

## **Aula 13**

*BNB - Raciocínio Lógico e Quantitativo -  
2023 (Pré-Edital)*

Autor:  
**Equipe Exatas Estratégia  
Concursos**

02 de Junho de 2023

# Índice

1) Conceito e Formas de Representação .....	3
2) Cálculo da Porcentagem de um Número .....	5
3) Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual .....	16
4) Aumentos e Descontos Percentuais .....	22
5) Variação Percentual .....	30
6) Variação Acumulada .....	40
7) Questões Comentadas - Cálculo da Porcentagem de um Número - Cebraspe .....	44
8) Questões Comentadas - Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual - Cebraspe .....	62
9) Questões Comentadas - Aumentos e Descontos Percentuais - Cebraspe .....	67
10) Questões Comentadas - Variação Percentual - Cebraspe .....	70
11) Lista de Questões - Cálculo da Porcentagem de um Número - Cebraspe .....	74
12) Lista de Questões - Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual - Cebraspe .....	81
13) Lista de Questões - Aumentos e Descontos Percentuais - Cebraspe .....	84
14) Lista de Questões - Variação Percentual - Cebraspe .....	87



## CONCEITO

O termo "porcento" é derivado do latim *per centum*, que significa "por cem" ou "às centenas". Porcentagem, então, representa uma razão em que o denominador é igual a cem (100).



Porcentagem representa **uma razão** em que o denominador é **igual a 100**

Então,  $k\%$  será igual a:

$$k\% = \frac{k}{100}$$

Vejam alguns exemplos:

**Exemplo 1:**

$$15\% = \frac{15}{100} = 0,15$$

**Exemplo 2:**

$$36,3\% = \frac{36,3}{100} = 0,363$$

**Exemplo 3:**

$$100\% = \frac{100}{100} = 1$$

**Exemplo 4:**

$$235\% = \frac{235}{100} = 2,35$$

Veja que **nada impede que uma porcentagem tenha um resultado numérico maior que 1.**



Observe, nos exemplos acima, que podemos representar a Porcentagem em 3 tipologias diferentes. Veremos abaixo cada uma delas.

## FORMAS DE REPRESENTAÇÃO

Iremos tomar como base o primeiro exemplo (15%) e analisar as formas em que podemos representá-lo.

### Forma Percentual

É apresentada com o **símbolo** representativo da operação (%).

15%

### Forma Fracionária

Nesta forma, iremos apresentar a porcentagem através de uma **fração com denominador 100**.

$$\frac{15}{100}$$

### Forma Unitária

Representada por **números decimais**.

0,15

Perceba que a forma unitária nada mais é que **o resultado matemático da divisão da forma fracionária**. 15 divididos por 100, na forma unitária, é igual a 0,15.

Então, para passar da forma fracionária para a forma unitária, dividimos por 100, ou, em uma linguagem decimal, "andamos" duas casas para a esquerda.



## CÁLCULO DA PORCENTAGEM DE UM NÚMERO

Para calcular a **Porcentagem de um valor**, multiplicamos a razão centesimal correspondente à Porcentagem por este valor. Vejamos alguns exemplos:



### EXEMPLIFICANDO

**Exemplo 1:** 15% de 600.

$$\frac{15}{100} \times 600 = \frac{9.000}{100} = 90$$

Uma palavra muito importante que deve ser observada quando se resolve problemas envolvendo Porcentagem é a preposição "**de**". Isso porque, via de regra, esse termo nos indica uma **multiplicação**.



### FIQUE ATENTO!

"de" → multiplicação

Então, 15% de 600, como vimos acima, é igual a fração 15/100 vezes 600.

Poderíamos resolver também, multiplicando diretamente a Porcentagem na forma unitária vezes o número.

$$0,15 \times 600 = 90$$



### TOME NOTA!

Esta forma de resolução é mais utilizada na **Matemática Financeira**, pois nesta, a Taxa de Juros é inserida nas fórmulas na forma unitária. Todavia, em nada muda o resultado, uma vez que, como vimos, a forma unitária nada mais é que o resultado matemático da divisão da forma fracionária. 15 divididos por 100, na forma unitária, é igual a 0,15.



**Exemplo 2:** 18,5% de 300

$$\frac{18,5}{100} \times 300 = 55,5$$

Observe que simplificamos a fração e aceleramos os cálculos, assim como você fará na sua prova.

**Exemplo 3:** 252% de 75

$$\frac{252}{100} \times 75 = \frac{252 \times 3}{4} = \frac{756}{4} = 189$$

Vejamos algumas **questões de concursos** para praticarmos o cálculo da Porcentagem de um número.

Antes de iniciarmos as questões, esclareceremos um ponto.



Difícilmente, uma questão será direta perguntando o valor de uma porcentagem. A maioria das questões vai trazer o conceito de porcentagem dentro da solução dos problemas.

Vamos, nas questões abaixo, resolver algumas questões que trazem **não só o uso da porcentagem, mas também uma ideia por trás da resolução**. As questões irão aumentar de nível uma a uma e vamos comentar o passo a passo de cada para que você possa entender perfeitamente a mecânica de resolução.



**(Pref. Novo Hamburgo - 2020 - Adaptada) É correto afirmar que:**

- a) 0,89% de 400 é igual a 356.
- b) 1.700% de 18 é igual a 30.600.
- c) 0,018 é igual a 12% de 0,15.
- d) 95 é igual a 17% de 500.



### Comentários:

Vamos resolver item a item. Questão bem interessante para gente treinar bem o conceito de porcentagem.

a) *0,89% de 400 é igual a 356.*

Observe que, apesar de estar com vírgulas (casas decimais), o valor nos é fornecido na forma percentual.

Então, o valor da letra *a* será igual a:

$$a = 0,89\% \times 400$$

$$a = \frac{0,89}{100} \times 400$$

$$a = 0,89 \times 4 \rightarrow \boxed{a = 3,56}$$

Nesse ponto que deve residir nossa atenção. Vejamos o resultado que ocorreria caso inseríssemos na fórmula a representação percentual.

$$a = 0,89 \times 400 \rightarrow \cancel{a = 356}$$

E assim, marcaríamos a letra *a* como gabarito, pois o resultado teria batido. Mas isto está **ERRADO**.

Friso, mais uma vez, que quando trabalhamos com porcentagem e/ou taxa, inserimos estes valores na forma fracionária (ou na forma unitária).

### ITEM ERRADO

b) *1.700% de 18 é igual a 30.600.*

$$b = 1.700\% \times 18$$

$$b = 17 \times 18 \rightarrow \boxed{b = 306}$$

Observe que esta passagem (da linha 1 para a linha 2) é feita automaticamente pela sua cabeça. Na hora da prova, você não vai nem escrever a primeira linha. Sua cabeça vai pensar no modo automático que 1.700% é igual a 17 e vai inserir diretamente este valor na fórmula. Foi muito rápido? Vejamos o passo a passo.

$$b = 1.700\% \times 18$$

$$b = \frac{1.700}{100} \times 18$$



$$b = 17 \times 18 \rightarrow \boxed{b = 306}$$

**ITEM ERRADO**

c) *0,018 é igual a 12% de 0,15.*

$$c = 12\% \times 0,15$$

$$c = \frac{12}{100} \times \frac{15}{100}$$

$$c = \frac{180}{10.000} \rightarrow \boxed{c = 0,018}$$

**ITEM CERTO**

d) *95 é igual a 17% de 500.*

$$d = \frac{17}{100} \times 500 \rightarrow \boxed{d = 85}$$

**ITEM ERRADO**

Gabarito: Alternativa C

(Pref. de Porto de Moz / 2019) O Banco Popular paga uma taxa de juros de 0,38% ao mês para depósitos nas suas cadernetas de poupança. Marcelo tem uma caderneta de poupança no Banco Popular com um saldo R\$ 1.000,00 reais. Qual o valor de juros que foi creditado na sua conta de poupança no final de um mês?

- a) R\$ 38,00
- b) R\$ 380,00
- c) R\$ 0,38
- d) R\$ 3,80
- e) R\$ 4,20

**Comentários:**

Ao final de um mês será creditado 0,38% de 1.000 reais.





Perceba que, apesar de estar com vírgulas (casas decimais), o valor nos é fornecido na forma percentual. A banca forneceu uma porcentagem com casas decimais justamente para tentar confundir o candidato.

Então, será creditado o valor igual a:

$$\textit{creditado} = \frac{0,38}{100} \times 1.000$$
$$\textit{creditado} = 0,38 \times 10 \rightarrow \textit{creditado} = 3,8$$

Gabarito: Alternativa D

**(Pref. Curuá / 2020) A mensalidade de um curso de idiomas custa R\$ 250,00. Contudo, caso haja atraso no pagamento, é cobrada uma multa de 2% sobre o valor da mensalidade, acrescida de juros no valor de 0,5% do valor da mensalidade, por dia de atraso. Se uma pessoa fizer o pagamento com dez dias de atraso, deverá pagar o valor de**

- a) R\$ 251,00
- b) R\$ 255,00
- c) R\$ 262,50
- d) R\$ 267,50

#### Comentários:

Se uma pessoa fizer o pagamento com dez dias de atraso, ela pagará a mensalidade mais a multa mais os Juros.

$$\textit{pgto} = \textit{mensalidade} + \textit{multa} + \textit{juros}$$

- **Multa**

É cobrada uma multa de **2% sobre o valor da mensalidade** de R\$ 250.

$$\textit{multa} = \frac{2}{100} \times 250$$
$$\textit{multa} = \frac{50}{10} \rightarrow \textit{multa} = 5$$

- **Juros**

Juros no valor de **0,5% do valor da mensalidade, por dia de atraso (10 dias)**.

$$\textit{Juros} = \frac{0,5}{100} \times 10 \times 250$$



$$Juros = 0,5 \times 25 \rightarrow \boxed{Juros = 12,5}$$

Logo, o pagamento será igual a:

$$pgto = mensalidade + multa + juros$$

$$pgto = 250 + 5 + 12,5 \rightarrow \boxed{pgto = 267,5}$$

Gabarito: Alternativa D

(Pref. Nova Itaberaba - 2021) Em certo evento, havia um público de 1.600 pessoas. Sabendo-se que 40% são homens e que 35% das mulheres presentes são casadas, ao todo, quantas mulheres casadas estão presentes nesse evento?

- a) 416
- b) 336
- c) 284
- d) 224
- e) 358

#### Comentários:

Em certo evento, havia um público de 1.600 pessoas. Sabe-se que **40% são homens**. Ou seja, **60% do público de 1.600 pessoas são mulheres**.

Sendo assim, o quantitativo de mulheres é igual a:

$$m = \frac{60}{100} \times 1.600 \rightarrow \boxed{m = 960}$$

35% das mulheres presentes são casadas.



Observe que o enunciado nos informa que **35% das mulheres são casadas** e não 35% do total. Atenção máxima ao comando da questão.

Calculamos que havia 960 mulheres presentes. Logo, o número de mulheres casadas ( $m_{casadas}$ ) é igual a:

$$m_{casadas} = \frac{35}{100} \times m$$



$$m_{casadas} = \frac{35}{100} \times 960$$
$$m_{casadas} = \frac{3.360}{10} \rightarrow m_{casadas} = 336$$

Gabarito: Alternativa B

(CRECI RN - 2021) Uma mulher adquiriu um imóvel comercial por 400 mil reais, gastou 160 mil reais com reforma do prédio e o vendeu por 750 mil. Depois da venda, ela deverá calcular seu lucro deduzindo, do preço da venda, o preço de aquisição, o valor da reforma e a corretagem de 5% sobre o valor da venda.

Supondo que ela deve pagar 15% de imposto de renda sobre o lucro obtido na venda do imóvel, o valor do imposto devido é superior a R\$ 22,5 mil.

#### Comentários:

O lucro da operação, segundo o enunciado, será igual ao **preço da venda** deduzidos: o preço de aquisição, o valor da reforma e a corretagem de 5% sobre o valor da venda.

$$lucro = \$_{venda} - \$_{aquisição} - \$_{reforma} - corretagem$$

A mulher adquiriu um imóvel por 400 mil reais ( $\$_{aquisição}$ ), gastou 160 mil reais com reforma ( $\$_{reforma}$ ) do prédio e o vendeu por 750 mil ( $\$_{venda}$ ). Já a corretagem é igual a 5% sobre o valor da venda. Vamos substituir os valores na fórmula acima e calcular o lucro.

$$lucro = \$_{venda} - \$_{aquisição} - \$_{reforma} - corretagem$$

$$lucro = 750 - 400 - 160 - \frac{5}{100} \times 750$$

$$lucro = 750 - 400 - 160 - 37,5 \rightarrow lucro = 152,5 \text{ mil}$$

A vendedora deve pagar **15% de imposto de renda IR sobre o lucro obtido** na venda do imóvel. Logo,

$$IR = \frac{15}{100} \times 152,5 \rightarrow IR = 22,875 \text{ mil}$$

Ou seja, o valor do imposto devido é **SUPERIOR** a R\$ 22,5 mil.

Gabarito: CERTO



(TJ SP - 2019) Após as filmagens, o tempo de duração de um filme era de 2 horas e 50 minutos. Os produtores queriam diminuir esse tempo em 20%, e o diretor achava que precisava aumentar esse tempo em 10%. A diferença de tempo da duração total do filme entre essas duas pretensões é de

- a) 30 minutos
- b) 58 minutos
- c) 45 minutos
- d) 63 minutos
- e) 51 minutos

#### Comentários:

Observe que todas as alternativas estão com a dimensão do tempo em "minutos". Então, o primeiro passo vai ser converter o tempo de horas e minutos para apenas minutos.

$$t = 2 \text{ horas e } 50 \text{ minutos}$$

Em 1h há 60 minutos. Logo, o tempo em minutos será igual a:

$$t = 2 \times 60 + 50$$

$$t = 120 + 50 \rightarrow t = \mathbf{170 \text{ minutos}}$$

Os produtores queriam diminuir esse tempo em 20%.

$$t_{\text{produtores}} = 170 - \frac{20}{100} \times 170$$

$$t_{\text{produtores}} = 170 - 34 \rightarrow t_{\text{produtores}} = \mathbf{136 \text{ minutos}}$$

O diretor achava que precisava aumentar esse tempo em 10%.

$$t_{\text{diretor}} = 170 + \frac{10}{100} \times 170$$

$$t_{\text{diretor}} = 170 + 17 \rightarrow t_{\text{diretor}} = \mathbf{187 \text{ minutos}}$$

Logo, a diferença de tempo da duração total do filme entre essas duas pretensões é de:

$$d = t_{\text{diretor}} - t_{\text{produtores}}$$

$$d = 187 - 136 \rightarrow d = \mathbf{51 \text{ minutos}}$$

Observe que poderíamos fazer direto esta diferença. Perceba que os produtores queriam diminuir o tempo em 20% e o diretor aumentar em 10%. Logo, a diferença seria de 30%, correto?

