

TAXA APARENTE, REAL E DE INFLAÇÃO

No conceito das operações em matemática financeira, 3 taxas são bastantes cobradas em provas. São elas: a **Taxa aparente**, a **Taxa real** e a **Taxa de inflação**.

Iremos ver o conceito de cada uma e como elas se relacionam.

Taxa Aparente (i_a)

Também chamada de Taxa nominal, é a **taxa de juros total** de uma operação financeira. Nela, **NÃO SÃO descontados** os efeitos inflacionários.

Taxa de Inflação (i_i)

Inflação, resumidamente, é o aumento generalizado de preços. A Taxa de inflação representa a perda do valor do dinheiro no tempo.

Taxa Real (i_r)

Como o próprio nome diz, é o que realmente se ganha (ou se perde) em uma operação. É o **resultado de fato** de um investimento, por exemplo. Na Taxa real, **SÃO descontados** os efeitos inflacionários.



Essas Taxas se correlacionam através da equação de Fisher em que:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

i_a = Taxa aparente

i_r = Taxa real

i_i = Taxa de inflação

A grande maioria das questões irá cobrar a **aplicação dessa fórmula**. Todavia, quero que você entenda os conceitos relacionados a cada taxa. Então, vamos imaginar uma situação cotidiana para compreender melhor tais conceitos.

Imagine que você tenha passado em um concurso público (e sei que isso acontecerá em breve) e conseguiu juntar, digamos, R\$ 100.000,00.

De posse desse valor, você pretende investi-lo em uma aplicação que rende 10% de juros compostos em 1 ano. Então, ao final de um ano você terá:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0,1)^1$$

$$M = 100.000 \times 1,1 \rightarrow \boxed{M = 110.000}$$

Perceba que esse será o **valor que você terá na sua conta**. Quando você acessar seu investimento irá constatar o valor de cento e dez mil reais.

Porém, observe que **não foi em momento algum descontada a inflação**. Apenas trabalhamos com a Taxa de 10% sobre o Capital Inicial. Logo, percebemos que a Taxa que utilizamos é uma Taxa aparente ou nominal, pois, como estudamos acima, a Taxa aparente é **a taxa de juros total** de uma operação financeira. Nela, **NÃO SÃO descontados** os efeitos inflacionários.

Então, quando você abre sua conta e constata o valor de R\$ 110.000,00, isto quer dizer que **"aparentemente"** você ganhou R\$ 10.000,00.

"Certo professor. Entendi. E como eu faço para calcular o quanto realmente ganhei?"

Excelente pergunta. As bancas tentam a todo momento confundir o candidato nesse tipo de cobrança. **Para você calcular realmente o quanto ganhou, precisará encontrar a Taxa real de juros desse investimento e para isso deverá descontar os efeitos inflacionários.**

Vamos supor que a **inflação** tenha sido de 2,5% nesse ano em que foi realizada a aplicação. Logo, teremos de descontar a inflação da Taxa aparente para calcular a Taxa real. Iremos utilizar a equação de relação entre elas:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$$i_a = \text{Taxa aparente} = 10\% = 0,1$$

$$i_r = \text{Taxa real} = ?$$

$$i_i = \text{Taxa de inflação} = 2,5\% = 0,025$$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa real de juros deste investimento.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0,1) = (1 + i_r) \times (1 + 0,025)$$

$$1,1 = (1 + i_r) \times 1,025$$

$$(1 + i_r) = \frac{1,1}{1,025}$$

$$1 + i_r = 1,073$$

$$i_r = 1,073 - 1 \rightarrow i_r = 0,073 \text{ ou } 7,3\%$$

Perceba que, se você descontasse a inflação fazendo uma simples subtração, você cometeria um grande erro. **A Taxa real é calculada através da equação de Fisher e NÃO POR SUBTRAÇÃO.**

Então, esse investimento rendeu **REALMENTE** 7,3% de juros. Logo, o Montante "de fato" ou real será igual a:

$$M_{real} = C \times (1 + i_r)$$

$$M_{real} = 100.000 \times (1 + 0,073)$$

$$M_{real} = 100.000 \times 1,073 \rightarrow M_{real} = 107.300$$

E por fim, calculamos o quanto **realmente** você ganhou com esse investimento.

$$J_{real} = M_{real} - C$$

$$J_{real} = 107.300 - 100.00 \rightarrow J_{real} = 7.300$$

Observe que, para calcular o quanto "de fato" foi ganho, você precisa fazer a conta "à parte" em sua contabilidade. Quando você entrar na sua conta, irá constatar o valor de R\$ 110.000,00. Porém, como vimos, este valor não é calculado descontando a inflação.



Há um tempo, as bancas apenas apresentavam os valores das taxas e questionavam a incógnita que faltava na equação:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Era uma simples aplicação de fórmula. Todavia, hoje em dia, com o **nível das provas mais avançado**, as bancas estão fugindo deste tipo de cobrança e fazendo o candidato refletir e pensar da forma como vimos acima. Então, **não apenas decore** as fórmulas. Saiba **interpretar o problema e entender** o que está sendo pedido na questão.



Outra equação que iremos utilizar bastante é a equação de Fisher adaptada em função do Montante (nominal) e do Capital que é representada por:

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = \text{Montante}$

$C = \text{Capital}$

$i_r = \text{Taxa real}$

$i_i = \text{Taxa de inflação}$

Então, no exemplo acima, poderíamos ter calculado a Taxa real por essa fórmula. Vamos calcular e constatar a veracidade.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{110.000}{100.000} = (1 + i_r) \times (1 + 0,025)$$

$$1,1 = (1 + i_r) \times 1,025$$

$$(1 + i_r) = \frac{1,1}{1,025}$$

$$1 + i_r = 1,073$$

$$i_r = 1,073 - 1 \rightarrow i_r = 0,073 \text{ ou } 7,3\%$$

"Professor, quando irei utilizar cada uma das fórmulas?"

