Aula 08

BNB (Analista Bancário) Passo Estratégico de Matemática - 2023 (Pré-Edital)

Autor:
Allan Maux Santana

26 de Setembro de 2023

Índice

1) O que é o Passo Estratégico 3

2) Apresentação 4

3) Análise Estatística - Matemática 5

4) Matrizes, Determinantes e Sistemas de Equações Lineares 6

O QUE É O PASSO ESTRATÉGICO?

O Passo Estratégico é um material escrito e enxuto que possui dois objetivos principais:

a) orientar revisões eficientes;

b) destacar os pontos mais importantes e prováveis de serem cobrados em prova.

Assim, o Passo Estratégico pode ser utilizado tanto para **turbinar as revisões dos alunos mais adiantados nas matérias, quanto para maximizar o resultado na reta final de estudos por parte dos alunos que não conseguirão estudar todo o conteúdo do curso regular.**

Em ambas as formas de utilização, como regra, **o aluno precisa utilizar o Passo Estratégico em conjunto com um curso regular completo.**

Isso porque nossa didática é direcionada ao aluno que já possui uma base do conteúdo.

Assim, se você vai utilizar o Passo Estratégico:

a) **como método de revisão**, você precisará de seu curso completo para realizar as leituras indicadas no próprio Passo Estratégico, em complemento ao conteúdo entregue diretamente em nossos relatórios;

b) **como material de reta final**, você precisará de seu curso completo para buscar maiores esclarecimentos sobre alguns pontos do conteúdo que, em nosso relatório, foram eventualmente expostos utilizando uma didática mais avançada que a sua capacidade de compreensão, em razão do seu nível de conhecimento do assunto.

Apresentação

Olá!

Sou o professor ***Allan Maux*** e serei o seu analista do Passo Estratégico nas matérias de ***exatas.***

Para que você conheça um pouco sobre mim, segue um resumo da minha experiência profissional, acadêmica e como concurseiro:

> *Sou, atualmente, Auditor Fiscal do Município de Petrolina – PE,* ***aprovado em 2° lugar*** *no concurso de 2011.*
>
> *Sou formado em matemática e tenho* ***pós-graduação em direito tributário municipal****.*
>
> *Fui, por 05 anos,* ***Secretário de Fazenda do Município de Petrolina****, período no qual participei da comissão que elaborou o* ***novo Código Tributário da Cidade, vigente até o momento****, colocando a cidade entre as maiores arrecadações do Estado de Pernambuco.*
>
> *Lecionei, também, em cursos preparatórios para ITA.*
>
> *Fui também aprovado e nomeado no concurso para Analista da Receita Federal, em 2012.*
>
> *Aprovado e nomeado, em 2007, para o cargo de gestor de tributos da Secretaria da Fazenda do Estado de Minas Gerais.*
>
> *Nossa carreira como Auditor Fiscal de Petrolina é bastante atraente e me fez refletir bastante por sua manutenção, nosso salário inicial beira aos 15k.*
>
> *Atualmente, também, leciono matemática para concursos e vestibulares.*

Estou extremamente feliz de ter a oportunidade de trabalhar na equipe do "Passo", porque tenho convicção de que nossos relatórios e simulados proporcionarão uma preparação diferenciada aos nossos alunos!

Bem, vamos ao que interessa!!

<u>Prof. Allan Maux</u>

ANÁLISE ESTATÍSTICA

Inicialmente, convém destacar os percentuais de incidência de todos os assuntos previstos em nosso curso – quanto maior o percentual de incidência de um determinado assunto, maior será sua importância para nosso certame.

ASSUNTO	Incidência
OPERAÇÕES C/ NÚMEROS REAIS / MÚLTIPLOS / DIVISORES / MMC E MDC	27,6%
RAZÃO / PROPORÇÃO / REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA	17,2%
PROGRESSÃO ARITMÉTICA / PROGRESSÃO GEOMÉTRICA	12,9%
TEORIA DOS CONJUNTOS / PERTINÊNCIA / INCLUSÃO / IGUALDADE	10,3%
ANÁLISE COMBINATÓRIA	9,5%
SISTEMAS E EQUAÇÕES DO 1° E 2° GRAUS / RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES - PROBLEMA	7,8%
PROBABILIDADE	4,3%
ESTUDO DAS FUNÇÕES	4,3%
PORCENTAGEM	3,4%
NOCÕES DE GEOMETRIA / SISTEMA DE MEDIDAS / TRGONOMETRIA	1,8%
MATRIZES / DETERMINANTES / SISTEMAS LINEARES	0,9%
TOTAL	100,0%

Sabemos que a quantidade de questões para o curso do Passo Estratégico é por volta de 5, desde que envolvam todo o conteúdo. No entanto, para o que material fique mais rico em exercícios para vocês, resolvi elaborar os PDFs com uma quantidade maior de questões de bancas diversas também. Vocês perceberão que nos cursos de exatas os perfis das questões das bancas são muito idênticos, portanto, treinem exaustivamente principalmente aquele assunto que possui uma maior incidência em nossa análise e que você tenha mais dificuldade.

Prof. Allan Maux

MATRIZES / DETERMINANTES / SISTEMAS LINEARES

Sumário

O que é mais cobrado dentro do assunto 2

Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque 2

Matrizes 2

Multiplicações entre Matrizes 4

Matriz identidade 7

Matriz Inversa 7

Adição e Subtração entre Matrizes 7

Determinantes 8

Determinante de uma Matriz de 1ª Ordem 8

Determinante de uma Matriz de 2ª Ordem 9

Determinante de uma Matriz de 3ª Ordem – Regra de Sarrus 9

Propriedades dos Determinantes: 10

Sistemas de Equações Lineares 11

Classificação / Discussão dos Sistemas de Equações Lineares. 11

Questões estratégicas 14

Questões CESGRANRIO 14

Questões FCC 21

Questões FGV 22

Lista de Questões Estratégicas 26

Questões CESGRANRIO 26

Questões FCC 29

Questões FGV 29

Gabarito 31

O que é mais cobrado dentro do assunto

GEOMETRIA	*GRAU DE INCIDÊNCIA*
MATRIZES	*62,0%*
DETERMINANTES	*25,0%*
SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES	*13,0%*
TOTAL	*100,0%*

ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

Matrizes

Pessoal, constantemente, em nosso dia a dia, estamos diante de matrizes, desde um simples preenchimento de dados num determinado site, que são enviados a uma planilha de Excel, à tela do seu computador ou, até mesmo, o do seu smartphone.

