Aula 02

PRF (Policial) Bizu Estratégico - 2023 (Pré-Edital)

Autor:

Heloísa Tondinelli, Elizabeth Menezes de Pinho Alves, Marcela Neves Suonski, Willian Henrique Daronch, Arthur Fontes da Silva Jr, Leonardo Mathias

21 de Fevereiro de 2023

BIZU ESTRATÉGICO – RACIOCÍNIO LÓGICO

POLÍCIA RODOVIÁRIA FEDERAL

Olá, prezado aluno. Tudo certo?

Neste material, traremos uma seleção de *bizus* da disciplina de Raciocínio Lógico para o concurso da Polícia Rodoviária Federal.

O objetivo é proporcionar uma revisão rápida e de alta qualidade aos alunos por meio de tópicos que possuem as maiores chances de incidência em prova.

Todos os *bizus* destinam-se a alunos que já estejam na fase bem final de revisão (que já estudaram bastante o conteúdo teórico da disciplina e, nos últimos dias, precisam revisar por algum material bem curto e objetivo).

Leonardo Mathias

@profleomathias

ANÁLISE ESTATÍSTICA

Segue abaixo uma análise estatística dos assuntos mais exigidos pela Banca Cebraspe na Área Policial, para mandarmos super bem na prova!

Raciocínio Lógico	
Assunto	% de cobrança
Estruturas Lógicas e Equivalências Lógicas	22,14%
Análise Combinatória	15,00%
Lógica de Primeira Ordem e Lógica de Argumentação	14,28%
Probabilidade	8,57%

Raciocínio Lógico – PRF		
Assunto	**Bizus**	**Caderno de Questões**
Estruturas Lógicas e Equivalências Lógicas	1 e 2	*http://questo.es/0yjo79*
Análise Combinatória	3 a 6	*http://questo.es/5vv2gc*
Probabilidade	7 a 10	*http://questo.es/6xo6g6*
Lógica de Primeira Ordem e Lógica de Argumentação	11 a 15	*http://questo.es/edqhae*

Apresentação

Olá, futuro(a) aprovado(a)! Antes de darmos início aos nossos trabalhos, farei uma breve apresentação:

Meu nome é ***Leonardo Mathias***, tenho 33 anos e sou natural do Rio de Janeiro. Atualmente, vivo em São Paulo em virtude do exercício do cargo de ***Auditor de Controle Externo*** no Tribunal de Contas do Estado de São Paulo (***TCE-SP***), tendo sido aprovado no último certame, realizado no ano de 2017.

Sou Bacharel em Administração e Ciências Navais pela Escola Naval (2011), Pós-Graduado em Gestão Pública pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Pós-Graduado em Intendência pelo Centro de Instrução e Adestramento Almirante Newton Braga, e trabalhei durante vários anos como Oficial do Corpo de Intendentes da Marinha do Brasil, tendo alcançado o posto de Capitão.

Meu contato com os concursos públicos começou cedo: aos 13 anos, em 2003, fui aprovado nos principais certames militares de nível médio existentes no Brasil (Colégio Naval e EPCAr). Após quase 13 anos de vida na caserna, decidi buscar novos horizontes de vida e voltei a estudar para concursos públicos, tendo tido a felicidade de ser aprovado em alguns concursos, inclusive da Área Fiscal, mas optei por tornar-me Auditor de Controle Externo do TCE-SP.

Como pode perceber, há pouco tempo, eu estava justamente aí onde você, concurseiro, está. Logo, utilizarei as experiências e conhecimentos adquiridos ao longo da minha trajetória para auxiliá-lo(a) na disciplina de <u>Raciocínio Lógico</u>. Fiz uma análise bem cautelosa dos pontos mais queridos pela banca examinadora, e todos eles estão aqui! Cada questão no concurso vale ouro, então não podemos dar bobeira! Mãos à obra!

Leonardo Mathias

Estruturas Lógicas. Equivalências Lógicas

1) Estruturas Lógicas

Introdução às proposições

Proposição lógica

Proposição lógica: é uma <u>oração</u> <u>declarativa</u> à qual pode ser atribuída <u>um, e apenas um</u>, dos dois possíveis **valores lógicos**: <u>verdadeiro</u> ou <u>falso</u>.

