Estratégia Concursos

Aula 04

BNB (Analista Bancário) Passo Estratégico de Matemática - 2023 (Pré-Edital)

Autor:
Allan Maux Santana

14 de Setembro de 2023

Índice

O QUE É O PASSO ESTRATÉGICO?

O Passo Estratégico é um material escrito e enxuto que possui dois objetivos principais:

a) orientar revisões eficientes;

b) destacar os pontos mais importantes e prováveis de serem cobrados em prova.

Assim, o Passo Estratégico pode ser utilizado tanto para **turbinar as revisões dos alunos mais adiantados nas matérias, quanto para maximizar o resultado na reta final de estudos por parte dos alunos que não conseguirão estudar todo o conteúdo do curso regular.**

Em ambas as formas de utilização, como regra, **o aluno precisa utilizar o Passo Estratégico em conjunto com um curso regular completo.**

Isso porque nossa didática é direcionada ao aluno que já possui uma base do conteúdo.

Assim, se você vai utilizar o Passo Estratégico:

a) **como método de revisão**, você precisará de seu curso completo para realizar as leituras indicadas no próprio Passo Estratégico, em complemento ao conteúdo entregue diretamente em nossos relatórios;

b) **como material de reta final**, você precisará de seu curso completo para buscar maiores esclarecimentos sobre alguns pontos do conteúdo que, em nosso relatório, foram eventualmente expostos utilizando uma didática mais avançada que a sua capacidade de compreensão, em razão do seu nível de conhecimento do assunto.

APRESENTAÇÃO

Olá!

Sou o professor ***Allan Maux*** e serei o seu analista do Passo Estratégico nas matérias de ***exatas.***

Para que você conheça um pouco sobre mim, segue um resumo da minha experiência profissional, acadêmica e como concurseiro:

Sou, atualmente, Auditor Fiscal do Município de Petrolina – PE, ***aprovado em 2° lugar*** *no concurso de 2011.*

Sou formado em matemática e tenho ***pós-graduação em direito tributário municipal****.*

Fui, por 05 anos, ***Secretário de Fazenda do Município de Petrolina****, período no qual participei da comissão que elaborou o* ***novo Código Tributário da Cidade, vigente até o momento****, colocando a cidade entre as maiores arrecadações do Estado de Pernambuco.*

Lecionei, também, em cursos preparatórios para ITA.

Fui também aprovado e nomeado no concurso para Analista da Receita Federal, em 2012.

Aprovado e nomeado, em 2007, para o cargo de gestor de tributos da Secretaria da Fazenda do Estado de Minas Gerais.

Nossa carreira como Auditor Fiscal de Petrolina é bastante atraente e me fez refletir bastante por sua manutenção, nosso salário inicial beira aos 15k.

Atualmente, também, leciono matemática para concursos e vestibulares.

Estou extremamente feliz de ter a oportunidade de trabalhar na equipe do "Passo", porque tenho convicção de que nossos relatórios e simulados proporcionarão uma preparação diferenciada aos nossos alunos!

Bem, vamos ao que interessa!!

Prof. Allan Maux

ANÁLISE ESTATÍSTICA

Inicialmente, convém destacar os percentuais de incidência de todos os assuntos previstos em nosso curso – quanto maior o percentual de incidência de um determinado assunto, maior será sua importância para nosso certame.

ASSUNTO	*Incidência*
OPERAÇÕES C/ NÚMEROS REAIS / MÚLTIPLOS / DIVISORES / MMC E MDC	*27,6%*
RAZÃO / PROPORÇÃO / REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA	*17,2%*
PROGRESSÃO ARITMÉTICA / PROGRESSÃO GEOMÉTRICA	*12,9%*
TEORIA DOS CONJUNTOS / PERTINÊNCIA / INCLUSÃO / IGUALDADE	*10,3%*
ANÁLISE COMBINATÓRIA	*9,5%*
SISTEMAS E EQUAÇÕES DO 1° E 2° GRAUS / RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES - PROBLEMA	*7,8%*
PROBABILIDADE	*4,3%*
ESTUDO DAS FUNÇÕES	*4,3%*
PORCENTAGEM	*3,4%*
NOCÕES DE GEOMETRIA / SISTEMA DE MEDIDAS / TRGONOMETRIA	*1,8%*
MATRIZES / DETERMINANTES / SISTEMAS LINEARES	*0,9%*
TOTAL	*100,0%*

Sabemos que a quantidade de questões para o curso do Passo Estratégico é por volta de 5, desde que envolvam todo o conteúdo. No entanto, para o que material fique mais rico em exercícios para vocês, resolvi elaborar os PDFs com uma quantidade maior de questões de bancas diversas também. Vocês perceberão que nos cursos de exatas os perfis das questões das bancas são muito idênticos, portanto, treinem exaustivamente principalmente aquele assunto que possui uma maior incidência em nossa análise e que você tenha mais dificuldade.

Prof. Allan Maux

TEORIA DOS CONJUNTOS

Sumário

O que é mais cobrado dentro do assunto

Teoria dos Conjuntos	Incidência
CONCEITOS INICIAIS / OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS / RELAÇÃO DE INCLUSÃO E DE PERTINÊNCIA	*100,00%*
TOTAL	*100,0%*

ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

Teoria dos Conjuntos

Um conjunto qualquer pode ser representado por ***extensão*** e, quando isso ocorre, escrevemos todos os elementos que pertencem ao conjunto entre duas chaves, exemplo:

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

Portanto, dizemos que o elemento 0 ∈ A (zero pertence ao conjunto A). A relação de pertinência apenas deve ser usada para afirmar se um determinado ***elemento*** pertence ou não a um ***conjunto***, portanto, é uma relação de elemento para conjunto, ok?

Agora, se a gente for comparar dois conjuntos quaisquer, usaremos a ***Relação de Inclusão***, exemplo:

Dados os Conjuntos:

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \text{ e o conjunto } B = \{3, 5\}$$

Dizemos que o conjunto B é ***subconjunto*** de A, pois todo e qualquer elemento de B, também, é de A. Logo, B ⊂ A (o conjunto "B" está contido no conjunto "A")

__*NÃO*__ PODEMOS DIZER QUE O CONJUNTO "***B***" ~~***PERTENCE***~~ AO CONJUNTO "***A***".

A relação entre conjuntos é a de está contido, não está contido, contém e não contém, chamada de ***Relação de Inclusão***.

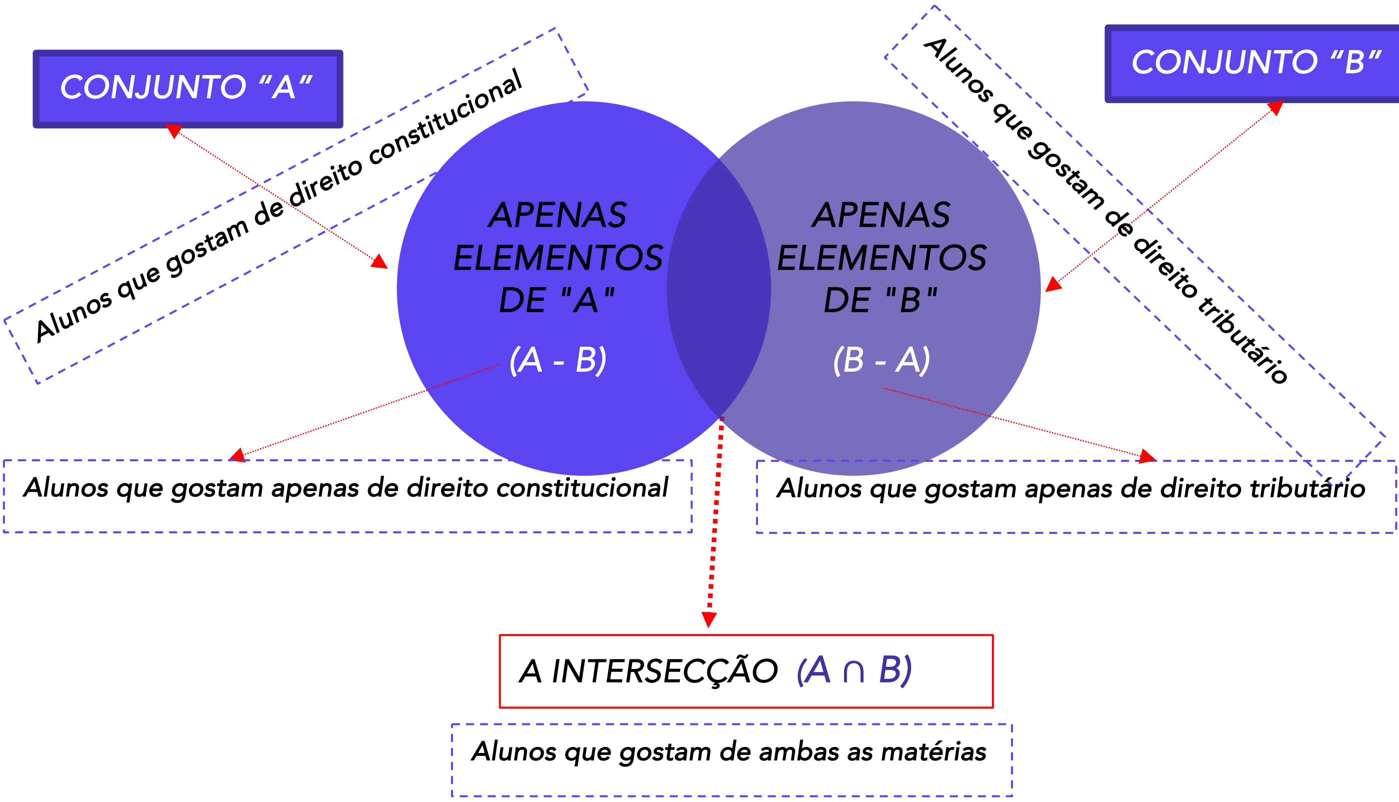
RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA	*RELAÇÃO DE INCLUSÃO*
DE ELEMENTO P/ CONJUNTO	*DE CONJUNTO P/ CONJUNTO*
Pertence $\in$ */ Não Pertence* $\notin$	*Está Contido* $\subset$ */ Não Está Contido* $\not\subset$ *Contém* $\supset$ */ Não Contém* $\not\supset$

Operações Entre Conjuntos

União, Intersecção E Diferença

Diagramas de Venn Euler

Eles servem para enxergamos as questões de forma mais simples e, consequentemente, termos os resultados mais rápidos. Analisem o diagrama a seguir:



OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS			
$A - B$	$B - A$	$A \cap B$	$A \cup B$
Elementos que estão em *A*, mas não em *B*. Ou seja: Apenas em *"A"*	Elementos que estão em *B*, mas não em *A*. Ou seja: Apenas em *"B"*	Elementos *comuns* aos dois conjuntos.	A reunião de elementos de todos os conjuntos. Elementos de *A ou B*.

