

Aula 04

*BNB (Analista Bancário) Passo
Estratégico de Matemática Financeira -
2023 (Pré-Edital)*

Autor:

Allan Maux Santana

29 de Setembro de 2023

Índice

1) Sistema de Amortização - SAC, PRICE e SAM	3
--	---



AMORTIZAÇÃO

Sumário

O que é mais cobrado dentro do assunto?	2
Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque	2
Amortização	2
Sistema Price e SAC.....	3
Sistema de Amortização Misto – SAM ou SACRE	4
Pegadinhas Estratégicas.....	6
Questões estratégicas	7
Lista de Questões Estratégicas	23
Gabarito	28



O que é mais cobrado dentro do assunto?

Considerando os tópicos que compõem o nosso assunto, possuímos a seguinte distribuição percentual:

AMORTIZAÇÕES	Grau de incidência
SAC	43,0%
PRICE	48,0%
SAM	9,0%
TOTAL	100,0%

ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

Amortização

Amortizar uma dívida (empréstimo) é liquidá-la através de pagamentos periódicos (anuidades).

Acredito que todos aqui não tenham dúvidas sobre o significado da palavra **amortização**.

Só que a forma de amortizar varia bastante a depender da forma utilizada (sistema).

Quem já ouviu falar no financiamento de parcelas **decrescentes**? E no de parcelas **constantes**?

Acho que todos nós já fizemos algum desses aí ou, de repente, os dois.

Ao efetuarmos o pagamento de uma parcela de nosso empréstimo, basicamente, estamos pagando um valor referente a Amortização da dívida (**A**) + um valor referente ao Juro (**J**) que remunera o capital para a instituição financeira.



Sistema Price e SAC

A princípio, vamos focar em dois **sistemas de amortizações**:

SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO	
SISTEMA FRANCÊS (PRICE)	SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE (SAC)
Prestações Constantes e Periódicas	Prestações Decrescentes
$P = A + J$	$P = A + J$
Amortização Aumenta / Juro Diminui	Amortização Constante / Juro Diminui
$D = P \cdot a_{n-i}$	*
$a(n, i) = a_{n-i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n}$	*
$J_1 = D \cdot i$	$J_1 = D \cdot i$
$A_1 = \frac{P}{(1+i)^n}$	$A = \frac{D}{n}$
$A_n = A_1 \cdot (1+i)^{n-1}$	*

P = Parcela

A = Valor da Amortização

J = Juros

D = Valor da Dívida

a_{n-i} = Fato de Valor Atual

J_1 = Juros pago na 1ª prestação

O Sistema Francês será chamado de Sistema Price ou **Tabela Price**, quando estivermos trabalhando com **Taxa Nominais**. Como assim, Allan? Simples:

Taxa de: 10% a.a. c/ capitalização mensal = 10% a.a., Tabela price.

Comparando o Francês c/ o SAC, a primeira parcela sempre será maior no SAC.



Sistema de Amortização Misto – SAM ou SACRE

Bem, meus caros, o **Sistema de Amortização Misto – SAM** nada mais é do que uma “mistura” do Sistema Francês com o de Amortização Constante – SAC, portanto, sabendo os dois últimos, você saberá o SAM.

$$P_{SAM} = \frac{P_{SAC} + P_{Francês}}{2}$$

SACRE: SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CRESCENTE nome dado ao Sistema Misto.

Vejam como a **FGV** tratou do **SAM** numa questão para o concurso do **Banco do Estado do Espírito Santo** em **2018**.

(**FGV / Banco do Estado do ES / 2018**)

Considere um sistema misto de amortização de financiamentos em que cada prestação é a média aritmética entre as prestações correspondentes nos sistemas SAC e Price, nas mesmas condições.

Um empréstimo de R\$ 30.000,00 será quitado em 6 prestações mensais, sendo a primeira delas paga um mês após a contratação do empréstimo. A taxa efetiva de juros utilizada é de 7% a.m.. Se o sistema utilizado para a quitação desse empréstimo for o descrito acima, a diferença positiva entre as duas primeiras prestações será igual a:

Dado:

$$1,07^5 = 1,4$$

$$1,07^6 = 1,5$$

- a) R\$ 210,00;
- b) R\$ 200,00;
- c) R\$ 195,00;
- d) R\$ 185,00;
- e) R\$ 175,00.

Comentários:



O primeiro parágrafo do enunciado cita exatamente o Sistema de Amortização Misto – SAM, logo, sabemos que seu resultado é definido pela média aritmética entre o Prime e o SAC, ok?