Matrizes são tabelas ***retangulares*** organizadas em ***linhas*** e ***colunas***.

Um outro exemplo bem comum de matrizes são os calendários.

DOM	*SEG*	*TER*	*QUA*	*QUI*	*SEX*	*SAB*
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
8	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*

2

15	*16*	*17*	*18*	*19*	<u>*20*</u>	*21*
22	*23*	*24*	*25*	*26*	*27*	*28*
29	*30*	*31*	*1*	*2*	*3*	*4*

Acima, temos uma Matriz formada por ***6 linhas*** e ***7 colunas.***

Portanto, podermos afirmar que essa matriz é de ***ordem*** 6 por 7, ou simplesmente, ***6 x 7***.

A ***ordem*** de uma matriz retangular qualquer nos indica a quantidade de ***linhas*** por ***colunas*** que existem nessa determinada matriz; primeiro o número de linhas, em seguida, o número de colunas e indicamos assim: $A_{6 \times 7}$

Amigos, existem inúmeras classificações de matrizes quanto à forma, mas acredito que isso não seja escopo de cobrança nas questões. O mais importante para o aluno, no momento das questões, é saber indicar a posição de determinado elemento na matriz.

<u>Exemplo:</u>

Em nosso calendário, qual seria o elemento de posição ***4ª linha*** e ***6ª coluna***?

Voltem lá e vejam que eu o representei na cor vermelha:

$$a_{46} = 20$$

Sacaram a ideia?

Vejam que eu estou considerando como 1ª linha os nomes dos dias da semana, ok?

Portanto, dada uma matriz A_{3x2}, podemos afirmar que ela possui 3 linhas por 2 colunas.

$$A_{3x2} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -5 \\ 6 & 1/4 \end{pmatrix}$$

Se quisermos multiplicar essa matriz por qualquer número real, basta multiplicar todos os seus elementos por esse número.

<u>Exemplo:</u>

Dada a matriz $A_{3x2} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -5 \\ 6 & 1/4 \end{pmatrix}$, encontre a matriz 3·A.

Amigos, basta multiplicarmos cada elemento da matriz A_{3x2} por 3, então:

$$\textit{A matriz } 3 \cdot A = \begin{pmatrix} \mathbf{-3} & \mathbf{6} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-15} \\ \mathbf{18} & \mathbf{3/4} \end{pmatrix}$$

Acredito que até aqui não tenhamos quaisquer dificuldades, mas, qualquer dúvida chama no fórum ou no direct do Instagram ***@profallanmaux***.

TOME NOTA!

Umas das matrizes que mais iremos trabalhar em nosso estudo é a ***quadrada***, como próprio nome induz, é aquela que possui a mesma quantidade de linhas e colunas. Exemplo:

$$A_{2x2} = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$$

A ***Matriz Quadrada*** é aquela utilizada p/ cálculo de ***Determinantes***.

Multiplicações entre Matrizes

Aqui, meus amigos, é a multiplicação entre duas matrizes.

Existe uma condição para que duas matrizes possam ser multiplicadas uma pela outra, é a seguinte:

O número de ***colunas da primeira matriz deve ser igual ao de linhas da segunda matriz***.

$$A_{3x5} \cdot B_{5x2} = C_{3X2}$$

Número de Colunas da 1ª matriz = ao de linhas da 2ª

Linhas da 1ª por Colunas da 2ª

Vejam que a matriz C_{3x2}, que foi obtida pela multiplicação de A_{3x5} por B_{5x2}, possui a quantidade de linhas de A_{3x5} pela de colunas de B_{5x2}. Essa condição é muito importante para nossa prova, tenham atenção à regra.

Sabemos que, ao multiplicarmos números reais quaisquer entre si, podemos inverter os fatores e os resultados (produtos) continuam os mesmos. Assim:

4

$$3 \cdot 2 = 2 \cdot 3$$

Na multiplicação entre duas matrizes essa propriedade ***não é válida***, Logo:

<u>NÃO PODEMOS</u> dizer que para quaisquer que sejam duas matrizes A · B = B · A

No caso de nosso exemplo:

$$B_{5x2} \cdot A_{3x5} = \nexists \text{ produto}$$

Número de colunas da 1ª matriz ≠ ao de linhas da 2ª.

Sim, Allan, entendi esse lance de multiplicação entre matrizes, mas como iremos efetuá-las?

Aqui já é um pouco diferente.

Na ***<u>multiplicação de matrizes</u>***, o produto de uma matriz por outra **<u>NÃO</u>** será determinado por meio do produto dos seus respectivos elementos.

<u>Exemplo:</u>

Vamos multiplicar as matrizes $A_{2x2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ e $B_{2x2} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ para sabermos como chegaremos aos elementos da Matriz C.

Primeiro, temos que ver se a condição é satisfeita, ou seja:

Total de elementos da coluna de A igual ao total de elementos da linha de B.

