Aula 02

Banco do Brasil (Diversos Cargos) Bizu Estratégico - 2021 (Pós-Edital)

Autor:

Pedro Gadelha, Ricardo Sampaio, Heloísa Tondinelli, Késia Vieira Ramos de Oliveira, Leonardo Mathias

22 de Julho de 2021

Bizu Estratégico – Matemática (Banco do Brasil)

Olá, prezado aluno. Tudo certo?

Neste material, traremos uma seleção de *bizus* da disciplina de **Matemática** para o concurso do **Banco do Brasil**

O objetivo é proporcionar uma revisão rápida e de alta qualidade aos alunos por meio de tópicos que possuem as maiores chances de incidência em prova.

Todos os *bizus* destinam-se a alunos que já estejam na fase bem final de revisão (que já estudaram bastante o conteúdo teórico da disciplina e, nos últimos dias, precisam revisar por algum material bem curto e objetivo).

Coach Pedro Gadelha - @profpedrogadelha

Coach Leonardo Mathias - @profleomathias

ANÁLISE ESTATÍSTICA

Primeiramente, vamos dar uma olhada nos assuntos exigidos no nosso edital:

MATEMÁTICA: 1 - Números inteiros, racionais e reais; problemas de contagem. 2 - Sistema legal de medidas. 3 - Razões e proporções; divisão proporcional; regras de três simples e compostas; porcentagens. 4 - Lógica proposicional. 5 - Noções de conjuntos. 6 - Relações e funções; Funções polinomiais; Funções exponenciais e logarítmicas. 7 - Matrizes. 8 - Determinantes. 9 - Sistemas lineares. 10 - Sequências. 11 - Progressões aritméticas e progressões geométricas.

Segue abaixo uma análise estatística dos assuntos mais exigidos pela Banca CESGRANRIO.

Matemática	
Assunto	**% de cobrança**
Porcentagem	24,74%
Conjuntos numéricos e suas operações	20,62%
Regra de Três	10,31
Conjuntos	10,31

Dessa forma, vamos focar nosso bizu nos quatro tópicos com maior probabilidade de serem cobrados na sua prova.

Matemática: Banco do Brasil		
Assunto	**Bizus**	**Caderno de Questões**
Porcentagem	1 a 5	http://questo.es/dpzyc4
Conjuntos numéricos e suas operações	6 a 10	http://questo.es/8krxi7
Regra de Três	11	http://questo.es/wker4a
Conjuntos	12 a 17	http://questo.es/a1delf

Porcentagem

1) Percentual de um valor

- Em geral, podemos trocar o denominador 100 pelo símbolo % (por cento).
  - $\frac{p}{100} = p\%$
- **Para calcular x%** de um valor, basta multiplicar o valor pelo número $\frac{x}{100}$.
- Exemplo:
  - Calcular 20% de 30% de 40% de 1.000.
    - $\frac{20}{100} \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{40}{100} \cdot 1000 = \frac{6000}{250} = 24$

2) Transformação de fração ordinária em taxa percentual

- Para transformar uma fração ordinária ou um número qualquer em taxa percentual, basta multiplicá-la por 100%.
- Exemplo:
  - Transformar a fração 3/8 em taxa percentual.
    - $\frac{3}{8} = \frac{3}{8} \cdot 100\% = \frac{300}{8}\% = 37{,}5\%$
  - Transformar 0,4 em taxa percentual.
    - $0{,}4 = 0{,}4 \cdot 100\% = 40\%$

3) Participação percentual de uma parte do todo

- Imagine um grupo de 300 pessoas, 120 são homens. Como calculamos a participação percentual dos homens?
  - Basta dividir a "parte" pelo "todo"
    - $\frac{120}{300} \cdot 100\% = 40\%$

4) Variação percentual

- A razão entre a diferença de valores (valor final menos o valor inicial) e o preço inicial, expressa em forma de porcentagem, é chamada variação percentual.
  - $i = \frac{V_{final} - V_{inicial}}{V_{inicial}}$
  - $Se\ i > 0, taxa\ é\ de\ crescimento$
  - $Se\ i < 0, taxa\ é\ de\ decrescimento\ (desconto)$

- Exemplo:
  - Exemplo: Guilherme decidiu comprar uma televisão no valor de R$ 1.200,00. Esperou o seu salário entrar no início do mês, para que ficasse mais "folgado". Quando então foi à loja efetuar o pagamento, soube que o preço da televisão tinha subido para R$ 1.500,00. Qual foi o percentual de aumento no preço da televisão?
    - $i = \frac{V_{final} - V_{inicial}}{V_{inicial}} = \frac{1500-1200}{1200} = 25\%$

