Aula 03

BNB (Analista Bancário) Matemática Financeira - 2023 (Pré-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

05 de Abril de 2023

Índice

Taxa Aparente, Real e de Inflação

No conceito das operações em matemática financeira, 3 taxas são bastantes cobradas em provas. São elas: a **Taxa aparente**, a **Taxa real** e a **Taxa de inflação**.

Iremos ver o conceito de cada uma e como elas se relacionam.

Taxa Aparente $(\boldsymbol{i_a})$

Também chamada de Taxa nominal, é **a taxa de juros total** de uma operação financeira. Nela, **NÃO SÃO descontados** os efeitos inflacionários.

Taxa de Inflação $(\boldsymbol{i_i})$

Inflação, resumidamente, é o aumento generalizado de preços. A Taxa de inflação representa a perda do valor do dinheiro no tempo.

Taxa Real $(\boldsymbol{i_r})$

Como o próprio nome diz, é o que realmente se ganha (ou se perde) em uma operação. É o **resultado de fato** de um investimento, por exemplo. Na Taxa real, **SÃO descontados** os efeitos inflacionários.

Essas Taxas se correlacionam através da equação de Fisher em que:

$$\boxed{(\mathbf{1} + \boldsymbol{i_a}) = (\mathbf{1} + \boldsymbol{i_r}) \times (\mathbf{1} + \boldsymbol{i_i})}$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente$; $i_r = Taxa\ real$ e $i_i = Taxa\ de\ inflação$

Perceba que, se você descontasse a inflação fazendo uma simples subtração, você cometeria um grande erro. A **Taxa real é calculada através da equação de Fisher** e **NÃO POR SUBTRAÇÃO**.

DESPENCA NA PROVA!

Outra equação que iremos utilizar bastante é a equação de Fisher adaptada em função do Montante (nominal) e do Capital que é representada por:

$$\boxed{\frac{\boldsymbol{M}}{\boldsymbol{C}} = (\mathbf{1} + \boldsymbol{i_r}) \times (\mathbf{1} + \boldsymbol{i_i})}$$

Onde,

$M = Montante$; $C = Capital$; $i_r = Taxa\ real$ e $i_i = Taxa\ de\ inflação$

"Professor, quando irei utilizar cada uma das fórmulas?"

Isso vai depender das informações fornecidas no enunciado. Por isso a **importância** de se **resolver muitas questões**.

Vamos **esquematizar** essas fórmulas e, posteriormente, iremos resolver três questões de concursos para você fixar esse conteúdo.

ESQUEMATIZANDO

Taxa aparente: taxa de juros total.

Não são descontados os efeitos inflacionários.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i) \quad ou \quad \frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Taxa real: resultado "de fato" de uma operação.

São descontados os efeitos inflacionários.

Obs.: a Taxa real é calculada através dessa equação e NÃO POR SUBTRAÇÃO.

HORA DE PRATICAR!

(CR4 – 2018) Julgue o item, relativo à aplicação da matemática financeira e ao funcionamento do sistema bancário.

Os juros reais são os juros resultantes, após a subtração da taxa de crescimento da economia, dos juros nominais.

Comentários:

Os Juros reais, como o próprio nome diz, é o que realmente se ganha (ou se perde) em uma operação. É o **resultado de fato** de um investimento, por exemplo. Na Taxa real, **SÃO descontados** os efeitos inflacionários.

A taxa real é calculada pela relação de Fisher e **NÃO por Subtração**. Fique atento! Nós descontamos os efeitos inflacionários. Descontar é diferente de subtrair.

A frase **correta** do enunciado seria:

"Os juros reais são os juros resultantes, após o ***desconto*** *da* ***taxa de inflação*** *da economia, dos juros nominais."*

Gabarito: **ERRADO**

(Pref. São Paulo – 2018) Um investimento rendeu em um ano 10% de juros. Se a inflação nesse período foi de 6%, a taxa real de juros foi de, aproximadamente,

a) 4,5%
b) 2,8%
c) 3,2%
d) 3,8%
e) 4,2%

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula de relação entre as taxas que acabamos de estudar e calcular a Taxa real de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = 10\% = 0{,}1$

$i_r = Taxa\,real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 6\% = 0{,}06$

Iremos substituir os valores e calcular a taxa requerida pela banca.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}1) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}06)$$

$$1{,}1 = (1 + i_r) \times 1{,}06$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}1}{1{,}06}$$

$$1 + i_r \cong 1{,}038$$

$$i_r \cong 1{,}038 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r \cong 0{,}038\ \ ou\ \ 3{,}8\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(SEFAZ RS – 2014) Francisco Joaquim contratou uma dívida de R$ 120.000,00 para suportar novos investimentos na sua fazenda. Oito meses após a data da contratação do empréstimo, Francisco Joaquim quitou a dívida por R$ 132.000,00. A inflação do período em que o empréstimo esteve em vigor foi de 6%. Qual a taxa de juros real, ou seja, acima da variação da inflação do período que Francisco Joaquim pagou nessa operação?

a) 1,03% no período
b) 3,77% no período
c) 4,00% no período
d) 4,50% no período
e) 6,00% no período

Comentários:

O enunciado nos fornece o Montante e o Capital. Sendo assim, vamos usar a segunda equação para o cálculo da taxa real de Juros em que:

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = 132.000$

$C = Capital = 120.000$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 6\%\ no\ período = 0{,}06$

Vamos substituir os valores e calcular a taxa real de juros no período.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{132.000}{120.000} = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}06)$$

$$1{,}1 = (1 + i_r) \times 1{,}06$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}1}{1{,}06}$$

$$1 + i_r = 1{,}0377$$

$$i_r = 1{,}0377 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}0377\ \ ou\ \ 3{,}77\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

Vamos retornar à fórmula de correlação entre as Taxas:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Podemos <u>expandir</u> essa equação para um **período maior que uma unidade** e teremos:

$$\boxed{\boldsymbol{(1 + i_a) = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})}}$$

Ou

$$\boxed{\boldsymbol{\frac{M}{C} = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})}}$$

Fique **SEMPRE ATENTO aos períodos** mencionados pela banca no enunciado.

Vamos resolver um exercício de concurso sobre essa passagem para você entender melhor.

(Metrô SP – 2019) Ivone fez um empréstimo a juros compostos no valor de R$ 20.000,00 em setembro de 2018, para pagamento após 2 anos da data de aquisição do empréstimo. A taxa de inflação acumulada durante o primeiro ano foi de 4% ao ano e, durante o segundo ano de, 5% ao ano. A taxa real de juros contratada foi mantida constante em 2% ao ano. O valor dos juros pagos por Ivone nessa operação foi, em reais,

a) 2.685,12
b) 2.636,00
c) 2.690,37
d) 2.722,34
e) 2.600,00

Comentários:

Observe que a questão aborda mais de um período em seu enunciado. Há uma taxa de inflação para o primeiro ano e outra para o segundo.