Como a condição está ok, vamos à multiplicação:

A matriz C será de ordem 2, ou seja:

C_{2x2} ou apenas

<u>Determinando o elemento C_{11} da matriz C:</u>

Multiplica a 1ª linha de A pela 1ª coluna de B

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{11} = [1 \cdot (-1) + 2 \cdot 2] = 3$$

Determinando o elemento C_{12} da matriz C:

Multiplica a 1ª linha de A pela 2ª coluna de B

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{12} = [1 \cdot 3 + 2 \cdot 1] = 5$$

Determinando o elemento C_{21} da matriz C:

Multiplica a 2ª linha de A pela 1ª coluna de B

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{21} = [4 \cdot (-1) + 5 \cdot 2] = 6$$

Determinando o elemento C_{22} da matriz C:

Multiplica a 2ª linha de A pela 2ª coluna de B

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{22} = [4 \cdot 3 + 5 \cdot 1] = 17$$

Logo:

$$A \cdot B = C = \begin{bmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{5} \\ \mathbf{6} & \mathbf{17} \end{bmatrix}$$

Há um caso bastante particular das matrizes chamado de ***Matriz Inversa A^{-1}***.

$$\boxed{A \cdot A^{-1} = I_n}$$

I_n é uma matriz identidade.

6

Matriz identidade

É uma matriz quadrada que possui os elementos da diagonal principal iguais a 1 e todos os demais iguais a zero, assim:

Diagonal Secundária

Diagonal Principal

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Temos uma matriz identidade I_{3x3} ou, simplesmente, matriz identidade de terceira ordem.

Os elementos que formam a ***Diagonal Principal*** são aqueles que possuem a ***posição linha*** igual à ***coluna***. Na matriz acima, seriam os elementos:

$$i_{11},\ i_{22} \text{ e } i_{33}$$

Ora, meus amigos, se há diagonal principal, obviamente, existirá a ***não principal***, que será chamada de ***Diagonal Secundária***.

Para que um elemento pertença à diagonal secundária, ele deverá satisfazer a seguinte condição:

Posição do elemento na Linha + Posição na Coluna = Ordem da matriz + 1

$$\boxed{i + j = n + 1}$$

Matriz Inversa

Para que exista uma matriz inversa à matriz dada, a seguinte condição deverá ser satisfeita:

$$\boxed{A \cdot A^{-1} = I_n}$$

Adição e Subtração entre Matrizes

E, por fim, para somarmos (ou subtrairmos) duas matrizes, é necessário apenas que elas possuam a mesma ordem entre si:

$$\boxed{A_{4x5} + B_{4x5} = C_{4x5}}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 7 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 9 & 3 \\ 0 & 4 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 6 & 3 & 5 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 8 & 9 & 0 \\ 8 & 4 & 2 & 9 & -5 \\ 5 & 6 & 0 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 0 & 7 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 13 & 16 & 0 \\ 8 & 6 & 2 & 18 & -2 \\ 5 & 10 & -1 & 8 & 7 \\ 3 & 8 & 3 & 12 & 11 \end{pmatrix}$$

Viram que não há dificuldades? Bastar somar os elementos que estão nas mesmas posições linhas e colunas nas respectivas matrizes. ;-)

Determinantes

Determinante nada mais é do que um número real qualquer associado a uma ***matriz quadrada***.

Isso mesmo, só existem determinantes de matrizes quadradas.

Existem algumas maneiras para ser feita essa determinação, umas bem práticas e outras bem chatas.

Fiquem atentos apenas para os determinantes de matrizes quadradas de ordem 2 e 3, ok?

As demais não costumam cair em provas e são bem chatinhas, o custo benefício de seu estudo é horrível.

Quando estamos diante e uma matriz A, indicaremos o ***determinante de A*** da seguinte forma:

Det A ou D_A.

Vejam abaixo:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$\text{Det } A = D_A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

Determinante de uma Matriz de 1ª Ordem

Quando estamos diante de uma matriz de primeira ordem, ou seja, uma matriz que possui apenas um elemento (a_{11}), temos que o seu determinante será o valor desse elemento.

Det A = $|a_{11}| = a_{11}$

Desta forma, temos que, se M = (8), então det M será 8.

Caso det A = - $\sqrt{3}$ e A sendo uma matriz de ordem um, então A = (- $\sqrt{3}$).

Determinante de uma Matriz de 2ª Ordem

A matriz quadrada, de segunda ordem A = $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$, terá como seu determinante o resultado da seguinte expressão:

$$\boxed{\textbf{Det A} = (a_{11} \cdot a_{22}) - (a_{12} \cdot a_{21})}$$

Neste tipo de matriz, o determinante será dado pela **diferença entre os produtos da diagonal principal da matriz A pelo produto dos elementos que compõem a sua diagonal secundária**.

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

Diagonal Secundária   Diagonal Principal

O Det A será:

=(2 · 2) – (0 · 5) =

= 4 – 0 =

Det A = 4

Determinante de uma Matriz de 3ª Ordem – Regra de Sarrus

Vamos utilizar a ***Regra de Sarrus***.

Diante da seguinte matriz:

$$A_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Primeiro Passo:

Devemos repetir a 1ª e a 2ª colunas após a 3ª:

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{array}\right.$$

$$- \quad - \quad - \qquad + \quad + \quad +$$

Desta forma, seguindo as setas acima, encontramos o det A da seguinte maneira:

Det A =

($a_{1,1} \cdot a_{2,2} \cdot a_{3,3}$) + ($a_{1,2} \cdot a_{2,3} \cdot a_{3,1}$) + ($a_{1,3} \cdot a_{2,1} \cdot a_{3,2}$) - ($a_{1,3} \cdot a_{2,2} \cdot a_{3,1}$) - ($a_{1,1} \cdot a_{2,3} \cdot a_{3,2}$) – ($a_{1,2} \cdot a_{2,1} \cdot a_{3,3}$)

Propriedades dos Determinantes:

P.1.:

Se numa matriz houver filas iguais ou proporcionais, o Determinante será nulo.

P.2.:

- ***Se todos os elementos de uma determinada fila forem nulos, o Determinante será nulo.***

P.3.:

O determinante de uma Matriz A será igual ao de sua Transposta AT.

Quando invertemos as posições linhas e colunas dos elementos de uma matriz, estaremos diante de uma Matriz Transposta A^T.