Sendo assim, a diferença calculada diretamente seria:

$$d = 30\% \text{ de } t$$



$$d = \frac{30}{100} \times t$$

$$d = \frac{30}{100} \times 170 \rightarrow d = 51 \text{ minutos}$$

Gabarito: Alternativa E

**(PGE PE - 2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.**

Pedro aplicou 25% de suas reservas em um investimento financeiro e ainda sobraram R\$ 3.240. Nessa situação, antes da aplicação, as reservas de Pedro somavam R\$ 4.320.

**Comentários:**

Não sabemos qual o valor das reservas de Pedro. Vamos chamar este valor de  $x$ .

Pedro aplicou 25% de suas reservas ( $x$ ) em um investimento e ainda sobraram R\$ 3.240. Matematicamente temos a seguinte equação:

$$x - \frac{25}{100} \times x = 3.240$$

Ou seja, **Pedro tinha uma reserva de  $x$ , aplicou 25% de  $x$ , ou seja, subtraiu-se 25%, e ficou com 3.240.** Vamos resolver a equação e calcular o valor de  $x$ .

$$x - \frac{x}{4} = 3.240$$

Multiplicando toda a equação por 4:

$$x - \frac{x}{4} = 3.240 \quad (\times 4)$$

$$4x - x = 12.960$$

$$3x = 12.960$$

$$x = \frac{12.960}{3} \rightarrow x = 4.320$$

Ou seja, nessa situação, antes da aplicação, as reservas de Pedro somavam R\$ 4.320.

Gabarito: **CERTO**



**(PGE PE - 2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.**

O casal Rafael e Joana investe R\$ 2.000 todos os meses. Joana investe 50% a mais que Rafael e o valor investido por cada um corresponde a 25% dos seus respectivos salários líquidos. Nessa situação, o salário líquido de Rafael é de R\$ 3.200.

#### Comentários:

O casal Rafael e Joana investe R\$ 2.000 todos os meses e Joana investe 50% a mais que Rafael. Não sabemos quanto cada um investe, certo?

Vamos chamar o valor que Rafael investe de  $r$  e a quantia que Joana investe de  $j$ .

Joana investe 50% a mais que Rafael. Logo, Joana investe a quantia igual a:

$$j = r + \frac{50}{100} \times r$$
$$j = r + 0,5r \rightarrow \boxed{j = 1,5r}$$

Rafael e Joana investem R\$ 2.000. Então,

$$r + j = 2.000$$

Calculamos acima, o valor de  $j$  em função de  $r$ . Vamos substituir nesta equação e encontrar o valor investido por Rafael.

$$r + j = 2.000$$

$$r + 1,5r = 2.000$$

$$2,5r = 2.000$$

$$r = \frac{2.000}{2,5} \rightarrow \boxed{r = 800}$$

Então, Rafael investe o valor de R\$ 800. O enunciado nos informa que cada um investe o valor correspondente a 25% do respectivo salário.

Sendo assim, **25% do salário de Rafael (o que foi investido) será igual a R\$ 800.**

$$\frac{25}{100} \times S_r = 800$$

$$\frac{1}{4} \times S_r = 800$$



$$S_r = 800 \times 4 \rightarrow S_r = 3.200$$

Você pode também começar a **questão de trás para frente**, isto é, partindo do salário líquido fornecido pelo enunciado e constatar se a soma dos investimentos será igual a R\$2.000.

Supondo que o salário de Rafael seja igual a R\$ 3.200. Ele investe 25% deste valor.

$$r = \frac{25}{100} \times 3.200 \rightarrow r = 800$$

Joana investe 50% a mais que Rafael.

$$j = r + \frac{50}{100} \times r$$

$$j = 800 + \frac{50}{100} \times 800$$

$$j = 800 + 400 \rightarrow j = 1.200$$

Logo, os 2 juntos investem um total de:

$$total = r + j$$

$$total = 800 + 1.200 \rightarrow total = 2.000$$

Logo, constatamos que a soma dos investimentos é igual ao valor fornecido no enunciado.

Gabarito: **CERTO**



## TRANSFORMAÇÃO DE UMA FRAÇÃO ORDINÁRIA EM TAXA PERCENTUAL

Para transformar uma fração em uma Taxa Percentual, **multiplicamos esta fração por 100** e assim, encontramos o resultado na **forma percentual**.

**Exemplo 1:**  $\frac{4}{5}$  em termos percentuais será igual a:

$$\frac{4}{5}$$

Multiplicando a fração por 100.

$$\frac{4}{5} \times 100 = \frac{400}{5} = 80$$

Ou seja,

$$\frac{4}{5} = 80\%$$

Poderíamos também, chegar nesta mesma resposta, efetuando a divisão da fração e obtendo o resultado na forma decimal.

$$\frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$$

Porém, acredito que é mais simples multiplicar a fração por 100 (de qualquer forma também multiplicamos por 100 acima).



Observe que, quando **multiplicamos a fração por 100**, o resultado será diretamente na **forma percentual**.

**Exemplo 2:**  $\frac{7}{8}$  em termos percentuais será igual a:

$$\frac{7}{8} \times 100 = \frac{700}{8} = 87,5$$





Ou seja,

$$\frac{7}{8} = 87,5\%$$

**Exemplo 3:** 15/12 em termos percentuais será igual a:

$$\frac{15}{12} \times 100 = \frac{1.500}{12} = 125$$

Ou seja,

$$\frac{15}{12} = 125\%$$



(Pref. Cerquilha SP - 2019) Eliana fez uma avaliação física na academia, na qual foi apontado que seu peso atual é de 64 quilogramas. Sabendo-se que 16 quilogramas desse peso é gordura, a porcentagem de gordura de Eliana é de

- a) 20%
- b) 24%
- c) 25%
- d) 28%
- e) 30%

**Comentários:**

A porcentagem será igual ao valor do peso em gordura dividido pelo total do peso, isto é, a parte dividido pelo todo.

$$\frac{16}{64}$$

Antes de multiplicarmos por 100, podemos simplificar a fração. 64 é múltiplo de 16. Simplificando a fração (dividindo o numerador e o denominador por 16) teremos:



$$\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$$

Multiplicando por 100 e calculando a porcentagem:

$$\frac{1}{4} \times 100 = \frac{100}{4} = 25$$

Ou seja,

$$\frac{16}{64} = 25\%$$

Gabarito: Alternativa C

(Pref. Cerquillo SP - 2019) Em um colégio, estudam 400 alunos, dos quais 60% estudam no período da manhã, e os demais, no período da tarde. Sabendo que 10% dos alunos do período da manhã e 5% dos alunos do período da tarde inscreveram-se em um torneio de xadrez, então, em relação ao número total de alunos desse colégio, aqueles que se inscreveram no torneio de xadrez representam

- a) 15%
- b) 12%
- c) 8%
- d) 5%
- e) 3%

#### Comentários:

Vamos por partes.

"Em um colégio, estudam 400 alunos, dos quais 60% estudam no período da manhã...".

Logo, o número de alunos  $m$  que estudam no período da manhã é igual a:

$$m = \frac{60}{100} \times 400 \rightarrow \boxed{m = 240}$$

"... e os demais, no período da tarde."

Do total dos 400 alunos, 240 estudam pela manhã e o restante de alunos estudam pela tarde.

Sendo assim, o número de alunos  $t$  que estudam no período da tarde será igual a:

$$t = 400 - 240 \rightarrow \boxed{t = 160}$$



"Sabendo que 10% dos alunos do período da manhã e 5% dos alunos do período da tarde inscreveram-se em um torneio de xadrez"

Vamos calcular o número de alunos do período da manhã que jogam xadrez.



Observe que são **10% dos alunos da manhã jogam xadrez** e não 10% do total. Sendo assim, do período da manhã, o total de alunos  $m_x$  que jogam xadrez será:

$$m_x = \frac{10}{100} \times 240 \rightarrow \boxed{m_x = 24}$$

E 5% dos alunos da tarde também jogam xadrez ( $t_x$ ).

$$t_x = \frac{5}{100} \times 160$$
$$t_x = \frac{80}{10} \rightarrow \boxed{t_x = 8}$$

Logo, o número total de alunos  $x$  que jogam xadrez será igual ao somatório dos alunos da manhã que jogam xadrez mais o número de alunos da tarde que também jogam xadrez.

$$x = m_x + t_x$$
$$x = 24 + 8 \rightarrow \boxed{x = 32}$$

Ou seja, 32 alunos do colégio jogam xadrez.

"...então, em relação ao número total de alunos desse colégio, aqueles que se inscreveram no torneio de xadrez representam":

$$\frac{\text{xadrez}}{\text{total}} = \frac{32}{400}$$

Multiplicando a fração por 100 e calculando na **forma percentual** teremos:

$$\frac{32}{400} \times 100 = \frac{3.200}{400} = 8$$

Ou seja,



$$\frac{32}{400} = 8\%$$

Vamos resolver, agora, de uma maneira mais "avançada".

A banca nos questiona o valor da porcentagem dos alunos que jogam xadrez pelo total de alunos.

$$\frac{xadrez}{total}$$

Perceba que 10% dos 60% da manhã jogam xadrez e 5% dos 40% (100%-60%) da tarde também jogam. Logo:

$$\frac{xadrez}{total} = \frac{0,1 \times 0,6 + 0,05 \times 0,4}{1}$$

Interpretando a equação acima.

10% dos 60% da manhã mais os 5% dos 40% da tarde jogam xadrez. E o total dos alunos equivale a 100% (1).

Calculando a porcentagem teremos:

$$\frac{xadrez}{total} = \frac{0,1 \times 0,6 + 0,05 \times 0,4}{1} = \frac{0,06 + 0,02}{1} = 0,08$$

$$0,08 = 8\%$$

Gabarito: Alternativa C

**(Pref. Campinas - 2019) Carlos tem três filhos, André, Mara e Joana, e seus gastos mensais com cada um deles são: um quinto de seu salário com André, dois sétimos com Mara, e três onze avos com Joana. Então, o total de gastos mensais de Carlos com seus três filhos corresponde, de seu salário, em termos percentuais, a aproximadamente**

- a) 73%
- b) 70%
- c) 67%
- d) 76%
- e) 79%

#### Comentários:

O total de gastos mensais de Carlos com seus três filhos é igual a soma dos gastos com cada um dos filhos. Sendo assim, o total de gastos é igual a:



$$gastos = André + Mara + Joana$$

$$gastos = \frac{1}{5} + \frac{2}{7} + \frac{3}{11}$$

Para calcular os gastos totais, poderíamos tirar o MMC desta soma e calcular uma fração única.

Porém, para treinarmos o assunto da aula, vamos calcular a forma percentual de cada fração e, posteriormente, somar as porcentagens.

$$\frac{1}{5} \times 100 = \frac{100}{5} = 20$$

$$\frac{2}{7} \times 100 = \frac{200}{7} \cong 28,57$$

$$\frac{3}{11} \times 100 = \frac{300}{11} \cong 27,57$$

Lembrando que os resultados estão na forma percentual. Logo, o total percentual gasto por Carlos com seus filhos é igual a:

$$gastos = 20\% + 28,57\% + 27,57\% \rightarrow \text{gastos} \cong 76,14\%$$

Gabarito: Alternativa **D**



## AUMENTOS E DESCONTOS PERCENTUAIS



Imagine que uma mercadoria de valor R\$ 1.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, e depois um desconto de 17%.

Qual o valor final dessa mercadoria?

"Ah Professor. Ela sofreu um aumento de 8% e depois um de 9%, ou seja, ela sofreu um aumento total de 17% e depois um desconto de 17%. Então, o preço não se alterou".

Cuidado, caro Aluno. Este pensamento está **ERRADO**.

Iremos estudar abaixo as operações de **aumentos e descontos percentuais** e, posteriormente, voltaremos a este exemplo e calcularemos o valor final da mercadoria.

### 4.1. Aumento Percentual

Vejamos, com base no exemplo acima, o primeiro aumento do valor da mercadoria. Esta custava R\$ 1.000,00 e sofreu um aumento de 8%. Logo, seu valor será igual a:

$$v = 1.000 + \frac{8}{100} \times 1.000$$

Observe que o novo valor será igual ao valor inicial mais 8% deste valor inicial.

$$v = 1.000 + \frac{8}{100} \times 1.000$$

$$v = 1.000 + 80 \rightarrow v = \mathbf{1.080}$$

Ou seja, a mercadoria depois de um aumento de 8%, passou a custar R\$ 1.080,00.

Vamos voltar a equação inicial e observar algo interessante. Vimos que o valor  $v$  após o aumento será calculado pela seguinte fórmula:

$$v = 1.000 + i \times 1.000$$

Onde,



$i = \text{taxa de aumento}$

Vamos colocar o valor inicial da mercadoria em evidência.

$$v = 1.000 + i \times 1.000 \rightarrow v = 1.000 \times (1 + i)$$

Ou seja, quando desejamos calcular o valor após um aumento percentual, **multiplicamos este valor por  $(1 + i)$** .



**Aumento Percentual :  $\times (1 + i)$**

Então, calculando o valor da mercadoria após um aumento de 8% teremos:

$$v = 1.000 \times (1 + i)$$

$$v = 1.000 \times (1 + 0,08)$$

$$v = 1.000 \times 1,08 \rightarrow v = \mathbf{1.080}$$

Iremos calcular agora, o valor da mercadoria após o segundo aumento. A mercadoria de valor inicial R\$ 1.000 sofre um aumento de 8% passando a custar R\$ 1.080 e agora, em cima desses R\$ 1.080, haverá um aumento de 7%.

Perceba que este segundo aumento incidirá sobre o valor de R\$ 1.080 e não sobre o valor de R\$ 1.000. Esta é a explicação de **não podermos calcular dois aumentos sucessivos somando um a um**. Devemos calcular o primeiro e o segundo (que incidirá sobre o valor calculado após o primeiro aumento).

Então, o valor após o aumento de 9% será:

$$v = 1.080 + \frac{9}{100} \times 1.080$$

$$v = 1.080 + 97,2 \rightarrow v = \mathbf{1.177,20}$$

Poderíamos calcular também pela multiplicação por  $(1 + i)$ , conforme vimos acima.

$$v = 1.080 \times (1 + 0,09)$$



$$v = 1.080 \times 1,09 \rightarrow v = \mathbf{1.177,20}$$

Perceba que, após dois aumentos sucessivos (o primeiro de 8% e o segundo de 9%) o valor da mercadoria será de R\$ 1.177,20.

Se fôssemos calcular apenas somando um aumento com o outro (8% + 9% = 17%) o valor final seria R\$ 1.170,00 e a conta estaria **errada**.



Na hora da prova, vamos agilizar estes cálculos. Observe.