Iremos, então, utilizar a fórmula expandida de relação entre as taxas.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})$$

Como o enunciado nos informa que o **período** do Empréstimo foi de **2 anos**, nossa equação será reduzida a dois termos e ficaremos com:

$$\frac{M}{C} = \left(1 + i_{r_1}\right) \times \left(1 + i_{r_2}\right) \times \left(1 + i_{i_1}\right) \times \left(1 + i_{i_2}\right)$$

Onde,

Observe que, pelo comando da questão, a Taxa real de juros foi igual tanto para o primeiro quanto para o segundo ano (mas nada impede que, em uma outra questão, sejam diferentes).

Vamos substituir os valores e calcular o Montante devido pelo empréstimo após 2 anos.

$$\frac{M}{C} = \left(1 + i_{r_1}\right) \times \left(1 + i_{r_2}\right) \times \left(1 + i_{i_1}\right) \times \left(1 + i_{i_2}\right)$$

$$\frac{M}{20.000} = (1 + 0{,}02) \times (1 + 0{,}02) \times (1 + 0{,}04) \times (1 + 0{,}05)$$

$$\frac{M}{20.000} = 1{,}02 \times 1{,}02 \times 1{,}04 \times 1{,}05$$

$$\frac{M}{20.000} = 1{,}1361$$

$$M = 20.000 \times 1{,}1361 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 22.722}}$$

De posse do Montante e do Capital, calculamos os Juros pagos por Ivone.

$$J = M - C$$

$$J = 22.722 - 20.000 \quad \rightarrow \boldsymbol{J = 2.722}$$

Gabarito: Alternativa **D**

CONCEITOS ECONÔMICOS

Algumas questões de provas buscam saber do candidato a **relação conceitual** acerca da Taxa real e da Taxa aparente, a depender do comportamento da inflação na economia.

- Em uma **economia inflacionária**, isto é, inflação positiva (> 0), a Taxa real de Juros é sempre **MENOR** que a Taxa aparente.

Vamos entender essa passagem tanto conceitual quanto numericamente.

Vimos que a **Taxa real é a taxa de juros descontada da inflação**. Ou seja, para calcular a Taxa real, pegamos a Taxa Nominal e descontamos a inflação. Ora, se a taxa de inflação for positiva e descontarmos esse valor da Taxa Nominal, certamente iremos encontrar um valor menor que esta última. Este valor menor é a Taxa real.

Ainda ficou confuso? Tenho certeza que numericamente tudo irá se esclarecer.

Imagina que a Taxa Aparente seja de 20% no período e a Taxa de inflação seja de 10%. Qual será o valor da Taxa real?

Estamos diante de um exemplo de uma **economia inflacionária**, uma vez que, a taxa de inflação é positiva. Vamos utilizar a equação que correlaciona as taxas e **calcular a taxa real**.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}2) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}1)$$

$$1{,}2 = (1 + i_r) \times 1{,}1$$

$$\frac{1{,}2}{1{,}1} = (1 + i_r)$$

$$1 + i_r = 1{,}091$$

$$i_r = 1{,}091 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}091 \ \ ou \ \ 9{,}1\% \ no \ período}$$

Constatamos, então, que a Taxa real (9,1%), em uma **economia inflacionária**, é **MENOR** que a Taxa aparente (20%).

Percebeu? Tínhamos uma Taxa Aparente de 20% e descontamos um valor positivo sobre ela (10%). Resultando, assim, em uma Taxa menor que ela (que é a Taxa real).

- Em uma **economia deflacionária**, isto é, inflação negativa (< 0), a Taxa real de Juros é sempre **MAIOR** que a Taxa aparente.

Vamos analisar com base no mesmo exemplo. Temos uma Taxa aparente de 20% no período. Porém, agora, a inflação é igual a -5%. Iremos **calcular a Taxa real**.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}2) = (1 + i_r) \times (1 - 0{,}05)$$

$$1{,}2 = (1 + i_r) \times 0{,}95$$

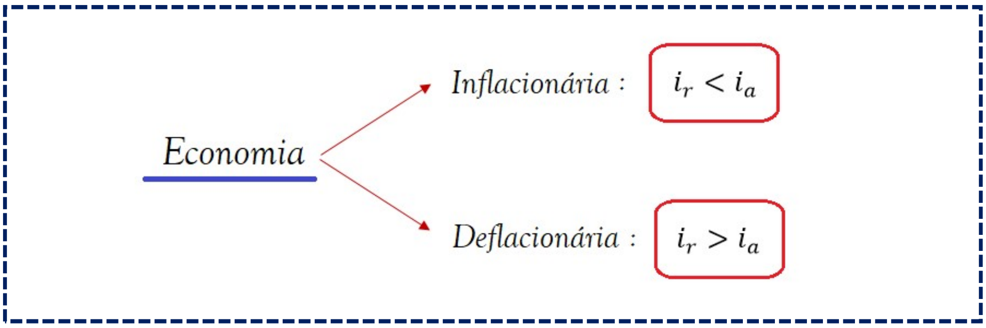
$$(1 + i_r) = \frac{1{,}2}{0{,}95}$$

$$1 + i_r = 1{,}263$$

$$i_r = 1{,}263 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}263 \ \ ou \ \ 26{,}3\% \ no \ período}$$

Ou seja, em uma **economia deflacionária**, a Taxa real de juros é **MAIOR** que a Taxa aparente.

ESQUEMATIZANDO



Vejamos como esse tópico já foi cobrado.

HORA DE PRATICAR!

(BNB – 2018) No que se refere a matemática financeira, julgue o seguinte item.

Se em determinado ano a taxa de juros aparente for de 10% ao ano e se a taxa real de juros nesse período for de 12%, então, nesse ano, a taxa de inflação será negativa, ou seja, haverá deflação.

Comentários:

Observe que a Taxa real de juros (12%) é maior que a Taxa aparente (10%). Estudamos que essa situação ocorre quando estamos diante de uma **economia deflacionária**, ou seja, quando a inflação é negativa.

Logo, a assertiva está correta.