Exemplo:

$$\mathbf{A_{3x2}} = \begin{vmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{8} & \mathbf{9} \end{vmatrix}, \text{ sua transposta será: } \mathbf{A^T_{2x3}} = \begin{vmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{8} \\ \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{9} \end{vmatrix}$$

Vejam que todos os elementos das 1ª e 2ª linhas passaram a ser elementos das 1ª e 2ª colunas.

Consequentemente, a ordem que era 3X2 passou a ser 2X3.

No caso, de matrizes quadradas, a ordem não será alterada, ok? Sendo, justamente a nossa situação aqui estudada, visto que somente existem determinantes de matrizes quadradas.

P.4.:

$$DET\ (A \cdot B) = DET(A) \cdot DET(B)$$

P.5.:

Ao multiplicarmos uma fila de uma matriz quadrada por um número real qualquer, seu determinante será multiplicado por essa mesma constante, ok?

$$Det\ A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 4,\ já\ o\ Det\ B = \begin{vmatrix} 10 & 25 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 4 \cdot 5 = 20$$

Vejam que o Det A foi multiplicado por 5, para acharmos o Det B, simplesmente, porque a 1ª linha da matriz A foi multiplicada por 5. Caso, por exemplo, a 1ª linha tivesse sido multiplicada por 5 e a 2ª linha por 3, então o Det B seria igual a $\mathbf{4 \cdot 5 \cdot 3 = 60}$

P.6.:

O determinante de uma matriz multiplicado pelo de sua inversa é igual a 1.

$$\boxed{Det\ A \cdot Det\ A^{-1} = 1}$$

Sistemas de Equações Lineares

O que estudamos, exatamente, aqui nesse tópico foi o que vimos no 2º ano do ensino médio.

Classificação / Discussão dos Sistemas de Equações Lineares.

Equações do 1º grau também são conhecidas por Equações Lineares.

$$X + Y = 12$$

A forma mais eficiente de classificar um sistema linear é através do cálculo de determinantes.

CLASSIFICAÇÃO DOS SISTEMAS LINEARES		
Sistema Possível Determinado *SPD*	*Sistema Possível Indeterminado* *SPI*	*Sistema Impossível* *SI*
Solução Única	**Infinitas Soluções**	**Sem Soluções**
$D \neq 0$ $D_x, D_y, \dots D_n \in$ Reais	$D = 0$ $D_x = D_y = \dots = D_n = 0$	$D = 0$ $D_x, D_y, \dots D_n \neq 0$

A solução é encontrada da seguinte forma:

$$x = \frac{D_x}{D}, y = \frac{D_y}{D}, \dots, n = \frac{D_n}{D}$$

Solução do Sistema: $\{\frac{D_x}{D}, \frac{D_y}{D}, \dots, \frac{D_n}{D}\}$

Vou explicar melhor:

Pensem aí em dois números cuja soma seja igual 30. Poderíamos montar essa situação da seguinte forma:

$$X + Y = 30$$

Acredito que cada um pensou em inúmeras possibilidades de pares de número cuja soma seja 30. Ou não? 1 e 29; 2 e 28; 14 e 16; 57 e -27 etc

Vejam que é possível existência de dois números cuja soma seja 30, porém a quantidade de soluções é indeterminada, por isso dizemos que o ***Sistema é Possível e Indeterminado*** - ***SPI***.

Agora, se eu pedisse para que vocês pensassem em dois números cuja soma seja 30 e 12 ao mesmo tempo. Bora montas as equações:

$$\begin{cases} X + Y = 30 \\ X + Y = 12 \end{cases}$$

E agora? Estamos diante de um sistema, logo, as duas equações lineares (do 1° grau) devem coexistirem e convergirem para um mesmo resultado...

12

Percebam, meus alunos, que é impossívelllllll haver dois números cuja soma dê resultados diferentes, logo o ***Sistema é Impossível*** - ***S.I.***

E, por último, o que conhecemos desde os 11 anos, lá do ensino fundamental, é o sistema cuja solução podemos determinar. ***Sistema Possível Determinado*** – ***SPD***.

Um outro método para que você consiga classificar os sistemas, sem ser por determinantes, é resolver o sistema da forma que você se sinta mais à vontade...isso mesmo.

Aí, se você encontrar a solução do sistema, ele será ***SPD***.

Se você encontrar uma igualdade 0 = 0, ele será S.P.I.

E, se você encontrar um absurdo tipo 0 = 8, será S.I.

Isso é infalível...sempre dará certo.

Contem comigo nessa jornada,

Prof. Allan Maux

QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.

Questões CESGRANRIO

Q.01 (CESGRANRIO / (PETROBRAS) / 2018)

Sejam A uma matriz quadrada de ordem 2 e B uma matriz quadrada de ordem 3, tais que

det A · det B = 1.

O valor de det(3A) · det(2B) é

a) 5

b) 6

c) 36

d) 72

e) 108

Comentários:

Pessoal, essa é uma questão de determinantes.

Uma matriz B de ordem "n" é dada por:

$$\det(k \cdot B) = k^n \cdot \det(B)$$

Na questão é dito que A é de ordem 2 e B é de ordem 3. Além disso, diz que $\det(A) \cdot det(B) = 1$. E quer saber o valor de $\det(3A) \cdot det(2B)$.

Fazendo as substituições temos o seguinte:

$$\det(3A) \cdot det(2B) = 3^2 \cdot \det(A) \cdot\ 2^3 \cdot \det\,(B)$$

Como,

$$\det(A) \cdot det(B) = 1$$

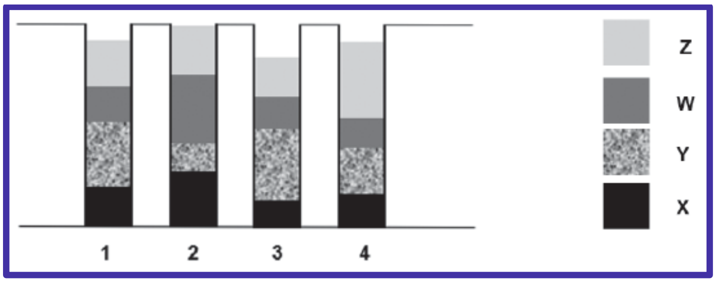
Teremos o seguinte:

$$\det(3A) \cdot det(2B) = 3^2 \cdot\ 2^3 = 9.8 = \mathbf{72}$$

Gabarito: D

Q.02 (CESGRANRIO / PETROBRAS /Júnior/Geologia/2018)

Em um laboratório, um geólogo investiga a densidade de quatro tipos de materiais diferentes, inicialmente denominados X, Y, W e Z, coletados em campo. Eles estão distribuídos em camadas, não misturadas entre si, no interior de quatro tubos de mesma massa (quando vazios), numerados de 1 a 4, conforme ilustra a Figura a seguir.