1.Oração: presença de **verbo**.

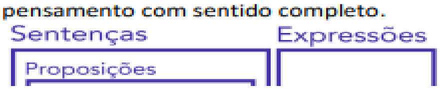
2.Sentença declarativa (afirmativa ou negativa): **não são** proposições as sentenças **exclamativas**, **interrogativas**, **imperativas** e **optativas**.
- "Que noite agradável!" - **Sentença exclamativa**
- "Qual é a sua idade?" - **Sentença interrogativa**
- "Chute a bola." - **Sentença imperativa** (indica uma ordem)
- "Que Deus o conserve." - **Sentença optativa** (exprime um desejo)

3.Admite um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos: **não são** proposições as **sentenças abertas** nem os **paradoxos**.
- " $x + 9 = 10$" - **Sentença aberta**
- "<u>Ele</u> correu 100 metros em 9,58 segundos no ano de 2009." - **Sentença aberta**
- "Esta frase é uma mentira." - **Paradoxo**

Quantificadores: "**todo**", "**algum**", "**nenhum**", "**pelo menos um**", "**existe**" e suas variantes transformam uma sentença aberta em uma proposição.

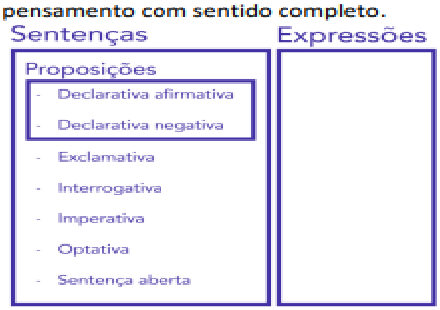
Distinção entre proposição, sentença e expressão

Sentença: é a exteriorização de um pensamento com **sentido completo**.
Expressões: **não** exprimem um pensamento com sentido completo.



Distinção entre proposição, sentença e expressão

Sentença: é a exteriorização de um pensamento com **sentido completo**.
Expressões: **não** exprimem um pensamento com sentido completo.



As bancas costumam utilizar a palavra **expressão** como **sinônimo de sentença**.

A lógica bivalente e as leis do pensamento
Lógica Bivalente = **Lógica Proposicional**, **Lógica Clássica**, **Lógica Aristotélica**. Obedece três princípios, conhecidos por Leis do Pensamento:
1. Identidade: Uma proposição verdadeira é sempre verdadeira, e uma proposição falsa é sempre falsa.
2. Não Contradição: Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
3. Terceiro Excluído: Uma proposição **ou é verdadeira ou é falsa**. Não existe um terceiro valor "talvez".

Proposições simples

Definição de proposição simples

Proposição simples: não pode ser dividida proposições menores.

Negação de proposições simples

A negação de uma proposição simples **p** gera uma nova proposição simples **~p**.
Uso do "não" e de expressões correlatas: "**não**", "**não é verdade que**", "**é falso que**".
A nova proposição **~p** sempre terá o valor lógico oposto da proposição original **p**.

Se a proposição original é uma sentença declarativa negativa, a negação dela será uma sentença declarativa afirmativa.

q: "Taubaté **não é** a capital do Mato Grosso."
~**q**: "Taubaté **é** a capital do Mato Grosso."

Negação usando antônimos: nem sempre o uso de um antônimo nega a proposição original. "O Grêmio venceu o jogo". É **errado** dizer que a negação é "o Grêmio perdeu o jogo", porque o jogo poderia ter empatado.

Para negar uma proposição simples formada por uma oração principal e por orações subordinadas, **devemos negar o verbo da oração principal**.

Dupla negação: ~(~p) ≡ p.
Várias negações em sequência:
- Número **par** de negações: proposição **equivalente a original**; e
- Número **ímpar** de negações: nova proposição é a **negação da proposição original**.

Descompasso entre a língua portuguesa e a linguagem proposicional: para a linguagem proposicional, "**não** vou comer **nada**" seria equivalente a "vou comer". Na língua portuguesa, tal frase significa que a pessoa realmente não vai comer coisa alguma.

p: "Vou comer."
~p: "Vou comer **nada**."
~ (~p): "**Não** vou comer **nada**."

