

## Sumário

Razão e Proporção.....	2
Razão.....	2
1.1. Razões Especiais .....	2
2. Proporção .....	2
2.1. Propriedades das Proporções .....	2
3. Grandezas Diretamente Proporcionais.....	3
4. Grandezas Inversamente Proporcionais .....	4
5. Divisão Proporcional .....	4
5.1. Divisão em Números Diretamente Proporcionais.....	4
5.2. Divisão em Números Inversamente Proporcionais .....	5
5.3. Conceito Misto – Divisão Direta e Inversamente Proporcional.....	5
6. Regra de Sociedade .....	6

# RAZÃO E PROPORÇÃO

## Razão

Inicialmente, é de grande importância conhecermos o conceito de **Razão**:

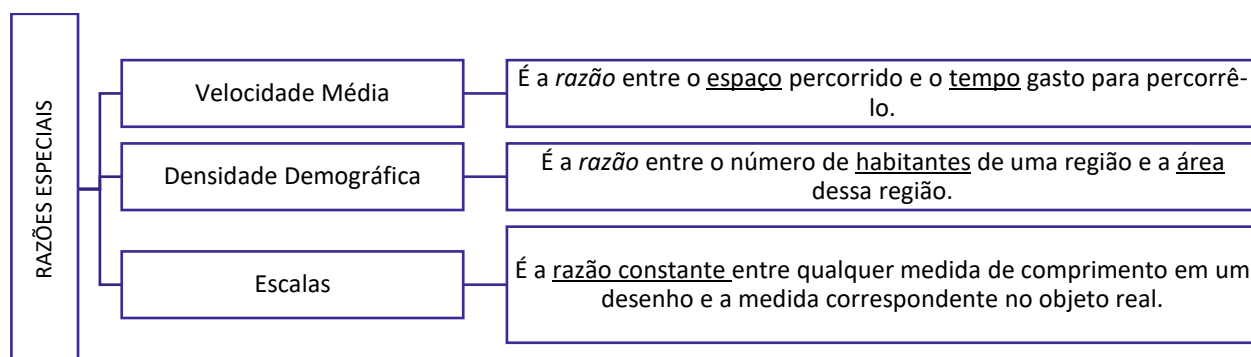
A **razão** entre dois números é o quociente do primeiro pelo segundo.

A razão de **a** para **b** é representada como:

$$\frac{a}{b} \text{ ou } a : b \text{ (com } b \neq 0)$$

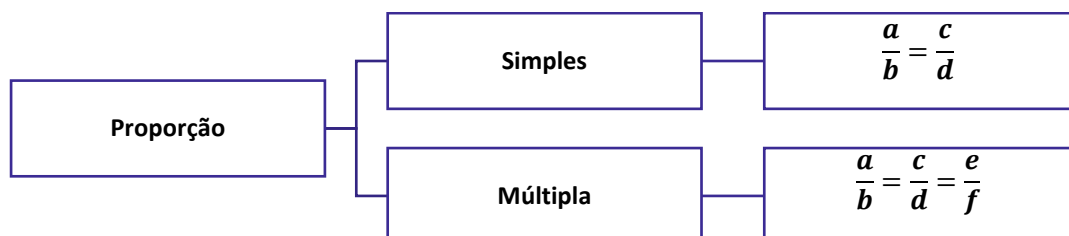
Em que **a** é chamado **antecedente** e **b** é chamado **consequente** da razão, de modo que ela é também representada por uma **fração**.

### 1.1. Razões Especiais



## 2. Proporção

**Proporção** é a relação de igualdade entre duas ou mais **razões**.



### 2.1. Propriedades das Proporções

➤ **Propriedade Fundamental:**

O produto dos **meios** é igual ao produto dos **extremos**.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow b \cdot c = a \cdot d$$

➤ **Propriedade da soma ou da diferença:**

A soma ou a diferença entre os dois primeiros termos de uma proporção está para o **primeiro** termo, assim como a soma ou a diferença entre os dois últimos está para o **terceiro** termo.

$$\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$$
$$\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$$

A soma ou a diferença entre os dois primeiros termos de uma proporção está para o **segundo** termo, assim como a soma ou a diferença entre os dois últimos está para o **quarto** termo.

