lados, em cm, dados por números inteiros. Sabe-se ainda que os perímetros dessas figuras são iguais.

O menor valor possível, em cm, para o perímetro dessas figuras é

a) 60.

b) 40.

c) 30.

d) 15.

e) 12.

Comentários:

Suponha que o **perímetro das três figuras** seja $\boldsymbol{X}$ **centímetros**.

Considere que o **lado do triângulo equilátero**, que deve ser **inteiro**, tem $\boldsymbol{t}$ **centímetros**. Como o triângulo equilátero tem 3 lados iguais, podemos escrever que o seu perímetro é dado por:

$$X = \mathbf{3} \times t$$

Considere ainda que o **lado do quadrado**, que deve ser **inteiro**, tem q **centímetros**. Como o quadrado tem 4 lados iguais, podemos escrever que o seu perímetro é dado por:

$$X = \mathbf{4} \times q$$

Considere ainda que o **lado do pentágono regular**, que deve ser **inteiro**, tem p **centímetros**. Como o pentágono regular tem 5 lados iguais, podemos escrever que o seu perímetro é dado por:

$$X = \mathbf{5} \times p$$

Como t, q e p são números inteiros e como X pode ser escrito como $\mathbf{3} \times t$, $\mathbf{4} \times q$ e $\mathbf{5} \times p$, temos que X **é múltiplo**, **ao mesmo tempo**, de **3**, **4** e **5**.

Gabarito: Letra A.

32. (FGV/CODEBA/2010) Olegário faz a barba de 3 em 3 dias. Hoje é domingo e Olegário está fazendo a sua barba. Ele voltará a se barbear num dia de domingo daqui a quantos dias?

a) 21.

b) 18.

c) 12.

d) 14.

e) 15.

Comentários:

Note que Olegário **faz a barba a cada 3 dias**. Além disso, temos um **domingo a cada 7 dias.**

Olegário fará a sua barba em um domingo sempre que o tempo transcorrido em dias for **múltiplo**, **ao mesmo tempo**, de **3 e 7 dias**. Como queremos saber a **próxima** vez que Olegário fará a barba em um domingo, precisamos obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) de **3 e 7**.

Como 3 e 7 são primos, o **MMC** é dado por **3 × 7 = 21**.

Logo, **Olegário voltará a se barbear em um domingo daqui 21 dias.**

Gabarito: Letra A.

33. (FGV/Pref. Osasco/2014) Heitor faz exame de colesterol a cada 30 dias e faz exame de glicose a cada três semanas. Se hoje Heitor fizer os dois exames então ele fará novamente os dois exames juntos daqui a:

a) 70 dias;

b) 90 dias;

c) 140 dias;

d) 180 dias;

e) 210 dias.

Comentários:

Note que Heitor faz **exame de colesterol a cada 30 dias** e faz **exame de glicose a cada 3×7 = 21 dias.**

Heitor fará os dois exames conjuntamente sempre que o tempo transcorrido em dias for **múltiplo**, **ao mesmo tempo**, de **21** e de **30 dias**. Como queremos saber a **próxima vez** em que os exames serão feitos juntos, precisamos obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) de **21** e **30**.

Primeiramente, vamos decompor 21 e 30 em fatores primos:

$$21 = 3 \times 7$$

$$30 = 3 \times 10$$

$$= 3 \times (2 \times 5)$$

$$= 2 \times 3 \times 5$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$21 = \quad 3 \quad \times 7$

$30 = 2 \times 3 \times 5$

Logo, $\text{MMC}(21;\ 30) = 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210.$

Portanto, **se hoje Heitor fizer os dois exames**, **então ele fará novamente os dois exames juntos daqui a 210 dias**.

Gabarito: Letra E.

34. (FGV/Pref. Osasco/2014) O maior número que é múltiplo de 3, é múltiplo de 4 e é menor que 200 é:

a) 190

b) 192

c) 194

d) 196

e) 198

Comentários:

Queremos obter um número que é **múltiplo**, ao **mesmo tempo**, **de 3 e de 4**.

O **menor múltiplo comum** a 3 e 4 é o **MMC de 3 e 4**.

Para obter o **MMC** de 3 e 4, devemos decompor os números em fatores primos, selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$3 = \quad 3$

$4 = 2^2$

Logo, $\text{MMC}(3;\ 4) = 2^2 \times 3 = 12.$

Observe que o número procurado:

- É múltiplo de 3 e de 4, ou seja, **múltiplo de** **MMC(3; 4) = 12**;
- É menor do que 200; e
- É o maior número possível.

Portanto, **o número procurado é o maior múltiplo de 12 inferior a 200**.

Ao dividir **200** por **12**, obtém-se **quociente 16** e **resto 8**. Logo, o maior múltiplo de 12 inferior a 200 é:

$$\mathbf{12} \times \mathbf{16} = 192$$

Gabarito: Letra B.

35. (FGV/SEE PE/2016) A razão entre o mínimo múltiplo comum e o máximo divisor comum de 144 e 180 é

a) 10.

b) 12.

c) 15.

d) 20.

e) 24.

Comentários:

Antes de obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) e o **máximo divisor comum** (**MDC**) dos números em questão, vamos decompor os números em fatores primos.

$$144 = 12 \times 12$$
$$(3 \times 4) \times (3 \times 4)$$
$$= (3 \times 2 \times 2) \times (3 \times 2 \times 2)$$
$$= 2^4 \times 3^2$$

$$\begin{aligned} 180 &= 18 \times 10 \\ &= (2 \times 9) \times (2 \times 5) \\ &= (2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 5) \\ &= 2^2 \times 3^2 \times 5 \end{aligned}$$

Para obter o **MMC**, devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$144 = 2^4 \times 3^2$

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

Logo, $\text{MMC}(144; 180) = 2^4 \times 3^2 \times 5 = 720$

Já para obter o **MDC**, devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$144 = 2^4 \times 3^2$

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

Logo, $\text{MDC}(144; 180) = 2^2 \times 3^2 = 36$

Portanto, a razão entre o mínimo múltiplo comum e o máximo divisor comum de 144 e 180 é:

$$\frac{720}{36} = 20$$

Gabarito: Letra D.

36. (FGV/IBGE/2017) João recebeu 32 relatórios verdes e 40 relatórios vermelhos. Ele deve colocar esses relatórios em envelopes da seguinte forma:

• Todos os envelopes devem conter a mesma quantidade de relatórios.

• Nenhum envelope pode misturar relatórios de cores diferentes.

Cumprindo essas exigências, o menor número de envelopes que ele precisará utilizar é:

a) 8;

b) 9;

c) 12;

d) 16;

e) 18.

Comentários:

Considere que a **quantidade de relatórios em cada envelope é x**.

Como **nenhum envelope pode misturar relatórios de cores diferentes**, temos que **x deve ser divisor de 32**, que é a quantidade de relatórios verdes, bem como **x deve ser divisor de 40**, que é a quantidade de relatórios vermelhos. Isso porque a quantidade de envelopes com relatórios verdes será $\frac{32}{x}$, e a quantidade de envelopes com relatórios vermelhos será $\frac{40}{x}$.

Portanto, x é um **divisor** que é **comum** a **32** e **40**. Como se quer o menor número de envelopes, devemos **maximizar a quantidade de relatórios em cada envelope (x).** Logo, x é o **máximo divisor comum** de **32** e **40**.

Primeiramente, devemos decompor 32 e 40 em fatores primos.

$$32 = 2 \times 16$$
$$= 2 \times 4 \times 4$$
$$2 \times (2 \times 2) \times (2 \times 2)$$
$$= 2^5$$

$$40 = 4 \times 10$$
$$= (2 \times 2) \times (2 \times 5)$$
$$= 2^3 \times 5$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$32 = 2^5$

$40 = 2^3 \times 5$

Logo, $\text{MDC}(32; 40) = 2^3 = 8$. Portanto, **quantidade de relatórios em cada envelope é $x = 8$**.

Note que a questão pergunta pelo **menor número de envelopes que João precisará utilizar**:

$$(\text{Envelopes com relatórios verdes}) + (\text{Envelopes com relatórios vermelhos})$$

$$= \frac{32}{8} + \frac{40}{8}$$

$$= 4 + 5$$

$$= 9$$

Gabarito: Letra B.

37. (FGV/TCE-BA/2014) Em uma serraria há dez varas de madeira: cinco de 1,40m de comprimento, três de 1,80m e duas de 2,40m. Essas varas devem ser cortadas em pedaços iguais, com o maior comprimento possível e aproveitando toda a madeira.

A quantidade de pedaços que será obtida é

a) 30.

b) 43.

c) 86.

d) 172.

e) 344.

Comentários:

Para evitar trabalhar com números fracionários, vamos utilizar o **centímetro** como medida de comprimento.

Considere que o tamanho dos pedaços seja x **centímetros**.

Observe que as varas de **140cm**, **180cm** e de **240cm** devem ser cortadas em pedaços de x centímetros **aproveitando toda a madeira**. Logo, x deve ser **divisor, ao mesmo tempo,** de **140**, **180** e **240**.

Além disso, os pedaços devem apresentar o **maior comprimento possível**. Portanto, x é o **máximo divisor comum** (**MDC**) de **140**, **180** e **240**.

Vamos decompor 140, 180 e 240 em fatores primos:

$$140 = 14 \times 10$$
$$= (2 \times 7) \times (2 \times 5)$$
$$= 2^2 \times 5 \times 7$$

$$180 = 18 \times 10$$
$$= (2 \times 9) \times (2 \times 5)$$
$$= (2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 5)$$
$$= 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$240 = 24 \times 10$$

$$= (2 \times 12) \times (2 \times 5)$$

$$= (2 \times 3 \times 4) \times (2 \times 5)$$

$$= (2 \times 3 \times 2 \times 2) \times (2 \times 5)$$

$$= 2^4 \times 3 \times 5$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$
$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
$240 = 2^4 \times 3 \times 5$

Logo, $\mathrm{MDC}(140; 180; 240) = 2^2 \times 5 = 20$. Portanto, **o tamanho dos pedaços é $x = 20$ cm**.

Temos **cinco** varas de **140cm** de comprimento, **três** de **180cm** e **duas** de **240cm**. Logo, a quantidade de pedaços que será obtida é:

$$5 \times \frac{140}{x} + 3 \times \frac{180}{x} + 2 \times \frac{240}{x}$$

$$= 5 \times \frac{140}{20} + 3 \times \frac{180}{20} + 2 \times \frac{240}{20}$$

$$= 5 \times 7 + 3 \times 9 + 2 \times 12$$

$$= 35 + 27 + 24$$

$$= 86$$

Gabarito: Letra C.