Proposições compostas

Proposição composta: resulta da combinação de duas ou mais proposições simples por meio do uso de **conectivos.**

Valor lógico (V ou F) de uma proposição composta: depende dos valores lógicos atribuídos às proposições simples que a compõem.

O operador lógico de **negação (~) não é um conectivo**.

<table>
<tr><th>Tipo</th><th>Conectivo mais comum</th><th>Notação</th><th>Notação alternativa</th><th>Conectivos alternativos</th></tr>
<tr><td>Conjunção</td><td>e</td><td>$p \wedge q$</td><td>$p \& q$
$p \cap q$</td><td>p, mas q</td></tr>
<tr><td>Disjunção Inclusiva</td><td>ou</td><td>$p \vee q$</td><td>$p \cup q$</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Disjunção Exclusiva</td><td rowspan="3">ou... ,ou</td><td rowspan="3">$p \veebar q$</td><td rowspan="3">$p \oplus q$</td><td>p ou q, mas não ambos</td></tr>
<tr><td>p, ou q</td></tr>
<tr><td>p ou q (depende do contexto)</td></tr>
<tr><td rowspan="12">Condicional</td><td rowspan="12">se... ,então</td><td rowspan="12">$p \rightarrow q$</td><td rowspan="12">$p \supset q$</td><td>p implica q</td></tr>
<tr><td>Quando p, q</td></tr>
<tr><td>Toda vez que p, q</td></tr>
<tr><td>p somente se q</td></tr>
<tr><td>Se p, q</td></tr>
<tr><td>Como p, q</td></tr>
<tr><td>p, logo q</td></tr>
<tr><td>q,se p</td></tr>
<tr><td>q,pois p</td></tr>
<tr><td>q porque p</td></tr>
<tr><td>p é condição suficiente para q</td></tr>
<tr><td>q é condição necessária para p</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Bicondicional</td><td rowspan="6">se e somente se</td><td rowspan="6">$p \leftrightarrow q$</td><td rowspan="6">-</td><td>p assim como q</td></tr>
<tr><td>p se e só se q</td></tr>
<tr><td>Se p então q e se q então p</td></tr>
<tr><td>p somente se q e q somente se p</td></tr>
<tr><td>p é condição necessária e suficiente para q</td></tr>
<tr><td>q é condição necessária e suficiente para p</td></tr>
</table>

A palavra "Se" aponta para a condição Suficiente: "Se p, então q".

Condicional ($p \rightarrow q$)	
p	q
Antecedente	Consequente
Precedente	Subsequente
Condição suficiente	**Condição necessária**

A **recíproca** de **p→q** é dada pela troca entre antecedente o e o consequente: **q→p**. **A recíproca é uma proposição completamente diferente da condicional original.**

Conjunção (p∧q): é verdadeira somente quando as proposições **p** e **q** são ambas verdadeiras.
Disjunção Inclusiva (p∨q): é falsa somente quando as proposições **p** e **q** são ambas falsas.
Condicional (p→q): é falsa somente quando a primeira proposição é verdadeira e a segunda é falsa.
Disjunção Exclusiva (p⊻q): é falsa quando ambas as proposições tiverem o mesmo valor.
Bicondicional (p↔q): é verdadeira quando ambas as proposições tiverem o mesmo valor.

Conjunção "e"		
p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disjunção Inclusiva "ou"		
p	q	p∨q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Condicional "se... então"		
p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Disjunção Exclusiva "ou...ou"		
p	q	p⊻q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Bicondicional "se e somente se"		
p	q	p↔q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Conversão da linguagem natural para a proposicional

Ordem de precedência da negação e dos conectivos

1. Realizar a negação abrangendo o menor enunciado possível (~);
2. Conjunção (∧);
3. Disjunção inclusiva (∨);
4. Disjunção exclusiva (⊻);
5. Condicional (→);
6. Bicondicional (↔).

Análise do significado das proposições

O termo **proposição** é usado para se referir ao significado das orações.

Tabela-verdade

Número de linhas = 2^n, n proposições simples.

O operador de **negação "~"** **não altera** o número de linhas.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.
Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.
Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.
Passo 4: obter o valor das demais proposições.

