

# TAXA APARENTE, REAL E DE INFLAÇÃO

No conceito das operações em matemática financeira, 3 taxas são bastante cobradas em provas. São elas: a **Taxa aparente**, a **Taxa real** e a **Taxa de inflação**.

Iremos ver o conceito de cada uma e como elas se relacionam.

## Taxa Aparente ( $i_a$ )

Também chamada de Taxa nominal, é a **taxa de juros total** de uma operação financeira. Nela, **NÃO SÃO DESCONTADOS** os efeitos inflacionários.

## Taxa de Inflação ( $i_i$ )

Inflação, resumidamente, é o aumento generalizado de preços. A Taxa de inflação representa a perda do valor do dinheiro no tempo.

## Taxa Real ( $i_r$ )

Como o próprio nome diz, é o que realmente se ganha (ou se perde) em uma operação. É o **resultado de fato** de um investimento, por exemplo. Na Taxa real, **SÃO DESCONTADOS** os efeitos inflacionários.



Essas Taxas se correlacionam através da equação de Fisher em que:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$i_a$  = Taxa aparente

$i_r$  = Taxa real

$i_i$  = Taxa de inflação

A grande maioria das questões irá cobrar a **aplicação dessa fórmula**. Todavia, quero que você entenda os conceitos relacionados a cada taxa. Então, vamos imaginar uma situação cotidiana para compreender melhor tais conceitos.

Imagine que você tenha passado em um concurso público (e sei que isso acontecerá em breve) e conseguiu juntar, digamos, R\$ 100.000,00.

De posse desse valor, você pretende investi-lo em uma aplicação que rende 10% de juros compostos em 1 ano. Então, ao final de um ano você terá:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0,1)^1$$

$$M = 100.000 \times 1,1 \rightarrow \boxed{M = 110.000}$$

Perceba que esse será o **valor que você terá na sua conta**. Quando você acessar seu investimento irá constatar o valor de cento e dez mil reais.

Porém, observe que **não foi em momento algum descontada a inflação**. Apenas trabalhamos com a Taxa de 10% sobre o Capital Inicial. Logo, percebemos que a Taxa que utilizamos é uma Taxa aparente ou nominal, pois, como estudamos acima, a Taxa aparente é **a taxa de juros total** de uma operação financeira. Nela, **NÃO SÃO descontados** os efeitos inflacionários.

Então, quando você abre sua conta e constata o valor de R\$ 110.000,00, isto quer dizer que "**aparentemente**" você ganhou R\$ 10.000,00.

*"Certo professor. Entendi. E como eu faço para calcular o quanto realmente ganhei?"*

Excelente pergunta. As bancas tentam a todo momento confundir o candidato nesse tipo de cobrança. **Para você calcular realmente o quanto ganhou, precisará encontrar a Taxa real de juros desse investimento e para isso deverá descontar os efeitos inflacionários.**

Vamos supor que a **inflação** tenha sido de 2,5% nesse ano em que foi realizada a aplicação. Logo, teremos de descontar a inflação da Taxa aparente para calcular a Taxa real. Iremos utilizar a equação de relação entre elas:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$$i_a = \text{Taxa aparente} = 10\% = 0,1$$

$$i_r = \text{Taxa real} = ?$$

$$i_i = \text{Taxa de inflação} = 2,5\% = 0,025$$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa real de juros deste investimento.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0,1) = (1 + i_r) \times (1 + 0,025)$$

$$1,1 = (1 + i_r) \times 1,025$$

$$(1 + i_r) = \frac{1,1}{1,025}$$

$$1 + i_r = 1,073$$

$$i_r = 1,073 - 1 \rightarrow i_r = 0,073 \text{ ou } 7,3\%$$

Perceba que, se você descontasse a inflação fazendo uma simples subtração, você cometeria um grande erro. **A Taxa real é calculada através da equação de Fisher e NÃO POR SUBTRAÇÃO.**

Então, esse investimento rendeu **REALMENTE** 7,3% de juros. Logo, o Montante "de fato" ou real será igual a:

$$M_{real} = C \times (1 + i_r)$$

$$M_{real} = 100.000 \times (1 + 0,073)$$

$$M_{real} = 100.000 \times 1,073 \rightarrow M_{real} = 107.300$$

E por fim, calculamos o quanto **realmente** você ganhou com esse investimento.

$$J_{real} = M_{real} - C$$

$$J_{real} = 107.300 - 100.00 \rightarrow J_{real} = 7.300$$

Observe que, para calcular o quanto "de fato" foi ganho, você precisa fazer a conta "à parte" em sua contabilidade. Quando você entrar na sua conta, irá constatar o valor de R\$ 110.000,00. Porém, como vimos, este valor não é calculado descontando a inflação.



Há um tempo, as bancas apenas apresentavam os valores das taxas e questionavam a incógnita que faltava na equação:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Era uma simples aplicação de fórmula. Todavia, hoje em dia, com o **nível das provas mais avançado**, as bancas estão fugindo deste tipo de cobrança e fazendo o candidato refletir e pensar da forma como vimos acima. Então, **não apenas decore** as fórmulas. Saiba **interpretar o problema e entender** o que está sendo pedido na questão.



Outra equação que iremos utilizar bastante é a equação de Fisher adaptada em função do Montante (nominal) e do Capital que é representada por:

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M$  = Montante

$C$  = Capital

$i_r$  = Taxa real

$i_i$  = Taxa de inflação

Então, no exemplo acima, poderíamos ter calculado a Taxa real por essa fórmula. Vamos calcular e constatar a veracidade.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{110.000}{100.000} = (1 + i_r) \times (1 + 0,025)$$

$$1,1 = (1 + i_r) \times 1,025$$

$$(1 + i_r) = \frac{1,1}{1,025}$$

$$1 + i_r = 1,073$$

$$i_r = 1,073 - 1 \rightarrow i_r = 0,073 \text{ ou } 7,3\%$$

"Professor, quando irei utilizar cada uma das fórmulas?"