VUNESP

38.(VUNESP/CODEN/2021) Mauro, Rodrigo e Fábio trabalham como vigilantes e têm regimes diferenciados de folgas. Mauro folga 1 dia, após trabalhar 4 dias consecutivos; Rodrigo folga 1 dia, após trabalhar 5 dias consecutivos; e Fábio folga 1 dia, após trabalhar 6 dias consecutivos. Sábado passado, os três folgaram. Sendo assim, mantidos esses regimes de folgas, o próximo dia em que esses três vigilantes estarão de folga novamente, no mesmo dia, será

a) uma quarta-feira.

b) uma quinta-feira.

c) uma sexta-feira.

d) um sábado.

e) um domingo.

Comentários:

Note que:

- Mauro folga 1 dia após trabalhar 4 dias. Portanto, **Mauro folga a cada 5 dias**.
- Rodrigo, por sua vez, folga 1 dia após trabalhar 5. Logo, **Rodrigo folga a cada 6 dias**.
- Fábio folga 1 dia após trabalhar 6. Então, **Fábio folga a cada 7 dias**.

Os três vigilantes irão folgar juntos sempre que o tempo transcorrido em dias for múltiplo, ao mesmo tempo, de 5, 6 e 7. Como queremos saber a próxima folga conjunta, precisamos obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) de **5, 6 e 7**.

5 e 7 já são números primos, e 6 pode ser descrito como 2×3.

Após decompor 5, 6 e 7 em fatores primos, devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$5 = \quad\quad\quad 5$

$6 = 2 \times 3$

$7 = \quad\quad\quad\quad 7$

Logo, $\text{MMC}(5;\ 6;\ 7) = 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$. Isso significa que **os vigilantes irão folgar juntos daqui 210 dias.**

Sendo a primeira folga em um **sábado**, precisamos saber qual dia da semana ocorrerá daqui 210 dias.

Como uma semana tem 7 dias, a cada 7 dias transcorridos volta-se ao mesmo dia da semana.

Ao dividir **210 por 7**, obtemos **quociente 30** e **resto 0**. Isso significa que em 210 dias temos **30 semanas completas e nenhum dia a mais**. Portanto, partindo-se de um **sábado**, após 30 semanas completas (210 dias) chegaremos novamente em um **sábado**.

Gabarito: Letra D.

39. (VUNESP/PM SP/2021) Um programa de entrevistas é apresentado simultaneamente na TV aberta e por uma plataforma de vídeos, via internet. Devido a essa estratégia, os responsáveis pelo programa vendem tempos distintos de propagandas para serem veiculadas na TV aberta ou na internet, nos intervalos desse programa. Esses intervalos sempre têm mais de 2 minutos de duração, sendo que o programa é retomado simultaneamente nos dois formatos de transmissão, sem a interrupção de anúncios.

As propagandas vendidas para serem veiculadas na internet possuem 15 segundos de duração, enquanto que as da TV aberta possuem 25 segundos de duração. Assim sendo, o tempo mínimo de duração dos intervalos desse programa é de

a) 3 minutos e 45 segundos.

b) 2 minutos e 30 segundos.

c) 3 minutos.

d) 3 minutos e 15 segundos.

e) 2 minutos e 50 segundos.

Comentários:

Note que o intervalo total do programa é o mesmo tanto para o formato de TV aberta quanto para o formato via internet.

Como os intervalos da TV duram 25 segundos e os intervalos via internet duram 15 segundos, o intervalo total do programa deve ser **múltiplo**, **ao mesmo tempo**, de **15 e 25 segundos**.

A questão pede o **tempo mínimo** de duração **uma vez que o intervalo tenha mais de 2 minutos de duração**. Logo, vamos obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) **de 15 e 25**. **Se o intervalo obtido for menor do que 2 minutos, vamos obter o próximo múltiplo comum**.

Primeiramente, devemos decompor 15 e 25 em fatores primos.

$$15 = 3 \times 5$$

$$25 = 5^2$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$15 = 3 \times 5$

$25 = \quad 5^2$

Logo, $\text{MMC}(15; 25) = 3 \times 5^2 = 75$. Isso significa que os dois tipos de intervalos serão finalizados ao mesmo tempo em **75 segundos**, isto é, em **1 minuto e 15 segundos**.

Como esse intervalo é **menor do que 2 minutos**, devemos tomar o próximo múltiplo: **150 segundos**, isto é, **2 minutos e 30 segundos**. O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

Gabarito: Letra B.

40. (VUNESP/Pref. V Paulista/2021) Em uma avenida plana, há três faróis, A, B e C, que acendem o sinal verde simultaneamente às 8 horas e 20 minutos. Os faróis A, B e C acendem o sinal verde, respectivamente, a cada 35 segundos, 40 segundos e 45 segundos. O próximo horário em que esses três faróis acenderão novamente o sinal verde simultaneamente será às

a) 8 horas e 54 minutos.

b) 8 horas e 58 minutos.

c) 9 horas e 02 minutos.

d) 9 horas e 08 minutos.

e) 9 horas e 14 minutos.

Comentários:

Note que os faróis A, B e C acendem o sinal verde simultaneamente sempre que transcorrer um intervalo que é **múltiplo**, ao **mesmo tempo**, de 35, 40 e 45 segundos.

Como se quer obter a **próxima vez** em que os faróis acenderão o sinal verde novamente, devemos obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) **de 35, 40 e 45**.

Primeiramente, devemos decompor 35, 40 e 45 em fatores primos.

$$35 = 5 \times 7$$

$$\begin{aligned} 40 &= 4 \times 10 \\ &= 2^2 \times 2 \times 5 \\ &= 2^3 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 45 &= 9 \times 5 \\ &= 3^2 \times 5 \end{aligned}$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$$\begin{aligned} 35 &= \quad\quad\quad 5 \times 7 \\ 40 &= 2^3 \quad\quad \times 5 \\ 45 &= \quad\; 3^2 \times 5 \end{aligned}$$

Logo, $\text{MMC}(35; 40; 45) = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 2520$. Isso significa que os faróis acenderão o sinal verde juntos novamente **após 2520 segundos**.

Temos que **1 min = 60 segundos.** Logo, os faróis acenderão o sinal verde juntos após:

$$\frac{2520}{60} = 42 \text{ minutos}$$

Como inicialmente os faróis acenderam o sinal verde às $8\text{h } 20\text{min}$, a próxima ocorrência será às:

$$8\text{h } 20\text{min} + 42\text{min}$$

$$8\text{h } 62\text{min}$$

Como **60 min = 1h**, temos que **8h 62min** correspondem a:

$$9h\ 02min$$

Gabarito: Letra C.

41. (VUNESP/Pref. São Roque/2020) A secretária de uma escola realiza, rigorosamente, uma tarefa A, a cada 6 dias trabalhados, e uma tarefa B, a cada 4 dias trabalhados. Sabendo-se que ela trabalha de segunda à sexta-feira, que em uma quinta-feira ela realizou ambas as tarefas, e que durante o mês seguinte a essa quinta-feira não houve interrupção dos dias trabalhados por ela, é correto afirmar que a vez imediatamente posterior em que ela realizou, no mesmo dia, ambas as tarefas foi uma

a) segunda-feira.

b) terça-feira.

c) quarta-feira.

d) quinta-feira.

e) sexta-feira.

Comentários:

Temos que:

- A tarefa A é realizada a cada **4 dias** trabalhados;
- A tarefa B é realizada a cada **6 dias** trabalhados;
- A secretária realizou ambas as tarefas em uma **quinta-feira**;
- A secretária trabalha somente de segunda à sexta-feira (**dias úteis**).

As tarefas A e B serão realizadas simultaneamente sempre que **transcorrer um período de dias úteis** que é **múltiplo** de 4 e de 6 ao **mesmo tempo**.

Como se quer obter a **próxima vez** em que ocorre a simultaneidade, devemos obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) **de 4 e 6**.

Primeiramente, devemos decompor 4 e 6 em fatores primos.

$$4 = 2^2$$

$$6 = 2 \times 3$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$4 = 2^2$

$6 = 2 \times 3$

Logo, $\text{MMC}(4; 6) = 2^2 \times 3 = 12$. Isso significa que as tarefas serão realizadas juntas **a cada 12 dias úteis**.

Para obter o próximo dia da semana em que as tarefas são realizadas juntas, devemos **contar 12 dias úteis após a quinta-feira**:

- Sexta-feira (1ª semana): **1 dia útil**;
- Segunda à sexta-feira (2ª semana): **5 dias úteis**;
- Segunda à sexta-feira (3ª semana): **5 dias úteis**.

Até o momento, passaram-se **11 dias úteis**. O **12º dia útil** ocorrerá na **segunda feira** da quarta semana. O **gabarito**, portanto, é **letra A**.

Gabarito: Letra A.

42. (VUNESP/MPE SP/2019) Jorge precisa guardar determinado número de peças em caixas, de modo que cada caixa tenha o mesmo número de peças. Ao realizar a tarefa, Jorge percebeu que colocando 12 peças em cada caixa, utilizaria todas as caixas que tinha e todas as peças ficariam guardadas. Percebeu também que poderia colocar 15 peças em cada caixa, ou 18 peças em cada caixa, e que todas as peças também ficariam guardadas, mas sobrariam caixas vazias. O menor número de peças que Jorge precisa guardar é

a) 270.

b) 240.

c) 210.

d) 180.

e) 150.

Comentários:

Considere que o **menor número** de peças que Jorge precisa guardar é n.

Note que se colocarmos 12, 15 ou 18 peças por caixa, **não restam peças para serem guardadas**. Isso significa que n **é múltiplo comum a 12, 15 e 18**.

Devemos, portanto, obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) **de 12, 15 e 18**.

Primeiramente, devemos decompor 12 e 15 e 18 em fatores primos.

$$\begin{aligned} 12 &= 3 \times 4 \\ &= 2^2 \times 3 \end{aligned}$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$\begin{aligned} 18 &= 2 \times 9 \\ &= 2 \times 3^2 \end{aligned}$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$12 = 2^2 \times 3$

$15 = \quad 3 \times 5$

$18 = 2 \times 3^2$

Logo, $\text{MMC}(12; 15; 18) = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$. Portanto, o **menor número** de peças que Jorge precisa guardar é $\boldsymbol{n = 180}$.

Gabarito: Letra D.

43. (VUNESP/Pref SJC/2019) Um observador percebeu que, em um grupo de 3 pássaros de um mesmo ninho, um deles sai do ninho e volta a cada 65 segundos, outro sai e volta a cada 70 segundos e o terceiro sai e volta a cada 84 segundos. O observador marcou que às 10h os 3 pássaros estavam no ninho, logo, a próxima vez que os 3 pássaros estarão no ninho será às

a) 10h35.

b) 11h02.

c) 11h31.

d) 12h15.

e) 13h14.