Empréstimo: R\$ 30.000,00 (Saldo Devedor Inicial)

Nº de Parcelas (n): 6 parcelas

Taxa de Juros (i): 7% ao mês

No SAC:

1. Parcelas SAC: (Amortização Constante)

1ª Parcada (SAC) = Amortização + Juros (Taxa de juros x Saldo Devedor (SD))

Amortização = Saldo devedor / Nº de Parcelas

Amortização = R\$ 30.000,00 / 6 parcelas = R\$ 5000,00

Juros (1) = Taxa (i) x Saldo Devedor (SD)

Juros (1) = 7% x R\$ 30.000,00

Juros (1) = R\$ 2.100,00

Logo, 1ª Parcada (SAC) = R\$ 5.000,00 + R\$ 2.100,00 = **R\$ 7.100,00**

2ª Parcada (SAC):

Amortização: R\$ 5.000,00

Juros (2) = 7% x R\$ 25.000,00

Juros (2) = R\$ 1.750,00

Logo, 2ª Parcada (SAC) = R\$ 5.000,00 + R\$ 1.750,00 = **R\$ 6.750,00**

Vamos esquematizar as duas primeiras parcelas desse sistema:

Assim, temos que a diferença entre as duas primeiras prestações será dada por:



$$= \frac{7100 + P}{2} - \frac{6750 + P}{2} =$$

Percebam que as prestações no Price são constantes, logo, elas se anularão, ao fazermos a subtração solicitada no enunciado. Assim:

$$= \frac{7100 + P - 6750 - P}{2} = 175$$

Gabarito: E

Pessoal, vamos praticar o assunto com questões. A ideia aqui é trânsito do dinheiro no tempo, ok?

PEGADINHAS ESTRATÉGICAS

Querido aluno, cada assertiva abaixo contém uma "casca de banana" – será que você vai escorregar em alguma? (rs)

A ideia aqui é induzi-lo levemente a cometer erros, não com o intuito de desanimá-lo, mas para que você aumente a retenção do conteúdo estudado!

Vamos lá?

1. Existem alguns sistemas de amortização, os mais conhecidos são o Sistema de Amortização Constante (SAC). No sistema de amortização constante tem-se que as parcelas são constantes e amortização é decrescente. Já no sistema de amortização francês tem-se parcelas iguais e juros crescentes.

Muitas questões pedem as características dos sistemas de amortização. Sendo que, nesse item elas não estão corretas.

Sistema de Amortização Constante:

- As parcelas são decrescentes;
- As amortizações são constantes (daí vem o nome do sistema);
- Os juros são decrescentes (decresce linearmente).

Sistema de Amortização Francês:

- As parcelas são iguais;
- Os juros são decrescentes;
- As cotas de amortizações são crescentes.



2. No sistema de amortização constante temos que a última parcela pode ser obtida pela subtração da amortização, que é constante, e uma constante k. Essa constante, é obtida pela multiplicação da taxa de juros e a amortização.

O erro do item é afirmar que a última parcela será a subtração entre a amortização e a constante k, pois o certo seria a soma.

$$\text{P\'{u}ltima} = A + k$$

Onde,

$$k = i \cdot A \text{ (taxa de decréscimo de cada parcela)}$$

$$A = \frac{\text{Emprestimo}}{n} \text{ (amortização)}$$

n é número de parcelas.

O conhecimento dessas expressões é suficiente para fazer bem rápido as questões.

3. No sistema de amortização constantes o decréscimo das parcelas segue uma progressão geométrica decrescente.

Na verdade, no sistema constante de amortização o decréscimo das parcelas segue uma **progressão aritmética decrescente**.

$$P_n = P_1 - (n - 1) \cdot k$$

Onde,

$$k = i \cdot A$$

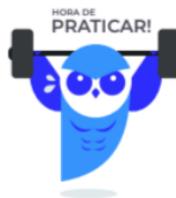
Com essa expressão e de posse do fator de decréscimo (k) pode-se achar qualquer parcela. Normalmente, a banca fornece uma parcela qualquer e pede uma determinada parcela.

QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.





Q.01 (CESGRANRIO/ Profissional (LIQUIGÁS) / Economia / Júnior / 2018)

Um imóvel no valor de R\$ 6.000.000,00 de reais foi adquirido em dezembro de 2018 por meio de um financiamento baseado em um sistema de amortização constante (SAC), em 120 parcelas mensais e decrescentes. A taxa de juro cobrada foi de 1,0% ao mês, com a primeira prestação para janeiro de 2019 e a última para dezembro de 2028. Considere que o comprador deu uma entrada no ato da compra, financiando apenas 80% do valor do imóvel.

Assim, o valor da prestação previsto para fevereiro de 2019, em reais, é igual a

- a) 88.000,00.
- b) 87.600,00.
- c) 78.600,00.
- d) 68.000,00.
- e) 48.600,00.

Comentários:

Pessoal, esses é uma questão de SAC. Nela uma pessoa adquiriu um imóvel de R\$ 6.000.000,00 em 120 parcelas, com a primeira parcela um mês após a aquisição e com taxa de juros de 1% ao mês. Sendo que o valor financiado foi de 80%, isto é, R\$4.800.000,00. A banca que saber o valor da segunda parcela.