5) Variações percentuais sucessivas

- Para **diminuir p%** de um valor original, devemos multiplicar por **100% - p%.**
- Para **aumentar p%** de um valor original, devemos multiplicar por **100% + p%.**

- Exemplo:
  - Exemplo: Uma mercadoria custa R$ 300,00. Em uma primeira ocasião, sofreu um aumento de 40%. Dois meses depois, a loja anunciou uma liquidação e a mercadoria sofreu um desconto de 25%. Qual o valor final da mercadoria? Qual a variação percentual acumulada?
    - Após o aumento a mercadoria vale: 140% de R$ 300,00= $\frac{140}{100}.300 = 420\ reais$

- Após o desconto a mercadoria vale: 75% de R$ 4200,00= $\frac{75}{100}.420 = 315\ reais$

Conjuntos numéricos e suas operações

6) Conjuntos dos números racionais

- O conjunto dos números Racionais, meus caros, é representado pela letra $\mathbb{Q}$ e é formado por números que podem ser escritos na forma de uma razão ou fração $\boldsymbol{a}\ \boldsymbol{b}$ de números inteiros. Cuidado! Por não existir divisão por zero, o denominador não pode ser nulo.

7) Conjuntos dos números reais

- O conjunto dos números Reais é representado ela letra R, sendo formado pelos números naturais, inteiros, racionais e irracionais.

$$R = \{\ldots ,-3, -2, -1{,}38, 0, +\frac{1}{2}, 1, 2{,}60\ldots, 4, 5\}$$

8) Operações com frações

- Adição / Subtração - para somarmos/subtrairmos duas frações, deveremos deixá-las, necessariamente, com os mesmos denominadores. E para isso precisaremos muitas vezes encontrar o Mínimo Múltiplo Comum (M.M.C).

- Adição / Subtração - para somarmos/subtrairmos duas frações, deveremos deixá-las, necessariamente, com os mesmos denominadores. E para isso precisaremos muitas vezes encontrar o Mínimo Múltiplo Comum (M.M.C).

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{8} = \frac{16 + 9}{24} = \frac{25}{24}$$

- Multiplicação - na multiplicação de duas ou mais frações, temos a regrinha básica de multiplicarmos numerador com numerador e denominador com denominador, meus caros.

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{10}{2}=\frac{3\cdot 10}{5\cdot 2}=\frac{3\cdot 2}{1\cdot 2}=3$$

- Divisão- na divisão de duas frações, também temos a velha e conhecida regrinha básica, repetimos a primeira fração e multiplicamos pelo inverso da segunda fração

$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{6}{15}}=\frac{3}{5}\cdot\frac{15}{6}=\frac{1\cdot 3}{1\cdot 2}=\frac{3}{2}$$

- Potenciação/Radiciação - o grande cuidado aqui que devemos ter é no lance do expoente da fração $(-)^n$ e do índice do radical $\sqrt[n]{-}$.

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{3^2}{5^2}=\frac{9}{25}.\textit{O mesmo raciocínio vale para a radiciação.}$$

$$\sqrt{\frac{25}{16}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}}=\frac{5}{4}$$

9) Múltiplos e divisores

- O MMC de dois, três ou mais números inteiros é o menor número que é múltiplo simultaneamente dos dois, três ou mais números, com exceção do número 0 (zero), obviamente. Por exemplo, o menor múltiplo comum entre 3 e 5 é 15, pois 15 é divisível por 3 e por 5 ao mesmo tempo.
- O MDC entre dois ou mais números naturais é o maior número que os divide sem deixar resto.

10) Média aritmética simples

- A média aritmética preserva a soma da lista de números
- Para calcular a média aritmética, basta somar todos os elementos e dividir pela quantidade de elementos.

$$Média=\frac{\boldsymbol{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n}}{\boldsymbol{n}}$$

Regra de três

11) Regra de três

- É um método para resolver problemas que envolvem grandezas direta ou inversamente proporcionais.

- **Regra de três simples**
  - Três valores são conhecidos e temos como objetivo encontrar um quarto valor.

- **Regra de três composta**
  - Mais de três valores são conhecidos.

- **Procedimento**
  - Construir uma tabela, agrupando as grandezas da mesma espécie em colunas e mantendo na mesma linha as grandezas de espécies diferentes em correspondência.
  - Identificar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.
  - Montar a proporção e resolver a equação.