Comentários:

Os três passarinhos estão no ninho a cada 65, 70 e 84 segundos. Eles estarão juntos no ninho sempre que transcorrer um tempo múltiplo, ao mesmo tempo, de 65, 70 e 84 segundos. Como queremos saber o próximo encontro, precisamos obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) de **65, 70 e 84**.

Primeiramente, devemos decompor 65, 70 e 84 em fatores primos.

$$65 = 5 \times 13$$

$$70 = 10 \times 7$$
$$= 2 \times 5 \times 7$$

$$84 = 2 \times 42$$
$$= 2 \times 2 \times 21$$
$$= 2^2 \times 3 \times 7$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$65 = \quad\quad\quad 5 \quad\quad \times 13$

$70 = 2 \quad\quad \times 5 \times 7$

$84 = 2^2 \times 3 \quad\quad \times 7$

Logo, $\text{MMC}(65; 70; 84) = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13 = 5460$. Isso significa que os passarinhos se encontrarão novamente daqui **5460 segundos**.

Como **60 segundos = 1 minuto**, o novo encontro ocorrerá daqui $\frac{5460}{60}$ = **91 minutos**.

Como **60 minutos = 1 hora**, esse novo encontro ocorrerá daqui **1 hora e 91—60 = 31 minutos**.

Como às 10h os passarinhos estavam no ninho, o próximo encontro ocorreu às:

$$10\text{h} + 1\text{h}\ 31\text{min}$$

$$= 11\text{h}\ 31\text{min}$$

Gabarito: Letra C.

44.(VUNESP/MPE SP/2016) No aeroporto de uma pequena cidade chegam aviões de três companhias aéreas. Os aviões da companhia A chegam a cada 20 minutos, da companhia B a cada 30 minutos e da companhia C a cada 44 minutos. Em um domingo, às 7 horas, chegaram aviões das três companhias ao mesmo tempo, situação que voltará a se repetir, nesse mesmo dia, às

a) 17h 30min.

b) 16h 30min.

c) 17 horas.

d) 18 horas.

e) 18h 30min.

Comentários:

Os aviões das companhias A, B e C chegam a cada 20, 30 e 44 minutos, respectivamente. Os aviões das três companhias chegarão juntos no aeroporto sempre que transcorrer um tempo **múltiplo**, **ao mesmo tempo**, de 20, 30 e 44 minutos. Como queremos saber o **próximo** encontro, precisamos obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) de **20, 30 e 44**.

Primeiramente, devemos decompor 20, 30 e 44 em fatores primos.

$$20 = 2 \times 10$$

$$= 2 \times 2 \times 5$$

$$= 2^2 \times 5$$

$$30 = 3 \times 10$$
$$= 3 \times 2 \times 5$$
$$= 2 \times 3 \times 5$$

$$44 = 2 \times 22$$
$$= 2 \times 2 \times 11$$
$$= 2^2 \times 11$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$20 = 2^2 \times 5$

$30 = 2 \times 3 \times 5$

$44 = 2^2 \times 11$

Logo, $\text{MMC}(20; 30; 44) = 2^2 \times 3 \times 5 \times 11 = 660$. Isso significa que os aviões **chegarão juntos a cada 660 minutos**.

Como **60 minutos = 1 hora**, os encontros ocorrerão a cada $\frac{660}{60}$ = **11 horas**.

Às 7h os aviões das três companhias chegaram juntos. A próxima ocorrência será às:

$$7\text{h} + 11\text{h} = 18\text{h}$$

Gabarito: Letra D.

45.(VUNESP/TJ SP/2009) Uma rua possui 3 semáforos, que chamaremos de X, Y e Z. O semáforo X muda de amarelo para vermelho a cada 45 segundos, Y a cada 65 segundos, e Z a cada 70 segundos. Se os três semáforos estão simultaneamente mudando de amarelo para vermelho às 13 horas, o próximo instante em que X, Y e Z estarão simultaneamente mudando de amarelo para vermelho será às

a) 14h 15min 10s.

b) 15h 16min 30s.

c) 15h 32min 45s.

d) 16h 08min 15s.

e) 16h 15min 05s.

Comentários:

Os três semáforos mudam de amarelo para vermelho a cada 45, 65 e 70 segundos. Os semáforos mudarão de amarelo para vermelho simultaneamente sempre que transcorrer um tempo que é **múltiplo**, **ao mesmo tempo**, de 45, 65 e 70 segundos. Como queremos saber a **próximo instante** em que ocorrerá a mudança, precisamos obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) de 45, 65 e 70.

Primeiramente, devemos decompor 45, 65 e 70 em fatores primos.

$$45 = 9 \times 5$$
$$= 3^2 \times 5$$

$$65 = 5 \times 13$$

$$70 = 7 \times 10$$
$$= 7 \times 2 \times 5$$
$$= 2 \times 5 \times 7$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$45 = \quad 3^2 \times 5$

$65 = \quad\quad 5 \quad \times 13$

$70 = 2 \quad \times 5 \times 7$

Logo, $\mathrm{MMC}(45;\ 65;\ 70) = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 13 = 8190$. Portanto, os semáforos mudarão do amarelo para o vermelho simultaneamente a cada **8190 segundos**.

Como **60 segundos = 1 minuto** vamos **dividir 8190 por 60**. Ao realizar a divisão, obtém-se **quociente 136** e **resto 30**. Logo:

$$8190\text{s} = 136\text{min } 30\text{s}$$

Como **60 minutos = 1 hora** vamos **dividir os minutos (136) por 60**. Ao realizar a divisão, obtém-se **quociente 2** e **resto 16**. Logo, **136 minutos** correspondem a **2 horas** e **16 minutos**. Portanto:

$$8190\text{s} = 136\text{min } 30\text{s}$$

$$= 2\text{h } 16\text{min } 30\text{s}$$

Como esse tempo de **2h 16min 30s** transcorreu a partir das **13h**, a mudança simultânea dos semáforos ocorre no seguinte horário:

$$13\text{h} + 2\text{h } 16\text{min } 30\text{s}$$

$$= 15\text{h } 16\text{min } 30\text{s}$$

Gabarito: Letra B.

46. (VUNESP/TJM SP/2017) Em um pequeno mercado, o dono resolveu fazer uma promoção. Para tanto, cada uma das 3 caixas registradoras foi programada para acender uma luz, em intervalos de tempo regulares: na caixa 1, a luz acendia a cada 15 minutos; na caixa 2, a cada 30 minutos; e na caixa 3, a luz acendia a cada 45 minutos. Toda vez que a luz de uma caixa acendia, o cliente que estava nela era premiado com um desconto de 3% sobre o valor da compra e, quando as 3 luzes acendiam, ao mesmo tempo, esse desconto era de 5%. Se, exatamente às 9 horas de um determinado dia, as luzes das 3 caixas acenderam ao mesmo tempo, então é verdade que o número máximo de premiações de 5% de desconto que esse mercado poderia ter dado aos seus clientes, das 9 horas às 21 horas e 30 minutos daquele dia, seria igual a

a) 8.

b) 10.

c) 21.

d) 27.

e) 33.

Comentários:

As três caixas acendem a cada 15, 30 e 45 minutos. Considerando que elas acendem simultaneamente a cada t minutos, esse número t é o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) **de 15, 30 e 45**.

Como **30** é **múltiplo de 15**, $\text{MMC}(\mathbf{15};\ \mathbf{30};\ 45) = \text{MMC}(\mathbf{30};\ 45)$.

Primeiramente, vamos decompor 30 e 45 em fatores primos.

$$\begin{aligned} 30 &= 3 \times 10 \\ &= 3 \times 2 \times 5 \\ &= 2 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 45 &= 9 \times 5 \\ &= 3^2 \times 5 \end{aligned}$$

Devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$30 = 2 \times 3 \ \times 5$

$45 = \quad 3^2 \times 5$

Logo, $\text{MMC}(30; 45) = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$. Portanto, os três caixas acendem simultaneamente **a cada 90 minutos**. Como **1 hora = 60 minutos**, os três caixas acendem a cada **1 hora e 90—60 = 30 minutos**.

Das 9h às 21h30min, as caixas acendem juntos um total de **9 vezes**:

- 1ª vez: 9h
- 2ª vez: 10h 30min
- 3ª vez: 12h
- 4ª vez: 13h 30min
- 5ª vez: 15h
- 6ª vez: 16h 30min
- 7ª vez: 18h
- 8ª vez: 19h 30min
- 9ª vez: 21h

Como cada uma das três caixas pode dar uma premiação de 5% em cada uma das 9 vezes, o número máximo de premiações de 5% é:

$$3 \times 9 = 27 \text{ premiações}$$

Gabarito: Letra D.

47. (VUNESP/ISS Campinas/2019) Os varredores de rua de um município varrem uma mesma rua a cada 5 dias. O caminhão que recolhe o lixo comum percorre cada rua a cada 3 dias. Já o caminhão que recolhe o lixo a ser reciclado faz essa coleta a cada x dias. No dia 31 de março, esses três serviços foram realizados na avenida A. Esse fato só foi acontecer novamente no dia 15 de maio seguinte. Se a frequência do caminhão que recolhe o lixo a ser reciclado é inferior a 30 dias, é correto afirmar que x representa um período de

a) 6 dias.

b) 5 dias.

c) 7 dias.

d) 9 dias.

e) 8 dias.

Comentários:

Pessoal, essa questão é interessante porque temos que pensar de modo reverso.

Entre 31 de março e 15 de maio temos um total de **45 dias** (30 dias de abril + 15 dias de maio).

Note que esse intervalo de dias deve ser **múltiplo**, ao **mesmo tempo**, **de 3, de 5 e de x**. Além disso, **45 dias** é o **menor múltiplo** desses números, pois os três fatos ocorreram concomitantemente pela segunda vez só após esses 45 dias. Logo:

$$\text{MMC } (3; 5; x) = 45$$

Podemos fatorar o número 45. Temos que:

$$45 = 9 \times 5$$

$$= 3^2 \times 5$$

Isso significa que:

$$\text{MMC}\ (3; 5; x) = 3^2 \times 5$$

Lembre-se que, para obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**), devemos selecionar, dentre números em questão, **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto. Logo, no conjunto dos números 3, 5 e x, **devemos ter o fator 3^2 e o fator 5 como números primos de maior expoente**.

Observe, portanto, que o **fator 3^2 necessariamente deve estar no número x**, pois ele não está nem no número 3 nem no número 5.

Além disso, o **fator 5** já está no número 5, porém ele também poderia estar no número x. Nesse caso, temos duas possibilidades para x:

$$x = \mathbf{3^2} = 9$$

Ou

$$x = \mathbf{3^2} \times \mathbf{5} = 45$$

Como o problema nos diz que a frequência do caminhão que recolhe o lixo a ser reciclado é **inferior a 30 dias**, **temos $x < 30$**. Logo, a única possibilidade é $x = 9$ dias. O **gabarito**, portanto, é **letra D**.

