

Aula 03

*BNB (Analista Bancário) Passo
Estratégico de Matemática - 2023
(Pré-Edital)*

Autor:

Allan Maux Santana

11 de Setembro de 2023

Índice

1) O que é o Passo Estratégico	3
2) Apresentação	4
3) Análise Estatística - Matemática	5
4) Noções de Geometria	6



O QUE É O PASSO ESTRATÉGICO?

O Passo Estratégico é um material escrito e enxuto que possui dois objetivos principais:

- a) orientar revisões eficientes;
- b) destacar os pontos mais importantes e prováveis de serem cobrados em prova.

Assim, o Passo Estratégico pode ser utilizado tanto para **turbinar as revisões dos alunos mais adiantados nas matérias**, quanto para maximizar o resultado na reta final de estudos por parte dos alunos que não conseguirão estudar todo o conteúdo do curso regular.

Em ambas as formas de utilização, como regra, **o aluno precisa utilizar o Passo Estratégico em conjunto com um curso regular completo**.

Isso porque nossa didática é direcionada ao aluno que já possui uma base do conteúdo.

Assim, se você vai utilizar o Passo Estratégico:

- a) **como método de revisão**, você precisará de seu curso completo para realizar as leituras indicadas no próprio Passo Estratégico, em complemento ao conteúdo entregue diretamente em nossos relatórios;
- b) **como material de reta final**, você precisará de seu curso completo para buscar maiores esclarecimentos sobre alguns pontos do conteúdo que, em nosso relatório, foram eventualmente expostos utilizando uma didática mais avançada que a sua capacidade de compreensão, em razão do seu nível de conhecimento do assunto.

Seu cantinho de estudos famoso!

Poste uma foto do seu cantinho de estudos nos stories do Instagram e nos marque:



[@passoestrategico](https://www.instagram.com/passoestrategico)

Vamos repostar sua foto no nosso perfil para que ele fique famoso entre milhares de concurseiros!



APRESENTAÇÃO

Olá!

Sou o professor **Allan Maux** e serei o seu analista do Passo Estratégico nas matérias de **exatas**.

Para que você conheça um pouco sobre mim, segue um resumo da minha experiência profissional, acadêmica e como concurseiro:

*Sou, atualmente, Auditor Fiscal do Município de Petrolina – PE, **aprovado em 2º lugar** no concurso de 2011.*

*Sou formado em matemática e tenho **pós-graduação em direito tributário municipal**.*

*Fui, por 05 anos, **Secretário de Fazenda do Município de Petrolina**, período no qual participei da comissão que elaborou o **novo Código Tributário da Cidade, vigente até o momento**, colocando a cidade entre as maiores arrecadações do Estado de Pernambuco.*

Lecionei, também, em cursos preparatórios para ITA.

Fui também aprovado e nomeado no concurso para Analista da Receita Federal, em 2012.

Aprovado e nomeado, em 2007, para o cargo de gestor de tributos da Secretaria da Fazenda do Estado de Minas Gerais.

Nossa carreira como Auditor Fiscal de Petrolina é bastante atraente e me fez refletir bastante por sua manutenção, nosso salário inicial beira aos 15k.

Atualmente, também, leciono matemática para concursos e vestibulares.

Estou extremamente feliz de ter a oportunidade de trabalhar na equipe do “Passo”, porque tenho convicção de que nossos relatórios e simulados proporcionarão uma preparação diferenciada aos nossos alunos!

Bem, vamos ao que interessa!!



Prof. Allan Maux



ANÁLISE ESTATÍSTICA

Inicialmente, convém destacar os percentuais de incidência de todos os assuntos previstos em nosso curso – quanto maior o percentual de incidência de um determinado assunto, maior será sua importância para nosso certame.

<i>ASSUNTO</i>	<i>Incidência</i>
<i>OPERAÇÕES C/ NÚMEROS REAIS / MÚLTIPLOS / DIVISORES / MMC E MDC</i>	<i>27,6%</i>
<i>RAZÃO / PROPORÇÃO / REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA</i>	<i>17,2%</i>
<i>PROGRESSÃO ARITMÉTICA / PROGRESSÃO GEOMÉTRICA</i>	<i>12,9%</i>
<i>TEORIA DOS CONJUNTOS / PERTINÊNCIA / INCLUSÃO / IGUALDADE</i>	<i>10,3%</i>
<i>ANÁLISE COMBINATÓRIA</i>	<i>9,5%</i>
<i>SISTEMAS E EQUAÇÕES DO 1º E 2º GRAUS / RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES - PROBLEMA</i>	<i>7,8%</i>
<i>PROBABILIDADE</i>	<i>4,3%</i>
<i>ESTUDO DAS FUNÇÕES</i>	<i>4,3%</i>
<i>PORCENTAGEM</i>	<i>3,4%</i>
<i>NOCÕES DE GEOMETRIA / SISTEMA DE MEDIDAS / TRIGONOMETRIA</i>	<i>1,8%</i>
<i>MATRIZES / DETERMINANTES / SISTEMAS LINEARES</i>	<i>0,9%</i>
<i>TOTAL</i>	<i>100,0%</i>

Sabemos que a quantidade de questões para o curso do Passo Estratégico é por volta de 5, desde que envolvam todo o conteúdo. No entanto, para o que material fique mais rico em exercícios para vocês, resolvi elaborar os PDFs com uma quantidade maior de questões de bancas diversas também. Vocês perceberão que nos cursos de exatas os perfis das questões das bancas são muito idênticos, portanto, treinem exaustivamente principalmente aquele assunto que possui uma maior incidência em nossa análise e que você tenha mais dificuldade.

Prof. Allan Maux



NOÇÕES DE GEOMETRIA

Sumário

O que é mais cobrado dentro do assunto.....	2
Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque	3
Geometria	3
Triângulos:	4
Área dos Triângulos:	6
Quadrado.....	8
Trapézio	9
Hexágono Regular	9
Somas dos Ângulos Internos de um Polígono Qualquer.....	10
Total de Diagonais um Polígono Qualquer	11
Circunferência e Círculo.....	12
Volumes dos Sólidos Geométricos	13
Poliedros	16
Trigonometria	19
Semelhança de Triângulos.....	22
Caso 01 de Semelhança AAA:	23
Caso 02 de Semelhança LLL:	23
Caso 03 de Semelhança LAL:.....	23
Questões estratégicas.....	24
Questões FGV.....	24



Questões Cebraspe	30
Questões FCC.....	33
Lista de Questões Estratégicas	38
Questões FGV.....	38
Questões Cebraspe	40
Questões FCC.....	42
Gabarito.....	43

O que é mais cobrado dentro do assunto

GEOMETRIA	GRAU DE INCIDÊNCIA
TRIÂNGULOS	34,0%
GEOMETRIA ESPACIAL - VOLUMES	33,0%
QUADRILÁTERIOS	28,0%
OUTROS POLÍGONOS	5,0%
TOTAL	100,0%



ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

Geometria

A geometria é dividida nas seguintes partes:

GEOMETRIA			
PLANA	ESPACIAL	TRIGONOMETRIA	ANALÍTICA

Quando o edital fala em Noções de Geometria, ele está excluindo, necessariamente, a Geometria Analítica que é justamente a parte mais chatinha que a gente estuda no finalzinho do 3º do Ensino Médio, momento que ninguém tem mais saco para o colégio...rs rs rs rs

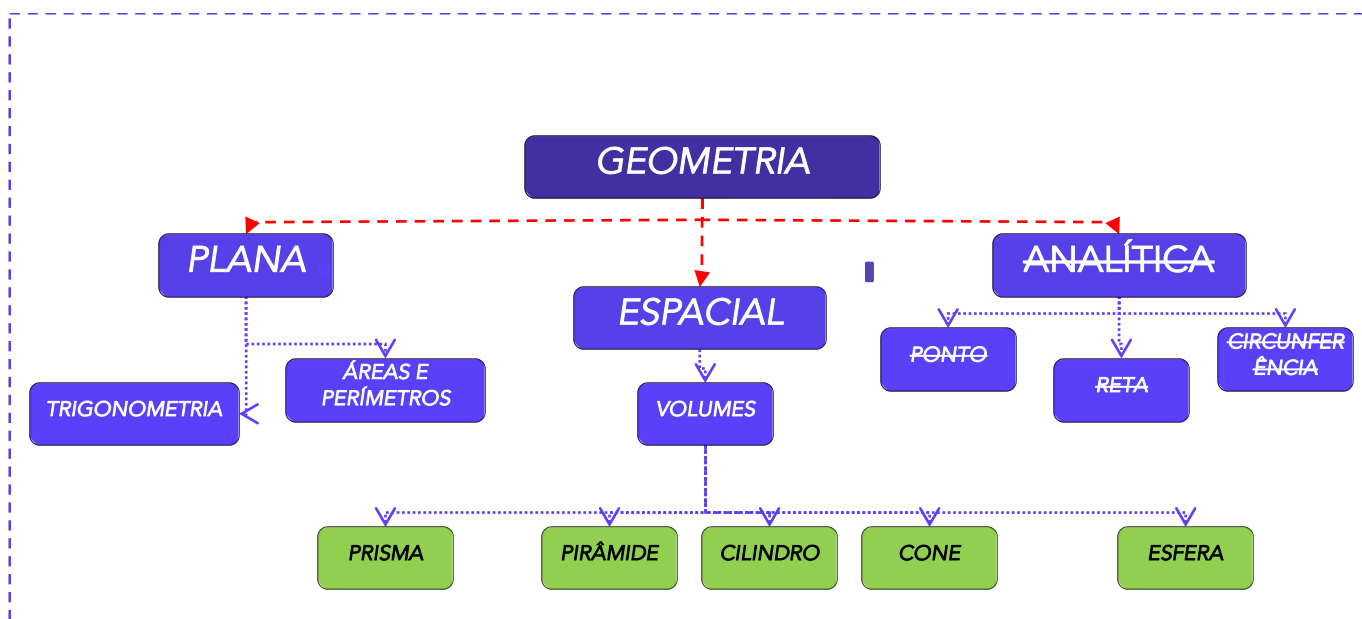
A Trigonometria está inserida na Geometria Plana, a gente subdivide apenas para que o candidato tenha uma noção melhor do que vai estudar, ok?