Pessoal, fiquem atentos ao seguinte:

Sempre que forem resolver questões com o ***Diagrama de Venn Eular***, comecem a preencher, obrigatoriamente, pela região que envolver a maior quantidade de conjuntos.

Exemplo:

Questões com ***02 conjuntos***, comecem ***por A ∩ B***.

Questões com ***03 conjuntos***, comecem por ***A ∩ B ∩ C***, depois pelas intersecções que envolvem os ***conjuntos dois a dois***.

E fiquem bem atentos a essa fórmula, ela resolve grande parte das questões sobre esse assunto, ok?

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Agora, é praticar bastante as questões sobre o tema, vamos a elas.

QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.

Questões - CESGRANRIO

Q.01 (CESGRANRIO / (TRANSPETRO) /2012)

Um grupo de 100 jovens forneceu informações sobre as três redes sociais mais utilizadas no País: Facebook, MSN e Twitter. Os resultados encontrados foram os seguintes:

• 20 não utilizam nenhuma rede social.

• 32 só utilizam o Facebook.

• 65 utilizam o Facebook.

• 20 só utilizam o Twitter.

• 2 utilizam o Facebook, o Twitter e o MSN.

• 51 utilizam apenas dois dos três meios de comunicação.

Um jovem desse grupo é selecionado ao acaso. Dado que ele utiliza, pelo menos, uma das três redes sociais, a probabilidade de ele utilizar apenas o Twitter e o MSN é

a) 0,16

b) 0,20

c) 0,25

d) 0,30

e) 0,35

Comentários:

Pessoal, essa é uma questão clássica de conjuntos. Temos as seguintes informações:

• 20 não utilizam nenhuma rede social.

• 32 só utilizam o Facebook.

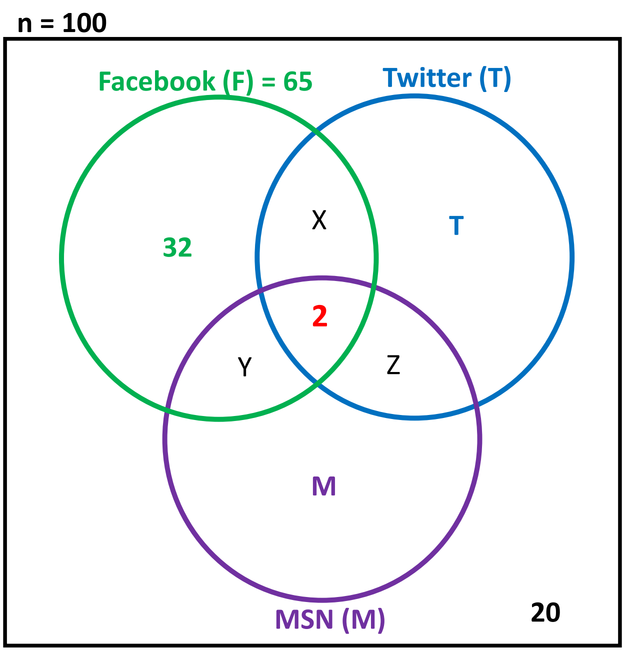
• 65 utilizam o Facebook.

• 20 só utilizam o Twitter.

• 2 utilizam o Facebook, o Twitter e o MSN.

• 51 utilizam apenas dois dos três meios de comunicação.

A banca quer saber a probabilidade de utilizar apenas o Twitter e o MSN, isto é, a região Z do diagrama abaixo.



O Facebook tem 65, desse 32 só usam o Facebook. Logo,

$65 = 32 + X + Y + 2$

$X + Y = 31$

Outra informação dada foi a seguinte: 51 utilizam apenas dois dos três meios de comunicação. Portanto,

X + Y + Z = 51

Onde,

X + Y = 31

31 + Z = 51

Z = 51 + 31

Z = 20

Agora basta saber a probabilidade de utilizar Twitter e MSN. Sabemos que apenas 80 pessoas utilizam alguma rede social. Logo, esse 80 será o total e a região Z o que queremos.

$$P = \frac{Z}{total} = \frac{20}{80} = 0{,}25$$

Gabarito: C

Q.02 (CESGRANRIO / Profissional Júnior (BR) /2015)

Dados três conjuntos M, N e P, tem-se que o conjunto M∩(N ∪P) é igual ao conjunto

a) M∩N∩P

b) (M∩N) ∪P

c) M ∪(N∩P)

d) (M∩N) ∪(M∩P)

e) (M ∪N)∩(M ∪P)

Comentários:

Nessa questão, podemos utilizar as propriedades distributivas conjuntos:

$$(\mathbf{1}) A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$(\mathbf{2}) A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Vejam, que utilizando a propriedade **2** chegamos à resposta da questão.

$$M \cap (N \cup P) = (M \cap N) \cup (M \cap P)$$

Gabarito: D

Q.03 (CESGRANRIO / Técnico Científico (BASA) / 2014)

O conjunto diferença X - Y, entre dois subconjuntos X e Y de um mesmo conjunto universo U, é definido por:

X - Y = {u ∈ U / u ∈ X e u ∉ Y}

Considere três subconjuntos, A, B e C, do mesmo conjunto Universo U.

O conjunto A−(B∩C) é igual ao conjunto

a) (A − B) ∩ (A − C)

b) (A − B) ∪(A − C)

c) (A − B) ∩C

d) (A − B) ∪C

e) (A − B) − C

Comentários:

Vamos supor que os valores dos conjuntos A, B e C sejam os seguintes:

A = {1,2,3,4,5}

B = {1,3,5,7,9}

C = {2,3,8,10}

A questão que saber qual conjunto é igual ao conjunto *A − (B ∩ C):*

$$A - (B \cap C) = \{1,2,3,4,5\} - (\{1,3,5,7,9\} \cap \{2,3,8,10\})$$

$$A - (B \cap C) = \{1,2,3,4,5\} - \{3\}$$

$$A - (B \cap C) = \{1,2,4,5\}$$

Desta forma, teremos que encontrar uma alternativa que der um conjunto igual a esse.

Letra A – *(A − B) ∩ (A − C)*

$$(A - B) \cap (A - C) = (\{1,2,3,4,5\} - \{1,3,5,7,9\}) \cap (\{1,2,3,4,5\} - \{2,3,8,10\})$$

$$(A - B) \cap (A - C) = (\{2,4\}) \cap (\{1,4,5\})$$

$$(A - B) \cap (A - C) = \{4\}$$

Errada.

Letra B – *(A − B) ∪ (A − C)*

$$(A - B) \cup (A - C) = (\{1,2,3,4,5\} - \{1,3,5,7,9\}) \cup (\{1,2,3,4,5\} - \{2,3,8,10\})$$

$$(A - B) \cup (A - C) = \{2,4\} \cup \{1,4,5\}$$

$$(A - B) \cup (A - C) = \{1,2,4,5\}$$

Correta. Vejam que os conjuntos são iguais. $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C) = \{1,2,4,5\}$

Letra C – *(A − B) ∩ C*

▪

$$(A - B) \cap C = (\{1,2,3,4,5\} - \{1,3,5,7,9\}) \cap \{2,3,8,10\}$$

$$(A - B) \cap C = \{2,4\} \cap \{2,3,8,10\}$$

$$(A - B) \cap C = \{2\}$$

Errada.

Letra D – *(A − B) U C*

$$(A - B) \cap C = (\{1,2,3,4,5\} - \{1,3,5,7,9\}) \cup \{2,3,8,10\}$$

$$(A - B) \cap C = \{2,4\} \cup \{2,3,8,10\}$$

$$(A - B) \cap C = \{2,3,4,8,10\}$$

Errada.

Letra E – *(A − B) − C*

$$(A - B) - C = (\{1,2,3,4,5\} - \{1,3,5,7,9\}) - \{2,3,8,10\}$$

$$(A - B) - C = \{2,4\} - \{2,3,8,10\}$$

$$(A - B) - C = \{4\}$$

Errada.

Gabarito: B

Q.04 (CESGRANRIO / PETROBRAS / Júnior / 2012)

Numa certa comunidade, 35% de seus habitantes são leitores do jornal M; 40% são leitores do jornal N; 30% são leitores do jornal P; 25% leem os jornais M e N; 15% leem os jornais M e P; 20% leem os jornais N e P; e 10% leem os três jornais.

Se o contingente de habitantes dessa comunidade que não leem nenhum dos três jornais está entre 270 e 360, então o contingente de leitores exclusivos do jornal M se situa entre

a) 30 e 50

b) 20 e 40

c) 30 e 40

d) 200 e 300

e) 210 e 280

Comentários:

Pessoal, a primeira coisa a ser feita é organizar as informações dada pela banca.

Jornal M = 35%

Jornal N = 40%

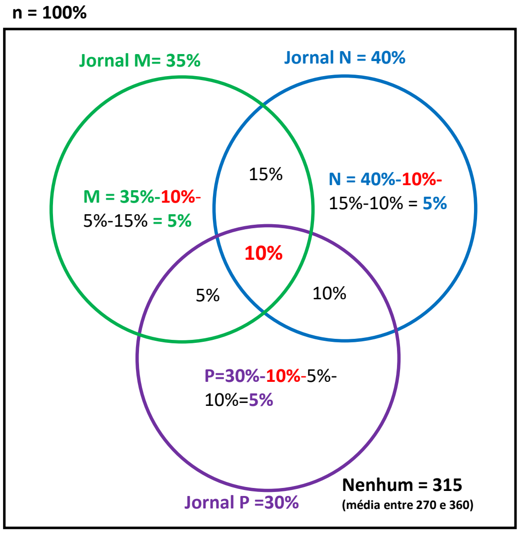
Jornal M e N = 25%

Jornal M e P = 15%

Jornal N e P = 20%

Jornal M, N e P = 10%.

Agora é só montar o diagrama. Primeiro começa pela informação das 3 intersecções, depois de 2 e por último apenas uma informação. A diagrama ficará da seguinte forma:



A banca informou que entre 270 e 360 não leem nenhum jornal. Logo, em média 315 não leem nenhum dos jornais. A primeira coisa a ser feita é saber o quanto esses 315 corresponde em porcentagem e com isso encontra quantos leitores em média leem apenas o jornal M.

Para isso, iremos fazer o somatório de todas as porcentagens que estão no diagrama.

10% + 15% +10% + 5% + 5% + 5% + 5% = 55%

Desta forma, para completar os 100% faltam 45%. Esse 45% é exatamente os leitores que não leem nenhum dos 3 jornais.

315 ------- 45%

X ----------100%

$$\frac{315}{X} = \frac{45\%}{100\%}$$

$$X = 700$$

Logo, em média temos 700 leitores. Os leitores que leem apenas o jornal M corresponde a 5% desse total, isto é 35.

700 ------- 100%

M ---------- 5%

$$\frac{700}{M} = \frac{100\%}{5\%}$$

$$M = 35$$

Analisando as alternativas podemos observar que a **letra C** é a resposta. Pois, se for feita a média entre 30 e 40, chega-se a 35.