Isso vai depender das informações fornecidas no enunciado. Por isso a **importância** de se **resolver muitas questões**.

Vamos **esquematizar** essas fórmulas e, posteriormente, iremos resolver agora algumas questões de concursos para você fixar esse conteúdo.



Taxa aparente: taxa de juros total.

*Não são descontados os efeitos inflacionários.*

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_l) \quad \text{ou} \quad \frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_l)$$

Taxa real: resultado “de fato” de uma operação.

*São descontados os efeitos inflacionários.*

Obs.: a Taxa real é calculada através dessa equação e **NÃO POR SUBTRAÇÃO**.



**(CR4 – 2018) Julgue o item, relativo à aplicação da matemática financeira e ao funcionamento do sistema bancário.**

Os juros reais são os juros resultantes, após a subtração da taxa de crescimento da economia, dos juros nominais.

#### Comentários:

Os Juros reais, como o próprio nome diz, é o que realmente se ganha (ou se perde) em uma operação. É o **resultado de fato** de um investimento, por exemplo. Na Taxa real, **SÃO DESCONTADOS** os efeitos inflacionários.

A taxa real é calculada pela relação de Fisher e **NÃO POR SUBTRAÇÃO**. Fique atento! Nós descontamos os efeitos inflacionários. Descontar é diferente de subtrair.

A frase **correta** do enunciado seria:

*"Os juros reais são os juros resultantes, após o **desconto** da **taxa de inflação** da economia, dos juros nominais."*

Gabarito: **ERRADO**

**(Pref. São Paulo – 2018)** Um investimento rendeu em um ano 10% de juros. Se a inflação nesse período foi de 6%, a taxa real de juros foi de, aproximadamente,

- a) 4,5%
- b) 2,8%
- c) 3,2%
- d) 3,8%
- e) 4,2%

**Comentários:**

Vamos aplicar diretamente a fórmula de relação entre as taxas que acabamos de estudar e calcular a Taxa real de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$i_a = \text{Taxa aparente} = 10\% = 0,1$$

$$i_r = \text{Taxa real} = ?$$

$$i_i = \text{Taxa de inflação} = 6\% = 0,06$$

Iremos substituir os valores e calcular a taxa requerida pela banca.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0,1) = (1 + i_r) \times (1 + 0,06)$$

$$1,1 = (1 + i_r) \times 1,06$$

$$(1 + i_r) = \frac{1,1}{1,06}$$

$$1 + i_r \cong 1,038$$

$$i_r \cong 1,038 - 1 \rightarrow \boxed{i_r \cong 0,038 \text{ ou } 3,8\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

**(TRT 13 - 2014) A taxa de juros aparente, que corresponde a uma taxa real de 0,60% em um determinado período e a uma inflação de 15,00% neste mesmo período é, em %, de**

- a) 15,60
- b) 21,00
- c) 14,40
- d) 15,69
- e) 9,00

**Comentários:**

Vamos utilizar a equação de relação entre essas taxas:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$$i_a = \text{Taxa aparente} = ?$$

$$i_r = \text{Taxa real} = 0,6\% = 0,006$$

$$i_i = \text{Taxa de inflação} = 15\% = 0,15$$

Iremos substituir os valores e calcular a taxa aparente.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_a) = (1 + 0,006) \times (1 + 0,15)$$

$$(1 + i_a) = 1,006 \times 1,015$$

$$1 + i_a = 1,1569$$

$$i_a = 1,1569 - 1 \rightarrow \boxed{i_a = 0,1569 \text{ ou } 15,69\%}$$

Gabarito: Alternativa D

**(SEFAZ RS - 2014) Francisco Joaquim contratou uma dívida de R\$ 120.000,00 para suportar novos investimentos na sua fazenda. Oito meses após a data da contratação do empréstimo, Francisco Joaquim quitou a dívida por R\$ 132.000,00. A inflação do período em que o empréstimo esteve em vigor foi de 6%. Qual a taxa de juros real, ou seja, acima da variação da inflação do período que Francisco Joaquim pagou nessa operação?**

- a) 1,03% no período
- b) 3,77% no período
- c) 4,00% no período
- d) 4,50% no período
- e) 6,00% no período

### Comentários:

O enunciado nos fornece o Montante e o Capital. Sendo assim, vamos usar a segunda equação para o cálculo da taxa real de Juros em que:

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$$M = \text{Montante} = 132.000$$

$$C = \text{Capital} = 120.000$$

$$i_r = \text{Taxa real} = ?$$

$$i_i = \text{Taxa de inflação} = 6\% \text{ no período} = 0,06$$

Vamos substituir os valores e calcular a taxa real de juros no período.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{132.000}{120.000} = (1 + i_r) \times (1 + 0,06)$$

$$1,1 = (1 + i_r) \times 1,06$$

$$(1 + i_r) = \frac{1,1}{1,06}$$

$$1 + i_r = 1,0377$$

$$i_r = 1,0377 - 1 \rightarrow \boxed{i_r = 0,0377 \text{ ou } 3,77\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

**(SEFAZ PI – 2015)** Um investidor aplicou um capital de R\$ 10.000,00 e resgatou o total de R\$ 13.600,00 ao fim de 1 semestre. Se, nesse período, a taxa real de juros foi de 32%, então, dos valores seguintes, o que mais se aproxima da taxa de inflação do período é

- a) 4,5%
- b) 4%
- c) 3,5%
- d) 3%
- e) 2,5%

### Comentários:

Questão cobrada na prova de Auditor Fiscal do Estado do Piauí. Iremos ver que a resolução consiste, unicamente, na **aplicação da fórmula** adaptada da equação de relação entre as Taxas que acabamos de estudar.