Uma mercadoria de valor R\$ 1.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9% resultando em um valor igual a:

$$v = 1.000 \times (1 + 0,08) \times (1 + 0,09)$$

Estudamos acima que, para facilitar as contas, **multiplicamos o valor inicial pelo fator  $(1 + i)$  quando se tratar de aumento percentual**. Então, podemos expandir a fórmula para quando temos aumentos sucessivos.

Ou seja, para calcular o valor final após os dois aumentos, multiplicamos o valor inicial diretamente por  $(1 + i_1)$  e  $(1 + i_2)$ .

$$v = 1.000 \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v = 1.000 \times (1 + 0,08) \times (1 + 0,09)$$

$$v = 1.000 \times 1,08 \times 1,09 \rightarrow v = \mathbf{1.177,20}$$



**Aumentos Percentuais Sucessivos** :  $\times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3) \times \dots \times (1 + i_n)$





## 4.2. Desconto Percentual

Antes de continuarmos o exemplo acima, vamos imaginar que ao invés de um aumento inicial de 8%, a mercadoria teve um desconto de 8%. Qual seria o valor após esse desconto?

$$v = 1.000 - \frac{8}{100} \times 1.000$$

Observe que o valor será igual ao valor inicial menos 8% deste valor inicial.

$$v = 1.000 - \frac{8}{100} \times 1.000$$

$$v = 1.000 - 80 \rightarrow \boxed{v = 920}$$

Ou seja, a mercadoria depois de um desconto de 8%, teria passado a custar R\$ 920,00.

Vamos, na mesma linha de raciocínio do aumento percentual, colocar o valor inicial em evidência.

$$v = 1.000 - i \times 1.000 \rightarrow v = 1.000 \times (1 - i)$$

Onde,

$i = \text{taxa de desconto}$

Ou seja, quando desejamos calcular o valor após um desconto percentual, multiplicamos este valor por  $(1 - i)$ .



$$\text{Desconto Percentual : } \times (1 - i)$$

Voltemos ao exemplo.

Uma mercadoria de valor R\$ 1.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, passando a custar, como vimos, R\$ 1.177,20. Posteriormente, houve um desconto de 17%.

Então, após esse **desconto** a mercadoria passará a custar:



$$v = 1.177,20 - \frac{17}{100} \times 1.177,20$$
$$v = 1.177,20 - 200,12 \rightarrow \boxed{v = 977,08}$$

Ou, poderíamos resolver **diretamente pela multiplicação do valor por  $(1 - i)$** .

$$v = 1.177,20 \times (1 - 0,17)$$
$$v = 1.177,20 \times 0,83 \rightarrow \boxed{v = 977,08}$$

Ou seja, o valor final da mercadoria após dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, e depois um desconto de 17% é igual a R\$ 977,08.

Assim como tivemos os aumentos sucessivos, podemos também ter os descontos sucessivos.



**Descontos Percentuais Sucessivos** :  $\times (1 - i_1) \times (1 - i_2) \times (1 - i_3) \times \dots \times (1 - i_n)$



É claro que na hora da prova você não vai calcular passo a passo do jeito explicado acima. Esta resolução foi apenas para você **entender o conceito**.

Vejamos como resolveríamos na hora da prova.

Qual o valor final de uma mercadoria de valor inicial R\$ 1.000,00 que sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, e depois um desconto de 17%.

Vamos aplicar diretamente a multiplicação pelo fator  $\times (1 + i)$  quando se tratar de **aumento** e pelo fator  $\times (1 - i)$  quando estivermos diante de um **desconto**. Então o valor final será:

$$v = 1.000 \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 - i_3)$$



Ou seja, quando tivermos aumentos ou descontos sucessivos, basta multiplicarmos o valor inicial por cada **fator multiplicativo**.

Observe que temos 2 aumentos e 1 desconto.

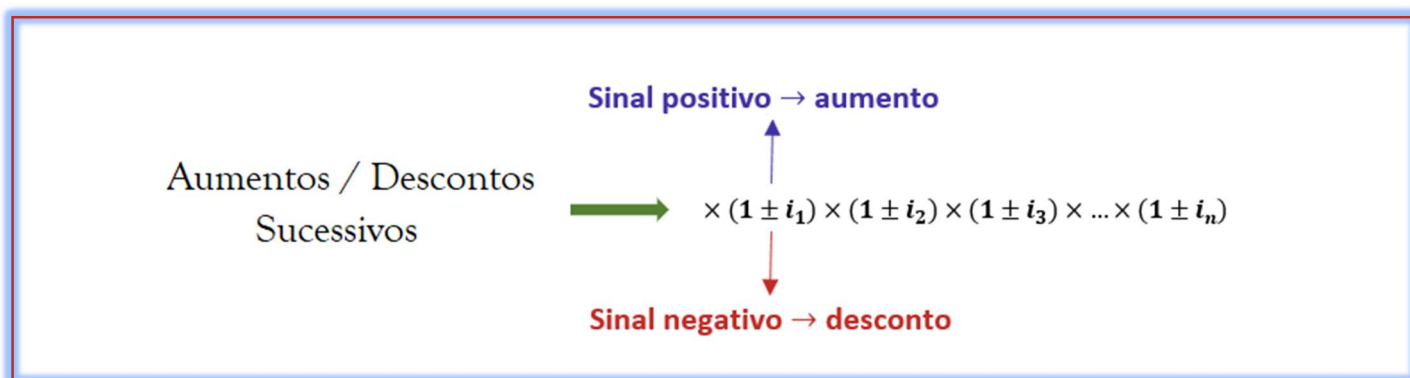
$$v = 1.000 \times (1 + 0,08) \times (1 + 0,09) \times (1 - 0,17)$$

$$v = 1.000 \times 1,08 \times 1,09 \times 0,83 \rightarrow v = 977,08$$

Dessa maneira que resolveremos nossas questões.



### ESQUEMATIZANDO



Antes de praticarmos esta equação com alguns exemplos, vamos a uma observação bem importante.



### FIQUE ATENTO!

Um aumento de  $i\%$  e depois um desconto de  $i\%$  **não resulta no valor inicial**

Vamos praticar aumentos e descontos sucessivos com alguns exemplos para você entender por completo a mecânica de resolução (e constatará que é mais fácil do que parece).



### EXEMPLIFICANDO



Tome como base uma **mercadoria de valor igual a R\$ 100,00** e calcule o valor final em cada exemplo (os exemplos são independentes).

**Exemplo 1:** Aumento de 15%

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,15)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,15 \rightarrow v_{final} = 115$$

**Exemplo 2:** Um aumento de 10% seguido de outro aumento de 10%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,1)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 1,1 \rightarrow v_{final} = 121$$

**Exemplo 3:** Um aumento de 10% seguido de outro aumento de 11% e um terceiro aumento de 12%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,11) \times (1 + 0,12)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 1,11 \times 1,12 \rightarrow v_{final} = 136,75$$

**Exemplo 4:** Um aumento de 10% seguido de um desconto de 10%.

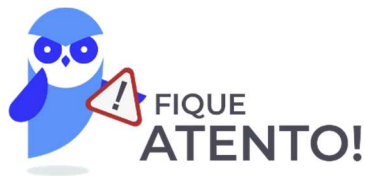
$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 - 0,1)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 0,9 \rightarrow v_{final} = 99$$

Observe então, conforme falamos, que aumento de  $i\%$  e depois um desconto de  $i\%$  não resultam no valor inicial de R\$ 100,00.





Um aumento de  $i\%$  e depois um desconto de  $i\%$  **não resulta no valor inicial**

**Exemplo 5:** Um desconto de 15% seguido de outro desconto de 6%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0,15) \times (1 - 0,06)$$

$$v_{final} = 100 \times 0,85 \times 0,94 \rightarrow v_{final} = 79,9$$

**Exemplo 6:** Dois aumentos sucessivos de 20% e dois descontos sucessivos de 20%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 - i_3) \times (1 - i_4)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,2) \times (1 + 0,2) \times (1 - 0,2) \times (1 - 0,2)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,2 \times 1,2 \times 0,8 \times 0,8 \rightarrow v_{final} = 92,16$$



## VARIAÇÃO PERCENTUAL



Aprendemos, acima, como calcular o valor final após uma sequência de aumentos e descontos. Vamos, agora, aprender a calcular a variação percentual do valor final em relação ao valor inicial.

A **Variação Percentual** é dada pela seguinte fórmula:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

Vamos tomar como base o Exemplo 3 e calcular a variação percentual deste exemplo.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{139,22 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 39,2$$

Ou seja, um aumento de 10% seguido de outro aumento de 11% e um terceiro aumento de 12% é equivalente a único aumento de 39,2%.

*“Entendi professor. Mas nesse caso, nem precisa fazer a conta. Saiu de 100 e foi para 139,2. Variou 39,2%.”*

Perfeito seu pensamento, caro Aluno. Mas, a conta foi relativamente simples porque o valor inicial foi igual a 100. Vamos ver um exemplo abaixo.

**Exemplo 7:** Uma mercadoria de valor R\$ 195,00 sofreu 3 reajustes: Um aumento de 10%, outro aumento de 10% e, por fim, um desconto de 7%. Qual foi o valor final e a variação percentual desta operação?

Primeiramente, vamos calcular o **valor final** da mercadoria após as três operações.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 - i_3)$$

$$v_{final} = 195 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,1) \times (1 - 0,07)$$

$$v_{final} = 195 \times 1,1 \times 1,1 \times 0,93 \rightarrow v_{final} = 219,43$$



Perceba que, neste exemplo, seria praticamente impossível encontramos a variação percentual de cabeça, uma vez que os valores não são “redondos” iguais no exemplo acima.

A **Varição Percentual** do exemplo 7 será igual a:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$
$$\Delta\% = \frac{219,43 - 195}{195} \times 100$$
$$\Delta\% = \frac{24,43}{195} \times 100 \rightarrow \Delta\% \cong \mathbf{12,53}$$

Ou seja, um aumento de 10% seguido de outro aumento de 10% e, por fim, um desconto de 7% é equivalente a um único aumento de 12,53%.

E nada impede que a Varição Percentual seja negativa. Vejamos o **Exemplo 6**. Vamos calcular a Varição Percentual deste Exemplo.

$$\Delta\% = \frac{92,16 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = \mathbf{-7,84}$$

Então, dois aumentos sucessivos de 20% e dois descontos sucessivos de 20% é equivalente a um único desconto de 7,84%.

Vejamos algumas questões de concurso sobre o assunto.



(TJ SP – 2019) Sobre o preço P de venda de determinado produto, aplicou-se um aumento de 15% e, sobre o novo preço de venda do produto, aplicou-se, dias depois, um desconto de 10%. Após essas duas mudanças, comparado ao preço P, o preço final de venda do produto aumentou:

- a) 3,0%
- b) 5,0%
- c) 4,5%
- d) 4,0%
- e) 3,5%

**Comentários:**



Em questões deste tipo, em que não é informado o valor do preço, podemos **arbitrar** um valor inicial e trabalhar em cima dele ou resolver com base na **incógnita** mesmo. Vejamos os dois modos.

- **Com base na incógnita**

Um produto de Preço  $P$  sofreu um aumento de 15% e, posteriormente, um desconto de 10%. Logo, o preço final após estas operações será igual a:

$$P_{final} = P \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

Lembrando que, para aumento percentual multiplicamos por  $(1 + i)$  e, para desconto percentual multiplicamos por  $(1 - i)$ .

$$P_{final} = P \times (1 + 0,15) \times (1 - 0,1)$$

$$P_{final} = P \times 1,15 \times 0,9 \rightarrow P_{final} = 1,035P$$

Logo, comparado ao preço  $P$ , o preço final de venda do produto  **aumentou** 0,035 ou 3,5%.

- **Arbitrando um valor para o produto**

Podemos arbitrar um valor de 100 para o produto para facilitar as contas. Um produto de Preço 100 sofreu um aumento de 15% e, posteriormente, um desconto de 10%. Logo, o preço final após estas operações será igual a:

$$P_{final} = P \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$P_{final} = 100 \times (1 + 0,15) \times (1 - 0,1)$$

$$P_{final} = 100 \times 1,15 \times 0,9 \rightarrow P_{final} = 103,5$$

Ou seja, em relação ao preço inicial, o preço final de venda do produto aumentou 3,5 de 100, ou seja, 3,5%.

Lembrando que essa Variação Percentual foi facilmente calculada porque o preço inicial era 100. Porém, a “maneira completa” de se calcular é pela fórmula da Variação Percentual.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{103,5 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 3,5$$

Gabarito: Alternativa E





(MPE RJ – 2019) Ernesto foi promovido e seu salário aumentou 40%, passando a ser de R\$3.500,00.

O salário de Ernesto antes da promoção era de:

- a) R\$ 1.900,00
- b) R\$ 2.100,00
- c) R\$ 2.400,00
- d) R\$ 2.500,00
- e) R\$ 2.800,00

**Comentários:**

Vamos chamar o salário de Ernesto antes da promoção de  $S$ . Ernesto foi promovido e seu salário aumentou 40%, passando a ser de R\$3.500,00. Então:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i)$$

$$3.500 = S \times (1 + 0,4)$$

Observe que neste caso, o valor final é o salário após o reajuste, isto é, R\$ 3.500,00.

$$3.500 = S \times 1,4$$

$$S = \frac{3.500}{1,4} \rightarrow S = 2.500$$

Gabarito: Alternativa **D**

(PGE PE -2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

Uma loja vende determinado produto em promoção com 15% de desconto sobre o preço de venda. Mário comprou o produto e, por ter pagado à vista, ganhou mais 10% de desconto sobre o preço do produto na promoção. Nessa situação, o desconto total concedido a Mário foi de 25% sobre o preço de venda.

**Comentários:**

Pelo que vimos na teoria, já sabemos que a questão está errada. Dois descontos sucessivos, um de 15% e outro de 10%, NÃO corresponde a um desconto de 25%.





Um aumento de  $i\%$  e depois um desconto de  $i\%$  **não resulta no valor inicial**

Vejamos.

Vamos arbitrar um valor de 100 para este produto. O valor final após os descontos será igual a:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0,15) \times (1 - 0,1)$$

$$v_{final} = 100 \times 0,85 \times 0,9 \rightarrow v_{final} = 76,5$$

Ou seja, comparado ao preço inicial de 100, o desconto total foi de:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{76,5 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = -23,5$$

Então, nessa situação, o desconto total concedido a Mário foi de 23,5% sobre o preço de venda.

Dois descontos sucessivos, um de 15% e outro de 10% equivale a um desconto total de 23,5%.

Gabarito: **ERRADO**

**(PGE PE -2019) Julgue o item seguinte, relativo a juros, taxas de juros e rendas uniformes e variáveis.**

Se o preço inicial de um produto for corrigido anualmente em 30% de seu valor vigente, então, após dois anos, o preço do produto terá correção de 69% sobre o seu valor inicial.