Gabarito: C

Q.05 (CESGRANRIO / TRANSPETRO / 2018)

Um grupo de fornecedores foi dividido em três conjuntos, de acordo com o atendimento a três critérios de qualidade, denominados critérios A, B e C. Após uma análise, observou- se que apenas quatro empresas atendem aos três critérios; seis empresas atendem aos critérios B e C; dez empresas atendem ao critério C, mas não atendem ao A; doze empresas atendem ao critério B, mas não atendem ao A, e vinte e três empresas atendem a, pelo menos, um dos critérios A ou B.

Considerando-se que nesse grupo de fornecedores não existe empresa que não atenda a, pelo menos, um dos três critérios, o número total de empresas desse grupo, isto é, n(AUBUC), é igual a

a) 21

b) 25

c) 27

d) 29

e) 31

Comentários:

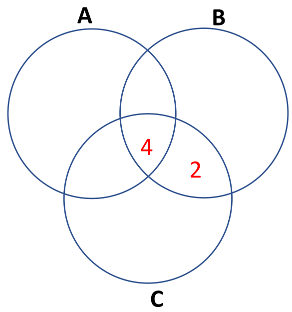
Pessoal, tempos as seguintes informações:

- Temos 3 critérios (A, B e C);
- 4 empresas atendem aos critérios A, B e C;
- 6 empresas atendem aos critérios B e C;
- 10 empresas atendem ao critério C, mas não atendem ao critério A;
- 12 empresas atendem ao critério B, mas não atendem ao critério A;
- 23 empresas a, pelo menos, um dos critérios A ou B.

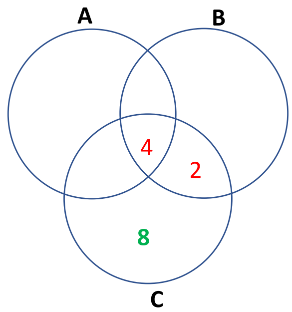
A banca quer saber o total de empresas nesse grupo. Iremos fazer construir o diagrama pouco a pouco. E como não tem empresas que não atenda a pelo menos a um dos critérios, não teremos empresas fora do diagrama.

- 4 empresas atendem aos critérios A, B e C;

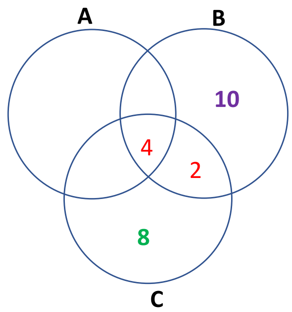
- 6 empresas atendem aos critérios B e C;



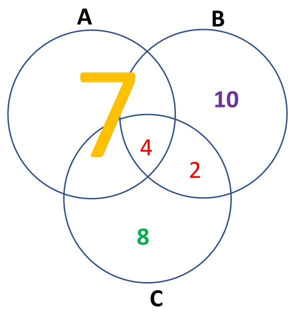
- 10 empresas atendem ao critério C, mas não atendem ao critério A;



- 12 empresas atendem ao critério B, mas não atendem ao critério A;



- 23 empresas a, pelo menos, um dos critérios A ou B.



Nessa última informação, temos o seguinte: 23 – 10 – 4 – 2 =7

Agora é só fazer o somatório para saber o número de empresas.

7+10+4+2+8=31

Gabarito: E

Questões - FGV

Q.01 (FGV / Prefeitura de Osasco / Médico / 2014)

Certo dia um posto de saúde possuía as vacinas A, B e C e as 100 crianças que compareceram nesse dia tomaram pelo menos uma dessas vacinas. Sabe-se, entretanto, que a criança que toma a vacina C não pode tomar nem ter tomado nenhuma das outras duas vacinas nesse dia.

Nesse dia, 62 crianças tomaram a vacina A, 48 tomaram a vacina B e 24 crianças tomaram a vacina C.

O número de crianças que tomaram apenas a vacina A é

a) 14

b) 22

c) 28

d) 34

e) 38

Solução:

Percebam que n (A U B U C) = 100 (total de crianças), logo:

$$n\ (A \cup B) = 100 - n(C)$$

$$n\ (A \cup B) = 100 - 24 = 76$$

62 crianças tomaram a vacina A e 48 tomaram a vacina B:

n (A U B) = n (A) + n (B) – n (A ∩ B)

76 = 62 + 48 – n(A ∩ B)

n (A ∩ B) = 34

O número de crianças que tomaram apenas a vacina A é:

Só A = 62 - 34 =

28 crianças

Sugiro que vocês resolvam a questão agora pelo Diagrama, ok?

Gabarito: C

Questões - CEBRASPE

Q.01 (CESPE / Analista do Seguro Social / 2016)

Uma população de 1.000 pessoas acima de 60 anos de idade foi dividida nos seguintes dois grupos:

A: aqueles que já sofreram infarto (totalizando 400 pessoas); e

B: aqueles que nunca sofreram infarto (totalizando 600 pessoas).

Cada uma das 400 pessoas do grupo A é ou diabética ou fumante ou ambos (diabética e fumante).

A população do grupo B é constituída por três conjuntos de indivíduos: fumantes, ex-fumantes e pessoas que nunca fumaram (não fumantes).

Com base nessas informações, julgue o item.

Se, das pessoas do grupo A, 280 são fumantes e 195 são diabéticas, então 120 pessoas desse grupo são diabéticas e não são fumantes.

CC – CERTO

EE – ERRADO

Comentários:

Vejam que o examinador só nos pede que trabalhemos com as informações do grupo A.

n (A) =400

Destas 400 pessoas, 280 são fumantes e 195 diabéticas.

Então, temos que ***75 pessoas*** são diabéticas e fumantes (475 – 400).

Agora, para acharmos apenas as pessoas que são diabéticas, basta diminuirmos das 195 diabéticas as 75 pessoas que também são fumantes.

195 – 75 = 120

Essas 120 pessoas são apenas diabéticas.

Podemos responder essa questão dessa forma:

$$n\ (F \cup D) = n\ (F) + n\ (D) - n\ (F \cap D)$$

n (F U D) = 400 (total de pessoas do grupo A)

n (F) = 280 (total de fumantes)

n (D) = 195 (total de diabéticos)

Chegaremos ao mesmo caminho. Ainda, podemos resolvê-la por Diagrama de Venn.

Gabarito: Certo

Q.02 (CEBRASPE / Técnico Tributário da Receita Estadual – SEFAZ-RS / 2018)

Em determinado dia, os órgãos responsáveis atenderam 50 contribuintes para resolver pendências relativas ao IPTU, ao IPVA e a outros tributos. Sabe-se que foram atendidos:

- ✓ ***18 contribuintes com pendências de IPTU;***
- ✓ ***23 contribuintes com pendências de IPVA;***
- ✓ ***8 contribuintes com pendências de IPTU e IPVA.***

Nesse caso, a quantidade de contribuintes atendidos cujas pendências não se referiam a IPTU nem a IPVA foi igual a:

a) 15.
b) 17.
c) 25.
d) 9.
e) 10.

Comentários:

Inicialmente, a questão nos informou que ***50 contribuintes*** foram atendidos. Dentre eles, alguns sobre pendências do IPTU, uns com pendências no IPVA, outros com pendências em ambos os tributos e, por último, alguns com pendências diversas.

n (IPTU) = 18
n (IPVA) = 23
n (IPTU e IPVA) = 8, sabemos que esse conjunto se referente a intersecção entre aqueles com pendências nos dois tributos ao mesmo tempo e pode ser assim representado:

$$n\ (IPTU \cap IPVA) = 08$$

Jogando na fórmula, temos:

$$\boxed{n\ (A \cup B) = n\ (A) + n\ (B) - n\ (A \cap B)}$$

$$n\ (IPTU \cup IPVA) = n\ (IPTU) + n\ (IPVA) - n\ (IPTU\ e\ IPVA)$$

$$n\ (IPTU \cup IPVA) = 18 + 23 - 8 = 33$$

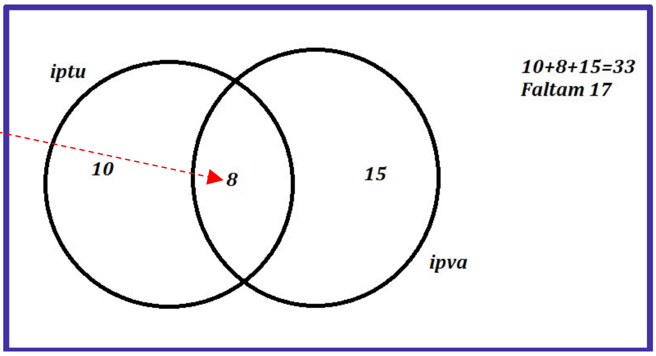
Vejam que, dentre os 50 contribuintes atendidos, 33 foram resolver problemas envolvendo IPTU ou IPVA, portanto, aqueles que foram resolver problemas diversos será dado por:

= 50 – 33 =

= 17 contribuintes =

Essa solução também poderia ser feita pelo *Diagrama de Venn*:

Devemos começar sempre pelo conjunto intersecção



Gabarito: B

Q.03 (CEBRASPE / Profissional Petrobrás / 2023)

Acerca da teoria dos conjuntos, julgue o próximo item.

Para três conjuntos, A, B e C, não vazios, se A está contido em B e se C não contém B, então C também não contém A.

C – Certo
E – Errado

Comentários:

Nessas questões que contém afirmações, precisamos apenas mostrar um contra exemplo para torná-la falsa, ok?

- Se ***A está contido em B*** significa que ***todo e qualquer elemento de "A" também é de "B".***

Exemplo:

A = {0, 1, 2}
B = {0, 1, 2, 3, 4}

- Se ***C não contém B***, então existe ***pelo menos um elemento "B" que não está em "C".***

Exemplo:

A = {0, 1, 2}
B = {0, 1, 2, 3, 4}

C = {0, 1, 2, 3, 5, 6}

Vejam que no exemplo temos que "C" não contém "B" porque o elemento 4, que é de "B", não pertence a "C", ok?

Porém, temos que "A" está contido em "C" ou ainda "C" contém "A". Logo, a nossa alternativa está errada.

Gabarito: Errado

Q.04 (CEBRASPE / Técnico – TRT 8ª / 2023)

Ao classificar 80 processos a fim de distribuí-los às áreas competentes para tratamento, um técnico judiciário verificou que, devido aos diversos critérios de classificação, 45 dos processos poderiam ser distribuídos ao setor A, 55 ao setor B e 15 a nenhum desses dois setores. Na situação hipotética precedente, a quantidade de processos que poderiam ser distribuídos a qualquer um dos setores A ou B é igual a

a) 10.
b) 30.
c) 35.
d) 40.
e) 65.

Comentários:

- Há um total de 80 processos
- n (A) = 45
- n (B) = 55
- nem A nem B = 15 processos, ou seja, 65 processos (80 – 15) são de "A" ou "B".