Isso vai depender das informações fornecidas no enunciado. Por isso a **importância** de se **resolver muitas questões**.

Vamos **esquematizar** essas fórmulas e, posteriormente, iremos resolver agora algumas questões de concursos para você fixar esse conteúdo.



ESQUEMATIZANDO

Taxa aparente: taxa de juros total.

Não são descontados os efeitos inflacionários.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i) \quad \text{ou} \quad \frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Taxa real: resultado “de fato” de uma operação.

São descontados os efeitos inflacionários.

Obs.: a Taxa real é calculada através dessa equação e **NÃO POR SUBTRAÇÃO**.



HORA DE PRATICAR!

(CR4 – 2018) Julgue o item, relativo à aplicação da matemática financeira e ao funcionamento do sistema bancário.

Os juros reais são os juros resultantes, após a subtração da taxa de crescimento da economia, dos juros nominais.

Comentários:

Os Juros reais, como o próprio nome diz, é o que realmente se ganha (ou se perde) em uma operação. É o **resultado de fato** de um investimento, por exemplo. Na Taxa real, **SÃO descontados** os efeitos inflacionários.

A taxa real é calculada pela relação de Fisher e **NÃO por Subtração**. Fique atento! Nós descontamos os efeitos inflacionários. Descontar é diferente de subtrair.

A frase **correta** do enunciado seria:

"Os juros reais são os juros resultantes, após o **desconto da taxa de inflação** da economia, dos juros nominais."

Gabarito: **ERRADO**

(Pref. São Paulo – 2018) Um investimento rendeu em um ano 10% de juros. Se a inflação nesse período foi de 6%, a taxa real de juros foi de, aproximadamente,

- a) 4,5%
- b) 2,8%
- c) 3,2%
- d) 3,8%
- e) 4,2%

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula de relação entre as taxas que acabamos de estudar e calcular a Taxa real de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$i_a = \text{Taxa aparente} = 10\% = 0,1$$

$$i_r = \text{Taxa real} = ?$$

$$i_i = \text{Taxa de inflação} = 6\% = 0,06$$

Iremos substituir os valores e calcular a taxa requerida pela banca.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0,1) = (1 + i_r) \times (1 + 0,06)$$

$$1,1 = (1 + i_r) \times 1,06$$

$$(1 + i_r) = \frac{1,1}{1,06}$$

$$1 + i_r \cong 1,038$$

$$i_r \cong 1,038 - 1 \rightarrow i_r \cong 0,038 \text{ ou } 3,8\%$$

Gabarito: Alternativa **D**

(TRT 13 - 2014) A taxa de juros aparente, que corresponde a uma taxa real de 0,60% em um determinado período e a uma inflação de 15,00% neste mesmo período é, em %, de

- a) 15,60
- b) 21,00
- c) 14,40
- d) 15,69
- e) 9,00

Comentários:

Vamos utilizar a equação de relação entre essas taxas:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$$i_a = \text{Taxa aparente} = ?$$

$$i_r = \text{Taxa real} = 0,6\% = 0,006$$

$$i_i = \text{Taxa de inflação} = 15\% = 0,15$$

Iremos substituir os valores e calcular a taxa aparente.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_a) = (1 + 0,006) \times (1 + 0,15)$$

$$(1 + i_a) = 1,006 \times 1,015$$

$$1 + i_a = 1,1569$$

$$i_a = 1,1569 - 1 \rightarrow i_a = 0,1569 \text{ ou } 15,69\%$$

Gabarito: Alternativa **D**

(SEFAZ RS - 2014) Francisco Joaquim contratou uma dívida de R\$ 120.000,00 para suportar novos investimentos na sua fazenda. Oito meses após a data da contratação do empréstimo, Francisco Joaquim quitou a dívida por R\$ 132.000,00. A inflação do período em que o empréstimo esteve em vigor foi de 6%. Qual a taxa de juros real, ou seja, acima da variação da inflação do período que Francisco Joaquim pagou nessa operação?

- a) 1,03% no período
- b) 3,77% no período
- c) 4,00% no período
- d) 4,50% no período
- e) 6,00% no período

Comentários:

O enunciado nos fornece o Montante e o Capital. Sendo assim, vamos usar a segunda equação para o cálculo da taxa real de Juros em que:

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$$M = \text{Montante} = 132.000$$

$$C = \text{Capital} = 120.000$$

$$i_r = \text{Taxa real} = ?$$

$$i_i = \text{Taxa de inflação} = 6\% \text{ no período} = 0,06$$

Vamos substituir os valores e calcular a taxa real de juros no período.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{132.000}{120.000} = (1 + i_r) \times (1 + 0,06)$$

$$1,1 = (1 + i_r) \times 1,06$$

$$(1 + i_r) = \frac{1,1}{1,06}$$

$$1 + i_r = 1,0377$$

$$i_r = 1,0377 - 1 \rightarrow i_r = 0,0377 \text{ ou } 3,77\%$$

Gabarito: Alternativa **B**

(SEFAZ PI – 2015) Um investidor aplicou um capital de R\$ 10.000,00 e resgatou o total de R\$ 13.600,00 ao fim de 1 semestre. Se, nesse período, a taxa real de juros foi de 32%, então, dos valores seguintes, o que mais se aproxima da taxa de inflação do período é

- a) 4,5%
- b) 4%
- c) 3,5%
- d) 3%
- e) 2,5%

Comentários:

Questão cobrada na prova de Auditor Fiscal do Estado do Piauí. Iremos ver que a resolução consiste, unicamente, na **aplicação da fórmula** adaptada da equação de relação entre as Taxas que acabamos de estudar.