Portanto, nessa aula de hoje iremos revisar os principais pontos da Geometria.

As questões são sempre fáceis, a gente não pode perder esses pontinhos na nossa prova. Vamos direto ao que é mais importante sobre o tópico.

A seguir, vou colocar um “esqueminha” para que vocês tenham uma visão amplo do que falei.





Triângulos:

Vamos às classificações dos triângulos:

QUANTO AOS LADOS		
<u>ESCALENO</u>	<u>ISÓSCELES</u>	<u>EQUILÁTERO</u>
Os três lados diferentes	Dois lados iguais	Os três lados iguais

Se alguém te perguntar se tens R\$ 2,00 na conta bancária, mas você tem R\$ 3,00, o que irá responder?

Vai dizer que não tem os R\$ 2,00? Ou vai dizer que tem porque quem tem R\$ 3,00, tem R\$ 2,00?

Veja bem, a pergunta não foi se você tem apenas R\$ 2,00, ok?

Então, você deve dizer sim que tem os R\$ 2,00.

O mesmo acontece aqui na classificação dos triângulos.



Um triângulo para ser isósceles precisa ter dois lados iguais, ora, o equilátero possui os 3 lados iguais, então podemos dizer que todo triângulo equilátero é isósceles.



QUANTO AOS ÂNGULOS

<u>ACUTÂNGULO</u>	<u>RETÂNGULO</u>	<u>OBTUSÂNGULO</u>
Os três ângulos menores do que 90°	Um ângulo de 90°	Um ângulo maior do que 90°

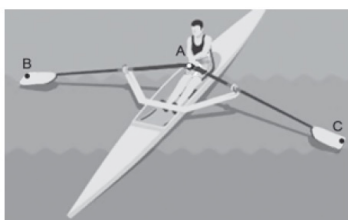
Vejam que nossa referência é o ângulo de 90° , ok?

Falando em ângulos, tomem nota:

A Soma do Ângulos Internos de um Triângulo Qualquer Vale **180°**

Exemplo:

O remo de assento deslizante é um esporte que faz uso de um barco e dois remos do mesmo tamanho. A figura mostra uma das posições de uma técnica chamada afastamento.



Disponível em: www.remobrasil.com. Acesso em: 6 dez. 2017 (adaptado).

Nessa posição, os dois remos se encontram no ponto A e suas outras extremidades estão indicadas pelos pontos B e C. Esses três pontos formam um triângulo ABC cujo ângulo \widehat{BAC} tem medida de 170° .

O tipo de triângulo com vértices nos pontos A, B e C, no momento em que o remador está nessa posição, é:

- a) Retângulo Escaleno
- b) Acutângulo Escaleno
- c) Acutângulo Isósceles
- d) Obtusângulo Escaleno
- e) Obtusângulo Isósceles

Comentários:

Estamos falando de um triângulo obtusângulo e isósceles.



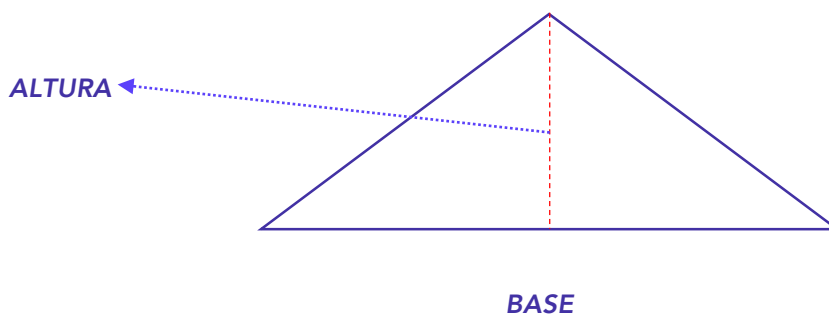
Gabarito: E

Área dos Triângulos:

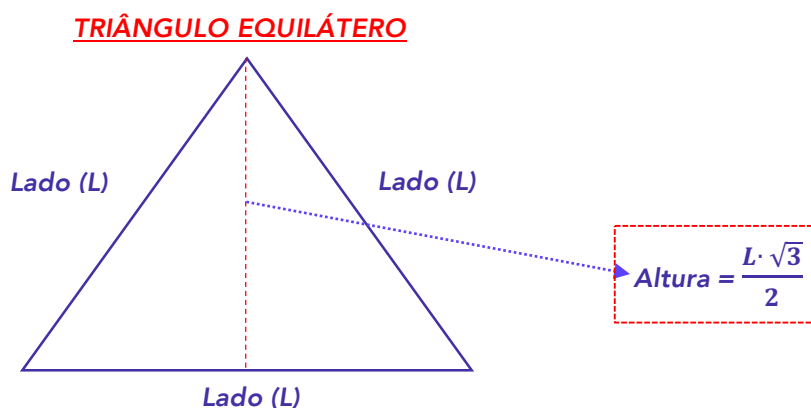
A fórmula tradicional para o cálculo da área dos triângulos é:

$$\text{Área do Triângulo} = \frac{\text{Base} \cdot \text{Altura}}{2}$$

Essa fórmula calcula a área de quaisquer triângulos, ok?



Agora, se estivermos diante de um triângulo equilátero, podemos usar uma fórmula específica em função da medida de seu lado, vamos ver adiante:

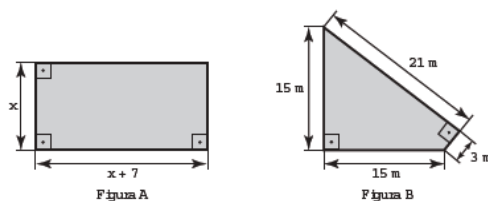


Poderemos usar a fórmula tradicional sem qualquer tipo de problema, mas para isso precisaríamos calcular a altura do triângulo equilátero, que geralmente não é dada nas questões, a fórmula a seguir facilita muito nosso trabalho na hora de resolver as questões.

$$\text{Área do Triângulo Equilátero} = \frac{L^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

Exemplo:

Um senhor, pai de dois filhos, deseja comprar dois terrenos, com áreas de mesma medida, um para cada filho. Um dos terrenos visitados já está demarcado e, embora não tenha um formato convencional (como se observa na Figura B), agradou ao filho mais velho e, por isso, foi comprado. O filho mais novo possui um projeto arquitetônico de uma casa que quer construir, mas, para isso, precisa de um terreno na forma retangular (como mostrado na Figura A) cujo comprimento seja 7 m maior do que a largura.

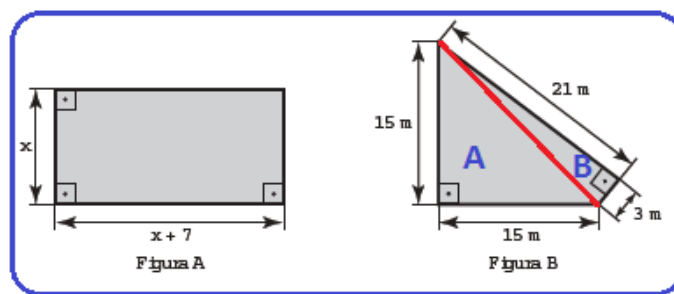


Para satisfazer o filho mais novo, esse senhor precisa encontrar um terreno retangular cujas medidas, em metro, do comprimento e da largura sejam iguais, respectivamente a:

- a) 7,5 e 14,5
- b) 9,0 e 16,0
- c) 9,3 e 16,3
- d) 10,0 e 17,0
- e) 13,5 e 20,5

Comentários:





Conforme enunciado da questão, teremos que igualar a Área da **Figura A** $\rightarrow X \cdot (X + 7)$ com a Área da **Figura B** que será composta pela justaposição dos dois triângulos (A + B).

Tradicional

$$x \cdot (x + 7) = \frac{15 \cdot 15}{2} + \frac{21 \cdot 3}{2}$$

$$x \cdot (x + 7) = \frac{225}{2} + \frac{63}{2}$$

$$x \cdot (x + 7) = 144$$

$$x^2 + 7x = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

Daqui para frente é aplicar Bhaskara...

(Observem que ainda temos um trabalho pela frente)

Buscando nas Alternativas a resposta certa

...partindo desse ponto...

$$x \cdot (x + 7) = 144$$

"x" representa a largura.

"x + 7" representa o comprimento.

Logo, observando as **alternativas**, a única que possui o produto de suas medidas igual a 144 é a letra (B). Observamos isso bem facilmente, pois as demais são absurdas.

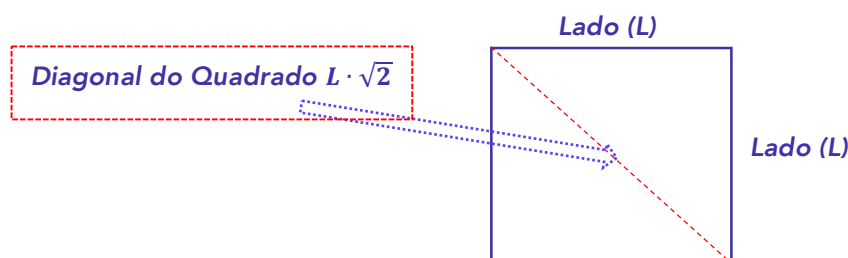
Sendo essa a opção bem mais rápida do que utilizar Bhaskara.

Gabarito: B

Bem, pessoal, sobre Áreas de Triângulos é isso que temos que estudar. Simples, rápido e objetivo.

Quadrado

Figura geométrica de 4 lados, quadrilátero, iguais e ângulos internos iguais a 90° .



$$\text{Área do Quadrado} = L^2$$

O quadrado, assim como o triângulo equilátero, é um polígono regular.