Gabarito: Letra D.

48. (VUNESP/Pref. Osasco/2021) Um fornecedor entrega rigorosamente o seu produto a cada 4 dias em um hipermercado A, a cada 5 dias em um hipermercado B, e a cada 6 dias em um hipermercado C, independentemente de o dia da entrega ser útil ou não. Na segunda-feira passada, ele entregou seu produto nesses três hipermercados. Isso significa que, na próxima vez em que esse fornecedor entregar suas mercadorias nos três hipermercados, em um mesmo dia, será

a) uma terça-feira.

b) uma quarta-feira.

c) uma quinta-feira.

d) uma sexta-feira.

e) um sábado.

Comentários:

O fornecedor em questão entrega o produto a cada 4, 5 e 6 dias para três fornecedores distintos. As três entregas ocorrerão simultaneamente sempre que o número de dias transcorridos dor **múltiplo**, **ao mesmo tempo**, de 4, 5 e 6 dias.

Como queremos saber sobre a **próxima entrega** em que ocorrerá a simultaneidade, precisamos obter o **mínimo múltiplo comum** (**MMC**) de 4, 5 e 6.

Primeiramente, devemos decompor 4, 5 e 6 em fatores primos e, na sequência, devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$4 = 2^2$

$5 = \quad\quad 5$

$6 = 2 \times 3$

Logo, $\mathrm{MMC}(4;\ 5;\ 6) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$. Portanto, a próxima entrega simultânea dos produtos ocorrerá em 60 dias.

Ao dividir 60 por 7, obtém-se **quociente 8** e **resto 4**. Isso significa que em 60 dias temos **8 semanas completas** e **mais 4 dias restantes**.

Ao **somar 4 dias** à segunda-feira, dia da primeira simultaneidade, obtém-se **sexta-feira**. **É neste dia da semana que o fornecedor entrega novamente suas mercadorias nos três supermercados em um mesmo dia**.

Gabarito: Letra D.

49. (VUNESP/Pref. Marília/2021) Uma gráfica recebeu a encomenda de imprimir 2500 panfletos sobre um curso de enfermagem e 3200 panfletos sobre um curso de primeiros socorros. Esses panfletos deverão ser separados em blocos, cada um deles com o mesmo número de panfletos e na maior quantidade possível. Sabendo que cada bloco só poderá ter panfletos sobre o mesmo curso, o maior número de blocos que poderão ser feitos será

a) 100.

b) 85.

c) 68.

d) 57.

e) 50.

Comentários:

Suponha que o **número de panfletos em cada bloco seja x**.

Como cada bloco deve ter panfletos do mesmo tipo, x deve ser **divisor**, **ao mesmo tempo**, de **2.500** e de **3.200**. Como a quantidade de panfletos em cada bloco deve ser a **maior possível**, **x é o máximo divisor comum** (**MDC**) de **2.500** e **3.200**.

Primeiramente, devemos decompor 2.500 e 3.200 em fatores primos.

$$\begin{aligned} 2.500 &= 25 \times 100 \\ &= 5^2 \times 10 \times 10 \\ &= 5^2 \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \\ &= 2^2 \times 5^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3.200 &= 32 \times 100 \\ &= 2^5 \times 10 \times 10 \\ &= 2^5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \\ &= 2^7 \times 5^2 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$2.500 = 2^2 \times 5^4$

$3.200 = 2^7 \times 5^2$

Logo, $\text{MDC}(2.500; 3.200) = 2^2 \times 5^2 = 100$.

Agora sabemos que $\boldsymbol{x = 100}$, isto é, **cada bloco contém 100 panfletos**. Nesse caso, o **número de blocos** será:

$$\frac{2.500}{100} + \frac{3.200}{100}$$

$$= 25 + 32$$

$$\boldsymbol{= 57}$$

O **gabarito**, portanto, é **letra D**.

Observe que o enunciado cometeu uma imprecisão. Não há necessidade de se perguntar "**o maior número de blocos que poderão ser feitos**". Isso porque, por meio dos dados do problema, sabemos que **o número exato de blocos que poderão ser feitos é 57**.

Gabarito: Letra D.

50. (VUNESP/Pref. Morro Agudo/2020) Tem-se 144 cm de fita na cor vermelha e 168 cm de fita na cor verde. Pretende-se cortar essas fitas em pedaços, todos com o mesmo comprimento, sendo este o maior possível, de modo a utilizar totalmente essas fitas, sem desperdiçá-las. Nesse caso, o número total de pedaços de fitas que será possível obter é

a) 12.

b) 13.

c) 16.

d) 24.

e) 26.

Comentários:

Suponha que o **comprimento dos pedaços seja x centímetros**.

Como não deve haver desperdício das fitas, x deve ser **divisor**, **ao mesmo tempo**, de **144 cm** e de **168 cm**. Além disso, como o comprimento x deve ser o **maior possível**, **x é o máximo divisor comum** (**MDC**) de **144** e **168**.

Primeiramente, devemos decompor 144 e 168 em fatores primos.

$$
\begin{aligned}
144 &= 12 \times 12 \\
&= (3 \times 4) \times (3 \times 4) \\
&= (3 \times 2^2) \times (3 \times 2^2) \\
&= 2^4 \times 3^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
168 &= 2 \times 84 \\
&= 2 \times 4 \times 21 \\
&= 2 \times 4 \times 3 \times 7 \\
&= 2^3 \times 3 \times 7
\end{aligned}
$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$144 = 2^4 \times 3^2$

$168 = 2^3 \times 3 \times 7$

Logo, $\mathrm{MDC}(144; 168) = 2^3 \times 3 = 24$.

Agora sabemos que $x = 24$, isto é, **cada pedaço tem 24 cm**. Nesse caso, o **número de pedaços** de fita será:

$$\frac{144}{24}+\frac{168}{24}$$

$$= 6 + 7$$

$$\mathbf{= 13}$$

O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

Gabarito: Letra B.

51.(VUNESP/FITO/2020) Um funcionário do setor de reprografia de uma escola precisa remeter 3 600 cópias de um panfleto para diferentes setores conforme a tabela a seguir.

Setor	Cópias
Biblioteca	1 320
Diretoria	720
Secretaria	1 560

Considerando que esse funcionário deseja separar as cópias no menor número possível de blocos com a mesma quantidade de cópias, o número total de blocos será de

a) 20.

b) 30.

c) 40.

d) 90.

e) 120.

Comentários:

Suponha que o **número de cópias em cada bloco seja x**.

Como a Biblioteca, a Diretoria e a Secretaria devem receber, respectivamente, 1.320, 720 e 1.560 cópias, x deve ser **divisor**, **ao mesmo tempo**, de **1.320**, de **720** e de **1.560**.

Além disso, como se deseja separar as cópias no menor número de blocos possível, é necessário que a **quantidade de cópias em cada bloco** seja a **maior possível**. Logo, **x é o máximo divisor comum** (**MDC**) de **1.320**, **720** e **1.560**.

Primeiramente, devemos decompor 1.320, 720 e 1.560 em fatores primos.

$$1.320 = 132 \times 10$$
$$= (66 \times 2) \times (2 \times 5)$$

$$= (6 \times 11 \times 2) \times (2 \times 5)$$
$$= (2 \times 3 \times 11 \times 2) \times (2 \times 5)$$
$$= 2^3 \times 3 \times 5 \times 11$$

$$720 = 72 \times 10$$
$$= (2 \times 36) \times (2 \times 5)$$
$$= (2 \times 6 \times 6) \times (2 \times 5)$$
$$= (2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3) \times (2 \times 5)$$
$$= 2^4 \times 3^2 \times 5$$

$$1560 = 156 \times 10$$
$$= (78 \times 2) \times (2 \times 5)$$
$$= (39 \times 2 \times 2) \times (2 \times 5)$$
$$= (3 \times 13 \times 2 \times 2) \times (2 \times 5)$$
$$= 2^3 \times 3 \times 5 \times 13$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$1.320 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 11$

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$

$1.560 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 13$

Logo, $\text{MDC}(1.320; 720; 1.560) = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$. Agora sabemos que $\boldsymbol{x = 120}$, isto é, **cada bloco contém 120 cópias**. Nesse caso, o número de blocos será:

$$\frac{1.320}{120} + \frac{720}{120} + \frac{1.560}{120}$$
$$= 11 + 6 + 13$$
$$\boldsymbol{= 30}$$

O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

Gabarito: Letra B.

52. (VUNESP/Pref. Valinhos/2019) Uma gráfica imprimiu 180 apostilas do tipo A e 105 apostilas do tipo B. Com essas apostilas serão feitos pacotes, cada um deles com o mesmo número de apostilas e na maior quantidade possível. Sabendo que cada pacote só terá apostilas de um mesmo tipo, então, após o empacotamento de todas as apostilas, o número de pacotes formados será

a) 7.

b) 12.

c) 15.

d) 19.

e) 24.

Comentários:

Suponha que o **número de apostilas presente em cada pacote seja x**.

Como cada pacote deve ter somente apostilas do mesmo tipo, x deve ser **divisor**, **ao mesmo tempo**, de **180** e de **105**. Como a quantidade de apostilas em cada pacote deve ser a **maior possível**, **x é o máximo divisor comum** (**MDC**) de **180** e **105**.

Primeiramente, devemos decompor 180 e 105 em fatores primos.

$$180 = 18 \times 10$$

$$= 2 \times 9 \times 2 \times 5$$

$$= 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$105 = 21 \times 5$$

$$= 3 \times 7 \times 5$$

$$= 3 \times 5 \times 7$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

$105 = \quad 3 \times 5 \times 7$

Logo, $\text{MDC}(180; 106) = 3 \times 5 = 15$.

Agora, sabemos que $x = 15$, isto é, **cada pacote contém 15 apostilas**. O **número de pacotes** será:

$$\frac{180}{15} + \frac{105}{15}$$

$$= 12 + 7$$

$$= \mathbf{19}$$

Gabarito: Letra D.

Lista de Questões

Múltiplos e Divisores

CEBRASPE

1.(CESPE/SERPRO/2021) Suponha que sejam gerados 5 números válidos de CPF para serem atribuídos a 5 indivíduos distintos. Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

Suponha que a seja o último dígito de um dos CPFs gerados, que b seja o último dígito de outro desses CPFs e que a e b sejam números ímpares consecutivos. Nessa situação, a + b é múltiplo de 4.

2. (CESPE/PC DF/2021) No item a seguir, é apresentada uma situação hipotética seguida de uma assertiva a ser julgada.