Comentários:

O valor final do produto após dois reajustes anuais de 30% será igual a:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$



$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + 0,3) \times (1 + 0,3)$$

$$v_{final} = v_{inicial} \times 1,3 \times 1,3 \rightarrow v_{final} = 1,69v_{inicial}$$

Ou seja, se o preço inicial de um produto for corrigido anualmente em 30% de seu valor vigente, então, após dois anos, o preço do produto terá correção de 69% sobre o seu valor inicial. Logo, a assertiva está **CORRETA**.

Poderíamos, para completar a resolução, calcular a Variação Percentual desta operação e constatar que foi de 69%. Vamos aplicar a fórmula da Variação Percentual e calcular seu valor.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

Calculamos que:  $v_{final} = 1,69v_{inicial}$ . Substituindo na equação acima:

$$\Delta\% = \frac{1,69v_{inicial} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{0,69v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 69$$

Obs: Você poderia resolver também arbitrando o valor do preço inicial (R\$ 100,00). E assim, calcular o valor final que seria R\$ 169,00 e constatar que o preço do produto teria correção de 69% sobre o seu valor inicial.

Gabarito: **CERTO**

**(AGU / 2019) Após as vendas natalinas, uma loja entrou em promoção oferecendo um desconto de 40% em qualquer produto da loja. Após uma semana de promoção, o gerente resolveu oferecer mais 30% de desconto nos produtos que ainda não haviam sido vendidos. Os dois descontos consecutivos equivalem a um desconto único de**

- a) 12%
- b) 42%
- c) 58%
- d) 70%
- e) 88%

#### Comentários:

Vamos, nesta questão, arbitrar um valor de R\$ 100,00 para o produto, uma vez que a questão não nos fornece valores (nem final nem inicial).

O produto sofre dois descontos sucessivos, o primeiro de 40% e o segundo de 30%. Sendo assim, seu preço final será igual a:



$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0,4) \times (1 - 0,3)$$

$$v_{final} = 100 \times 0,6 \times 0,7 \rightarrow v_{final} = 42$$

**Cuidado para não marcar a Alternativa B.** O preço final é R\$ 42,00. Todavia a banca nos questiona o valor da Variação Percentual.

Iremos aplicar a fórmula da Variação Percentual e calcular seu valor:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{42 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = -58\%$$

Ou seja, os dois descontos consecutivos (um de 40% e outro de 30%) equivalem a um desconto único de 58%.

Gabarito: Alternativa C

**(PETROBRAS – 2018)** Uma determinada empresa vem adotando uma política de reajustes de preços, de modo que o preço de seu principal produto sofreu um reajuste de 10% em Set/2017. Em outubro do mesmo ano, o produto sofreu novo reajuste, agora de 5% sobre o valor do mês anterior e, um mês depois, um terceiro reajuste de 6% foi aplicado sobre o preço de outubro, de modo que os três reajustes foram sucessivos.

A variação percentual acumulada nesse período, considerando exatamente os três reajustes apresentados, é superior a 22,5%.

#### Comentários:

Podemos, conforme já estudamos nas questões acima, trabalhar com a incógnita  $P$  para o preço ou arbitrar um valor (geralmente usamos R\$ 100,00 para facilitar as contas), uma vez que a banca não fornece nem o valor inicial nem o valor final do produto.

Vamos arbitrar o valor de R\$ 100,00 para o produto e calcular o preço final após os três aumentos sucessivos.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,05) \times (1 + 0,06)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 1,05 \times 1,06 \rightarrow v_{final} = 122,43$$



Como o valor inicial arbitrado é 100, constatamos (sem precisar de conta) que a Variação Percentual é igual a 22,43% e assim, a assertiva está **ERRADA**.

Para calcularmos a Variação Percentual utilizamos a fórmula seguinte:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$
$$\Delta\% = \frac{122,43 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 22,43$$

Gabarito: **ERRADO**

(ACS – 2019) Mesmo com o aumento da frota de veículos no Estado ao longo do tempo, a Cetesb verificou uma melhora na qualidade do ar. Na Região Metropolitana, a quantidade média de partículas inaláveis caiu de 54 microgramas/m<sup>3</sup>, em 2000, para 29 microgramas/m<sup>3</sup>, em 2018.

Nesse caso, a redução da quantidade média de partículas inaláveis, por m<sup>3</sup>, foi de, aproximadamente, 46%.

**Comentários:**

Vamos aplicar diretamente a fórmula da Variação Percentual e calcular quanto percentualmente variou a quantidade média de partículas.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

O enunciado nos informa que a quantidade média de partículas inaláveis caiu de 54 microgramas/m<sup>3</sup>, em 2000, para 29 microgramas/m<sup>3</sup>, em 2018. Substituindo os valores teremos:

$$\Delta\% = \frac{29 - 54}{54} \times 100$$
$$\Delta\% = \frac{-25}{54} \times 100$$
$$\Delta\% = \frac{-2.500}{54} \rightarrow \Delta\% \cong 46,3$$

Gabarito: **CERTO**



(ISS Francisco Morato – 2019) Estela tem 76% da quantia necessária para a compra de um pacote turístico. Em uma promoção, esse pacote foi oferecido com 30% de desconto, e, dessa maneira, a quantia que Estela possui é suficiente para comprar o pacote e ainda sobrar R\$ 426,00. O preço desse pacote, sem o desconto, está entre

- a) R\$ 6.500,00 e R\$ 7.000,00.
- b) R\$ 7.000,00 e R\$ 7.500,00.
- c) R\$ 8.000,00 e R\$ 8.500,00.
- d) R\$ 9.000,00 e R\$ 9.500,00.
- e) R\$ 10.000,00 e R\$ 10.500,00.

#### Comentários:

Vamos chamar o preço do pacote de  $P$  e o valor que Estela tem de  $E$ .

Estela tem 76% da quantia necessária para a compra de um pacote turístico. Algebricamente teremos a seguinte relação:

$$E = \frac{76}{100} \times P \rightarrow E = 0,76P$$

Em uma promoção, esse pacote foi oferecido com 30% de desconto, e, dessa maneira, a quantia que Estela possui é suficiente para comprar o pacote e ainda sobrar R\$ 426,00.

Acredito que a parte mais **complicada** da questão é transformar essa oração em uma equação. Vamos lá:

$$E = \left( P - \frac{30}{100} \times P \right) + 426$$

Observe. **O valor  $E$  que Estela tem é igual ao valor para ela comprar o produto com 30% de desconto e ainda sobrar os R\$ 426,00.**

Cuidado para não colocar a soma dos R\$ 426,00 do lado esquerda da equação.

Suponha que você tem 100 reais. Nesse caso você conseguiria comprar um produto de 90 reais com 20% de desconto e ainda sobrar 28 reais. Vejamos como ficaria a equação:

$$100 = \left( 90 - \frac{20}{100} \times 90 \right) + 28$$

$$100 = (90 - 18) + 28$$

$$100 = 72 + 28$$

$$100 = 100$$



Percebeu? Então, voltando na equação:

$$E = \left( P - \frac{30}{100} \times P \right) + 426$$

O Valor  $E$  é suficiente para comprar o produto com 30% de desconto e ainda sobrar R\$ 426,00.

No início da resolução constatamos que:  $E = 0,76P$ . Vamos substituir o valor na equação acima e calcular o preço  $P$  do pacote.

$$E = \left( P - \frac{30}{100} \times P \right) + 426$$

$$0,76P = (P - 0,3P) + 426$$

$$0,76P = 0,7P + 426$$

$$0,76P - 0,7P = 426$$

$$0,06P = 426$$

$$P = \frac{426}{0,06} \rightarrow \mathbf{P = 7.100}$$

Uma maneira mais fácil de resolver seria pensar da seguinte forma: Estela tinha 76% do valor de  $P$  e, posteriormente, o valor caiu para 70% sobrando R\$ 426,00. Ou seja, os R\$ 426,00 correspondem a 6% de  $P$ .

$$426 = \frac{6}{100} \times P$$

$$P = \frac{42.600}{6} \rightarrow \mathbf{P = 7.100}$$

Gabarito: Alternativa **B**



## VARIAÇÃO ACUMULADA

Conforme estudamos acima, podemos calcular a variação percentual acumulada, após uma série de descontos/aumentos, arbitrando um valor de 100, por exemplo, para o valor inicial e assim calcular o valor final e, posteriormente, a variação percentual.

Outra forma de se calcular (que na teoria é o mesmo “caminho”) é pela seguinte expressão:

$$(1 + i_{acumulada}) = \times (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$

Então, vamos tomar como base o exercício resolvido da Petrobras para constatar essa veracidade.

**(PETROBRAS – 2018)** Uma determinada empresa vem adotando uma política de reajustes de preços, de modo que o preço de seu principal produto sofreu um reajuste de 10% em Set/2017. Em outubro do mesmo ano, o produto sofreu novo reajuste, agora de 5% sobre o valor do mês anterior e, um mês depois, um terceiro reajuste de 6% foi aplicado sobre o preço de outubro, de modo que os três reajustes foram sucessivos.

A variação percentual acumulada nesse período, considerando exatamente os três reajustes apresentados, é superior a 22,5%.

### Comentários:

Resolvemos acima arbitrando um valor de 100 para o valor inicial e depois, de posse do valor final, calculamos a variação percentual.

Vamos resolver agora aplicando diretamente a fórmula acima.

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 + 0,1) \times (1 + 0,05) \times (1 + 0,06)$$

Observe que os três ajustes são “aumentos percentuais”. Logo, o sinal na fórmula é positivo (+).

$$(1 + i_{acumulada}) = 1,1 \times 1,05 \times 1,06$$

$$1 + i_{acumulada} = 1,2243$$

$$i_{acumulada} = 1,2243 - 1 \rightarrow i_{acumulada} = 0,2243 \text{ ou } 22,43\%$$

Gabarito: **ERRADO**





## RESUMO DA AULA

### Conceito

O termo "porcento" é derivado do latim *per centum*, que significa "por cem" ou "às centenas". Porcentagem, então, representa uma razão em que o denominador é igual a cem (100).



Porcentagem representa **uma razão** em que o denominador é **igual a 100**

Então,  $k\%$  será igual a:

$$k\% = \frac{k}{100}$$

### Cálculo da Porcentagem de um número

Para calcular a Porcentagem de um valor, **multiplicamos a razão centesimal correspondente à Porcentagem por este valor.**

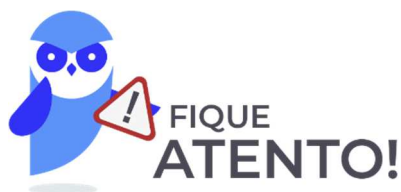
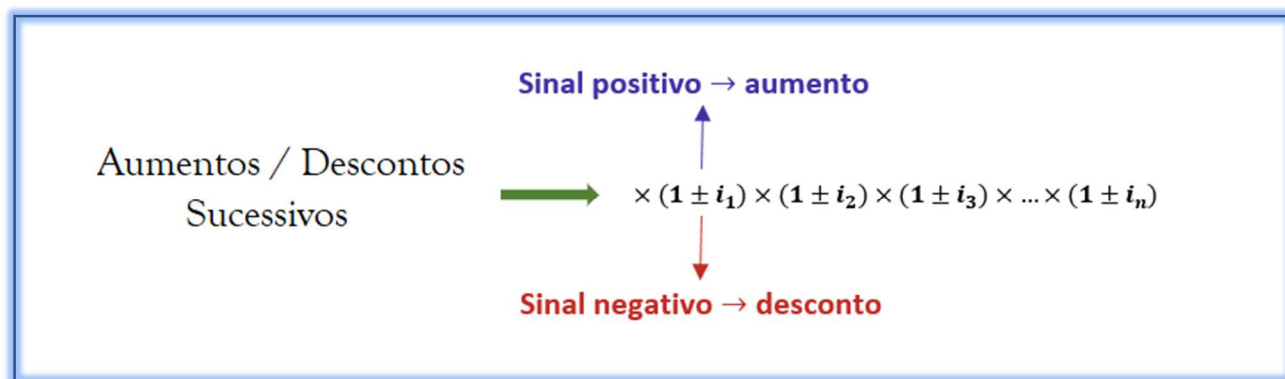
Uma palavra muito importante que deve ser observada quando se resolve problemas envolvendo Porcentagem é a preposição "**de**". Isso porque, via de regra, esse termo nos indica uma **multiplicação**.



"de" → multiplicação



## Aumentos e Descontos Percentuais



Um aumento de  $i\%$  e depois um desconto de  $i\%$  **não resulta no valor inicial**

## Varição Percentual



A **Varição Percentual** é dada pela seguinte fórmula:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

## Varição Acumulada

$$(1 + i_{acumulada}) = \times (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$



## QUESTÕES COMENTADAS - CESPE

### Cálculo da Porcentagem de um Número

1. (CESPE / IBAMA - 2022) Julgue o item a seguir, com base em conhecimentos da matemática.

Considere que tenham sido removidos de um tanque de sedimentação 32.500 litros de biossólidos, dos quais apenas 1.625 litros podem ser utilizados para a produção de fertilizante. Nesse caso, a porcentagem de biossólidos que pode ser utilizada para produzir fertilizantes é superior a 7%.

#### Comentários:

A porcentagem vai ser determinada dividindo a parte pelo todo, isto é, a parte de 1.625 litros pelo todo que foi retirado de 32.500 litros.

$$p = \frac{1.625}{32.500} \rightarrow p = 0,05 \text{ ou } 5\%$$

Então, nesse caso, a porcentagem de biossólidos que pode ser utilizada para produzir fertilizantes é INFERIOR a 7%.

Gabarito: **ERRADO**

2. (CESPE / IBAMA - 2022) Com base em conhecimentos de matemática financeira, julgue o próximo item.

Suponha que, quando iniciam suas atividades, as empresas tenham 15% de desconto na taxa de licenciamento ambiental para criadouro de espécimes da fauna exótica. Nesse caso, se o valor da taxa de licenciamento pago por uma empresa tiver sido de R\$ 2.975,00, então o valor da taxa, sem desconto, é inferior a R\$ 3.450,00.

#### Comentários:

Vamos chamar o valor da taxa de licenciamento sem descontos de  $x$ .

A empresa recebeu 15% de desconto no pagamento da taxa e desembolsou R\$ 2.975,00, ou seja, o valor da taxa  $x$  menos os 15% de desconto será igual a R\$ 2.975,00.

$$x - \frac{15}{100} \times x = 2.975$$



$$x - 0,15x = 2.975$$

$$0,85x = 2.975$$

$$x = \frac{2.975}{0,85} \rightarrow x = 3.500$$

Então o valor da taxa, sem desconto, é SUPERIOR a R\$ 3.450,00.

Gabarito: **ERRADO**

3. (CESPE / TELEBRAS - 2022) João vai receber líquidos R\$ 3.300,00 por salário, e decidiu que vai usar 70% de sua renda com despesas pessoais e aplicar o restante. Dos recursos que destinará a aplicações, investirá 25% em ações de empresas listadas na bolsa brasileira, 25% em títulos de renda fixa, 25% em fundos de investimento imobiliário e o restante em ativos lastreados em dólar. Seus estudos indicaram dez empresas boas pagadoras de dividendos, com boa liquidez e cujas ações estão com bom preço. Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Seguindo a estratégia mencionada, João aplicará 7,5% de sua remuneração mensal em ativos lastreados em dólar.