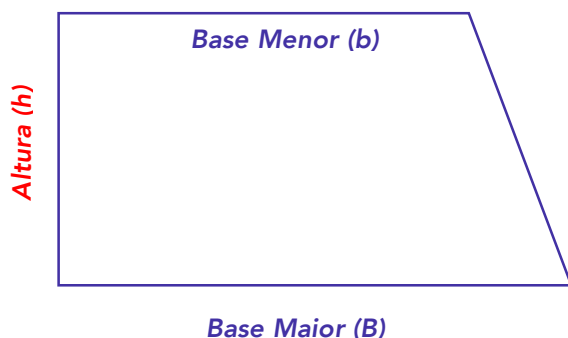


Um Polígono Regular é aquele que possui todos os lados e ângulos iguais. A regularidade deve ser dos ângulos e dos lados.

O Perímetro do quadrado equivale a soma das medidas de todos os seus lados, portanto, **4L**.

Trapézio

As questões mais cobradas sobre trapézios nas provas são as referentes ao cálculo de área.



Área do Trapézio:

$$\frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Hexágono Regular

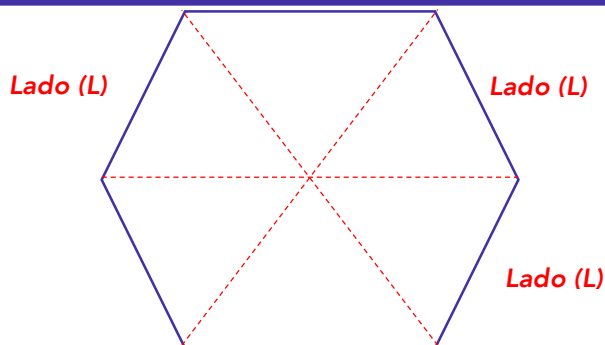
Polígono de 6 lados composto internamente por 6 triângulos equiláteros.

Esse moço aqui aparece bastante em provas, tenham bastante atenção a ele.

Geralmente, são questões para o cálculo de área. Iremos usar justamente aquela fórmula do cálculo do triângulo equilátero, mas multiplicada justamente por 6.



$$\text{Área do Triângulo Equilátero} = \frac{L^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$



Vejam que, internamente, temos 6 triângulos equiláteros, logo a fórmula para o cálculo de sua área será:

$$\text{Área Hexágono Regular} = 6 \cdot \frac{L^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

▪

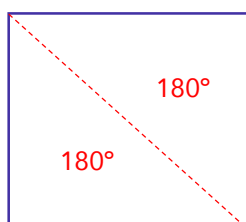
$$\text{Simplificando, temos: } \frac{3 \cdot L^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

Somas dos Ângulos Internos de um Polígono Qualquer

Falando ainda sobre polígonos, é bem tranquilo sabermos que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° e de um quadrilátero qualquer é 360° .

Mas, se a questão nos pedir de um polígono de 80 lados, e aí?

Pessoal, um quadrilátero pode ser subdividido por 2 triângulos, por isso a soma dos seus ângulos internos é $2 \cdot 180^\circ = 360$, vejam:



A quantidade de triângulos internos a um polígono qualquer será sempre dada pela expressão:



$$(n - 2)$$

“n” representa o total de lados do polígono dado.

Portanto, a fórmula que nos fornece a ***Soma dos Ângulos Internos*** (S_i) é:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$$



A soma dos ângulos **EXTERNOS** é constante e vale 360° .

Total de Diagonais um Polígono Qualquer

Lembrando que triângulos não possuem diagonais, a fórmula usada para os demais polígonos será:

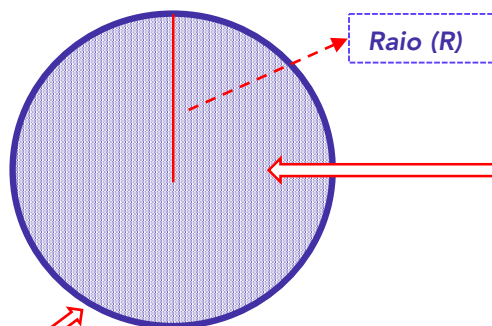
$$\begin{aligned} \text{Total de Diagonais} \\ = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} \end{aligned}$$

Agora, se os polígonos forem regulares, temos que o total de ***Diagonais que passam pelo Centro*** é $n/2$.



Circunferência e Círculo

Existe uma grande diferença entre circunferência e círculo, apesar de no senso comum a gente não ser tão técnico, em provas isso pode ser cobrado.



Círculo é toda região interna delimitada pela circunferência. Sua **área** é definida por:

$$A = \pi \cdot R^2$$

Circunferência é a linha que delimita a região interna da externa, portanto, seu comprimento, **perímetro**, é dado por:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot R$$



Nas duas fórmulas utilizamos o comprimento do **Raio**. Cuidado com as questões que nos fornecem a medida do diâmetro, às vezes (muitas vezes rs rs rs), o candidato empolgado para resolver a questão termina usando a medida do diâmetro para o cálculo do valor pedido.

Sabemos que:

O raio é a metade da medida do diâmetro.

Outra informação importante é a respeito do valor utilizado para a **aproximação** do π .

Utilizaremos a **aproximação com duas casas decimais** sempre que a questão **NÃO** informar o seu valor, logo:

$$\pi \cong 3,14$$

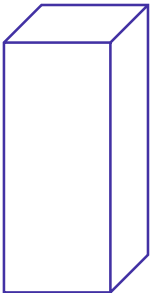

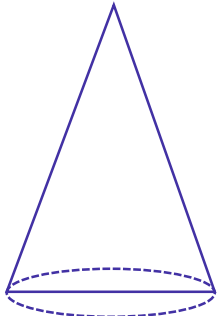
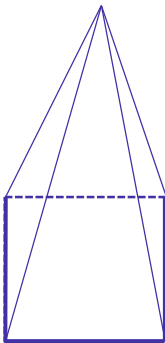
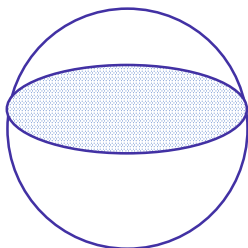


Não faça diferente, pois, possivelmente, existirão alternativas com aproximações com 3,0 ou 3,1.



Volumes dos Sólidos Geométricos

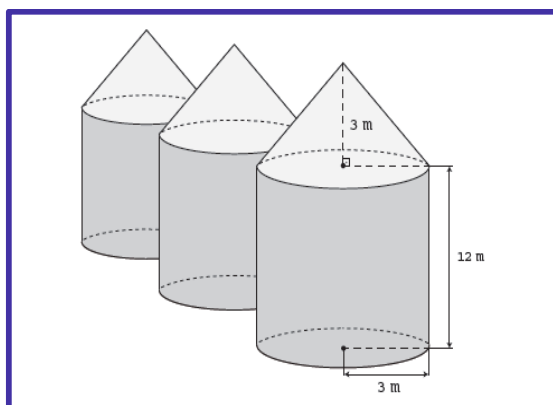
São 05 os sólidos geométricos cobrados em provas, e o que mais aparece é o cálculo de seu volume.

				
<u>PRISMAS</u>	<u>CILINDROS</u>	<u>CONES</u>	<u>PIRÂMIDES</u>	<u>ESFERAS</u>
$V = \text{ÁREA DA BASE} \cdot \text{ALTURA}$		$V = \frac{\text{ÁREA DA BASE} \cdot \text{ALTURA}}{3}$		$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$

Tenham bastante atenção ao cálculo do volume do Cone e da Pirâmide. Percebamos que, assim como o dos Prismas e Cilindros, multiplicamos a Área da Base pela Altura, porém precisamos dividir por 3.

Exemplo:

Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m^3 . Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



Utilize 3 como a aproximação para π .

O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é:

- a) 6
- b) 16
- c) 17
- d) 18
- e) 21

Comentários:

Pessoal, essa é uma questão relativamente muito fácil, mas que **apenas 45,7% dos alunos acertaram**; envolve volume do **cilindro** e do **cone**.

Temos a composição de um Cone e um Cilindro que juntos perfazem o volume total.

$$\text{Volume}_{\text{Total}} = \text{Volume}_{\text{cilindro}} + \text{Volume}_{\text{cone}}$$

$$V_T = \pi \cdot R^2 \cdot h_{\text{cilindro}} + \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h_{\text{cone}}}{3}, \text{ assim, temos que:}$$

$$V_T = 3 \cdot 3^2 \cdot 12 + \frac{3 \cdot 3^2 \cdot 3}{3}$$

$$V_T = 324 + 27 = \mathbf{351 \, m^3}$$

Encontramos o volume total do silo $351 \, m^3$.

Como o enunciado fala numa quantidade **mínima de viagens**, teremos que colocar a carga **máxima do caminhão, $20m^3$** .

Ou fazemos uma regra de três simples ou, simplesmente, dividimos 351 por 20, assim encontraremos 17,55 viagens necessárias, que deverá ser arredonda para 18 viagens, alternativa (d).

Fiquem ligados que se tivéssemos encontrado qualquer valor entre **17 e 18 viagens**, deveríamos **arredondar para 18, pois a carga máxima já estaria comprometida nas 17 viagens iniciais**.

Algumas observações sobre o assunto que também deverão ser consideradas nas questões de **cone**:



INDO MAIS
FUNDO!



NUNCA arredonde π para 3 ou 3,1, a não ser que a questão dê o comando, como foi o caso dessa.

Fiquem ligados no volume do cone, pois seu volume será igual ao do cilindro/3. Nessa questão, 20% dos candidatos se esqueceram de fazer essa divisão e marcaram a alternativa (E).

Lembre-se de que o examinador que pegar você no seu esquecimento e na sua falta de atenção. Ele vai te dar opções para uma coisa e outra. As alternativas não são colocadas de forma aleatória para você responder.

TOME
NOTA!