- Exemplo
  - Em uma fábrica, 400 peças são produzidas diariamente por 10 funcionários que trabalham 8 horas por dia. Quantas peças seriam produzidas diariamente por 15 funcionários que trabalham 6 horas por dia, considerando que a dificuldade para produzir as peças dobrou?

Peças	**Qtd funcionários**	**Horas/Dia**	**Dificuldade**
400	10	8	1
x	15	6	2

  - Identificamos se a grandeza número de peças é diretamente ou inversamente proporcional a cada uma das outras grandezas.
    E como sabemos se são direta ou inversamente proporcionais?
    Você vai observar se a grandeza conhecida aumentou ou diminuiu. Depois, vai se perguntar o que acontece com a grandeza desconhecida. Se as duas grandezas aumentam ou se as duas grandezas diminuem, elas serão diretamente proporcionais. Se uma grandeza aumenta enquanto a outra diminui, as grandezas são inversamente proporcionais

Exemplo (Quantidade peças x Quantidade Funcionários): Observe que a quantidade de funcionários aumentou. Ora, se temos mais funcionários trabalhando, então a quantidade
de peças produzidas também aumentará. Como as duas grandezas aumentaram, então elas são diretamente proporcionais. Assim:

- Quantidade peças x Quantidade Funcionários: **diretamente proporcionais**
- Quantidade peças x Horas/dia trabalhadas: **diretamente proporcionais**
- Quantidade peças x Horas/dia trabalhadas: **inversamente proporcionais**

- Montamos uma equação onde do lado esquerdo está a fração da grandeza desconhecida e do lado direito o produto de todas as outras frações, **invertendo** as frações que possuem relação inversamente proporcional.

  - $\frac{400}{x} = \frac{10}{15} \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{2}{1}$

- Resolvendo a equação:
  - $x = 225$

Conjuntos

12) Igualdade de conjuntos

- **Dois conjuntos são iguais** se e somente se eles possuem os **mesmos elementos** (na definição de igualdade entre conjuntos não é relevante a noção de ordem entre os elementos).

  - $\{a,e,i,o,u\}=\{e,i,o,a,u\}$

- Considere o conjunto $\{a,b\}$. Este conjunto possui apenas dois elementos, a saber: a, b

$$a \in \{a,b\}$$

$$b \in \{a,b\}$$

- Considere agora o conjunto $\{\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\},\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}\}\}$. O conjunto $\{\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\},\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}\}\}$ possui dois elementos, a saber: {a,b} e {a,c}.

  - Observe que os elementos do conjunto $\{\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\},\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}\}\}$ são dois conjuntos.

- Podemos afirmar que:

$$\{a, b\} \in \{\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}\}, \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{c}\}\}$$

$$\{a, c\} \in \{\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}\}, \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{c}\}\}$$

- Mas não podemos afirmar que $a \in \{\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\},\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}\}\}$, pois os elementos de $\{\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\},\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}\}\}$ são conjuntos e não letras.

13) Conjunto das Partes

- O conjunto das Partes “P(A)” é o **conjunto formado por todos os subconjuntos de um conjunto**.

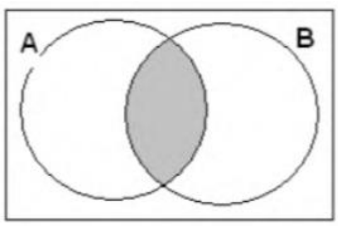
- Para sabermos quantos elementos tem esse conjunto usar $\boldsymbol{2^n}$**,** em que n é o número de elementos do conjunto.

- Exemplo:
  - Quantos subconjuntos tem o conjunto A = {2, 4, 6, 8}?
  - Temos 4 elementos.

  - Portanto: $2^4 = 16$

14) Operações com conjuntos

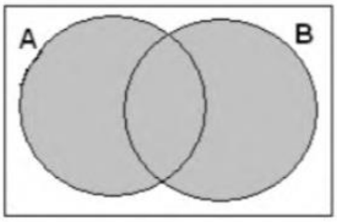
- A **interseção** de dois conjuntos A e B é o conjunto formado pelos elementos que são comuns a A e B, isto é, pelos elementos que pertencem a A e também pertencem a B, ou seja, **A e B. (A∩ B).**



- $\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}$
- $\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} = \boldsymbol{B} \cap \mathbf{A}$
- $\boldsymbol{A} \cap (\boldsymbol{B} \cap \boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}) \cap \mathbf{C}$
- Se $\boldsymbol{A} \subset \boldsymbol{B}$, então $\boldsymbol{A} \cap \mathbf{B} = \boldsymbol{A}$