Um foragido da justiça, que gostava de se exibir perante seus comparsas e conhecia um pouco de matemática, ligou para a polícia e passou as seguintes informações: "em 30 minutos, eu estarei na rua Alfa, em uma casa, do lado direito da rua, cujo número tem as seguintes características: é inferior a 1.000, o algarismo das centenas é igual ao número de diagonais de um retângulo e, além disso, a parte do número formada só pelos algarismos das dezenas e das unidades é múltiplo de 7". Uma viatura foi deslocada para o intervalo de casas da rua Alfa correspondente ao algarismo das centenas revelado. Lá chegando, os policiais verificaram que, nesse trecho da rua Alfa, os números das casas tinham as seguintes características: os algarismos das dezenas e das unidades começavam de 01 e de uma casa para a próxima eram acrescentadas 8 unidades. Nessa situação, o número da casa informado pelo foragido é inferior a 250.

3. (CESPE/Pref. São Cristóvão/2019) Julgue o item a seguir, relativo a sequências numéricas.

A quantidade de números inteiros múltiplos de 19 que estão entre 1.234 e 4.321 é inferior a 160.

4. (CESPE/SEFAZ RS/2018) Uma assistente administrativa rasgou em n pedaços uma folha de papel que continha informação considerada sigilosa. Como ainda era possível ler alguma informação em um desses pedaços, ela rasgou-o também em n pedaços. Receosa de que a informação sigilosa pudesse ser recuperada de um desses últimos pedaços, rasgou-o também em n pedaços.

Assinale a opção que indica uma quantidade possível de pedaços em que a folha foi rasgada.

a) 15

b) 26

c) 28

d) 30

e) 36

5. (CESPE/FUB/2018) Paulo, Maria e João, servidores lotados em uma biblioteca pública, trabalham na catalogação dos livros recém-adquiridos. Independentemente da quantidade de livros a serem catalogados em cada dia, Paulo cataloga 1/4, Maria cataloga 1/3 e João, 5/12.

A respeito da catalogação de livros por esses servidores, julgue o item a seguir.

Sempre que trabalharem de segunda-feira a sexta-feira, os três servidores catalogarão uma quantidade de livros que será um número múltiplo de 12.

6. (CESPE/Pref. SL/2017) A quantidade N de pacotes de arroz distribuídos no primeiro trimestre para as 6 escolas de determinado município é um número de três algarismos que pode ser escrito na forma N = X3Y, em que X e Y são dois algarismos entre 0 e 9. Sabe-se que cada escola recebeu a mesma quantidade de pacotes das demais e o número N é o maior possível que atende às condições descritas.

Nessa situação, a quantidade de pacotes de arroz distribuídos no primeiro trimestre para as 6 escolas do município foi

a) superior a 800 e inferior a 900.

b) superior a 900.

c) inferior a 600.

d) superior a 600 e inferior a 700.

e) superior a 700 e inferior a 800.

7. (CESPE/SECTI DF/2014) Acerca das propriedades dos conjuntos numéricos, julgue o item a seguir.

Existem exatamente quatro números inteiros r para os quais a fração $\frac{14}{2r+1}$ é um número inteiro.

8. (CESPE/PC DF/2013) Considerando que 300 pessoas tenham sido selecionadas para trabalhar em locais de apoio na próxima copa do mundo e que 175 dessas pessoas sejam do sexo masculino, julgue o seguinte item.

É impossível dividir as 300 pessoas em grupos de modo que todos os grupos tenham a mesma quantidade de mulheres e a mesma quantidade de homens.

9. (CESPE/Pref. Teresina/2009) A soma dos divisores primos, positivos e maiores que 2 do número 210 é igual a

a) 12.

b) 13.

c) 14.

d) 15.

FCC

10.(FCC/TRF 4/2014) O primeiro múltiplo de 7 que é maior que 1000 é também múltiplo de

a) 19 e de 13.

b) 11 e de 13.

c) 19 e de 23.

d) 23 e de 11.

e) 11 e de 19.

11.(FCC/CREMESP/2016) Um contador possui mais do que 130 livros. Quando ele empilha os livros de 3 em 3, sobra um livro. Quando ele empilha de 4 em 4, também sobra um livro, mas quando ele empilha de 7 em 7, nenhum livro sobra. Sendo x o menor número natural que atende às condições do problema, a soma dos algarismos de x é igual a

a) 7.

b) 9.

c) 19.

d) 10.

e) 11.

12.(FCC/TRT 6/2018) Em relação aos 31 dias de um mês, Fernando, Geraldo e Hélio folgaram, respectivamente, nos dias que são "múltiplos de 6", "divisores de 12" e "múltiplos de 3 e divisores de 30". Nesse mês, os três trabalharam juntos em um total de

a) 19 dias.

b) 21 dias.

c) 23 dias.

d) 22 dias.

e) 20 dias.

13.(FCC/SABESP/2018) O total de 168 lanches foram servidos para x pessoas, sendo que todas receberam o mesmo número de lanches e não sobraram lanches sem serem distribuídos entre essas pessoas. Não sendo possível servir frações de lanche para as pessoas e sendo x um número entre 5 e 30, o total de possibilidades diferentes para x é igual a

a) 6

b) 9

c) 8

d) 5

e) 7

14. (FCC/METRO SP/2015) A área de um retângulo é 144 m². Sabe-se que as medidas do comprimento e da largura desse retângulo, em metros, são número inteiros positivos, e que o comprimento é maior do que a largura. Apenas com os dados fornecidos, o total de possibilidades numéricas diferentes para o comprimento desse retângulo é igual a

a) cinco.

b) seis.

c) nove.

d) sete.

e) oito.

15. (FCC/TRT 12/2013) Seja P o produto 8726617 × 9827274. O resto da divisão de P por 5 é igual a

a) 2.

b) 4.

c) 3.

d) 0.

e) 1.

16. (FCC/METRO SP/2013) No universo dos números naturais, o resto da divisão do número Y por 13 é 2. O resto da divisão do mesmo número Y por 17 é 3. O número Y é menor do que 80. O resto da divisão do número Y por 15 é

a) 3.

b) 0.

c) 5.

d) 12.

e) 9.

17. (FCC/SABESP/2018) De modo geral, um ano bissexto é todo aquele que é múltiplo de 4. Porém, essa regra tem uma exceção: mesmo que o ano seja múltiplo de 4, se ele também for múltiplo de 100, ele deixa de ser bissexto.

Essa última regra tem outra exceção: se o ano for múltiplo de 100, mas também for múltiplo de 400, ele volta a ser bissexto.

Considerando essas informações, é correto afirmar que existem anos que são

a) múltiplos de 400 e não são bissextos.

b) múltiplos de 100 e são bissextos.

c) bissextos e não são múltiplos de 4.

d) ímpares e são bissextos.

e) bissextos e não são múltiplos de 2.

18. (FCC/COPERGÁS/2016) Escolhendo-se um número natural par maior do que o 0 (zero) qualquer, seu segundo maior divisor será exatamente a metade do número escolhido. Escolhendo-se um número natural ímpar maior do que 1 (um) qualquer, seu segundo maior divisor será, no máximo, a terça parte do número escolhido. O primeiro número natural ímpar maior do que 100 cujo segundo maior divisor natural, supera em 1 unidade o segundo maior divisor natural de 100, é o número

a) 123.

b) 105.

c) 147.

d) 153.

e) 165.

19. (FCC/DPE RR/2015) Um número natural é primo se é diferente de 1 e possui exatamente dois divisores, que são o 1 e o próprio número. Afirma-se que "se n é um número natural primo menor do que 12, então $n^2 + 2$ é natural primo".

O total de contraexemplos possíveis para a implicação da afirmação é igual a

a) 1.

b) 2.

c) 3.

d) 4.

e) 5.

20.(FCC/TRT 6/2018) Exatamente $\frac{1}{4}$ das vagas de uma faculdade são destinadas aos cursos de humanas, e exatamente $\frac{1}{8}$ das vagas destinadas aos cursos de humanas são do período noturno. Sabendo-se que o total de vagas dessa faculdade é um número inteiro positivo entre 420 e 470, então o número de vagas dessa faculdade destinadas aos cursos de humanas é igual a

a) 108.

b) 124.

c) 112

d) 120.

e) 104.

21. (FCC/TRT 6/2018) O número natural x possui ao todo três divisores positivos distintos. O número natural y possui ao todo três divisores positivos distintos. O produto x . y é um número natural maior que 30 e menor que 40. A soma x + y é igual a

a) 12.

b) 14.

c) 13.

d) 16.

e) 19.

22. (FCC/TRF 3/2016) A diferença entre o menor número natural ímpar com cinco divisores positivos distintos e o menor número natural par, também com cinco divisores positivos distintos, é igual a

a) 39.

b) 27.

c) 83.

d) 65.

e) 41.

23. (FCC/DETRAN SP/2019) Um pacote contém N balas. Sabe-se que N ≤ 29 e que há 8 maneiras diferentes de dividir o número de balas do pacote em partes iguais, incluindo a divisão trivial em uma só parte contendo todas as N balas. Então, o resto da divisão de N por 5 é igual a

a) 3.

b) 1.

c) 2.

d) 4.

e) 0.

24. (FCC/TRF 4/2019) João escolheu um número do conjunto {90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98} que Pedro deve adivinhar. João fez três afirmações mas só uma é verdadeira:

– o número é par.

– o número é múltiplo de 5.

– o número é divisível por 3.

O número máximo de tentativas para que Pedro adivinhe o número escolhido por João é

a) 9

b) 7

c) 6

d) 5

e) 4

FGV

25.(FGV/PM SP/2021) 180 soldados serão posicionados no pátio do quartel, arrumados em linhas e colunas, de maneira a formar um retângulo perfeito. Sabe se que tanto o número de linhas quanto o número de colunas do retângulo não podem ser menores que 5.

O maior número de arrumações possíveis para esse retângulo de soldados é

a) 4.

b) 5.

c) 7.

d) 10.

e) 12.

26. (FGV/IMBEL/2021) O número de cinco algarismos 2021U é divisível por 9. O resto da divisão desse número por 7 é

a) 1.

b) 2.

c) 3.

d) 4.

e) 5.

27. (FGV/IMBEL/2021) Seja N o maior número de 4 algarismos tal que o produto desses 4 algarismos seja 144.

A soma dos algarismos de N é

a) 20.

b) 19.

c) 18.

d) 17.

e) 16.

28. (FGV/IMBEL/2021) O número de 4 algarismos 31aa é divisível por 12. O valor do algarismo a é

a) 0.

b) 2.

c) 4.

d) 6.

e) 8.

29. (FGV/Pref. Salvador/2019) Dizemos que um número inteiro é "soteropolista" quando todos os seus algarismos são ímpares e o número é divisível pelo seu algarismo das unidades.