Vamos comprovar algebricamente. Iremos utilizar a equação que relaciona essas taxas e calcular o valor da Taxa de inflação no ano.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = 10\% = 0{,}1$

$i_r = Taxa\ real = 12\% = 0{,}12$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = ?$

Iremos substituir os valores e calcular a Taxa de inflação.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}1) = (1 + 0{,}12) \times (1 + i_i)$$

$$1{,}1 = 1{,}12 \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_i) = \frac{1{,}1}{1{,}12}$$

$$1 + i_i \cong 0{,}98$$

$$i_i \cong 0{,}982 - 1 \quad \rightarrow \boldsymbol{i_i \cong -0{,}018\ \ ou\ \ -1{,}8\%\ ao\ ano}$$

Isto é, a taxa de inflação será **NEGATIVA** (deflação) como queríamos demonstrar.

Relembrando:

- Em uma **economia deflacionária**, isto é, inflação negativa (< 0), a Taxa real de Juros é sempre **MAIOR** que a Taxa aparente.

Gabarito: **CERTO**

INFLAÇÃO ACUMULADA

Imagine, por exemplo, que a Taxa de inflação em um mês seja de 5% e no mês seguinte de 7%. Qual seria a Inflação acumulada nesses dois meses?

Já adianto que **NÃO DEVEMOS somar** as taxas de inflação individualmente para calcular a Taxa acumulada de inflação no período.

Ou seja, se você respondeu 12%, está incorreto. Porém, não há problema algum em errar. Iremos aprender agora a calcular a Taxa de inflação acumulada e você, com certeza, acertará na sua prova se cair uma questão sobre esse tópico.

Sejam, i_{i1} , i_{i2} , i_{i3}, … , i_{in} as taxas de inflação de períodos sucessivos, define-se **Taxa acumulada de inflação** i_{iac} nesses períodos por:

$$\boxed{\boldsymbol{(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times \ldots \times (1 + i_{in})}}$$

Vamos calcular, então, qual seria a Taxa acumulada no exemplo dado. A taxa de inflação no primeiro mês foi de 5% e, no segundo mês, 7%.

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2})$$

$$(1 + i_{iac}) = (1 + 0{,}05) \times (1 + 0{,}07)$$

$$(1 + i_{iac}) = 1{,}05 \times 1{,}07$$

$$1 + i_{iac} = 1{,}1235$$

$$i_{iac} = 1{,}1235 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{iac} = 0{,}1235 \ ou \ 12{,}35\%}$$

Ou seja, a Taxa de inflação acumulada nos dois meses foi igual a 12,35%.

HORA DE PRATICAR!

(Emdec – 2019) Em determinada época a inflação de um país (mês 1) foi de 1,20%; no mês seguinte (mês 2), a inflação foi de 2% e, no outro mês (mês 3) foi de 1,8%. Quanto a inflação acumulada do período, assinale a alternativa correta.

a) 3,05%
b) 4,32%
c) 5%
d) 5,08%

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula da Taxa acumulada de inflação e calcular seu valor.

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3})$$

$$(1 + i_{iac}) = (1 + 0{,}012) \times (1 + 0{,}02) \times (1 + 0{,}018)$$

$$(1 + i_{iac}) = 1{,}012 \times 1{,}02 \times 1{,}018$$

$$1 + i_{iac} = 1{,}0508$$

$$i_{iac} = 1{,}0508 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{iac} = 0{,}0508 \ ou \ 5{,}08\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

CUSTO EFETIVO DE UMA OPERAÇÃO

Suponha que você obtenha um Empréstimo de R$ 100.000,00 a uma taxa de juros de 10% ao mês em regime de Juros Compostos para ser pago ao final de 3 meses. Porém, na hora da liberação do recurso, o banco te cobre uma taxa de abertura de crédito de R$ 2.000,00 mais um valor de R$ 500,00 referente a outras taxas.

Apesar de você ter obtido 100 mil reais de empréstimo, efetivamente você terá recebido esse valor subtraído das taxas cobradas pelo banco, certo?

Ora, o Capital efetivamente recebido será **o valor que foi emprestado menos os custos** que o banco cobra.

Nesse caso, o **Capital efetivo recebido** teria sido igual a:

$$C_{ef} = 100.000 - 2.000 - 500 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C_{ef} = 97.500}}$$

Então, efetivamente, você recebeu R$ 97.500,00.

E qual o Montante que você deverá pagar pela obtenção desse recurso?

O banco vai te cobrar juros compostos de 10% ao mês.

"Mas em cima de qual valor, professor? Do valor do Empréstimo ou em cima do valor que efetivamente recebi?"

Em cima do valor do Empréstimo. **Os Juros são calculados em cima do valor Nominal do Empréstimo**. Então, você teria que pagar ao final de 3 meses um Montante igual a:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0{,}1)^3$$

$$M = 100.000 \times 1{,}331 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 133.100}}$$

E, por fim, qual seria a taxa efetiva (custo efetivo) no período desta operação?

Perceba que a taxa de 10% ao mês é a taxa nominal do empréstimo. Para calcularmos a taxa efetiva, devemos ter como base o que efetivamente foi recebido, isto é, R$ 97.500,00.

Sendo assim, vamos aplicar a fórmula do Montante e calcular o custo efetivo da operação. Acompanhe.

$$M = C_{ef} \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$133.100 = 97.500 \times (1 + i_{ef})$$

Observe que, na equação acima, para o cálculo da taxa efetiva, entramos com o valor do Capital efetivamente recebido, isto é, o valor do Empréstimo menos os custos cobrados pelo banco.

Atente-se também para a pergunta que foi feita. Estamos em busca da taxa efetiva no período do empréstimo. Logo, a taxa efetiva vai ser no período de 3 meses. Se a banca, porventura, perguntar a taxa efetiva mensal, teríamos que utilizar a fórmula $M = C_{ef} \times (1 + i_{ef})^3$. Todavia, a grande maioria das questões cobra o **custo efetivo em todo o período da operação**.

Vamos continuar com as contas.

$$133.100 = 97.500 \times (1 + i_{ef})$$

$$(1 + i_{ef}) = \frac{133.100}{97.500}$$

$$1 + i_{ef} = 1{,}365$$

$$i_{ef} = 1{,}365 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{ef} = 0{,}365 \ ou \ 36{,}5\%}$$

Ou seja, a taxa efetiva (custo efetivo) da obtenção deste empréstimo foi de 36,5% no período da operação.

TOME NOTA!

O **custo efetivo** (taxa efetiva) do período é aquele que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é efetivamente pago.

Vejamos como esse assunto é cobrado nas provas.

HORA DE PRATICAR!