Logo, o gabarito deveria ser 65 (alternativa "E").

Entretanto, o gabarito dessa questão até então (28/08/23) foi mantido na alternativa "C" considerando a intersecção entre os conjuntos "A" e "B", e não a união "A" ou "B".

Na teoria dos conjuntos, o conectivo "OU" representa a união entre os conjuntos. CEBRASPE sendo CEBRASPE...querendo mudar a matemática...rsrs

Caso o candidato quisesse usar a fórmula, faria da seguinte maneira:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = 45 + 55 - 35 = 65$$

Gabarito: C

Q.05 (CEBRASPE / Técnico – TJ -CE / 2023)

Considere-se que um grupo de 50 servidores de um tribunal tenha sido selecionado para realizar cursos de aperfeiçoamento e que cada pessoa desse grupo faça pelo menos um dos seguintes dois cursos: gestão de projetos e ciência de dados. Nessa situação hipotética, se 29 pessoas fizerem ambos os cursos e 37 pessoas fizerem pelo menos o curso de gestão de projetos, o número exato de pessoas que farão apenas o curso de ciência de dados é igual a:

a) 8.
b) 13.
c) 42.
d) 21.
e) 33.

Comentários:

Vamos aos dados do enunciado:

- $n(G \cup C) = 50$ servidores
- $n(G \cap C) = 29$ servidores (ambos os cursos)
- $n(G) = 37$ (pelo menos o curso de gestão)

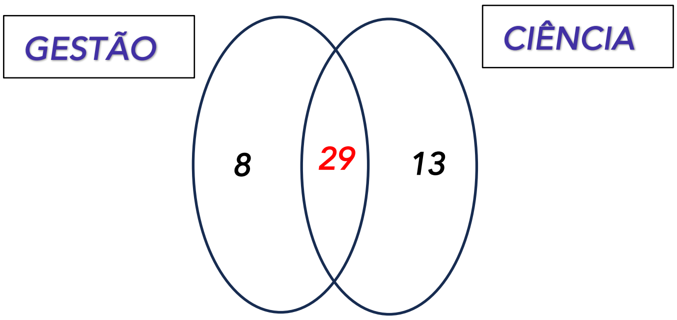
$$n(G \cup C) = n(G) + n(C) - n(G \cap C)$$

$$50 = 37 + n(C) - 29$$

$$n(C) = 42$$

Portanto, apenas C será dado por 42 – 29 = 13 servidores.

Em formato de diagrama temos:



Gabarito: B

Questões - FCC

Q.01 (FCC / Técnico Judiciário – TRT 22ª / 2023)

Em uma festa com 80 pessoas serão servidos dois pratos quentes, massa ou carne. Todos os convidados gostam de ao menos um dos pratos. Dos 80 convidados, 45 gostam de massa e 52 gostam de carne. O número de convidados que gostam dos dois pratos é

a) 15.
b) 17.
c) 16.
d) 14.
e) 22.

Comentários:

Bem, pessoal, se há apenas 80 pessoas na festa, mas 45 gostam de massa e 52 de carne que perfazem um total de 97, é óbvio que 97 – 80 = 17 gostam dos dois pratos, ok?

Ou ainda:

$$n\ (M \cup C) = n\ (M) + n\ (C) - n\ (M \cap C)$$

$$80 = 45 + 52 - n\ (M \cap C)$$

$$n\ (M \cap C) = 17$$

Gabarito: B

Q.02 (FCC / Técnico Judiciário – TRT 23ª / 2023)

Em uma escola onde 24 crianças praticam futebol ou voleibol, sabemos que 22 delas jogam futebol e 5 delas voleibol. O número de crianças, dentre as 24, que praticam futebol e voleibol é:

a) 4
b) 0
c) 3
d) 1
e) 2

Comentários:

Percebam que a lógica aplicada na questão anterior também será nessa.

Se há na escola 24 crianças que pratica futebol ou voleibol, mas 22 jogam futebol e 5 voleibol perfazendo um total de 27, logo o excedente para as 24 representam a intersecção entre os dois esportes, portanto, nossa resposta será dada por:

= 27 – 24 =

= 3 crianças praticam ambos os esportes =

Gabarito: C

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Questões - CESGRANRIO

Q.01 (CESGRANRIO / (TRANSPETRO) /2012)

Um grupo de 100 jovens forneceu informações sobre as três redes sociais mais utilizadas no País: Facebook, MSN e Twitter. Os resultados encontrados foram os seguintes:

• 20 não utilizam nenhuma rede social.

• 32 só utilizam o Facebook.

• 65 utilizam o Facebook.

- *20 só utilizam o Twitter.*
- *2 utilizam o Facebook, o Twitter e o MSN.*
- *51 utilizam apenas dois dos três meios de comunicação.*

Um jovem desse grupo é selecionado ao acaso. Dado que ele utiliza, pelo menos, uma das três redes sociais, a probabilidade de ele utilizar apenas o Twitter e o MSN é

a) 0,16

b) 0,20

c) 0,25

d) 0,30

e) 0,35

Q.02 (CESGRANRIO / Profissional Júnior (BR) /2015)

Dados três conjuntos M, N e P, tem-se que o conjunto $M \cap (N \cup P)$ é igual ao conjunto

a) $M \cap N \cap P$

b) $(M \cap N) \cup P$

c) $M \cup (N \cap P)$

d) $(M \cap N) \cup (M \cap P)$

e) $(M \cup N) \cap (M \cup P)$

Q.03 (CESGRANRIO / Técnico Científico (BASA) / 2014)

O conjunto diferença X - Y, entre dois subconjuntos X e Y de um mesmo conjunto universo U, é definido por:

$X - Y = \{u \in U / u \in X \text{ e } u \notin Y\}$

Considere três subconjuntos, A, B e C, do mesmo conjunto Universo U.

O conjunto $A-(B \cap C)$ é igual ao conjunto

a) $(A - B) \cap (A - C)$

b) $(A - B) \cup (A - C)$

c) $(A - B) \cap C$

d) $(A - B) \cup C$

e) $(A - B) - C$

Q.04 (CESGRANRIO / PETROBRAS / Júnior / 2012)

Numa certa comunidade, 35% de seus habitantes são leitores do jornal M; 40% são leitores do jornal N; 30% são leitores do jornal P; 25% leem os jornais M e N; 15% leem os jornais M e P; 20% leem os jornais N e P; e 10% leem os três jornais.

Se o contingente de habitantes dessa comunidade que não leem nenhum dos três jornais está entre 270 e 360, então o contingente de leitores exclusivos do jornal M se situa entre

a) 30 e 50

b) 20 e 40

c) 30 e 40

d) 200 e 300

e) 210 e 280

Q.05 (CESGRANRIO / TRANSPETRO / 2018)

Um grupo de fornecedores foi dividido em três conjuntos, de acordo com o atendimento a três critérios de qualidade, denominados critérios A, B e C. Após uma análise, observou- se que apenas quatro empresas atendem aos três critérios; seis empresas atendem aos critérios B e C; dez empresas atendem ao critério C, mas não atendem ao A; doze empresas atendem ao critério B, mas não atendem ao A, e vinte e três empresas atendem a, pelo menos, um dos critérios A ou B.

Considerando-se que nesse grupo de fornecedores não existe empresa que não atenda a, pelo menos, um dos três critérios, o número total de empresas desse grupo, isto é, n(AUBUC), é igual a

a) 21

b) 25

c) 27

d) 29

e) 31

Gabarito - CESGRANRIO

1	2	3	4	5
C	D	B	C	E

Questões - FGV

Q.01 (FGV / Prefeitura de Osasco / Médico / 2014)

Certo dia um posto de saúde possuía as vacinas A, B e C e as 100 crianças que compareceram nesse dia tomaram pelo menos uma dessas vacinas. Sabe-se, entretanto, que a criança que toma a vacina C não pode tomar nem ter tomado nenhuma das outras duas vacinas nesse dia.

Nesse dia, 62 crianças tomaram a vacina A, 48 tomaram a vacina B e 24 crianças tomaram a vacina C.

O número de crianças que tomaram apenas a vacina A é

a) 14

b) 22

c) 28

d) 34

e) 38

Gabarito - FGV

1	2	3	4	5
C				

Questões - CEBRASPE

Q.01 (CESPE / Analista do Seguro Social / 2016)

Uma população de 1.000 pessoas acima de 60 anos de idade foi dividida nos seguintes dois grupos:

A: aqueles que já sofreram infarto (totalizando 400 pessoas); e

B: aqueles que nunca sofreram infarto (totalizando 600 pessoas).

Cada uma das 400 pessoas do grupo A é ou diabética ou fumante ou ambos (diabética e fumante).

A população do grupo B é constituída por três conjuntos de indivíduos: fumantes, ex-fumantes e pessoas que nunca fumaram (não fumantes).

Com base nessas informações, julgue o item.

Se, das pessoas do grupo A, 280 são fumantes e 195 são diabéticas, então 120 pessoas desse grupo são diabéticas e não são fumantes.

CC – CERTO

EE – ERRADO

Q.02 (CEBRASPE / Técnico Tributário da Receita Estadual – SEFAZ-RS / 2018)

Em determinado dia, os órgãos responsáveis atenderam 50 contribuintes para resolver pendências relativas ao IPTU, ao IPVA e a outros tributos. Sabe-se que foram atendidos:

- ✓ *18 contribuintes com pendências de IPTU;*
- ✓ *23 contribuintes com pendências de IPVA;*
- ✓ *8 contribuintes com pendências de IPTU e IPVA.*

Nesse caso, a quantidade de contribuintes atendidos cujas pendências não se referiam a IPTU nem a IPVA foi igual a:

a) 15.
b) 17.
c) 25.
d) 9.
e) 10.

Q.03 (CEBRASPE / Profissional Petrobrás / 2023)

Acerca da teoria dos conjuntos, julgue o próximo item.

Para três conjuntos, A, B e C, não vazios, se A está contido em B e se C não contém B, então C também não contém A.

C – Certo
E – Errado

Q.04 (CEBRASPE / Técnico – TRT 8ª / 2023)

Ao classificar 80 processos a fim de distribuí-los às áreas competentes para tratamento, um técnico judiciário verificou que, devido aos diversos critérios de classificação, 45 dos processos poderiam ser distribuídos ao setor A, 55 ao setor B e 15 a nenhum desses dois setores. Na situação hipotética precedente, a quantidade de processos que poderiam ser distribuídos a qualquer um dos setores A ou B é igual a

a) 10.
b) 30.
c) 35.
d) 40.
e) 65.