A banca nos fornece o valor do Montante e do Capital e nos questiona a taxa de inflação do período. Vamos utilizar a equação de Fisher adaptada para as informações que dispomos.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$$M = \text{Montante} = 13.600$$

$$C = \text{Capital} = 10.000$$

$$i_r = \text{Taxa real} = 32\% = 0,32$$

$$i_i = \text{Taxa de inflação} = ?$$

Vamos substituir os valores e calcular a taxa de inflação.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{13.600}{10.000} = (1 + 0,32) \times (1 + i_i)$$

$$1,36 = 1,32 \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_i) = \frac{1,36}{1,32}$$

$$1 + i_i = 1,0303$$

$$i_i = 1,0303 - 1 \rightarrow i_i = \mathbf{0,0303 \text{ ou } 3,03\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**



Vamos retornar à fórmula de correlação entre as Taxas:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Podemos expandir essa equação para um **período maior que uma unidade** e teremos:

$$(1 + i_a) = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})$$

Ou

$$\frac{M}{C} = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})$$

Fique **SEMPRE ATENTO aos períodos** mencionados pela banca no enunciado.

Vamos resolver um exercício de concurso sobre essa passagem para você entender melhor.

(Metrô SP – 2019) Ivone fez um empréstimo a juros compostos no valor de R\$ 20.000,00 em setembro de 2018, para pagamento após 2 anos da data de aquisição do empréstimo. A taxa de inflação acumulada durante o primeiro ano foi de 4% ao ano e, durante o segundo ano de, 5% ao ano. A taxa real de juros contratada foi mantida constante em 2% ao ano. O valor dos juros pagos por Ivone nessa operação foi, em reais,

- a) 2.685,12
- b) 2.636,00
- c) 2.690,37
- d) 2.722,34
- e) 2.600,00

Comentários:

Observe que a questão aborda mais de um período em seu enunciado. Há uma taxa de inflação para o primeiro ano e outra para o segundo.

Iremos, então, utilizar a fórmula expandida de relação entre as taxas.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})$$

Como o enunciado nos informa que o **período** do Empréstimo foi de **2 anos**, nossa equação será reduzida a dois termos e ficaremos com:

$$\frac{M}{C} = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2})$$

Onde,

$M = \text{Montante} = ?$

$C = \text{Capital} = 20.000$

$i_{r_1} = \text{Taxa real do primeiro ano} = 2\% = 0,02$

$i_{r_2} = \text{Taxa real do segundo ano} = 2\% = 0,02$

$i_{i_1} = \text{Taxa de inflação do primeiro ano} = 4\% = 0,04$

$i_{i_2} = \text{Taxa de inflação do segundo ano} = 5\% = 0,05$

Observe que, pelo comando da questão, a Taxa real de juros foi igual tanto para o primeiro quanto para o segundo ano (mas nada impede que, em uma outra questão, sejam diferentes).

Vamos substituir os valores e calcular o Montante devido pelo empréstimo após 2 anos.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_{r_1}) \times (1 + i_{r_2}) \times (1 + i_{i_1}) \times (1 + i_{i_2})$$

$$\frac{M}{20.000} = (1 + 0,02) \times (1 + 0,02) \times (1 + 0,04) \times (1 + 0,05)$$

$$\frac{M}{20.000} = 1,02 \times 1,02 \times 1,04 \times 1,05$$

$$\frac{M}{20.000} = 1,1361$$

$$M = 20.000 \times 1,1361 \rightarrow \boxed{M = 22.722}$$

De posse do Montante e do Capital, calculamos os Juros pagos por Ivone.

$$J = M - C$$

$$J = 22.722 - 20.000 \rightarrow \boxed{J = 2.722}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(SEFAZ RS – 2014) Um título acumulou um rendimento de 30% nominal nos últimos quatro anos. Calcule a taxa de juros real, ou seja, a taxa acima da variação da inflação do período, sabendo que a variação da inflação foi de 5,5% para o ano 1; 4,5% para o ano 2; de 4,0% para o ano 3; e de 6% para o ano 4.

a) 9,66% no período

- b) 6,69% no período
- c) 6,96% no período
- d) 10,0% no período
- e) 8,33% no período

Comentários:

Vamos utilizar a fórmula de Fisher expandida para n termos:

$$(1 + i_a) = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})$$

Observe que o enunciado já nos fornece a Taxa nominal para todo o período, isto é, para os últimos 4 anos. Não foi fornecida a Taxa ano a ano, mas sim uma taxa "completa" para todo o período.

A mesma situação ocorre para a Taxa real questionada pelo enunciado. A banca pergunta qual a taxa "completa" para todo o período de 4 anos.

Já a taxa de inflação é fornecida ano a ano durante os 4 anos. Então, nossa equação expandida terá o seguinte aspecto:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times (1 + i_{i4})$$

Vamos substituir os valores e proceder com as contas para calcular a taxa real do período.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times (1 + i_{i4})$$

$$(1 + 0,3) = (1 + i_r) \times (1 + 0,055) \times (1 + 0,045) \times (1 + 0,04) \times (1 + 0,06)$$

$$1,3 = (1 + i_r) \times 1,055 \times 1,045 \times 1,04 \times 1,06$$

$$1,3 = (1 + i_r) \times 1,2153$$

$$(1 + i_r) = \frac{1,3}{1,2153}$$

$$1 + i_r = 1,0696$$

$$i_r = 1,0696 - 1 \rightarrow i_r = 0,0696 \text{ ou } 6,96\%$$

Gabarito: Alternativa C

CONCEITOS ECONÔMICOS

Algumas questões de provas buscam saber do candidato a **relação conceitual** acerca da Taxa real e da Taxa aparente, a depender do comportamento da inflação na economia.