A banca nos fornece o valor do Montante e do Capital e nos questiona a taxa de inflação do período. Vamos utilizar a equação de Fisher adaptada para as informações que dispomos.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$$M = \text{Montante} = 13.600$$

$$C = \text{Capital} = 10.000$$

$$i_r = \text{Taxa real} = 32\% = 0,32$$

$$i_i = \text{Taxa de inflação} = ?$$

Vamos substituir os valores e calcular a taxa de inflação.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{13.600}{10.000} = (1 + 0,32) \times (1 + i_i)$$

$$1,36 = 1,32 \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_i) = \frac{1,36}{1,32}$$

$$1 + i_i = 1,0303$$

$$i_i = 1,0303 - 1 \rightarrow i_i = 0,0303 \text{ ou } 3,03\%$$

Gabarito: Alternativa **D**



Vamos retornar à fórmula de correlação entre as Taxas:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Podemos expandir essa equação para um período maior que uma unidade e teremos:

$$(1 + i_a) = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})$$

Ou

$$\frac{M}{C} = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})$$

Fique **SEMPRE ATENTO** aos períodos mencionados pela banca no enunciado.

Vamos resolver um exercício de concurso sobre essa passagem para você entender melhor.

**(Metrô SP – 2019)** Ivone fez um empréstimo a juros compostos no valor de R\$ 20.000,00 em setembro de 2018, para pagamento após 2 anos da data de aquisição do empréstimo. A taxa de inflação acumulada durante o primeiro ano foi de 4% ao ano e, durante o segundo ano de, 5% ao ano. A taxa real de juros contratada foi mantida constante em 2% ao ano. O valor dos juros pagos por Ivone nessa operação foi, em reais,

- a) 2.685,12
- b) 2.636,00
- c) 2.690,37
- d) 2.722,34
- e) 2.600,00

#### Comentários:

Observe que a questão aborda mais de um período em seu enunciado. Há uma taxa de inflação para o primeiro ano e outra para o segundo.

Iremos, então, utilizar a fórmula expandida de relação entre as taxas.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})$$

Como o enunciado nos informa que o **período** do Empréstimo foi de **2 anos**, nossa equação será reduzida a dois termos e ficaremos com:

$$\frac{M}{C} = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2})$$

Onde,

$M = \text{Montante} = ?$

$C = \text{Capital} = 20.000$

$i_{r_1} = \text{Taxa real do primeiro ano} = 2\% = 0,02$

$i_{r_2} = \text{Taxa real do segundo ano} = 2\% = 0,02$

$i_{i_1} = \text{Taxa de inflação do primeiro ano} = 4\% = 0,04$

$i_{i_2} = \text{Taxa de inflação do segundo ano} = 5\% = 0,05$

Observe que, pelo comando da questão, a Taxa real de juros foi igual tanto para o primeiro quanto para o segundo ano (mas nada impede que, em uma outra questão, sejam diferentes).

Vamos substituir os valores e calcular o Montante devido pelo empréstimo após 2 anos.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_{r_1}) \times (1 + i_{r_2}) \times (1 + i_{i_1}) \times (1 + i_{i_2})$$

$$\frac{M}{20.000} = (1 + 0,02) \times (1 + 0,02) \times (1 + 0,04) \times (1 + 0,05)$$

$$\frac{M}{20.000} = 1,02 \times 1,02 \times 1,04 \times 1,05$$

$$\frac{M}{20.000} = 1,1361$$

$$M = 20.000 \times 1,1361 \rightarrow \boxed{M = 22.722}$$

De posse do Montante e do Capital, calculamos os Juros pagos por Ivone.

$$J = M - C$$

$$J = 22.722 - 20.000 \rightarrow \boxed{J = 2.722}$$

Gabarito: Alternativa **D**

**(SEFAZ RS – 2014)** Um título acumulou um rendimento de 30% nominal nos últimos quatro anos. Calcule a taxa de juros real, ou seja, a taxa acima da variação da inflação do período, sabendo que a variação da inflação foi de 5,5% para o ano 1; 4,5% para o ano 2; de 4,0% para o ano 3; e de 6% para o ano 4.

a) 9,66% no período

- b) 6,69% no período
- c) 6,96% no período
- d) 10,0% no período
- e) 8,33% no período

### Comentários:

Vamos utilizar a fórmula de Fisher expandida para n termos:

$$(1 + i_a) = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots \times (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots \times (1 + i_{in})$$

Observe que o enunciado já nos fornece a Taxa nominal para todo o período, isto é, para os últimos 4 anos. Não foi fornecida a Taxa ano a ano, mas sim uma taxa "completa" para todo o período.

A mesma situação ocorre para a Taxa real questionada pelo enunciado. A banca pergunta qual a taxa "completa" para todo o período de 4 anos.

Já a taxa de inflação é fornecida ano a ano durante os 4 anos. Então, nossa equação expandida terá o seguinte aspecto:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times (1 + i_{i4})$$

Vamos substituir os valores e proceder com as contas para calcular a taxa real do período.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times (1 + i_{i4})$$

$$(1 + 0,3) = (1 + i_r) \times (1 + 0,055) \times (1 + 0,045) \times (1 + 0,04) \times (1 + 0,06)$$

$$1,3 = (1 + i_r) \times 1,055 \times 1,045 \times 1,04 \times 1,06$$

$$1,3 = (1 + i_r) \times 1,2153$$

$$(1 + i_r) = \frac{1,3}{1,2153}$$

$$1 + i_r = 1,0696$$

$$i_r = 1,0696 - 1 \rightarrow \boxed{i_r = 0,0696 \text{ ou } 6,96\%}$$

Gabarito: Alternativa C

## CONCEITOS ECONÔMICOS

Algumas questões de provas buscam saber do candidato a **relação conceitual** acerca da Taxa real e da Taxa aparente, a depender do comportamento da inflação na economia.