#### Comentários:

João vai receber líquidos R\$ 3.300,00 por salário, e decidiu que vai usar 70% de sua renda com despesas pessoais e aplicar o restante, isto é, vai aplicar 30%.

Dos 30% que ele irá aplicar, 25% será em ações de empresas listadas na bolsa brasileira, 25% em títulos de renda fixa, 25% em fundos de investimento imobiliário e o restante, ou seja, 25% em ativos lastreados em dólar.

Observe que estamos falando dos 30% que ele irá aplicar e não do total. Então repetindo, **desses 30%**, ele aplicará 25% em ações de empresas, 25% em títulos de renda fixa, 25% em fundos de investimento imobiliário e o restante 25% em ativos lastreados em dólar.

Ou seja, João aplicará em dólar 25% dos 30%.

$$dolar = \frac{25}{100} \times \frac{30}{100} \rightarrow \text{dolar} = 0,075 \text{ ou } 7,5\%$$

Isto é, João aplicará 7,5% de sua remuneração mensal em ativos lastreados em dólar.

Gabarito: **CERTO**



4. (CESPE / TELEBRAS - 2022) João vai receber líquidos R\$ 3.300,00 por salário, e decidiu que vai usar 70% de sua renda com despesas pessoais e aplicar o restante. Dos recursos que destinará a aplicações, investirá 25% em ações de empresas listadas na bolsa brasileira, 25% em títulos de renda fixa, 25% em fundos de investimento imobiliário e o restante em ativos lastreados em dólar. Seus estudos indicaram dez empresas boas pagadoras de dividendos, com boa liquidez e cujas ações estão com bom preço. Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

João destinará menos de R\$ 2.300,00 para custeio de suas despesas pessoais.

**Comentários:**

João vai receber líquidos R\$ 3.300,00 por salário, e decidiu que vai usar 70% de sua renda com despesas pessoais. Então, João vai destinar para custeio de suas despesas pessoais um valor de:

$$desp. pessoais = \frac{70}{100} \times 3.300 \rightarrow \mathbf{desp. pessoais = 2.310}$$

Então, João destinará **MAIS** de R\$ 2.300,00 para custeio de suas despesas pessoais.

Gabarito: **ERRADO**

5. (CESPE / UNCISAL – 2019 – Adaptada) Na série vermelha de um hemograma – exame de sangue convencional –, a faixa de referência da hemoglobina (Hb) para mulheres adultas não grávidas é de 12 g/dL a 16 g/dL.

Considerando-se que a taxa de Hb registrada no hemograma de uma mulher não grávida tenha sido de 15 g/dL, então a comparação desse valor com os valores de referência apresentados anteriormente indica que, percentualmente, essa taxa de Hb dessa mulher é exatamente 25% superior ao valor mínimo de referência e 6,25% inferior ao valor máximo de referência.

**Comentários:**

Vamos calcular quanto seria 25% superior ao mínimo (12 g/dL) e 6,25% inferior ao máximo (16 g/dL) e constatar se a resposta será 15 g/dL como afirmou o enunciado.

✚ **25% superior ao mínimo**

$$12 + \frac{25}{100} \times 12 = 12 + 3 = \mathbf{15}$$



✚ 6,25% inferior ao máximo

$$16 - \frac{6,25}{100} \times 16 = 16 - 1 = \mathbf{15}$$

Logo, a assertiva está **correta**.

Gabarito: **CERTO**

**6. (CESPE / PGE PE - 2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.**

Pedro aplicou 25% de suas reservas em um investimento financeiro e ainda sobraram R\$ 3.240. Nessa situação, antes da aplicação, as reservas de Pedro somavam R\$ 4.320.

**Comentários:**

Não sabemos qual o valor das reservas de Pedro. Vamos chamar este valor de  $x$ .

Pedro aplicou 25% de suas reservas ( $x$ ) em um investimento e ainda sobraram R\$ 3.240. Matematicamente temos a seguinte equação:

$$x - \frac{25}{100} \times x = 3.240$$

Ou seja, **Pedro tinha uma reserva de  $x$ , aplicou 25% de  $x$ , ou seja, subtraiu-se 25%, e ficou com 3.240.** Vamos resolver a equação e calcular o valor de  $x$ .

$$x - \frac{x}{4} = 3.240$$

Multiplicando toda a equação por 4:

$$x - \frac{x}{4} = 3.240 \quad (\times 4)$$

$$4x - x = 12.960$$

$$3x = 12.960$$

$$x = \frac{12.960}{3} \rightarrow \mathbf{x = 4.320}$$



Ou seja, nessa situação, antes da aplicação, as reservas de Pedro somavam R\$ 4.320.

Gabarito: **CERTO**

**7. (CESPE / PGE PE - 2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.**

O casal Rafael e Joana investe R\$ 2.000 todos os meses. Joana investe 50% a mais que Rafael e o valor investido por cada um corresponde a 25% dos seus respectivos salários líquidos. Nessa situação, o salário líquido de Rafael é de R\$ 3.200.

**Comentários:**

O casal Rafael e Joana investe R\$ 2.000 todos os meses e Joana investe 50% a mais que Rafael. Não sabemos quanto cada um investe, certo?

Vamos chamar o valor que Rafael investe de  $r$  e a quantia que Joana investe de  $j$ .

Joana investe 50% a mais que Rafael. Logo, Joana investe a quantia igual a:

$$j = r + \frac{50}{100} \times r$$
$$j = r + 0,5r \rightarrow \boxed{j = 1,5r}$$

Rafael e Joana investem R\$ 2.000. Então,

$$r + j = 2.000$$

Calculamos acima, o valor de  $j$  em função de  $r$ . Vamos substituir nesta equação e encontrar o valor investido por Rafael.

$$r + j = 2.000$$
$$r + 1,5r = 2.000$$
$$2,5r = 2.000$$
$$r = \frac{2.000}{2,5} \rightarrow \boxed{r = 800}$$





Então, Rafael investe o valor de R\$ 800. O enunciado nos informa que cada um investe o valor correspondente a 25% do respectivo salário.

Sendo assim, **25% do salário de Rafael (o que foi investido) será igual a R\$ 800.**

$$\frac{25}{100} \times S_r = 800$$

$$\frac{1}{4} \times S_r = 800$$

$$S_r = 800 \times 4 \rightarrow \mathbf{S_r = 3.200}$$

Você pode também, começar a **questão de trás para frente**, isto é, partindo do salário líquido fornecido pelo enunciado e constatar se a soma dos investimentos será igual a R\$2.000.

Supondo que o salário de Rafael seja igual a R\$ 3.200. Ele investe 25% deste valor.

$$r = \frac{25}{100} \times 3.200 \rightarrow \mathbf{r = 800}$$

Joana investe 50% a mais que Rafael.

$$j = r + \frac{50}{100} \times r$$

$$j = 800 + \frac{50}{100} \times 800$$

$$j = 800 + 400 \rightarrow \mathbf{j = 1.200}$$

Logo, os 2 juntos investem um total de:

$$total = r + j$$

$$total = 800 + 1.200 \rightarrow \mathbf{total = 2.000}$$

Logo, constatamos que a soma dos investimentos é igual ao valor fornecido no enunciado.

Gabarito: **CERTO**



8. (CESPE / STM – 2019) Ao passar com seu veículo por um radar eletrônico de medição de velocidade, o condutor percebeu que o velocímetro do seu carro indicava a velocidade de 99 km/h. Sabe-se que a velocidade mostrada no velocímetro do veículo é 10% maior que a velocidade real, que o radar mede a velocidade real do veículo, mas o órgão fiscalizador de trânsito considera, para efeito de infração, valores de velocidade 10% inferiores à velocidade real.

Nessa situação, considerando que a velocidade máxima permitida para a via onde se localiza o referido radar é de 80 km/h, o condutor não cometeu infração, pois, descontando-se 20% da velocidade mostrada no velocímetro de seu veículo, o valor de velocidade considerada pelo órgão fiscalizador será de 79 km/h.

#### Comentários:

Ao passar com seu veículo por um radar eletrônico de medição de velocidade, o condutor percebeu que o velocímetro do seu carro indicava a velocidade de 99 km/h. Porém, essa velocidade é 10% maior que a velocidade real.

Vamos calcular a **velocidade real do veículo**.

$$v_{real} + \frac{10}{100} \times v_{real} = 99$$

Observe que, conforme informado pelo enunciado, 99 km/h é igual a velocidade real mais 10% da velocidade real.

Calculando a velocidade real.

$$v_{real} + 0,1v_{real} = 99$$

$$1,1v_{real} = 99$$

$$v_{real} = \frac{99}{1,1} \rightarrow \boxed{v_{real} = 90}$$

O radar mede a velocidade real do veículo, mas o órgão fiscalizador de trânsito considera, para efeito de infração, valores de velocidade 10% inferiores à velocidade real. Iremos calcular o valor que o órgão fiscalizador considera para efeitos de infração dado uma velocidade real de 90 km/h.

$$v_{\text{órgão}} = v_{real} - \frac{10}{100} \times v_{real}$$

$$v_{\text{órgão}} = 90 - \frac{10}{100} \times 90$$



$$v_{\text{órgão}} = 90 - 9 \rightarrow v_{\text{órgão}} = 81$$

Nessa situação, considerando que a velocidade máxima permitida para a via onde se localiza o referido radar é de 80 km/h, o condutor cometeu **INFRAÇÃO**.

Gabarito: **ERRADO**

9. (CESPE / SEFAZ RS - 2018) A tabela seguinte mostra as alíquotas para a cobrança do imposto de renda de pessoas físicas, por faixa salarial, em uma economia hipotética.

faixas de renda bruta	alíquota
até \$ 100	isento
acima de \$ 100 e até \$ 500	10%
acima de \$ 500 e até \$ 2.000	20%
acima de \$ 2.000	30%

O imposto é cobrado progressivamente, isto é, sobre a parte da renda bruta do indivíduo que estiver em cada faixa incide o imposto de acordo com a alíquota correspondente.

De acordo com essas informações, se um indivíduo paga \$ 490 de imposto de renda, então a sua renda bruta é superior a \$ 2.100 e inferior a \$ 2.600.

#### Comentários:

Para a galera da área fiscal, esse tipo de tributação é bem detalhado nos estudos. Porém, quem não é da área pode ter um pouco de dificuldade.

Vamos passo a passo.

Observe a tabela. Até R\$ 100,00 a pessoa é isenta, ou seja, não pago imposto algum.

Acima de R\$ 100,00 até R\$ 500,00, a alíquota é 10%. Então, 10% incidirá nessa faixa "diferencial". Logo, nessa faixa a pessoa pode pagar até 10% de R\$ 400,00 (diferença).

Na terceira faixa de valores, o contribuinte pagará 20% de R\$ 1.500,00 (diferença entre a faixa: R\$ 2.000,00 - R\$ 1.500,00)



Então, por exemplo, se a pessoa ganha R\$ 1.800,00 ela pagará

$$\frac{10}{100} \times (500 - 100) + \frac{20}{100} \times (1.800 - 500)$$
$$40 + 260$$
$$\mathbf{300}$$

Percebeu o detalhe? Ela vai pagando em "**escadinha**" pelo princípio tributário da progressividade. Muitos alunos pensam que, já que a pessoa ganha R\$ 1.800,00, então está na terceira faixa e assim aplica 20% sobre todo os R\$ 1.800,00.

**Atenção a este detalhe.**

Uma vez explicado, brevemente, como funciona o princípio da progressividade, vamos à questão. Iremos **representar a tabela com o valor que o contribuinte irá pagar em cada faixa de valores.**

faixas de renda bruta	alíquota
até \$ 100	isento
acima de \$ 100 e até \$ 500	10%
acima de \$ 500 e até \$ 2.000	20%
acima de \$ 2.000	30%

**0**  
 $0,1 \times (500 - 100) = 0,1 \times 400 = \mathbf{40}$   
 $0,2 \times (2.000 - 500) = 0,2 \times 1.500 = \mathbf{300}$   
 $\mathbf{0,3 \times (S - 2.000)}$

Veja que, se a pessoa ganhar um salário  $S$  maior que R\$ 2.000,00, ela pagará, na última faixa, 30% da diferença entre o valor ganho  $S$  e os R\$ 2.000,00.

O enunciado nos questiona o valor do salário  $S$  de uma pessoa que paga R\$ 490,00 de imposto. Então teremos a soma dos impostos em cada faixa igual a R\$ 490,00.

$$0 + 40 + 300 + 0,3 \times (S - 2.000) = 490$$

$$340 + 0,3 \times (S - 2.000) = 490$$

$$0,3 \times (S - 2.000) = 150$$

$$S - 2.000 = \frac{150}{0,3}$$

$$S - 2.000 = 500$$



$$S = 500 + 2.000 \rightarrow S = 2.500$$

Gabarito: Alternativa C

10. (CESPE / FUB - 2018) Paulo, Maria e João, servidores lotados em uma biblioteca pública, trabalham na catalogação dos livros recém-adquiridos. Independentemente da quantidade de livros a serem catalogados em cada dia, Paulo cataloga  $\frac{1}{4}$ , Maria cataloga  $\frac{1}{3}$  e João,  $\frac{5}{12}$ .

A respeito da catalogação de livros por esses servidores, julgue o item a seguir.

Em cada dia, Maria e João catalogam 75% dos livros a serem catalogados nesse dia.

#### Comentários:

Maria e João catalogam em termos fracionários um total de:

$$total_{m+j} = m + j$$

$$total_{m+j} = \frac{1}{3} + \frac{5}{12}$$

$$MMC(3; 12) = 12$$

$$total_{m+j} = \frac{1}{3/4} + \frac{5}{12/1}$$

$$total_{m+j} = \frac{4 \times 1 + 1 \times 5}{12}$$

$$total_{m+j} = \frac{4 + 5}{12} \rightarrow total_{m+j} = \frac{9}{12}$$

Simplificando por 3:

$$total_{m+j} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Em termos percentuais:

$$total_{m+j} = \frac{3}{4} \times 100$$



$$total_{m+j} = \frac{300}{4} \rightarrow total_{m+j} = 75\%$$

Em cada dia, **Maria e João catalogam 75% dos livros** a serem catalogados nesse dia.



Observe um detalhe de como poderíamos resolver esta questão.

Perceba que Paulo cataloga  $1/4$  dos livros, isto é, 25%.

O total dos livros é 100%. Se Paulo cataloga 25%, o restante (75%) é catalogado pelos demais servidores (Maria e João).