- ✚ Em uma **economia inflacionária**, isto é, inflação positiva (> 0), a Taxa real de Juros é sempre **MENOR** que a Taxa aparente.

Vamos entender essa passagem tanto conceitual quanto numericamente.

Vimos que a **Taxa real é a taxa de juros descontada da inflação**. Ou seja, para calcular a Taxa real, pegamos a Taxa Nominal e descontamos a inflação. Ora, se a taxa de inflação for positiva e descontarmos esse valor da Taxa Nominal, certamente iremos encontrar um valor menor que esta última. Este valor menor é a Taxa real.

Ainda ficou confuso? Tenho certeza que numericamente tudo irá se esclarecer.

Imagina que a Taxa Aparente seja de 20% no período e a Taxa de inflação seja de 10%. Qual será o valor da Taxa real?

Estamos diante de um exemplo de uma **economia inflacionária**, uma vez que, a taxa de inflação é positiva. Vamos utilizar a equação que correlaciona as taxas e **calcular a taxa real**.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0,2) = (1 + i_r) \times (1 + 0,1)$$

$$1,2 = (1 + i_r) \times 1,1$$

$$\frac{1,2}{1,1} = (1 + i_r)$$

$$1 + i_r = 1,091$$

$$i_r = 1,091 - 1 \rightarrow i_r = 0,091 \text{ ou } 9,1\% \text{ no período}$$

Constatamos, então, que a Taxa real (9,1%), em uma **economia inflacionária**, é **MENOR** que a Taxa aparente (20%).

Percebeu? Tínhamos uma Taxa Aparente de 20% e descontamos um valor positivo sobre ela (10%). Resultando, assim, em uma Taxa menor que ela (que é a Taxa real).

- ✚ Em uma **economia deflacionária**, isto é, inflação negativa (< 0), a Taxa real de Juros é sempre **MAIOR** que a Taxa aparente.

Vamos analisar com base no mesmo exemplo. Temos uma Taxa aparente de 20% no período. Porém, agora, a inflação é igual a -5%. Iremos **calcular a Taxa real**.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0,2) = (1 + i_r) \times (1 - 0,05)$$

$$1,2 = (1 + i_r) \times 0,95$$

$$(1 + i_r) = \frac{1,2}{0,95}$$

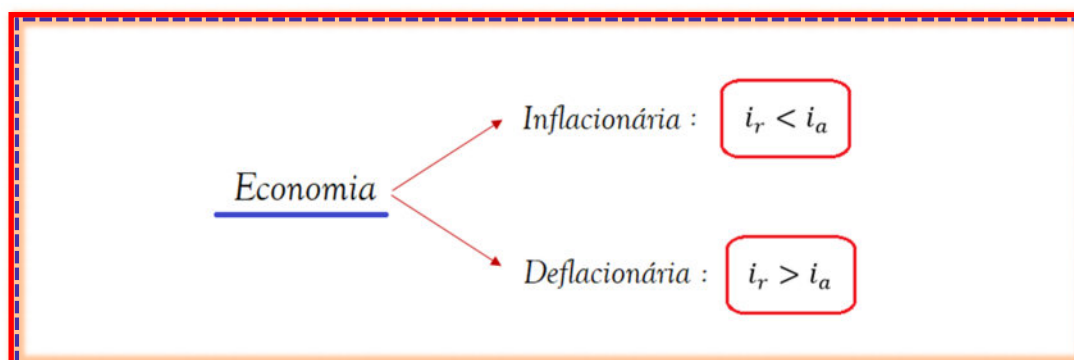
$$1 + i_r = 1,263$$

$$i_r = 1,263 - 1 \rightarrow i_r = 0,263 \text{ ou } 26,3\% \text{ no período}$$

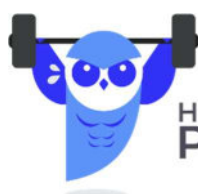
Ou seja, em uma **economia deflacionária**, a Taxa real de juros é **MAIOR** que a Taxa aparente.



ESQUEMATIZANDO



Vejamos como esse tópico já foi cobrado.



HORA DE PRATICAR!

(BNB – 2018) No que se refere a matemática financeira, julgue o seguinte item.

Se em determinado ano a taxa de juros aparente for de 10% ao ano e se a taxa real de juros nesse período for de 12%, então, nesse ano, a taxa de inflação será negativa, ou seja, haverá deflação.

Comentários:

Observe que a Taxa real de juros (12%) é maior que a Taxa aparente (10%). Estudamos que essa situação ocorre quando estamos diante de uma **economia deflacionária**, ou seja, quando a inflação é negativa.

Logo, a assertiva está correta.

Vamos comprovar algebricamente. Iremos utilizar a equação que relaciona essas taxas e calcular o valor da Taxa de inflação no ano.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$$i_a = \text{Taxa aparente} = 10\% = 0,1$$

$$i_r = \text{Taxa real} = 12\% = 0,12$$

$$i_i = \text{Taxa de inflação} = ?$$

Iremos substituir os valores e calcular a Taxa de inflação.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0,1) = (1 + 0,12) \times (1 + i_i)$$

$$1,1 = 1,12 \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_i) = \frac{1,1}{1,12}$$

$$1 + i_i \cong 0,98$$

$$i_i \cong 0,982 - 1 \rightarrow i_i \cong -0,018 \text{ ou } -1,8\% \text{ ao ano}$$

Isto é, a taxa de inflação será **NEGATIVA** (deflação) como queríamos demonstrar.

Relembrando:

✚ Em uma **economia deflacionária**, isto é, inflação negativa (< 0), a Taxa real de Juros é sempre **MAIOR** que a Taxa aparente.

