$\min\limits_{\vec{x}} f_1(\vec{x})$ e $\max\limits_{\vec{x}} f_2(\vec{x})$

$\vec{g}(\vec{x}) \leq 0$ (m restrições de desigualdade)

$\vec{h}(\vec{x}) = 0$ (p restrições de igualdade)

- $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$
- $\vec{g}(\vec{x}) \in \mathbb{R}^m$
- $\vec{h}(\vec{x}) \in \mathbb{R}^p$

A interseção definida
pelas restrições
$\vec{g}$ e $\vec{h}$
delimitam o espaço
de busca da solução ótima.

$\vec{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$

$\in \mathbb{R}$

$\vec{g}(\vec{x}) = (\vec{g_1}(\vec{x}), \vec{g_2}(\vec{x}), \cdots, \vec{g_m}(\vec{x}))$

$\vec{h}(\vec{x}) = (\vec{h_1}(\vec{x}), \vec{h_2}(\vec{x}), \cdots, \vec{h_p}(\vec{x}))$

$\mathbb{R}^m = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \cdots \times \mathbb{R}$

x_1 x_2

$L_{1_{inf}}$ $L_{1_{sup}}$ $L_{2_{inf}}$ $L_{2_{sup}}$

Deseja-se gerar um grande núumero de pontos que de certa forma descreva o conjunto de soluções eficientes, sem ainda levar em consideração a preferência do decisor quanto a tais pontos
O problema a ser tratado a partir de agora é o de determinar um conjunto de pontos que seja representativo do conjunto de soluções eficientes do problema.

$$\min_{\overrightarrow{x}} \sum_{i=1}^{k} w_i \cdot f_i(\overrightarrow{x})$$

$$w_i \geq 0 \text{ e } \sum_{i=1}^{k} w_i = 1$$

Problema de otimização multiobjetivo

$\min_{x} f_1(x) \quad \min_{x} f_2(x) \quad \min_{x} f_3(x)$

restrito a

$g(x) \leq 0$

$h(x) = 0$

Problema de otimização mono-objetivo

$\min_{x} w_1 f_1(x) + w_2 f_2(x) + w_3 f_3(x)$

restrito a

$g(x) \leq 0$

$h(x) = 0$

$w_i \geq 0, i = 1, 2, 3$

$w_1 + w_2 + w_3 = 1$

$$\min_{x} \sum_{i=1}^{k} w_i \cdot f_i(x)$$

$g(x) \leq 0$

$h(x) = 0$

$$w_i \geq 0 \text{ e } \sum_{i=1}^{k} w_i = 1$$

$$f_1(x) = 1 - exp\left(\frac{-(x-4)^2}{9}\right) \qquad f_2(x) = 1 - exp\left(\frac{-(x+4)^2}{9}\right)$$

f_1 e f_2
são funções
quase-convexas
Os pontos da superfície Pareto-ótima
do vetor de funções $[f_1, f_2]$ são
todos aqueles para $x \in [-4, 4]$
Mas,
a solução do problema formulado como
$$\min_x \ \alpha f_1(x) + (1-\alpha) f_2(x)$$
irá sempre produzir como resultados
apenas os pontos $x = 4$ e $x = -4$.

f_1 e f_2 são
funções convexas
O problema correspondente à
minimização mono-objetivo

$$\min_x \ \alpha f_1(x) + (1-\alpha) f_2(x)$$

é capaz de gerar
todas as soluções eficientes deste problema,
ou seja, todos os pontos no intervalo $[-5, 5]$.

Minimizar f_1 e Minimizar f_2
Maximizar f_1 e Minimizar f_2
Minimizar f_1 e Maximizar f_2
Maximizar f_1 e Maximizar f_2

Formas comuns da Fronteira de Pareto considerando duas funções objetivo