- ⊕ Em uma **economia inflacionária**, isto é, inflação positiva ( $> 0$ ), a Taxa real de Juros é sempre **MENOR** que a Taxa aparente.

Vamos entender essa passagem tanto conceitual quanto numericamente.

Vimos que a **Taxa real é a taxa de juros descontada da inflação**. Ou seja, para calcular a Taxa real, pegamos a Taxa Nominal e descontamos a inflação. Ora, se a taxa de inflação for positiva e descontarmos esse valor da Taxa Nominal, certamente iremos encontrar um valor menor que esta última. Este valor menor é a Taxa real.

Ainda ficou confuso? Tenho certeza que numericamente tudo irá se esclarecer.

Imagina que a Taxa Aparente seja de 20% no período e a Taxa de inflação seja de 10%. Qual será o valor da Taxa real?

Estamos diante de um exemplo de uma **economia inflacionária**, uma vez que, a taxa de inflação é positiva. Vamos utilizar a equação que correlaciona as taxas e **calcular a taxa real**.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0,2) = (1 + i_r) \times (1 + 0,1)$$

$$1,2 = (1 + i_r) \times 1,1$$

$$\frac{1,2}{1,1} = (1 + i_r)$$

$$1 + i_r = 1,091$$

$$i_r = 1,091 - 1 \rightarrow i_r = 0,091 \text{ ou } 9,1\% \text{ no período}$$

Constatamos, então, que a Taxa real (9,1%), em uma **economia inflacionária**, é **MENOR** que a Taxa aparente (20%).

Percebeu? Tínhamos uma Taxa Aparente de 20% e descontamos um valor positivo sobre ela (10%). Resultando, assim, em uma Taxa menor que ela (que é a Taxa real).

- ⊕ Em uma **economia deflacionária**, isto é, inflação negativa ( $< 0$ ), a Taxa real de Juros é sempre **MAIOR** que a Taxa aparente.

Vamos analisar com base no mesmo exemplo. Temos uma Taxa aparente de 20% no período. Porém, agora, a inflação é igual a  $-5\%$ . Iremos **calcular a Taxa real**.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0,2) = (1 + i_r) \times (1 - 0,05)$$

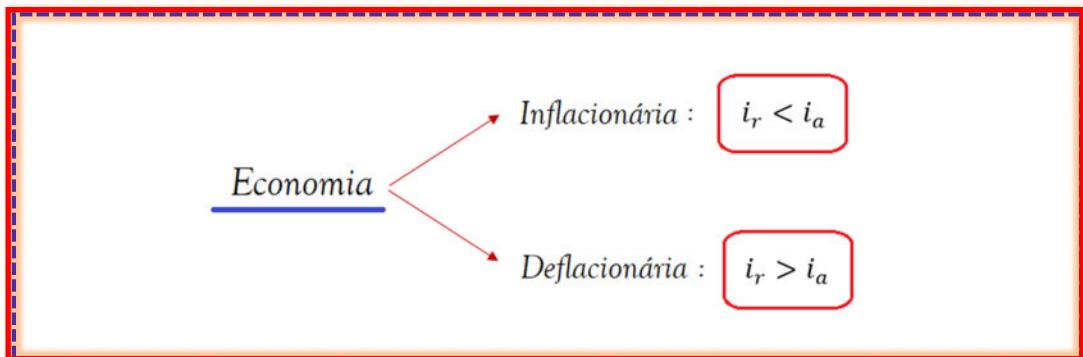
$$1,2 = (1 + i_r) \times 0,95$$

$$(1 + i_r) = \frac{1,2}{0,95}$$

$$1 + i_r = 1,263$$

$$i_r = 1,263 - 1 \rightarrow i_r = 0,263 \text{ ou } 26,3\% \text{ no período}$$

Ou seja, em uma **economia deflacionária**, a Taxa real de juros é **MAIOR** que a Taxa aparente.



Vejamos como esse tópico já foi cobrado.



**(BNB - 2018) No que se refere a matemática financeira, julgue o seguinte item.**

Se em determinado ano a taxa de juros aparente for de 10% ao ano e se a taxa real de juros nesse período for de 12%, então, nesse ano, a taxa de inflação será negativa, ou seja, haverá deflação.

## Comentários:

Observe que a Taxa real de juros (12%) é maior que a Taxa aparente (10%). Estudamos que essa situação ocorre quando estamos diante de uma **economia deflacionária**, ou seja, quando a inflação é negativa.

Logo, a assertiva está correta.

Vamos comprovar algebricamente. Iremos utilizar a equação que relaciona essas taxas e calcular o valor da Taxa de inflação no ano.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$$i_a = \text{Taxa aparente} = 10\% = 0,1$$

$$i_r = \text{Taxa real} = 12\% = 0,12$$

$$i_i = \text{Taxa de inflação} = ?$$

Iremos substituir os valores e calcular a Taxa de inflação.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0,1) = (1 + 0,12) \times (1 + i_i)$$

$$1,1 = 1,12 \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_i) = \frac{1,1}{1,12}$$

$$1 + i_i \cong 0,98$$

$$i_i \cong 0,982 - 1 \rightarrow i_i \cong -0,018 \text{ ou } -1,8\% \text{ ao ano}$$

Isto é, a taxa de inflação será **NEGATIVA** (deflação) como queríamos demonstrar.

Relembrando:

- 💡 Em uma **economia deflacionária**, isto é, inflação negativa ( $< 0$ ), a Taxa real de Juros é sempre **MAIOR** que a Taxa aparente.