Tautologia, contradição e contingência

Tautologia é uma proposição cujo valor lógico da tabela-verdade é sempre verdadeiro.
Contradição é uma proposição cujo valor lógico é sempre falso.
Contingência é uma proposição cujos valores lógicos podem ser tanto V quanto F, dependendo diretamente dos valores atribuídos às proposições simples que a compõem.

$p \vee \sim p$ é uma tautologia

$p \wedge \sim p$ é uma contradição

Métodos para determinar se uma proposição é uma tautologia ou uma contradição

Primeiro método: determinar a tabela-verdade.

Segundo método: provar por absurdo.

Terceiro método: álgebra de proposições

Dizemos que uma proposição **p** implica **q** quando a condicional **p→q** é uma tautologia. A representação da afirmação "**p** implica **q**" é representada por **p ⇒ q**

2) Equivalências Lógicas

Equivalências lógicas

Duas proposições **A** e **B** são **equivalentes** quando todos os **valores lógicos** (V ou F) assumidos por elas **são iguais** para **todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem**.

Equivalências fundamentais

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

Contrapositiva

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

Transformação da condicional em disjunção inclusiva

$$p \vee q \equiv \sim p \rightarrow q$$

Transformação da disjunção inclusiva em condicional

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Transformação da bicondicional em condicional/conjunção

Equivalências provenientes da negação de proposições

Dupla negação da proposição simples

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (leis de De Morgan)

Para negar "e": **negar ambas** as proposições e **trocar o conectivo por "ou"**.

$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Para negar "ou": **negar ambas** as proposições e **trocar o conectivo por "e"**.

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

Negação da condicional

$$\sim (p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

Negação da disjunção exclusiva

$$\sim(p \underline{\vee} q) \equiv p \leftrightarrow q$$

Negação da bicondicional

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \underline{\vee} q$$

$$\boxed{\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p) \leftrightarrow q}$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

Outras equivalências
Equivalência do conectivo bicondicional
$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$
Negação da conjunção para a forma condicional
$\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$
$\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$
Conjunção de condicionais
Quando o **termo comum** é o **consequente**, a equivalência apresenta uma **disjunção inclusiva** no **antecedente**.
$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$
Quanto o **termo comum** é o **antecedente**, a equivalência apresenta uma **conjunção** no **consequente**.
$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$

Introdução à álgebra de proposições
Propriedade comutativa
Todos os conectivos, **exceto o condicional "se...então"**, apresentam propriedade comutativa.
$p \wedge q \equiv q \wedge p$ $p \vee q \equiv q \vee p$ $p \underline{\vee} q \equiv q \underline{\vee} p$ $p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$
Propriedade associativa
$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
Propriedade distributiva
$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

Análise Combinatória

3) Princípios Fundamentais da Contagem

Princípio Multiplicativo

*Se um evento A ocorre de **m** maneiras diferentes **e** se, para cada uma dessas maneiras, um outro evento B ocorre de **n** maneiras diferentes, então o número de maneiras diferentes de **ambos** os eventos (A **e** B) ocorrerem é **m x n**.*

Podemos extrapolar esse princípio para qualquer número de eventos. Ou seja, se tivermos um terceiro evento C que ocorre de p maneiras diferentes, então o número de maneiras diferentes de os eventos A, B e C ocorrerem é m x n x p.

Generalizando, para n eventos, com $\mathbf{p_1}$ possibilidades para o evento A_1, $\mathbf{p_2}$ possibilidades para o evento A_2, ... e $\mathbf{p_n}$ possibilidades para o evento A_n, então o número de maneiras de **todos** os n eventos ocorrerem é:

$$P(A_1 \text{ e } A_2 \text{ e } \dots \text{ e } A_n) = p_1 \times p_2 \times \dots \times p_n$$