(ALESE – 2018) Para a obtenção de um empréstimo de R$ 100.000,00 a Cia. Flores Belas pagou à instituição financeira, na data da liberação dos recursos, R$ 1.500,00 de taxa de abertura de crédito e R$ 268,52 referentes a outras taxas. O prazo do empréstimo foi 2 meses e o principal e os juros foram pagos em uma

única parcela na data do vencimento. Sabendo que a taxa de juros compostos cobrada pelo banco foi de 3% ao mês, a taxa efetiva de juros (custo efetivo) no período da operação foi de

a) 3,00%
b) 6,00%
c) 6,09%
d) 8,00%
e) 7,86%

Comentários:

Primeiramente, vamos calcular o valor do Capital efetivamente recebido pela Cia. Flores Belas.

$$C_{ef} = 100.000 - 1.500 - 268{,}52 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C_{ef} = 98.231{,}48}}$$

Posteriormente, calculamos o Montante pago pela companhia.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0{,}03)^2$$

$$M = 100.000 \times (1{,}03)^2$$

$$M = 100.000 \times 1{,}0609 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 106.090}}$$

E, por fim, calculamos a taxa efetiva de juros (custo efetivo) no período da operação.

$$M = C_{ef} \times (1 + i_{ef})$$

$$106.090 = 98.231{,}48 \times (1 + i_{ef})$$

$$(1 + i_{ef}) = \frac{106.090}{98.231{,}48}$$

$$1 + i_{ef} = 1{,}08$$

$$i_{ef} = 1{,}08 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{ef} = 0{,}08 \ ou \ 8\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(SEGEP MA – 2018) Uma empresa obteve um empréstimo no valor de R$ 100.000,00 para ser liquidado em um único pagamento no final de 4 meses. A taxa de juros simples contratada foi 3% ao mês e a instituição financeira cobra, adicionalmente, na data do pagamento do empréstimo, uma tarifa cujo valor corresponde a 1% do valor que deve ser pago para liquidação do empréstimo. A taxa de custo efetivo incidente no empréstimo foi, em %, no período do prazo do empréstimo,

a) 12,55
b) 13,00
c) 13,12
d) 12,00
e) 13,68

Comentários:

Observe que nessa questão, na hora da obtenção do empréstimo, não houve qualquer custo cobrado pelo banco.

Atenção ao comando de cada questão. **As bancas não irão repetir sempre o mesmo padrão**. O raciocínio para o cálculo do custo efetivo será o mesmo, mas a cobrança não. Então, vamos sempre raciocinar antes de aplicar as fórmulas.

Sendo assim, o Capital efetivamente recebido será igual a R$ 100.000,00.

Vamos, agora, calcular o valor do Montante pago pela empresa pela obtenção desse empréstimo à taxa de juros simples de 3% ao mês pelo período de 4 meses.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0{,}03 \times 4)$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0{,}12)$$

$$M = 100.000 \times 1{,}12 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 112.000}}$$

Todavia, a instituição financeira cobra, adicionalmente, na data do pagamento do empréstimo, uma tarifa cujo valor corresponde a 1% do valor que deve ser pago para liquidação do empréstimo.

Sendo assim, ao final dos 4 meses, a empresa irá pagar um Montante final igual a:

$$M_f = 112.000 + \frac{1}{100} \times 112.000$$

$$M_f = 112.000 + 1.120 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_f = 113.120}}$$

Por fim, calculamos o custo efetivo no período do prazo do empréstimo.

$$M_f = C_{ef} \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$113.120 = 100.000 \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$\left(1+i_{ef}\right)\frac{113.120}{100.000}$$

$$1+i_{ef}=1{,}1312$$

$$i_{ef}=1{,}1312-1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{ef}=0,1312\ \ ou\ \ 13,12\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

ESCLARECENDO!

Com as questões de concursos acima, você deve ter percebido que **cada questão tem suas peculiaridades**. As questões não serão idênticas. Porém, a sistemática de cálculo sim.

O **custo efetivo** (taxa efetiva) do período é aquele que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é efetivamente pago.

Então, raciocine sempre no sentido de buscar o que efetivamente foi recebido na hora da obtenção do empréstimo e o que realmente foi pago de Montante ao final. Essas 2 informações serão os "inputs" para encontrar o custo efetivo da operação.

CAPITALIZAÇÃO CONTÍNUA

Este é um tópico isolado da matéria e o índice de cobrança não é tão elevado. Porém, o custo benefício deste tema é enorme, uma vez que, há apenas 1 fórmula para se decorar e a grande maioria dos candidatos não terão estudado esse assunto. Mas você, aluno do Estratégia, terá visto toda a matéria e estará preparado para qualquer tipo de questão.

Na **capitalização contínua**, o **Montante** é calculado pela seguinte fórmula:

$$\boxed{\boldsymbol{M = C \times e^{i \times t}}}$$

Onde,

$M = Montante\ ;\ C = Capital\ ;\ i = Taxa\ de\ Juros\ ;\ t = tempo$ e $e = número\ de\ Euler = 2{,}71828\ ...$

As questões de provas irão fornecer o valor da potência ou o valor do Logaritmo Neperiano (logaritmo na base e).

Quando o enunciado fornecer o valor do Logaritmo, teremos que lembrar da definição de logartimo das aulas de matemática básica em que:

Dados dois números reais positivos $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{x}$, com $\boldsymbol{a} > 0\ e\ \boldsymbol{a} \neq 1$, o **logaritmo** de $\boldsymbol{x}$ na base $\boldsymbol{a}$ é igual ao expoente y ao qual a base $\boldsymbol{a}$ deve ser elevada para se chegar a x como resultado.

Se $\boldsymbol{a} > 0$ e $\boldsymbol{a} \neq 1$ e $\boldsymbol{x} > 0$, temos que:

$$\log_{\boldsymbol{a}} \boldsymbol{x} = y \quad \leftrightarrow \quad \boldsymbol{a}^y = \boldsymbol{x} \quad ,\quad onde:$$

- $\boldsymbol{a}$ $\rightarrow$ base do logaritmo
- $\boldsymbol{x}$ $\rightarrow$ logaritmando
- y $\rightarrow$ logaritmo

Isto é, o **logaritmo** de $\boldsymbol{x}$ na base $\boldsymbol{a}$ <u>é a solução de y</u> na equação $\boldsymbol{a}^y = \boldsymbol{x}$.

Vejamos como a Capitalização Contínua é cobrada em provas.

(FADESP / SEFAZ PA - 2022) O regime de capitalização contínua é bastante utilizado em outros países, mas de pouca utilização no Brasil. Nele ocorre o pagamento de juro a cada período infinitesimal de tempo, fazendo com que o capital cresça continuamente no tempo. Nesse regime o montante pode ser calculado pela fórmula $M = C \cdot e^{i_C \cdot t}$ onde o número e, base do logaritmo natural $(\ln)$, vale aproximadamente 2,7182, i_C é a taxa instantânea e t o período de capitalização.