Gabarito: **CERTO**

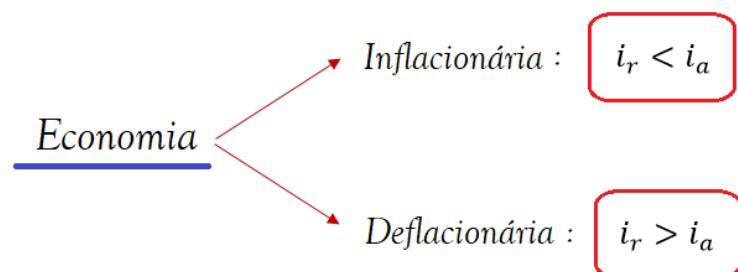
**(FUB - 2018) A respeito de sistemas de amortização e de taxas de juros de empréstimos bancários, julgue o item a seguir.**

Em uma economia inflacionária, a taxa real de juros para um empréstimo bancário será sempre maior que a correspondente taxa nominal.

### **Comentários:**

Estudamos que, em uma **economia inflacionária**, isto é, inflação positiva ( $> 0$ ), a Taxa real de Juros é sempre **MENOR** que a Taxa aparente.

Vamos relembrar o esquema da aula.



Logo, a assertiva está errada.

Gabarito: **ERRADO**

## INFLAÇÃO ACUMULADA

Imagine, por exemplo, que a Taxa de inflação em um mês seja de 5% e no mês seguinte de 7%. Qual seria a Inflação acumulada nesses dois meses?

Já adianto que **NÃO DEVEMOS somar** as taxas de inflação individualmente para calcular a Taxa acumulada de inflação no período.

Ou seja, se você respondeu 12%, está incorreto. Porém, não há problema algum em errar. Iremos aprender agora a calcular a Taxa de inflação acumulada e você, com certeza, acertará na sua prova se cair uma questão sobre esse tópico.

Sejam,  $i_{i1}, i_{i2}, i_{i3}, \dots, i_{in}$  as taxas de inflação de períodos sucessivos, define-se **Taxa acumulada de inflação  $i_{iac}$**  nesses períodos por:

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times \dots \times (1 + i_{in})$$

Vamos calcular, então, qual seria a Taxa acumulada no exemplo dado. A taxa de inflação no primeiro mês foi de 5% e, no segundo mês, 7%.

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2})$$

$$(1 + i_{iac}) = (1 + 0,05) \times (1 + 0,07)$$

$$(1 + i_{iac}) = 1,05 \times 1,07$$

$$1 + i_{iac} = 1,1235$$

$$i_{iac} = 1,1235 - 1 \rightarrow \boxed{i_{iac} = 0,1235 \text{ ou } 12,35\%}$$

Ou seja, a Taxa de inflação acumulada nos dois meses foi igual a 12,35%.



**(Emdec - 2019) Em determinada época a inflação de um país (mês 1) foi de 1,20%; no mês seguinte (mês 2), a inflação foi de 2% e, no outro mês (mês 3) foi de 1,8%. Quanto a inflação acumulada do período, assinale a alternativa correta.**

a) 3,05%

- b) 4,32%
- c) 5%
- d) 5,08%

### Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula da Taxa acumulada de inflação e calcular seu valor.

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3})$$

$$(1 + i_{iac}) = (1 + 0,012) \times (1 + 0,02) \times (1 + 0,018)$$

$$(1 + i_{iac}) = 1,012 \times 1,02 \times 1,018$$

$$1 + i_{iac} = 1,0508$$

$$i_{iac} = 1,0508 - 1 \rightarrow \boxed{i_{iac} = 0,0508 \text{ ou } 5,08\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

**(MSGás – 2015)** Em um país, as taxas de inflação nos 2 primeiros meses do ano são 4% e 5% e no terceiro mês acontece uma deflação de 4%. Portanto, a inflação acumulada nos três primeiros meses deste ano é igual a:

- a) 4,832%
- b) 4,882%
- c) 4,922%
- d) 5%

### Comentários:

Iremos aplicar a fórmula da **Taxa acumulada de inflação** e calcular seu valor para o período de 3 meses. Observe que no terceiro mês houve uma deflação, isto é, a inflação foi negativa. Em nada muda a aplicabilidade da fórmula. A única atenção que devemos ter é que, nesse caso, a inflação entrará com sinal negativo.

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3})$$

$$(1 + i_{iac}) = (1 + 0,04) \times (1 + 0,05) \times (1 - 0,04)$$

$$(1 + i_{iac}) = 1,04 \times 1,05 \times 0,96$$

$$1 + i_{iac} = 1,04832$$

$$i_{iac} = 1,04832 - 1 \rightarrow \boxed{i_{iac} = 0,04832 \text{ ou } 4,832\%}$$

Gabarito: Alternativa **A**

## CUSTO EFETIVO DE UMA OPERAÇÃO

Suponha que você obtenha um Empréstimo de R\$ 100.000,00 a uma taxa de juros de 10% ao mês em regime de Juros Compostos para ser pago ao final de 3 meses. Porém, na hora da liberação do recurso, o banco te cobre uma taxa de abertura de crédito de R\$ 2.000,00 mais um valor de R\$ 500,00 referente a outras taxas.

Apesar de você ter obtido 100 mil reais de empréstimo, efetivamente você terá recebido esse valor subtraído das taxas cobradas pelo banco, certo?

Ora, **o Capital efetivamente recebido será o valor que foi emprestado menos os custos que o banco cobra.**

Nesse caso, o **Capital efetivo recebido** teria sido igual a:

$$C_{ef} = 100.000 - 2.000 - 500 \rightarrow C_{ef} = 97.500$$

Então, efetivamente, você recebeu R\$ 97.500,00.

E qual o Montante que você deverá pagar pela obtenção desse recurso?

O banco vai te cobrar juros compostos de 10% ao mês.