Desta forma, as informações que utilizaremos serão as seguintes:

$$\text{Total a ser financiado} = T = 4.800.000$$

$$i = 1\% \text{ ao mês}$$

$$n = 120 \text{ parcelas}$$

Iremos seguir os seguintes passos:

Primeiro: calcular o valor da amortização (A).

$$A = \frac{T}{n} = \frac{4.800.000}{120} = 40.000$$

Segundo: calcular o juro da primeira parcela.

$$J_1 = i \cdot T$$

$$J_1 = 0,01 \cdot 4.800.000 = 48.000$$



Terceiro: calcular a primeira parcela.

$$P_1 = A + J_1$$

$$P_1 = 40.000 + 48.000$$

$$P_1 = 88.000$$

Quarto: Calcular a taxa de constante de redução (k) de cada parcela.

$$k = i \cdot A$$

$$k = 0,01 \cdot 40.000 = 400$$

Vejam que para achar a segunda parcela basta reduzir o valor de k. Como sabemos as parcelas do SAC decrescem como uma Progressão Aritmética (PA).

$$P_2 = P_1 - k$$

$$P_2 = 88.000 - 400$$

$$P_2 = 87.600$$

Observação: Nessa questão, como a banca pediu a segunda parcela, bastava subtrair o valor de k e já chegaríamos à resposta. Mas se a banca tivesse pedido outras parcelas, poderíamos utilizar a PA para achar.

$$P_n = P_1 - (n - 1) \cdot k$$

E se a banca tivesse pedido a última parcela, poderíamos utilizar a seguinte expressão:

$$P_{última} = A + k$$

Gabarito: B

Q.02 (CESGRANRIO / Profissional (LIQUIGÁS) / Júnior/Ciências Contábeis / 2018)

Entre os sistemas de amortização de financiamentos disponíveis, há um em que, na sistemática de pagamentos, as prestações (parcelas) são decrescentes, e o valor financeiro dos juros cobrados na parcela é menor em relação ao cobrado na parcela anterior.

Tais características são do seguinte sistema de amortização:

- a) americano.
- b) constante.
- c) descontado.
- d) francês.
- e) tabela price.

Comentários:

Pessoal, a banca descreve as características do sistema de amortização constante (SAC). Aproveitamos essa questão para fazer um resumo do SAC e do Sistema Francês (Price).



Sistema de Amortização Constante:

- As parcelas são decrescentes;
- As amortizações são constantes (daí vem o nome do sistema);
- Os juros são decrescentes (decresce linearmente).

Sistema de Amortização Francês:

- As parcelas são iguais;
- Os juros são decrescentes;
- As cotas de amortizações são crescentes.

Gabarito: B

Q.03 (CESGRANRIO / Escriturário (BB) / "Sem Área" / 2015)

Arthur contraiu um financiamento para a compra de um apartamento, cujo valor à vista é de 200 mil reais, no Sistema de Amortização Constante (SAC), a uma taxa de juros de 1% ao mês, com um prazo de 20 anos. Para reduzir o valor a ser financiado, ele dará uma entrada no valor de 50 mil reais na data da assinatura do contrato. As prestações começam um mês após a assinatura do contrato e são compostas de amortização, juros sobre o saldo devedor do mês anterior, seguro especial no valor de 75 reais mensais fixos no primeiro ano e despesa administrativa mensal fixa no valor de 25 reais.

A partir dessas informações, o valor, em reais, da segunda prestação prevista na planilha de amortização desse financiamento, desconsiderando qualquer outro tipo de reajuste no saldo devedor que não seja a taxa de juros do financiamento, é igual a

- a) 2.087,25.
- b) 2.218,75.
- c) 2.175,25.
- d) 2.125,00.
- e) 2.225,00.

Comentários:



Nessa questão é pedida a segunda parcela do financiamento feito utilizando o SAC. Vejam que a banca fala de um seguro especial (75,00) e despesas administrativas (25,00) que iremos utilizar para resolver a questão. O financiamento será de 150 mil, pois foi dado uma entrada de 50 mil.

As informações que utilizaremos serão as seguintes:

Total a ser financiado = $T = 150.000$

$i = 1\%$ ao mês

$n = 20$ anos = 240 meses = 240 parcelas

Iremos seguir os seguintes passos:

Primeiro: calcular o valor da amortização (A).

$$A = \frac{T}{n} = \frac{150.000}{240} = 625$$

Segundo: calcular o juro da primeira parcela.

$$J_1 = i \cdot T$$

$$J_1 = 0,01 \cdot 150.000 = 1.500$$

Terceiro: calcular a primeira parcela.

$$P_1 = A + J_1 + \text{seguro especial} + \text{despesa administrativa}$$

$$P_1 = 625 + 1.500 + 75 + 25$$

$$P_1 = 2.225$$

Quarto: Calcular a taxa de constante de redução (k) de cada parcela.

$$k = i \cdot A$$

$$k = 0,01 \cdot 625 = 6,25$$

Vejam que para achar a segunda parcela basta reduzir o valor de k . Como sabemos as parcelas do SAC decrescem como uma Progressão Aritmética (PA).

$$P_2 = P_1 - k$$

$$P_2 = 2.225 - 6,25$$

$$P_2 = 2.218,75$$

Gabarito: B

Q.04 (CESGRANRIO / Analista Júnior (TRANSPETRO) / Comercialização e Logística Júnior/Comércio e Suprimento/2018)

Um equipamento foi financiado em 48 parcelas mensais, iguais e sucessivas, de 100 mil reais, a uma taxa de 2% ao mês, no sistema Price, com a primeira prestação a ser paga sete meses após a data da compra e sem nenhum valor desembolsado antes desse primeiro pagamento.



Sabe-se que o vendedor não abriu mão de cobrar juros compostos de 2% a.m. no período de carência.

Assim, considerando-se 2,60 como aproximação para 1,0248 e 1,13 como aproximação para 1,026, a quantia mais próxima do preço à vista desse equipamento, em milhões de reais, é igual a:

- a) 3,1.
- b) 3,0.
- c) 2,9.
- d) 2,8.
- e) 2,7.