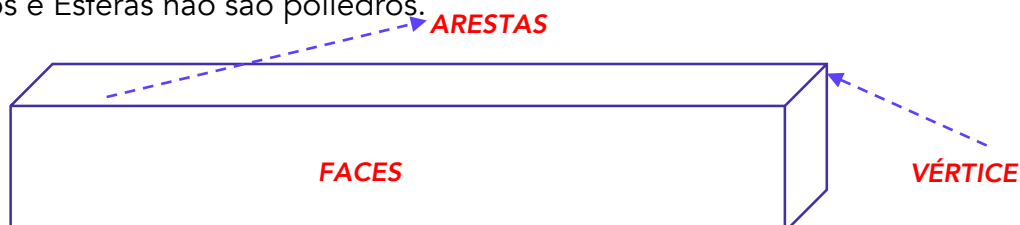
Os Prismas e as Pirâmides são classificados de acordo com a sua base. Um prisma hexagonal possui em sua base um hexágono, da mesma forma que uma pirâmide triangular terá em sua base um triângulo.



Poliedros

Os sólidos geométricos formados por faces poligonais também são conhecidos por **Poliedros**.

Cones, Cilindros e Esferas não são poliedros.



Esse **Poliedro**, também, conhecido como um Paralelepípedo Reto Retângulo possui:

FACES QUADRANGULARES (F): 06

VÉRTICES (V): 08

ARESTAS (A): 12

Para todo e qualquer Poliedro Convexo vale a Relação de Euler:

$$V + F = A + 2$$

$$08 + 06 = 12 + 02$$

Exemplo:

Um lapidador recebeu de um joalheiro a encomenda para trabalhar em uma pedra preciosa cujo formato é o de uma pirâmide, conforme ilustra a Figura 1. Para tanto, o lapidador fará quatro cortes de formatos iguais nos cantos da base. Os cantos retirados correspondem a pequenas pirâmides, nos vértices *P*, *Q*, *R* e *S*, ao longo dos segmentos tracejados, ilustrados na Figura 2.

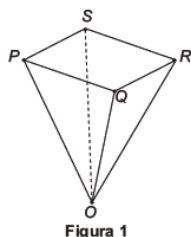


Figura 1

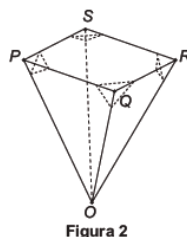


Figura 2



Depois de efetuados os cortes, o lapidador obteve, a partir da pedra maior, uma joia poliédrica cujos números de faces, arestas e vértices são, respectivamente, iguais a:

- a) 9, 20 e 13
- b) 9, 24 e 13
- c) 7, 15 e 12
- d) 10, 16 e 5
- e) 11, 16 e 5

Comentários:

A pirâmide da figura 01 é quadrangular (a base é um quadrilátero).

Possui 05 faces, 05 vértices e 08 arestas.

Podemos falar que essa *pirâmide é um poliedro convexo Euleriano*, pois obedece a Relação de Euler:

$$V + F = A + 2.$$

Confiram!!

OLHEM AS ALTERNATIVAS e vejam como é importante saber a Relação de Euler, a única opção que obedece a Relação de Euler é a alternativa (A).

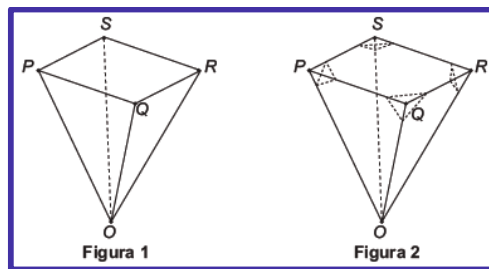
$$V = 13, F = 9 \text{ e } A = 20$$

$$(13 + 9) = (A + 2)$$

Ou você poderia tomar essa solução abaixo que é mais demorada, vejam:

No caso da figura 02, temos um poliedro qualquer e que por ser convexo, também obedecerá à Relação de Euler.





Cada vértice da base foi transformado em 3, como tínhamos 04 vértices, agora teremos $04 \times 3 = 12$ mais o vértice O, serão, portanto, **13 vértices**. Foram criadas, após os cortes, mais 04 faces que adicionadas as 05 já existentes perfazem um total de **09 Faces**; e contando as arestas, temos um total de **20 Arestas**.

Eu, particularmente, acho que, assim como inúmeras outras questões, podemos fazer olhando as alternativas, pois elas nos dão um norte e, especificamente, nessa questão, nos deu a resposta correta.



Trigonometria

Um assunto bastante polêmico na matemática é a Trigonometria.

Nela, nós estudamos as Razões Trigonométricas:

Seno, Cosseno, Tangente, Cossecante, Secante e a Cotangente.

Para ficar fácil o assunto, devemos partir de seu nome, Razões Trigonométricas.

A palavra Razão aqui no estudo da Trigonometria possui o mesmo significado da aritmética, ou seja, uma razão é uma divisão entre dois valores e, na verdade, quando a gente divide, estamos de fato **comparando** quanto uma coisa é da outra.

Por exemplo: sabemos que 1 é a metade de 2 e isso é expresso, matematicamente, por $\frac{1}{2}$.

Muitos alunos possuem uma certa dificuldade com a Trigonometria simplesmente por achar que decorando o que é Seno, Cosseno e Tangente, resolverá todos os seus problemas.

É ou não a sua primeira preocupação, quando do primeiro encontro com assunto, decorar as razões trigonométricas?

Meus Caros, percebam que eu falei o nome **Razão Trigonométrica** e não **Decoração Trigonométrica**....rsrs

Sabemos que uma **razão** é uma **divisão** entre dois números e quando você divide, na verdade, estamos fazendo uma **comparação** entre eles.

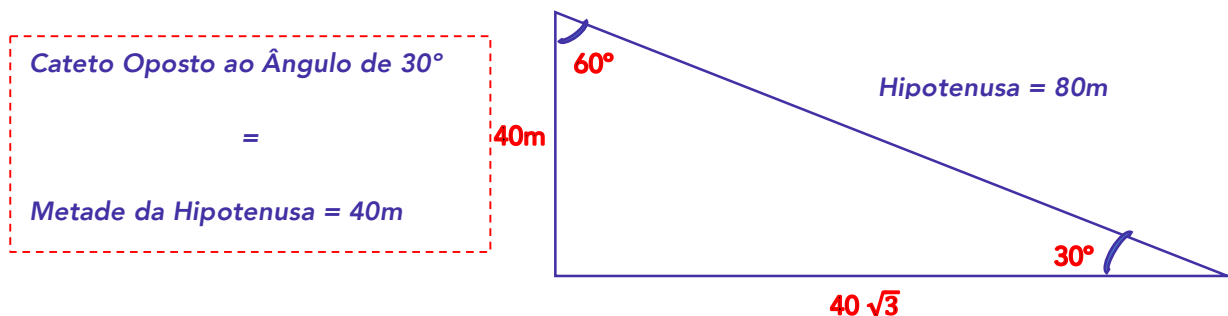
Por exemplo: a fração $\frac{1}{2}$ nos indica que estamos comparando um valor (numerador) que é a metade do outro (denominador).

Portanto, na **razão Seno**, quando comparamos o **cateto oposto com a hipotenusa**, estamos, na verdade, vendo **quanto o cateto oposto é da hipotenusa**.

Vejamos o Seno $30^\circ = \frac{1}{2}$, já tinham percebido que, nesse caso em que o ângulo é de 30° , o cateto oposto ao ângulo de 30° é a metade da hipotenusa? E que o cateto oposto ao ângulo de 60° é igual a metade da hipotenusa multiplicada pela $\sqrt{3}$? Portanto, não precisamos montar equação alguma, basta ter essa noção e fazer uma simples conta.

Vejam o exemplo abaixo:





Fiquem ligados que, para acelerarmos a nossa resolução, devemos prestar atenção nisso: Analisem que, no exemplo acima, eu não montei a equação com o seno de 30° para determinar os valores dos catetos.

Os valores foram calculados da seguinte forma:



O cateto oposto ao ângulo de 30° será metade da hipotenusa;

O cateto oposto ao ângulo de 60° será igual à metade da hipotenusa multiplicada pela raiz de 3.

Como, em nosso triângulo acima, a hipotenusa é 80, o valor do cateto oposto ao ângulo de 60° será igual a $40 \cdot \sqrt{3}$ (metade de 80 multiplicada pela $\sqrt{3}$).

Ajuda bastante essa dica, pois não é necessário montar a equação com o seno de 30° .

Sim, tem que saber a tabelinha do Seno, Cosseno e Tangente para os ângulos de 30° , 45° e 60° , segue:

	30°	45°	60°
SENO	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$
COSSENO	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$
TANGENTE	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$

Algumas observações importantes sobre a tabela:

1. Observem que os ângulos complementares (dois ângulos cuja soma é 90°) possuem o Seno de um igual ao Cosseno do outro:

$$\text{Seno } 30^\circ = \text{Cos } 60^\circ = 1/2$$



2. Para obter a Tangente basta dividir o valor do seno pelo cosseno do mesmo ângulo, vejamos que a Tangente de 45° é igual a 1.
3. Geralmente, os alunos trocam a tangente de 30° pela de 60° , vai uma dica para você não esquecer: os valores da tangente crescem, no intervalo de 0° a 90° , então, basta se ligar que $\sqrt{3}/3$ é menor do que $\sqrt{3}$, então, $\sqrt{3}/3$ será a tangente de 30° . Ou, ainda, o candidato pode dividir o Seno de 30° pelo Cosseno de 30° , para achar a tangente de 30° .

$$\text{Tangente} = \frac{\text{Seno}}{\text{Cosseno}}$$

Não podemos esquecer do tão conhecido Teorema de Pitágoras:

A hipotenusa ao quadrado é igual a soma dos quadrados dos catetos.