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$
$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

➤ **Propriedade da soma ou diferença dos antecedentes e consequentes:**

A soma ou a diferença dos **antecedentes** está para a soma ou a diferença dos **consequentes**, assim como qualquer **antecedente** está para o seu **consequente**.

$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-d}$$
$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$$

### 3. Grandezas Diretamente Proporcionais

São grandezas que **crescem juntas e diminuem juntas**.

Do conceito acima, podemos chegar na conclusão de que **a razão entre elas é constante**.

$$\frac{a}{b} = k$$

Os números **a** e **b** são chamados **termos da proporção**. O resultado constante das razões entre dois termos correspondentes, **k**, é chamado de **constante de proporcionalidade**.

## 4. Grandezas Inversamente Proporcionais

Aqui a proporcionalidade de crescimento ou de decréscimo é inversa. Resumindo, **AUMENTANDO** uma delas, a outra **DIMINUI** na mesma proporção, ou, **DIMINUINDO** uma delas, a outra **AUMENTA** na mesma proporção.

Do conceito acima, podemos chegar a conclusão de que o **produto entre duas grandezas dessa natureza é constante**.

$$a \cdot b = k$$

## 5. Divisão Proporcional

### 5.1. Divisão em Números Diretamente Proporcionais

Dividir um número **T** em **n** partes **diretamente** proporcionais a um grupo de números dados, **a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub>, ... a<sub>n</sub>**, significa encontrar um outro grupo, **X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, X<sub>3</sub>, ..., X<sub>n</sub>**, que satisfaz duas propriedades, ou seja, vamos dividir algo que cumpra as duas condições abaixo:

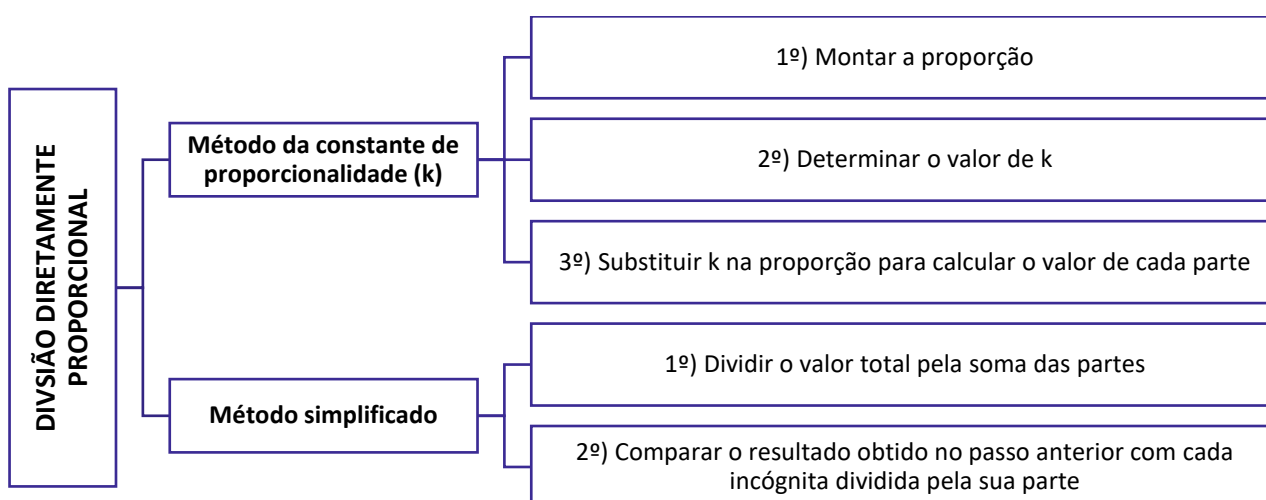
1º) As **razões** entre cada uma das partes procuradas e os respectivos membros do grupo proporcional devem ser **todas iguais**:

$$\frac{X_1}{a_1} = \frac{X_2}{a_2} = \frac{X_3}{a_3} = \dots = \frac{X_n}{a_n} = k$$