Comentários:

Pessoal, esse é uma questão do sistema francês e queremos o total do financiamento. As informações são as seguintes:

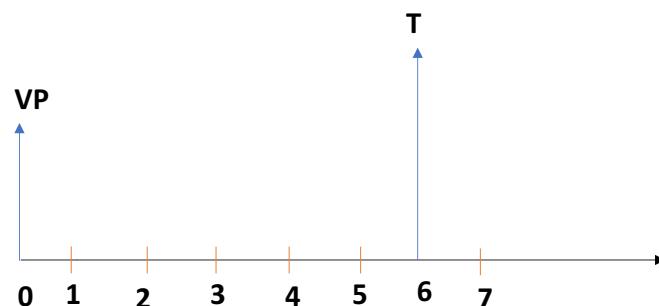
$$n = 48 \text{ parcelas}$$

$$\text{Total do financiamento} = T = ?$$

$$i = 2\% \text{ ao mês}$$

$$\text{Parcela} = P = 100.000$$

Carência de 7 meses com juros compostos de 2% ao mês. Esse ponto é importante, pois o financiamento só começará a ser pago daqui a 7 meses. Desta forma, quando foi feito o cálculo do total a ser financiado ele vai estar 6 meses no futuro e a banca que o valor presente. Conforme a figura abaixo.



Para calcular T utilizaremos a seguinte fórmula:



$$T = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$$

$$T = 100.000 \cdot \frac{(1+0,02)^{48} - 1}{(1+0,02)^{48} \cdot 0,02} = 100.000 \cdot \frac{1,02^{48} - 1}{1,02^{48} \cdot 0,02}$$

Sendo,

$$1,02^{48} = 2,60$$

$$T = 100.000 \cdot \frac{2,6 - 1}{2,6 \cdot 0,02}$$

$$T = 100.000 \cdot \frac{1,6}{0,052}$$

$$T \cong 3.077.000$$

Agora basta trazer a valor presente.

$$VP = \frac{T}{(1+i)^n} = \frac{3.077.000}{(1+0,02)^6} = \frac{3.077.000}{1,02^6}$$

Sendo,

$$1,02^6 = 1,13$$

$$VP = \frac{3.077.000}{1,13}$$

$$VP \cong 2,7$$

Gabarito: E

Q.05 (CESGRANRIO / Engenheiro (PETROBRAS) / Petróleo Júnior / 2018)

Uma empresa deseja comprar um equipamento, cujo preço à vista foi cotado em 15 milhões de reais. Para isso, pretende pagar uma entrada (ato da compra) e financiar o valor restante em 12 parcelas mensais e iguais, a uma taxa de juro (composto) de 1% ao mês, com a primeira parcela sendo paga um mês após a compra. O departamento financeiro determinou que o valor da parcela seja de, no máximo, 1 milhão de reais.

Dado: $1,0112 = 1,127$

Nessas condições, o valor mínimo, em milhões de reais, que a empresa precisará pagar de entrada nessa compra pertence ao intervalo



- a) 3,00 a 3,19.
- b) 3,20 a 3,39.
- c) 3,40 a 3,59.
- d) 3,60 a 3,79.
- e) 3,80 a 4,00.

Comentários:

Pessoal, o preço à vista do equipamento é 15.000.000, mas pretende dar uma entrada. O departamento financeiro estima que a parcela pelo sistema francês é de 1.000.000 e será financiado em 12 parcelas, com juros de 1% ao mês. A banca deseja saber a diferença entre o valor à vista e o financiado.

Para calcular o valor total financiado (T) utilizaremos a seguinte fórmula:

$$T = P \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{(1 + i)^n \cdot i}$$

$$T = 1.000.000 \cdot \frac{(1 + 0,01)^{12} - 1}{(1 + 0,01)^{12} \cdot 0,01} = 1.000.000 \frac{1,01^{12} - 1}{1,01^{12} \cdot 0,01}$$

Sendo,

$$1,01^{12} = 1,127$$

$$T = 1.000.000 \cdot \frac{1,127 - 1}{1,127 \cdot 0,01} = 1.000.000 \cdot \frac{0,127}{0,01127}$$

$$T = 1.000.000 \cdot 11,27$$

$$T = 11.270.000$$

Portanto, a diferença será a seguinte:

$$15.000.000 - 11.270.000 = 3.730.000 = 3,73 \text{ milhões}$$

Gabarito: D

Q.06 (FAFIPA / SAAE PR / Contador / 2019)



Um determinado empréstimo, feito segundo o Sistema de Amortização Francês (Tabela Price), com capitalização mensal, tem os seguintes valores definidos:

- **Prestação mensal = R\$ 333,00**
- **N. de parcelas = 5**
- **Taxa nominal de juros ao ano = 24,00%**

Considerando os dados acima, responda qual a taxa efetiva ao ano:

- a) 2%.
- b) 26,82%.
- c) 28%.
- d) 100%.

Comentários:

Os elementos da operação já estão bem definidos no enunciado, portanto não irei perder tempo reescrevendo-os, façam o mesmo na prova, ok?