Q.05 (CEBRASPE / Técnico – TJ -CE / 2023)

Considere-se que um grupo de 50 servidores de um tribunal tenha sido selecionado para realizar cursos de aperfeiçoamento e que cada pessoa desse grupo faça pelo menos um dos seguintes dois cursos: gestão de projetos e ciência de dados. Nessa situação hipotética, se 29 pessoas fizerem ambos os cursos e 37 pessoas fizerem pelo menos o curso de gestão de projetos, o número exato de pessoas que farão apenas o curso de ciência de dados é igual a:

a) 8.
b) 13.
c) 42.
d) 21.
e) 33.

Gabarito - CEBRASPE

1	2	3	4	5
CC	B	EE	C	B

CC – CERTO

EE – ERRADO

Questões - FCC

Q.01 (FCC / Técnico Judiciário – TRT 22ª / 2023)

Em uma festa com 80 pessoas serão servidos dois pratos quentes, massa ou carne. Todos os convidados gostam de ao menos um dos pratos. Dos 80 convidados, 45 gostam de massa e 52 gostam de carne. O número de convidados que gostam dos dois pratos é

- *a) 15.*
- *b) 17.*
- *c) 16.*
- *d) 14.*
- *e) 22.*

Q.02 (FCC / Técnico Judiciário – TRT 23ª / 2023)

Em uma escola onde 24 crianças praticam futebol ou voleibol, sabemos que 22 delas jogam futebol e 5 delas voleibol. O número de crianças, dentre as 24, que praticam futebol e voleibol é:

- *a) 4*
- *b) 0*
- *c) 3*
- *d) 1*
- *e) 2*

Gabarito - FCC

1	2
B	C

ESTUDO DAS FUNÇÕES

Sumário

ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

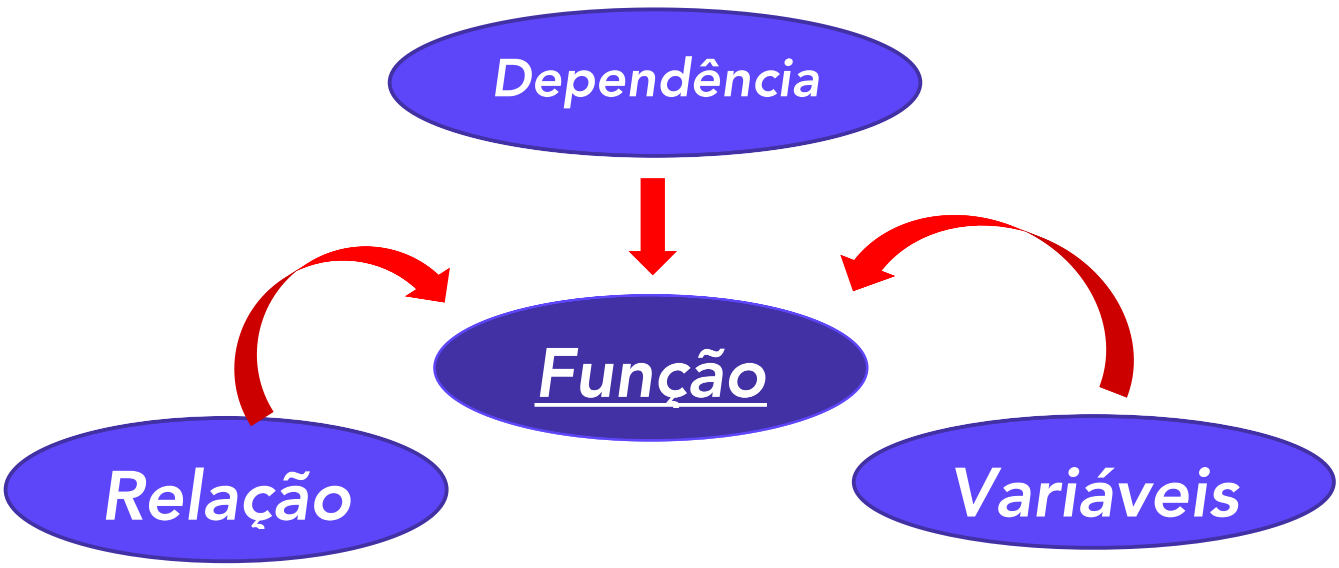
A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

Conceitos de Funções

Vamos começar o estudo das funções e começo logo dizendo pAra vocês que a palavra "função" não tem qualquer relação com a palavra "atribuição, incumbência ou missão", por exemplo: Paulo exerce um cargo na função administrativa na empresa X.

Na matemática, a palavra ***função*** está diretamente ligada ao fator **dependência**. Mas percebam que para existir uma dependência, devem existir, antes de tudo, pelo menos, duas coisas, que na matemática são chamadas de ***variáveis***.



Por exemplo:

A área do quadrado está em função do comprimento de seu lado. Temos ai uma relação de dependência entre as variáveis área do quadrado e o seu lado.

Percebemos que a ***área*** está em ***função*** (ou ***depende***) do ***lado*** do quadrado.

Área → Variável Dependente
Lado → Variável Independente
A (L) = L^2

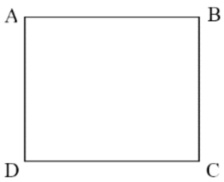
Mas, pessoal, apesar de parecer estranho, podemos fazer também a relação entre essas variáveis de forma ***inversa***, ou seja, o ***lado*** dependendo (***em função***) da ***área.***

Lado → Variável Dependente
Área → Variável Independente
L (A) = $\sqrt{A}$

Eu posso ir à feira e pedir 2 Kg de carne ou posso pedir R$ 50,00 de carne. Ou eu pago em função da quantidade de carne, ou eu levo em função do dinheiro que tenho. Ok? Compreenderam?

IMPORTANTE: As funções que admitem essa relação inversa recebem o nome de **BIJETORA** ou **BIJETIVA**.

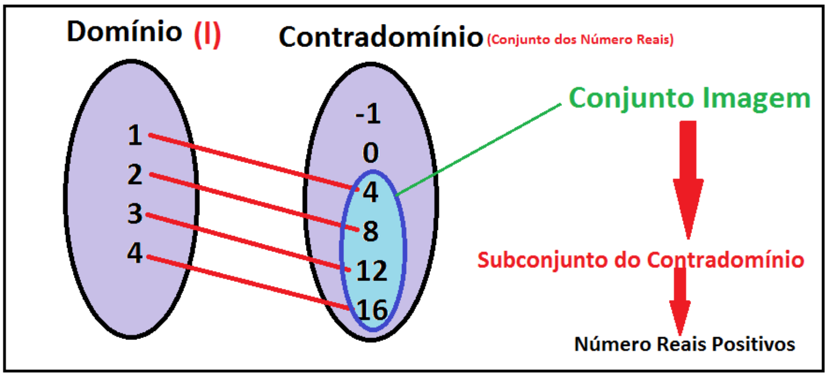
Exemplo de uma Função: Perímetro do Quadrado em função do Lado;



Seja um **Quadrado ABCD** de lado igual a "L". Sabemos que o *perímetro* (P) do quadrado é dado pelo comprimento da linha que delimita a região interna da externa. Portanto, a Lei de Formação que determina o *Perímetro* em função do *Lado* é dada pela fórmula: P(L) = 4L

Vejam que é de fácil percepção que para cada aumento de 1 medida do lado do quadrado, há um aumento de 4 medidas para o seu respectivo perímetro, ou seja, existe uma variação, porém ela é constante. Graficamente falando, temos que uma linha (reta) é uma figura geométrica constante (uniforme), sendo assim, damos o nome de ***Função Linear*** para as funções que possuem uma ***taxa de variação constante***. Fácil, não é verdade?

Vejam como podemos observar essa representação entre duas variáveis através do diagrama de Venn:

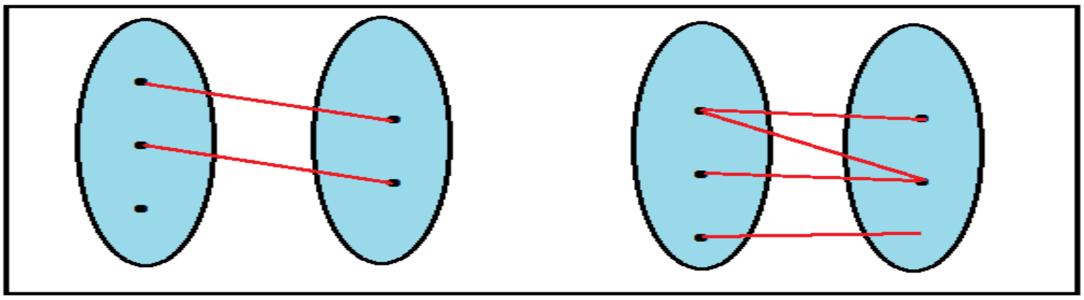


Bem, pessoal, mas devemos ter cuidado com o conceito de função, pois nem sempre uma relação entre duas variáveis poderá ser uma função. Existem duas condições para que uma relação entre duas variáveis seja uma função, vejam:

Condições:

Todos os elementos do conjunto de partida ***(domínio)*** deverão fazer ***apenas uma*** relação no conjunto de chegada, ou seja:

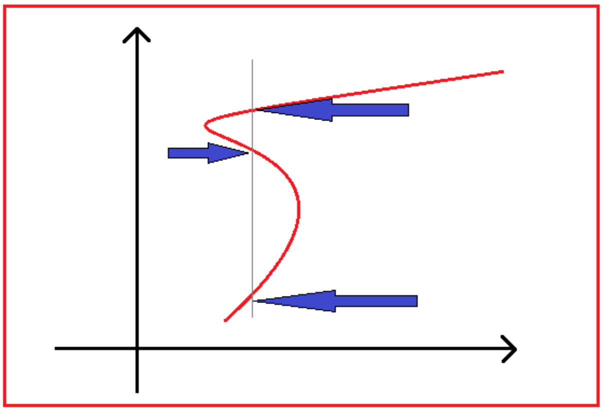
1. Não podem sobrar elementos no conjunto domínio;
2. Um elemento do conjunto domínio só pode ter uma relação no contradomínio.



Não é função, pois sobrou um elemento no Conjunto de Partida.

Não é função, pois tem um elemento do Conjunto de Partida fazendo relação com dois elementos no Conjunto de Chegada.