*"Mas em cima de qual valor, professor? Do valor do Empréstimo ou em cima do valor que efetivamente recebi?"*

Em cima do valor do Empréstimo. **Os Juros são calculados em cima do valor Nominal do Empréstimo.** Então, você teria que pagar ao final de 3 meses um Montante igual a:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0,1)^3$$

$$M = 100.000 \times 1,331 \rightarrow M = 133.100$$

E, por fim, qual seria a taxa efetiva (custo efetivo) no período desta operação?

Perceba que a taxa de 10% ao mês é a taxa nominal do empréstimo. Para calcularmos a taxa efetiva, devemos ter como base o que efetivamente foi recebido, isto é, R\$ 97.500,00.

Sendo assim, vamos aplicar a fórmula do Montante e calcular o custo efetivo da operação. Acompanhe.

$$M = C_{ef} \times (1 + i_{ef})$$

$$133.100 = 97.500 \times (1 + i_{ef})$$

Observe que, na equação acima, para o cálculo da taxa efetiva, entramos com o valor do Capital efetivamente recebido, isto é, o valor do Empréstimo menos os custos cobrados pelo banco.

Atente-se também para a pergunta que foi feita. Estamos em busca da taxa efetiva no período do empréstimo. Logo, a taxa efetiva vai ser no período de 3 meses. Se a banca, porventura, perguntar a taxa efetiva mensal, teríamos que utilizar a fórmula  $M = C_{ef} \times (1 + i_{ef})^3$ . Todavia, a grande maioria das questões cobra o **custo efetivo em todo o período da operação**.

Vamos continuar com as contas.

$$133.100 = 97.500 \times (1 + i_{ef})$$

$$(1 + i_{ef}) = \frac{133.100}{97.500}$$

$$1 + i_{ef} = 1,365$$

$$i_{ef} = 1,365 - 1 \rightarrow \textcolor{red}{i_{ef} = 0,365 \text{ ou } 36,5\%}$$

Ou seja, a taxa efetiva (custo efetivo) da obtenção deste empréstimo foi de 36,5% no período da operação.



**O custo efetivo (taxa efetiva) do período é aquele que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é pago.**

Vejamos como esse assunto é cobrado nas provas.



**(ALESE – 2018)** Para a obtenção de um empréstimo de R\$ 100.000,00 a Cia. Flores Belas pagou à instituição financeira, na data da liberação dos recursos, R\$ 1.500,00 de taxa de abertura de crédito e R\$ 268,52 referentes a outras taxas. O prazo do empréstimo foi 2 meses e o principal e os juros foram pagos em uma única parcela na data do vencimento. Sabendo que a taxa de juros compostos cobrada pelo banco foi de 3% ao mês, a taxa efetiva de juros (custo efetivo) no período da operação foi de

- a) 3,00%
- b) 6,00%
- c) 6,09%
- d) 8,00%
- e) 7,86%

**Comentários:**

Primeiramente, vamos calcular o valor do Capital efetivamente recebido pela Cia. Flores Belas.

$$C_{ef} = 100.000 - 1.500 - 268,52 \rightarrow C_{ef} = 98.231,48$$

Posteriormente, calculamos o Montante pago pela companhia.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0,03)^2$$

$$M = 100.000 \times (1,03)^2$$

$$M = 100.000 \times 1,0609 \rightarrow M = 106.090$$

E, por fim, calculamos a taxa efetiva de juros (custo efetivo) no período da operação.

$$M = C_{ef} \times (1 + i_{ef})$$

$$106.090 = 98.231,48 \times (1 + i_{ef})$$

$$(1 + i_{ef}) = \frac{106.090}{98.231,48}$$

$$1 + i_{ef} = 1,08$$

$$i_{ef} = 1,08 - 1 \rightarrow \boxed{i_{ef} = 0,08 \text{ ou } 8\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

**(SEGEPE MA – 2018)** Uma empresa obteve um empréstimo no valor de R\$ 100.000,00 para ser liquidado em um único pagamento no final de 4 meses. A taxa de juros simples contratada foi 3% ao mês e a instituição financeira cobra, adicionalmente, na data do pagamento do

**empréstimo, uma tarifa cujo valor corresponde a 1% do valor que deve ser pago para liquidação do empréstimo. A taxa de custo efetivo incidente no empréstimo foi, em %, no período do prazo do empréstimo,**

- a) 12,55
- b) 13,00
- c) 13,12
- d) 12,00
- e) 13,68

#### **Comentários:**

Observe que nessa questão, na hora da obtenção do empréstimo, não houve qualquer custo cobrado pelo banco.

Atenção ao comando de cada questão. **As bancas não irão repetir sempre o mesmo padrão.** O raciocínio para o cálculo do custo efetivo será o mesmo, mas a cobrança não. Então, vamos sempre raciocinar antes de aplicar as fórmulas.

Sendo assim, o Capital efetivamente recebido será igual a R\$ 100.000,00.

Vamos, agora, calcular o valor do Montante pago pela empresa pela obtenção desse empréstimo à taxa de juros simples de 3% ao mês pelo período de 4 meses.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0,03 \times 4)$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0,12)$$

$$M = 100.000 \times 1,12 \rightarrow \boxed{\mathbf{M = 112.000}}$$

Todavia, a instituição financeira cobra, adicionalmente, na data do pagamento do empréstimo, uma tarifa cujo valor corresponde a 1% do valor que deve ser pago para liquidação do empréstimo.