Sobre os dados, sabe-se que: (i) m_k é a massa conjunta do tubo k com os materiais nele contidos, para $1 \leq k \leq 4$; (ii) cada tubo vazio tem massa igual a m_0; (iii) as densidades dos materiais X, Y, W, e Z são, respectivamente, d_x, d_y, d_w e d_z; (iv) os volumes de cada material, em cada um dos quatro tubos, estão representados pelo quadro a seguir.

	1	2	3	4
X	0,7	1,0	0,4	0,5
Y	1,4	0,3	1,6	0,8
W	0,5	1,7	0,5	0,4
Z	0,8	0,8	0,6	1,8

Considere que esses dados foram organizados nas matrizes M, D e V, assim definidas:

$$M = \begin{pmatrix} m_1 - m_0 \\ m_2 - m_0 \\ m_3 - m_0 \\ m_4 - m_0 \end{pmatrix}$$

$$D = (d_x \quad d_y \quad d_w \quad d_z)$$

$$V = \begin{pmatrix} 0{,}7 & 1{,}0 & 0{,}4 & 0{,}5 \\ 1{,}4 & 0{,}3 & 1{,}6 & 0{,}8 \\ 0{,}5 & 1{,}7 & 0{,}5 & 0{,}4 \\ 0{,}8 & 0{,}8 & 0{,}6 & 1{,}8 \end{pmatrix}$$

Assim, o sistema de equações que modela matematicamente o problema, representado em sua forma matricial, é:

a) $D = M^T \cdot V^{-1}$

b) $D = V \cdot M$

c) $D = M \cdot V^{-1}$

d) $D = M^T \cdot V$

e) $D = V^{-1} \cdot M^T$

Comentários:

Nessa questão, temos três matrizes $M_{4\times1}$, $D_{1\times4}$ e $V_{4\times4}$. Sendo que, a matriz D será obtida pelo produto entre as matrizes M e V.

É importante saber que o produto entre matrizes só será possível se o número de colunas da primeira for igual ao número de linhas da segunda. Temos que saber também que, a matriz resultante terá o número de linha da primeira e de coluna da segunda.

Logo, genericamente teremos

$$A_{m\times p}=B_{m\times n}\cdot C_{n\times p}$$

Desta forma, única maneira da matriz D fique no formato de D_{1x4} é se fizermos a multiplicação da matriz transposta de M. Com isso, ficamos com a alternativa **A** e **D.** Sendo que, a densidade (D) é a razão entre a massa e o volume. Desta forma, não poderia resultar do produto $M^T.V$, pois resultaria o produto entre massa e volume. Logo, ficamos com a alternativa **A**, que temos a matriz inversa de V.

$$D = M^T \cdot V^{-1}$$

Gabarito: A

Q.03 (CESGRANRIO/ TRANSPETRO / Comércio e Suprimento/2018)

Sejam A e B duas matrizes quadradas 2x2, tal que $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$***, e*** $A \cdot B = I$***, onde I é a matriz identidade 2x2. Assim, a soma dos elementos da matriz B é igual a***

a) 5/16

b) 7/16

c) 9/16

d) 11/16

e) 13/16

Comentários:

Pessoal, nessa questão a banca quer saber a soma dos elementos da matriz B. Para isso, é dado a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$ e $A \cdot B = I$.

Supondo que a matriz B seja a seguinte:

$$B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

E a matriz identidade I:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Fazendo as substituições teremos o seguinte:

$$A.B = I$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Fazendo as multiplicações teremos o seguinte.

$$I_{11} = a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21}$$

$$1 = 2a + 4c \ (\mathbf{1})$$

$$I_{12} = a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22}$$

$$0 = 2b + 4d$$

$$b = -2d\ (\mathbf{2})$$

$$I_{21} = a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{12}$$

$$0 = -a + 6c$$

$$a = 6c\ (\mathbf{3})$$

$$I_{22} = a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22}$$

$$1 = -b + 6d\ (\mathbf{4})$$

Fazendo as análises das equações 2 e 4 teremos o seguinte:

$$\boldsymbol{b = -2d}$$

$$\boldsymbol{1 = -b + 6d}$$

$$1 = -(-2d) + 6d$$

$$1 = 8d$$

$$d = \frac{1}{8}$$

Logo, o valor de b será o seguinte:

$$\boldsymbol{b = -2d}$$

$$b = -2 \cdot \frac{1}{8}$$

$$b = -\frac{1}{4}$$

Fazendo as análises das equações 1 e 3 teremos o seguinte:

$$\boldsymbol{1 = 2a + 4c}$$

$$\boldsymbol{a = 6 \cdot c}$$

$$1 = 2 \cdot (6c) + 4c$$

$$16 \cdot c = 1$$

$$c = \frac{1}{16}$$

Logo, o valor de **a** será o seguinte:

$$\boldsymbol{a = 6c}$$

$$a = 6 \cdot \frac{1}{16}$$

$$a = \frac{3}{8}$$

Portanto, a soma dos elementos da matriz B será o seguinte:

$$a + b + c + d = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{6 - 4 + 1 + 2}{16} = \frac{5}{16}$$

Gabarito: A

Q.04 (CESGRANRIO / Técnico (PETROBRAS) /Enfermagem do Trabalho Júnior/2017)