Podemos, também, verificar, através de um gráfico, se uma relação representa ou não uma função. Basta traçar uma ***reta paralela ao eixo das ordenadas (Y)***, se, em qualquer parte do gráfico, essa reta tocar o gráfico em apenas um ponto, teremos, portanto, uma função. Vejam:

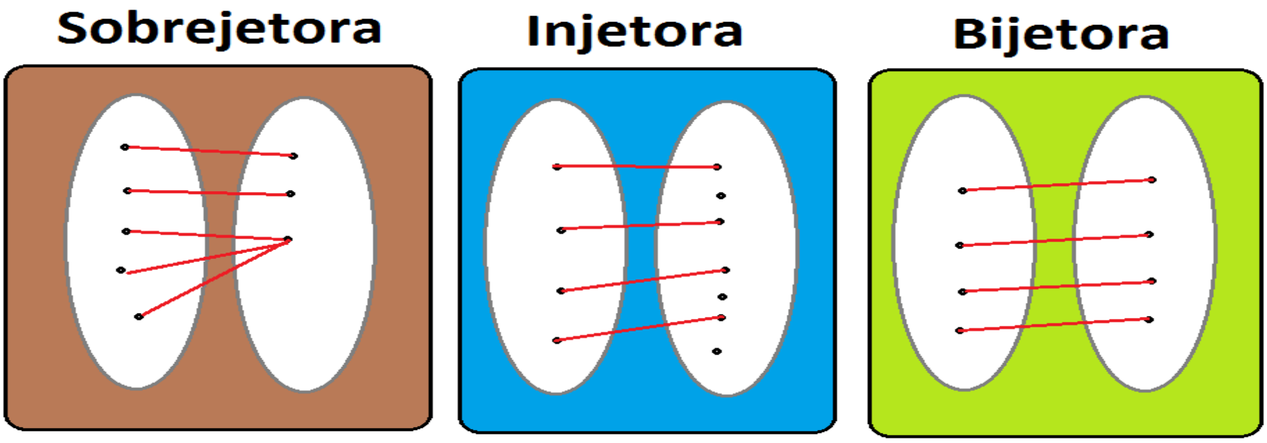


Percebam que a linha cinza (paralela ao eixo "y") ***tocou o gráfico em 3 pontos***, logo esse gráfico não representa uma função.

Qualidade das Funções

Esse tópico não é cobrado em provas como as demais partes do estudo das funções.

As funções se classificam, quanto à qualidade, de três formas, vejam os gráficos:



Observem que não sobraram elementos no Conjunto de Chegada (Contradomínio), ou seja, Imagem = ContraDomínio.

Vejam que **elementos distintos** do Conjunto **Domínio** possuem **Imagens distintas**. Essa característica é típica da função injetora. Observem que na função sobrejetora essa característica não é necessária.

A função Bijetora acumula as características da função sobrejetora (Im = CD) e da função injetora (elementos distintos do domínio com imagens distintas).

Um ponto importantíssimo sobre a qualidade das funções é sobre as funções inversas.

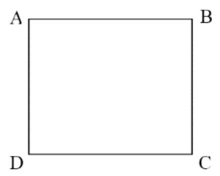
Dentre todas as funções, ***apenas as funções que são bijetivas possuem inversa.***

Tentem mudar o sentido das funções acima sobrejetora e injetora, invertendo os conjuntos. Perceberam que se você fizer isso na função apenas sobrejetora, deixaríamos de ter uma função, pois teríamos um único elemento do domínio com 03 imagens. Já na função injetora, sobrariam 03 elementos do conjunto domínio sem sua respectiva imagem. Contudo, na função bijetora, você poderá mudar a ordem dos conjuntos e ainda sim teremos as características da função sendo obedecidas.

Funções: Afim – Quadrática – Exponencial

Vamos agora fazer o aprendizado 3 em 1. Darei 3 exemplos e, a partir deles, vamos diferenciar as três principais funções de nosso estudo. Chamo aprendizado 3 em 1 porque não os tratarei de forma diferente, apesar de serem situações distintas. Porém, acho interessante não os segmentar, pelo simples fato de tornar a comparação entre eles mais fácil de aprender o conteúdo

Exemplo 1: Perímetro do Quadrado em função do Lado;



Seja um **Quadrado ABCD** de lado igual a "L". Sabemos que o *perímetro* (P) do quadrado é dado pelo comprimento da linha que delimita a região interna da externa. Portanto, a Lei de Formação que determina o *Perímetro* em função do *Lado* é dada pela fórmula: P(L)

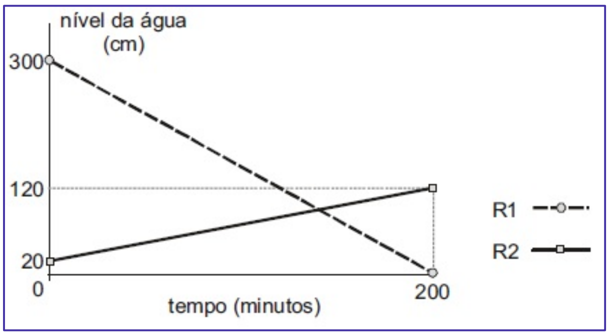
$$P(L) = 4 \cdot L$$

L	P(L)
1	4
2	8
3	12

Vejam que é de fácil percepção que para cada aumento de 1 medida do lado do quadrado, há um aumento de 4 medidas para o seu respectivo perímetro, ou seja, existe uma variação, porém ela é constante. Graficamente falando, temos que uma linha (reta) é uma figura geométrica constante (uniforme), sendo assim, damos o nome de **Função Linear** para as funções que possuem uma **taxa de variação constante**. Fácil, não é verdade?

As Funções Afim são da forma: f(x) = ax + b.

Vamos entender essa situação graficamente, agora, que tal?



Vemos, no exemplo acima, dois gráficos representados por linhas. De cara, então, a gente já sabe que são funções lineares. Temos dois reservatórios, R1 e R2, o nível da água (cm) e o tempo (minutos).

Vejam que o **Reservatório R1**, que está sendo representado pela *linha pontilhada*, apresenta, inicialmente, um nível de 300 cm e que, após 200 minutos, ele está completamente vazio.

Podemos escrever a Lei de Formação da situação da seguinte forma: "N" (nível da água) em função de "t" (tempo), logo:

$$N(t) = 300 - 1,5 \cdot t$$

Perceberam que se ele **esvazia** (-) 300cm em 200min, logo esvaziará 1,5cm a cada minuto. Por isso, na função que escrevemos acima, o coeficiente 1,5 está multiplicando o tempo "t", por isso damo-nos o nome de **taxa de variação** ou **coeficiente angular**.

Já o **Reservatório R2**, representado pela *linha contínua*, começa com o nível da água em 20 cm e, após 200 minutos, ele está com o nível em 120 cm. Podemos escrever a Lei de Formação da situação da seguinte forma: "N" (nível da água) em função de "t" (tempo), logo:

$$N(t) = 20 + 0,5 \cdot t$$

Aqui, o raciocínio é o mesmo, no entanto o reservatório está ***enchendo*** (+) na razão de 100cm em 200min, logo seu nível está aumentando 0,5cm a cada minuto. Por isso, escrevemos o coeficiente 0,5 multiplicando a variável "t", sendo chamado, da mesma forma, de **taxa de variação** ou **coeficiente angular**.

Vejam como fica bem mais fácil o entendimento com exemplo acima explicado. Dá até para, intuitivamente, tirarmos algumas conclusões como essas: se a taxa de variação for **positiva**, teremos uma função **crescente** (reservatório enchendo). Já se a taxa de variação (ou coeficiente angular) for negativa, a função será **decrescente** (reservatório esvaziando).

Exemplo 2: Uma bactéria divide-se em quatro a cada hora, qual o número de bactérias originadas de uma só bactéria após 04h?

Tempo (h)	*Quant. Bactérias*
0	*1*
1	*4*
2	*16*
3	*64*
4	*256*

Diferentemente do que ocorreu na ***Função Afim***, percebam, aqui, que existe uma variação constante no tempo, de hora em hora, porém, em relação à quantidade de bactérias, há uma variação diferente de crescimento, a cada hora que se passa.

No momento inicial, existia apenas uma bactéria, que deu origem a 4 bactérias, que deram origem a 16, que deram origem a 64 e assim por diante. Percebam que a variação da quantidade de bactérias de um intervalo de tempo para o outro é diferente. Isto acontece porque estamos multiplicando o **valor anterior** sempre por 4. Sendo assim, existe um crescimento exponencial, definido pela função:

$$Q(t) = 4^t$$

"Q" representa a quantidade de bactérias;

"t" representa o instante em "horas".

Vamos comparar as duas funções

$$P(L) = 4 \cdot L \qquad Q(t) = 4^t$$

Vejam que a variável "L" esta **multiplicando** o 4, na primeira situação, por isso o crescimento é ***linear (proporcional)***.

Já, na segunda situação, a variável "t" é **expoente** do 4, por isso o crescimento é dito ***exponencial***.

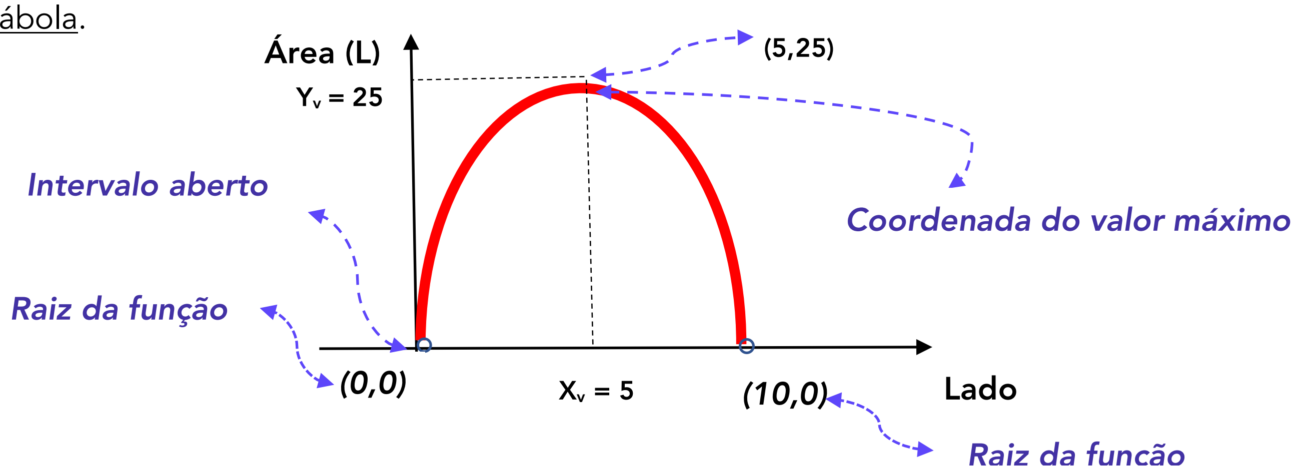
Exemplo 3: Área do Retângulo em função dos seus Lados;

Seja um **retângulo ABCD** de lado igual a "L" e perímetro 40. Sabemos que a *Área* (A) do retângulo é dado pelo produto dos seus lados.

Logo, a função que define a área será:

$$A(L) = (20 - L) \cdot L$$
$$A(L) = -L^2 + 20L$$

A função que define a área de um retângulo é conhecida como quadrática e seu gráfico é uma parábola.