Contagem de Divisores

Com base no princípio multiplicativo, é possível calcular a quantidade de divisores de um número natural. O primeiro passo é fatorar o número natural em números primos. Para exemplificar, vamos trabalhar com o número 60. Podemos calcular os divisores primos da seguinte forma:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Assim, podemos representar o número 60, a partir dos seus divisores primos, da seguinte forma:

$$60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$$

Todos os divisores de um número são compostos do produto de um conjunto dos seus divisores primos. Por exemplo, o número 15 é produto de 3 e 5, podendo ser representado da seguinte forma:

$$15 = 2^{\mathbf{0}} \times 3^{\mathbf{1}} \times 5^{\mathbf{1}}$$

De maneira geral, todos os divisores de 60, que podemos denotar por d\$% , podem ser representados da seguinte forma:

$$d_{60} = 2^{x} \times 3^{y} \times 5^{z}, \qquad sendo\ \boldsymbol{x} \leq \mathbf{2}, \boldsymbol{y} \leq \mathbf{1}, \boldsymbol{z} \leq \mathbf{1}$$

Logo, as possibilidades para cada expoente são:
- x: 0, 1 ou 2 (3 possibilidades);
- y: 0 ou 1 (2 possibilidades);
- z: 0 ou 1 (2 possibilidades)

Pelo princípio multiplicativo, devemos multiplicar as possibilidades desses eventos para encontrar o número de possibilidades, no total: 3 x 2 x 2 = 12

Logo, há 12 divisores de 60

Observe que os **expoentes dos divisores primos** de 60 eram **2**, **1** e **1**, e os valores multiplicados para encontrar o número de divisores foram **3**, **2** e **2**.

Portanto, basta **somar 1 a cada expoente e multiplicá-los**:

Número de Divisores = (2 + 1) x (1 + 1) x (1 + 1) = 3 x 2 x 2

Princípio Aditivo

*Se o evento A ocorre de m maneiras diferentes e o evento B ocorre de n maneiras diferentes, e se A e B são **mutuamente exclusivos*** (ou seja, se um ocorrer o outro **não** ocorre), *então o número de maneiras de ocorrer **um** dos eventos (A **ou** B) é **m + n**.*

Havendo n eventos **mutuamente exclusivos**, com $\mathbf{p_1}$ possibilidades para o evento A_1, $\mathbf{p_2}$ possibilidades para o evento A_2, ... e $\mathbf{p_n}$ possibilidades para o evento A_n, então o número de maneiras **um** dos n eventos ocorrer é:

$$P(A_1 \text{ ou } A_2 \text{ ou } \ldots \text{ ou } A_n) = p_1 + p_2 + \ldots + p_n$$

Em suma, quando ocorrem ambos eventos (A e B), multiplicamos as possibilidades de cada evento (princípio multiplicativo); quando ocorre somente um dos eventos (A ou B), somamos as possibilidades de cada evento (princípio aditivo).

Eventos Concomitantes: A **e** B	→	Princípio Multiplicativo: n(A) **x** n(B)
Eventos Excludentes: A **ou** B	→	Princípio Aditivo: n(A) **+** n(B)

Agora, vejamos ver um exemplo combinando esses dois princípios.

Vamos considerar que Maria precisa se vestir e se calçar, dispondo de **4 vestidos**, **2 saias**, **3 blusas** e **5 sapatos**. Nesse caso, Maria irá colocar um **vestido (evento A)** **OU** um conjunto de **saia (evento B)** e **blusa (evento C)**. De uma forma ou de outra, irá colocar **TAMBÉM** um **sapato (evento D)**.

Nessa situação, temos:

i) Os eventos B (saia) e C (blusa) são **concomitantes** – princípio **multiplicativo**: 2 x 3 = **6** possibilidades;

ii) Os eventos A (vestido) e **(i) (saia e blusa)** são **excludentes** – princípio **aditivo**: 4 + 6 = **10** possibilidades;

iii) Os eventos D (sapato) e **(iii) (saia e blusa ou vestido)** são **concomitantes** – princípio multiplicativo: 5 x 10 = 50 possibilidades.