Utilize adequadamente os dados abaixo:

L_n 1,128 = 0,12 L_n 1,285 = 0,25 L_n 1,323 = 0,28 L_n 1,35 = 0,30 L_n 1,492 = 0,4

Uma aplicação de $R\$\ 1.000.000{,}00$, no regime de capitalização contínua, produz $R\$\ 1.491.806{,}73$ de montante após o período de 5 anos. A taxa instantânea dessa aplicação é de

a) $5\%\ a.a.$
b) $6\%\ a.a.$
c) $7\%\ a.a.$
d) $8\%\ a.a.$
e) $9\%\ a.a.$

Comentários:

Observe que a banca fornece a fórmula do Montante na capitalização contínua. Raridade a banca fazer isso. Mas a FADESP deu essa "ajuda" ao concurseiro.

Então, vamos substituir os valores fornecidos na equação do Montante:

$$M = C \cdot e^{i_C \cdot t}$$

$$1.491.806{,}73 = 1.000.000{,}00 \cdot e^{i_C \cdot 5}$$

$$e^{5i_C} = \frac{1.491.806{,}73}{1.000.000{,}00}$$

$$e^{5i_C} = 1{,}492$$

Vamos aplicar logaritmo natural dos dois lados da equação:

$$\ln e^{5i_C} = \ln 1{,}492$$

Nessa altura da resolução devemos nos recorda da propriedade do logaritmo de uma potência;

- **Logaritmo de uma potência**

O logaritmo de uma **potência** (base real positiva e expoente real) é igual a esta **potência vezes o logaritmo**.

$$\log_a x^p = p \times \log_a x$$

Iremos aplicar esta propriedade do lado esquerdo da equação e do lado direito vamos substituir $\ln 1{,}492$ por $0{,}4$ (a banca fornece esse valor):

$$\ln e^{5i_C} = \ln 1{,}492$$

$$5i_C \times \ln e = 0{,}4$$

Sabemos que $\ln e = 1$:

$$5i_C \times \ln e = 0{,}4$$

$$5i_C \times 1 = 0{,}4$$

$$5i_C = 0{,}4$$

$$i_C = \frac{0{,}4}{5} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_C = 0{,}08 \ ou \ 8\% \ a.a.}$$

Gabarito: Alternativa **D**

Resumo da Aula

Taxa aparente, Taxa real e Taxa de inflação

Taxa aparente: taxa de juros total.
Não são descontados os efeitos inflacionários.

$$(1+i_a) = (1+i_r)\times(1+i_i) \quad ou \quad \frac{M}{C} = (1+i_r)\times(1+i_i)$$

Taxa real: resultado "de fato" de uma operação.
São descontados os efeitos inflacionários.

Obs.: a Taxa real é calculada através dessa equação e NÃO POR SUBTRAÇÃO.

Podemos expandir essa equação para um **período maior que uma unidade** e teremos:

$$\boxed{(1+i_a) = (1+i_{r1})\times(1+i_{r2})\times \dots (1+i_{rn})\times(1+i_{i1})\times(1+i_{i2})\times \dots (1+i_{in})}$$

Ou

$$\boxed{\frac{M}{C} = (1+i_{r1})\times(1+i_{r2})\times \dots (1+i_{rn})\times(1+i_{i1})\times(1+i_{i2})\times \dots (1+i_{in})}$$

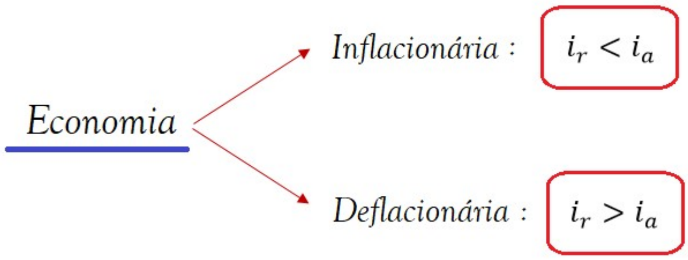
Fique **SEMPRE ATENTO aos períodos** mencionados pela banca no enunciado.

Conceitos Econômicos

- Em uma **economia inflacionária**, isto é, inflação positiva (>0), a Taxa real de Juros é sempre **MENOR** que a Taxa aparente.

- Em uma **economia deflacionária**, isto é, inflação negativa (<0), a Taxa real de Juros é sempre **MAIOR** que a Taxa aparente.

Esquematizando:



Inflação Acumulada

Sejam, i_{i1} , i_{i2} , i_{i3}, … , i_{in} as taxas de inflação de períodos sucessivos, define-se **Taxa acumulada de inflação** i_{iac} nesses períodos por:

$$\boldsymbol{(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times \ldots \times (1 + i_{in})}$$

Custo Efetivo

O **custo efetivo** (taxa efetiva) do período é aquele que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é pago.

Então, raciocine sempre no sentido de buscar o que efetivamente foi recebido na hora da obtenção do empréstimo e o que realmente foi pago de Montante ao final. Essas 2 informações serão os "inputs" para encontrar o custo efetivo da operação.

Capitalização Contínua

Na **capitalização contínua**, o **Montante** é calculado pela seguinte fórmula:

$$\boldsymbol{M = C \times e^{i \times t}}$$

QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Taxa Aparente, Real e de Inflação

1. (CESGRANRIO / BB - 2010) Um investimento obteve variação nominal de 15,5% ao ano. Nesse mesmo período, a taxa de inflação foi 5%. A taxa de juros real anual para esse investimento foi

a) 0,5%
b) 5,0%
c) 5,5%
d) 10,0%
e) 10,5%

Comentários:

A **Taxa Real**, que é taxa onde são descontados os efeitos inflacionários, é calculada através da equação de relação entre as taxas e **NÃO por subtração**.