Sendo assim, ao final dos 4 meses, a empresa irá pagar um Montante final igual a:

$$M_f = 112.000 + \frac{1}{100} \times 112.000$$

$$M_f = 112.000 + 1.120 \rightarrow \boxed{\mathbf{M_f = 113.120}}$$

Por fim, calculamos o custo efetivo no período do prazo do empréstimo.

$$M_f = C_{ef} \times (1 + i_{ef})$$

$$113.120 = 100.000 \times (1 + i_{ef})$$

$$(1 + i_{ef}) \frac{113.120}{100.000}$$

$$1 + i_{ef} = 1,1312$$

$$i_{ef} = 1,1312 - 1 \rightarrow i_{ef} = 0,1312 \text{ ou } 13,12\%$$

Gabarito: Alternativa **C**

**(TST – 2017)** Uma empresa obteve um empréstimo no valor de R\$ 100.000,00 para ser liquidado em uma única parcela no final do prazo de 2 meses. A taxa de juros compostos negociada foi 3% ao mês e a empresa deve pagar, adicionalmente, na data da obtenção do empréstimo, uma taxa de cadastro no valor de R\$ 1.000,00. Na data do vencimento do empréstimo a empresa deve pagar, junto com o valor que pagará à instituição financeira, um imposto no valor de R\$ 530,00. O custo efetivo total para a empresa no prazo do empréstimo, foi

- a) 7,70%
- b) 6,09%
- c) 7,62%
- d) 6,00%
- e) 7,16%

#### Comentários:

Primeiramente, vamos calcular o valor do Capital efetivamente obtido pela empresa.

$$C_{ef} = 100.000 - 1.000 \rightarrow C_{ef} = 99.000$$

Posteriormente, calculamos o Montante pago pela companhia.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0,03)^2$$

$$M = 100.000 \times (1,03)^2$$

$$M = 100.000 \times 1,0609 \rightarrow M = 106.090$$

Na data do vencimento do empréstimo a empresa deve pagar, junto com o valor que pagará à instituição financeira, um imposto no valor de R\$ 530,00. Logo, o Montante final a ser pago será igual a:

$$M_f = 106.090 + 530 \rightarrow M_f = 106.620$$

Por fim, calculamos o custo efetivo no período do prazo do empréstimo.

$$M_f = C_{ef} \times (1 + i_{ef})$$

$$106.620 = 99.000 \times (1 + i_{ef})$$

$$(1 + i_{ef}) = \frac{106.620}{99.000}$$

$$1 + i_{ef} \cong 1,077$$

$$i_{ef} \cong 1,077 - 1 \rightarrow i_{ef} \cong 0,077 \text{ ou } 7,7\%$$

Gabarito: Alternativa A



Com as questões de concursos acima, você deve ter percebido que **cada questão tem suas peculiaridades**. As questões não serão idênticas. Porém, a sistemática de cálculo sim.

O **custo efetivo** (taxa efetiva) do período é aquele que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é pago.

Então, raciocine sempre no sentido de buscar o que efetivamente foi recebido na hora da obtenção do empréstimo e o que realmente foi pago de Montante ao final. Essas 2 informações serão os "inputs" para encontrar o custo efetivo da operação.

## CAPITALIZAÇÃO CONTÍNUA

Este é um tópico isolado da matéria e o índice de cobrança não é tão elevado. Porém, o custo benefício deste tema é enorme, uma vez que, há apenas 1 fórmula para se decorar e a grande maioria dos candidatos não terão estudado esse assunto. Mas você, aluno do Estratégia, terá visto toda a matéria e estará preparado para qualquer tipo de questão.

**Na capitalização contínua, o Montante** é calculado pela seguinte fórmula:

$$M = C \times e^{i \times t}$$

Onde,

**$M$  = Montante**

**$C$  = Capital**

**$i$  = Taxa de Juros**

**$t$  = tempo**

**$e$  = número de Euler = 2,71828 ...**

As questões de provas irão fornecer o valor da potência ou o valor do Logaritmo Neperiano (logaritmo na base e).

Quando o enunciado fornecer o valor do Logaritmo, teremos que lembrar da definição de logaritmo das aulas de matemática básica em que:

Dados dois números reais positivos  $a$  e  $x$ , com  $a > 0$  e  $a \neq 1$ , o **logaritmo** de  $x$  na base  $a$  é igual ao expoente  $y$  ao qual a base  $a$  deve ser elevada para se chegar a  $x$  como resultado.

Se  $a > 0$  e  $a \neq 1$  e  $x > 0$ , temos que:

$$\log_a x = y \leftrightarrow a^y = x, \text{ onde:}$$

- $a$  → base do logaritmo
- $x$  → logaritmando
- $y$  → logaritmo

Isto é, o **logaritmo** de  $x$  na base  $a$  é a solução de  $y$  na equação  $a^y = x$ .

Vejamos como a Capitalização Contínua é cobrada em provas.



**(Sefaz PI – 2015) Um capital de R\$ 15.000,00 é aplicado, durante 2 anos, à taxa de 5% ao semestre com capitalização contínua. Dos valores abaixo, o mais próximo do valor dos juros desta aplicação é**

**Dados:  $\ln(1,221403) = 0,2$**

- a) R\$ 3.076,00
- b) R\$ 3.155,00
- c) R\$ 3.321,00
- d) R\$ 3.487,00
- e) R\$ 3.653,00

**Comentários:**

Vamos aplicar diretamente a fórmula do Montante na capitalização contínua.

$$M = C \times e^{i \times t}$$

Onde,

$$M = \text{Montante} = ?$$

$$C = \text{Capital} = 15.000$$

$$i = \text{Taxa de Juros} = 5\% \text{ ao semestre} = 0,05$$

$$t = \text{tempo} = 2 \text{ anos} = 4 \text{ semestres}$$

**Atente-se** para a **conversão da unidade** do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de Juros (semestre), pois **necessariamente** devem coincidir. Em 1 ano há 2 semestres. Logo, em 2 anos haverá 4 semestres.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times e^{i \times t}$$

$$M = 15.000 \times e^{0,05 \times 4}$$

$$M = 15.000 \times e^{0,2}$$

Para resolver essa potência, iremos utilizar os dados fornecidos no enunciado e a definição de logaritmo.