Ou seja, em cada dia, **Maria e João catalogam 75% dos livros a serem catalogados nesse dia.**

Gabarito: **CERTO**

**11. (CESPE / SEDF - 2017) No item a seguir, é apresentada uma situação hipotética seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de juros, divisão proporcional e regra de três.**

Em uma loja, um produto que custa R\$ 450,00 é vendido com desconto de 4% para pagamento à vista. Uma loja concorrente vende o mesmo produto por R\$ 480,00.

Nessa situação, para que a loja concorrente possa vender o produto à vista pelo mesmo preço à vista da primeira loja, ela deve dar um desconto superior a 9%.

**Comentários:**

Em uma loja, um produto que custa R\$ 450,00 é vendido com desconto de 4% para pagamento à vista. Então, o **valor de venda com desconto** será:

$$v = 450 - \frac{4}{100} \times 450$$



$$v = 450 - \frac{180}{10}$$
$$v = 450 - 18 \rightarrow v = 432$$

Uma loja concorrente vende o mesmo produto por R\$ 480,00. Vamos calcular o desconto  $i$  que essa loja precisa conceder para que possa vender o produto à vista pelo mesmo preço à vista da primeira loja (R\$ 432).

$$480 - \frac{i}{100} \times 480 = 432$$

Observe que o valor de R\$ 480,00 menos  $i\%$  de desconto em cima dos R\$ 480,00 será igual a R\$ 432,00.

$$480 - 432 = \frac{i}{100} \times 480$$

$$48 = \frac{48i}{100} \rightarrow i = 10$$

Ou seja, precisa conceder um desconto **MAIOR** que 9%.

Gabarito: **CERTO**

**12. (CESPE / SEDF - 2017) Iniciado em 2007, o processo gradativo de substituição do sinal de TV analógico pelo digital no Brasil começou a concretizar-se em 2016.**

Nesse período, intensificou-se o uso da TV por assinatura, segundo dados do IBGE.

A tabela a seguir mostra o percentual aproximado de domicílios brasileiros que dispunham de diferentes modalidades de acesso à TV em 2014.

zona	sinal digital de TV aberta	TV por assinatura	antena parabólica
urbana	44%	36%	32%
rural	16%	8%	79%

IBGE (com adaptações).

Considerando essas informações e o fato de que, em 2014, 86% dos domicílios brasileiros situavam-se na zona urbana, julgue o item subsequente.



Em 2014, a quantidade de domicílios brasileiros com antena parabólica localizados na zona urbana era superior ao dobro da quantidade de domicílios com antena parabólica situados na zona rural.

### Comentários:

Vamos calcular cada quantidade separadamente.

✚ **1:** Domicílios brasileiros com antena parabólica localizados na zona urbana

**86% dos domicílios brasileiros situavam-se na zona urbana.**

Vamos calcular a quantidade de domicílios brasileiros com antena parabólica localizados na zona urbana.

zona	sinal digital de TV aberta	TV por assinatura	antena parabólica
urbana	44%	36%	32%
rural	16%	8%	79%

Ou seja, a quantidade de domicílios brasileiros com antena parabólica localizados na zona urbana será igual a 32% de 86%.

$$q_1 = 32\% \times 86\% \rightarrow q_1 = 27,52\%$$

✚ **2:** Domicílios com antena parabólica situados na zona rural

Se 86% dos domicílios brasileiros situavam-se na zona urbana, **o restante (14%) situavam-se na zona rural.**

A quantidade de domicílios com antena parabólica situados na zona rural é igual a:

zona	sinal digital de TV aberta	TV por assinatura	antena parabólica
urbana	44%	36%	32%
rural	16%	8%	79%

$$q_2 = 79\% \times 14\% \rightarrow q_2 = 11,06\%$$

O dobro seria 22,12%.





Logo, a quantidade de domicílios brasileiros com antena parabólica localizados na zona urbana (27,52%) era **superior ao dobro da quantidade** de domicílios com antena parabólica situados na zona rural (22,12%).

Gabarito: **CERTO**

**13. (CESPE / Pref. São Paulo - 2016) Na cidade de São Paulo, se for constatada reforma irregular em imóvel avaliado em P reais, o proprietário será multado em valor igual a k% de  $P \times t$ , expresso em reais, em que t é o tempo, em meses, decorrido desde a constatação da irregularidade até a reparação dessa irregularidade. A constante k é válida para todas as reformas irregulares de imóveis da capital paulista e é determinada por autoridade competente.**

Em uma pesquisa relacionada às ações de fiscalização que resultaram em multas aplicadas de acordo com os critérios mencionados no texto V, 750 pessoas foram entrevistadas, e 60% delas responderam que concordam com essas ações. Nessa hipótese, a quantidade de pessoas que discordaram, são indiferentes ou que não responderam foi igual a

- a) 60
- b) 300
- c) 450
- d) 600
- e) 750

**Comentários:**

60% das pessoas entrevistadas responderam que concordam com essas ações. Logo, **o restante (40%) discordaram, são indiferentes ou não responderam a pesquisa.**

Nessa hipótese, a quantidade de pessoas que discordaram, são indiferentes ou que não responderam foi igual a:

$$x = \frac{40}{100} \times 750$$
$$x = 4 \times 75 \rightarrow x = 300$$

Gabarito: Alternativa **B**

**14. (CESPE / Pref. São Paulo - 2016 - Adaptada) A prefeitura de determinada cidade celebrou convênio com o governo federal no valor de R\$ 240.000,00 destinados à implementação de políticas públicas voltadas para o acompanhamento da saúde de crianças na primeira infância. Enquanto não eram empregados na finalidade a que se destinava e desde que foram**



disponibilizados pelo governo federal, os recursos foram investidos, pela prefeitura, em uma aplicação financeira de curto prazo que remunera à taxa de juros de 1,5% ao mês, no regime de capitalização simples.

Considere que, na situação do texto, um montante correspondente a 5% do valor total conveniado foi destinado a um conjunto de instituições que cuidam de crianças na primeira infância, para a aquisição de medicamentos. Considere ainda que o montante citado foi dividido igualmente entre essas instituições, cabendo a cada uma delas a quantia de R\$ 750,00. Nessas condições, é correto concluir que o referido conjunto era formado por 12 instituições.

#### Comentários:

Um montante correspondente a 5% do valor total conveniado foi destinado a um conjunto de instituições. Logo, o valor destinado foi:

$$\$ = \frac{5}{100} \times 240.000 \rightarrow \$ = 12.000$$

O enunciado nos afirma que este valor foi dividido igualmente entre essas instituições, cabendo a cada uma delas a quantia de R\$ 750,00. Vamos calcular a quantia  $n$  de instituições.

$$\frac{12.000}{n} = 750$$
$$n = \frac{12.000}{750} \rightarrow n = 16$$

Nessas condições, é correto concluir que o referido conjunto era formado por 16 instituições.

Gabarito: **ERRADO**

#### 15. (CESPE / ANVISA - 2016) Julgue o seguinte item, relativo a raciocínio lógico, a princípios de contagem e probabilidade e a operações com conjuntos.

Situação hipotética: A ANVISA recomenda que o consumo do medicamento X seja limitado a 4 caixas por mês e determina que o preço máximo dessa quantidade de caixas não ultrapasse 30% do valor do salário mínimo, que, atualmente, é de R\$ 880,00. Assertiva: Nessa situação, o preço de cada caixa do medicamento X não poderá ultrapassar R\$ 66,00.

#### Comentários:



O preço máximo dessas 4 caixas não ultrapasse 30% do valor do salário mínimo, que, atualmente, é de R\$ 880,00.

$$\frac{30}{100} \times 880 = 264$$

Então, **essas 4 caixas não podem passar de R\$ 264,00**. Vamos determinar o valor máximo de cada caixa.

$$\$_{caixa} = \frac{\text{valor total}}{\text{qntd caixas}}$$

$$\$_{caixa} = \frac{264}{4} \rightarrow \$_{caixa} = 66$$

Nessa situação, o preço de cada caixa do medicamento X não poderá ultrapassar R\$ 66,00, pois se ultrapassar, as 4 caixas terão um preço maior que R\$ 264,00.

Gabarito: **CERTO**

**16. (CESPE / MDIC - 2014) Lúcio, Breno, Cláudia e Denise abriram a loja virtual Lik, para a qual, no ato de abertura, Lúcio contribuiu com R\$ 10.000,00; Breno, com R\$ 15.000,00; Cláudia, com R\$ 12.000,00; e Denise, com R\$ 13.000,00. Os lucros obtidos por essa loja serão distribuídos de forma diretamente proporcional à participação financeira de cada um dos sócios no ato de abertura da loja.**

A partir dessas informações, julgue o item a seguir.

Se, no final do primeiro mês, 65% do valor das vendas for destinado ao pagamento dos fornecedores, 60% do restante for destinado ao pagamento de impostos e de aluguel, e se, após essas despesas, o valor restante no caixa for igual a R\$ 10.500,00, então o valor recebido pelas vendas no primeiro mês será superior a R\$ 70.000,00.

**Comentários:**

Vamos chamar o **valor recebido pelas vendas de  $x$** .

✚ 65% do valor das vendas for destinado ao pagamento dos fornecedores.

$$\text{fornecedores} \rightarrow 0,65x$$



✚ 60% do restante for destinado ao pagamento de impostos e de aluguel.

Tínhamos  $x$  e  $0,65x$  foram destinados ao pagamento dos fornecedores, restando um valor de:

$$x - 0,65x = 0,35x$$

Desse valor (valor restante que é igual a  $0,35x$ ) 60% foi destinado ao pagamento de impostos e de aluguel.

$$\text{impostos e aluguel} \rightarrow \frac{60}{100} \times 0,35x$$

$$\text{impostos e aluguel} \rightarrow 0,21x$$

✚ E, após essas despesas, o valor restante no caixa for igual a R\$ 10.500,00. Vejamos então a equação final:

$$\text{recebido} - \text{despesas} = 10.500$$

$$x - 0,65x - 0,21x = 10.500$$

Observe que, **o valor recebido pelas vendas  $x$  menos as duas despesas (fornecedores e impostos) é igual ao valor que restou no caixa.**

Resolvendo para  $x$ .

$$x - 0,65x - 0,21x = 10.500$$

$$0,14x = 10.500$$

$$x = \frac{10.500}{0,14} \rightarrow x = 75.000$$

Então o valor recebido pelas vendas no primeiro mês será **SUPERIOR** a R\$ 70.000,00.

Gabarito: **CERTO**

17. (CESPE / PF - 2014) Considerando que uma pessoa tenha aplicado um capital pelo período de 10 anos e que, ao final do período, ela tenha obtido o montante de R\$ 20.000,00, julgue o item a seguir.



Se o montante corresponder a 125% de uma dívida do aplicador em questão, então o valor dessa dívida será superior a R\$ 15.000,00.

**Comentários:**

Vamos resolver esta questão por uma regra de três simples.

Valor	Porcentagem
20.000	125%
$x$	100%

R\$ 20.000 correspondem a 125% e o valor da dívida  $x$  corresponde a 100%. Multiplicando cruzado:

$$20.000 \times 100 = x \times 125$$
$$x = \frac{2.000.000}{125} \rightarrow x = \mathbf{16.000}$$

Então, o valor dessa dívida será **SUPERIOR** a R\$ 15.000,00.

Gabarito: **CERTO**

**18. (CESPE / CBM CE - 2014) Em uma pesquisa de preço foram encontrados os modelos I e II de kits de segurança para um prédio. Considerando que, o preço de 15 unidades do modelo I e 12 unidades do modelo II, seja de R\$ 3.750,00, julgue o item subsequente.**

Se o comprador conseguir 8% de desconto na compra de cada unidade, então, o preço de 15 unidades do modelo I e 12 unidades do modelo II sairá por R\$ 3.450,00.

**Comentários:**

Observe que a quantidade comprada, tanto do enunciado quanto da assertiva, não muda. Então, basta calcularmos o valor final da compra com 8% de desconto para saber por quanto sairá o preço de 15 unidades do modelo I e 12 unidades do modelo II.

$$\text{\$} = 3.750 - \frac{8}{100} \times 3.750$$
$$\text{\$} = 3.750 - 300 \rightarrow \text{\$} = \mathbf{3.450}$$

Gabarito: **CERTO**



## QUESTÕES COMENTADAS - CESPE

### Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual

1. (CESPE / UNCISAL – 2019 – Adaptada) Pedro quer aproveitar a promoção de uma loja de eletrodomésticos para comprar uma TV, uma geladeira e um fogão. O vendedor propôs a Pedro um desconto de R\$ 200,00 no preço da TV, um desconto de R\$ 250,00 no preço da geladeira, e um desconto de R\$ 150,00 no preço do fogão. Com isso, o valor final a ser pago por esses três produtos seria de R\$ 2 400,00. Pedro somente deseja aceitar a proposta do vendedor e levar os produtos se o valor total do desconto corresponder a um percentual de, no mínimo, 24% do valor original.

Nesse caso, Pedro deverá recusar a proposta, pois o desconto é de 20%.

#### Comentários:

Vamos calcular, primeiramente, o valor total do desconto.

O vendedor propôs a Pedro um desconto de R\$ 200,00 no preço da TV, um desconto de R\$ 250,00 no preço da geladeira, e um desconto de R\$ 150,00 no preço do fogão.

$$\text{desconto} = 200 + 250 + 150 \rightarrow \text{desconto} = 600$$

Com isso, o valor final a ser pago por esses três produtos seria de R\$ 2 400,00. Então, sem os descontos, Pedro teria pago:

$$\$ = 2.400 + 600 \rightarrow \$ = 3.000$$

Ou seja, **sem os descontos**, a compra seria de R\$ 3.000. Porém Pedro obteve descontos no valor de R\$ 600. Por fim, vamos calcular **percentualmente** quanto esses descontos representam do valor total da compra (sem os descontos).

$$\% = \frac{600}{3.000} \times 100 \rightarrow \% = 20$$

**Obs:** Quando você recebe um desconto, o valor é dado em cima do valor "cheio" do produto. Cuidado para não calcular a porcentagem em cima de R\$ 2.400 (valor já com os descontos).

Ou seja, nesse caso, Pedro deverá recusar a proposta, pois o desconto é de 20%.

Gabarito: **CERTO**



2. (CESPE / ABIN – 2018) A tabela a seguir mostra dados categorizados, organizados por uma administradora de cartões de crédito, a respeito da ocorrência de fraudes em compras online, de acordo com os critérios data e tipo de sítio.

data	tipo de sítio	
	de jogos <i>online</i>	de móveis e eletrodomésticos
dias úteis	22	18
fim de semana e feriados	28	12

Com referência aos dados apresentados, julgue o item que se segue.

Menos de 50% das fraudes que ocorrem em sítios de jogos online ocorrem em fim de semana e feriados.

#### Comentários:



Primeiro devemos determinar quantas fraudes ocorrem em sítios de jogos online.

data	tipo de sítio	
	de jogos <i>online</i>	de móveis e eletrodomésticos
dias úteis	22	18
fim de semana e feriados	28	12

Observe que em sítios de jogos online ocorrem **50 fraudes** (22+28).