Considere as afirmativas:

I. 73 é um número "soteropolista".

II. 35 é um número "soteropolista".

III. 63 é um número "soteropolista".

É correto concluir que

a) todas são verdadeiras.

b) apenas I e II são verdadeiras.

c) apenas II e III são verdadeiras.

d) apenas II é verdadeira.

e) apenas III é verdadeira.

30. (FGV/Pref. Salvador/2019) Dizemos que um número de 3 algarismos é "feliz" quando os 3 algarismos, na ordem centenas, dezenas e unidades, são consecutivos (crescentes ou decrescentes) e o número é divisível pelo algarismo das unidades. Por exemplo, 432 é um número "feliz", mas 234 não é um número "feliz" pois não é divisível por 4.

A quantidade de números "felizes" de 3 algarismos é

a) 10.

b) 11.

c) 12.

d) 13.

e) 14.

31. (FGV/MPE AL/2018) Marta tem 20 bolas numeradas de 1 a 20. Ela pinta de vermelho todas as bolas cujo número é múltiplo de 4, isto é, 4, 8, 12 etc.

A seguir, ela pinta de azul as bolas cujos números são antecessores de números das bolas que foram pintadas de vermelho.

Por último, ela pinta de verde as bolas cujos números são sucessores de números das bolas que foram pintadas de vermelho.

Nenhuma outra bola foi pintada.

O número de bolas não pintadas é

a) 4.

b) 5.

c) 6.

d) 7.

e) 8.

32. (FGV/SSP AM/2015) Sargento Garcia quer dispor os soldados presentes a uma solenidade em colunas com exatamente 7 soldados cada uma. Até o momento, 37 soldados estão presentes. O número mínimo de soldados que devem chegar para que o sargento Garcia possa arrumá-los do jeito desejado é:

a) 6;

b) 5;

c) 4;

d) 3;

e) 2.

33. (FGV/SEDUC AM/2014) O jogo de origem chinesa NIM é usado por alguns professores para motivar aulas sobre divisibilidades e restos. No NIM, coloca-se uma quantidade de palitos sobre uma mesa e dois jogadores vão, alternadamente, retirando 1, 2,3, 4 ou 5 palitos da mesa. Perde o jogo aquele que retirar o último palito da mesa. Nesse jogo, há uma estratégia para vencer logo na primeira jogada, bastando que o primeiro jogador deixe sempre uma quantidade inteira de grupos de 6 palitos mais 1 palito isolado. Para

vencer, por exemplo, um jogo com 33 palitos, o primeiro jogador deve retirar 2 palitos para deixar 5 grupos de 6 palitos e 1 palito isolado.

Em um jogo de NIM com 47 palitos, para garantir a vitória na primeira jogada, o primeiro jogador deve retirar

a) 5 palitos.

b) 4 palitos.

c) 3 palitos.

d) 2 palitos.

e) 1 palito.

34. (FGV/SEDUC AM/2014) O conjunto C é formado por todos os números naturais que divididos por 5 são maiores que 3 e menores que 13.

O número de elementos de C é

a) 48.

b) 49.

c) 50.

d) 51.

e) 52.

Vunesp

35.(VUNESP/EsFCEx/2020) Se o número inteiro $2^a.3^b.11^c$ (sendo $a, b, c \in$ N) divide o número 1056, então o número de divisores positivos e negativos de 1056 é igual a

a) 36.

b) 24.

c) 44.

d) 12.

e) 48.

36. (VUNESP/ISS Osasco/2019) As tarefas numeradas de 1 a 50 devem ser realizadas no prazo dos cinco dias úteis de uma semana. A pessoa que vai realizar as tarefas decidiu fazer aquelas que estão numeradas com um múltiplo de 3 na segunda-feira. Das que sobrarem, ela fará as numeradas por múltiplo de 4 na terça-feira. Das que sobrarem, ela fará as numeradas por múltiplo de 5 na quarta-feira. Seguindo o mesmo padrão, das que sobrarem, ela fará as numeradas por múltiplo de 6 na quinta-feira e, por fim, fará as que

restarem na sexta-feira. Sendo assim, essa pessoa terá que realizar na sexta-feira um total de tarefas igual a

a) 17.

b) 18.

c) 19.

d) 20.

e) 21.

37. (VUNESP/CM Poá/2016) Seja X um número inteiro, positivo e menor do que 100. O resto da divisão de X por 5 é igual a 1, e o resto da divisão de X por 11 é igual a 7. A soma dos algarismos de X é igual a

a) 6.

b) 7.

c) 8.

d) 9.

e) 10.

38.(VUNESP/Pref. Araçatuba/2019) Ariel, Gabriel e Rafael frequentam a mesma academia. Ariel vai à academia a cada 2 dias, Gabriel, a cada 3 dias, e Rafael, a cada 4 dias. Incluindo o dia primeiro de março, quando os 3 estiveram na academia, até o dia 15 de março, o número de dias em que pelo menos dois desses garotos estiveram na academia, no mesmo dia, foi

a) 2.

b) 3.

c) 4.

d) 5.

e) 6.

GABARITO

Múltiplos e Divisores

1. CERTO
2. CERTO
3. ERRADO
4. LETRA C
5. CERTO
6. LETRA B
7. CERTO
8. ERRADO
9. LETRA D
10.LETRA B
11. LETRA A
12. LETRA B
13. LETRA C
14. LETRA D
15. LETRA C
16. LETRA E
17. LETRA B
18. LETRA D
19. LETRA D
20. LETRA C
21. LETRA C
22. LETRA D
23. LETRA D
24. LETRA D
25.LETRA D
26. LETRA E
27. LETRA A
28. LETRA C
29. LETRA D
30. LETRA A
31. LETRA C
32. LETRA B
33. LETRA B
34. LETRA B
35.LETRA E
36. LETRA E
37. LETRA A
38. LETRA D

LISTA DE QUESTÕES

MMC e MDC

CEBRASPE

1.(CESPE/IFF/2018) Uma companhia aérea fixou rodízio entre duas cidades para seus comissários de bordo de determinado voo diário. A escala estabelece que o comissário A trabalhe nesse voo a cada 8 dias; o comissário B, a cada 10 dias; e o comissário C, a cada 12 dias.

Nesse caso, se os três tiverem trabalhado juntos no voo do dia de hoje, então a próxima vez em que eles trabalharão novamente juntos nesse voo ocorrerá daqui a

a) 30 dias.

b) 74 dias.

c) 120 dias.

d) 240 dias.

e) 960 dias.

2. (CESPE/BNB/2018) A respeito de números reais e de funções de variáveis reais, julgue o item que se segue.

Situação hipotética: Carlos possui uma quantidade de revistas que é maior que 500 e menor que 700. Separando as revistas em conjuntos de 8 revistas, Carlos verificou que sobrou um grupo com 3 revistas. O mesmo acontecia quando ele separava as revistas em conjuntos de 14 ou em conjuntos de 20 revistas: sempre sobrava um conjunto com 3 revistas.

Assertiva: Nesse caso, é correto afirmar que Carlos possui 563 revistas.

Texto para as próximas questões

Considerando que dois álbuns de fotos, com x e y páginas, sejam montados com o menor número possível de capítulos — divisão das fotos por eventos — e que cada capítulo, nos dois álbuns, deva ter o mesmo número z de páginas, julgue os itens subsequentes.

3. (CESPE/TRT 17/2013) Se x = 96 e y = 128, então z = 32.

4. (CESPE/TRT 17/2013) Se x é divisor de y, então z = x.

5. (CESPE/TRT 17/2013) z é múltiplo de x.

6. (CESPE/TRT 17/2013) Os garotos João e Pedro vão passear de bicicleta em uma pista circular, seguindo sempre em uma mesma direção, com velocidades diferentes. Eles iniciaram o passeio partindo, no mesmo instante, de um mesmo ponto e combinaram encerrar o passeio quando se encontrarem pela primeira vez no ponto de partida. Com base nessas informações, julgue o item seguinte.

Se, para completar cada volta na pista, João gasta 20 minutos e Pedro 24, então o passeio dos garotos durará menos de 2 horas.

Texto para as próximas questões

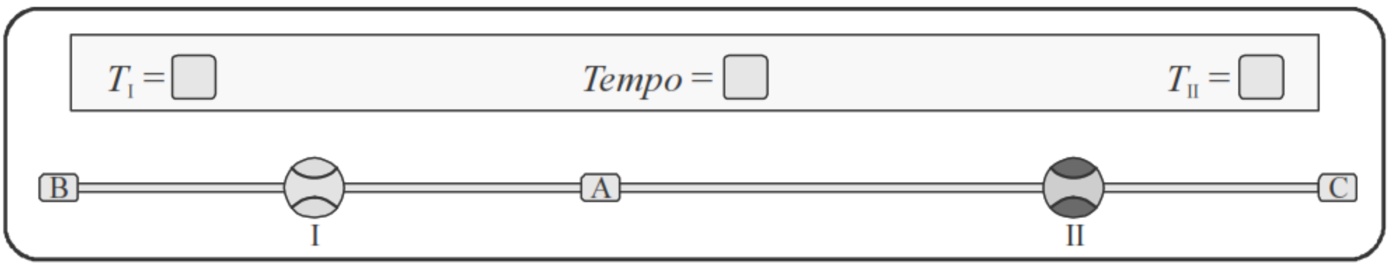
Ao distribuir entre 5 técnicos do MPU determinada quantidade de processos para análise, de modo que todos recebessem quantidades iguais de processos, o chefe da unidade verificou que sobrava um processo; ao tentar distribuir igualmente entre 6 técnicos, novamente sobrou um processo, situação que se se repetiu quando ele tentou distribuir os processos igualmente entre 7 técnicos.

Considerando que N > 1 seja a quantidade de processos que serão analisados pelos técnicos, julgue os itens seguintes, com base nas informações apresentadas.

7. (CESPE/MPU/2013) É correto afirmar que N > 210.

8. (CESPE/MPU/2013) Se P é o mínimo múltiplo comum entre 5, 6 e 7, então N é múltiplo de P.

Texto para as próximas questões



A figura acima ilustra um brinquedo virtual, em que duas bolas — I e II — se movimentam em uma haste a partir do momento que o brinquedo é ligado, ambas com a mesma velocidade e de maneira contínua, indo de uma extremidade à outra. A bola I se movimenta de A para B e de B para A; a bola II, de A para C e de C para A. Antes de o brinquedo ser ligado, devem ser indicados valores nos mostradores T_I e T_{II}. Indicar T_I = M significa que a bola I levará M segundos para ir de A até B; T_{II} = N significa que a bola II levará N segundos para ir de A até C. O mostrador Tempo indica há quantos segundos o brinquedo está ligado. No momento que o brinquedo é ligado, os movimentos se iniciam sempre a partir do ponto A.