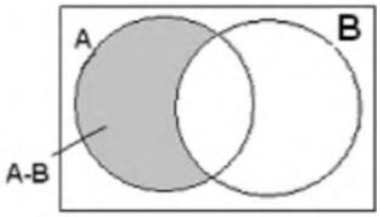
- $A∩∅=∅$
- $(A∩B)⊂A$ e $(A∩B)⊂B$

○ A **União** de dois conjuntos A e B é o conjunto formado **reunião dos elementos** desses conjuntos, ou seja, **A ou B. (A U B).**



- $A∩A=A$
- $A∪B=B∪A$
- $A∪(B∪C)=(A∪B)∪C$
- Se $A⊂B$, então $A∪B=B$
- $A∪∅=A$

○ A **diferença** entre A e B corresponde ao conjunto dos **elementos que pertencem a A e não pertencem a B**, ou seja os elementos que estão **somente em A**. **(A – B).**



- Se $A∩B=∅$, então $A-B=A$ e $B-A=B$.
- $A-A=∅$
- $A-∅=A$
- Se $A⊂B$, então $A-B=∅$.

○ Exemplo:

- Sendo A = {0,1,2,3}, B = {2, 4, 6} e C = {1,2,3,4}, determine (A – B) U (B∩ C).
  - A – B = {0, 1, 3}
  - B∩ C = {2, 4}
  - (A – B) U (B∩ C) = {2, 4} U {0, 1, 3} = {0, 1, 2, 3, 4}

15) Propriedades da união e interseção

- $\boldsymbol{A}\cup(\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}$
- $\boldsymbol{A}\cap(\boldsymbol{A}\cup\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}$
- $\boldsymbol{A}\cap(\boldsymbol{B}\cup\boldsymbol{C})=(\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{B})\cup(\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{C})$
- $\boldsymbol{A}\cup(\boldsymbol{B}\cap\boldsymbol{C})=(\boldsymbol{A}\cup\boldsymbol{B})\cap(\boldsymbol{A}\cup\boldsymbol{C})$

16) Complementação

- Consideremos dois conjuntos A e B, tais que $\boldsymbol{A}\subset\boldsymbol{B}$. Chama-se complementar de A em relação a B o conjunto B – A, ou seja, o conjunto formado pelos elementos de B que não pertencem ao conjunto A.

- Suponha que U seja o conjunto universo, em uma situação problema envolvendo os conjuntos A e B. Desta maneira, $A\subset U$ e $B\subset U$. O complementar do conjunto A em relação ao universo U é indicado por :

$$\overline{A} = A^C = A' = \{x \in U | x \notin A\}$$

$$\overline{\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}} = \overline{\boldsymbol{A}} \cap \overline{\boldsymbol{B}}$$

$$\overline{\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}} = \overline{\boldsymbol{A}} \cup \overline{\boldsymbol{B}}$$

$$\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} = \boldsymbol{A} \cap \overline{\boldsymbol{B}}$$

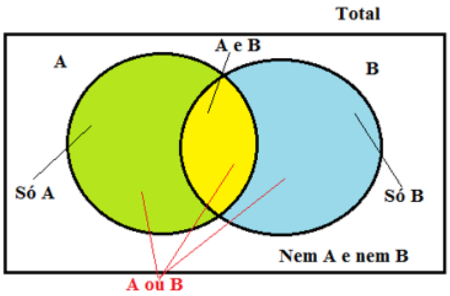
$$\overline{\overline{\boldsymbol{A}}} = \boldsymbol{A}$$

$$\boldsymbol{A} \cup \overline{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{U}$$

$$\boldsymbol{A} \cap \overline{\boldsymbol{A}} = \emptyset$$

17) Uso dos Diagramas de Venn para a solução de problemas envolvendo conjuntos

- Esses digramas **possuem um papel fundamental na organização de dados**.



- As questões normalmente pedem alguma dessas informações. Então para resolver esse tipo de problema basta montar o diagrama. Lembrando sempre na hora de iniciar a resolução **procurar qual valor é a intersecção e iniciar por ele**.

- Exemplo

  - Em uma sala de aula com 50 alunos, 20 gostam de português, 23 gostam de matemática e 5 gostam das duas matérias. Pergunta-se:
    A) quantos gostam somente de matemática?
    B) quantos gostam de matemática ou português?
    C) Quantos não gostam de nenhuma das matérias?

  - Montando o diagrama, sendo a intersecção 5

  - Assim, os que gostam só de matemática são 15, os que gostam de matemática ou português são 38 e os que não gostam de nenhuma matéria são 12.

- Quando tivermos três informações podemos usar o mesmo processo, só que usando 3 diagramas.

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.