Vamos calcular a porcentagem  $p$  das fraudes que ocorrem em sítios de jogos online que ocorrem em fim de semana e feriados.

$$p = \frac{28}{50}$$



Observe que 28 fraudes (em sítio de jogos online) ocorrem em fim de semana e feriados. Perceba que nosso universo (denominador da fração) é apenas o retângulo em vermelho. **A questão restringe e pede apenas dentro do universo dos jogos online.**

Calculando a porcentagem  $p$ :

$$p = \frac{28}{50} \times 100$$

$$p = 28 \times 2 \rightarrow \mathbf{p = 56\%}$$

Então, MAIS de 50% das fraudes que ocorrem em sítios de jogos online ocorrem em fim de semana e feriados.

Gabarito: **ERRADO**

3. (CESPE / IPHAN - 2018) A tabela seguinte, com alguns valores não- identificados, mostra os resultados de uma inspeção visual no campo, relativos ao estado de conservação de 200 centros históricos de determinada região.

categoria	frequência	percentual (%)
ruim	50	C
regular	A	10
bom	100	D
excelente	B	E

Acerca dessa tabela, julgue o item subsequente.

Na tabela, a letra C corresponde a 20%.

**Comentários:**

O percentual de C será igual a frequência pelo total.

$$p_c = \frac{50}{200} \rightarrow \mathbf{p_c = 0,25 \text{ ou } 25\%}$$

Poderíamos também, pensar em uma **regra de três simples**.





Frequência	Porcentagem
200	100%
50	$p\%$

Observe que a frequência 200 é igual ao total, isto é, 100%. Fazendo o produto do meio sendo igual ao produto dos extremos (multiplicando cruzado) teremos:

$$200 \times p = 50 \times 100$$

$$p = \frac{50}{2} \rightarrow p = 25\%$$

Então, na tabela, a letra C corresponde a 25%.

Gabarito: **ERRADO**

4. (CESPE / IPHAN - 2018) Acerca dessa tabela, julgue o item subsequente.

A letra B, na tabela, representa 25 centros.

**Comentários:**

Vamos calcular, primeiramente, o valor de A na tabela. Observe que o **percentual de A é igual a 10% dos centros históricos**. Então, A será igual a:

$$A = \frac{10}{100} \times 200 \rightarrow A = 20$$

Conforme informado pelo enunciado, a soma dos centros históricos é igual ao total de 200.

categoria	frequência	percentual (%)
ruim	50	C
regular	A	10
bom	100	D
excelente	B	E

200



Então:

$$50 + A + 100 + B = 200$$

Substituindo o valor de A e calculando B teremos:

$$50 + 20 + 100 + B = 200$$

$$170 + B = 200$$

$$B = 200 - 170 \rightarrow \mathbf{B = 30}$$

Gabarito: **ERRADO**

5. (CESPE / CPRM - 2016) Considere que 85% das residências de determinado município estão ligadas à rede de abastecimento de água tratada e que 60% dessas residências estão ligadas à rede de esgotamento sanitário. Nessa situação, a porcentagem de residências do município que são servidas de água tratada e estão ligadas à rede de esgotamento sanitário é igual a

- a) 40%
- b) 25%
- c) 15%
- d) 60%
- e) 51%

**Comentários:**

85% das residências de determinado município estão ligadas à rede de abastecimento de água tratada e 60% dessas residências estão ligadas à rede de esgotamento sanitário. Ou seja, 60% das 85% das residências são servidas de água tratada e estão ligadas à rede de esgotamento sanitário.

Sendo assim, a porcentagem  $p$  será igual a:

$$p = \frac{60}{100} \times \frac{85}{100}$$

$$p = \frac{5.100}{100 \times 100} \rightarrow \mathbf{p = 51\%}$$

Gabarito: Alternativa E



## QUESTÕES COMENTADAS - CESPE

### Aumentos e Descontos Percentuais

1. (CESPE / IBGE – 2021) Daniel comercializava cada unidade do produto A por R\$ 100 e cada unidade do produto B por R\$ 200. No dia 8/4/2021, Daniel aumentou o preço da unidade do produto A em 10% e o preço da unidade do produto B em 30%. No dia 15/4/2021, pressionado pelos seus clientes, Daniel reduziu os preços então vigentes, tanto do produto A quanto do produto B, em 20%. Nessa situação, se Ernesto adquiriu de Daniel uma unidade do produto A e uma unidade do produto B no dia 16/4/2021, ele pagou por esses produtos um valor
- Inferior a R\$ 300.
  - entre R\$ 300 e R\$ 310.
  - entre R\$ 311 e R\$ 340.
  - entre R\$ 341 e R\$ 350.
  - superior a R\$ 350.

#### Comentários:

Vamos calcular separadamente o preço dos Produtos A e B e determinar o total de gasto de Ernesto.

#### + Produto A

O Produto A, de valor inicial R\$ 100,00, sofreu um aumento de 10% seguido de um desconto de 20%. Seu Valor final será:

$$v_{final A} = v_{inicial A} \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final A} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 - 0,2)$$

$$v_{final A} = 100 \times 1,1 \times 0,8 \rightarrow \boxed{v_{final A} = 88}$$

#### + Produto B

O Produto B, de valor inicial R\$ 200,00, sofreu um aumento de 30% seguido de um desconto de 20%. Seu Valor final será:

$$v_{final B} = v_{inicial B} \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final B} = 200 \times (1 + 0,3) \times (1 - 0,2)$$



$$v_{final B} = 200 \times 1,3 \times 0,8 \rightarrow \boxed{v_{final B} = 208}$$

Nessa situação, se Ernesto adquiriu de Daniel uma unidade do produto A e uma unidade do produto B ele pagou um total de:

$$\$ = 88 + 208 \rightarrow \$ = 296$$

Logo, ele pagou um valor **INFERIOR** a R\$ 300,00.

Gabarito: Alternativa A

2. (CESPE / TJ PR – 2019) No estado do Paraná, segundo o IBGE, entre 1970 e 2010, a densidade populacional – quantidade média de habitantes por quilômetro quadrado – cresceu à taxa média de 9% a cada 10 anos, como mostra a tabela a seguir, em que os valores foram aproximados.

ano	densidade populacional
1970	35
1980	38,15
1990	41,59
2000	45,33
2010	49,41

Internet: <www.ibge.gov.br> (com adaptações).

Se for constatado que, a partir de 2010, houve uma queda de 20% na taxa média de crescimento da densidade populacional, então, em 2020, essa densidade será

- a) inferior a 53 habitantes por  $km^2$ .
- b) superior a 53 habitantes e inferior a 54 habitantes por  $km^2$ .
- c) superior a 54 habitantes e inferior a 55 habitantes por  $km^2$ .
- d) superior a 55 habitantes e inferior a 56 habitantes por  $km^2$ .
- e) superior a 56 habitantes por  $km^2$ .

#### Comentários:

Observe que a queda é da Taxa média e não da densidade.





A densidade populacional vai continuar crescendo. Porém, crescerá em um ritmo 20% menor.

Vamos então, calcular a taxa média de crescimento. A taxa é de 9% ao ano e terá uma queda de 20%. Logo, a taxa de crescimento será de:

$$t = 9\% - \frac{20}{100} \times 9\%$$

$$t = 9\% - 0,2 \times 9\%$$

$$t = 9\% - 1,8\% \rightarrow t = 7,2\%$$

Ou seja, a densidade populacional terá crescido 7,2% nos próximos 10 anos. Iremos, por fim, calcular o valor da densidade em 2020.

$$d_{2020} = d_{2010} \times (1 + i)$$

$$d_{2020} = 49,41 \times (1 + 0,072)$$

$$d_{2020} = 49,41 \times 1,072 \rightarrow d_{2020} \cong 52,97$$

Logo, se for constatado que, a partir de 2010, houve uma queda de 20% na taxa média de crescimento da densidade populacional, então, em 2020, essa densidade será inferior a 53 habitantes por  $km^2$ .

Gabarito: Alternativa **A**



## QUESTÕES COMENTADAS - CESPE

### Variação Percentual

1. (CESPE / PGE PE -2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

Uma loja vende determinado produto em promoção com 15% de desconto sobre o preço de venda. Mário comprou o produto e, por ter pagado à vista, ganhou mais 10% de desconto sobre o preço do produto na promoção. Nessa situação, o desconto total concedido a Mário foi de 25% sobre o preço de venda.

#### Comentários:

Pelo que vimos na teoria, já sabemos que a questão está errada. **Dois descontos sucessivos, um de 15% e outro de 10%, NÃO corresponde a um desconto de 25%.**

Vejamos.

Vamos arbitrar um valor de 100 para este produto. O valor final após os descontos será igual a:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0,15) \times (1 - 0,1)$$

$$v_{final} = 100 \times 0,85 \times 0,9 \rightarrow v_{final} = 76,5$$

Ou seja, comparado ao preço inicial de 100, o desconto total foi de:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{76,5 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = -23,5$$

Então, nessa situação, o desconto total concedido a Mário foi de **23,5% sobre o preço de venda.**

Dois descontos sucessivos, um de 15% e outro de 10% equivale a um desconto total de 23,5%.

Gabarito: **ERRADO**



2. (CESPE / TCE PB – 2018) Se um lojista aumentar o preço original de um produto em 10% e depois der um desconto de 20% sobre o preço reajustado, então, relativamente ao preço original, o preço final do produto será

- a) 12% inferior
- b) 18% inferior
- c) 8% superior
- d) 15% superior
- e) 10% inferior

#### Comentários:

Podemos, conforme já estudamos na parte teórica, trabalhar com a incógnita  $P$  para o preço ou, arbitrar um valor (geralmente usamos R\$ 100,00 para facilitar as contas), uma vez que a banca não fornece nem o valor inicial nem o valor final do produto.

Vamos arbitrar o valor de R\$ 100,00 para o produto e calcular o preço final após as duas operações.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 - 0,2)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 0,8 \rightarrow v_{final} = 88$$

Para calcularmos a Variação Percentual utilizamos a fórmula seguinte:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{88 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = -12$$

Então, relativamente ao preço original, o preço final do produto será 12% inferior.

Gabarito: Alternativa A

3. (CESPE / TJ SE - 2014) Uma empresa de construção civil tem 8 pedreiros no seu quadro de empregados que recebem, atualmente, R\$ 1.500,00 de salário base, R\$ 350,00 de auxílio alimentação e R\$ 150,00 de auxílio transporte. O salário bruto de cada um deles corresponde à soma desses três valores e, a partir do próximo mês, o salário base e o auxílio alimentação desses empregados serão reajustados em 15%.



Diante da situação apresentada acima e considerando que o total dos descontos legais com previdência e imposto de renda corresponda a 30% do salário bruto e que todos os pedreiros da construção civil trabalhem com a mesma eficiência, julgue o seguinte item.

O aumento efetivo do salário bruto dos pedreiros dessa empresa será inferior a 14%.

### Comentários:



Vamos calcular o valor do salário bruto antes e depois do aumento e determinar a variação percentual deste aumento.

#### Salário bruto inicial

O salário bruto é composto por R\$ 1.500,00 de salário base, R\$ 350,00 de auxílio alimentação e R\$ 150,00 de auxílio transporte.

$$\$_{inicial} = 1.500 + 350 + 150 \rightarrow \boxed{\$_{inicial} = 2.000}$$

#### Salário Bruto final

O salário base e o auxílio alimentação desses empregados serão reajustados em 15%. Lembrando que, para aumento percentual, multiplicamos pelo fator  $(1 + i)$ .

Então, o salário bruto final após os aumentos será igual a:

$$\$_{final} = 1.500 \times (1 + 0,15) + 350 \times (1 + 0,15) + 150$$



Observe que **o auxílio transporte de R\$ 150,00 não sofreu aumento.**

$$\$_{final} = 1.500 \times 1,15 + 350 \times 1,15 + 150$$





$$\$_{final} = 1.725 + 402,50 + 150 \rightarrow \boxed{\$_{final} = 2.277,50}$$

Vamos calcular a variação percentual do aumento do salário bruto.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{\$_{final} - \$_{inicial}}{\$_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{2.277,50 - 2.000}{2.000} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{277,50}{2.000} \times 100 \rightarrow \Delta\% = \mathbf{13,875\%}$$

Logo, o aumento efetivo do salário bruto dos pedreiros dessa empresa será **INFERIOR** a 14%.

Perceba que não usamos o valor do desconto dos impostos de 30%. A banca nos questiona o valor da variação do salário BRUTO. A dedução dos impostos é para calcularmos o salário líquido.

Gabarito: **CERTO**



## LISTA DE QUESTÕES - CESPE

### Cálculo da Porcentagem de um Número

1. (CESPE / IBAMA - 2022) Julgue o item a seguir, com base em conhecimentos da matemática.

Considere que tenham sido removidos de um tanque de sedimentação 32.500 litros de biossólidos, dos quais apenas 1.625 litros podem ser utilizados para a produção de fertilizante. Nesse caso, a porcentagem de biossólidos que pode ser utilizada para produzir fertilizantes é superior a 7%.

2. (CESPE / IBAMA - 2022) Com base em conhecimentos de matemática financeira, julgue o próximo item.

Suponha que, quando iniciam suas atividades, as empresas tenham 15% de desconto na taxa de licenciamento ambiental para criadouro de espécimes da fauna exótica. Nesse caso, se o valor da taxa de licenciamento pago por uma empresa tiver sido de R\$ 2.975,00, então o valor da taxa, sem desconto, é inferior a R\$ 3.450,00.

3. (CESPE / TELEBRAS - 2022) João vai receber líquidos R\$ 3.300,00 por salário, e decidiu que vai usar 70% de sua renda com despesas pessoais e aplicar o restante. Dos recursos que destinará a aplicações, investirá 25% em ações de empresas listadas na bolsa brasileira, 25% em títulos de renda fixa, 25% em fundos de investimento imobiliário e o restante em ativos lastreados em dólar. Seus estudos indicaram dez empresas boas pagadoras de dividendos, com boa liquidez e cujas ações estão com bom preço. Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Seguindo a estratégia mencionada, João aplicará 7,5% de sua remuneração mensal em ativos lastreados em dólar.

4. (CESPE / TELEBRAS - 2022) João vai receber líquidos R\$ 3.300,00 por salário, e decidiu que vai usar 70% de sua renda com despesas pessoais e aplicar o restante. Dos recursos que destinará a aplicações, investirá 25% em ações de empresas listadas na bolsa brasileira, 25% em títulos de renda fixa, 25% em fundos de investimento imobiliário e o restante em ativos lastreados em dólar. Seus estudos indicaram dez empresas boas pagadoras de dividendos, com boa liquidez e cujas ações estão com bom preço. Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

João destinará menos de R\$ 2.300,00 para custeio de suas despesas pessoais.