Na matriz $\boldsymbol{A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & n & p \\ m^2 & n^2 & p^2 \end{bmatrix}}$***, m, n e p são números inteiros ímpares consecutivos tais que m< n < p.***

O valor de $\boldsymbol{\det A + \sqrt{\det A} + \sqrt[4]{\det A}}$ ***é***

a) 2

b) 8

c) 16

d) 20

e) 22

Comentários:

Pessoal, nessa questão é apresentada a Matriz de Vandermonde. Pois, os elementos da primeira linha são iguais a 1, os elementos da segunda linha valores quaisquer, os elementos da terceira linha são iguais ao quadrado dos elementos da segunda linha. Vejamos,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & n & p \\ m^2 & n^2 & p^2 \end{bmatrix}$$

Nesse tipo de matriz o determinante é dado por:

19

$$\det A = (n - m) \cdot (p - n) \cdot (p - m)$$

A questão diz que m, n e p são número ímpares positivos. Desta forma, não importa os valores dados a eles, pois sempre o determinante dará o mesmo valor. Vamos supor que esse número sejam 1, 3 e 5, respectivamente.

$$\det A = (3 - 1) \cdot (5 - 3) \cdot (5 - 1)$$

$$\det A = 2 \cdot 2 \cdot 4 = 16$$

Só para reforça, se fossem escolhidos os valores de 9, 11, 13 para m, n e p, respectivamente.

$$\det A = (n - m) \cdot (p - n) \cdot (p - m)$$

$$\det A = (11 - 9) \cdot (13 - 11) \cdot (13 - 9)$$

$$\det A = 2 \cdot 2 \cdot 4 = 16$$

Esse determinante poderia ser calculado da forma tradicional. Supondo que, m, n e p são 1, 3 e 5, respectivamente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & n & p \\ m^2 & n^2 & p^2 \end{bmatrix}$$

Fazendo as substituições:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 9 & 25 \end{bmatrix}$$

$$\det A = 1 \cdot \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 9 & 25 \end{bmatrix} - 1 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 25 \end{bmatrix} + 1 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\det A = 1 \cdot (3 \cdot 25 - 5 \cdot 9) - 1 \cdot (1 \cdot 25 - 5 \cdot 1) + 1 \cdot (1 \cdot 9 - 3 \cdot 1)$$

$$\det A = 1 \cdot (75 - 45) - 1 \cdot (25 - 5) + 1 \cdot (9 - 3)$$

$$\det A = 30 - 20 + 6 = 16$$

De posse do valor do determinante, utilizaremos a expressão dada na questão,

$$\det A + \sqrt{\det A} + \sqrt[4]{\det A} = 16 + \sqrt{16} + \sqrt[4]{16}$$

$$= 16 + 4 + 2 = \mathbf{22}$$

Gabarito: E

Q.05 (CESGRANRIO / Analista de Pesquisa Energética (EPE)/Petróleo/Abastecimento/2014)

Considere a matriz $M = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{bmatrix}$

Qual é o valor do determinante da matriz inversa da transposta de M?

a) -2

b) -1/2

c) 1/2

d) 1

e) 2

Comentários:

Pessoal, a matriz transposta é obtida invertendo as linhas por colunas.

$$M^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

E a questão quer saber o valor do determinante da matriz inversa à transposta de M. A primeira coisa a ser feira é achar o determinante da matriz transposta de M.

$$\det(M^T) = 4 - 6 = -2$$

Agora é só achar a matriz inversa da matriz transposta.

$$\det(M^{-1}) = \frac{1}{\det(M^T)} = -\frac{1}{2}$$

Gabarito: B

Questões FCC

Q.06 (FCC / (TRT 11ª Região) /Estatística/2017)

Se A é uma matriz quadrada de ordem 2 tal que A= $\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{3} \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$***, então o determinante da inversa da matriz transposta de A é igual a***

a) −0,20

b) −0,40

c) −0,25

d) −0,50

e) −1,00

Comentários:

Determinante de A:

$$\text{Det } A = 1 \cdot 1 - 3 \cdot 2 =$$

$$\text{Det } A = -5$$

P.3.:

O determinante de uma Matriz A será igual ao de sua Transposta A^T.

Logo:

$$\text{Det } A^t = -5$$

Chamando a transposta da matriz A de matriz B, temos a seguinte relação:

$$\text{Det } B = \text{Det } A^t$$

$$\text{Det } B = -5$$

A questão solicita o determinante da inversa da transposta, ou seja, o determinante de B^{-1}

P.6.:

O determinante de uma matriz multiplicado pelo de sua inversa é igual a 1.

$$\boxed{\text{Det } B \cdot \text{Det } B^{-1} = 1}$$

$$(-5) \cdot \text{Det } B^{-1} = 1$$

Logo,

$$\text{Det } B^{-1} = -1/5 =$$

$$= -0,2 =$$

Gabarito: A

Questões FGV

Q.07 (FGV / Analista – MPE-SC /2022)

Dadas as matrizes $A = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$, *e* $B = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$, *a soma dos elementos da matriz AB − BA é:*

a) 0;

b) 2;

c) 4;

d) 6;

e) 8.

Comentários:

Gente, de imediato, fiquem atentos à resposta na alternativa "A".

Sabemos que na operação de multiplicação entres matrizes, a ***propriedade comutativa não é válida,*** ou seja:

$$AB \neq BA$$

O candidato menos atento poderia não lembrar desse detalhe e marcar a alternativa "A.