Sendo "a" a medida da hipotenusa e "b" e "c" as medidas dos catetos, temos que:

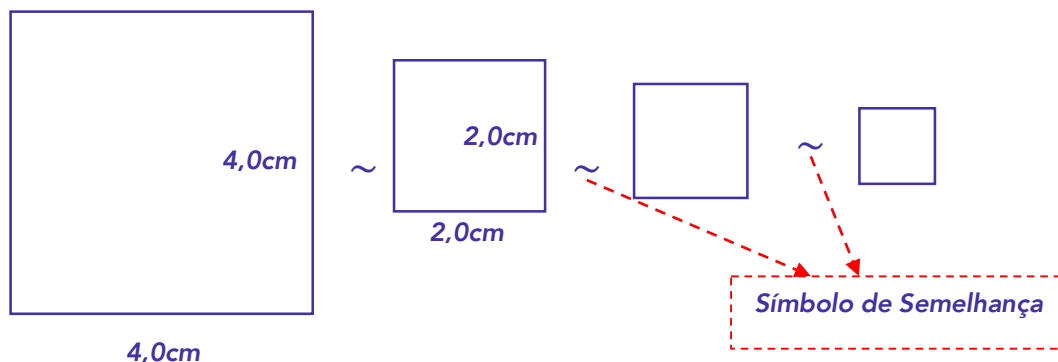
$$a^2 = b^2 + c^2$$

Vamos dar uma treinada agora com algumas questões.



Semelhança de Triângulos

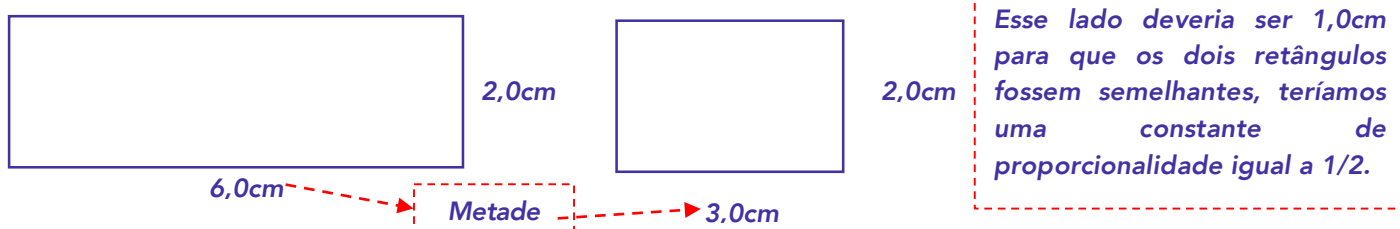
De forma prática, duas, ou mais formas geométricas são semelhantes, quando você enxerga nelas ampliações ou reduções sem que sua forma seja alterada.



Quadrados sempre serão semelhantes entre si, pois as reduções/ampliações entre seus lados guardarão sempre a mesma proporcionalidade. A gente consegue enxergar figuras ampliadas/reduzidas guardando a mesma forma.

Quando comparamos o quadrado de lado 2,0 cm com o de lado 4,0cm, dizemos que a **constante de proporcionalidade é $1/2$** , todos os seus lados valem a metade, quando comparado ao quadrado maior, ok? Agora, se a comparação for no sentido contrário, a constante de proporcionalidade será 2, ok? Ou seja, o quadrado maior tem seus lados iguais ao dobro do menor.

Agora, por exemplo, se olharmos para retângulos quaisquer, o que pode ocorrer? Eles não serão, necessariamente, semelhantes entre si.



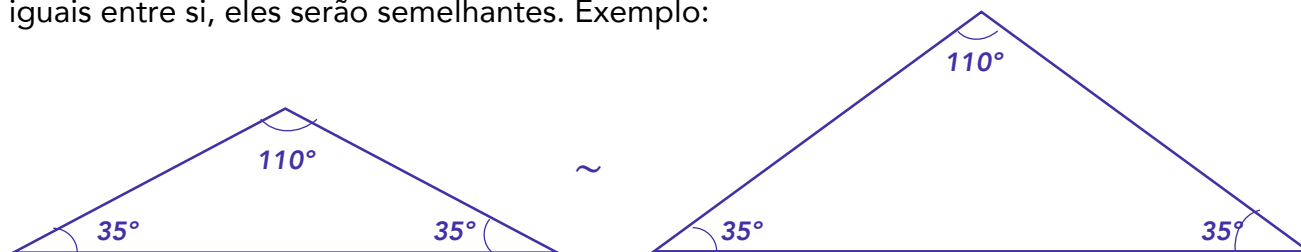
E quando dois, ou mais, triângulos são semelhantes?

São 03 os casos que acontecem semelhança entre triângulos, vejam:



Caso 01 de Semelhança AAA:

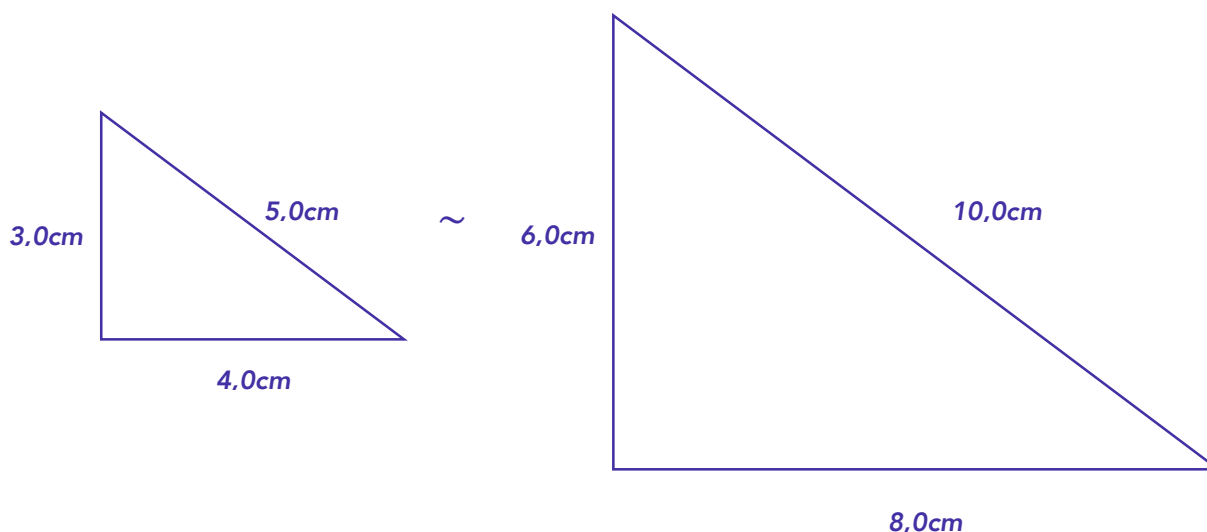
Esse é mais simples de ser identificado. Se todos os ângulos internos de dois triângulos forem iguais entre si, eles serão semelhantes. Exemplo:



Ora, se eles possuem os mesmos ângulos, lógicos que as formas serão semelhantes.

Caso 02 de Semelhança LLL:

Esse, também, é fácil. Se os três lados de um forem proporcionais ao três do outro, os triângulos serão semelhantes.



Vejam que todos os lados do triângulo maior equivalem ao dobro do triângulo menor, logo, os dois são semelhantes entre si.

Caso 03 de Semelhança LAL:

Caso existe um ângulo congruente compreendido entre lados proporcionais de dois triângulos, eles serão semelhantes.

Podemos olhar para o exemplo anterior. Vejam que os catetos são proporcionais e existe o ângulo de 90° entre eles que é comum aos dois triângulos.



QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

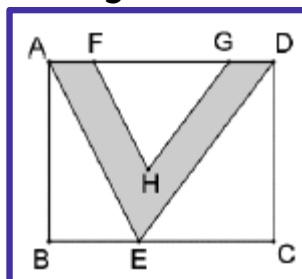
A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.



Questões FGV

Q.01 (FGV / SEFAZ-BA / AGENTES DE TRIBUTOS / 2022)

No interior do retângulo ABCD da figura a seguir foi desenhada a letra V.



Os segmentos FH e AE são paralelos e os segmentos GH e DE são também paralelos. As medidas do retângulo são $AB = 8$ e $BC = 10$. Sabe-se ainda que $AF = GD = 2$.

A área da região sombreada é

- a) 22,8.
- b) 23,6.
- c) 24,2.
- d) 24,8.
- e) 25,6.

Comentários:

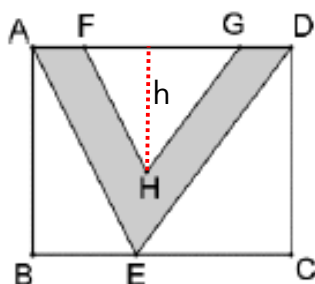




Sempre, sempre, sempre, ..., que vocês virem triângulos internos a outros, lembrem dos casos de semelhança de triângulos. Ok?

Vamos aos dados da questão:

- $FH \parallel AE$ e $GH \parallel DE$
- $AB = 8$
- $BC = 10$
- $AF = GD = 2$



A área correspondente a nossa resposta será dada por:

$$= \text{Área do Triângulo ADE} - \text{Área do Triângulo FGH} =$$

Triângulo ADE:

Base $BC = 10$

Altura $AB = 8$

$$\text{Área do Triângulo ADE} = \frac{b(10) \cdot h(8)}{2}$$

$$\text{Área do Triângulo ADE} = 40$$

Triângulo FGH:

Base $FG = 10 - 2 - 2 = 6$

Altura h = a determinar por semelhança dos triângulos ADE e FGH.

$$\frac{\text{Base do Triângulo ADE}}{\text{Base do Triângulo FGH}} = \frac{\text{Altura do Triângulo ADE}}{\text{Altura do Triângulo FGH}}$$

$$\frac{10}{6} = \frac{8}{h}$$

$$h = 4,8$$

$$\text{Área do Triângulo FGH} = \frac{b(6) \cdot h(4,8)}{2}$$



$$\text{Área do Triângulo ADE} = 14,40$$

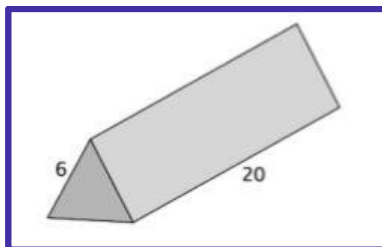
A área correspondente a nossa resposta será dada por:

$$\begin{aligned} &= \text{Área do Triângulo ADE} - \text{Área do Triângulo FGH} = \\ &= 40 - 14,40 = \\ &= 25,60 = \end{aligned}$$

Gabarito: E

Q.02 (FGV / Pref. Angra dos Reis / Docente I / 2019)

Certa embalagem tem a forma de um prisma triangular regular como o representado na figura a seguir.