Casa dos Pombos

*Se **n** pombos devem se abrigar em **m** casas e se **n > m**, então pelo menos uma casa irá conter **mais de um** pombo.*

4) Fatorial de um número natural

O fatorial de um número natural (como 0, 1, 2, 3, ...) é representado como:

$$n!$$

O fatorial representa o **produto de todos os números inteiros positivos menores ou iguais àquele número**, conforme indicado a seguir:

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 2 \times 1$$

Por exemplo:

2! = 2 x 1 = 2

3! = 3 x 2 x 1 = 6

4! = 4 x 3 x 2 x 1 = 24

5! = 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 120

6! = 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 72

Agora, vejamos dois casos especiais do fatorial. O fatorial de 1 pode ser entendido pela própria definição de fatorial. Como não há número inteiro positivo menor do que 1, apenas igual, então esse será o único fator:

1! = 1

O segundo caso especial é 0! Você pode considerar como convenção o seguinte resultado:

0! = 1

5) Permutação

As técnicas de permutação permitem calcular as diferentes possibilidades de se ordenar elementos.

Permutação Simples

Portanto, a **permutação simples** de **n elementos** distintos P_n, isto é, o **número de possibilidades de ordenar n elementos distintos**, é dada por:

$$P_n = n!$$

Ex: $P_3 = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

Permutação Simples com Restrição

É possível que algumas questões de permutações imponham determinadas restrições. Nesses casos, nem todos os elementos poderão permutar livremente, o que exige mais atenção para resolver a questão.

Na permutação simples com restrição, (i) podemos designar posições para determinados elementos ou (ii) podemos determinar elementos a permanecerem juntos.

i) Quando designamos posições, devemos permutar os demais elementos.

i.a) Havendo p elementos fixos em determinadas posições, dentre n elementos no total, devemos **permutar n – p elementos**:

$$P_{n-p} = (n-p)!$$

i.b) Caso os p elementos possam ser **reordenados** dentre as posições designadas, devemos **multiplicar** o resultado anterior pela **permutação de p elementos:**

$$P_{n-p} \times P_p = (n-p)! \times p!$$

ii) Quando determinamos elementos a permanecerem juntos, devemos considerá-los como elementos único e **permutar esse novo elemento junto aos demais.**

ii.a) Havendo j elementos que deverão permanecer juntos em determinada ordem, dentre n elementos no total, devemos permutar **os demais n – j elementos acrescidos de 1** unidade, a qual corresponde ao conjunto dos j elementos:

$$P_{n-j+1} = (n-j+1)!$$

i.b) Se os j elementos que deverão permanecer juntos puderem ser reordenados entre si, devemos **multiplicar** o resultado anterior pela **permutação de j elementos**:

$$P_{n-j+1} \times P_j = (n-j+1)! \times j!$$

Permutação com repetição

De modo geral, sendo n elementos totais, com $m_1, m_2, \dots, m_k$ elementos distintos repetidos, a permutação desses elementos é dada por:

$$P_n^{m_1, m_2, \dots, m_k} = \frac{n!}{m_1! \times m_2! \times \dots \times m_k!}$$

Permutação circular

Em geral, como **fixamos um** dos elementos, a permutação circular de n elementos, indicada por PC_n, é:

$$PC_n = (n-1)!$$

6) Arranjo e Combinação

As técnicas que veremos nesta seção (arranjo e combinação) trabalham com a seleção de um subconjunto dos elementos. A ordem dos elementos selecionados será relevante para o arranjo, mas não para a combinação. Em outras palavras, selecionar os elementos A e B ou os elementos B e A são possibilidades distintas para o arranjo, porém equivalentes para a combinação.

Arranjo Simples

O arranjo de um conjunto finito de elementos é um subconjunto desses elementos, de tal maneira que a sua ordenação seja relevante.

Para o caso geral de um arranjo **sem reposição** de k elementos, em um conjunto de n elementos distintos, temos:

$$A_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Outra notação possível para o arranjo é A_n^k.

Ex.: Suponha que existam 6 pessoas em um sorteio, em que 3 delas serão sorteadas, não sendo possível sortear a mesma pessoa mais de uma vez. Considerando a ordem relevante, de quantas formas 3 pessoas poderão ser sorteadas?

Como ocorrerão os três sorteios, pelo princípio multiplicativo, devemos multiplicar as possibilidades de cada evento. Dessa forma, o resultado desse arranjo é:

$$6 \times 5 \times 4$$

No caso de $k = 4$ sorteios para um conjunto de $n = 10$ pessoas, fazemos

$$\frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!} = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5.040$$

A fórmula de arranjo que acabamos de ver serve para casos **sem reposição**, ou seja, quando um mesmo elemento **não** puder ser selecionado **mais de uma vez**.