2º) A **soma das partes** procuradas deve ser **igual ao valor original**:

$$X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n = T$$

O quadro abaixo mostra dois métodos de resolução de questões dessa natureza:



## 5.2. Divisão em Números Inversamente Proporcionais

Dividir um número **T** em **n** partes **inversamente** proporcionais a um grupo de números dados, **a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub>, ... a<sub>n</sub>**, significa encontrar um outro grupo, **X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, X<sub>3</sub>, ..., X<sub>n</sub>**, que satisfaz as seguintes propriedades:

1º) As **razões** de cada uma das partes procuradas pelos respectivos **inversos** dos membros do grupo proporcional devem ser **todos iguais**:

$$\frac{X_1}{\frac{1}{a_1}} = \frac{X_2}{\frac{1}{a_2}} = \frac{X_3}{\frac{1}{a_3}} = \dots = \frac{X_n}{\frac{1}{a_n}} = k$$

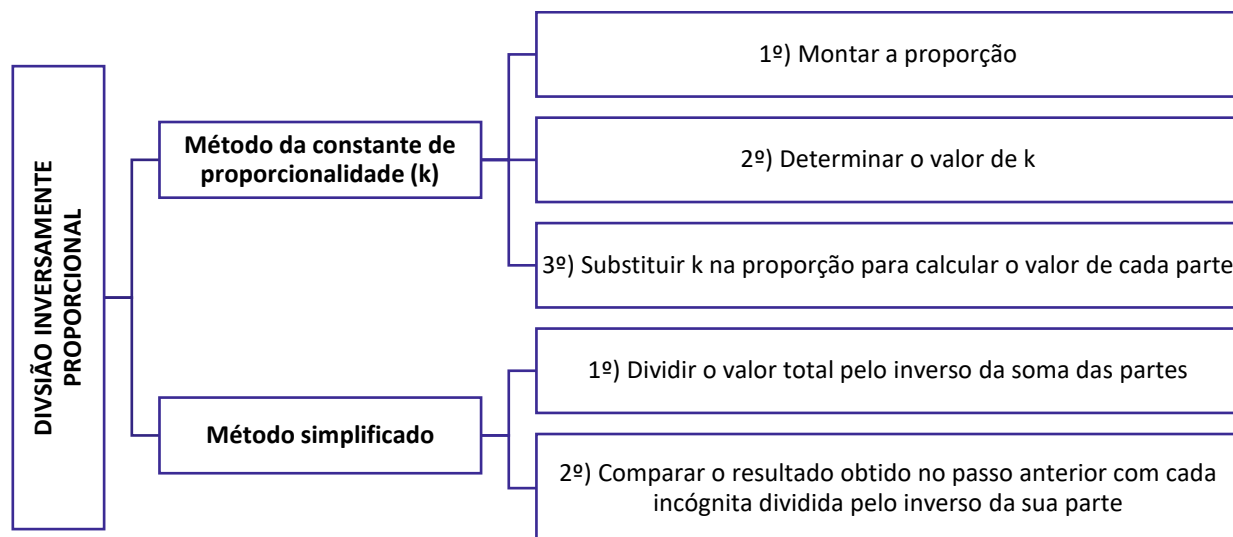
Repare que isso equivale a afirmar que os **produtos** de cada uma das partes procuradas pelos respectivos membros do grupo proporcional devem ser **todos iguais**:

$$a_1 \cdot X_1 = a_2 \cdot X_2 = a_3 \cdot X_3 = \dots = a_n \cdot X_n = k$$

2º) A **soma das partes** procuradas deve ser **igual ao valor original**:

$$X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n = T$$

O quadro abaixo mostra dois métodos de resolução de questões dessa natureza:



## 5.3. Conceito Misto – Divisão Direta e Inversamente Proporcional

O **conceito misto** implica a divisão de um número em certa quantidade de partes, de tal forma que cada uma dessas partes seja, **ao mesmo tempo**, diretamente proporcional a pelo menos uma sucessão de números dados e inversamente proporcional a pelo menos uma outra.