Primeiro passo é transformarmos a taxa nominal em efetiva mensal:

$$i_{\text{nominal}} = 24\% \text{ ao ano c/ capitalização mensal}$$

$$i_{\text{mensal efetiva}} = 2\% \text{ ao mês c/ capitalização mensal}$$

De posse da taxa efetiva mensal, calculamos através da potenciação a taxa efetiva anual pedida pela banca:

$$(1 + i_{\text{mensal efetiva}})^{12} = (1 + i_{\text{anual efetiva}})$$

$$(1 + 0,02)^{12} = (1 + i_{\text{anual efetiva}})$$

$$1,2682 = (1 + i_{\text{anual efetiva}})$$

$$i_{\text{anual efetiva}} = 0,2682$$

$$= 26,82\% \text{ a.a.} =$$

Para quem não gosta de fórmulas e quer achar a Taxa Efetiva, basta capitalizar a taxa efetiva mensal 12 vezes para achar a Efetiva Anual, ok?

Claro que essa potência $1,02^{12}$ será informada em nossa tabela.

Mas, Allan, e as demais informações da questão, eu vou usar onde? Em canto algum, meus caros, serviu apenas para confundir você...

Gabarito: B

Q.07 (Cebraspe / 2019)



Com relação a sistemas de amortização de empréstimos e financiamentos, julgue o item a seguir.

Situação hipotética: Uma instituição bancária concedeu empréstimo de R\$ 30.000, entregues no ato, sem prazo de carência, para ser quitado pelo sistema de amortização constante em 24 prestações mensais. A primeira prestação vencerá um mês após a tomada do empréstimo, sendo de 2% a taxa de juros mensais adotada pela instituição bancária. Assertiva: Nessa situação, as prestações são decrescentes e a diferença entre duas prestações consecutivas é igual a R\$ 50.

- CERTO
- ERRADO

Comentários:

Essa questão temos o **Sistema de Amortização Constante (SAC)**.

Os dados fornecidos pela questão são os seguintes:

Empréstimo = 30.000 reais

Número de Parcelas = 24

Taxa de Juros = 2% a.m

De cara podemos ver que a primeira parte da questão está correta, pois uma característica do SAC é ter parcelas decrescente. Esse decréscimo no SAC se comporta como uma progressão aritmética de razão negativa. Essa razão é a diferença entre duas parcelas consecutivas que a banca deseja saber.

A primeira coisa a ser feita é achar a Amortização.

$$A = \frac{\text{Empréstimo}}{\text{número de parcelas}}$$
$$A = \frac{30000}{24} = 1250$$

Depois disso, podemos calcular a razão de decréscimo.

$$k = i \cdot A$$
$$k = 0,02 \cdot 1250$$
$$k = 25$$

Veja que a razão é 25 e não 50 como informa a Banca. Portanto, questão errada.

Gabarito: Errado

Q.08 (FADESP 2020/UEPA – Técnico de Nível Superior)

Sistema de Amortização Francês (SAF) de um financiamento tem como principal característica o estabelecimento de prestações iguais, periódicas e sucessivas. A respeito dos juros cobrados e das amortizações a serem pagas, quando não há carência, é correto afirmar que



- a) os juros, por incidirem sobre o saldo devedor, são crescentes.
- b) as parcelas das amortizações são decrescentes.
- c) os juros e as parcelas de amortização são constantes.
- d) os juros são decrescentes e as amortizações, crescentes

Comentários:

Aqui, ou o candidato sabe a parte teórica, ou já era. Vamos dar uma lembra daas características do Sistema Francês (Tabela Price).

SISTEMA FRANCÊS (PRICE)	
<i>Prestações Constantes e Periódicas</i>	
$P = A + J$	
<i>Amortização aumenta / Juro diminui</i>	
$D = P \cdot a_{n-i}$	
$a(n, i) = a_{n-i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n}$	

Gabarito: D

Q.09 (CESGRANRIO/BNDES)

Um investidor está decidindo como vai repagar um financiamento que obteve. Poderá escolher o Sistema Price ou o Sistema de Amortização Constante (SAC), ambos com o mesmo número de prestações, o mesmo prazo total e a mesma taxa de juros. Comparando os dois, o investidor observa que:

- a) o valor presente líquido do SAC é menor do que o do Price.
- b) a prestação, pelo SAC, é constante ao longo do tempo.
- c) a prestação, pelo Price, é declinante ao longo do tempo.
- d) a primeira prestação do SAC é maior do que a do Price.
- e) as prestações do SAC são sempre maiores que as do Price.

Comentários:

Alternativa (A): VPL nos dois casos é zero.

Alternativa (B): SAC prestações decrescentes.

Alternativa (C): Francês (price) prestações constantes.



Alternativa (D): Correta

Alternativa (E): SAC prestações decrescentes, então, em algum momento serão menores do que o PRICE.

Gabarito: D

Q. 10 (FCC / Analista do Tesouro Estadual / SEFAZ-PI / 2015)

Uma dívida no valor de R\$ 20.000,00 vai ser paga em 30 prestações mensais, iguais e consecutivas, vencendo a primeira prestação 1 mês após a data de formação da dívida. Utilizou-se o sistema de amortização francês com uma taxa de 2% ao mês. Pelo quadro de amortização, obtém-se que o saldo devedor imediatamente após o pagamento da primeira prestação é de R\$ 19.507,00. O valor da cota de amortização incluído no valor da segunda prestação é de

- a) R\$ 502,86
- b) R\$ 512,72
- c) R\$ 522,58
- d) R\$ 532,44
- e) R\$ 542,30

Comentários:

Após o pagamento da 1ª prestação o saldo devedor passou de R\$ 20.000,00 para R\$ 19.507,00.

$$20.000,00 - 19.507,00 = 493,00$$

A cota de amortização foi de R\$ 493,00.