Caso haja reposição, o **número de elementos disponíveis** para cada sorteio é sempre o **mesmo**. Por exemplo, em uma seleção, cuja ordem importe, de 3 elementos, dentre 6 elementos disponíveis no total, **com reposição**, o número de possibilidades é:

$$6 \times 6 \times 6 = 6^3$$

De modo geral, o arranjo **com reposição** (ou **repetição**) de k elementos dentre n elementos no total é dado por:

$$A_{n,k} = \underbrace{n \times n \times \ldots \times n}_{k \text{ vezes}} = n^k$$

Combinação Simples

Assim como no caso do arranjo, a combinação é uma seleção de elementos de um conjunto finito. Entretanto, para a combinação, a ordem não importa. Por exemplo, em um sorteio de participantes para um grupo de estudo, a ordem do sorteio de cada participante é irrelevante.

De maneira geral, a combinação **sem reposição** de k elementos, de um total de n elementos, é dada por:

$$C_{n,k} = \frac{A_{n,k}}{P_k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Outras notações comuns para a combinação são C_n^k ou $\binom{n}{k}$.

Probabilidade

7) Princípio Fundamental da Contagem

- Se um experimento pode ocorrer em várias etapas sucessivas e independentes de tal modo que:
    - **P1** é o número de possibilidades da 1ª etapa.
    - **P2** é o número de possibilidades da 2ª etapa.
    - **Pn** é o número de possibilidades da n-ésima etapa.

  O número total de possibilidades de o acontecimento ocorrer é igual a:

$$\boldsymbol{p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_n}$$

8) Definições de Probabilidade

- Espaço amostral é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório
- Evento é todo subconjunto do espaço amostral
- Quando o evento é igual ao espaço amostral, dizemos que o evento é certo.
- Quando o evento é igual ao conjunto vazio, dizemos que o evento é impossível.

- **Definição Clássica de Probabilidade:**

$$Probabilidade = \frac{\textbf{Número de casos favoráveis}}{\textbf{Número de casos possíveis}}$$

- Frequência relativa – realizando-se um experimento aleatório **N** vezes, definimos frequência relativa de um evento como sendo o número ***f*** tal que:

$$f = \frac{n}{N}$$

- **Combinações de eventos:**
    - União de dois eventos: Considere dois eventos A e B. O evento união ocorre se e somente se A ou B (ou ambos) ocorrerem.
    - A intersecção de dois eventos: Considere dois eventos A e B. O evento interseção ocorre se e somente se os dois eventos ocorrerem (A e B ocorrerem)

- Complementar de um evento: Considere um evento A. O evento complementar de A ocorre se e somente se não ocorre A.
- Se $\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} = \boldsymbol{U}$, dizemos que A e B são eventos exclusivos.
- Se $\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} = \emptyset$, dizemos que A e B são eventos mutuamente exclusivos (ou excludentes).

- **Definição Axiomática de Probabilidade**:
  - $P(A) \geq 0$
  - $P(U) = 1$
  - Se A e B são eventos mutuamente excludentes ($A \cap B = \emptyset$), então $\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$.

9) Probabilidade Condicional

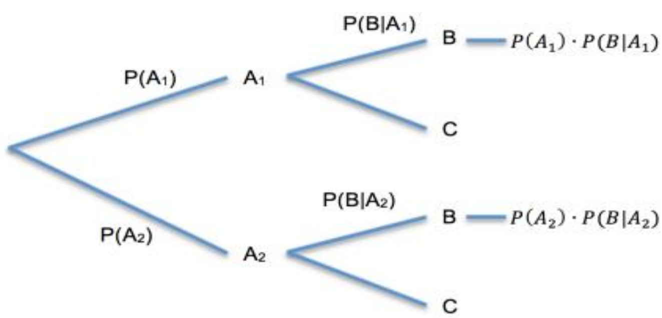
- A probabilidade de que um evento B ocorra, sabendo que um evento A ocorreu é dada por:

$$P(B \setminus A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

- Se a ocorrência do evento A não influir no cálculo da probabilidade do evento B, os eventos são ditos independentes e neste caso tem-se:

$$P(A \cap B) = P(A)\,.\,P(B)$$

10) Teorema da Probabilidade Total



$$\boldsymbol{P(B) = P(A_1).P(B \setminus A_1) + P(A_2) + P(B \setminus A_2)}$$

Lógica de Primeira Ordem

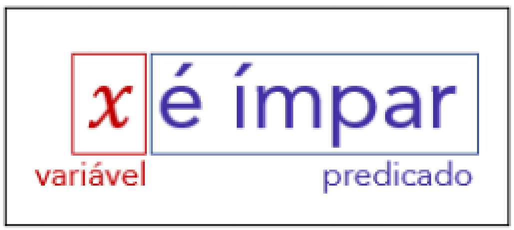
11) Negação da Condicional

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

12) Leis de De Morgan

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$
$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

13) Proposições Categóricas



função-predicado

Proposição Categórica	Representação Simbólica
(1) Todo A é B.	$\forall x(A(x) \to B(x))$
(2) Algum A é B.	$\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(3) Nenhum A é B.	$\neg\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(4) Algum A não é B.	$\exists x(A(x) \wedge \neg B(x))$

Lógica de Argumentação

14) Implicações Lógicas

- **Conjunção (p∧q):** é verdadeira quando as proposições **p** e **q** são ambas verdadeiras.
- **Disjunção Inclusiva (p∨q):** é falsa quando as proposições **p** e **q** são ambas falsas.
- **Condicional (p→q):** é falsa quando a primeira proposição é verdadeira e a segunda é falsa.
- **Disjunção Exclusiva (p⊻q):** é falsa quando ambas as proposições tiverem o mesmo valor.
- **Bicondicional (p↔q):** é verdadeira quando ambas as proposições tiverem o mesmo valor.

15) Argumento Dedutivo

Lógica de argumentação: argumentos dedutivos

Argumentos dedutivos

Um **argumento** é a relação que se dá entre um conjunto de **premissas** que dão suporte à **defesa** de uma **conclusão**.

Para fins do estudo dos argumentos dedutivos, as **premissas** são **proposições** que **se consideram verdadeiras** para se chegar a uma **conclusão**.

Premissas também são conhecidas por **hipóteses** do argumento.

Os **argumentos dedutivos** são aqueles que **não produzem conhecimento novo**.

Silogismo: argumento dedutivo composto por duas premissas e uma conclusão.

Argumentos categóricos apresentam **proposições categóricas**.

Os **argumentos hipotéticos** são aqueles que fazem uso dos cinco **conectivos**: conjunção, disjunção inclusiva, disjunção exclusiva, condicional e bicondicional.

Validade dos argumentos dedutivos ✕ Verdade das proposições
• **Validade** é uma característica dos **argumentos dedutivos**. Esse tipo de argumento pode ser **válido** ou **inválido**; e • **Verdade** é uma característica das **proposições**. As proposições podem ser **verdadeiras** ou **falsas**. Validade dos argumentos dedutivos O **argumento dedutivo** é **válido** quando a **conclusão** é **necessariamente verdadeira** **quando se consideram as premissas verdadeiras**. Um **argumento dedutivo** é **inválido** quando, **consideradas as premissas como verdadeiras**, a **conclusão** obtida é **falsa**. Um **argumento dedutivo inválido** também é conhecido por **sofisma** ou **falácia formal.** Verdade das proposições Podemos ter um **argumento válido** nas seguintes situações: • Premissas verdadeiras e conclusão verdadeira; • Premissas falsas e conclusão falsa; e • Premissas falsas e conclusão verdadeira. Observe que **não é possível** ter um **argumento válido** com **premissas verdadeiras e conclusão falsa**. Já para um **argumento inválido** podemos ter as quatro situações: • Premissas verdadeiras e conclusão verdadeira; • **Premissas verdadeiras e conclusão falsa**; • Premissas falsas e conclusão falsa; • Premissas falsas e conclusão verdadeira.

Vamos ficando por aqui. Esperamos que tenha gostado do nosso Bizu! Bons estudos!

"Se não puder voar, corra. Se não puder correr, ande. Se não puder andar, rasteje, mas continue em frente de qualquer jeito". (Martin Luther King)

Leonardo Mathias

@profleomathias

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.