▪

Pessoal, vamos fazer algumas observações sobre a análise gráfica:

1. A coordenada do vértice é encontrada da seguinte forma: $(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$;
2. Esse gráfico tem um valor máximo 25, sendo considerado um retângulo da área máxima, encontrado justamente no "Y" do vértice;
3. Observem que o lado para que se tenha a área máxima corresponde a 5. Sendo assim, temos um quadrado como um retângulo de área maior possível;
4. Percebam que as coordenadas (0,0) e (10,0) estão com os intervalos abertos, pois não poderão existir retângulos de lados 0 cm e 10 cm. Logo, o domínio da função está contido no intervalo]0,10[;
5. A imagem da função varia no intervalo]0,25].
6. A *Função Quadrática* tem como gráfico uma *parábola*;
7. A forma algébrica é $f(x) = ax^2 + bx + c$

AFIM	QUADRÁTICA	EXPONENCIAL
$f(x) = ax + b$	$f(x) = ax^2 + bx + c$	$f(x) = a^x$

Função Logarítmica

A fórmula geral da função logarítmica é a seguinte:

$$f(x) = \log_a x$$

Sendo que **"a"** é a base do logaritmo e deve ser um número real, positivo e diferente de zero. Definimos logaritmo como o expoente ao qual devemos elevar a base para obtermos o número x.

Ex.: $Log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

PROPRIEDADES IMPORTANTES DOS LOGARITMOS		
$(Log\ a) \cdot (Log\ b) = Log\ a + Log\ b$	$Log\ a/b = Log\ a - Log\ b$	$Log\ a^n = n \cdot Log\ a$

Questões estratégicas

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.

Q.01 (CESGRANRIO / (TRANSPETRO) / /2018)

A movimentação de cargas realizada pela empresa X, em 2017, gerou uma receita líquida (RL) de 20 milhões de reais, enquanto sua principal concorrente, a empresa Y, anunciou, no mesmo ano, uma receita líquida (RL) de 10 milhões de reais. Apesar dessa diferença, um analista observou que a RL anual da empresa X tem apresentado, nos últimos 3 anos, uma taxa de crescimento de 8% ao ano, em relação ao ano anterior, bem abaixo da taxa de crescimento de 14% ao ano apresentada pelas RL da empresa Y, no mesmo período.

n	log n
2	0,301
3	0,477
114	2,057

Assim, considerando-se as aproximações fornecidas no Quadro a seguir, o valor que mais se aproxima do tempo mínimo necessário, em anos, para que a RL da empresa Y ultrapasse a RL da empresa X, é igual a

a) 9,5

b) 10,5

c) 11,5

d) 12,5

e) 13,5

Comentários:

Nessa questão, deseja-se saber em quantos anos a empresa Y irá ultrapassar a RL da empresa X.

Sabemos que na data presente (ano zero) a empresa X tem receita de 20 milhões. Além disso, essa receita cresce 8% ao ano. Colocando em forma de função temos o seguinte:

$$f(n) = RL \cdot (1 + i)^n$$

Onde:

RL: receita líquida = 20 milhões

I: taxa de crescimento anual = 8% ao ano

n: período

Substituindo os valores, teremos o seguinte:

$$f(n) = 20 \cdot \ (1{,}08)^n$$

Já para a empresa Y temos que a RL é de 10 milhões (no presente) e a taxa de crescimento igual a 14% ao ano. Logo, a função da empresa Y será a seguinte:

$$\boldsymbol{g(n) = RL \ \cdot (1 + i)^n}$$

Onde:

RL: receita líquida = 10 milhões

i: taxa de crescimento anual = 14% ao ano

n: período

Substituindo os valores, teremos o seguinte:

$$g(n) = 10 \cdot (1{,}14)^n$$

De posse dessas funções podemos achar o período em que Y superará X. Isto é,

$$g(n) > f(n)$$

Fazendo as substituições teremos o seguinte:

$$10 \cdot (1{,}14)^n > 20 \cdot (1{,}08)^n$$

$$\left(\frac{1{,}14}{1{,}08}\right)^n > 2$$

Desconsiderando o sinal de maior e aplicando o logaritmo dos dois lados da igualdade, teremos o seguinte:

$$log\left(\frac{1{,}14}{1{,}08}\right)^n = log2$$

Agora é só aplicar as propriedades do logaritmo.

$$n \cdot \log\left(\frac{1{,}14}{1{,}08}\right) = log2$$

Vejam que podemos cortar as virgulas.

$$n \cdot \log\left(\frac{114}{108}\right) = log2$$

O logaritmo da razão é dado pelo logaritmo da diferença:

$$n \cdot (log114 - log108) = log2$$

Dados fornecidos na questão:

log 114 = 2,057

log 2 = 0,301

log 3 =0,477

Além disso, podemos escrever log 108 da seguinte forma:

$$\log 108 = \log(3^3 \cdot 2^2) = \log 3^3 + \log 2^2 = 3. \log 3 + 2 \cdot \log 2$$

Fazendo as substituições:

$$\log 108 = 3 \cdot\ 0{,}477 + 2 \cdot 0{,}301 = 2{,}033$$

Agora é só substituir os valores dos algoritmos para achar **n.**

$$n \cdot (log114 - log108) = log2$$

$$n \cdot (2{,}057 - 2{,}033) = 0{,}301$$

$$0{,}024n = 0{,}301$$

$$n = \frac{0{,}301}{0{,}024}$$

$$\boldsymbol{n = 16,54}$$

Gabarito: D

Q.02 (CESGRANRIO / TRANSPETRO / 2018)

O gráfico de uma função f: R→R é uma parábola cujo x do vértice é igual a 5.

Se x ∈ ℝ é tal que f(x) = f(x – 4), então x é igual a

a) 7

b) 8

c) 9

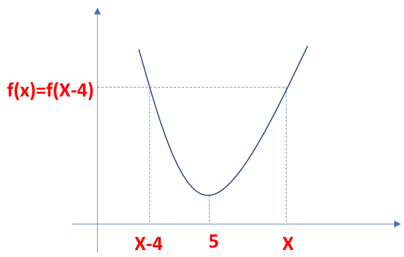
d) 10

e) 11

Comentários:

Pessoal, para responder essa questão temos que saber quer em uma parábola é uma função simétrica em relação ao seu vértice.

Nessa questão, podemos dizer que, se f(x) é igual a f(x - 4), então a distância de x até 5, ponto do vértice, será a mesma distância x - 4 até 5.



Desta forma,

$$X - 5 = 5 - (X - 4)$$

$$X - 5 = 5 - X + 4$$

$$X + X = 5 + 4 + 5$$

$$2X = 14$$

$$X = 7$$

Gabarito: A

Q.03 (CESGRANRIO / (TRANSPETRO /2018)

Um estudo revelou que o valor da variável y = f(x), em milhares de reais, em função da variável x, em milhares de peças, é dado pela função f(x) = Ax^2 + Bx + C, com x variando de 0 a 400. Considere que f(0) = 800, e f(100) = f (300) = 1.400.

Assim, o valor máximo que y pode assumir, em milhões de reais, é igual a

a) 1,2

b) 1,4

c) 1,6

d) 1,8

e) 2,0

Comentários:

Pessoal, a questão traz a seguinte expressão:

$$f(X) = A \cdot X^2 + B \cdot X + C$$

Diz também que o X varia de 0 a 400 e traz alguns valores para função (Y) para alguns X. Vejam.

f(0) = 800

f(100) = f(300) = 1.400

E quer saber o valor máximo de Y.

Substituindo os valores das funções teremos o seguinte:

$$f(X) = A \cdot X^2 + B.X + C$$

Para X = 0, f(x)=Y=800

$$800 = A \cdot 0^2 + B \cdot 0 + C$$

$$C = 800$$

Para X = 100, f(x)=Y=1.400

$$1.400 = A \cdot 100^2 + B \cdot 100 + 800$$

$$1.400 = 10.000A + 100B + 800$$

$$10.000A + 100B = 600$$

Dividindo os dois lados por 100 teremos:

$$100A + B = 6\ (\mathbf{1})$$

Para X = 300, f(x)=Y=1.400

$$1.400 = A \cdot 300^2 + B \cdot 300 + 800$$

$$1.400 = 90.000A + 300B + 800$$

$$90.000A + 300B = 600$$

Dividindo os dois lados por 300 teremos:

$$300A + B = 2\ (\mathbf{2})$$

Agora é só utilizar as equações **1** e **2** para achar os valores de **A** e **B**.

$$\mathbf{100}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = \mathbf{6}\ (\mathbf{1})$$

$$B = 6 - 100A$$

$$\mathbf{300}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = \mathbf{2}\ (\mathbf{2})$$

$$300A + (6 - 100A) = 2$$

$$200A = 2 - 6$$

$$A = -\frac{4}{200} = -\frac{1}{50} = -0{,}02$$

Agora é só achar **B**.

$$B = 6 - 100A$$

$$B = 6 - 100 \cdot (-0{,}02)$$

$$B = 8$$

Desta forma, a equação ficará da seguinte forma:

$$f(X) = A \cdot X^2 + B \cdot X + C$$

$$f(X) = -0{,}02X^2 + 8X + 800$$

Sendo, o ponto máximo dado pela seguinte expressão:

$$\frac{-B}{2A} = \frac{-8}{2 \cdot (-0{,}02)} = 200$$

Logo, o valor da função do vértice fica da seguinte forma:

$$f(X) = -0{,}02X^2 + 8X + 800$$

$$f(200) = -0{,}02 \cdot\ 200^2 + 8 \cdot\ 200 + 800$$

$$f(200) = -0{,}02 \cdot\ 40.000 + 1.600 + 800$$

$$f(200) = -800 + 1.600 + 800$$

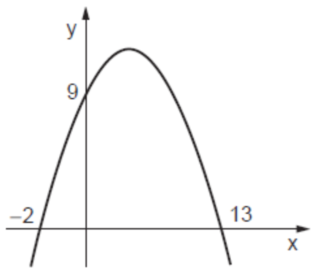
$$f(200) = 1.600$$

Portanto, **Y** assume o valor de 1.600 milhares de reais, o que corresponde a 1,6 milhões de reais.

Gabarito: C

Q.04 (CESGRANRIO / TRANSPETRO / 2018)

O gráfico de uma função quadrática, mostrado na Figura a seguir, intersecta o eixo y no ponto (0,9), e o eixo x, nos pontos (-2, 0) e (13, 0).



Se o ponto P(11, k) é um ponto da parábola, o valor de k será

a) 5,5

b) 6,5

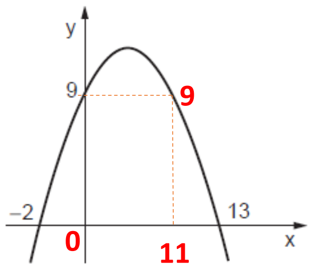
c) 7

d) 7,5

e) 9

Comentários:

Pessoal, essa é mais uma questão de simetria, pois uma parábola é uma função simétrica em relação ao seu vértice. Desta forma, não precisamos fazer cálculo algum para saber que o valor de **k** será 9. É só observar o gráfico abaixo.



O ponto dada na questão foi P(11, k) = P(x, y). Logo, o x é 11 e o y é 9.

