RESUMO DA AULA

Polinômios

Polinômios são expressões algébricas consituídas pela **adição de monômios** (que são termos estruturados pela multiplicação de números e de variáveis).

Valor Numérico

O **valor numérico de uma expressão polinomial** é o valor que se obtém quando substituímos a variável pelo valor que desejamos efetuar as operações.

Soma dos Coeficientes

A **soma dos coeficientes** de um polinômio é igual a $\boldsymbol{P(1)}$

Igualdade de Polinômios

Dois ou mais polinômios serão iguais se, e somente se, **os coeficientes dos termos de mesmo grau forem TODOS iguais**.

Teorema do Resto

Este teorema é um caso especifico da divisão de polinômios e também "Despenca nas provas".

O Teorema do resto nos diz que o resto da divisão de um polinômio $P(x)$ por um binômio $Q(x) = ax + b$ é igual ao valor numérico deste polinômio para $x = -b/a$.

$$\boldsymbol{R(x) = P\left(\frac{-b}{a}\right)}$$

Duas observações:

iii. O teorema do resto **SOMENTE** é aplicado quando o divisor é um binômio da forma $Q(x) = ax + b$.

iv. Perceba que $x = -b/a$ nada mais é que a raiz do binômio $ax + b$. Lembrando que raiz é o valor que iguala a função a zero. Vamos igualar $Q(x) = ax + b$ a zero e constatar o resultado:

$$ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$\boxed{\boldsymbol{x = \frac{-b}{a}}}$$

RESUMINDO

- Encontre o **valor da raiz** de $Q(x) = ax + b$.
- Substitua este valor encontrado na equação de $P(x)$. Esse resultado será o resto da divisão de $P(x)$ pelo binômio $D(x) = ax + b$.

Teorema de D'Alembert

O **Teorema de D'Alembert** é um caso específico do Teorema do Resto. No Teorema de D'Alembert temos a divisão de um polinômio $P(x)$ por um binômio $D(x) = x - a$.

Sabemos que um polinômio é **divisível** por outro quando o **resto da divisão destes é igual a zero**.

Sendo assim, $P(x)$ é divisível por $x - a$ quando o resto da divisão é igual a zero.

No Teorema do resto, o primeiro passo é calcular a raiz do divisor $D(x) = x - a$.

$$x - a = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{x = a}}$$

Segundo passo é substituir este valor na equação de $P(x)$ e este será o resultado da divisão. E, para tais polinômios serem divisíveis, conforme vimos, o resto deve ser igual a zero. Então:

$$\boldsymbol{P(a) = 0}$$

RESUMINDO

$P(x)$ é **divisível** por $D(x) = x - a$ quando $P(a) = 0$

Raízes de um Polinômio

Raiz de um polinômio, em termos genéricos, é o valor de x que tem o condão de zerar a equação polinomial $P(x)$.

Ou seja, para determinar a raiz (ou raízes) de um polinômio devemos considerar $P(x) = 0$. Em outras palavras, as raízes do polinômio são os valores de x tais que $P(x) = 0$.

RESUMINDO

Raízes do polinômio são os valores de $\boldsymbol{x} \rightarrow \boldsymbol{P(x) = 0}$

ACORDE!

Para um polinômio de grau $\boldsymbol{n}$, há $\boldsymbol{n}$ raízes que satisfazem $P(x) = 0$.

As n raízes de um polinômio de grau n **NÃO SÃO NECESSARIAMENTE DISTINTAS**

Raízes Complexas

Se $P(x)$ é um polinômio e uma de suas raízes é um número complexo, **NECESSARIAMENTE**, o conjugado deste número complexo **TAMBÉM SERÁ RAIZ** de $P(x)$.

Soma e Produto de Raízes

- Dado um polinômio do terceiro grau $\boldsymbol{P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d}$, a **soma** e o **produto** das raízes serão:

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \begin{cases} \boldsymbol{x_1 + x_2 + x_3 = \dfrac{-b}{a}} \\ \\ \boldsymbol{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = \dfrac{-d}{a}} \end{cases}$$

- Dado um polinômio do quarto grau $\boldsymbol{P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e}$, a **soma** e o **produto** das raízes serão:

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \begin{cases} \boldsymbol{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \dfrac{-b}{a}} \\ \\ \boldsymbol{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = \dfrac{e}{a}} \end{cases}$$