Observe que:

$$\ln 1,221403 = 0,2$$

Pela definição de logaritmo temos que:

$$\log_a x = y \leftrightarrow a^y = x$$

Iremos aplicar essa definição para a base "a" igual ao número de Euler (e) e para  $x = 1,221403$  e  $y = 0,2$ . Sendo assim,

$$\ln 1,221403 = 0,2 \rightarrow e^{0,2} = 1,221403$$

Retomando as contas para cálculo do Montante teremos:

$$M = 15.000 \times e^{0,2}$$

$$M = 15.000 \times 1,221403 \rightarrow M \cong 18.321,00$$

De posse do Montante e do Capital, calculamos os Juros.

$$J = M - C$$

$$J = 18.321,00 - 15.000 \rightarrow J = 3.321$$

Gabarito: Alternativa C

**(TCE PR - 2011)** Um capital no valor de R\$ 25.000,00 foi aplicado, durante um ano, à taxa semestral de 6% com capitalização contínua. Utilizando a informação de que 6% é igual ao logaritmo neperiano de 1,062, tem-se que o valor do montante, no final do período, foi igual a

- a) R\$ 28.090,00
- b) R\$ 28.143,00
- c) R\$ 28.196,10
- d) R\$ 28.249,20
- e) R\$ 28.302,30

**Comentários:**

Vamos aplicar diretamente a fórmula do Montante na capitalização contínua.

$$M = C \times e^{i \times t}$$

Onde,

$M = \text{Montante} = ?$

$C = \text{Capital} = 25.000$

$i = \text{Taxa de Juros} = 6\% \text{ ao semestre} = 0,06$

$t = \text{tempo} = 1 \text{ ano} = 2 \text{ semestres}$

**Atente-se** para a **conversão da unidade** do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de Juros (semestre), pois **necessariamente** devem coincidir. Em 1 ano há 2 semestres.

Substituindo os valores:

$$M = C \times e^{i \times t}$$

$$M = 25.000 \times e^{0,06 \times 2}$$

Para resolver essa potência usaremos a informação do enunciado que nos diz que 6% (0,06) é igual ao logaritmo neperiano de 1,062.

$$\ln 1,062 = 0,06$$

Pela definição de logaritmo temos que:

$$\log_a x = y \leftrightarrow a^y = x$$

Iremos aplicar essa definição para a base "a" igual ao número de Euler (e) e para  $x = 1,062$  e  $y = 0,06$ . Sendo assim,

$$\ln 1,062 = 0,06 \rightarrow e^{0,06} = 1,062$$

Vamos retomar as contas e calcular o Montante.

$$M = 25.000 \times e^{0,06 \times 2}$$

$$M = 25.000 \times (e^{0,06})^2$$

$$M = 25.000 \times (1,062)^2$$

$$M = 25.000 \times 1,062 \times 1,062 \rightarrow \boxed{M = 28.196,10}$$

Gabarito: Alternativa C

Chegamos ao final de mais uma teoria.

Iremos, agora, resolver uma bateria de questões de concursos que sintetizam todo o conteúdo estudado.

## RESUMO DA AULA

Taxa aparente, Taxa real e Taxa de inflação

Taxa aparente: taxa de juros total. ←

Não são descontados os efeitos inflacionários.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_t) \quad \text{ou} \quad \frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_t)$$

→ Taxa real: resultado “de fato” de uma operação.

São descontados os efeitos inflacionários.

Obs.: a Taxa real é calculada através dessa equação e NÃO POR SUBTRAÇÃO.

Podemos expandir essa equação para um **período maior que uma unidade** e teremos:

$$(1 + i_a) = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})$$

Ou

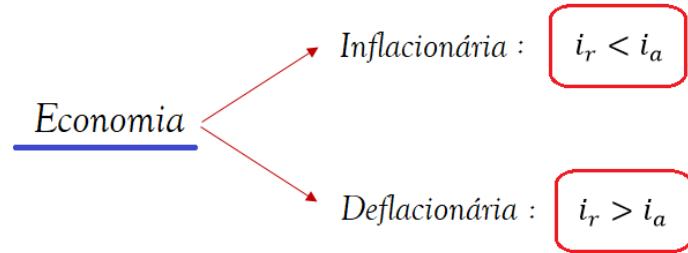
$$\frac{M}{C} = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})$$

Fique **SEMPRE ATENTO** aos períodos mencionados pela banca no enunciado.

Conceitos Econômicos

- ⊕ Em uma **economia inflacionária**, isto é, inflação positiva ( $> 0$ ), a Taxa real de Juros é sempre **MENOR** que a Taxa aparente.
- ⊕ Em uma **economia deflacionária**, isto é, inflação negativa ( $< 0$ ), a Taxa real de Juros é sempre **MAIOR** que a Taxa aparente.

**Esquematizando:**



## Inflação Acumulada

Sejam,  $i_{i1}, i_{i2}, i_{i3}, \dots, i_{in}$  as taxas de inflação de períodos sucessivos, define-se **Taxa acumulada de inflação**  $i_{iac}$  nesses períodos por:

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times \dots \times (1 + i_{in})$$

## Custo Efetivo

O **custo efetivo** (taxa efetiva) do período é aquele que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é pago.

Então, raciocine sempre no sentido de buscar o que efetivamente foi recebido na hora da obtenção do empréstimo e o que realmente foi pago de Montante ao final. Essas 2 informações serão os "inputs" para encontrar o custo efetivo da operação.

## Capitalização Contínua

Na **capitalização contínua**, o **Montante** é calculado pela seguinte fórmula:

$$M = C \times e^{i \times t}$$