Gabarito: **CERTO**

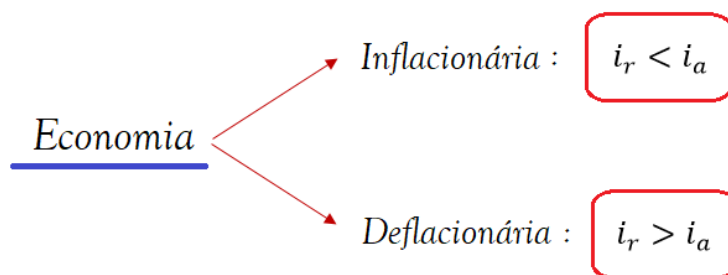
(FUB - 2018) A respeito de sistemas de amortização e de taxas de juros de empréstimos bancários, julgue o item a seguir.

Em uma economia inflacionária, a taxa real de juros para um empréstimo bancário será sempre maior que a correspondente taxa nominal.

Comentários:

Estudamos que, em uma **economia inflacionária**, isto é, inflação positiva (> 0), a Taxa real de Juros é sempre **MENOR** que a Taxa aparente.

Vamos relembrar o esquema da aula.



Logo, a assertiva está errada.

Gabarito: **ERRADO**

INFLAÇÃO ACUMULADA

Imagine, por exemplo, que a Taxa de inflação em um mês seja de 5% e no mês seguinte de 7%. Qual seria a Inflação acumulada nesses dois meses?

Já adianto que **NÃO DEVEMOS somar** as taxas de inflação individualmente para calcular a Taxa acumulada de inflação no período.

Ou seja, se você respondeu 12%, está incorreto. Porém, não há problema algum em errar. Iremos aprender agora a calcular a Taxa de inflação acumulada e você, com certeza, acertará na sua prova se cair uma questão sobre esse tópico.

Sejam, $i_{i1}, i_{i2}, i_{i3}, \dots, i_{in}$ as taxas de inflação de períodos sucessivos, define-se **Taxa acumulada de inflação** i_{iac} nesses períodos por:

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times \dots \times (1 + i_{in})$$

Vamos calcular, então, qual seria a Taxa acumulada no exemplo dado. A taxa de inflação no primeiro mês foi de 5% e, no segundo mês, 7%.

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2})$$

$$(1 + i_{iac}) = (1 + 0,05) \times (1 + 0,07)$$

$$(1 + i_{iac}) = 1,05 \times 1,07$$

$$1 + i_{iac} = 1,1235$$

$$i_{iac} = 1,1235 - 1 \rightarrow i_{iac} = 0,1235 \text{ ou } 12,35\%$$

Ou seja, a Taxa de inflação acumulada nos dois meses foi igual a 12,35%.



(Emdec - 2019) Em determinada época a inflação de um país (mês 1) foi de 1,20%; no mês seguinte (mês 2), a inflação foi de 2% e, no outro mês (mês 3) foi de 1,8%. Quanto a inflação acumulada do período, assinale a alternativa correta.

a) 3,05%

- b) 4,32%
- c) 5%
- d) 5,08%

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula da Taxa acumulada de inflação e calcular seu valor.

$$\begin{aligned}
 (1 + i_{iac}) &= (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \\
 (1 + i_{iac}) &= (1 + 0,012) \times (1 + 0,02) \times (1 + 0,018) \\
 (1 + i_{iac}) &= 1,012 \times 1,02 \times 1,018 \\
 1 + i_{iac} &= 1,0508 \\
 i_{iac} &= 1,0508 - 1 \rightarrow i_{iac} = 0,0508 \text{ ou } 5,08\%
 \end{aligned}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(MSGás - 2015) Em um país, as taxas de inflação nos 2 primeiros meses do ano são 4% e 5% e no terceiro mês acontece uma deflação de 4%. Portanto, a inflação acumulada nos três primeiros meses deste ano é igual a:

- a) 4,832%
- b) 4,882%
- c) 4,922%
- d) 5%

Comentários:

Iremos aplicar a fórmula da **Taxa acumulada de inflação** e calcular seu valor para o período de 3 meses. Observe que no terceiro mês houve uma deflação, isto é, a inflação foi negativa. Em nada muda a aplicabilidade da fórmula. A única atenção que devemos ter é que, nesse caso, a inflação entrará com sinal negativo.

$$\begin{aligned}
 (1 + i_{iac}) &= (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \\
 (1 + i_{iac}) &= (1 + 0,04) \times (1 + 0,05) \times (1 - 0,04) \\
 (1 + i_{iac}) &= 1,04 \times 1,05 \times 0,96 \\
 1 + i_{iac} &= 1,04832 \\
 i_{iac} &= 1,04832 - 1 \rightarrow i_{iac} = 0,04832 \text{ ou } 4,832\%
 \end{aligned}$$

Gabarito: Alternativa **A**

CUSTO EFETIVO DE UMA OPERAÇÃO

Suponha que você obtenha um Empréstimo de R\$ 100.000,00 a uma taxa de juros de 10% ao mês em regime de Juros Compostos para ser pago ao final de 3 meses. Porém, na hora da liberação do recurso, o banco te cobre uma taxa de abertura de crédito de R\$ 2.000,00 mais um valor de R\$ 500,00 referente a outras taxas.

Apesar de você ter obtido 100 mil reais de empréstimo, efetivamente você terá recebido esse valor subtraído das taxas cobradas pelo banco, certo?

Ora, o Capital efetivamente recebido será o valor que foi emprestado menos os custos que o banco cobra.

Nesse caso, o Capital efetivo recebido teria sido igual a:

$$C_{ef} = 100.000 - 2.000 - 500 \rightarrow C_{ef} = 97.500$$

Então, efetivamente, você recebeu R\$ 97.500,00.