O comprimento da embalagem é de 20cm e cada lado do triângulo mede 6cm. O volume dessa embalagem, em cm^3 , é de, aproximadamente,

Obs.: utilize $\sqrt{3} = 1,73$.

- a) 250
- b) 270
- c) 290
- d) 310
- e) 330

Comentários:

Bem, pessoal, sabemos que para calcularmos o Volumes dos Prismas usamos a fórmula:

$$\text{ÁREA DA BASE} \times \text{ALTURA}$$

A altura da embalagem nos foi informada e é igual ao seu comprimento, **$h = 20$** .

Pelo fato de o **prisma ser regular**, sua base é um **polígono regular**, que nesse caso será um **triângulo equilátero**.

A fórmula que define a área do triângulo equilátero é uma das que mais aparece em provas, portanto fiquem ligados nela:

$$\text{Área do Triângulo Equilátero} = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$



Agora, basta efetuarmos os cálculos:

$$\text{Volume do Prisma} = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot h$$

$$\text{Volume do Prisma} = \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 20$$

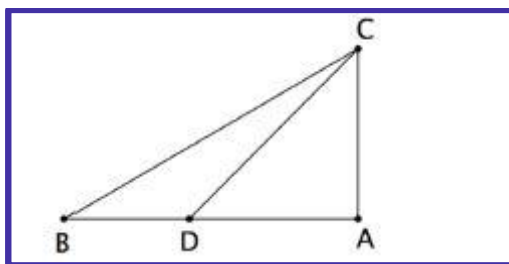
$$\text{Volume do Prisma} = \frac{36 \cdot 1,73}{4} \cdot 20$$

Aproximadamente 310cm^3

Gabarito: D

Q.03 (FGV / Pref. Salvador - BA / 2019)

O triângulo ABC, figura a seguir, é retângulo em A, e D é um ponto do lado AB. Sabe-se que AC = 40 m e que os ângulos CBA e CDA medem, respectivamente, 30° e 45° .



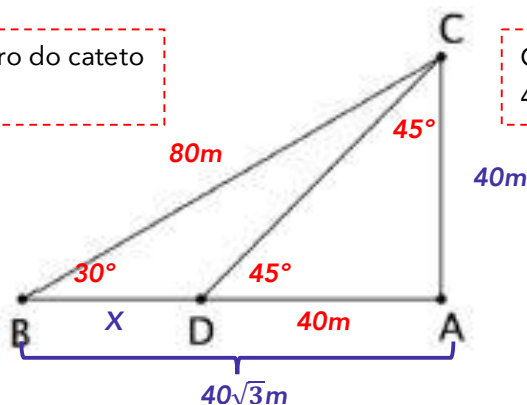
Considerando $\sqrt{3} = 1,73$, a medida do segmento BD é de, aproximadamente,

- a) 27 m.
- b) 29 m.
- c) 31 m.
- d) 33 m.
- e) 35 m.

Comentários:

Vamos, de imediato, colocar na imagem as informações dadas no enunciado:

A hipotenusa vale 80m, o dobro do cateto oposto ao ângulo de 30° .



O Triângulo CDA é isósceles, o ângulo $\hat{D} = 45^\circ$, logo o $\hat{C} = 45^\circ$, então $\overline{DA} = 40\text{m}$

O Segmento \overline{BA} vale metade da hipotenusa multiplicada pela $\sqrt{3}$



A questão deu a aproximação da $\sqrt{3} = 1,73$.

Estão vendo que com aquela minha dica na parte de trigonometria fica bem mais fácil resolver as questões?

Sabemos que:

$$\overline{BA} = \overline{BD} + \overline{DA}$$

$40\sqrt{3} = X + 40$, substituindo $\sqrt{3}$ por 1,73, temos:

$$40 \cdot 1,73 = X + 40$$

$$X = 69,20 - 40$$

$$X = 29,20$$

Gabarito: B

Q.04 (FGV / Agente de Tributos SEFAZ - BA / 2022)

Um quadrado foi cortado em 4 retângulos iguais como mostra a figura.



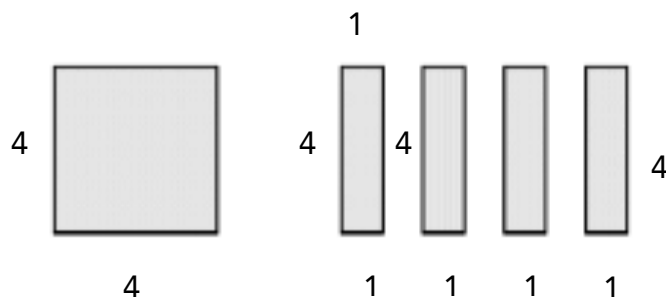
A soma dos perímetros dos retângulos é maior que o perímetro do quadrado em

- a) 50%.
- b) 100%.
- c) 150%.
- d) 180%.
- e) 200%.

Comentários:

Para a questão ficar mais simples, podemos sugerir que o lado do quadrado vale 4,0 cm, ok? Sabemos que o perímetro corresponde à soma de todos os lados. Portanto, o seu perímetro vale 16,0 cm.





Agora, vamos calcular o perímetro dos retângulos obtidos:

$$\begin{aligned} &= 4 + 4 + 1 + 1 = \\ &= 10,0 \text{ cm} = \end{aligned}$$

Como temos 4 retângulos, seu perímetro será de 40,0 cm.

A soma dos perímetros dos retângulos é maior que o perímetro do quadrado em?

Perímetro do quadrado: 16,0 cm

Perímetro dos retângulos: 40,0 cm

Logo, ele é maior em 24 cm que equivale a 150% de 16,0 cm.

Gabarito: C

Q.05 (FGV / SEMSA - Manaus / 2022)

Um pentágono regular teve seus lados aumentados em 10%.

O perímetro e a área desse pentágono aumentaram, respectivamente,

- a) 10% e 10%.
- b) 10% e 21%.
- c) 10% e 100%.
- d) 50% e 50%.
- e) 50% e 100%.

Comentários:

Mais uma vez, vamos sugerir que esse pentágono regular (todos os lados e ângulos iguais) tenha um comprimento de lado igual a 1,0cm (o candidato pode sugerir qualquer valor, ok?), portanto o seu perímetro será de:

$$\begin{aligned} &= 5 \times 1,0 \text{ cm} = \\ &= 5,0 \text{ cm} = \end{aligned}$$

Ao aumentarmos cada lado em 10%, sua medida passará a ser de 1,1 cm, logo o seu perímetro será de:

$$\begin{aligned} &= 5 \times 1,1 \text{ cm} = \\ &= 5,5 \text{ cm} = \end{aligned}$$

Ou seja, o novo perímetro será 10% maior do que o anterior.

Já em relação à área, tenham bastante atenção.



Área é uma unidade de medida bidimensional. Ao aumentarmos uma medida em 10%, na realidade, estamos a multiplicando por 1,1. Portanto, a nova área será obtida pela multiplicação de $(1,1)^2$ da área inicial, ou seja 1,21 que equivale a aumento de 21%.

Gabarito: B

Questões Cebraspe

Q.06 (Cebraspe / TJPR / Técnico Judiciário / 2019)

Mesmo com a informatização dos processos, ainda é grande o volume de papéis consumidos nas instituições públicas, o que demanda grandes espaços para seu armazenamento. Por exemplo, uma caixa na forma de um paralelepípedo retângulo medindo 31 cm de largura, 25 cm de altura e 42 cm de comprimento armazena 10 resmas de papel A4. Nesse caso, para armazenar 1.000 dessas caixas em um contêiner, é necessário que a capacidade desse contêiner seja de

- a) 32,55 m³.
- b) 39,20 m³.
- c) 77,50 m³.
- d) 98 m³.
- e) 198 m³.

Comentários:

A capacidade de cada caixa é dada por

$$\begin{aligned}\text{Volume de cada Caixa} \\ &= 25 \cdot 31 \cdot 42 = \\ &32550 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

Assim, o volume de cada caixa é igual a 32550 cm³.

Como o contêiner deve conter 1000 caixas, temos que o volume do contêiner deve ser igual a 32550 · 1000 cm³ =

$$32550000 \text{ cm}^3$$

Dava para a gente parar por aqui, apenas analisando as alternativas, veríamos que não precisaríamos fazer a transformação de cm³ para m³, ok?

- a) 32,55 m³.
 - b) 39,20 m³.



- c) 77,50 m³.
d) 98 m³.
e) 198 m³.

Portanto, para armazenar 1.000 dessas caixas em um contêiner, é necessário que a capacidade desse contêiner seja de 32,55 m³.

Gabarito: A

Q.07 (Cebbraspe / PMAL / Soldado / 2017)

No item a seguir é apresentada uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de modelos lineares, modelos periódicos e geometria dos sólidos.

O tanque para água de um veículo de combate a incêndio tem a forma de um paralelepípedo retângulo e está completamente cheio. No combate a um incêndio, gastou-se 1/3 de sua capacidade. No combate a um segundo incêndio, gastou-se 3/7 do que sobrou. Nesse caso, depois de extintos os dois incêndios, restou, no tanque, água até uma altura superior a 1/3 da altura original.

- Certo.
- Errado.

Comentários:

Essa questão envolve o cálculo de frações e volume do paralelepípedo retângulo. O aluno precisa verificar a altura da água que permanece dentro do tanque.