Vamos lá para a solução:

$$AB = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (-1)\cdot 2 + 0 \cdot 1 & (-1)\cdot(-1) + 0 \cdot 2 \\ 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 7 & 4 \end{vmatrix}$$

$$BA = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (2)\cdot(-1) + (-1)\cdot 2 & 2 \cdot 0 + (-1)\cdot 3 \\ 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 & 1 \cdot 0 + 2 \cdot 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & -3 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$$

Por fim:

$$= AB - BA =$$

$$= \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 7 & 4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -4 & -3 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} -2-(-4) & 1-(-3) \\ 7-3 & 4-6 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} =$$

Agora, vamos somar os elementos da matriz $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & -2 \end{vmatrix}$:

$$= 2 + 4 + 4 + (-2) =$$

$$= 8 =$$

Gabarito: E

Q.08 (FGV / Assistente de Controle Externo – TCE-TO /2022)

Para um dia de treinamento, os funcionários de uma empresa foram alocados em três salas: Sala 1, Sala 2 e Sala 3. Tendo sido realizada a primeira parte do treinamento, foi feito um intervalo, após o qual os funcionários puderam escolher livremente qualquer sala para a segunda parte do treinamento.

Na matriz A abaixo, cada elemento a_{ij} representa o número de funcionários que estavam na Sala i e foram para a Sala j após o intervalo.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 4 & 9 & 6 \\ 3 & 8 & 10 \end{bmatrix}$$

É correto concluir que:

a) a Sala 1 terminou com 2 funcionários a mais que no início;

b) a Sala 2 terminou com 20 funcionários;

c) a Sala 3 terminou com 3 funcionários a mais que no início;

d) a Sala 1 iniciou com 15 funcionários;

e) uma das salas terminou com o mesmo número de funcionários que tinha no início.

Comentários:

Vamos colocar a principal parte do enunciado a seguir:

Na matriz A abaixo, cada elemento a_{ij} representa o número de funcionários que estavam na Sala i e foram para a Sala j após o intervalo.

$$A = \begin{bmatrix} 5_{11} & 2_{12} & 7_{13} \\ 4_{21} & 9_{22} & 6_{23} \\ 3_{31} & 8_{32} & 10_{33} \end{bmatrix}$$

Percebam que os elementos $5_{11}, 9_{22}\ e\ 10_{33}$ representam os funcionários que não mudaram de sala, ok? Portanto, vamos partir deles.

- Toda a primeira linha, exceto o elemento 5, representa os funcionários que saíram da sala 1.
- Toda a segunda linha, exceto o elemento 9, representa os funcionários que saíram da sala 2.
- Toda a terceira linha, exceto o elemento 10, representa os funcionários que saíram da sala 3.

Agora, vamos aos funcionários que entraram nas salas:

- Toda a primeira coluna, exceto o elemento 5, representa os funcionários que entraram na sala 1.
- Toda a segunda coluna, exceto o elemento 9, representa os funcionários que entraram na sala 2.
- Toda a terceira coluna, exceto o elemento 10, representa os funcionários que entraram na sala 3.

Portanto, temos:

Sala 1 (no início): 5 + 2 + 7 = 14 funcionários;

Sala 2 (no início): 9 + 4 + 6 = 19 funcionários;

Sala 3 (no início): 10 + 3 + 8 = 19 funcionários;

Salas após os remanejamentos:

Sala 1 = ***5 – 2 – 7 + 4 + 3 = 3***

Sala 2 = ***9 – 4 – 6 + 2 + 8 = 9***

Sala 3 = ***10 – 3 – 8 + 7 + 6 = 12***

A única alternativa que corresponde à solução é a "E".

> ***e) uma das salas (2) terminou com o mesmo número de funcionários que tinha no início.***

Gabarito: E

Q.09 (FGV / Analista – MPE-SC /2022)

Seja A uma matriz 4 x 4 cujo determinante é igual a 2. O determinante da matriz 3A é igual a:

a) 6;

b) 12;

c) 24;

d) 64;

e) 162.

Comentários:

Essa é uma questão clássica sobre determinantes.

Como o Det $(A)_{4x4}$ = 2 e questão nos pede o Det (4A), basta multiplicarmos o Det (A) por 3^4.

A propriedade é a seguinte:

$$\det(k \cdot A) = k^n \cdot \det(A)$$

Portanto,

$$\text{Det (3A)} = \mathbf{3^4 \cdot 2 = 162}$$

Gabarito: E

Q.10 (FGV / Analista – MPE-SC /2022)

Considere as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 2a & c & 3b \\ 2d & f & 3e \\ 2g & k & 3h \end{bmatrix}$$

Sendo det(A) e det(B) os determinantes das matrizes A e B, respectivamente, tem-se que:

a) ***det(A) = 6 × det(B);***

b) ***det(A) = −6 × det(B);***

c) ***det(B) = 6 × det(A);***

d) ***det(B) = −6 × det(A);***

e) ***det(A) = det(B).***

Comentários:

Para facilitar, vamos supor que o Det (A) = 1

Ocorreram 3 fatos na matriz B em função da matriz A, vejam:

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 2a & c & 3b \\ 2d & f & 3e \\ 2g & k & 3h \end{bmatrix}$$

1° A primeira coluna de "A" foi multiplicada por 2;

2° Houve a permuta da segunda coluna da matriz "A" para a terceira coluna na matriz "B" (quando houver permuta de filas paralelas, o determinante tem o sinal invertido); e

3° Juntamente com a permuta das colunas, a segunda coluna da matriz "A" também foi multiplicada por 3.

Logo o ***Det (B) = 3 · 2 · (-1) · 1 = -6***

Assim: o ***Det (B) = -6 · Det A***

Gabarito: D

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Questões CESGRANRIO

Q.01 (CESGRANRIO / (PETROBRAS) / 2018)

Sejam A uma matriz quadrada de ordem 2 e B uma matriz quadrada de ordem 3, tais que det A · det B = 1.