Vamos utilizar a equação de relação entre essas taxas:

$$(1+i_a)=(1+i_r)\times(1+i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente\ (variação\ nominal) = 15{,}5\%\ ao\ ano = 0{,}155$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 5\%\ no\ ano = 0{,}05$

Iremos substituir os valores e calcular a taxa real.

$$(1+i_a)=(1+i_r)\times(1+i_i)$$

$$(1+0{,}155)=(1+i_r)\times(1+0{,}05)$$

$$1{,}155 = (1 + i_r) \times 1{,}05$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}155}{1{,}05}$$

$$1 + i_r = 1{,}1$$

$$i_r = 1{,}1 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}1 \; ou \; 10\% \; ao \; ano}$$

Gabarito: Alternativa **D**

2. **(CESGRANRIO / BB - 2015) Em um período no qual a inflação acumulada foi de 100%, R$ 10.000,00 ficaram guardados em um cofre, ou seja, não sofreram qualquer correção.**

Nessas condições, houve uma desvalorização dos R$ 10.000,00 de

a) 1/4
b) 1/2
c) 2/3
d) 3/4
e) 1

Comentários:

Observe que os R$ 10.000,00 ficaram guardados em um cofre, isto é, o valor permaneceu constante. Vamos utilizar a equação "adaptada" de relação entre as taxas e calcular

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = 10.000$

$C = Capital = 10.000$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 100\% = 1$

Perceba que, conforme comentamos, o Capital e o Montante são iguais, uma vez que não houve alteração do valor guardado.

Vamos substituir os valores e calcular a taxa real (o quanto realmente desvalorizou).

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{10.000}{10.000} = (1 + i_r) \times (1 + 1)$$

$$1 = (1 + i_r) \times 2$$

$$(1 + i_r) = \frac{1}{2}$$

$$1 + i_r = 0{,}5$$

$$i_r = 0{,}5 - 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_r = -0,5}}$$

As respostas estão em termos fracionários. Logo:

$$i_r = -0{,}5 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = -\frac{1}{2}}$$

Ou seja, houve uma desvalorização dos R$ 10.000,00 de 1/2.

Gabarito: Alternativa **B**

3. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) Uma construtora anuncia a venda de um imóvel à taxa nominal de juros de 12% a.a. com correção mensal do saldo e das prestações.

Qual é a taxa real anual, aproximada, do financiamento, considerando-se uma inflação anual de 10%?

Dados: $1{,}01^{12} = 1{,}127$

a) 2,44%
b) 2,00%
c) 1,98%
d) 1,82%
e) -2,38%

Comentários:

ACORDE!

Observe que a taxa fornecida pelo enunciado é a taxa nominal de juros. Lembram-se da aula passada?

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

$$i_{Nominal} = 12\%\ ao\ ano\ capitalizada\ mensalmente$$

Tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

Em 1 ano há 12 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal será um doze avos da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Mensal} = \frac{12\%}{12} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Mensal} = 1\%\ a.m.}}$$

Agora, de posse taxa efetiva mensal, vamos calcular a taxa efetiva equivalente anual. Ou seja, a taxa mensal de 1% capitalizada por 12 meses (1 ano) será equivalente a qual taxa anual?

$$(1 + i_{mensal})^{12} = (1 + i_{anual})$$

$$(1 + 0{,}01)^{12} = (1 + i_{anual})$$

$$1{,}01^{12} = (1 + i_{anual})$$

O enunciado nos informa que $1{,}01^{12} = 1{,}127$.

$$1{,}127 = 1 + i_{anual}$$

$$i_{anual} = 1{,}127 - 1 \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{anual} = 0{,}127\ ou\ 12{,}7\%}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Vamos utilizar a equação de relação entre essas taxas:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = 12{,}7\%\ ao\ ano = 0{,}127$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$$i_i = Taxa\ de\ inflação = 10\%\ no\ ano = 0{,}1$$

Iremos substituir os valores e calcular a taxa real.

$$(1 + 0{,}127) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}1)$$

$$1{,}127 = (1 + i_r) \times 1{,}1$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}127}{1{,}1}$$

$$1 + i_r = 1{,}0244$$

$$i_r = 1{,}0244 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0,0244\ ou\ 2,44\%}$$

Gabarito: Alternativa **A**

4. **(CESGRANRIO / BNDES - 2013) Uma pessoa que vive de rendimentos do mercado financeiro aplicou todos os seus recursos, o que lhe rendeu um retorno nominal de 20% no ano.**

Considerando-se que a inflação da cesta básica foi de 6% nesse mesmo ano, quantas cestas básicas a mais, em termos percentuais, ela poderá comprar após o retorno da aplicação?

a) 12,8%
b) 13,2%
c) 14,0%
d) 14,8%
e) 15,0%

Comentários:

O enunciado é meio confuso. A banca tenta outra forma de te perguntar "qual a taxa real?". Para não ficar repetitivo este estilo de cobrança, o Cesgranrio inventou este enunciado.

Vamos então, utilizar a equação de relação entre as taxas e determinar o quanto realmente a mais de cestas básicas percentualmente a pessoa poderá comprar.

A **Taxa Real**, que é taxa onde são descontados os efeitos inflacionários, é calculada através da equação de relação entre as taxas e **NÃO por subtração**. Se você apenas subtraísse uma taxa da outra, encontraria uma alternativa que não é o gabarito.

$$(1+i_a)=(1+i_r)\times(1+i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = 20\%\ ao\ ano = 0{,}2$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 6\%\ no\ ano = 0{,}06$

Substituindo os valores e calculando o ganho real:

$$(1+i_a)=(1+i_r)\times(1+i_i)$$

$$(1+0{,}2)=(1+i_r)\times(1+0{,}06)$$

$$1{,}2=(1+i_r)\times 1{,}06$$

$$(1+i_r)=\frac{1{,}2}{1{,}06}$$

$$1+i_r=1{,}132$$

$$i_r=1{,}132-1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r=0{,}132\ ou\ 13{,}2\%\ no\ ano}$$

Gabarito: Alternativa **B**

5. **(CESGRANRIO / BR - 2013) Um capital foi aplicado por dois anos, pelo regime de juros compostos, à taxa nominal aparente de 12% ao ano capitalizados mensalmente e, nesse período, rendeu juros de R$ 2.697,35.**

Considerando-se que a taxa de inflação foi de 5,3% ao ano, a taxa de rentabilidade anual real dessa aplicação foi, aproximadamente, de

Dado
$(1{,}01)^2 = 1{,}0201$
$(1{,}01)^{12} = 1{,}1268$
$(1{,}01)^{24} = 1{,}2697$

a) 6,7%
b) 7,0%
c) 9,8%
d) 11,5%
e) 17,3%

Comentários:

Observe que a taxa fornecida pelo enunciado é a taxa nominal de juros. Lembram-se da aula passada?