Portanto, a fim de dividirmos um número **T** em **n** partes que sejam **diretamente** proporcionais à sucessão (**a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, ..., a<sub>n</sub>**) e, ao mesmo tempo, **inversamente** proporcional à sucessão (**b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>, ..., b<sub>n</sub>**), devemos encontrar a sucessão de números (**x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, ..., x<sub>n</sub>**), de tal forma que:

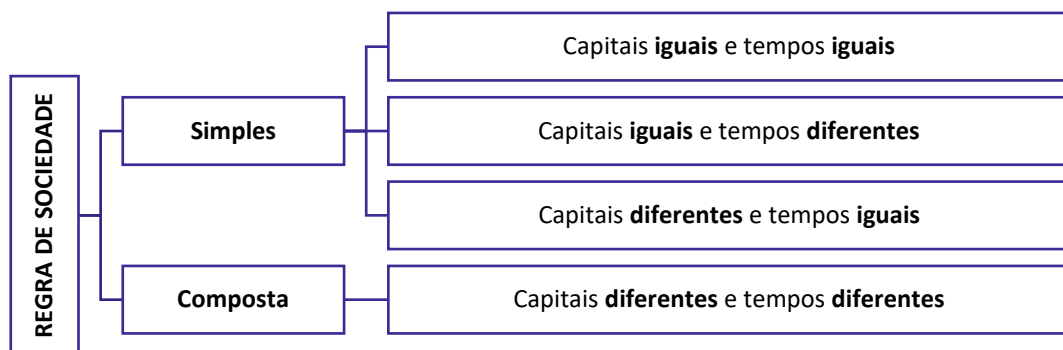
$$\frac{x_1}{a_1/b_1} = \frac{x_2}{a_2/b_2} = \dots = \frac{x_n}{a_n/b_n} = k$$

Dessa maneira, fica claro que dividir um número, **ao mesmo tempo**, de forma direta e inversamente proporcional a outros significa dividi-lo de forma **diretamente** proporcional ao produto entre as parcelas diretas e as parcelas inversas de cada uma das partes.

Em outras palavras, no numerador de cada igualdade da proporção ficarão as partes procuradas, e no denominador teremos uma fração, em que a parte dividida diretamente proporcional (DP) de cada um fica “em cima” e a inversamente proporcional (IP) fica “embaixo”:

$$\frac{\text{Parte procurada}}{\frac{\text{Parte DP}}{\text{Parte IP}}}$$

## 6. Regra de Sociedade



Dessa maneira, **quatro casos** podem ocorrer:

### 1° CASO

Os capitais investidos são iguais e os tempos de permanência dos sócios na empresa são iguais.

Nessa situação, o lucro/prejuízo será dividido pelo **número de sócios da empresa**. Na verdade, trata-se do caso mais óbvio e fácil, de forma que não costuma ser cobrado em provas.

### 2° CASO

Os capitais dos sócios são iguais e os tempos de permanência de cada um na empresa são diferentes.

Nessa situação, a divisão do lucro/prejuízo será **diretamente proporcional aos tempos de cada um**.

### 3° CASO

Os capitais investidos são diferentes e os tempos de permanência dos sócios na empresa são iguais.

Nessa situação, a divisão do lucro/prejuízo será **diretamente proporcional aos valores dos capitais**.

#### 4º CASO

Os capitais e os tempos de permanência são diferentes.

Nessa situação, estamos diante da **Regra de Sociedade Composta**, em que a divisão do lucro/prejuízo será **diretamente proporcional ao produto dos capitais pelos tempos**.

Resumindo os **quatro casos** que estudamos:

CAPITAIS (C)	TEMPOS (T)	A divisão é diretamente proporcional a:
=	=	Nº de sócios
=	≠	T
≠	=	C
≠	≠	C . T