Fração correspondente ao volume utilizado:

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} + \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3} = \\ &= \frac{1}{3} + \frac{2}{7} = \end{aligned}$$

$\frac{13}{21}$ do volume inicial

Fração correspondente ao volume restante:

$$1 - \frac{13}{21} =$$

$$\frac{8}{21} > \frac{7}{21} \quad (= 1/3 \text{ do volume inicial})$$

Gabarito: Certo

Q.08 (Cebbraspe / Pref. São Cristóvão / Prof. Matemática / 2019)

Julgue o item seguinte, referentes a geometria analítica, geometria plana e geometria espacial.



Se a área total de um cilindro circular reto de 3 cm de altura for igual ao triplo de sua área lateral, então o volume desse cilindro será inferior a 400 cm^3 .

- Certo.
- Errado.

Comentários:

Área Total do Cilindro = Área Lateral + 2 x Área da Base

$$6 \cdot \pi \cdot r + 2 \cdot \pi \cdot r^2 = 3 \cdot (6 \cdot \pi \cdot r)$$

$$12 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$r = 6$$

O volume do cilindro = Área da Base x Altura

$$V = 36 \cdot \pi \cdot 3$$

(Obs: $\pi = 3,14$)

$$V = 108 \cdot 3,14 = 339,12 \text{ cm}^3.$$

O volume desse cilindro é inferior a 400 cm^3 .

Gabarito: Certo

Q.09 (Cebbraspe / Professor Pref. São Cristóvão / Matemática / 2020)

A respeito da trigonometria do triângulo retângulo e das funções trigonométricas, julgue o item que se segue.

Entre todos os triângulos retângulos, para apenas um deles, um de seus ângulos internos, ϑ , será tal que $\text{tg } \vartheta = 3$

CC - Certo

EE - Errado

Comentários:

Sabemos que a tangente de um ângulo é a razão entre o cateto oposto e o adjacente. Portanto, para que a tangente de determinado ângulo seja igual a 3, basta que o cateto oposto seja o triplo do adjacente ao ângulo, sendo assim, há uma infinidade de triângulos que obedecem à relação.

Gabarito: Errado

Q.10 (Cebbraspe / Auditor do Estado / CAGE-RS / 2018)



Em um bairro nobre de determinada cidade, uma imobiliária colocou à venda vários terrenos: independentemente do tamanho, o preço do metro quadrado é o mesmo para todos os terrenos à venda. Um terreno retangular de 600 m^2 de área custa R\$ 3.240.000. Em outro terreno, também retangular, um dos lados é 25% maior que o lado equivalente do primeiro terreno; o outro lado é 20% menor que o lado equivalente do primeiro terreno. Nesse caso, o preço do segundo terreno é igual a

- a) R\$ 1.458.000.
- b) R\$ 3.240.000.
- c) R\$ 3.402.000.
- d) R\$ 3.078.000.
- e) R\$ 3.564.000.

Comentários:

Foi dada a área de 600 m^2 relativa a um terreno retangular qualquer, vamos sugerir que esse terreno mede $10 \text{ m} \times 60 \text{ m}$ (podemos sugerir quaisquer valores, assim não iremos algebrizar a questão).

Logo, o valor do metro quadrado será de:

R\$ 3.240,00 dividido por 600 m^2 que é igual a R\$ 5,40/ m^2 .

Precisamos, agora, encontrar a área do outro terreno com as seguintes alterações:

1. Um dos lados 25% maior, logo: $1,25 \times 10,00 \text{ m} = 12,50 \text{ m}$
2. O outro lado 20% menor, logo: $0,80 \times 60,00 \text{ m} = 48,00 \text{ m}$

Portanto, a área do terreno alterado será de:

$$12,50 \times 48,00 = 600 \text{ m}^2$$

Ou seja: o custo será o mesmo, pois eles possuem a mesma área.

Gabarito: B

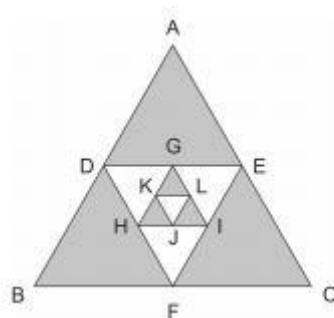
Questões FCC

Q.11 (FCC / SABESP / 2019)

O triângulo ABC, de área 64 cm^2 , foi dividido pelos segmentos \overline{DE} , \overline{DF} e \overline{EF} , em quatro triângulos congruentes. O triângulo DEF, por sua vez, foi dividido pelos segmentos \overline{GH} , \overline{HI} e \overline{GI} , em quatro



triângulos congruentes, o mesmo acontecendo com o triângulo GHI através dos segmentos \overline{JK} , \overline{KL} e \overline{LJ} .



Assim sendo, a área da região sombreada na figura é, em cm^2 ,

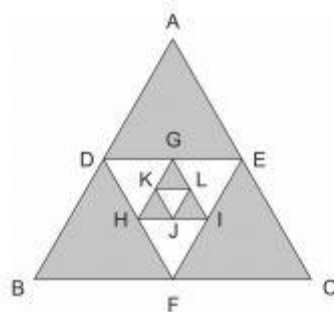
- a) 60
- b) 63
- c) 64
- d) 51
- e) 48

Comentários:

Bem, pessoal, temos uma questão simples, mas que devemos ter bastante atenção, ok?

Para encontrarmos a área total da **região sombreada**, precisamos calcular as áreas de cada triângulo que foi sombreado, ok?

Vamos dar uma analisada na figura:



Primeiramente, calcularemos a área dos triângulos maiores: ADE, BDF e CEF.

Para isso, conforme enunciado, basta dividimos a área total (64cm^2) por 04, ok?

$$\frac{64}{4} = 16\text{cm}^2 \rightarrow ADE = BDF = CEF = 16\text{cm}^2$$



Em seguida, calcularemos a área dos triângulos menores: GKL, HJK e IJL.

$$\frac{16}{4} = 4,0\text{cm}^2 \rightarrow \frac{4}{4} = 1,0\text{cm}^2 \rightarrow GKL = HJK = IJL = 1,0\text{ cm}^2$$

Com todas as áreas dos triângulos sombreados calculadas, podemos encontrar a área total da região sombreada (AS):

$$\begin{aligned} &\text{Área Sombreada} \\ &= ADE + BDF + CEF + GKL + HJK + IJL = \\ &= 16 + 16 + 16 + 1 + 1 + 1 = \\ &51\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Gabarito: D

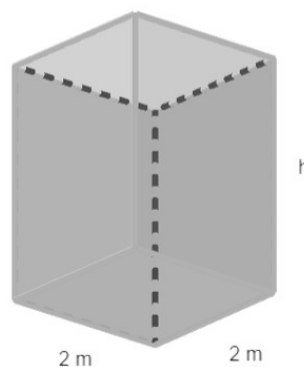
Q.12 (FCC / SABESP / 2019)

Um reservatório, inicialmente cheio de água, tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo cuja base é um quadrado de lado 2 m. Em um primeiro momento, é retirado 1 m³ de água desse reservatório e, depois, é retirada mais uma determinada quantidade de água, de maneira que essa segunda retirada faz o nível da água no reservatório descer 80 cm. Finalmente, é retirado um terço da água que ainda se encontra no reservatório, sobrando 2,8 m³ de água em seu interior. A altura desse reservatório, em metros, mede

- a) 1
- b) 2,1
- c) 2,8
- d) 2,5
- e) 3

Comentários

A base desse prisma é um quadrado de lado medindo 2 metros e sua altura (h) é desconhecida.



Volume do PRISMA

$$= 4h \text{ m}^3 =$$

1ª RETIRADA

Em um primeiro momento foi retirado da caixa d'água o volume de 1 m^3 de água e, então, restou:

$$(4.h - 1) \text{ m}^3 \text{ de água no interior da caixa.}$$

2ª RETIRADA

É retirada uma quantidade desconhecida de água que faz a altura da água descer 80 cm.

Após a retirada, restará um volume de:

$$= (4.h - 1) - 3,2 =$$

$$4.h - 4,2 \text{ m}^3 \text{ de água no interior da caixa.}$$

$3,2 \text{ m}^3$ corresponde ao volume de água retirado, ok?

Foi encontrado da seguinte forma:

$$= 2\text{m} \times 2\text{m} \times 0,8\text{m} =$$

$$= 3,2 \text{ m}^3 =$$

3ª RETIRADA

Foi retirado $\frac{1}{3}$ do volume de água que restava no reservatório.

Total inicial de Água no reservatório = $4h$

Total de Água restante, após a 2ª retirada = $4h - 4,2$

Agora, vamos a 3ª retirada:

$$\text{Volume de água retirado} = \frac{1}{3} \cdot (4.h - 4,2) = \frac{4}{3} \cdot h - \frac{4,2}{3} = \frac{4}{3} \cdot h - 1,4 \text{ metros cúbicos}$$

Volume de Água retirado:

$$= \frac{4}{3} h - 1,4 =$$

Agora subtraímos esse valor do volume existente antes da 3ª retirada:



$$\text{Volume de água restante} = 4.h - 4,2 - \left(\frac{4}{3}.h - 1,4 \right)$$

$$\text{Volume de água restante} = 4.h - 4,2 - \frac{4}{3}.h + 1,4$$

$$\text{Volume de água restante} = \frac{12.h - 12,6 - 4.h + 4,2}{3}$$

$$\text{Volume de água restante} = \frac{8}{3}.h - 2,8 = 2,8$$

De acordo com o enunciado o volume restante após a 3ª retirada equivale a 2,8 m³. Assim, temos:

$$\frac{8}{3}.h - 2,8 = 2,8$$

$$\frac{8.h - 8,4}{3} = 8,4$$

$$8.h = 16,8$$

$$h = \frac{16,8}{8}$$

$$h = 2,1 \text{ metros}$$

Portanto, a altura do reservatório é 2,1 metros.