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

$$i_{Nominal} = 12\% \ ao \ ano \ capitalizada \ mensalmente$$

Tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

Em 1 ano há 12 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal será um doze avos da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Mensal} = \frac{12\%}{12} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Mensal} = 1\%\ a.m.}}$$

Agora, de posse taxa efetiva mensal, vamos calcular a taxa efetiva equivalente anual. Ou seja, a taxa mensal de 1% capitalizada por 12 meses (1 ano) será equivalente a qual taxa anual?

$$(1 + i_{mensal})^{12} = (1 + i_{anual})$$

$$(1 + 0{,}01)^{12} = (1 + i_{anual})$$

$$1{,}01^{12} = (1 + i_{anual})$$

O enunciado nos informa que $1{,}01^{12} = 1{,}1268$.

$$1{,}1268 = 1 + i_{anual}$$

$$i_{anual} = 1{,}1268 - 1 \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{anual} = 0{,}1268\ ou\ 12{,}68\%}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Vamos utilizar a equação de relação entre essas taxas:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = 12{,}68\%\ ao\ ano = 0{,}1268$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 5{,}3\%\ no\ ano = 0{,}053$

Iremos substituir os valores e calcular a taxa real.

$$(1 + 0{,}1268\ ) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}053)$$

$$1{,}1268 = (1 + i_r) \times 1{,}053$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}1268}{1{,}053}$$

$$1 + i_r = 1{,}07$$

$$i_r = 1{,}07 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}07\ ou\ 7\%}$$

Obs: Os dados referentes aos Juros foram fornecidos pois esta questão tinha um enunciado em comum para duas questões.

Gabarito: Alternativa **B**

6. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2012) Aplicaram-se R$ 5.000,00 em um investimento que remunera, além da taxa de inflação, uma taxa real de juros de 6% ao ano, capitalizados mensalmente.

Se, no primeiro mês, a inflação foi de 1%, o montante dessa aplicação, ao fim do primeiro mês, em reais, foi de

a) 5.075,25
b) 5.100,30
c) 5.302,50
d) 5.350,00
e) 5.353,00

Comentários:

ACORDE!

Observe que a taxa real fornecida pelo enunciado é uma taxa nominal real de juros. Lembram-se da aula passada?

Primeiro passo é converter a Taxa real nominal para a Taxa real efetiva.

$$i_{real\ nominal} = 6\%\ ao\ ano\ capitalizada\ mensalmente$$

Tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

Em 1 ano há 12 meses. Então, a Taxa real efetiva mensal será um doze avos da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ real\ Mensal} = \frac{6\%}{12} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ real\ Mensal} = 0,5\%\ a.m.}}$$

Vamos utilizar a relação "adaptada" entre as taxas para calcular o Montante.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 5.000$

$i_r = Taxa\ real = 0{,}5\%\ ao\ mês = 0{,}005$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 1\%\ no\ mês = 0{,}01$

Substituindo os valores e calculando o Montante teremos:

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{M}{5.000} = (1 + 0{,}005) \times (1 + 0{,}01)$$

$$\frac{M}{5.000} = 1{,}005 \times 1{,}01$$

$$M = 5.000 \times 1{,}005 \times 1{,}01 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 5.075{,}25}$$

Gabarito: Alternativa **A**

7. **(CESGRANRIO / PETROBRAS - 2012) A política de aumento salarial de uma empresa fez com que, em dez anos, os salários dos seus funcionários aumentassem nominalmente 274%.**

Se, nesse mesmo período, a inflação foi de 87%, o ganho real foi de

a) 87%
b) 100%
c) 187%
d) 200%
e) 215%

Comentários:

A **Taxa Real**, que é taxa onde são descontados os efeitos inflacionários, é calculada através da equação de relação entre as taxas e **NÃO por subtração**. Se você apenas subtraísse uma taxa da outra, encontraria uma alternativa que não é o gabarito.

Vamos utilizar a equação de relação entre essas taxas para determinar o ganho real:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = 274\% = 2{,}74$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 87\%$

Substituindo os valores e calculando o ganho real:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 2{,}74) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}87)$$

$$3{,}74 = (1 + i_r) \times 1{,}87$$

$$(1 + i_r) = \frac{3{,}74}{1{,}87}$$

$$1 + i_r = 2$$

$$i_r = 2 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 1 \text{ ou } 100\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

8. (CESGRANRIO / BR - 2010) Um capital foi aplicado, sob regime de juros compostos, durante dois meses, à taxa de juros de 20% ao mês. A taxa de inflação, durante esse mesmo período, foi de 8%. A verdadeira taxa de rendimento obtida nessa aplicação é de, aproximadamente,

a) 30%
b) 32%
c) 33%
d) 35%
e) 36%

Comentários:

Observe que a banca nos fornece a taxa de juros ao mês enquanto que a taxa de inflação é dada "no período". E o período que estamos tratando é o período de 2 meses.

Vamos então, primeiramente, calcular a taxa equivalente aparente bimestral.

$$(1 + i_{mensal})^2 = (1 + i_{bimestral})$$

$$(1 + 0{,}2)^2 = (1 + i_{bimestral})$$

$$1{,}44 = 1 + i_{bimestral}$$

$$i_{bimestral} = 1{,}44 - 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_{bimestral} = 0{,}44 \text{ ou } 44\% \text{ no bimestre}}}$$

Agora, podemos usar a fórmula de relação entre as taxas.

$$(1+i_a)=(1+i_r)\times(1+i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = 44\%\ ao\ bimestre = 0{,}44$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 8\%\ no\ bimestre = 0{,}08$

Substituindo os valores e calculando a taxa real no períoro (2 meses):

$$(1+i_a)=(1+i_r)\times(1+i_i)$$

$$(1+0{,}44)=(1+i_r)\times(1+0{,}08)$$

$$1{,}44=(1+i_r)\times 1{,}08$$

$$(1+i_r)=\frac{1{,}44}{1{,}08}$$

$$1+i_r=1{,}33$$

$$i_r = 1{,}33-1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}33\ ou\ 33\%\ no\ período\ (bimestre)}$$

Gabarito: Alternativa **C**

QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Inflação Acumulada

1. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018 - Adaptada) O governo central publicou os números da inflação geral apurados a cada mês no primeiro trimestre do ano 20X8, conforme a Tabela I:

	Janeiro/20X8	Fevereiro/20X8	Março/20X8
Inflação geral	1,00%	0,90%	0,85%

Com base nos dados acima, verifica-se que o percentual da inflação acumulada, no primeiro trimestre, foi de

a) 2,75%
b) 1,0275%
c) 2,78%
d) 1,0278%
e) 3,00%

Comentários:

PEGADINHA

Perceba que se você somasse as inflações para calcular a inflação acumulada, encontraria a resposta letra A. E assim, erraria a questão.

A inflação acumulada **NÃO É OBTIDA somando as inflações** de cada período. Precisamos utilizar a equação que aprendemos na aula.