No **Sistema Francês**, as amortizações crescem em progressão geométrica (PG) de razão:

$$(1+i) = 1,02$$

(2% juros ao mês)

Portanto, a SEGUNDA AMORTIZAÇÃO será igual a:

$$A_2 = 493 \cdot 1,02 =$$

$$\boxed{A_2 = 502,86}$$



Gabarito: A

Q.11 (FGV/Auditor Fiscal da Receita Estadual (SEFAZ ES)/2021)

Uma dívida de R\$100.000,00 é amortizada pelo Sistema de Amortização Constante – SAC, com pagamento postecipado, juros de 24% ao ano capitalizados mensalmente, em 40 meses.

Após a quitação da 12^a parcela, a instituição credora procura o devedor e oferece financiar o restante da dívida, com juros compostos de 2,5% ao mês a partir da 13^a parcela, utilizando o Sistema Francês.

O cliente fica em dúvida se a oferta seria vantajosa, mas o credor explica que os valores das prestações iniciais do novo financiamento seriam inferiores às pactuadas no contrato vigente.

Se o devedor aceitar a proposta de financiamento do restante da dívida, a penúltima parcela a ser paga pelo Sistema Francês será de, aproximadamente,

Obs.: utilize a aproximação $(1,025^{28}=2)$.

- a) R\$ 3.700,00.
- b) R\$ 3.500,00.
- c) R\$ 2.600,00.
- d) R\$ 2.500,00.
- e) R\$ 1.800,00.

Comentários:

Pessoal, nessa questão iremos utilizar o SAC e o Sistema Francês.

Temos as seguintes informações:

$$\text{Dívida} = T = 100.000,00$$

$$n = 40 \text{ (número de parcelas)}$$

$i = 24\%$ ao ano com capitalização mensal (taxa nominal). Teríamos que converter para taxa efetiva, mas não precisamos dessa informação para resolver a questão.



Na questão é dito que após quitação da 12ª parcela, a instituição financeira procura o devedor e oferece financiar **o restante da dívida**, com juros compostos de **2,5% ao mês** a partir da 13ª parcela, utilizando o **Sistema Francês**.

A banca quer saber qual seria o valor da penúltima parcela se o cliente aceitar a proposta da instituição financeira.

Primeiro, iremos utilizar o SAC, pois teremos que saber qual seria o saldo devedor. Antes começar os cálculos é bom saber as características do SAC.

Sistema de Amortização Constante:

- As parcelas são decrescentes;
- As amortizações são constantes (daí vem o nome do sistema);
- Os juros são decrescentes (decresce linearmente).

Pessoal, como no SAC temos amortização constante, então precisamos encontrar a amortização e depois multiplicar por 12. Com isso, teremos o valor que foi amortizado da dívida após as 12 parcelas.

Vamos aos cálculos:

Calcular a amortização (A)

$$A = \frac{T}{n} = \frac{100.000}{40} = 2.500,00$$

Após a 12ª parcela teremos o seguinte saldo devedor.

$$\text{Saldo devedor} = T - 12 \cdot A$$

$$\text{Saldo devedor} = 100.000 - 12 \cdot 2.500$$

$$\text{Saldo devedor} = 100.000 - 30.000$$

$$\text{Saldo devedor} = 70.000,00$$

Portanto, foram pagos 30.000,00 da dívida e retam 70.000,00.

Agora iremos aplicar o Sistema Francês para saber o valor da penúltima parcela. Antes disso, iremos lembrar das características do Sistema Francês.

Sistema de Amortização Francês:



- As parcelas são iguais;
- Os juros são decrescentes;
- As cotas de amortizações são crescentes.

Logo, basta descobrir o valor de qualquer parcela, pois elas são iguais.

Inicialmente havia 40 parcelas e foram pagar 12 com o SAC, agora restam 28 parcelas e o saldo devedor é 70.000,00.

Podemos encontrar o valor da parcela utilizando a seguinte fórmula:

$$T = P \cdot A_{n-i}$$

Sendo,

$$A_{n-i} = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right]$$

Onde,

$i = 2,5\%$ ao mês

$n = 28$

$$A_{n-i} = \left[\frac{(1+0,025)^{28} - 1}{(1+0,025)^{28} \cdot 0,025} \right]$$

$$A_{n-i} = \left[\frac{(1,025)^{28} - 1}{(1,025)^{28} \cdot 0,025} \right]$$

Vamos ao dado adicional da questão:

$$1,025^{28}=2$$

$$A_{n-i} = \left[\frac{2 - 1}{2 \cdot 0,025} \right] = \frac{1}{0,05} = 20,00$$

Portanto,

$$T = P \cdot A_{n-i}$$



Onde,

$$T = 70.000,00$$

$$70.000 = P \cdot 20$$

$$P = \frac{70.000}{20}$$

$$P = 3.500,00$$

Gabarito: B

Q.12 (FGV/Analista Econômico-Financeiro (BANESTES) / Gestão Contábil/2018)

Um financiamento no valor de R\$ 18.000,00 foi contratado e deverá ser quitado em 20 prestações mensais e consecutivas, vencendo a primeira delas um mês após a data da contratação do financiamento. Foi adotado o Sistema de Amortizações Constantes (SAC.) a uma taxa de juros efetiva de 3,0% ao mês.