5. (CESPE / UNCISAL – 2019 – Adaptada) Na série vermelha de um hemograma – exame de sangue convencional –, a faixa de referência da hemoglobina (Hb) para mulheres adultas não grávidas é de 12 g/dL a 16 g/dL.

Considerando-se que a taxa de Hb registrada no hemograma de uma mulher não grávida tenha sido de 15 g/dL, então a comparação desse valor com os valores de referência apresentados anteriormente indica que, percentualmente, essa taxa de Hb dessa mulher é exatamente 25% superior ao valor mínimo de referência e 6,25% inferior ao valor máximo de referência.

6. (CESPE / PGE PE - 2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

Pedro aplicou 25% de suas reservas em um investimento financeiro e ainda sobraram R\$ 3.240. Nessa situação, antes da aplicação, as reservas de Pedro somavam R\$ 4.320.

7. (CESPE / PGE PE - 2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

O casal Rafael e Joana investe R\$ 2.000 todos os meses. Joana investe 50% a mais que Rafael e o valor investido por cada um corresponde a 25% dos seus respectivos salários líquidos. Nessa situação, o salário líquido de Rafael é de R\$ 3.200.

8. (CESPE / STM – 2019) Ao passar com seu veículo por um radar eletrônico de medição de velocidade, o condutor percebeu que o velocímetro do seu carro indicava a velocidade de 99 km/h. Sabe-se que a velocidade mostrada no velocímetro do veículo é 10% maior que a velocidade real, que o radar mede a velocidade real do veículo, mas o órgão fiscalizador de trânsito considera, para efeito de infração, valores de velocidade 10% inferiores à velocidade real.

Nessa situação, considerando que a velocidade máxima permitida para a via onde se localiza o referido radar é de 80 km/h, o condutor não cometeu infração, pois, descontando-se 20% da velocidade mostrada no velocímetro de seu veículo, o valor de velocidade considerada pelo órgão fiscalizador será de 79 km/h.

9. (CESPE / SEFAZ RS - 2018) A tabela seguinte mostra as alíquotas para a cobrança do imposto de renda de pessoas físicas, por faixa salarial, em uma economia hipotética.



faixas de renda bruta	alíquota
até \$ 100	isento
acima de \$ 100 e até \$ 500	10%
acima de \$ 500 e até \$ 2.000	20%
acima de \$ 2.000	30%

O imposto é cobrado progressivamente, isto é, sobre a parte da renda bruta do indivíduo que estiver em cada faixa incide o imposto de acordo com a alíquota correspondente.

De acordo com essas informações, se um indivíduo paga \$ 490 de imposto de renda, então a sua renda bruta é superior a \$ 2.100 e inferior a \$ 2.600.

**10. (CESPE / FUB - 2018) Paulo, Maria e João, servidores lotados em uma biblioteca pública, trabalham na catalogação dos livros recém-adquiridos. Independentemente da quantidade de livros a serem catalogados em cada dia, Paulo cataloga  $\frac{1}{4}$ , Maria cataloga  $\frac{1}{3}$  e João,  $\frac{5}{12}$ .**

A respeito da catalogação de livros por esses servidores, julgue o item a seguir.

Em cada dia, Maria e João catalogam 75% dos livros a serem catalogados nesse dia.

**11. (CESPE / SEDF - 2017) No item a seguir, é apresentada uma situação hipotética seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de juros, divisão proporcional e regra de três.**

Em uma loja, um produto que custa R\$ 450,00 é vendido com desconto de 4% para pagamento à vista. Uma loja concorrente vende o mesmo produto por R\$ 480,00.

Nessa situação, para que a loja concorrente possa vender o produto à vista pelo mesmo preço à vista da primeira loja, ela deve dar um desconto superior a 9%.

**12. (CESPE / SEDF - 2017) Iniciado em 2007, o processo gradativo de substituição do sinal de TV analógico pelo digital no Brasil começou a concretizar-se em 2016.**

Nesse período, intensificou-se o uso da TV por assinatura, segundo dados do IBGE.



A tabela a seguir mostra o percentual aproximado de domicílios brasileiros que dispunham de diferentes modalidades de acesso à TV em 2014.

zona	sinal digital de TV aberta	TV por assinatura	antena parabólica
urbana	44%	36%	32%
rural	16%	8%	79%

IBGE (com adaptações).

Considerando essas informações e o fato de que, em 2014, 86% dos domicílios brasileiros situavam-se na zona urbana, julgue o item subsequente.

Em 2014, a quantidade de domicílios brasileiros com antena parabólica localizados na zona urbana era superior ao dobro da quantidade de domicílios com antena parabólica situados na zona rural.

**13. (CESPE / Pref. São Paulo - 2016) Na cidade de São Paulo, se for constatada reforma irregular em imóvel avaliado em P reais, o proprietário será multado em valor igual a k% de  $P \times t$ , expresso em reais, em que t é o tempo, em meses, decorrido desde a constatação da irregularidade até a reparação dessa irregularidade. A constante k é válida para todas as reformas irregulares de imóveis da capital paulista e é determinada por autoridade competente.**

Em uma pesquisa relacionada às ações de fiscalização que resultaram em multas aplicadas de acordo com os critérios mencionados no texto V, 750 pessoas foram entrevistadas, e 60% delas responderam que concordam com essas ações. Nessa hipótese, a quantidade de pessoas que discordaram, são indiferentes ou que não responderam foi igual a

- a) 60
- b) 300
- c) 450
- d) 600
- e) 750

**14. (CESPE / Pref. São Paulo - 2016 - Adaptada) A prefeitura de determinada cidade celebrou convênio com o governo federal no valor de R\$ 240.000,00 destinados à implementação de políticas públicas voltadas para o acompanhamento da saúde de crianças na primeira infância. Enquanto não eram empregados na finalidade a que se destinava e desde que foram**



**disponibilizados pelo governo federal, os recursos foram investidos, pela prefeitura, em uma aplicação financeira de curto prazo que remunera à taxa de juros de 1,5% ao mês, no regime de capitalização simples.**

Considere que, na situação do texto, um montante correspondente a 5% do valor total conveniado foi destinado a um conjunto de instituições que cuidam de crianças na primeira infância, para a aquisição de medicamentos. Considere ainda que o montante citado foi dividido igualmente entre essas instituições, cabendo a cada uma delas a quantia de R\$ 750,00. Nessas condições, é correto concluir que o referido conjunto era formado por 12 instituições.

**15. (CESPE / ANVISA - 2016) Julgue o seguinte item, relativo a raciocínio lógico, a princípios de contagem e probabilidade e a operações com conjuntos.**

Situação hipotética: A ANVISA recomenda que o consumo do medicamento X seja limitado a 4 caixas por mês e determina que o preço máximo dessa quantidade de caixas não ultrapasse 30% do valor do salário mínimo, que, atualmente, é de R\$ 880,00. Assertiva: Nessa situação, o preço de cada caixa do medicamento X não poderá ultrapassar R\$ 66,00.

**16. (CESPE / MDIC - 2014) Lúcio, Breno, Cláudia e Denise abriram a loja virtual Lik, para a qual, no ato de abertura, Lúcio contribuiu com R\$ 10.000,00; Breno, com R\$ 15.000,00; Cláudia, com R\$ 12.000,00; e Denise, com R\$ 13.000,00. Os lucros obtidos por essa loja serão distribuídos de forma diretamente proporcional à participação financeira de cada um dos sócios no ato de abertura da loja.**

A partir dessas informações, julgue o item a seguir.

Se, no final do primeiro mês, 65% do valor das vendas for destinado ao pagamento dos fornecedores, 60% do restante for destinado ao pagamento de impostos e de aluguel, e se, após essas despesas, o valor restante no caixa for igual a R\$ 10.500,00, então o valor recebido pelas vendas no primeiro mês será superior a R\$ 70.000,00.

**17. (CESPE / PF - 2014) Considerando que uma pessoa tenha aplicado um capital pelo período de 10 anos e que, ao final do período, ela tenha obtido o montante de R\$ 20.000,00, julgue o item a seguir.**

Se o montante corresponder a 125% de uma dívida do aplicador em questão, então o valor dessa dívida será superior a R\$ 15.000,00.



**18. (CESPE / CBM CE - 2014) Em uma pesquisa de preço foram encontrados os modelos I e II de kits de segurança para um prédio. Considerando que, o preço de 15 unidades do modelo I e 12 unidades do modelo II, seja de R\$ 3.750,00, julgue o item subsequente.**

Se o comprador conseguir 8% de desconto na compra de cada unidade, então, o preço de 15 unidades do modelo I e 12 unidades do modelo II sairá por R\$ 3.450,00.



## GABARITO

1. ERRADO
2. ERRADO
3. CERTO
4. ERRADO
5. CERTO
6. CERTO
7. CERTO
8. ERRADO
9. C
10. CERTO
11. CERTO
12. CERTO
13. B
14. ERRADO
15. CERTO
16. CERTO
17. CERTO
18. CERTO





## LISTA DE QUESTÕES - CESPE

### Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual

1. (CESPE / UNCISAL – 2019 – Adaptada) Pedro quer aproveitar a promoção de uma loja de eletrodomésticos para comprar uma TV, uma geladeira e um fogão. O vendedor propôs a Pedro um desconto de R\$ 200,00 no preço da TV, um desconto de R\$ 250,00 no preço da geladeira, e um desconto de R\$ 150,00 no preço do fogão. Com isso, o valor final a ser pago por esses três produtos seria de R\$ 2 400,00. Pedro somente deseja aceitar a proposta do vendedor e levar os produtos se o valor total do desconto corresponder a um percentual de, no mínimo, 24% do valor original.

Nesse caso, Pedro deverá recusar a proposta, pois o desconto é de 20%.

2. (CESPE / ABIN – 2018) A tabela a seguir mostra dados categorizados, organizados por uma administradora de cartões de crédito, a respeito da ocorrência de fraudes em compras online, de acordo com os critérios data e tipo de sítio.

data	tipo de sítio	
	de jogos <i>online</i>	de móveis e eletrodomésticos
dias úteis	22	18
fim de semana e feriados	28	12

Com referência aos dados apresentados, julgue o item que se segue.

Menos de 50% das fraudes que ocorrem em sítios de jogos online ocorrem em fim de semana e feriados.

3. (CESPE / IPHAN - 2018) A tabela seguinte, com alguns valores não- identificados, mostra os resultados de uma inspeção visual no campo, relativos ao estado de conservação de 200 centros históricos de determinada região.



categoria	frequência	percentual (%)
ruim	50	C
regular	A	10
bom	100	D
excelente	B	E

Acerca dessa tabela, julgue o item subsequente.

Na tabela, a letra C corresponde a 20%.

**4. (CESPE / IPHAN - 2018) Acerca dessa tabela, julgue o item subsequente.**

A letra B, na tabela, representa 25 centros.

**5. (CESPE / CPRM - 2016) Considere que 85% das residências de determinado município estão ligadas à rede de abastecimento de água tratada e que 60% dessas residências estão ligadas à rede de esgotamento sanitário. Nessa situação, a percentagem de residências do município que são servidas de água tratada e estão ligadas à rede de esgotamento sanitário é igual a**

- a) 40%
- b) 25%
- c) 15%
- d) 60%
- e) 51%



## GABARITO

1. CERTO
2. ERRADO
3. ERRADO
4. ERRADO
5. E



## LISTA DE QUESTÕES - CESPE

### Aumentos e Descontos Percentuais

1. (CESPE / IBGE – 2021) Daniel comercializava cada unidade do produto A por R\$ 100 e cada unidade do produto B por R\$ 200. No dia 8/4/2021, Daniel aumentou o preço da unidade do produto A em 10% e o preço da unidade do produto B em 30%. No dia 15/4/2021, pressionado pelos seus clientes, Daniel reduziu os preços então vigentes, tanto do produto A quanto do produto B, em 20%. Nessa situação, se Ernesto adquiriu de Daniel uma unidade do produto A e uma unidade do produto B no dia 16/4/2021, ele pagou por esses produtos um valor

  - a) Inferior a R\$ 300.
  - b) entre R\$ 300 e R\$ 310.
  - c) entre R\$ 311 e R\$ 340.
  - d) entre R\$ 341 e R\$ 350.
  - e) superior a R\$ 350.
2. (CESPE / TJ PR – 2019) No estado do Paraná, segundo o IBGE, entre 1970 e 2010, a densidade populacional – quantidade média de habitantes por quilômetro quadrado – cresceu à taxa média de 9% a cada 10 anos, como mostra a tabela a seguir, em que os valores foram aproximados.

ano	densidade populacional
1970	35
1980	38,15
1990	41,59
2000	45,33
2010	49,41

Internet: <www.ibge.gov.br> (com adaptações).

Se for constatado que, a partir de 2010, houve uma queda de 20% na taxa média de crescimento da densidade populacional, então, em 2020, essa densidade será

- a) inferior a 53 habitantes por  $km^2$ .



- b) superior a 53 habitantes e inferior a 54 habitantes por  $km^2$ .
- c) superior a 54 habitantes e inferior a 55 habitantes por  $km^2$ .
- d) superior a 55 habitantes e inferior a 56 habitantes por  $km^2$ .
- e) superior a 56 habitantes por  $km^2$ .



## GABARITO

1. A
2. A



## LISTA DE QUESTÕES - CESPE

### Variação Percentual

1. (CESPE / PGE PE -2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

Uma loja vende determinado produto em promoção com 15% de desconto sobre o preço de venda. Mário comprou o produto e, por ter pagado à vista, ganhou mais 10% de desconto sobre o preço do produto na promoção. Nessa situação, o desconto total concedido a Mário foi de 25% sobre o preço de venda.

2. (CESPE / TCE PB – 2018) Se um lojista aumentar o preço original de um produto em 10% e depois der um desconto de 20% sobre o preço reajustado, então, relativamente ao preço original, o preço final do produto será

- a) 12% inferior
- b) 18% inferior
- c) 8% superior
- d) 15% superior
- e) 10% inferior

3. (CESPE / TJ SE - 2014) Uma empresa de construção civil tem 8 pedreiros no seu quadro de empregados que recebem, atualmente, R\$ 1.500,00 de salário base, R\$ 350,00 de auxílio alimentação e R\$ 150,00 de auxílio transporte. O salário bruto de cada um deles corresponde à soma desses três valores e, a partir do próximo mês, o salário base e o auxílio alimentação desses empregados serão reajustados em 15%.

Diante da situação apresentada acima e considerando que o total dos descontos legais com previdência e imposto de renda corresponda a 30% do salário bruto e que todos os pedreiros da construção civil trabalhem com a mesma eficiência, julgue o seguinte item.

O aumento efetivo do salário bruto dos pedreiros dessa empresa será inferior a 14%.



## GABARITO

1. ERRADO
2. A
3. CERTO





# ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



**1** Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



**2** Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



**3** Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



**4** Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



**5** Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



**6** Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



**7** Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



**8** O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.