E qual o Montante que você deverá pagar pela obtenção desse recurso?

O banco vai te cobrar juros compostos de 10% ao mês.

"Mas em cima de qual valor, professor? Do valor do Empréstimo ou em cima do valor que efetivamente recebi?"

Em cima do valor do Empréstimo. Os Juros são calculados em cima do valor Nominal do Empréstimo. Então, você teria que pagar ao final de 3 meses um Montante igual a:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0,1)^3$$

$$M = 100.000 \times 1,331 \rightarrow M = 133.100$$

E, por fim, qual seria a taxa efetiva (custo efetivo) no período desta operação?

Perceba que a taxa de 10% ao mês é a taxa nominal do empréstimo. Para calcularmos a taxa efetiva, devemos ter como base o que efetivamente foi recebido, isto é, R\$ 97.500,00.

Sendo assim, vamos aplicar a fórmula do Montante e calcular o custo efetivo da operação. Acompanhe.

$$M = C_{ef} \times (1 + i_{ef})$$

$$133.100 = 97.500 \times (1 + i_{ef})$$

Observe que, na equação acima, para o cálculo da taxa efetiva, entramos com o valor do Capital efetivamente recebido, isto é, o valor do Empréstimo menos os custos cobrados pelo banco.

Atente-se também para a pergunta que foi feita. Estamos em busca da taxa efetiva no período do empréstimo. Logo, a taxa efetiva vai ser no período de 3 meses. Se a banca, porventura, perguntar a taxa efetiva mensal, teríamos que utilizar a fórmula $M = C_{ef} \times (1 + i_{ef})^3$. Todavia, **a grande maioria das questões cobra o custo efetivo em todo o período da operação.**

Vamos continuar com as contas.

$$133.100 = 97.500 \times (1 + i_{ef})$$

$$(1 + i_{ef}) = \frac{133.100}{97.500}$$

$$1 + i_{ef} = 1,365$$

$$i_{ef} = 1,365 - 1 \rightarrow i_{ef} = 0,365 \text{ ou } 36,5\%$$

Ou seja, a taxa efetiva (custo efetivo) da obtenção deste empréstimo foi de 36,5% no período da operação.



O custo efetivo (taxa efetiva) do período é aquele que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é pago.

Vejamos como esse assunto é cobrado nas provas.



(ALESE – 2018) Para a obtenção de um empréstimo de R\$ 100.000,00 a Cia. Flores Belas pagou à instituição financeira, na data da liberação dos recursos, R\$ 1.500,00 de taxa de abertura de crédito e R\$ 268,52 referentes a outras taxas. O prazo do empréstimo foi 2 meses e o principal e os juros foram pagos em uma única parcela na data do vencimento. Sabendo que a taxa de juros compostos cobrada pelo banco foi de 3% ao mês, a taxa efetiva de juros (custo efetivo) no período da operação foi de

- a) 3,00%
- b) 6,00%
- c) 6,09%
- d) 8,00%
- e) 7,86%

Comentários:

Primeiramente, vamos calcular o valor do Capital efetivamente recebido pela Cia. Flores Belas.

$$C_{ef} = 100.000 - 1.500 - 268,52 \rightarrow C_{ef} = 98.231,48$$

Posteriormente, calculamos o Montante pago pela companhia.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0,03)^2$$

$$M = 100.000 \times (1,03)^2$$

$$M = 100.000 \times 1,0609 \rightarrow M = 106.090$$

E, por fim, calculamos a taxa efetiva de juros (custo efetivo) no período da operação.

$$M = C_{ef} \times (1 + i_{ef})$$

$$106.090 = 98.231,48 \times (1 + i_{ef})$$

$$(1 + i_{ef}) = \frac{106.090}{98.231,48}$$

$$1 + i_{ef} = 1,08$$

$$i_{ef} = 1,08 - 1 \rightarrow i_{ef} = 0,08 \text{ ou } 8\%$$

Gabarito: Alternativa D

(SEGEP MA – 2018) Uma empresa obteve um empréstimo no valor de R\$ 100.000,00 para ser liquidado em um único pagamento no final de 4 meses. A taxa de juros simples contratada foi 3% ao mês e a instituição financeira cobra, adicionalmente, na data do pagamento do

empréstimo, uma tarifa cujo valor corresponde a 1% do valor que deve ser pago para liquidação do empréstimo. A taxa de custo efetivo incidente no empréstimo foi, em %, no período do prazo do empréstimo,

- a) 12,55
- b) 13,00
- c) 13,12
- d) 12,00
- e) 13,68

Comentários:

Observe que nessa questão, na hora da obtenção do empréstimo, não houve qualquer custo cobrado pelo banco.

Atenção ao comando de cada questão. **As bancas não irão repetir sempre o mesmo padrão.** O raciocínio para o cálculo do custo efetivo será o mesmo, mas a cobrança não. Então, vamos sempre raciocinar antes de aplicar as fórmulas.

Sendo assim, o Capital efetivamente recebido será igual a R\$ 100.000,00.

Vamos, agora, calcular o valor do Montante pago pela empresa pela obtenção desse empréstimo à taxa de juros simples de 3% ao mês pelo período de 4 meses.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0,03 \times 4)$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0,12)$$

$$M = 100.000 \times 1,12 \rightarrow \mathbf{M = 112.000}$$

Todavia, a instituição financeira cobra, adicionalmente, na data do pagamento do empréstimo, uma tarifa cujo valor corresponde a 1% do valor que deve ser pago para liquidação do empréstimo.