A diferença entre os valores de duas prestações consecutivas quaisquer é sempre igual a:

- a) R\$ 30,00.
- b) R\$ 28,00.
- c) R\$ 27,50.
- d) R\$ 27,00.
- e) R\$ 25,50.

Comentários:

Em outras palavras, a banca quer a constante de redução das parcelas.

Temos as seguintes informações:

$$T = 18.000,00$$

$$n = 20 \text{ parcelas mensais}$$

$$i = 3\% \text{ ao mês}$$



Vamos aos cálculos:

1) Calcular a amortização (A)

$$A = \frac{T}{n} = \frac{18.000}{20} = 900,00$$

2) Calcular a constante de redução das parcelas.

Essa constante pode ser calculada da seguinte forma:

$$k = i \cdot A$$

$$k = 0,03 \cdot 900$$

$$k = \mathbf{27,00}$$

Gabarito: D

Allan Maux

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Q.01 (CESGRANRIO / Profissional (LIQUIGÁS) / Economia / Júnior / 2018

Um imóvel no valor de R\$ 6.000.000,00 de reais foi adquirido em dezembro de 2018 por meio de um financiamento baseado em um sistema de amortização constante (SAC), em 120 parcelas mensais e decrescentes. A taxa de juro cobrada foi de 1,0% ao mês, com a primeira prestação para janeiro de 2019 e a última para dezembro de 2028. Considere que o comprador deu uma entrada no ato da compra, financiando apenas 80% do valor do imóvel.

Assim, o valor da prestação previsto para fevereiro de 2019, em reais, é igual a

- a) 88.000,00.
- b) 87.600,00.
- c) 78.600,00.
- d) 68.000,00.
- e) 48.600,00.

Q.02 (CESGRANRIO/ Profissional (LIQUIGÁS) /Júnior/Ciências Contábeis/2018)



Entre os sistemas de amortização de financiamentos disponíveis, há um em que, na sistemática de pagamentos, as prestações (parcelas) são decrescentes, e o valor financeiro dos juros cobrados na parcela é menor em relação ao cobrado na parcela anterior.

Tais características são do seguinte sistema de amortização:

- a) americano.
- b) constante.
- c) descontado.
- d) francês.
- e) tabela price.

Q.03 (CESGRANRIO / Escriturário (BB) / "Sem Área" / 2015)

Arthur contraiu um financiamento para a compra de um apartamento, cujo valor à vista é de 200 mil reais, no Sistema de Amortização Constante (SAC), a uma taxa de juros de 1% ao mês, com um prazo de 20 anos. Para reduzir o valor a ser financiado, ele dará uma entrada no valor de 50 mil reais na data da assinatura do contrato. As prestações começam um mês após a assinatura do contrato e são compostas de amortização, juros sobre o saldo devedor do mês anterior, seguro especial no valor de 75 reais mensais fixos no primeiro ano e despesa administrativa mensal fixa no valor de 25 reais.

A partir dessas informações, o valor, em reais, da segunda prestação prevista na planilha de amortização desse financiamento, desconsiderando qualquer outro tipo de reajuste no saldo devedor que não seja a taxa de juros do financiamento, é igual a:

- a) 2.087,25.
- b) 2.218,75.
- c) 2.175,25.
- d) 2.125,00.
- e) 2.225,00.

Q.04 (CESGRANRIO / Analista Júnior (TRANSPETRO) / Comercialização e Logística Júnior / Comércio e Suprimento / 2018)

Um equipamento foi financiado em 48 parcelas mensais, iguais e sucessivas, de 100 mil reais, a uma taxa de 2% ao mês, no sistema Price, com a primeira prestação a ser paga sete meses após a data da compra e sem nenhum valor desembolsado antes desse primeiro pagamento. Sabe-se que o vendedor não abriu mão de cobrar juros compostos de 2% a.m. no período de carência.

Assim, considerando-se 2,60 como aproximação para 1,0248 e 1,13 como aproximação para 1,026, a quantia mais próxima do preço à vista desse equipamento, em milhões de reais, é igual a



- a) 3,1.
- b) 3,0.
- c) 2,9.
- d) 2,8.
- e) 2,7.

Q.05 (CESGRANRIO / Engenheiro (PETROBRAS) / Petróleo Júnior / 2018)

Uma empresa deseja comprar um equipamento, cujo preço à vista foi cotado em 15 milhões de reais. Para isso, pretende pagar uma entrada (ato da compra) e financiar o valor restante em 12 parcelas mensais e iguais, a uma taxa de juro (composto) de 1% ao mês, com a primeira parcela sendo paga um mês após a compra. O departamento financeiro determinou que o valor da parcela seja de, no máximo, 1 milhão de reais.