Gabarito: E

Q.05 (CESGRANRIO / Escriturário (BB) / 2018)

Sabe-se que g é uma função par e está definida em todo domínio da função f, e a função f pode ser expressa por $f(x) = x^2 + k \cdot x \cdot g(x)$.

Se f(1) = 7, qual o valor de f(–1)?

a) 7

b) 5

c) -7

d) -6

e) -5

Comentários:

Pessoal, na questão é dito que g(x) é uma função par. Logo, como g é uma função par, teremos o seguinte:

$$g(x) = g(-x)$$

Na questão foi dada a seguinte função:

$$f(x) = x^2 + k \cdot x \cdot g(x)$$

Além disso, diz que f(1) = 7 e quer saber o valor de f(-1).

A primeira coisa a ser feita é substituir o valor de x=1 e com isso achar g(1).

$$f(1) = 1^2 + k \cdot 1 \cdot g(1)$$

$$7 = 1 + k \cdot g(1)$$

$$g(1) = \frac{6}{k}$$

Sendo que queremos f(-1).

$$f(-1) = (-1)^2 + k \cdot (-1) \cdot g(-1)$$

$$f(-1) = 1 - k \cdot g(-1)$$

Sabemos que,

$$g(x) = g(-x)$$

Logo,

$$g(1) = g(-1)$$

Portanto, podemos fazer a substituição de g(1) em g(-1) e com isso encontrar o valor de f(-1).

$$f(-1) = 1 - k \cdot g(-1)$$

Onde:

$$g(1) = \frac{6}{k} = g(-1)$$

$$f(-1) = 1 - k \cdot \frac{6}{k}$$

$$f(-1) = 1 - 6$$

$$f(-1) = \mathbf{-5}$$

Gabarito: E

Q.06 (VUNESP / Pref. Municipal de Olímpia – SP / 2019)

Carmem contratou um plano de telefone celular pelo qual ela paga a quantia fixa de R$ 60,00 por mês, com direito a 300 minutos de ligações para telefones, celulares ou fixos, de qualquer operadora. Se ela utilizar mais de 300 minutos, pagará R$ 0,90 por minuto extra. Se no final do mês Carmem pagou R$ 78,00 de conta, o número de minutos extras que ela utilizou foi

a) 14.
b) 16.
c) 18.
d) 20.
e) 22.

Comentários:

Questão clássica de função do 1° grau (afim). Mas, não precisamos algebrizar a questão, vamos fazer interpretando os dados, ok?

Dos R$ 78,00, temos que R$ 60,00 se referem a parte fixa, ok?

Logo, o excedente em reais foi de: (78 – 60) = R$ 18,00

O enunciado da questão foi bem claro ao dizer que seriam cobrados R$0,90 por cada minuto excedente, logo basta dividir R$ 18,00 por R$ 0,90, para determinarmos o resultado da questão: ***20 minutos.***

Resolvendo por álgebra, teríamos que definir a lei de formação da função:

$$f(x) = 60{,}00 + (x - 300) \cdot 0{,}90$$

Teríamos, em seguida, que igualar a função ao valor pago:

$$60{,}00 + (x - 300) \cdot 0{,}90 = 78{,}00$$

$$x = 320$$

Gabarito: D

Q.07 (VUNESP / Câmara Municipal de Nova Odessa – SP / 2018)

Em uma biblioteca, o aluno que retirar um livro, e ele atrasar para devolvê-lo, pagará uma multa de R$ 5,00, mais R$ 2,00 por dia de atraso na devolução. Se um estudante, que atrasou na devolução de um livro, pagou R$ 21,00, o número de dias que ele atrasou a entrega foi:

a) 9.
b) 8.
c) 7.
d) 6.
e) 5.

Comentários:

$$M(d) = 5{,}00 + 2d$$

(essa seria nossa função, ok?)

Como a M(d) = 21,00, logo:

$$21{,}00 = 5{,}00 + 2d$$

$$2d = 16$$

$$d = 8 \text{ dias}$$

Acredito que vocês fariam essa questão sem a necessidade de escrever a Lei de Formação da Função.

Gabarito: B

Q.08 (VUNESP / Polícia Militar – SP / 2019)

No início do ano de 2019, uma rede social de discussões sobre determinado assunto contava com 6 000 pessoas cadastradas. Sabe-se que o número de pessoas cadastradas tem, praticamente, dobrado de ano a ano, desde a sua criação, no início do ano de 2015. Fazendo-se corresponder t = 0 ao ano de 2015, t = 1 ao ano de 2016, e assim sucessivamente, a representação algébrica da função que melhor representa o número N de pessoas cadastradas nessa rede social, em função de "t", enquanto o número de pessoas cadastradas continuar dobrando, ano a ano, é:

a) $N(t) = 375 \cdot 2^t$
b) $N(t) = 750 \cdot 2^t$
c) $N(t) = 1500 \cdot 2^t$
d) $N(t) = 3000 \cdot 2^t$
e) $N(t) = 6000 \cdot 2^t$

Comentários:

Uma questão clássica de função exponencial que dá uma situação problema e nos pede a lei de formação da função.

Pessoal, uma dica aí é você usar as próprias alternativas para encontrar a resposta, ok?

De 2015 a 2019, há 3 variações sucessivas, né isso? Cuidado para não contar 4, hein?

São 04 anos, de fato, mas apenas 03 intervalos de aumentos:

2015 a 2016 / 2016 a 2017 / 2017 a 2018 / 2018 a 2019

Se em 2019 havia 6000 pessoas cadastradas e eu preciso saber o total no ***início de 2015***, basta fazer a operação inversa da multiplicação, ok? Ou seja, vamos dividir 6000 por 2 em ***4 intervalos***.

De 2019 a 2018: 6000 dividido por 2 = 3000,00

De 2018 a 2017: 3000 dividido por 2 = 1500,00

De 2017 a 2016: 1500 dividido por 2 = 750,00 (valor no final de 2015)

Então, para sabermos o valor no inicio de 2015 (t = 0), teremos 750 dividido por 2 = ***375***

Logo, nossa função será:

$$N(t) = 375 \cdot 2^t$$

Gabarito: A

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Q.01 (CESGRANRIO / (TRANSPETRO) / /2018)

A movimentação de cargas realizada pela empresa X, em 2017, gerou uma receita líquida (RL) de 20 milhões de reais, enquanto sua principal concorrente, a empresa Y, anunciou, no mesmo ano, uma receita líquida (RL) de 10 milhões de reais. Apesar dessa diferença, um analista observou que a RL anual da empresa X tem apresentado, nos últimos 3 anos, uma taxa de crescimento de 8% ao ano, em relação ao ano anterior, bem abaixo da taxa de crescimento de 14% ao ano apresentada pelas RL da empresa Y, no mesmo período.

n	log n
2	0,301
3	0,477
114	2,057

Assim, considerando-se as aproximações fornecidas no Quadro a seguir, o valor que mais se aproxima do tempo mínimo necessário, em anos, para que a RL da empresa Y ultrapasse a RL da empresa X, é igual a

a) 9,5

b) 10,5

c) 11,5

d) 12,5

e) 13,5

Q.02 (CESGRANRIO / TRANSPETRO / 2018)

O gráfico de uma função f: R→R é uma parábola cujo x do vértice é igual a 5.

Se $x \in \mathbb{R}$ é tal que f(x) = f(x – 4), então x é igual a

a) 7

b) 8

c) 9

d) 10

e) 11

Q.03 (CESGRANRIO / (TRANSPETRO /2018)

Um estudo revelou que o valor da variável y = f(x), em milhares de reais, em função da variável x, em milhares de peças, é dado pela função $f(x) = Ax^2 + Bx + C$, com x variando de 0 a 400. Considere que f(0) = 800, e f(100) = f (300) = 1.400.

Assim, o valor máximo que y pode assumir, em milhões de reais, é igual a

a) 1,2

b) 1,4

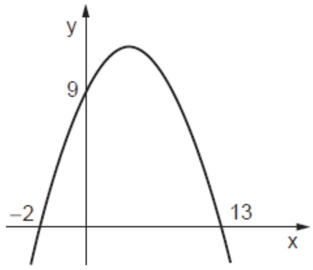
c) 1,6

d) 1,8

e) 2,0

Q.04 (CESGRANRIO / TRANSPETRO / 2018)

O gráfico de uma função quadrática, mostrado na Figura a seguir, intersecta o eixo y no ponto (0,9), e o eixo x, nos pontos (-2, 0) e (13, 0).



Se o ponto P(11, k) é um ponto da parábola, o valor de k será

a) 5,5

b) 6,5

c) 7

d) 7,5

e) 9

Q.05 (CESGRANRIO / Escriturário (BB) / 2018)

Sabe-se que g é uma função par e está definida em todo domínio da função f, e a função f pode ser expressa por $f(x) = x^2 + k \cdot x \cdot g(x)$.

Se f(1) = 7, qual o valor de f(–1)?

a) 7

b) 5

c) -7

d) -6

e) -5

Q.06 (VUNESP / Pref. Municipal de Olímpia – SP / 2019)

Carmem contratou um plano de telefone celular pelo qual ela paga a quantia fixa de R$ 60,00 por mês, com direito a 300 minutos de ligações para telefones, celulares ou fixos, de qualquer operadora. Se ela utilizar mais de 300 minutos, pagará R$ 0,90 por minuto extra. Se no final do mês Carmem pagou R$ 78,00 de conta, o número de minutos extras que ela utilizou foi

a) *14.*
b) *16.*
c) *18.*
d) *20.*
e) *22.*

Q.07 (VUNESP / Câmara Municipal de Nova Odessa – SP / 2018)

Em uma biblioteca, o aluno que retirar um livro, e ele atrasar para devolvê-lo, pagará uma multa de R$ 5,00, mais R$ 2,00 por dia de atraso na devolução. Se um estudante, que atrasou na devolução de um livro, pagou R$ 21,00, o número de dias que ele atrasou a entrega foi

a) 9.
b) 8.
c) 7.
d) 6.
e) 5.

Q.08 (VUNESP / Polícia Militar – SP / 2019)

No início do ano de 2019, uma rede social de discussões sobre determinado assunto contava com 6 000 pessoas cadastradas. Sabe-se que o número de pessoas cadastradas tem, praticamente, dobrado de ano a ano, desde a sua criação, no início do ano de 2015. Fazendo-se corresponder t = 0 ao ano de 2015, t = 1 ao ano de 2016, e assim sucessivamente, a representação algébrica da função que melhor representa o número N de pessoas cadastradas nessa rede social, em função de "t", enquanto o número de pessoas cadastradas continuar dobrando, ano a ano, é:

a) $N(t) = 375 \cdot 2t$
b) $N(t) = 750 \cdot 2^t$
c) $N(t) = 1500 \cdot 2^t$
d) $N(t) = 3000 \cdot 2^t$
e) $N(t) = 6000 \cdot 2^t$

Gabarito

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	A	C	E	E	D	B	A	*	*

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.