Sendo assim, ao final dos 4 meses, a empresa irá pagar um Montante final igual a:

$$M_f = 112.000 + \frac{1}{100} \times 112.000$$

$$M_f = 112.000 + 1.120 \rightarrow \mathbf{M_f = 113.120}$$

Por fim, calculamos o custo efetivo no período do prazo do empréstimo.

$$M_f = C_{ef} \times (1 + i_{ef})$$

$$113.120 = 100.000 \times (1 + i_{ef})$$

$$(1 + i_{ef}) \frac{113.120}{100.000}$$

$$1 + i_{ef} = 1,1312$$

$$i_{ef} = 1,1312 - 1 \rightarrow i_{ef} = 0,1312 \text{ ou } 13,12\%$$

Gabarito: Alternativa **C**

(TST – 2017) Uma empresa obteve um empréstimo no valor de R\$ 100.000,00 para ser liquidado em uma única parcela no final do prazo de 2 meses. A taxa de juros compostos negociada foi 3% ao mês e a empresa deve pagar, adicionalmente, na data da obtenção do empréstimo, uma taxa de cadastro no valor de R\$ 1.000,00. Na data do vencimento do empréstimo a empresa deve pagar, junto com o valor que pagará à instituição financeira, um imposto no valor de R\$ 530,00. O custo efetivo total para a empresa no prazo do empréstimo, foi

- a) 7,70%
- b) 6,09%
- c) 7,62%
- d) 6,00%
- e) 7,16%

Comentários:

Primeiramente, vamos calcular o valor do Capital efetivamente obtido pela empresa.

$$C_{ef} = 100.000 - 1.000 \rightarrow C_{ef} = \mathbf{99.000}$$

Posteriormente, calculamos o Montante pago pela companhia.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0,03)^2$$

$$M = 100.000 \times (1,03)^2$$

$$M = 100.000 \times 1,0609 \rightarrow M = \mathbf{106.090}$$

Na data do vencimento do empréstimo a empresa deve pagar, junto com o valor que pagará à instituição financeira, um imposto no valor de R\$ 530,00. Logo, o Montante final a ser pago será igual a:

$$M_f = 106.090 + 530 \rightarrow M_f = \mathbf{106.620}$$

Por fim, calculamos o custo efetivo no período do prazo do empréstimo.

$$M_f = C_{ef} \times (1 + i_{ef})$$

$$106.620 = 99.000 \times (1 + i_{ef})$$

$$(1 + i_{ef}) = \frac{106.620}{99.000}$$

$$1 + i_{ef} \cong 1,077$$

$$i_{ef} \cong 1,077 - 1 \rightarrow i_{ef} \cong \mathbf{0,077 \text{ ou } 7,7\%}$$

Gabarito: Alternativa A



Com as questões de concursos acima, você deve ter percebido que **cada questão tem suas peculiaridades**. As questões não serão idênticas. Porém, a sistemática de cálculo sim.

O **custo efetivo** (taxa efetiva) do período é aquele que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é pago.

Então, raciocine sempre no sentido de buscar o que efetivamente foi recebido na hora da obtenção do empréstimo e o que realmente foi pago de Montante ao final. Essas 2 informações serão os "inputs" para encontrar o custo efetivo da operação.

CAPITALIZAÇÃO CONTÍNUA

Este é um tópico isolado da matéria e o índice de cobrança não é tão elevado. Porém, o custo benefício deste tema é enorme, uma vez que, há apenas 1 fórmula para se decorar e a grande maioria dos candidatos não terão estudado esse assunto. Mas você, aluno do Estratégia, terá visto toda a matéria e estará preparado para qualquer tipo de questão.

Na capitalização contínua, o **Montante** é calculado pela seguinte fórmula:

$$M = C \times e^{i \times t}$$

Onde,

$M = \text{Montante}$

$C = \text{Capital}$

$i = \text{Taxa de Juros}$

$t = \text{tempo}$

$e = \text{número de Euler} = 2,71828 \dots$

As questões de provas irão fornecer o valor da potência ou o valor do Logaritmo Neperiano (logaritmo na base e).

Quando o enunciado fornecer o valor do Logaritmo, teremos que lembrar da definição de logartimo das aulas de matemática básica em que:

Dados dois números reais positivos a e x , com $a > 0$ e $a \neq 1$, o **logaritmo** de x na base a é igual ao expoente y ao qual a base a deve ser elevada para se chegar a x como resultado.

Se $a > 0$ e $a \neq 1$ e $x > 0$, temos que:

$$\log_a x = y \leftrightarrow a^y = x, \text{ onde:}$$

➤ $a \rightarrow$ base do logaritmo

➤ $x \rightarrow$ logaritmando

➤ $y \rightarrow$ logaritmo

Isto é, o **logaritmo** de x na base a é a solução de y na equação $a^y = x$.

Vejamos como a Capitalização Contínua é cobrada em provas.



(Sefaz PI – 2015) Um capital de R\$ 15.000,00 é aplicado, durante 2 anos, à taxa de 5% ao semestre com capitalização contínua. Dos valores abaixo, o mais próximo do valor dos juros desta aplicação é

Dados: $\ln(1,221403) = 0,2$

- a) R\$ 3.076,00
- b) R\$ 3.155,00
- c) R\$ 3.321,00
- d) R\$ 3.487,00
- e) R\$ 3.653,00

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula do Montante na capitalização contínua.

$$M = C \times e^{i \times t}$$

Onde,

$M = \text{Montante} = ?$

$C = \text{Capital} = 15.000$

$i = \text{Taxa de Juros} = 5\% \text{ ao semestre} = 0,05$

$t = \text{tempo} = 2 \text{ anos} = 4 \text{ semetres}$

Atente-se para a **conversão da unidade** do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de Juros (semestre), pois **necessariamente** devem coincidir. Em 1 ano há 2 semestres. Logo, em 2 anos haverá 4 semestres.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times e^{i \times t}$$

$$M = 15.000 \times e^{0,05 \times 4}$$

$$M = 15.000 \times e^{0,2}$$

Para resolver essa potência, iremos utilizar os dados fornecidos no enunciado e a definição de logaritmo.