Com relação às funcionalidades do brinquedo descrito acima, julgue os itens a seguir.

9.(CESPE/AFT/2013) Se T_I = 3 e T_{II} = 9, então, toda vez que o mostrador Tempo indicar um múltiplo de 6, as bolas I e II se encontrarão no ponto A.

10. (CESPE/AFT/2013) Se T_I = 5 e T_{II} = 8, então, depois que o brinquedo foi ligado, as bolas nunca mais se encontrarão simultaneamente no ponto A.

11. (CESPE/AFT/2013) Se $T_I = 3$, então, quando o mostrador Tempo indicar 15 segundos, a bola I estará no ponto B.

12. (CESPE/AFT/2013) Se $T_{II} = 5$, então, quando o mostrador Tempo indicar 64 segundos, a bola II estará mais próxima de C do que de A.

Texto para as próximas questões

Considerando que N seja o conjunto de todos os números inteiros maiores ou iguais a 1 e que, para cada m ϵ N o conjunto A(m) seja o subconjunto de N formado por todos os números divisíveis por m, julgue os itens a seguir.

13. (CESPE/ANS/2013) O conjunto A(15)∩A(10) contém o conjunto A(60).

14. (CESPE/ANS/2013) O conjunto A(6)∪A(8) contém o conjunto A(14).

15. (CESPE/STM/2011) Acerca dos conjuntos A = {6, 8, 10, 12} e B = {4, 6, 10}, julgue o seguinte item.

O mínimo múltiplo comum dos elementos do conjunto A / B = {x ∈ A; x ∉ B} é múltiplo de 5.

FCC

16.(FCC/TRT 18/2013) Considere, dentre os números naturais menores do que 100, todos aqueles que são divisíveis, simultaneamente, por 8 e por 12. A soma de todos esses números é igual a

a) 240.

b) 216.

c) 144.

d) 96.

e) 72.

17. (FCC/ALAP/2020) Marcelo viaja ao exterior uma vez a cada 15 meses. A última vez que Marcelo viajou ao exterior foi em agosto de 2019. A próxima vez em que Marcelo viajará ao exterior em agosto se dará no ano de

a) 2027

b) 2023

c) 2024

d) 2026

e) 2025

18. (FCC/Pref. Recife/2019) Sejam 3 cidades (X, Y e Z) localizadas em uma determinada região. A cada 25 minutos sai um ônibus de X para Y e a cada 15 minutos sai um ônibus de X para Z. Sabe-se que às 8 horas e 30 minutos saiu um ônibus de X para Y e um ônibus de X para Z. O primeiro horário após o meio-dia em que vai sair um ônibus de X para Y e um ônibus de X para Z será às

a) 12 horas e 30 minutos.

b) 13 horas.

c) 12 horas e 45 minutos.

d) 12 horas e 15 minutos.

e) 13 horas e 15 minutos

19. (FCC/METRO SP/2016) O vigia externo de uma fábrica inicia sua ronda a cada 40 minutos. Já o vigia interno da mesma fábrica inicia a sua ronda a cada 25 minutos. Sabe-se que esses dois vigias iniciam o turno de trabalho ao mesmo tempo, já realizando a primeira ronda.

Desconsiderando o tempo gasto em cada uma das rondas, em doze horas de turno, os dois vigias iniciarão simultaneamente as rondas em um número de vezes igual a

a) 1.

b) 3.

c) 2.

d) 4.

e) 5.

20. (FCC/SABESP/2017) Laerte toma a medicação X a cada dois dias e a medicação Y a cada 3 dias. No dia 1º de janeiro ele tomou as medicações X e Y juntas. Sabendo que janeiro tem 31 dias, o número de dias do mês de janeiro em que Laerte tomará as duas medicações juntas é igual a

a) 5.

b) 7.

c) 10.

d) 4.

e) 6.

21. (FCC/SABESP/2014) Luiz tem que tomar um comprimido do remédio X a cada 3 horas, e dois comprimidos do remédio Y a cada 5 horas. O tratamento com os comprimidos deve durar 5 dias e meio, sendo que ele iniciou tomando, simultaneamente, a dose recomendada de cada remédio na segunda-feira,

às 8 horas da manhã. Sabe-se que Luiz realizou o tratamento completo cumprindo rigorosamente as instruções de doses e horários.

Na semana que Luiz fez o tratamento, o último instante em que ele tomou, simultaneamente, as doses dos remédios X e Y foi no sábado às

a) 11 horas.

b) 8 horas.

c) 23 horas.

d) 13 horas.

e) 16 horas.

22.(FCC/METRO SP/2019) Dois nadadores treinam em uma mesma piscina, de 40 metros de extensão, a velocidades constantes. O nadador A percorre 100 metros a cada 1 minuto e o nadador B percorre 80 metros a cada 1 minuto. Considerando-se que ambos iniciam o treino, ao mesmo tempo, a partir da margem esquerda da piscina e que nadam em raias paralelas, é possível afirmar que vão se encontrar novamente na margem esquerda da piscina quando o nadador A tiver percorrido, em metros, a distância de:

a) 200.

b) 400.

c) 160.

d) 240.

e) 360.

23. (FCC/SP Parcerias/2018) O número A é o menor inteiro positivo divisível, simultaneamente, por 12, 14 e 21. Já o número B é o maior inteiro positivo divisor, simultaneamente, de 105, 135 e 180. Nessas condições, o valor da expressão $\left(\frac{A}{B}\right)^2$ é igual a

a) 33,64.

b) 29,16.

c) 24,01.

d) 31,36.

e) 26,01.

24. (FCC/Pref. SJRP/2019) Para completar seus ganhos mensais, um trabalhador vende bolo em pedaços, na porta de um prédio de escritórios, uma vez por semana. Para isso, ele prepara, em sua casa, cinco bolos

de sabores variados, usando assadeiras retangulares iguais, de 40 cm por 24 cm, e cortando todos os bolos em pedaços quadrados iguais, com o maior lado possível, sem que haja qualquer desperdício. Supondo que ele consiga vender, no dia, toda quantidade de bolo produzida, e considerando-se que deseja arrecadar pelo menos R$ 300,00 a cada dia, o trabalhador deve vender cada pedaço de bolo por, no mínimo,

a) um real.

b) dois reais.

c) três reais.

d) quatro reais.

e) cinco reais

25. (FCC/METRO SP/2019) Uma editora fará uma campanha distribuindo livros e canetas em estações de metrô. Serão distribuídos 1.620 livros e 2.940 canetas, de modo que cada estação de metrô participante da campanha receba a mesma quantidade de livros para distribuição e receba a mesma quantidade de canetas para distribuição. Para atingir o maior número de estações possível, a quantidade de canetas que cada estação deve receber é

a) 49

b) 70

c) 27

d) 35

e) 98

FGV

26.(FGV/IMBEL/2021) Em uma fábrica de munições, o fiscal de produção é trocado de 8 em 8 meses e o fiscal de equipamentos é trocado de 10 em 10 meses. Se essas trocas coincidiram em novembro de 2020, a próxima vez em que as duas trocas coincidirão será no ano de

a) 2021.

b) 2022.

c) 2023.

d) 2024.

e) 2025.

27.(FGV/Pref. Salvador/2019) Considere as afirmativas a seguir.

I. O número 30 tem 8 divisores positivos.

II. O mínimo múltiplo comum de 12 e 15 é 120.

III. O número 221 é um número primo.

É verdadeiro o que se afirma em

a) I, II e III.

b) I e II, apenas.

c) II e III, apenas.

d) I, apenas.

e) II, apenas.

28. (FGV/SEFIN RO/2018) De uma caixa que continha 200 lápis, João retirou N lápis. Ele reparou então que dividindo esses N lápis em grupos de 9 ou em grupos de 12 ou em grupos de 15 lápis, sempre sobrava 1 lápis.

A soma dos algarismos desse número N é

a) 8.

b) 10.

c) 12.

d) 13.

e) 14.

29. (FGV/SEE PE/2016) Seja N o menor número natural de quatro algarismos que é divisível por 2, 3, 4, 5, 6 e 7.

A soma dos algarismos de N é

a) 9.

b) 10.

c) 12.

d) 15.

e) 16.

30.(FGV/CM Caruaru/2015) As letras da palavra CARUARU e os algarismos do ano 2015 são ordenados circularmente de forma separada e colocados em uma lista numerada, conforme se vê a seguir:

		C	A	R	U	A	R	U		2	0	1	5
1.		A	R	U	A	R	U	C		0	1	5	2
2.		R	U	A	R	U	C	A		1	5	2	0
3.		U	A	R	U	C	A	R		5	2	0	1
4.		A	R	U	C	A	R	U		2	0	1	5
...													

O número da linha em que, pela primeira vez, aparecerá CARUARU 2015 é

a) 7.

b) 11.

c) 14.

d) 28.

e) 35.

31.(FGV/SEDUC AM/2014) Um triângulo equilátero, um quadrado e um pentágono regular têm lados, em cm, dados por números inteiros. Sabe-se ainda que os perímetros dessas figuras são iguais.

O menor valor possível, em cm, para o perímetro dessas figuras é

a) 60.

b) 40.

c) 30.

d) 15.

e) 12.

32. (FGV/CODEBA/2010) Olegário faz a barba de 3 em 3 dias. Hoje é domingo e Olegário está fazendo a sua barba. Ele voltará a se barbear num dia de domingo daqui a quantos dias?

a) 21.

b) 18.

c) 12.

d) 14.

e) 15.

33. (FGV/Pref. Osasco/2014) Heitor faz exame de colesterol a cada 30 dias e faz exame de glicose a cada três semanas. Se hoje Heitor fizer os dois exames então ele fará novamente os dois exames juntos daqui a:

a) 70 dias;

b) 90 dias;

c) 140 dias;

d) 180 dias;

e) 210 dias.

34. (FGV/Pref. Osasco/2014) O maior número que é múltiplo de 3, é múltiplo de 4 e é menor que 200 é:

a) 190

b) 192

c) 194

d) 196

e) 198

35. (FGV/SEE PE/2016) A razão entre o mínimo múltiplo comum e o máximo divisor comum de 144 e 180 é

a) 10.

b) 12.

c) 15.

d) 20.

e) 24.

36. (FGV/IBGE/2017) João recebeu 32 relatórios verdes e 40 relatórios vermelhos. Ele deve colocar esses relatórios em envelopes da seguinte forma:

• Todos os envelopes devem conter a mesma quantidade de relatórios.

• Nenhum envelope pode misturar relatórios de cores diferentes.

Cumprindo essas exigências, o menor número de envelopes que ele precisará utilizar é:

a) 8;

b) 9;

c) 12;

d) 16;

e) 18.