Dado: $1,0112 = 1,127$

Nessas condições, o valor mínimo, em milhões de reais, que a empresa precisará pagar de entrada nessa compra pertence ao intervalo

- a) 3,00 a 3,19.
- b) 3,20 a 3,39.
- c) 3,40 a 3,59.
- d) 3,60 a 3,79.
- e) 3,80 a 4,00.

Q.06 (FAFIPA / SAAE PR / Contador / 2019)

Um determinado empréstimo, feito segundo o Sistema de Amortização Francês (Tabela Price), com capitalização mensal, tem os seguintes valores definidos:

- Prestação mensal = R\$ 333,00
- N. de parcelas = 5
- Taxa nominal de juros ao ano = 24,00%

Considerando os dados acima, responda qual a taxa efetiva ao ano:

- (a) 2%.
- (b) 26,82%.
- (c) 28%.
- (d) 100%.

Q.07 (Cebraspe / 2019)



Com relação a sistemas de amortização de empréstimos e financiamentos, julgue o item a seguir.

Situação hipotética: Uma instituição bancária concedeu empréstimo de R\$ 30.000, entregues no ato, sem prazo de carência, para ser quitado pelo sistema de amortização constante em 24 prestações mensais. A primeira prestação vencerá um mês após a tomada do empréstimo, sendo de 2% a taxa de juros mensais adotada pela instituição bancária. Assertiva: Nessa situação, as prestações são decrescentes e a diferença entre duas prestações consecutivas é igual a R\$ 50.

- CERTO
- ERRADO

Q.08 (FADESP 2020/UEPA – Técnico de Nível Superior)

Sistema de Amortização Francês (SAF) de um financiamento tem como principal característica o estabelecimento de prestações iguais, periódicas e sucessivas. A respeito dos juros cobrados e das amortizações a serem pagas, quando não há carência, é correto afirmar que

- a) os juros, por incidirem sobre o saldo devedor, são crescentes.
- b) as parcelas das amortizações são decrescentes.
- c) os juros e as parcelas de amortização são constantes.
- d) os juros são decrescentes e as amortizações, crescente

Q.09 (CESGRANRIO/BNDES)

Um investidor está decidindo como vai repagar um financiamento que obteve. Poderá escolher o Sistema Price ou o Sistema de Amortização Constante (SAC), ambos com o mesmo número de prestações, o mesmo prazo total e a mesma taxa de juros. Comparando os dois, o investidor observa que

- a) o valor presente líquido do SAC é menor do que o do Price.
- b) a prestação, pelo SAC, é constante ao longo do tempo.
- c) a prestação, pelo Price, é declinante ao longo do tempo.
- d) a primeira prestação do SAC é maior do que a do Price.
- e) as prestações do SAC são sempre maiores que as do Price.

Q. 10 (FCC / Analista do Tesouro Estadual / SEFAZ-PI / 2015)

Uma dívida no valor de R\$ 20.000,00 vai ser paga em 30 prestações mensais, iguais e consecutivas, vencendo a primeira prestação 1 mês após a data de formação da dívida. Utilizou-se o sistema de amortização francês com uma taxa de 2% ao mês. Pelo quadro de amortização, obtém-se que o saldo devedor imediatamente após o pagamento da primeira prestação é de R\$ 19.507,00. O valor da cota de amortização incluído no valor da segunda prestação é de



- a) R\$ 502,86
- b) R\$ 512,72
- c) R\$ 522,58
- d) R\$ 532,44
- e) R\$ 542,30

Q.11 (FGV/Auditor Fiscal da Receita Estadual (SEFAZ ES)/2021)

Uma dívida de R\$100.000,00 é amortizada pelo Sistema de Amortização Constante – SAC, com pagamento postecipado, juros de 24% ao ano capitalizados mensalmente, em 40 meses.

Após a quitação da 12^a parcela, a instituição credora procura o devedor e oferece financiar o restante da dívida, com juros compostos de 2,5% ao mês a partir da 13^a parcela, utilizando o Sistema Francês.

O cliente fica em dúvida se a oferta seria vantajosa, mas o credor explica que os valores das prestações iniciais do novo financiamento seriam inferiores às pactuadas no contrato vigente.

Se o devedor aceitar a proposta de financiamento do restante da dívida, a penúltima parcela a ser paga pelo Sistema Francês será de, aproximadamente,

Obs.: utilize a aproximação (1,025²⁸=2).

- a) R\$ 3.700,00.
- b) R\$ 3.500,00.
- c) R\$ 2.600,00.
- d) R\$ 2.500,00.
- e) R\$ 1.800,00.

Q.12 (FGV/Analista Econômico-Financeiro (BANESTES) / Gestão Contábil/2018)

Um financiamento no valor de R\$ 18.000,00 foi contratado e deverá ser quitado em 20 prestações mensais e consecutivas, vencendo a primeira delas um mês após a data da contratação do financiamento. Foi adotado o Sistema de Amortizações Constantes (SAC.) a uma taxa de juros efetiva de 3,0% ao mês.

A diferença entre os valores de duas prestações consecutivas quaisquer é sempre igual a:



a) R\$ 30,00.

b) R\$ 28,00.

c) R\$ 27,50.

d) R\$ 27,00.

e) R\$ 25,50.

Gabarito



<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
B	B	B	E	D	B	ERRADO	D	D	A
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
B	D								



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1

Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2

Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3

Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4

Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5

Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6

Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7

Concursado(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8

O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.