Observe que:

$$\ln 1,221403 = 0,2$$

Pela definição de logaritmo temos que:

$$\log_a x = y \leftrightarrow a^y = x$$

Iremos aplicar essa definição para a base "a" igual ao número de Euler (e) e para $x = 1,221403$ e $y = 0,2$. Sendo assim,

$$\ln 1,221403 = 0,2 \rightarrow e^{0,2} = 1,221403$$

Retomando as contas para cálculo do Montante teremos:

$$M = 15.000 \times e^{0,2}$$

$$M = 15.000 \times 1,221403 \rightarrow M \cong 18.321,00$$

De posse do Montante e do Capital, calculamos os Juros.

$$J = M - C$$

$$J = 18.321,00 - 15.000 \rightarrow J = 3.321$$

Gabarito: Alternativa C

(TCE PR - 2011) Um capital no valor de R\$ 25.000,00 foi aplicado, durante um ano, à taxa semestral de 6% com capitalização contínua. Utilizando a informação de que 6% é igual ao logaritmo neperiano de 1,062, tem-se que o valor do montante, no final do período, foi igual a

- a) R\$ 28.090,00
- b) R\$ 28.143,00
- c) R\$ 28.196,10
- d) R\$ 28.249,20
- e) R\$ 28.302,30

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula do Montante na capitalização contínua.

$$M = C \times e^{i \times t}$$

Onde,

$M = \text{Montante} = ?$

$C = \text{Capital} = 25.000$

$i = \text{Taxa de Juros} = 6\% \text{ ao semestre} = 0,06$

$t = \text{tempo} = 1 \text{ ano} = 2 \text{ semestres}$

Atente-se para a **conversão da unidade** do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de Juros (semestre), pois **necessariamente** devem coincidir. Em 1 ano há 2 semestres.

Substituindo os valores:

$$M = C \times e^{i \times t}$$

$$M = 25.000 \times e^{0,06 \times 2}$$

Para resolver essa potência usaremos a informação do enunciado que nos diz que 6% (0,06) é igual ao logaritmo neperiano de 1,062.

$$\ln 1,062 = 0,06$$

Pela definição de logaritmo temos que:

$$\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$$

Iremos aplicar essa definição para a base "a" igual ao número de Euler (e) e para $x = 1,062$ e $y = 0,06$. Sendo assim,

$$\ln 1,062 = 0,06 \rightarrow e^{0,06} = 1,062$$

Vamos retomar as contas e calcular o Montante.

$$M = 25.000 \times e^{0,06 \times 2}$$

$$M = 25.000 \times (e^{0,06})^2$$

$$M = 25.000 \times (1,062)^2$$

$$M = 25.000 \times 1,062 \times 1,062 \rightarrow \mathbf{M = 28.196,10}$$

Gabarito: Alternativa **C**

Chegamos ao final de mais uma teoria.

Iremos, agora, resolver uma bateria de questões de concursos que sintetizam todo o conteúdo estudado.

RESUMO DA AULA

Taxa aparente, Taxa real e Taxa de inflação

Taxa aparente: taxa de juros total.

Não são descontados os efeitos inflacionários.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i) \quad \text{ou} \quad \frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Taxa real: resultado “de fato” de uma operação.

São descontados os efeitos inflacionários.

Obs.: a Taxa real é calculada através dessa equação e **NÃO POR SUBTRAÇÃO**.

Podemos expandir essa equação para um período maior que uma unidade e teremos:

$$(1 + i_a) = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})$$

Ou

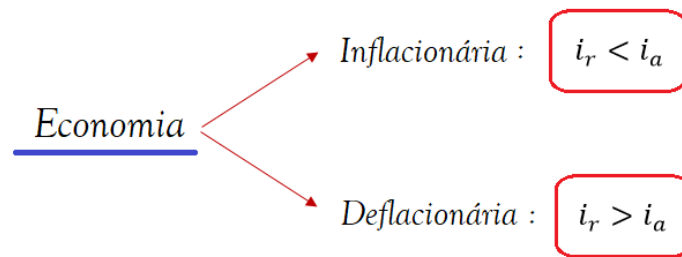
$$\frac{M}{C} = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})$$

Fique **SEMPRE ATENTO aos períodos** mencionados pela banca no enunciado.

Conceitos Econômicos

- ✚ Em uma **economia inflacionária**, isto é, inflação positiva (> 0), a Taxa real de Juros é sempre **MENOR** que a Taxa aparente.
- ✚ Em uma **economia deflacionária**, isto é, inflação negativa (< 0), a Taxa real de Juros é sempre **MAIOR** que a Taxa aparente.

Esquematizando:



Inflação Acumulada

Sejam, $i_{i1}, i_{i2}, i_{i3}, \dots, i_{in}$ as taxas de inflação de períodos sucessivos, define-se **Taxa acumulada de inflação** i_{iac} nesses períodos por:

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times \dots \times (1 + i_{in})$$

Custo Efetivo

O **custo efetivo** (taxa efetiva) do período é aquele que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é pago.

Então, raciocine sempre no sentido de buscar o que efetivamente foi recebido na hora da obtenção do empréstimo e o que realmente foi pago de Montante ao final. Essas 2 informações serão os "inputs" para encontrar o custo efetivo da operação.

Capitalização Contínua

Na **capitalização contínua**, o **Montante** é calculado pela seguinte fórmula:

$$M = C \times e^{i \times t}$$