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times \ldots \times (1 + i_{in})$$

Como temos apenas três período ficamos com:

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3})$$

Vamos subsituir os valores da inflação de cada período e calcular a inflação acumulada dos três primeiros meses de 2018.

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3})$$

$$(1+i_{iac}) = (1+0{,}01)\times(1+0{,}009)\times(1+0{,}0085)$$

$$(1+i_{iac}) = 1{,}01\times 1{,}009\times 1{,}0085$$

$$1+i_{iac} = 1{,}0278$$

$$i_{iac} = 1{,}0278-1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{iac} = 0,0278\ ou\ 2,78\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

2. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2011) Uma pessoa fez uma aplicação financeira em um banco, no valor de R$ 10.000,00, pelo prazo de três meses, pela qual receberá o equivalente à inflação do período mais juros de 1% ao mês.

Se a inflação acumulada do período foi 3%, o montante a ser recebido no vencimento da aplicação, calculado de acordo com a metodologia de juros compostos, é

a) R$ 10.612,10
b) R$ 10.609,00
c) R$ 10.600,00
d) R$ 10.403,00
e) R$ 10.400,00

Comentários:

Primeiramente, vamos calcular o Montante da aplicação.

$$M = C\times(1+i)^3$$

$$M = 10.000\times(1+0{,}01)^3$$

$$M = 10.000\times 1{,}01^3$$

$$M = 10.000\times 1{,}0303 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 10.303}}$$

O enunciado nos afirma que o valor foi remunerado, não só pela taxa de 1% ao mês, mas também pela inflação de 3% no período.

Observe que a inflação é de 3% no período (3 meses) e não "ao mês".

Logo, o valor final do Montante será igual ao valor investido mais a remuneração da inflação de 3%.

$$M_{final} = 10.303 + \frac{3}{100} \times 10.303$$

$$M_{final} = 10.303 + 309{,}1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M_{final} = 10.612,10}$$

Gabarito: Alternativa **A**

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Taxa Aparente, Real e de Inflação

1. **(CESGRANRIO / BB - 2010) Um investimento obteve variação nominal de 15,5% ao ano. Nesse mesmo período, a taxa de inflação foi 5%. A taxa de juros real anual para esse investimento foi**

a) 0,5%
b) 5,0%
c) 5,5%
d) 10,0%
e) 10,5%

2. **(CESGRANRIO / BB - 2015) Em um período no qual a inflação acumulada foi de 100%, R$ 10.000,00 ficaram guardados em um cofre, ou seja, não sofreram qualquer correção.**

Nessas condições, houve uma desvalorização dos R$ 10.000,00 de

a) 1/4
b) 1/2
c) 2/3
d) 3/4
e) 1

3. **(CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) Uma construtora anuncia a venda de um imóvel à taxa nominal de juros de 12% a.a. com correção mensal do saldo e das prestações.**

Qual é a taxa real anual, aproximada, do financiamento, considerando-se uma inflação anual de 10%?

Dados: $1{,}01^{12} = 1{,}127$

a) 2,44%
b) 2,00%
c) 1,98%
d) 1,82%
e) -2,38%

4. **(CESGRANRIO / BNDES - 2013) Uma pessoa que vive de rendimentos do mercado financeiro aplicou todos os seus recursos, o que lhe rendeu um retorno nominal de 20% no ano.**

Considerando-se que a inflação da cesta básica foi de 6% nesse mesmo ano, quantas cestas básicas a mais, em termos percentuais, ela poderá comprar após o retorno da aplicação?

a) 12,8%
b) 13,2%
c) 14,0%
d) 14,8%
e) 15,0%

5. **(CESGRANRIO / BR - 2013) Um capital foi aplicado por dois anos, pelo regime de juros compostos, à taxa nominal aparente de 12% ao ano capitalizados mensalmente e, nesse período, rendeu juros de R$ 2.697,35.**

Considerando-se que a taxa de inflação foi de 5,3% ao ano, a taxa de rentabilidade anual real dessa aplicação foi, aproximadamente, de

Dado
$(1,01)^2 = 1,0201$
$(1,01)^{12} = 1,1268$
$(1,01)^{24} = 1,2697$

a) 6,7%
b) 7,0%
c) 9,8%
d) 11,5%
e) 17,3%

6. **(CESGRANRIO / PETROBRAS - 2012) Aplicaram-se R$ 5.000,00 em um investimento que remunera, além da taxa de inflação, uma taxa real de juros de 6% ao ano, capitalizados mensalmente.**

Se, no primeiro mês, a inflação foi de 1%, o montante dessa aplicação, ao fim do primeiro mês, em reais, foi de

a) 5.075,25
b) 5.100,30

c) 5.302,50
d) 5.350,00
e) 5.353,00

7. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2012) A política de aumento salarial de uma empresa fez com que, em dez anos, os salários dos seus funcionários aumentassem nominalmente 274%.

Se, nesse mesmo período, a inflação foi de 87%, o ganho real foi de

a) 87%
b) 100%
c) 187%
d) 200%
e) 215%

8. (CESGRANRIO / BR - 2010) Um capital foi aplicado, sob regime de juros compostos, durante dois meses, à taxa de juros de 20% ao mês. A taxa de inflação, durante esse mesmo período, foi de 8%. A verdadeira taxa de rendimento obtida nessa aplicação é de, aproximadamente,

a) 30%
b) 32%
c) 33%
d) 35%
e) 36%

Gabarito

1. D
2. B
3. A
4. B
5. B
6. A
7. B
8. C

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Inflação Acumulada

1. **(CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018 - Adaptada) O governo central publicou os números da inflação geral apurados a cada mês no primeiro trimestre do ano 20X8, conforme a Tabela I:**

	Janeiro/20X8	Fevereiro/20X8	Março/20X8
Inflação geral	1,00%	0,90%	0,85%

Com base nos dados acima, verifica-se que o percentual da inflação acumulada, no primeiro trimestre, foi de

a) 2,75%
b) 1,0275%
c) 2,78%
d) 1,0278%
e) 3,00%

2. **(CESGRANRIO / PETROBRAS - 2011) Uma pessoa fez uma aplicação financeira em um banco, no valor de R$ 10.000,00, pelo prazo de três meses, pela qual receberá o equivalente à inflação do período mais juros de 1% ao mês.**

Se a inflação acumulada do período foi 3%, o montante a ser recebido no vencimento da aplicação, calculado de acordo com a metodologia de juros compostos, é

a) R$ 10.612,10
b) R$ 10.609,00
c) R$ 10.600,00
d) R$ 10.403,00
e) R$ 10.400,00

GABARITO

1. C
2. A

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.