O valor de det (3A) · det (2B) é

a) 5

b) 6

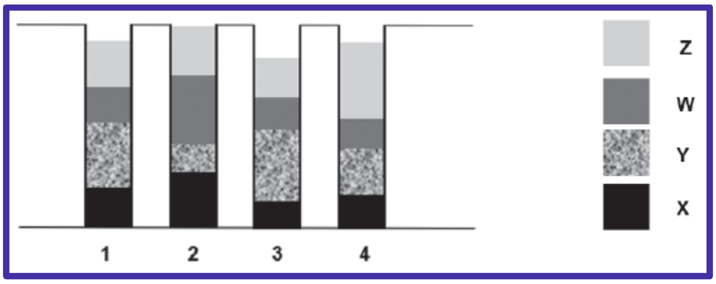
c) 36

d) 72

e) 108

Q.02 (CESGRANRIO / PETROBRAS /Júnior/Geologia/2018)

Em um laboratório, um geólogo investiga a densidade de quatro tipos de materiais diferentes, inicialmente denominados X, Y, W e Z, coletados em campo. Eles estão distribuídos em camadas, não misturadas entre si, no interior de quatro tubos de mesma massa (quando vazios), numerados de 1 a 4, conforme ilustra a Figura a seguir.



Sobre os dados, sabe-se que: (i) m_k é a massa conjunta do tubo k com os materiais nele contidos, para $1 \leq k \leq 4$; (ii) cada tubo vazio tem massa igual a m_0; (iii) as densidades dos materiais X, Y, W, e Z são, respectivamente, d_x, d_y, d_w e d_z; (iv) os volumes de cada material, em cada um dos quatro tubos, estão representados pelo quadro a seguir.

	1	2	3	4
X	0,7	1,0	0,4	0,5
Y	1,4	0,3	1,6	0,8
W	0,5	1,7	0,5	0,4
Z	0,8	0,8	0,6	1,8

Considere que esses dados foram organizados nas matrizes M, D e V, assim definidas:

$$M = \begin{pmatrix} m_1 - m_0 \\ m_2 - m_0 \\ m_3 - m_0 \\ m_4 - m_0 \end{pmatrix}$$

$$D = (d_x \quad d_y \quad d_w \quad d_z)$$

$$V = \begin{pmatrix} 0{,}7 & 1{,}0 & 0{,}4 & 0{,}5 \\ 1{,}4 & 0{,}3 & 1{,}6 & 0{,}8 \\ 0{,}5 & 1{,}7 & 0{,}5 & 0{,}4 \\ 0{,}8 & 0{,}8 & 0{,}6 & 1{,}8 \end{pmatrix}$$

Assim, o sistema de equações que modela matematicamente o problema, representado em sua forma matricial, é:

a) $D = M^T \cdot V^{-1}$

b) $D = V \cdot M$

c) $D = M \cdot V^{-1}$

d) $D = M^T \cdot V$

e) $D = V^{-1} \cdot M^T$

Q.03 (CESGRANRIO/ TRANSPETRO / Comércio e Suprimento/2018)

Sejam A e B duas matrizes quadradas 2x2, tal que $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$*, e* $A \cdot B = I$*, onde I é a matriz identidade 2x2. Assim, a soma dos elementos da matriz B é igual a*

a) 5/16

b) 7/16

c) 9/16

d) 11/16

e) 13/16

Q.04 (CESGRANRIO / Técnico (PETROBRAS) /Enfermagem do Trabalho Júnior/2017)

Na matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & n & p \\ m^2 & n^2 & p^2 \end{bmatrix}$*, m, n e p são números inteiros ímpares consecutivos tais que m< n < p.*

O valor de $\det A + \sqrt{\det A} + \sqrt[4]{\det A}$ *é* *a) 2*

b) 8

c) 16

d) 20

e) 22

Q.05 (CESGRANRIO / Analista de Pesquisa Energética (EPE)/Petróleo/Abastecimento/2014)

Considere a matriz $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

Qual é o valor do determinante da matriz inversa da transposta de M?

a) -2

b) -1/2

c) 1/2

d) 1

e) 2

Questões FCC

Q.06 (FCC / (TRT 11ª Região) /Estatística/2017)

Se A é uma matriz quadrada de ordem 2 tal que A=$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$*, então o determinante da inversa da matriz transposta de A é igual a*

a) −0,20

b) −0,40

c) −0,25

d) −0,50

e) −1,00

Questões FGV

Q.07 (FGV / Analista – MPE-SC /2022)

Dadas as matrizes A = $\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$*, e B =* $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$*, a soma dos elementos da matriz AB − BA é:*

a) 0;
b) 2;
c) 4;
d) 6;
e) 8.

Q.08 (FGV / Assistente de Controle Externo – TCE-TO /2022)

Para um dia de treinamento, os funcionários de uma empresa foram alocados em três salas: Sala 1, Sala 2 e Sala 3. Tendo sido realizada a primeira parte do treinamento, foi feito um intervalo, após o qual os funcionários puderam escolher livremente qualquer sala para a segunda parte do treinamento.

Na matriz A abaixo, cada elemento a_{ij} representa o número de funcionários que estavam na Sala i e foram para a Sala j após o intervalo.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 4 & 9 & 6 \\ 3 & 8 & 10 \end{bmatrix}$$

É correto concluir que:

a) a Sala 1 terminou com 2 funcionários a mais que no início;
b) a Sala 2 terminou com 20 funcionários;
c) a Sala 3 terminou com 3 funcionários a mais que no início;
d) a Sala 1 iniciou com 15 funcionários;
e) uma das salas terminou com o mesmo número de funcionários que tinha no início.

Q.09 (FGV / Analista – MPE-SC /2022)

*Seja A uma matriz 4 x 4 cujo determinante é igual a 2.
O determinante da matriz 3A é igual a:*

a) 6;
b) 12;
c) 24;
d) 64;
e) 162.

Q.10 (FGV / Analista – MPE-SC /2022)

Considere as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 2a & c & 3b \\ 2d & f & 3e \\ 2g & k & 3h \end{bmatrix}$$

Sendo det(A) e det(B) os determinantes das matrizes A e B, respectivamente, tem-se que:

a) *det(A) = 6 × det(B);*

b) *det(A) = −6 × det(B);*

c) *det(B) = 6 × det(A);*

d) *det(B) = −6 × det(A);*

e) *det(A) = det(B).*

Gabarito

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	A	A	E	B	A	E	E	E	D

Prof. Allan Maux

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.