Gabarito: B

Q.13 (FCC / Pref. São José do Rio Preto / Agente Fiscal / 2019)

Uma caixa, na forma de paralelepípedo reto-retângulo, tem 25 cm de comprimento, 12 cm de largura e 12 cm de altura. Essa caixa será usada para armazenar pequenos blocos maciços, também na forma de paralelepípedos reto-retângulos, em que uma das faces é um quadrado de lado 2 cm. Sabendo que no máximo 180 desses blocos cabem totalmente no interior da caixa, a área total de cada bloco, em cm², é:

- a) 36
- b) 40
- c) 48
- d) 52
- e) 64

Comentários

Em relação aos blocos menores, desconhecemos sua **altura (h)**, e seu volume será dado por:

$$\text{Volume do Bloco pequeno} = 2\text{cm} \times 2\text{cm} \times h = 4h \text{ cm}^3$$



Total de Blocos pequenos = 180 cabem totalmente

Volume da Caixa = $25 \times 12 \times 12$ = não vou multiplicar, ok?

Volume do Bloco Pequeno X Total de Blocos Pequenos = Volume da Caixa

$$4h \times 180 = 25 \times 12 \times 12$$

Não multipliquei para que vocês façam as simplificações

$$h = 5 \text{ cm}$$

Agora, vamos encontrar a Área Total do Bloco Pequeno:

$$\text{Área Total} = A_{\text{Lateral}} + A_{\text{Bases}}$$

$$\text{Área Total} = 48\text{cm}^2$$

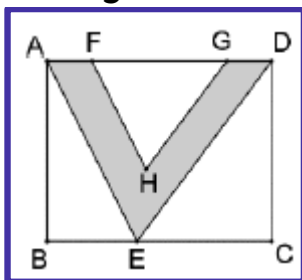
Gabarito: C

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Questões FGV

Q.01 (FGV / SEFAZ-BA / AGENTES DE TRIBUTOS / 2022)

No interior do retângulo ABCD da figura a seguir foi desenhada a letra V.



Os segmentos FH e AE são paralelos e os segmentos GH e DE são também paralelos. As medidas do retângulo são $AB = 8$ e $BC = 10$. Sabe-se ainda que $AF = GD = 2$.

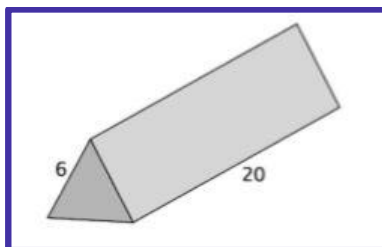
A área da região sombreada é

- a) 22,8.
- b) 23,6.
- c) 24,2.
- d) 24,8.
- e) 25,6.



Q.02 (FGV / Pref. Angra dos Reis / Docente I / 2019)

Certa embalagem tem a forma de um prisma triangular regular como o representado na figura a seguir.



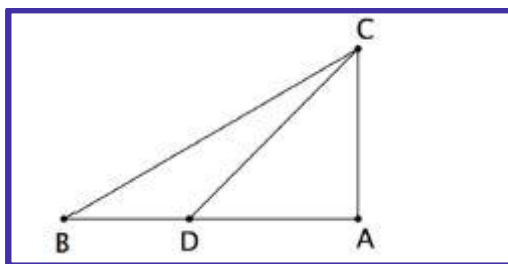
O comprimento da embalagem é de 20cm e cada lado do triângulo mede 6cm. O volume dessa embalagem, em cm^3 , é de, aproximadamente,

Obs.: utilize $\sqrt{3} = 1,73$.

- a) 250
- b) 270
- c) 290
- d) 310
- e) 330

Q.03 (FGV / Pref. Salvador - BA / 2019)

O triângulo ABC, figura a seguir, é retângulo em A, e D é um ponto do lado AB. Sabe-se que $AC = 40 \text{ m}$ e que os ângulos CBA e CDA medem, respectivamente, 30° e 45° .



Considerando $\sqrt{3} = 1,73$, a medida do segmento BD é de, aproximadamente,

- a) 27 m.
- b) 29 m.
- c) 31 m.
- d) 33 m.
- e) 35 m.

Q.04 (FGV / Agente de Tributos SEFAZ - BA / 2022)



Um quadrado foi cortado em 4 retângulos iguais como mostra a figura.



A soma dos perímetros dos retângulos é maior que o perímetro do quadrado em

- a) 50%.
- b) 100%.
- c) 150%.
- d) 180%.
- e) 200%.

Q.05 (FGV / SEMSA - Manaus / 2022)

Um pentágono regular teve seus lados aumentados em 10%.

O perímetro e a área desse pentágono aumentaram, respectivamente,

- a) 10% e 10%.
- b) 10% e 21%.
- c) 10% e 100%.
- d) 50% e 50%.
- e) 50% e 100%.

Questões Cebraspe

Q.06 (Cebraspe / TJPR / Técnico Judiciário / 2019)

Mesmo com a informatização dos processos, ainda é grande o volume de papéis consumidos nas instituições públicas, o que demanda grandes espaços para seu armazenamento. Por exemplo, uma caixa na forma de um paralelepípedo retângulo medindo 31 cm de largura, 25 cm de altura e 42 cm de comprimento armazena 10 resmas de papel A4. Nesse caso, para armazenar 1.000 dessas caixas em um contêiner, é necessário que a capacidade desse contêiner seja de

- a) 32,55 m³.
- b) 39,20 m³.
- c) 77,50 m³.
- d) 98 m³.
- e) 198 m³.

Q.07 (Cebraspe / PMAL / Soldado / 2017)



No item a seguir é apresentada uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de modelos lineares, modelos periódicos e geometria dos sólidos.

O tanque para água de um veículo de combate a incêndio tem a forma de um paralelepípedo retângulo e está completamente cheio. No combate a um incêndio, gastou-se $\frac{1}{3}$ de sua capacidade. No combate a um segundo incêndio, gastou-se $\frac{3}{7}$ do que sobrou. Nesse caso, depois de extintos os dois incêndios, restou, no tanque, água até uma altura superior a $\frac{1}{3}$ da altura original.

- Certo.
- Errado.

Q.08 (Cebraspe / Pref. São Cristóvão / Prof. Matemática / 2019)

Julgue o item seguinte, referentes a geometria analítica, geometria plana e geometria espacial.

Se a área total de um cilindro circular reto de 3 cm de altura for igual ao triplo de sua área lateral, então o volume desse cilindro será inferior a 400 cm^3 .

- Certo.
- Errado.

Q.09 (Cebraspe / Professor Pref. São Cristóvão / Matemática / 2020)

A respeito da trigonometria do triângulo retângulo e das funções trigonométricas, julgue o item que se segue.

Entre todos os triângulos retângulos, para apenas um deles, um de seus ângulos internos, ϑ , será tal que $\text{tg } \vartheta = 3$

CC - Certo

EE - Errado

Q.10 (Cebraspe / Auditor do Estado / CAGE-RS / 2018)

Em um bairro nobre de determinada cidade, uma imobiliária colocou à venda vários terrenos: independentemente do tamanho, o preço do metro quadrado é o mesmo para todos os terrenos à venda. Um terreno retangular de 600 m^2 de área custa R\$ 3.240.000. Em outro terreno, também retangular, um dos lados é 25% maior que o lado equivalente do primeiro terreno; o outro lado é 20% menor que o lado equivalente do primeiro terreno. Nesse caso, o preço do segundo terreno é igual a

- a) R\$ 1.458.000.
- b) R\$ 3.240.000.

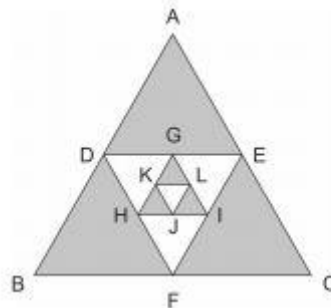


- c) R\$ 3.402.000.
- d) R\$ 3.078.000.
- e) R\$ 3.564.000.

Questões FCC

Q.11 (FCC / SABESP / 2019)

O triângulo ABC , de área 64 cm^2 , foi dividido pelos segmentos \overline{DE} , \overline{DF} e \overline{EF} , em quatro triângulos congruentes. O triângulo DEF , por sua vez, foi dividido pelos segmentos \overline{GH} , \overline{HI} e \overline{GI} , em quatro triângulos congruentes, o mesmo acontecendo com o triângulo GHI através dos segmentos \overline{JK} , \overline{KL} e \overline{LJ} .



Assim sendo, a área da região sombreada na figura é, em cm^2 ,

- a) 60
- b) 63
- c) 64
- d) 51
- e) 48

Q.12 (FCC / SABESP / 2019)

Um reservatório, inicialmente cheio de água, tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo cuja base é um quadrado de lado 2 m . Em um primeiro momento, é retirado 1 m^3 de água desse reservatório e, depois, é retirada mais uma determinada quantidade de água, de maneira que essa segunda retirada faz o nível da água no reservatório descer 80 cm . Finalmente, é retirado um terço da água que ainda se encontra no reservatório, sobrando $2,8 \text{ m}^3$ de água em seu interior. A altura desse reservatório, em metros, mede

- a) 1
- b) 2,1



- c) 2,8
- d) 2,5
- e) 3

Q.13 (FCC / Pref. São José do Rio Preto / Agente Fiscal / 2019)

Uma caixa, na forma de paralelepípedo reto-retângulo, tem 25 cm de comprimento, 12 cm de largura e 12 cm de altura. Essa caixa será usada para armazenar pequenos blocos maciços, também na forma de paralelepípedos reto-retângulos, em que uma das faces é um quadrado de lado 2 cm. Sabendo que no máximo 180 desses blocos cabem totalmente no interior da caixa, a área total de cada bloco, em cm^2 , é:

- a) 36
- b) 40
- c) 48
- d) 52
- e) 64

Gabarito



<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
E	D	B	D	B	A	CC	CC	EE	B
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
D	B	C							

CC – CERTO

EE - ERRADO



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.