37. (FGV/TCE-BA/2014) Em uma serraria há dez varas de madeira: cinco de 1,40m de comprimento, três de 1,80m e duas de 2,40m. Essas varas devem ser cortadas em pedaços iguais, com o maior comprimento possível e aproveitando toda a madeira.

A quantidade de pedaços que será obtida é

a) 30.

b) 43.

c) 86.

d) 172.

e) 344.

Vunesp

38.(VUNESP/CODEN/2021) Mauro, Rodrigo e Fábio trabalham como vigilantes e têm regimes diferenciados de folgas. Mauro folga 1 dia, após trabalhar 4 dias consecutivos; Rodrigo folga 1 dia, após trabalhar 5 dias consecutivos; e Fábio folga 1 dia, após trabalhar 6 dias consecutivos. Sábado passado, os três folgaram. Sendo assim, mantidos esses regimes de folgas, o próximo dia em que esses três vigilantes estarão de folga novamente, no mesmo dia, será

a) uma quarta-feira.

b) uma quinta-feira.

c) uma sexta-feira.

d) um sábado.

e) um domingo.

39. (VUNESP/PM SP/2021) Um programa de entrevistas é apresentado simultaneamente na TV aberta e por uma plataforma de vídeos, via internet. Devido a essa estratégia, os responsáveis pelo programa vendem tempos distintos de propagandas para serem veiculadas na TV aberta ou na internet, nos intervalos desse programa. Esses intervalos sempre têm mais de 2 minutos de duração, sendo que o programa é retomado simultaneamente nos dois formatos de transmissão, sem a interrupção de anúncios.

As propagandas vendidas para serem veiculadas na internet possuem 15 segundos de duração, enquanto que as da TV aberta possuem 25 segundos de duração. Assim sendo, o tempo mínimo de duração dos intervalos desse programa é de

a) 3 minutos e 45 segundos.

b) 2 minutos e 30 segundos.

c) 3 minutos.

d) 3 minutos e 15 segundos.

e) 2 minutos e 50 segundos.

40. (VUNESP/Pref. V Paulista/2021) Em uma avenida plana, há três faróis, A, B e C, que acendem o sinal verde simultaneamente às 8 horas e 20 minutos. Os faróis A, B e C acendem o sinal verde, respectivamente, a cada 35 segundos, 40 segundos e 45 segundos. O próximo horário em que esses três faróis acenderão novamente o sinal verde simultaneamente será às

a) 8 horas e 54 minutos.

b) 8 horas e 58 minutos.

c) 9 horas e 02 minutos.

d) 9 horas e 08 minutos.

e) 9 horas e 14 minutos.

41. (VUNESP/Pref. São Roque/2020) A secretária de uma escola realiza, rigorosamente, uma tarefa A, a cada 6 dias trabalhados, e uma tarefa B, a cada 4 dias trabalhados. Sabendo-se que ela trabalha de segunda à sexta-feira, que em uma quinta-feira ela realizou ambas as tarefas, e que durante o mês seguinte a essa quinta-feira não houve interrupção dos dias trabalhados por ela, é correto afirmar que a vez imediatamente posterior em que ela realizou, no mesmo dia, ambas as tarefas foi uma

a) segunda-feira.

b) terça-feira.

c) quarta-feira.

d) quinta-feira.

e) sexta-feira.

42. (VUNESP/MPE SP/2019) Jorge precisa guardar determinado número de peças em caixas, de modo que cada caixa tenha o mesmo número de peças. Ao realizar a tarefa, Jorge percebeu que colocando 12 peças em cada caixa, utilizaria todas as caixas que tinha e todas as peças ficariam guardadas. Percebeu também que poderia colocar 15 peças em cada caixa, ou 18 peças em cada caixa, e que todas as peças também ficariam guardadas, mas sobrariam caixas vazias. O menor número de peças que Jorge precisa guardar é

a) 270.

b) 240.

c) 210.

d) 180.

e) 150.

43. (VUNESP/Pref SJC/2019) Um observador percebeu que, em um grupo de 3 pássaros de um mesmo ninho, um deles sai do ninho e volta a cada 65 segundos, outro sai e volta a cada 70 segundos e o terceiro sai e volta a cada 84 segundos. O observador marcou que às 10h os 3 pássaros estavam no ninho, logo, a próxima vez que os 3 pássaros estarão no ninho será às

a) 10h35.

b) 11h02.

c) 11h31.

d) 12h15.

e) 13h14.

44.(VUNESP/MPE SP/2016) No aeroporto de uma pequena cidade chegam aviões de três companhias aéreas. Os aviões da companhia A chegam a cada 20 minutos, da companhia B a cada 30 minutos e da companhia C a cada 44 minutos. Em um domingo, às 7 horas, chegaram aviões das três companhias ao mesmo tempo, situação que voltará a se repetir, nesse mesmo dia, às

a) 17h 30min.

b) 16h 30min.

c) 17 horas.

d) 18 horas.

e) 18h 30min.

45. (VUNESP/TJ SP/2009) Uma rua possui 3 semáforos, que chamaremos de X, Y e Z. O semáforo X muda de amarelo para vermelho a cada 45 segundos, Y a cada 65 segundos, e Z a cada 70 segundos. Se os três semáforos estão simultaneamente mudando de amarelo para vermelho às 13 horas, o próximo instante em que X, Y e Z estarão simultaneamente mudando de amarelo para vermelho será às

a) 14h 15min 10s.

b) 15h 16min 30s.

c) 15h 32min 45s.

d) 16h 08min 15s.

e) 16h 15min 05s.

46. (VUNESP/TJM SP/2017) Em um pequeno mercado, o dono resolveu fazer uma promoção. Para tanto, cada uma das 3 caixas registradoras foi programada para acender uma luz, em intervalos de tempo regulares: na caixa 1, a luz acendia a cada 15 minutos; na caixa 2, a cada 30 minutos; e na caixa 3, a luz acendia a cada 45 minutos. Toda vez que a luz de uma caixa acendia, o cliente que estava nela era premiado com um desconto de 3% sobre o valor da compra e, quando as 3 luzes acendiam, ao mesmo tempo, esse

desconto era de 5%. Se, exatamente às 9 horas de um determinado dia, as luzes das 3 caixas acenderam ao mesmo tempo, então é verdade que o número máximo de premiações de 5% de desconto que esse mercado poderia ter dado aos seus clientes, das 9 horas às 21 horas e 30 minutos daquele dia, seria igual a

a) 8.

b) 10.

c) 21.

d) 27.

e) 33.

47. (VUNESP/ISS Campinas/2019) Os varredores de rua de um município varrem uma mesma rua a cada 5 dias. O caminhão que recolhe o lixo comum percorre cada rua a cada 3 dias. Já o caminhão que recolhe o lixo a ser reciclado faz essa coleta a cada x dias. No dia 31 de março, esses três serviços foram realizados na avenida A. Esse fato só foi acontecer novamente no dia 15 de maio seguinte. Se a frequência do caminhão que recolhe o lixo a ser reciclado é inferior a 30 dias, é correto afirmar que x representa um período de

a) 6 dias.

b) 5 dias.

c) 7 dias.

d) 9 dias.

e) 8 dias.

48.(VUNESP/Pref. Osasco/2021) Um fornecedor entrega rigorosamente o seu produto a cada 4 dias em um hipermercado A, a cada 5 dias em um hipermercado B, e a cada 6 dias em um hipermercado C, independentemente de o dia da entrega ser útil ou não. Na segunda-feira passada, ele entregou seu produto nesses três hipermercados. Isso significa que, na próxima vez em que esse fornecedor entregar suas mercadorias nos três hipermercados, em um mesmo dia, será

a) uma terça-feira.

b) uma quarta-feira.

c) uma quinta-feira.

d) uma sexta-feira.

e) um sábado.

49. (VUNESP/Pref. Marília/2021) Uma gráfica recebeu a encomenda de imprimir 2500 panfletos sobre um curso de enfermagem e 3200 panfletos sobre um curso de primeiros socorros. Esses panfletos deverão ser

separados em blocos, cada um deles com o mesmo número de panfletos e na maior quantidade possível. Sabendo que cada bloco só poderá ter panfletos sobre o mesmo curso, o maior número de blocos que poderão ser feitos será

a) 100.

b) 85.

c) 68.

d) 57.

e) 50.

50. (VUNESP/Pref. Morro Agudo/2020) Tem-se 144 cm de fita na cor vermelha e 168 cm de fita na cor verde. Pretende-se cortar essas fitas em pedaços, todos com o mesmo comprimento, sendo este o maior possível, de modo a utilizar totalmente essas fitas, sem desperdiçá-las. Nesse caso, o número total de pedaços de fitas que será possível obter é

a) 12.

b) 13.

c) 16.

d) 24.

e) 26.

51.(VUNESP/FITO/2020) Um funcionário do setor de reprografia de uma escola precisa remeter 3 600 cópias de um panfleto para diferentes setores conforme a tabela a seguir.

Setor	Cópias
Biblioteca	1 320
Diretoria	720
Secretaria	1 560

Considerando que esse funcionário deseja separar as cópias no menor número possível de blocos com a mesma quantidade de cópias, o número total de blocos será de

a) 20.

b) 30.

c) 40.

d) 90.

e) 120.

52. (VUNESP/Pref. Valinhos/2019) Uma gráfica imprimiu 180 apostilas do tipo A e 105 apostilas do tipo B. Com essas apostilas serão feitos pacotes, cada um deles com o mesmo número de apostilas e na maior quantidade possível. Sabendo que cada pacote só terá apostilas de um mesmo tipo, então, após o empacotamento de todas as apostilas, o número de pacotes formados será

a) 7.

b) 12.

c) 15.

d) 19.

e) 24.

GABARITO

MMC e MDC

1. LETRA C
2. CERTO
3. CERTO
4. CERTO
5. ERRADO
6. ERRADO
7. CERTO
8. ERRADO
9. ERRADO
10. ERRADO
11. CERTO
12. CERTO
13. CERTO
14. ERRADO
15. ERRADO
16.LETRA A
17. LETRA C
18. LETRA D
19. LETRA D
20. LETRA E
21. LETRA B
22. LETRA B
23. LETRA D
24. LETRA D
25. LETRA A
26.LETRA D
27. LETRA D
28. LETRA B
29. LETRA A
30. LETRA D
31. LETRA A
32. LETRA A
33. LETRA E
34. LETRA B
35. LETRA D
36. LETRA B
37. LETRA C
38.LETRA D
39. LETRA B
40. LETRA C
41. LETRA A
42. LETRA D
43. LETRA C
44. LETRA D
45. LETRA B
46. LETRA D
47. LETRA D
48. LETRA D
49. LETRA D
50. LETRA B
51. LETRA B
52. LETRA D

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:

PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.